

**Возняк О.М., Салій Я.П., Фреїк Д.М.,
Чобанюк В.М.**

Курс загальної фізики

**Атомна і ядерна фізика
Практикум розв'язування задач**

Міністерство освіти і науки України
Прикарпатський університет
імені Василя Стефаника
кафедра фізики твердого тіла

**Возняк О.М., Салій Я.П., Фреїк Д.М.,
Чобанюк В.М.**

Курс загальної фізики

Атомна і ядерна фізика Практикум розв'язування задач

Для студентів фізичних та природничих
спеціальностей вищих навчальних закладів

Івано-Франківськ

2002

УДК 371.214.112+53.01

ББК 22.38.

В80

Курс загальної фізики. Атомна і ядерна фізика. Практикум розв'язування задач / Возняк О.М., Салій Я.П., Фреїк Д.М., Чобанюк В.М. – Івано-Франківськ, Прикарпатський університет імені Василя Стефаника: «Плай» – 2002 р. – 72 с.

До усіх розділів курсу атомної та ядерної фізики наведено короткий виклад теоретичного матеріалу, приклади розв'язування типових задач та умови задач для самостійної роботи. Пропонується близько 200 задач різного ступеня складності. Віддано перевагу не абстрактним, а реальним задачам з практичним змістом. У кінці посібника наведені відповіді до задач, а також додатки із табличними даними.

Для студентів і викладачів фізичних спеціальностей вищих навчальних закладів III і IV ступеня акредитації. Може бути використаний студентами природничих та технічних спеціальностей.

Л. 12. Бібліографія 14.

Затверджено Вченою Радою Прикарпатського університету імені Василя Стефаника
(Протокол № 3 від 29 жовтня 2002 р.)

Рецензенти: Климишин І.А. – д-р фіз.-мат. наук, проф.
Прокопів В.В. – канд. фіз.-мат. наук, доц.

© О.М. Возняк, Я.П. Салій, Д.М. Фреїк, В.М. Чобанюк

ISBN 966-640-88-у

Зміст

Вступ	5
<i>Частина 1. Модель атома Резерфорда-Бора</i>	7
<i>Частина 2. Хвильові властивості частинок</i>	18
<i>Частина 3. Основи квантової механіки</i>	23
<i>Частина 4. Будова багато електронних атомів і молекул</i>	29
<i>Частина 5. Загальні властивості атомних ядер</i>	36
<i>Частина 6. Радіоактивні перетворення</i>	42
<i>Частина 7. Ядерні реакції</i>	48
<i>Частина 8. Фізика елементарних частинок</i>	53
Відповіді	56
Додатки	64

ВСТУП

В системі університетської фізичної освіти, розв'язування задач є чи не найістотнішим чинником засвоєння матеріалу. На важливість ролі задач при вивченні фізики вказував, зокрема, Л. Ландау, який у листі-відповіді студенту одного із вузів радив: “Головну роль при вивченні повинен відігравати не підручник, а задачник, який – не дуже важливо, необхідно лише, щоб він містив досить багато задач”. Важливо розв'язувати задачі самостійно, оскільки саме в цьому випадку настирливі намагання знайти розв'язок дають найбільшу користь, бо змушують поглиблено і детально вникати у відповідну проблему.

Автори практикуму пропонують понад 200 задач з курсу атомної та ядерної фізики. На відміну від інших розділів фізики (механіки, електродинаміки, молекулярної фізики), законам яких підлягає (з тою чи іншою точністю) широкий клас фізичних явищ і об'єктів, розділи атомної і ядерної фізики розглядають вузький клас специфічних об'єктів: молекули, атоми, атомні ядра та елементарні частинки, поведінка яких визначається основними законами фізики. Спільною рисою цих об'єктів є лише те, що вони – квантові і переважно релятивістські. Крім цього, переважна більшість задач цих розділів вимагає одержання відповіді у числовій формі, оскільки розв'язку в загальному вигляді здебільшого недостатньо. Це вимагає значно чіткішого уявлення про порядки фізичних величин, більшого обсягу знань про універсальні фізичні сталі і поглибленого вміння користуватися довідковими матеріалами.

У цьому збірнику, для зручності й економії часу студентів, на початку кожного розділу подано короткі теоретичні відомості про основні закони і формули, яких переважно достатньо для розв'язування задач. Усі формули в основному тексті і у відповідях наведено у системі СІ та додатково деякі у системі одиниць Гаусса. Числові відповіді до задач подано з урахуванням точності вихідних даних і правил дій з наближеними числами. У кожному розділі є також приклади розв'язків типових задач та умови задач для самостійної роботи. Відповіді до задач, а також таблиці необхідних довідкових даних подано наприкінці збірника.

Розв'язуючи задачі, доцільно керуватися такими правилами:

1. Насамперед глибоко вникніть в умову задачі і намагайтеся встановити, на яких фізичних закономірностях вона базується.

2. Встановіть, чи наведено всі дані, необхідні для розв'язування задачі. Відсутні дані можна знайти у таблицях додатків. Якщо дозволяє умова задачі, обов'язково зробіть схематичний рисунок, що

пояснює її суть, – це у багатьох випадках значно полегшує як пошук розв'язку, так і сам розв'язок.

3. Кожну задачу розв'яуйте, як правило, у загальному вигляді (тобто у символічних позначеннях), щоб шукана величина була виражена через задані величини. Розв'язок у загальному вигляді надає кінцевому результату особливу цінність, бо дозволяє встановити певну закономірність, демонструючи, як шукана величина залежить від заданих величин. Крім цього, відповідь, знайдена у загальному вигляді, дозволяє оцінити правильність самого розв'язку.

4. Одержавши розв'язок у загальному вигляді, перевірте, чи він має правильну розмірність. Неправильна розмірність є явною ознакою його хибності. Якщо можливо, дослідіть поведінку розв'язку у граничних частинних випадках.

5. Розпочинаючи обчислення, пам'ятайте, що числові значення фізичних величин завжди є наближеними. Тому при розрахунках керуйтеся правилами дій з наближеними числами. Зокрема, в одержаному значенні слід зберегти останнім той знак, одиниця якого ще перевищує похибку обчисленої величини. Всі наступні цифри потрібно відкинути.

6. Одержавши числову відповідь, оцініть її правдоподібність. Така оцінка у багатьох випадках може виявити хибність знайденого результату.

I. МОДЕЛЬ АТОМА РЕЗЕРФОРДА-БОРА

Найважливіші поняття, закони і формули

Кут розсіювання θ зарядженої частинки кулонівським полем нерухомого ядра визначається формулою:

$$\operatorname{tg}(\theta/2) = q_1 q_2 / (2bT) \text{ (СГСЕ)},$$

$$\operatorname{tg}(\theta/2) = q_1 q_2 / (8\pi\epsilon_0 bT) \text{ (СІ)},$$

де q_1 і q_2 – заряди частинки і ядра, b – прицільний параметр, T – кінетична енергія налітаючої частинки.

Формула Резерфорда. Відносне число частинок, розсіяних у елементарному тілесному куті $d\Omega$ під кутом θ до початкового напрямку їх руху:

$$dN/N = n(q_1 q_2 / (4T))^2 d\Omega / \sin^4(\theta/2) \text{ (СГСЕ)},$$

$$dN/N = n(q_1 q_2 / (4\pi\epsilon_0 T))^2 d\Omega / \sin^4(\theta/2) \text{ (СІ)}$$

де n – число ядер фольги на одиницю її поверхні, $d\Omega = \sin\theta d\theta d\varphi$.

Умова квантування Бора-Зоммерфельда:

$$\oint pdq = nh.$$

Повна енергія електрона n -ої орбіти:

$$E_n = -R_\infty Z^2 \frac{1}{n^2},$$

де стала Рідберга $R_\infty = \frac{m^2 e^4}{32\pi^2 \epsilon_0^2 \eta^3}$ в системі СІ і

$$R_\infty = \frac{m^2 e^4}{2\eta^3} \text{ в системі СГСЕ.}$$

Радіус n -ої Борівської орбіти $r_n = \frac{4\pi\epsilon_0 \eta^2}{Zme^2} n^2$ в системі СІ і

$$r_n = \frac{\eta^2}{Zme^2} n^2 \text{ в системі СГСЕ.}$$

Стала Рідберга для атома з ядром скінченної маси:

$$R = R_\infty / (1 + m/M),$$

де M – маса ядра.

Узагальнена формула Бальмера:

$$\omega = RZ^2 (1/n_1^2 - 1/n_2^2),$$

де ω – частота переходу (рад/с) між енергетичними рівнями з квантовими числами n_1 і n_2 , Z – порядковий номер водневоподібного іона.

Приклади розв'язування задач

Задача 1. α -частинка з кінетичною енергією 0.27 МеВ розсіяна золотою фольгою під кутом 60° . Знайти відповідне значення прицільного параметра.

Прицільний параметр b і кут розсіювання θ пов'язані співвідношенням

$$\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} = \frac{2Ze^2}{8\pi\epsilon_0 E_s b},$$

в якому енергія α -частинки в системі центра інерції визначається виразом

$$E_s = \frac{M_{Au}}{M_{Au} + m_\alpha} E_0.$$

З цих двох виразів знаходимо

$$b = \frac{Ze^2 (M_{Au} + m_\alpha)}{4\pi\epsilon_0 M_{Au} E_0 \operatorname{tg} \frac{\theta}{2}}.$$

Підставивши числові значення, одержимо

$$b = \frac{79 \cdot (1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл})^2 (200 \text{ а.о.м.} + 4 \text{ а.о.м.})}{4 \cdot 3.14 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Ф}}{\text{м}} \cdot 200 \text{ а.о.м.} \cdot 0.27 \cdot 1.6 \cdot 10^{-13} \text{ Дж} \cdot \operatorname{tg} 30^\circ} = 0.729 \text{ нм}.$$

Задача 2. Знайти ймовірність того, що α -частинка з енергією $T = 3.0$ МеВ, пройшовши крізь свинцеву фольгу товщиною 1.5 мкм, розсіється в інтервалі кутів:

а) $59^\circ - 61^\circ$; б) $60^\circ - 90^\circ$.

1). Оскільки інтервал кутів розсіювання малий, то можна вважати, що $\theta = 60^\circ$, а $\Delta\theta$ записати, перетворивши інтервал $\Delta\theta = 2^\circ$ у радіани. Тоді

$$\Delta\Omega = 2\pi \sin \theta \Delta\theta.$$

Врахувавши, що концентрація розсіюючих центрів мішені рівна

$$n = \frac{m}{\mu} N_A = \frac{N_A}{A} \rho d,$$

одержимо для імовірності розсіювання у вказаний інтервал кутів

$$\Delta\sigma = \frac{\pi}{2} \frac{N_A}{A} \rho \cdot d \left(\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 T} \right)^2 \frac{\cos \theta \cdot \Delta\theta}{\sin^3 \frac{\theta}{2}}.$$

Підставимо числові дані. Тоді

$$\Delta\sigma = \frac{3.14 \cdot 11.3 \cdot 10^3 \frac{\text{Кл}^2}{\text{м}^3} \cdot 1.5 \cdot 10^{-6} \text{ м} \cdot 6.02 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{моль}}}{2 \cdot 207} \times$$

$$\times \left(\frac{82 \cdot (1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл})^2}{4 \cdot 3.14 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{\Phi}{\text{м}} \cdot 3 \cdot 1.6 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}} \right)^2 \cdot \frac{0.866}{0.125} \cdot 0.0349 = 6 \cdot 10^{-5}.$$

2). Підставивши вираз для елемента тілесного кута

$$d\Omega = 2\pi \sin \theta d\theta$$

у формулу Резерфорда, одержимо

$$d\sigma = 8\pi n \left(\frac{Ze^2}{8\pi\epsilon_0 T} \right)^2 \frac{d(\sin(\theta/2))}{\sin^3 \theta/2}.$$

Проінтегрувавши цей вираз в інтервалі кутів від θ_1 до θ_2 і врахувавши вираз для концентрації розсіюючих центрів, одержимо

$$\Delta\sigma = \pi \frac{N_A}{A} \rho d \left(\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 T} \right)^2 \left(\frac{1}{\sin^2 \frac{\theta_1}{2}} - \frac{1}{\sin^2 \frac{\theta_2}{2}} \right).$$

Нарешті, підставляючи числові дані, знаходимо

$$\Delta\sigma = \frac{3.14 \cdot 11.3 \cdot 10^3 \frac{\text{Кл}^2}{\text{м}^3} \cdot 1.5 \cdot 10^{-6} \text{ м} \cdot 6.02 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{моль}}}{207}.$$

$$\left(\frac{82 \cdot (1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл})^2}{4 \cdot 3.14 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{\Phi}{\text{м}} \cdot 3 \cdot 1.6 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}} \right)^2 \cdot \left(\frac{1}{\sin^2 30^\circ} - \frac{1}{\sin^2 45^\circ} \right) = 5 \cdot 10^{-4}.$$

Задача 3. Двом лініям серії Бальмера атома водню відповідають довжини хвиль $\lambda_1 = 656.2$ нм і $\lambda_2 = 434.0$ нм. Спираючись на комбінаційний принцип Рітца, визначити, якій серії належить спектральна лінія, хвильове число якої рівне різниці хвильових чисел цих двох ліній.

Записавши формулу Бальмера для обох ліній серії Бальмера

$$\frac{1}{\lambda_1} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right),$$

$$\frac{1}{\lambda_2} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$$

і використавши значення постійної Рідберга і довжин хвиль обидвох ліній, знайдемо

$$\frac{1}{n_1^2} = \frac{1}{2^2} - \frac{1}{R\lambda_1} = 0.25 - \frac{1}{1.097 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1} \cdot 6.562 \cdot 10^{-7} \text{ м}} = 0.111,$$

$$\frac{1}{n_2^2} = \frac{1}{2^2} - \frac{1}{R\lambda_2} = 0.25 - \frac{1}{1.097 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1} \cdot 4.34 \cdot 10^{-7} \text{ м}} = 0.04.$$

Звідси $n_1 = 3$, а $n_2 = 5$.

Застосувавши комбінаційний принцип Рітца, знайдемо

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right).$$

Підставивши значення сталої Рідберга та n_1 і n_2 , знайдемо

$$\lambda = \left(1.097 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1} \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{5^2} \right) \right)^{-1} = 128.2 \text{ нм}.$$

Задача 4. Використовуючи правило квантування Бора-Зоммерфельда, знайти дозволені значення енергії частинки з масою m , що рухається

а) в одновимірній прямокутній потенціальній ямі шириною l та нескінченно високими стінками;

б) по колу радіусом r ;

в) в одновимірному потенціальному полі $U = \alpha x^2/2$, де α – додатня стала;

г) по коловій орбіті у центральному полі, де потенціальна енергія $U = -\alpha/r$, причому α – додатня стала.

1). В одновимірній потенціальній ямі $U = 0$ і $p = 0$, так що умова Бора-Зоммерфельда набуває вигляду:

$$\int_0^l p dx = 2\pi\eta n,$$

що веде до співвідношення

$$2 pl = 2\pi\eta n$$

або

$$p = \frac{\pi\eta n}{l}.$$

Енергія ж частинки рівна

$$E_n = \frac{p^2}{2m} = \frac{\pi^2 \eta^2 n^2}{2ml^2}.$$

2). У цьому випадку $U = 0$ і $p = 0$. Тому одержимо:

$$\int_0^{2\pi} p dr = 2\pi\eta n,$$

що дає

$$2\pi r p = 2\pi \eta n ,$$

а

$$p = \frac{2\pi \eta n}{2\pi r} = \frac{\eta n}{r} .$$

Енергія частинки має значення:

$$E_n = \frac{p^2}{2m} = \frac{\eta^2 n^2}{2mr^2} .$$

3). У випадку одновимірного потенціального поля $U = \alpha x^2/2$ де ($\alpha > 0$) закон руху має вигляд $x = x_0 \sin \omega t$, а імпульс $p = mx_0 \omega \cos \omega t$.

Умову Бора-Зоммерфельда для цього випадку можна записати

$$\oint p dx = \int_0^T p \frac{dx}{dt} dt = \int_0^T \frac{p^2}{m} dt = \frac{1}{2} m x_0^2 \omega^2 T = 2\pi \eta n .$$

Враховавши зв'язок періоду з частотою руху

$$T = \frac{2\pi}{\omega} ,$$

одержимо

$$\frac{2\pi m x_0 \omega}{2} = 2\pi \eta n ,$$

звідки

$$\frac{x_0^2}{2} = \frac{\eta n}{m \omega} .$$

Тоді енергія частинки

$$E_n = \frac{\alpha x_0^2}{2} = \sqrt{\frac{\alpha}{m}} \eta n .$$

4). При русі в центральносиметричному полі з потенціалом $U = -\alpha/r$ ($\alpha > 0$) рівняння руху має вигляд

$$\frac{mv^2}{r} = -\frac{\alpha}{r^2} ,$$

а закон збереження енергії

$$E = \frac{mv^2}{2} - \frac{\alpha}{r} = -\frac{\alpha}{2r} .$$

Умова Бора-Зоммерфельда дає

$$\oint p dr = \int_0^{2\pi} m v r d\varphi = 2\pi m v r = 2\pi \eta n ,$$

звідки

$$mvr = \eta n.$$

Врахувавши в останній рівності рівняння руху, знайдемо

$$v = \frac{\alpha}{\eta n}.$$

Тоді енергія

$$E_n = -\frac{m\alpha^2}{2\eta^2 n^2}.$$

Задачі для самостійного розв'язання

1.1. Виходячи з моделі атома Томсона, визначити:

- а) радіус атома водню, енергія іонізації якого $E_i = 13.6$ еВ;
- б) частоту коливання електрона ω , якщо радіус атома водню r . При якому значенні r довжина хвилі випромінювання світла $\lambda = 0.6$ мкм?

1.2. На яку найменшу відстань наближається α -частинка з кінетичною енергією $T = 40$ кеВ (при лобовому зіткненні):

- а) до ядра свинцю, що перебуває у стані спокою;
- б) до ядра ${}^7\text{Li}$, що спочатку перебувало у стані спокою?

1.3. Показати, що за класичною механікою при зіткненні α -частинки з ядром, заряд якого Ze , прицільна відстань b пов'язана з кутом відхилення θ формулою $\text{ctg} \frac{\theta}{2} = \frac{2\pi\epsilon_0 mbv^2}{Ze^2}$, де m – маса α -частинки, v – її швидкість.

1.4. α -частинка з імпульсом 53 МеВ/ c (c -швидкість світла) розсіялась під кутом 60° в кулонівському полі нерухомого ядра атома урану. Знайти прицільний параметр b .

1.5. Нерелятивістська частинка масою m_1 і з кінетичною енергією T зазнала лобового зіткнення з частинкою масою m_2 , що перебувала в стані спокою. Знайти кінетичну енергію частинки після зіткнення.

1.6. Протон з кінетичною енергією $T = 10$ МеВ пролітає на відстані $b = 10$ пм від нерухомого електрона. Знайти енергію, яку одержить електрон, враховуючи, що траєкторія протона прямолінійна і за час проходження електрон залишається практично нерухомим.

1.7. α -частинка з кінетичною енергією T налітає з прицільним параметром $b = 0.90 \cdot 10^{-13}$ м на ядро свинцю, що перебуває у стані спокою. Знайти:

- а) модуль приросту вектора імпульсу розсіяної α -частинки, якщо $T = 2.3$ МеВ;

б) при якому значенні T модуль приросту вектора імпульсу буде максимальним для даного прицільного параметра? Який кут розсіювання при цьому?

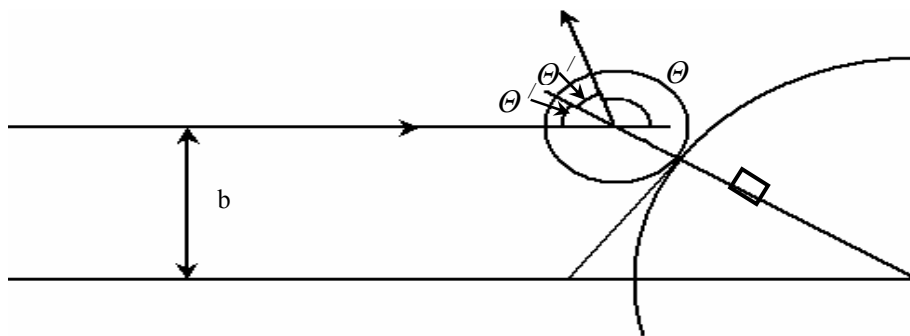
1.8. α -частинка з енергією $E_0 = 6$ МеВ (в лабораторній системі відліку) рухається по прямій, що проходить через неї та ядро атома свинцю ^{207}Pb (лобове зіткнення). Знайти найменшу відстань, на яку наблизились частинки.

1.9. α -частинка з кінетичною енергією 0.27 МеВ розсіяна золотою фольгою під кутом 60° . Знайти відповідне значення прицільного параметра.

1.10. α -частинка проходить через плівку вуглецю ^{12}C і відхиляється від попереднього напрямку на кут 30° (в системі центра інерції). Енергія α -частинки в лабораторній системі відліку $E_0 = 5$ МеВ. Атом вуглецю до зіткнення вважати нерухомим відносно лабораторної системи відліку. Знайти прицільну відстань при цьому зіткненні і порівняти її з ефективним радіусом ядра вуглецю, що відповідає прицільній відстані, рівній нулю.

1.11. Нерухому кулю радіуса R опромінюють паралельним потоком частинок, радіус яких r . Вважаючи зіткнення частинок з кулею пружними, знайти:

- кут θ відхилення частинки як функцію її прицільного параметра b ;
- відносну кількість частинок, які після зіткнення з кулею розсіялись в інтервалі кутів від θ до $\theta + d\theta$;
- ймовірність того, що частинка після зіткнення з кулею розсіється в передню півсферу ($\theta < \pi/2$).



1.12. Одержати з формули $\text{tg} \frac{\theta}{2} = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 T b}$ вираз для відносної

кількості частинок, що розсіялися в інтервалі кутів $\theta \div \theta + d\theta$, і відповідний ефективний переріз ядра.

1.13. Диференціальний переріз розсіювання α -частинок кулонівським полем нерухомого ядра $d\sigma/d\Omega = 7.0 \cdot 10^{-25} \text{ м}^2 \text{ ср}^{-1}$ для кута

$\theta_0 = 30^\circ$. Обчислити переріз розсіювання α -частинок в інтервалі кутів $\theta > \theta_0$.

1.14. Знайти ймовірність того, що α -частинка з енергією $T = 3.0$ МеВ, пройшовши крізь свинцеву фольгу товщиною 1.5 мкм, розсіється в інтервалі кутів:

а) $59^\circ - 61^\circ$; б) $60^\circ - 90^\circ$.

1.15. Вузкий пучок α -частинок з кінетичною енергією 1.0 МеВ падає нормально на платинову фольгу товщиною 1.0 мкм. Спостереження розсіяних частинок ведеться під кутом 60° до напрямку падаючого пучка за допомогою лічильника з круглим вхідним отвором площею 1.0 см^2 , який розташований на відстані 10 см від ділянки фольги, що розсіює. Яка частина розсіяних α -частинок попаде в отвір лічильника?

1.16. На плівку-мішень товщиною $d_0 = 2$ мкм з алюмінію нормально до її площини падає пучок α -частинок з енергією $E_0 = 4$ МеВ (у лабораторній системі відліку) інтенсивністю $I = 10^9 \text{ с}^{-1} \text{ м}^{-2}$. Визначити скільки частинок розсіюється в інтервалі кутів $\theta_s = 49^\circ \div 51^\circ$ (у системі центра інерції) за 20 хв. Скільки α -частинок розсіється за тих же умов, якщо алюмінієву мішень замінити мішенню із золота тієї ж товщини?

1.17. Вузкий пучок α -частинок падає нормально на срібну фольгу. За нею встановлений лічильник, який реєструє частинки, розсіяні відповідно до формули Резерфорда. При заміні срібної фольги на платинову тієї ж масової товщини кількість α -частинок, що реєструються за одиницю часу, зросла в $\eta = 1.52$ рази. Знайти порядковий номер платини Z , вважаючи, що порядковий номер срібла і масові числа обох елементів відомі.

1.18. Вузкий пучок α -частинок з кінетичною енергією $T = 0.50$ МеВ падає нормально на золоту фольгу, масова товщина якої $\rho d = 1.5 \text{ мг см}^{-2}$. Інтенсивність пучка $I_0 = 5.0 \cdot 10^5 \text{ с}^{-1}$. Знайти кількість α -частинок, розсіяних фольгою за $\tau = 30$ хв, в інтервалах кутів:

а) $59-61^\circ$, б) більше $\theta_0 = 60^\circ$.

1.19. За класичною електродинамікою електрон, що рухається з прискоренням w , втрачає енергію на випромінювання за законом:

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{1}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{2e}{3c^2} w^2,$$

де e – заряд електрона, c – швидкість світла. Оцінити час, за який енергія електрона, що здійснює коливання, близькі до гармонічних з частотою $\omega = 5 \cdot 10^{15} \text{ рад с}^{-1}$, зменшиться в $\eta = 10$ раз.

1.20. Скориставшись формулою з попередньої задачі, оцініть час, за який електрон, що рухається в атомі водню по коловій орбіті

радіуса $r = 50$ пм, впав би на ядро. Для спрощення вважати, що вектор w весь час направлений до центра атома.

1.21. Показати, що частота світла, яке випромінюється при переході електрона з $(n+1)$ -ої орбіти на n -ну орбіту при $n \rightarrow \infty$, наближається до частоти обертання електрона навколо ядра.

1.22. Показати, що частота ω фотона, що виникає при переході електрона між сусідніми коловими орбітами водневоподібного іона, задовольняє нерівність $\omega_{n+1} < \omega < \omega_n$, де ω_n і ω_{n+1} - частоти обертання електрона навколо ядра на цих колових орбітах. Переконатися, що при $n \rightarrow \infty$ частота фотона $\omega \rightarrow \omega_n$.

1.23. Частинка масою m рухається по коловій орбіті в центрально-симетричному потенціальному полі $U(r) = k r^2/2$. За допомогою борівської умови квантування знайти співвідношення для можливих радіусів орбіт і рівнів енергії цієї частинки.

1.24. Атом водню, що перебуває у збудженому стані, може, повертаючись в основний стан, випромінити 6 ліній. Знайти номер збудженого стану і довжину випромінюваних хвиль.

1.25. Скільки спектральних ліній буде випромінювати атомарний водень, збуджений на n - й енергетичний рівень?

1.26. Двом лініям серії Бальмера атома водню відповідають довжини хвиль $\lambda_1 = 656.2$ нм і $\lambda_2 = 434.0$ нм. Спираючись на комбінаційний принцип Рітца, визначити, якій серії належить спектральна лінія, хвильове число якої рівне різниці хвильових чисел цих двох ліній.

1.27. Якій серії належить спектральна лінія атомарного водню, хвильове число якої дорівнює різниці хвильових чисел таких ліній серії Бальмера: 486.1 і 410.2 нм? Знайти довжину хвилі цієї лінії.

1.28. Якому елементу належить водневоподібний спектр, довжини хвиль ліній якого в чотири рази коротші, ніж у атома водню?

1.29. Знайти сталу Рідберга R , якщо відомо, що для іонів He^+ різниця довжин хвиль між головними лініями серії Бальмера і Лаймана $\Delta\lambda = 133.7$ нм.

1.30. Знайти довжину хвилі головної лінії цієї спектральної серії іонів He^+ , у якої інтервал між крайніми лініями $\Delta\omega = 5.18 \cdot 10^{15}$ рад с^{-1} .

1.31. Знайти енергію зв'язку електрона в основному стані водневоподібних іонів, у спектрі яких довжина хвилі третьої лінії Бальмера рівна 108.5 нм.

1.32. Знайти швидкість фотоелектронів, які вириваються під впливом електромагнітного випромінювання довжиною хвилі $\lambda = 18.0$ нм з нерухомих іонів He^+ , що знаходяться в основному стані.

1.33. З якою мінімальною кінетичною енергією повинен рухатися атом водню, щоб при непружному лобовому зіткненні з іншим, який перебуває у стані спокою, один з них зміг би випромінювати фотон? Вважати, що до зіткнення атоми перебували в основному стані.

1.34. Нерухомий атом водню випромінює фотон, що відповідає головній лінії серії Лаймана. Якої швидкості набув атом?

1.35. Використовуючи правило квантування Бора-Зоммерфельда, знайти дозволені значення енергії частинки з масою m , що рухається:

а) в одновимірній прямокутній потенціальній ямі шириною l та нескінченно високими стінками;

б) по колу радіусом r ;

в) в одновимірному потенціальному полі $U = \alpha x^2/2$, де α – додатня стала;

г) по коловій орбіті у центральному полі, де потенціальна енергія $U = -\alpha/r$, причому α – додатня стала.

1.36. У спектрі випромінювання водню поблизу лінії з довжиною хвилі $\lambda_1 = 486.1320$ нм виявлено лінію з $\lambda_2 = 485.9975$ нм. Є підстави припускати, що ця лінія належить спектру випромінювання ізотопу водню. Визначити ізотоп.

1.37. Визначити різницю довжин хвиль ліній H_α і D_α (першої лінії серії Бальмера дейтерію). Визначити також різницю довжин хвиль ліній H_γ і D_γ .

1.38. У газорозрядній трубці, наповненій сумішшю водню і гелію, Фаулер спостерігав серію

$$1/\lambda = R'(1/1.5^2 - 1/n^2), n = 2,3,4,\dots, (1),$$

а Піккерінг у спектрі планетарної туманності (ξ Корми) відкрив серію

$$1/\lambda = R'(1/2^2 - 1/(n + 1/2)^2), n = 2,3,4,\dots, (2).$$

До теорії Бора серії Фаулера і Піккерінга приписувалися атомарному водню. Бор пояснив походження обох серій, вважаючи, що вони належать не водню, а однократно іонізованим атомам гелію. Це пояснення було підтверджено дослідом, який показав, що обидві серії спостерігаються у чистому гелії, але їх ніколи не буває у випадку чистого водню. Які спектральні лінії однократно іонізованого гелію ототожнювались із серіями (1) і (2)? Чим відрізняються спектральні серії іонізованого гелію від відповідних серій атомарного водню?

1.39. Позитроній є зв'язаною системою електрона і позитрона, що обертаються навколо їх центра мас. Знайти енергетичні рівні, енергію іонізації і довжину хвилі резонансної лінії позитронію.

1.40. Негативні мюони можуть захоплюватися атомом і заміщати у ньому електрони електронної оболонки. Практично може заміщатися лише один електрон. Системи, що виникають внаслідок такої заміни, називають мезоатомами. Маса мюона $m_\mu = 207 m_e$. Обчислити за теорією Бора радіус першої колової орбіти мюона в мезоатомі. Розрахувати енергетичні рівні мезоатома. Яке випромінювання спостерігатиметься при переході на цю орбіту мюона з більш високих орбіт? Чому дослідження такого випромінювання використовують для вивчення структури важких ядер біля їх поверхні?

1.41. Притягання між електроном і діркою у напівпровіднику іноді можна описати законом Кулона, що діє у середовищі з діелектричною проникністю ϵ . Знайти за таких умов рівні енергії E_n і радіуси r_n екситона – водневоподібної системи, яка складається із електрона і дірки – при різних значеннях квантових чисел n . Якою є енергія зв'язку і характерний радіус a_I такого екситона при $\epsilon = 10$ та ефективній масі електрона і дірки $m_e^* = m_h^* = m_e/10$?

1.42. Перехід між якими орбітами іона гелію He^+ супроводжується випромінюванням з довжиною хвилі, близькою до H_α ?

1.43. Якою є різниця між довжинами хвиль лінії H_α і відповідної лінії спектра He^+ ?

1.44. Сталі Рідберга для водню і гелію рівні відповідно $R_H = 109677.6 \text{ см}^{-1}$, $R_{\text{He}} = 109722.3 \text{ см}^{-1}$. Знайти відношення m_H/m_e і m_{He}/m_H . ($R_{\text{He}} = 109737.309 \text{ см}^{-1}$).

1.45. Питомий заряд електрона e/m можна обчислити із спектроскопічних даних. Виконати це обчислення, користуючись спектроскопічними даними $R_H = 109677.57 \text{ см}^{-1}$, $R_D = 109707.419 \text{ см}^{-1}$, молярними масами атомарних водню та дейтерію $\mu_H = 1.008142 \text{ г/моль}$, $\mu_D = 2.014757 \text{ г/моль}$ і сталою Фарадея $F = N_a e = 9.65 \cdot 10^4 \text{ Кл моль}^{-1}$.

II. ХВИЛЬОВІ ВЛАСТИВОСТІ ЧАСТИНОК

Найважливіші поняття, закони і формули

Співвідношення де Бройля, що пов'язують між собою корпускулярні характеристики (енергія E , імпульс p) із хвильовими характеристиками (частотою ω , хвильовим вектором k), мають відповідно вигляд:

$$E = \hbar\omega,$$

$$\lambda = h/p,$$

де λ – дебройлівська довжина хвилі частинки з імпульсом p :

Групова швидкість хвиль де Бройля:

$$v_{gp} = \partial\omega/\partial k,$$

фазова швидкість

$$v_{\phi} = \omega/k = E/p.$$

Співвідношення невизначеностей Гейзенберга:

для координати і відповідної проекції імпульса:

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar,$$

для енергії і часу:

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar.$$

Приклади розв'язування задач

Задача 1. Знайти дебройлівську довжину хвилі релятивістських електронів, які підлітають до анода рентгенівської трубки, якщо довжина хвилі короткохвильової межі неперервного рентгенівського спектра $\lambda_k = 10.0$ пм?

Для релятивістської частинки можна записати такі співвідношення

$$p^2 c^2 + m_0^2 c^4 = E^2,$$

$$T = E - m_0 c^2.$$

Короткохвильовій межі суцільного рентгенівського спектру відповідає максимальна енергія, яка рівна кінетичній енергії електрона, отже

$$T = \frac{hc}{\lambda_k}.$$

За означенням, дебройлівська довжина хвилі частинки

$$\lambda = \frac{h}{p}.$$

Із наведених співвідношень знаходимо

$$\lambda = \frac{\lambda_k}{\left(1 + \frac{m\lambda_k}{\pi\hbar c}\right)^{1/2}}.$$

Підставляючи числові значення, одержимо

$$\lambda = \frac{10^{-10} \text{ м}}{\left[1 + \frac{0.511 \cdot 10^6 \text{ eВ} \cdot 10^{-10} \text{ м}}{3.14 \cdot 6.6 \cdot 10^{-16} \text{ eВ} \cdot c \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}} \right]^{\frac{1}{2}}} = 3.3 \text{ нм} .$$

Задача 2. Швидкість макроскопічного тіла вимірюють за доплерівською зміною частоти світлової хвилі при відбиванні від цього тіла. Проаналізувати цей спосіб і показати, що відповідні неточності імпульсу і положення тіла задовольняють співвідношення невизначеностей Гейзенберга.

Нехай тіло є дзеркалом, яке ідеально відбиває світло, що нормально падає на його поверхню. На основі законів збереження енергії та імпульсу

$$\eta\omega_0 + \frac{mv_0^2}{2} = \eta\omega + \frac{mv^2}{2},$$

$$\frac{\eta\omega_0}{c} + mv_0 = -\frac{\eta\omega}{c} + mv,$$

де m – маса тіла, v_0 і v – його швидкість до і після відбивання, ω_0 і ω – частоти падаючого і відбитого фотонів. Переписавши ці рівняння у вигляді

$$m(v^2 - v_0^2) = 2\eta(\omega - \omega_0),$$

$$m(v - v_0) = \frac{\eta(\omega + \omega_0)}{c},$$

почленно поділивши, знаходимо

$$v + v_0 = 2c \frac{\omega - \omega_0}{\omega + \omega_0}$$

Масу дзеркала можна вважати нескінченно великою порівняно з масою фотона. Тоді

$$v = v_0 = c \frac{\omega - \omega_0}{\omega + \omega_0}$$

Вимірявши частоти ω_0 і ω , можна за цією формулою обчислити швидкість дзеркала. Частоту ω_0 можна вважати виміряною точно. Тоді похибка у значенні швидкості Δv буде визначатися неточністю вимірювання частоти ω . Щоб виміряти ω з точністю $\Delta\omega$, тривалість вимірювання Δt повинна задовольняти умову $\Delta\omega \cdot \Delta t \sim 2\pi$. Похибку швидкості знайдемо із співвідношення

$$\Delta v = -\frac{2c\omega_0 \cdot \Delta\omega}{(\omega + \omega_0)^2} \approx -c \frac{\Delta\omega}{2\omega_0} .$$

Оскільки моменти часу відбивання фотонів відомі з похибкою Δt , то неточність у значенні швидкості v призведе до похибки Δx при визначенні координати дзеркала:

$$\Delta x \sim |\Delta v \Delta t| \sim c \frac{|\Delta v \Delta t|}{2\omega_0} \sim \frac{\pi c}{\omega_0} .$$

При взаємодії з фотоном дзеркало одержить неконтрольовану зміну імпульсу

$$\Delta p \sim \frac{2\omega_0 h}{c} .$$

Відповідно

$$\Delta p \Delta x \sim h.$$

Задачі для самостійного розв'язання

2.1. Знайти довжину хвилі де Бройля для електрона з енергією $T = 1$ MeV.

2.2. Одержати вираз для дебройлівської довжини хвилі релятивістської частинки, яка рухається з кінетичною енергією T . При яких значеннях T похибка у визначенні λ за нерелятивістською формулою не перевищує 1% для електрона і протона?

2.3. При якому значенні кінетичної енергії дебройлівська довжина хвилі електрона рівна його комптонівській довжині хвилі?

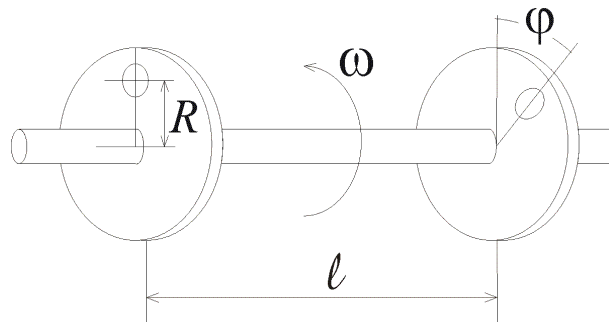
2.4. Знайти дебройлівську довжину хвилі релятивістських електронів, які підлітають до анода рентгенівської трубки, якщо довжина хвилі короткохвильової межі неперервного рентгенівського спектра $\lambda_k = 10.0$ пм?

2.5. Знайти наближений вираз для довжини хвилі де Бройля ультрарелятивістської частинки, тобто частинки, кінетична енергія якої T значно перевищує енергію спокою mc^2 . Знайти λ для ультрарелятивістської частинки з $T = 10$ GeV.

2.6. Нейтрон з кінетичною енергією $T = 25$ eV налітає на нерухомий дейтон (ядро важкого водню). Знайти дебройлівські довжини хвиль двох частинок у системі їх центра інерції.

2.7. Визначити дебройлівську довжину хвилі електрона, що обертається по n -ій борівській орбіті навколо ядра із зарядом Ze .

2.8. В одному з способів монохроматизації повільних нейтронів використовують два кадмієві диски, що насаджені на спільну вісь



На периферії диска на однакових відстанях R від осі зроблено два круглих отвори діаметром d . Отвори повернуті один відносно одного на кут ϕ навколо осі приладу і в цьому положенні закріплені. Диски рівномірно обертаються навколо тієї ж осі з кутовою швидкістю ω . Визначити довжину хвилі де Бройля λ , а також ступінь

монохроматичності нейтронів, які проходять через такий монохроматор, якщо відстань між дисками l . Виконати чисельний розрахунок для $l = 1$ м, $R = 10$ см, $\omega = 300$ с⁻¹, $\phi = 4^\circ$, $d = 5$ мм.

2.9. Вузький пучок моноенергетичних електронів падає під кутом ковзання $\theta = 30^\circ$ на природню грань монокристалу алюмінію. Відстань між сусідніми кристалічними площинами, паралельними цій грані монокристалу, $d = 0.20$ нм. При деякій прискорюючій напрузі U_0 спостерігали максимум дзеркального відбивання. Знайти U_0 , якщо відомо, що наступний максимум дзеркального відбивання виявився при збільшенні прискорюючої напруги в $\eta = 2.25$ разів.

2.10. Вузький пучок моноенергетичних електронів падає нормально на поверхню монокристалу нікелю. У напрямку, що становить кут $\theta = 55^\circ$ з нормаллю до площини поверхні спостерігається максимум відбивання четвертого порядку при енергії електронів $T = 180$ еВ. Розрахувати відповідні значення міжплощинної відстані.

2.11. У релятивістській і нерелятивістській теоріях зв'язок між хвильовими і корпускулярними властивостями частинки, що вільно рухається, виражається однаковими за виглядом формулами $E = \eta \omega$ і $\mathbf{p} = \eta \mathbf{k}$. Проте в релятивістській теорії під E розуміють повну, а в нерелятивістській лише кінетичну ($p^2/2m$) енергію частинки. Чому ці два вирази (там де можна застосувати нерелятивістське наближення) не призводять до суперечності?

2.12. Швидкість макроскопічного тіла вимірюють за доплерівською зміною частоти світлової хвилі при відбиванні від цього тіла. Проаналізувати цей спосіб і показати, що відповідні неточності імпульсу і координати тіла задовольняють співвідношення невизначеностей Гейзенберга.

2.13. Знайти за порядком величини радіус атома водню в основному стані і енергію зв'язку електрона в цьому ж стані, використовуючи співвідношення невизначеностей Гейзенберга. Оцінити в такий же спосіб розмір двоатомної молекули і енергію її основного стану, приблизно розглядаючи молекулу як одновимірний осцилятор з власною частотою ω_0 і зведеною масою μ .

2.14. Оцінити найбільшу енергію зв'язку електрона, локалізованого в ділянці простору, радіус якої $r \sim 10^{-10}$ м (атом) і $r \sim 10^{-10}$ м (атомне ядро). Які висновки можна зробити з одержаного значення енергії, якщо врахувати, що енергія зв'язку ядерної частинки не переважає 10 МеВ?

Вказівки: Використати співвідношення невизначеностей Гейзенберга у формі точної нерівності $\overline{\Delta x^2} \cdot \overline{\Delta p_x^2} \geq \eta^2/4$.

2.15. Паралельний пучок атомів водню зі швидкістю $v = 600$ м/с падає нормально на діафрагму з вузькою щілиною, за якою на відстані $l = 1.0$ м знаходиться екран. Оцінити за допомогою співвідношення невизначеностей ширину δ щілини, при якій ширина її зображення на екрані буде мінімальною.

2.16. Середній час життя атома у збудженому стані становить близько $\Delta t \sim 10^{-8}$ с. При переході атома у нормальний стан випромінюється фотон, середня довжина хвилі якого рівна λ . Оцінити ширину $\Delta\lambda$ і відносну ширину $\Delta\lambda/\lambda$ спектральної лінії випромінювання, якщо відсутнє її розширення внаслідок інших процесів. (Така ширина називається природною шириною спектральної лінії).

2.17. Холодну емісію електронів з металу пробували пояснити класично впливом сили електричного відображення $e^2/(4\pi\epsilon_0(4x^2))$, з якою електрон притягається до поверхні металу. Врахування цієї сили призводить до того, що потенціальна енергія електрона поблизу поверхні металу набуває вигляду $U = C - eEx - e^2/(4\pi\epsilon_0(4x^2))$. Ця сила знижує потенціальний бар'єр, що його повинен подолати електрон, щоб вийти з металу, тобто зменшує роботу виходу. Розрахувати це зменшення і оцінити напруженість зовнішнього поля, починаючи з якої повинна б відбуватися холодна емісія для вольфраму, робота виходу з якого $A = 4.5$ еВ.

2.18. Частинка масою m знаходиться в одновимірній прямокутній потенціальній ямі з нескінченно високими стінками. Ширина ями рівна l . Знайти можливі значення енергії частинки, враховуючи, що реалізуються лише такі стани її руху, для яких у ямі вкладається ціле число півхвиль де Бройля.

2.19. Вільний електрон спочатку був локалізований в об'ємі розміром $l = 0.10$ нм. Оцінити за допомогою співвідношення невизначеностей для часу і енергії, за який час ширина відповідного хвильового пакету збільшиться в $\eta = 10$ разів.

III. ОСНОВИ КВАНТОВОЇ МЕХАНІКИ

Найважливіші поняття, закони і формули

Часовозалежне і стаціонарне рівняння Шредінгера:

$$i\eta \partial\Psi/\partial t = \eta^2/(2m) \nabla^2\Psi + U\Psi,$$

$$\nabla^2\psi + 2m/\eta^2 (E - U)\psi = 0,$$

де Ψ – повна хвильова функція, ψ – її координатна частина, $\nabla^2 = \Delta$ – оператор Лапласа, E і U – повна і потенціальна енергії частинки.

У сферичних координатах:

$$\nabla^2 = \partial^2/\partial r^2 + 2/r \partial/\partial r + 1/(r^2 \sin^2 \vartheta) \partial/\partial \vartheta (\sin \vartheta \partial/\partial \vartheta) + 1/r^2 \sin^2 \vartheta \partial^2/\partial \varphi^2.$$

Коефіцієнт прозорості потенціального бар'єру $U(x)$:

$$D \approx \exp\left[-2/\eta \int_{x_1}^{x_2} (2m(U-E))^{1/2} dx\right],$$

де x_1 і x_2 – координати точок, між якими $U > E$.

Оператор \hat{L} є лінійним, якщо

$$\hat{L}(c_1\psi_1 + c_2\psi_2) = c_1\hat{L}\psi_1 + c_2\hat{L}\psi_2,$$

де c_1 і c_2 – довільні сталі, ψ_1 і ψ_2 – довільні функції.

Оператори \hat{A} і \hat{B} комутативні, якщо їх комутатор

$$[\hat{A}, \hat{B}] = \hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A} = 0$$

Оператор \hat{L} ермітовий (самоспряжений), якщо

$$\int \psi_1^* \hat{L} \psi_2 dx = \int \psi_2^* \hat{L}^* \psi_1 dx.$$

Середнє значення механічної величини L у стані ψ :

$$\langle L \rangle = \int \psi^* \hat{L} \psi d\tau,$$

де \hat{L} – відповідний оператор, ψ – нормована хвильова функція, $d\tau$ – елемент об'єму.

Основні квантовомеханічні оператори:

$$\text{проекції імпульсу} \quad \hat{p}_x = -i\eta \partial/\partial x,$$

$$\text{імпульсу } \hat{p} = -i\hbar \nabla,$$

$$\text{проекцій моменту імпульсу } \hat{L}_x = y \hat{p}_z - z \hat{p}_y, \quad \hat{L}_y = z \hat{p}_x - x \hat{p}_z,$$

$$\hat{L}_z = x \hat{p}_y - y \hat{p}_x = i\hbar \partial/\partial\varphi,$$

$$\text{енергії } \hat{H} = -\hat{p}^2/2m + U = -\hbar^2 \Delta / (2m) + U.$$

Приклади розв'язування задач

Задача 1. Частинка масою m знаходиться в одновимірному потенціальному полі $U(x)$, вигляд якого показаний на рис. 1, де $U(0) = \infty$. Знайти:

1) рівняння, що визначає можливі значення енергії частинки при $E < U_0$; привести це рівняння до вигляду $\text{sinkl} = \pm kl(\hbar^2/(2ml^2U_0))^{1/2}$, де $k = (2mE/\hbar^2)^{1/2}$. Показати за допомогою графічного розв'язку цього рівняння, що можливі значення енергії частинки утворюють дискретний спектр;

2) мінімальне значення величини l^2U_0 , при якому виникає перший енергетичний рівень при $E < U_0$, а також, при якому мінімальному значенні l^2U_0

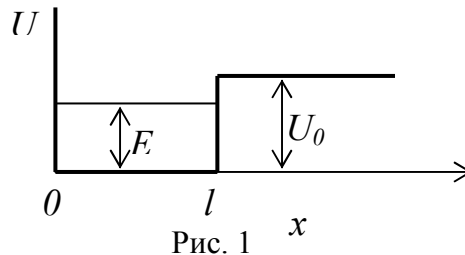


Рис. 1

виникне n -й рівень?

1). Запишемо рівняння Шредінгера для двох областей:

$$\psi_1'' + \kappa^2 \psi_1 = 0, \quad \text{для } 0 < x < l,$$

$$\text{де } \kappa^2 = 2mE/\hbar^2,$$

$$\psi_2'' + \kappa^2 \psi_2 = 0, \quad \text{для } x > l,$$

$$\text{де } \kappa^2 = 2m(U_0 - E)/\hbar^2.$$

Їх загальні розв'язки

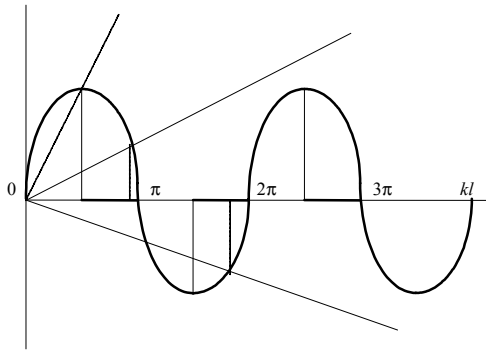
$$\psi_1(x) = a \sin(\kappa x + \alpha),$$

$$\psi_2(x) = b \exp(-\kappa x) + c \exp(\kappa x)$$

повинні задовольняти стандартні граничні умови. З умови $\psi_1(x) = 0$ і вимоги скінченності хвильової функції випливає, що $\alpha = 0$ і $c = 0$. З неперервності $\psi(x)$ і її похідної в точці $x = l$ одержимо $\text{tg } \kappa l = -\kappa/\kappa$ або

$$\sin \kappa l = \pm \kappa l \frac{\hbar}{\sqrt{2ml^2U_0}}$$

Зобразивши графічно ліву і праву частини цього рівняння, знайдемо точки перетину прямої з синусоїдою. При цьому корені рівняння, що відповідають власним значенням енергії E , будуть відповідати тим точкам перетину $(\kappa l)_i$, для яких $\text{tg}(\kappa l)_i < 0$, тобто корені цього рівняння будуть знаходитися у парних чвертях кола (ці ділянки осі абсцис виділені на рис. 2 жирними відрізками). З графіка видно, що корені рівняння, тобто зв'язані стани



частинки, існують не завжди. Пунктиром показано граничне значення положення прямої.

$$2). (l^2 U_0)_1 \text{ мін} = \pi^2 \hbar^2 / (8m),$$

$$(l^2 U_0)_n \text{ мін} = (2n - 1) \pi^2 \hbar^2 / (8m).$$

Рис. 2.

Задача 2. Довести такі теореми:

а) якщо оператори \hat{A} і \hat{B} мають спільні власні функції, то такі оператори комутують;

б) якщо оператори \hat{A} і \hat{B} комутують, то вони мають спільні власні функції (довести для випадку відсутності виродження).

в) якщо оператор \hat{A} ермітовий, то його власні значення дійсні.

1). Якщо ψ - спільна власна функція операторів \hat{A} та \hat{B} , то

$$\hat{A} \hat{B} \psi = \hat{A} b \psi = b \hat{A} \psi = ba \psi,$$

$$\hat{B} \hat{A} \psi = \hat{B} a \psi = a \hat{B} \psi = ab \psi.$$

Отже,

$$\hat{A} \hat{B} \psi = \hat{B} \hat{A} \psi$$

$$[\hat{A} \hat{B}] = 0.$$

і

2). Нехай ψ - власна функція оператора \hat{A} , яка належить власному значенню a . Із комутативності операторів випливає, що

$$\hat{A} \hat{B} \psi = \hat{B} \hat{A} \psi = \hat{B} a \psi = a \hat{B} \psi,$$

тобто

$$\hat{A} \psi' = a \psi', \text{ де } \psi' = \hat{B} \psi.$$

Таким чином власне значення a належить обом функціям, які описують один і той самий стан. Це може бути лише тоді, коли ці функції відрізняються на сталий множник, наприклад b : $\psi' = b \psi$. Але $\psi' = \hat{B} \psi$, тому $\hat{B} \psi = b \psi$, тобто ψ - спільна власна функція операторів \hat{A} та \hat{B} .

3). Нехай ψ - довільна власна функція оператора \hat{A} , яка відповідає його власному значенню a . Тоді внаслідок самоспряженості оператора \hat{A}

$$\int \psi^* \hat{A} \psi dx = \int \psi \hat{A}^* \psi^* dx$$

і

$$\hat{A} \int \psi^* \psi dx = \hat{A}^* \int \psi \psi^* dx.$$

Звідси $\hat{A} = \hat{A}^*$, що можливе лише при дійсному \hat{A} .

Задачі для самостійного розв'язання

3.1. Частинка з масою m рухається в одновимірному потенціальному полі $U = kx^2/2$ (гармонічний осцилятор). Оцінити за допомогою співвідношення невизначеностей мінімальну можливу енергію частинки у такому полі.

3.2. Електрон знаходиться в одновимірній прямокутній потенціальній ямі з нескінченно високими стінками. Ширина ями l така, що енергетичні рівні розташовані досить густо. Знайти густину рівнів dN/dE , тобто їх кількість в одиничному інтервалі енергії, як функцію E . Обчислити dN/dE для $E = 1.0$ еВ, якщо $l = 1.0$ см.

3.3. Частинка масою m знаходиться в тривимірній кубічній потенціальній ямі з абсолютно непроникними стінками. Сторона куба дорівнює a . Знайти:

- власні значення енергії частинки;
- різницю енергій третього і четвертого рівнів;
- енергію шостого рівня і відповідну йому кількість станів (кратність виродження).

3.4. Частинка масою m знаходиться в одновимірному

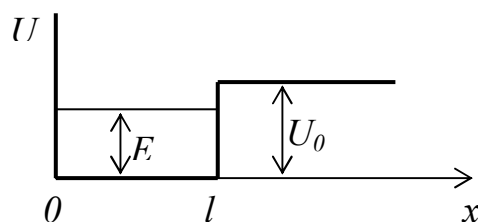


Рис. 3.

потенціальному полі $U(x)$, вигляд якого показаний на рис. 3, де $U(0) = \infty$. Знайти:

1) рівняння, що визначає можливі значення енергії частинки в області при $E < U_0$; привести це рівняння до вигляду $\text{sink}l = \pm kl(\eta^2/(2ml^2U_0))^{1/2}$, де $k = (2mE/\eta^2)^{1/2}$. Показати за допомогою графічного розв'язку цього рівняння, що можливі значення енергії частинки утворюють дискретний спектр;

2) мінімальне значення величини l^2U_0 , при якому виникає перший енергетичний рівень в області при $E < U_0$, а також при якому мінімальному значенні l^2U_0 виникне n -й рівень?

3.5. Знайти можливі значення енергії частинки масою m , що знаходиться у сферично-симетричній потенціальній ямі

$$U(r) = 0 \text{ при } r > r_0 \text{ і } U(r) = \infty \text{ при } r = r_0,$$

для випадку, коли рух частинки описується хвильовою функцією $\psi(r)$, яка залежить тільки від r .

При розв'язуванні рівняння Шредінгера використати підстановку $\psi(r) = \chi(r)/r$.

3.6. Хвильова функція частинки масою m для основного стану в одновимірному потенціальному полі $U(x) = \alpha x^2/2$ має вигляд $\psi(r) = Ae^{-\alpha x^2}$, де A – коефіцієнт нормування, α – додатня стала. Знайти за допомогою рівняння Шредінгера сталу α і енергію E частинки у цьому стані.

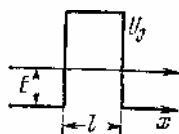
3.7. Визначити енергію електрона атома водню у стаціонарному стані, для якого хвильова функція $\psi(r) = A(1 + ar)e^{-\alpha r}$, де A , a і α – деякі сталі.

3.8. Хвильова функція електрона в основному стані атома водню має вигляд $\Psi(r) = Ae^{-(r/r_1)}$, де A – деяка стала, r_1 – перший борівський радіус. Знайти:

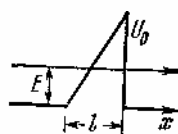
- а) найбільш ймовірну відстань між електроном і ядром;
- б) середнє значення модуля кулонівської сили, яка діє на електрон;
- в) середнє значення потенціальної енергії електрона у полі ядра.

3.9. Знайти середній електростатичний потенціал, який створює електрон у центрі атома водню, якщо електрон знаходиться в основному стані, для якого хвильова функція $\Psi(r) = Ae^{-(r/r_1)}$, де A – деяка стала, r_1 – радіус першої борівської орбіти.

3.10. Використавши формулу $D \approx \exp\left[-\frac{2}{\hbar} \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{2m(U-E)} dx\right]$, знайти



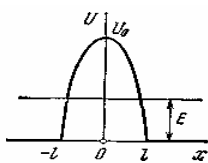
Мал. 3.10 а



Мал. 3.10 б

для електрона з енергією E ймовірність D проходження потенціального бар'єру шириною l і висотою U_0 , якщо бар'єр має форму, показану на малюнках.

3.11. Знайти ймовірність D проходження частинки з масою m і енергією E крізь потенціальний бар'єр, де $U(x) = U_0(1 - x^2/l^2)$.



Мал. 3.11

3.12. Знайти квадрат оператора $\hat{L} = \frac{d}{dx} + x$.

3.13. Порівняти результат дії операторів $\hat{L}_1 = (x \frac{d}{dx})^2$ і $\hat{L}_1 = (\frac{d}{dx} x)^2$.

3.14. Знайти комутатор $\frac{d}{dx} x - x \frac{d}{dx}$.

3.15. Знайти комутатор оператора x і оператора Лапласа.

3.16. Знайти власні значення оператора \hat{L} , що відповідають власній функції ψ_L , якщо:

а) $\hat{L} = -\frac{d^2}{dx^2}$; $\psi_L = \sin 2x$;

б) $\hat{L} = (-\frac{d^2}{dx^2} + x^2)$, $\psi_L = \exp(-\frac{x^2}{2})$;

$$в) \hat{L} = \frac{d^2}{dx^2} + \frac{2}{x} \frac{d}{dx}, \quad \psi_L = \frac{\sin \alpha x}{x}.$$

3.17. Знайти власні функції і власні значення таких операторів

а) $-i \frac{d}{dx}$, якщо $\psi(x) = \psi(x+a)$, a - стала;

б) $-i \frac{d^2}{dx^2}$, якщо $\Psi(0) = 0$ і $\Psi(l) = 0$.

3.18. Знайти власні функції і власні значення операторів:

а) $\frac{d}{dx}$ та $i \frac{d}{dx}$;

б) $(x + \frac{d}{dx})$;

в) $\frac{d^2}{dx^2} + \frac{2}{x} \cdot \frac{d}{dx}$;

г) $\frac{d}{d\varphi}$.

3.19. Знайти оператор, ермітовспряжений до оператора $\frac{\partial}{\partial x}$.

3.20. Довести такі теореми:

а) якщо оператори \hat{A} і \hat{B} мають спільні власні функції, то такі оператори комутують;

б) якщо оператори \hat{A} і \hat{B} комутують, то вони мають спільні власні функції (довести для випадку відсутності виродження).

в) якщо оператор \hat{A} ермітовий, то його власні значення дійсні.

3.21. Довести ермітовність оператора \hat{L}^2 , маючи на увазі, що оператори $\hat{L}_x, \hat{L}_y, \hat{L}_z$ — ермітові.

IV. БУДОВА БАГАТОЕЛЕКТРОННИХ АТОМІВ І МОЛЕКУЛ

Найважливіші поняття, закони і формули

Спектральні позначення термів: ${}^{\kappa}(L)_J$, де $\kappa = 2S + 1$ – мультиплетність, L, S, J – квантові числа орбітального, спінового і повного моментів,

$$L = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 \dots$$

$$(L) = S, P, D, F, G, H, I \dots$$

Терми атомів лужних металів:

$$T = R/(n + \alpha)^2,$$

де R – стала Рідберга, α – рідбергівська поправка, n – головне квантове число.

Механічний момент атома:

$$M_L = \eta (L(L + 1))^{1/2}, \text{ аналогічно } M_S \text{ і } M_J.$$

Правила Хунда:

1) найменшу енергію має терм з максимальним значенням S для даної електронної конфігурації із максимально можливим для цього $S_{\text{макс}}$ значенням L ;

2) для основного (нормального) терма $J = |L - S|$, якщо підоболонка заповнена менше ніж наполовину, і $J = L + S$ в інших випадках.

Розподіл Больцмана:

$$N_2/N_1 = g_2/g_1 \exp(-(E_2 - E_1)/(kT)),$$

де g_1 і g_2 – статистичні ваги (кратності виродження) відповідних рівнів.

Закон Мозлі для K_{α} - ліній:

$$\omega_{K\alpha} = 3/4 R(Z - \sigma)^2,$$

де σ – поправка, що для легких елементів рівна одиниці.

Магнітний момент атома і фактор (множник) Ланде:

$$\mu = g(J(J + 1))^{1/2} \mu_B, \quad g = 1 + (J(J + 1) + S(S + 1) - L(L + 1))/(2J(J + 1)),$$

де μ_B – магнетон Бора

Розщеплення спектральних ліній Зеемана у слабкому магнітному полі:

$$\Delta\omega = (m_1 g_1 - m_2 g_2) \mu_B B / \eta.$$

Для випромінювання вздовж поля зееманівські компоненти, зумовлені переходами $m_1 = m_2$, відсутні.

Енергія обертового руху двохатомної молекули:

$$E_J = \eta^2 J(J + 1) / (2I),$$

де I – момент інерції молекули.

Енергія коливного руху двохатомної молекули:

$$E_v = \eta \omega / (v + 1/2),$$

де ω – власна частота коливань молекули.

Середня енергія квантового гармонічного осцилятора при температурі T :

$$\langle E \rangle = \eta \omega / 2 + \eta \omega / (\exp(\eta \omega / (kT)) - 1).$$

Приклади розв'язування задач

Задача 1. Знайти поправку Рідберга для $3P$ -терма атома натрію, перший потенціал збудження якого 2.10 В , а енергія зв'язку валентного електрона в основному $3S$ -стані 5.14 еВ .

За означенням, терм T лужних металів

$$T = \frac{R}{(n + \alpha)^2},$$

де α – рідбергівська поправка. З іншого боку $3P$ -терм пов'язаний з першим потенціалом збудження ϕ і енергією зв'язку E_0 валентного електрона в основному $3S$ -стані так:

$$T = E_0 - e\phi.$$

Використовуючи ці два твердження, знайдемо

$$\alpha = \frac{R}{(E_0 - e\phi)^{1/2} - n}.$$

Підставляючи числові значення, одержимо

$$\alpha = \frac{6.6 \cdot 10^{-16} \text{ еВ} \cdot c \cdot 2.07 \cdot 10^{16} c}{(5.14 \text{ еВ} - 2.10 \text{ еВ})^{1/2} - 3} = -0.88.$$

Задача 2 Атом перебуває у стані з мультиплетністю, рівною трьом, і повним механічним моментом $-\hbar(20)^{1/2}$. Яким може бути квантове число L ?

Знаючи мультиплетність, знайдемо передусім спінове квантове число

$$\kappa = 2S + 1,$$

тут при

$$\kappa = 3 \text{ маємо } S = 1.$$

З повного механічного моменту знайдемо відповідне квантове число J

$$\begin{aligned} M_J &= \eta (J(J+1))^{1/2}, \\ \hbar (20)^{1/2} &= \eta (J(J+1))^{1/2}, \end{aligned}$$

тому

$$J = 4.$$

Згідно векторної моделі

$$\vec{L} = \vec{J} - \vec{S}.$$

Отже, тут можливі значення $L = |J - S|, \dots, J + S$, а саме 3, 4, 5.

Задача 3. Використовуючи правила Хунда, знайти основний терм атома, незаповнена підоболонка якого містить:

1) три d -електрони; 2) сім d -електронів.

1). Три електрони заповнюють p оболонку менше ніж до половини, отже

$$S = 1/2 + 1/2 + 1/2 = 3/2,$$

$$L = 2 + 1 + 0 = 3,$$

а отже,

$$J = L - S = 3 - 3/2 = 3/2.$$

А основний терм атома ${}^4F_{3/2}$.

а) Сім електронів заповнюють більше половини d оболонки, отже

$$S = 1/2 + 1/2 + 1/2 + 1/2 + 1/2 - 1/2 - 1/2 = 3/2,$$

$$L = 2 + 1 + 0 - 1 - 2 + 2 + 1 = 3,$$

а тому

$$J = L + S = 3 + 3/2 = 9/2.$$

Основний же терм атома ${}^4F_{9/2}$.

Задача 4. Визначити кутову швидкість обертання молекули S_2 , що перебуває на першому збудженому обертальному рівні, якщо відстань між її ядрами $d = 189$ пм.

Момент інерції двохатомної молекули

$$I = \frac{md^2}{4}.$$

Прирівнюючи квантовомеханічне і класичне визначення енергії обертального руху двохатомної молекули, запишемо

$$\frac{I\omega^2}{2} = \frac{\eta^2 J(J+1)}{2I}.$$

З наведених вище співвідношень

$$\omega = \frac{4\eta\sqrt{J(J+1)}}{md^2}.$$

Отже,

$$\omega = \frac{4 \cdot 1.054 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \cdot \sqrt{1(1+1)}}{2 \cdot 32.064 \cdot 1.660 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \cdot (1.89 \cdot 10^{-10} \text{ м})^2} = 1.57 \cdot 10^{11} \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

Задачі для самостійного розв'язання

4.1. Поправка Рідберга для основного $3S$ стану Na дорівнює $\sigma_{l=0} = -1.373$. Атом перебуває у збудженому $4P$ стані. Безпосередньому переходу $4P \rightarrow 3S$ відповідає лінія з довжиною хвилі $\lambda = 3303 \text{ \AA}$. Визначити, які ще лінії можуть виникати при переході атома зі збудженого стану $4P$ в основний стан $3S$.

4.2. Енергія зв'язку валентного електрона атома літію в станах $2S$ і $2P$ дорівнює відповідно 5.39 і 3.54 еВ. Обчислити рідбергівські поправки для S - і P -термів цього атома.

4.3. Знайти поправку Рідберга для $3P$ -терма атома натрію, перший потенціал збудження якого 2.10 В, а енергія зв'язку валентного електрона в основному $3S$ -стані 5.14 еВ.

4.4. Відомі три лінії спектру натрію з довжинами хвиль $\lambda_1 = 616.1$ нм, $\lambda_2 = 589.6$ нм, $\lambda_3 = 285.3$ нм. Визначити, які з них належать до головної серії, коли відомо, що переходові $4P \rightarrow 3S$ відповідає лінія з $\lambda = 330.3$ нм, а довжина хвилі межі головної серії дорівнює $\lambda_0 = 241.3$ нм.

4.5. Знайти енергію зв'язку валентного електрона в основному стані атома літію, якщо відомо, що довжина хвилі головної лінії

різкої серії $\lambda_1 = 813$ нм і довжина хвилі короткохвильової межі цієї серії $\lambda_2 = 350$ нм.

4.6. Визначити довжини хвиль спектральних ліній, які виникають при переході збуджених атомів літію зі стану $3S$ в основний стан $2S$. Поправки Рідберга для S - і P -термів рівні -0.41 і -0.04 .

4.7. Довжини хвиль компонент жовтого дублету резонансної лінії натрію, обумовлені переходом $3P \rightarrow 3S$, дорівнюють 589.00 і 589.56 нм. Знайти величину розщеплення $3P$ -терма в еВ.

4.8. Головна лінія різкої серії атомарного цезію є дублетом з довжинами хвиль 1358.8 і 1469.5 нм. Знайти інтервали в частотах між компонентами наступних ліній цієї серії.

4.9. Записати спектральне позначення термів атома водню, електрон якого перебуває у стані з головним квантовим числом $n=3$.

4.10. Оцінити величину розщеплення рівня $n = 2$ атома водню Бора, зумовлену спіно-орбітальною взаємодією.

4.11. Обчислити квантові дефекти s -, p - і d термів атома літію, якщо відомо, що енергія зв'язку валентного електрона в основному стані рівна 5.39 еВ, перший потенціал збудження 1.85 В, а довжина хвилі головної лінії дифузної серії 610 нм. Який із перерахованих термів найближчий до водневоподібного і чим це зумовлено?

4.12. Один електрон атома перебуває у стані P , а другий у стані F . Обчислити максимальне і мінімальне значення кута між їх моментами імпульсу.

4.13. Один атом перебуває у стані P , а другий у стані F . Кількість значень квантового числа L у першому випадку дорівнює 3 , у другому - 4 . Визначити значення спінового квантового числа S в обидвох станах.

4.14. Скільки і яких квантових чисел J може набувати атом у стані з квантовими числами S і L , рівними:

а) 2 і 3 ; б) 3 і 3 ; в) $5/2$ і 2 ?

4.15. Знайти можливі значення повних механічних моментів атомів, які перебувають у станах 4P і 5D .

4.16. Знайти максимальний повний механічний момент і спектральне позначення терма атома:

а) натрію, валентний електрон якого має головне квантове число $n = 4$;

б) з електронною конфігурацією $1s^2 2p 3d$.

4.17. Відомо, що у F - і D - станах кількість можливих значень квантового числа J однакове і рівне п'яти. Визначити спіновий механічний момент у цих станах.

4.18. Знайти можливі терми станів атома $-^3S, ^2P, ^5D$.

4.19. Визначити можливі мультиплетності термів (тобто значення $(2s+1)$) для атомів **Li**, **Be**, **B**, **C**, **N**.

4.20. Атом перебуває у стані з мультиплетністю рівною трьом і повним механічним моментом $-\hbar(20)^{1/2}$. Яким може бути квантове число L ?

4.21. Знайти можливі мультиплетності k термів:

а) kD_2 ; б) ${}^kP_{3/2}$; в) kF_1 .

4.22. Певний атом, крім заповнених оболонки, має три електрони (s , p і d) і перебуває у стані з максимально можливим для цієї конфігурації повним механічним моментом. Знайти у векторній моделі атома кут між спіновим і повним механічними моментами цього атома.

4.23. У наближенні $L-S$ – зв'язку знайти можливі значення термів для конфігурації при $npn'p$ при $n \neq n'$ і np^2 .

4.24. Виписати спектральні символи термів двохелектронної системи, яка складається з одного p -електрона і одного d -електрона.

4.25. Знайти основний терм атома марганцю **Mn**, який має електронну конфігурацію **Ar** + $3d^5 4s^2$.

4.26. Встановити, які з наведених нижче переходів заборонені правилами відбору: ${}^2D_{3/2} \rightarrow {}^2P_{1/2}$, ${}^3P_1 \rightarrow {}^2S_{1/2}$, ${}^3F_3 \rightarrow {}^3P_2$, ${}^4F_{7/2} \rightarrow {}^4D_{5/2}$.

4.27. Знайти кратність виродження станів 2P , 3D і 4F з максимально можливими значеннями повного механічного моменту.

4.28. Записати спектральне позначення терма, кратність виродження якого рівна сімом, а квантові числа L і S зв'язані співвідношенням $L = 3S$.

4.29. Визначити, які лінії виникають у магнітному полі при переходах ${}^1D \rightarrow {}^1P$ і ${}^1F \rightarrow {}^1D$.

4.30. Використовуючи правила Хунда, знайти основний терм атома, незаповнена підоболонка якого містить:

а) три d -електрони; б) сім d -електронів.

4.31. Користуючись правилами Хунда, знайти число електронів в єдиній незаповненій підоболонці атома, основний терм якого:

а) 3F_2 ; б) ${}^2P_{3/2}$; в) ${}^6S_{5/2}$.

4.32. Єдина незаповнена підоболонка певного атома містить три електрони, причому основний терм атома має $L = 3$. За допомогою правил Хунда знайти спектральний символ основного стану цього атома.

4.33. Спектральний прилад може розділити дві лінії, якщо відстань між ними у довжинах хвиль $\Delta\lambda = 0.05$ нм. Визначити величину магнітного поля B , необхідну для спостереження нормального ефекту Зеемана (вздовж поля), при дублетному розщепленні лінії з $\lambda = 600.0$ нм.

4.34. Атом алюмінію **Al** має основний стан ${}^2P_{1/2}$, атом іридію **Ir** – ${}^4F_{9/2}$. Визначити, на скільки ліній розщепиться пучок цих атомів у досліді Штерна і Герлаха.

4.35. У досліді Штерна і Герлаха пучок атомів ніобію в основному стані ${}^6D_{1/2}$ рухається у неоднорідному магнітному полі з градієнтом $\partial V/\partial z = 10^3$ Тл м⁻¹. Відомо: $l_1 = 5$ см, $l_2 = 20$ см, швидкість атомів $v = 3 \cdot 10^4$ см с⁻¹. Визначити відстань $2\Delta l$ між слідами пучка на екрані.

4.36. Швидкість електрона, що підлітає до антикатада рентгенівської трубки, $v = 10^{10}$ см с⁻¹. Визначити короткохвильову межу гальмівного рентгенівського випромінювання.

4.37. Обчислити поправку σ для таких ліній *K*-серії міді: $\lambda_{K\alpha} = 0.154$ нм, $\lambda_{K\beta} = 0.139$ нм, $\lambda_{K\gamma} = 0.137$ нм.

4.38. Енергії зв'язку електронів на *K*- і *L*- оболонках в атомі ртуті рівні відповідно 83.1 кеВ і 14.8 кеВ. Визначити довжину хвилі монохроматичного рентгенівського випромінювання, для якої кінетична енергія фотоелектрона, вивільненого з *K*-оболонки, у два рази менша від кінетичної енергії вивільненого Оже-електрона.

4.39. Потенціал збудження *K*-серії ртуті дорівнює 83.1кВ, а границя *L* - серії – відповідно $E_{L I} = 14.8$ кВ, $E_{L II} = 14.2$ кВ, $E_{L III} = 12.3$ кВ. Обчислити за цими даними довжини хвиль триплета K_{α} - лінії.

4.40. Обчислити за допомогою закону Мозлі:

- довжину хвилі K_{α} -лінії алюмінію і кобальту;
- різницю енергій зв'язку *K*- і *L*-електронів ванадію.

4.41. Знайти напругу на рентгенівській трубці з нікелевим антикатодом, якщо різниця довжин хвиль K_{α} - лінії і короткохвильової межі суцільного рентгенівського спектру дорівнює 84 пм.

4.42. Обчислити товщину алюмінієвої фольги, необхідної для поглинання рентгенівського випромінювання з довжиною хвилі $\lambda = 0.194$ нм⁰ у 40 разів, якщо відомо, що масовий коефіцієнт поглинання дорівнює у цьому разі $\mu = 9.4$ м² кг⁻¹. Визначити також лінійний і атомний коефіцієнти поглинання цих променів.

4.43. Масовий коефіцієнт поглинання заліза для випромінювання $\lambda = 0.0209$ нм⁰ такий: $\mu = 0.126$ м² кг⁻¹. Обчислити лінійні і атомні коефіцієнти поглинання і розсіювання цих променів.

4.44. Яка відносна частка атомів водню знаходиться у стані з головним квантовим числом $n = 2$ при температурі $T = 3000$ К?

4.45. Обчислити середній час життя збуджених атомів, якщо відомо, що інтенсивність спектральної лінії, зумовленої переходом в

основний стан, зменшується в $\eta = 25$ раз на відстані $l = 2.5$ мм вздовж пучка атомів, швидкість яких $v = 600$ м/с.

4.46. Атомарний літій з концентрацією $n = 3.6 \cdot 10^{16}$ см⁻³ перебуває при температурі $T = 1500$ К. При цьому потужність випромінювання резонансної лінії $\lambda = 671$ нм ($2P \rightarrow 2S$) в розрахунку на одиницю об'єму газу $P = 0.30$ Вт/см³. Знайти середній час життя атомів літію у стані резонансного збудження.

4.47. Довжина хвилі резонансної лінії ртуті $\lambda = 253.65$ нм. Середній час життя атомів ртуті у стані резонансного збудження $\tau = 0.15$ мкс. Оцінити відношення доплерівського розширення цієї лінії до її природньої ширини при температурі газу $T = 300$ К.

4.48. Визначити кутову швидкість обертання молекули S_2 , що перебуває на першому збудженому оберտальному рівні, якщо відстань між її ядрами $d = 189$ пм.

4.49. Показати, що інтервали частот між сусідніми спектральними лініями оберտального спектру двохатомної молекули мають однакову величину. Знайти момент інерції і відстань між ядрами молекули CH , якщо інтервали між сусідніми лініями оберտального спектру цих молекул $\Delta\omega = 5.47 \cdot 10^{12}$ рад/с.

4.50. Знайти для двохатомної молекули dN/dE (число оберտальних рівнів на одиничний інтервал енергії) як функції енергії оберտального руху E . Обчислити цю величину для молекули йоду у стані з обертальним квантовим числом $J = 10$. Відстань між ядрами цієї молекули дорівнює 267 пм.

4.51. Власна частота коливань молекули водню дорівнює $8.25 \cdot 10^{14}$ рад·с⁻¹, відстань між ядрами – 74 пм. Знайти відношення кількості цих молекул на першому збудженому коливному рівні ($n = 1$) до кількості молекул, що перебувають на першому збудженому обертальному рівні ($J = 1$) при температурі $T = 875$ К. Кратність виродження обертальних рівнів вважати рівною $2J + 1$.

4.52. Обчислити довжини хвиль червоного і фіолетового супутників, найближчих до незміщеної лінії коливного спектру комбінаційного розсіювання молекул F_2 , якщо довжина хвилі падаючого світла $\lambda_0 = 404.7$ нм і власна частота коливань молекули $\omega = 2.15 \cdot 10^{14}$ рад с⁻¹.

4.53. Розглянути можливі типи коливань таких лінійних молекул:

а) CO_2 (O - C - O); б) C_2H_2 (H - C - C - H).

V. ЗАГАЛЬНІ ВЛАСТИВОСТІ АТОМНИХ ЯДЕР

Найважливіші поняття, закони і формули

Радіус ядра:

$$R = R_0 A^{1/3},$$

де A – масове число ядра, $R_0 = 1.4$ Фм.

Енергія зв'язку ядра:

$$E_{зв} = 931.5 \{Zm_H + (A - Z)m_n - M\},$$

де Z – зарядове число ядра, A – масове число, m_H , m_n , M – маси атома водню, нейтрона і атома, що відповідає цьому ядру.

Для розрахунків зручніше використовувати формулу:

$$E_{зв} = 931.5 \{Z\Delta_H + \Delta_n - \Delta\},$$

де Δ_H , Δ_n , Δ – надлишок маси ($M - A$) атома водню, нейтрона і атома, що відповідає цьому ядру.

Напівемпірична формула Вейцекера для енергії зв'язку ядра, виражену у МеВ:

$$E_{зв} = 14 A - 13 A^{2/3} - 0.584 Z^2/A^{1/3} - 19.3(A - 2Z)^2/A + (33.5/A^{3/4})\delta$$

де $\delta = +1$, якщо ядра парно – парні; $\delta = -1$, якщо ядра непарно – непарні; $\delta = 0$ для всіх інших випадків.

Повний механічний момент атома:

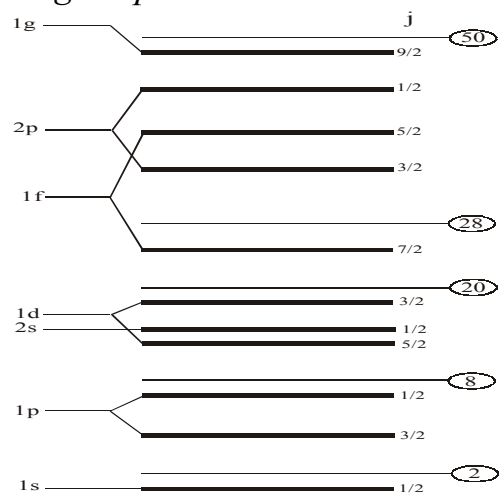
$$\mathbf{F} = \mathbf{J} + \mathbf{I}, F = J + I, J + I - 1, \dots, |J - I|,$$

де \mathbf{J} – механічний момент електронної оболонки атома, \mathbf{I} – механічний момент ядра (спін ядра).

Магнітний момент ядра (його максимальна проекція):

$$\mu = gI \mu_0,$$

де g – гіромагнітний множник, I – спін ядра, μ_0 – ядерний магнетон.



Модель ядерних оболонок. На рисунку j – квантове число повного момента нуклона, цифри всередині овалів – кількість нуклонів одного виду (протонів або нейтронів), що заповнюють усі рівні, розміщені нижче відповідної лінії, – межі оболонки. Заповнення рівнів протонами і нейтронами відбувається незалежно і відповідно до принципу Паулі.

Парність P частинки з орбітальним моментом l і внутрішньою парністю P_i визначається як $P = P_i(-1)^l$.

Парність системи n нуклонів з орбітальними моментами l_1, l_2, \dots, l_n :

$$P = (-1)^{l_1 + l_2 + \dots + l_n},$$

оскільки внутрішні парності нуклонів рівні $+1$.

Приклади розв'язування задач

Задача 1. Знайти енергію зв'язку нейтрона у ядрі ${}^{17}_8\text{O}$.

Оскільки енергія зв'язку складної системи визначається різницею мас складових частин системи і її маси у зв'язаному стані, то

$$\Delta E^{36} = 931.5 \left\{ \Delta_{8}^{16}\text{O} + \Delta_{0n} - \Delta_{8}^{17}\text{O} \right\}.$$

Підставивши значення надвишків мас, одержимо

$$\Delta E^{36} = 931.3 \frac{\text{MeV}}{\text{a.o.m.}} \{0.005085 + 0.008665 + 0.000867\} \text{a.o.m.} = 4.14 \text{MeV}.$$

Задача 2. У таблиці задачі 5.12 подані значення повної енергії зв'язку дзеркальних ядер. Припускаючи, що протони всередині ядра розміщені рівномірно, а ядерні сили між протонами і нейтронами не залежать від електричного заряду, обчислити радіуси атомних ядер. Приймаючи, що радіус ядра $R = R_0 A^{1/3}$, знайти методом найменших квадратів сталу R_0 .

Приймаючи, що різниця енергій зв'язку дзеркальних ядер обумовлена із кулонівським відштовхуванням, одержимо

$$\Delta E^{36} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3e^2}{5R} \{Z(Z+1) - Z(Z-1)\},$$

звідки знаходимо

$$R = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3e^2 2Z}{5 \Delta E^{36}}.$$

Підставивши значення сталих величин, одержимо

$$R = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{м}}{\Phi} \cdot 0,6 \cdot \frac{2 \cdot (1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл})^2 Z}{\Delta E^{36}} = 1,73 \left(\frac{Z}{\Delta E^{36}} \right) \text{MeV}.$$

Розрахуємо за цією формулою розміри для всіх тринадцяти пар ядер і апроксимуємо одержані значення функцією

$$R_i = R_0 A_i^{1/3}.$$

Для застосування методу найменших квадратів утворимо функцію

$$f(R_0) = \sum \left(R_i - R_0 A_i^{1/3} \right)^2$$

і мінімізуємо її за величиною R_0 . Внаслідок мінімізації одержимо

$$R_0 = \frac{\sum A_i^{1/3} R_i}{\sum A_i^{2/3}},$$

а підставивши значення R_i , знайдемо

$$R_0 = 1,44 \text{ Фм}.$$

Задача 3. За допомогою моделі ядерних оболонок визначити спін і парність основних станів ядер ^{13}C і ^{13}N .

1). Запишемо конфігурацію протонної і нейтронної оболонок ядра C
 $n : 1S_{1/2} - 2; 1P_{3/2} - 4; 1P_{1/2} - 1, \quad p : 1S_{1/2} - 2; 1P_{3/2} - 4.$

Спін цього ядра визначається спіном некомпенсованого нейтрона у стані $1P_{1/2}$. Тому $J = 1/2$. Парність станів ядра рівна

$$P = (-1)^{\sum l_i} = (-1)^1 = -1.$$

2). Запишемо конфігурацію протонної і нейтронної оболонок ядра N ,
 $n : 1S_{1/2} - 2; 1P_{3/2} - 4, \quad p : 1S_{1/2} - 2; 1P_{3/2} - 4; 1P_{1/2} - 1.$

Спін цього ядра визначається спіном некомпенсованого протона у стані $1P_{1/2}$. Тому $J = 1/2$. Парність станів ядра рівна

$$P = (-1)^{\sum l_i} = (-1)^1 = -1.$$

Задачі для самостійного розв'язання

5.1. Оцінити густину ядерної речовини, концентрацію нуклонів, а також об'ємну густину електричного заряду в ядрі.

5.2. У сучасній системі мас атомів за одиницю *a.o.m.* прийнято $1/12$ маси атома ^{12}C (замість старої одиниці маси *ME*, що рівна $1/16$ маси атома ^{16}O). Знайти зв'язок між одиницями *a.o.m.* і *ME*. Як змінились числові значення мас атомів при переході від старої одиниці маси до нової?

5.3. Знайти за допомогою табличних значень мас нуклідів:

- а) енергію зв'язку нейтрона, а також α -частинки в ядрі ^{21}Ne ;
- б) енергію поділу ядра ^{16}O на чотири однакові частинки.

5.4. Знайти енергію зв'язку нейтрона у ядрі $^{17}_8\text{O}$

5.5. Визначити питому енергію зв'язку для ядра $^{17}_8\text{O}$.

5.6. Знайти енергію збудження ядра ^{207}Pb , яке виникає при захопленні ядром ^{206}Pb нейтрона з нескінченно малою кінетичною енергією.

5.7. Знайти енергію, необхідну для поділу ядра $^{16}_8\text{O}$ на α -частинку, і ядро $^{12}_6\text{C}$, якщо відомо, що енергії зв'язку ядер ^{16}O ; ^{12}C ; ^4_2He дорівнюють відповідно 127.62 MeV; 92.16 MeV; 28.30 MeV.

5.8. Визначити енергію, що виділяється у процесі утворення двох α -частинок при синтезі ядер ^2_1H , ^6_3Li , якщо відомо, що енергії

зв'язку на один нуклон в ядрах ${}^2\text{H}$, ${}^4\text{He}$ і ${}^6\text{Li}$ дорівнюють відповідно 1.11; 7.08; 5.33 MeV.

5.9. Показати, що при рівномірному розподілі заряду по об'єму ядра енергія кулонівського відштовхування протонів $U_{\text{кул}} = (0.6 \cdot Z^2 \cdot e^2) / 4\pi\epsilon_0 R$, де Ze і R – заряд і радіус ядра.

5.10. Обчислити різницю енергій зв'язку дзеркальних ядер ${}^{33}_{16}\text{S}$ і ${}^{33}_{17}\text{Cl}$, якщо відомо, що маса ${}^{33}\text{S}$ менша від маси ${}^{33}\text{Cl}$ на 0.00599 а.о.м. Порівняти одержану величину з різницею енергій кулонівського відштовхування. Пояснити причину співпадання результатів.

5.11. Вважаючи, що різниця енергій зв'язку дзеркальних ядер ${}^{23}_{11}\text{Na}$ і ${}^{23}_{12}\text{Mg}$ визначається відмінністю лише енергій кулонівського відштовхування в цих ядрах, обчислити їх радіуси. Порівняти знайдений результат з одержаним за формулою для радіуса ядра.

5.12. У таблиці 5.12 подані значення повної енергії зв'язку дзеркальних ядер. Припускаючи, що протони всередині ядра розміщені рівномірно, а ядерні сили між протонами і нейтронами не залежать від електричного заряду, обчислити радіуси атомних ядер. Приймаючи, що радіус ядра $R = R_0 \cdot A^{1/3}$, знайти методом найменших квадратів сталу R_0 .

5.13. Два терми одного і того ж атома мають різні квантові числа j (j_1 і j_2). Яке квантове число (j чи J) можна знайти за кількістю компонент N надтонкого розщеплення кожного терма у тому випадку, коли кількості компонент обох термів:

- а) однакові ($N_1 = N_2$);
- б) різні ($N_1 \neq N_2$).

5.14. Відношення інтенсивностей компонент надтонкого розщеплення спектральних ліній ${}^2P_{1/2} \rightarrow {}^2S_{1/2}$ натрію рівне приблизно 10:6. Взявши до уваги, що надтонка структура обумовлена розщепленням терма ${}^2P_{1/2}$ (розщеплення терма ${}^2S_{1/2}$ нескінченно мале), знайти спін ядра ${}^{23}\text{Na}$.

5.15. Електронна оболонка атома створює на ядрі магнітне поле B_0 , напрям якого співпадає з напрямком механічного моменту електронної оболонки j . Додаткова енергія взаємодії магнітного моменту ядра з цим полем залежить від орієнтації механічних моментів J і j , яка визначається правилами просторового квантування. Виходячи з цих міркувань, показати, що інтервали між сусідніми підрівнями, які описуються квантовими числами $F, F+1, F+2, \dots$, відносяться, як $F+1: F+2: \dots$

Таблица 5.12.

		ΔE^{3B} (MeB)
${}^3_1\text{H}$	8.48212	0.76384
${}^3_2\text{He}$	7.71828	
${}^5_2\text{He}$	27.410	1.08
${}^5_3\text{Li}$	26.330	
${}^7_3\text{Li}$	39.2455	1.6423
${}^7_4\text{Be}$	37.6012	
${}^{11}_5\text{B}$	76.2067	2.7649
${}^{11}_6\text{C}$	73.4418	
${}^{13}_6\text{C}$	97.1099	3.003
${}^{13}_7\text{N}$	94.1069	
${}^{15}_7\text{N}$	115.1939	3.5417
${}^{15}_8\text{O}$	111.9522	
${}^{17}_8\text{O}$	131.7635	3.5425
${}^{17}_9\text{F}$	128.221	
${}^{19}_9\text{F}$	147.8029	4.0206
${}^{19}_{10}\text{Ne}$	143.7823	
${}^{21}_{10}\text{Ne}$	167.4073	4.3293
${}^{21}_{11}\text{Na}$	163.078	
${}^{23}_{11}\text{Na}$	186.566	4.8387
${}^{23}_{12}\text{Mg}$	181.7273	
${}^{25}_{12}\text{Mg}$	205.5893	5.0623
${}^{25}_{13}\text{Al}$	200.527	
${}^{27}_{13}\text{Al}$	224.9534	5.5922
${}^{27}_{14}\text{Si}$	219.3612	
${}^{29}_{14}\text{Si}$	245.0121	5.7261
${}^{29}_{15}\text{P}$	239.286	

5.16. Терм ${}^2D_{3/2}$ атома ${}^{209}\text{Bi}$ має чотири компоненти надтонкого розщеплення, причому відношення інтервалів між сусідніми компонентами дорівнює 4:5:6. Знайти за допомогою правила інтервалів спіну ядра, а також кількість компонент надтонкого розщеплення лінії ${}^2S_{1/2} \rightarrow {}^2D_{3/2}$.

5.17. Скільки компонент надтонкої структури мають основні терми таких атомів: ${}^3\text{H}$ (${}^2S_{1/2}$); ${}^6\text{Li}$ (${}^2S_{1/2}$); ${}^9\text{Be}$ (1S_0); ${}^{15}\text{N}$ (${}^4S_{3/2}$) і ${}^{35}\text{Cl}$ (${}^2P_{1/2}$). У дужках вказано основний терм електронної оболонки атома.

5.18. Визначити спін ядра ${}^{59}\text{Co}$, основний терм атома якого ${}^4F_{9/2}$ містить вісім компонент надтонкого розщеплення.

5.19. Знайти кількість компонент надтонкого розщеплення спектральних ліній ${}^2P_{1/2} \rightarrow {}^2S_{1/2}$ і ${}^2P_{3/2} \rightarrow {}^2S_{1/2}$ для атомів ${}^{39}\text{K}$. Спін ядра вважається відомим ($J = 3/2$).

5.20. З допомогою моделі ядерних оболонок написати конфігурації основних станів ядер ${}^7\text{Li}$, ${}^{13}\text{C}$, ${}^{25}\text{Mg}$.

5.21. Визначити з допомогою моделі ядерних оболонок спін і парність основних станів ядер ${}^{13}\text{C}$ і ${}^{13}\text{N}$.

5.22. Знайти з допомогою моделі ядерних оболонок спін і парність основного стану таких ядер а) ${}^3\text{H}$; б) ${}^3\text{He}$; в) ${}^{15}\text{N}$ і ${}^{15}\text{O}$.

5.23. Визначити з допомогою моделі ядерних оболонок спіни і парності основних станів ядер ${}^{17}\text{O}$, ${}^{29}\text{Si}$, ${}^{29}\text{K}$, ${}^{45}\text{Sc}$, ${}^{63}\text{Cu}$.

VI. РАДІОАКТИВНІ ПЕРЕТВОРЕННЯ

Найважливіші поняття, закони і формули

Основний закон радіоактивного розпаду:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \quad \lambda = 1/\tau = \ln 2/T.$$

де λ - стала розпаду, τ - середній час життя радіоактивного ядра, T - його період піврозпаду.

Закон радіоактивного розпаду для двох послідовних розпадів:

$$N = N_1(0) \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}),$$

де $N_1(0)$ - кількість препарату 1 в початковий момент часу, λ_1 і λ_2 - сталі розпаду препаратів 1 і 2.

Активність радіоактивного препарату:

$$a = \partial N / \partial t = \lambda N = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = a_0 e^{-\lambda t},$$

де a_0 - початкова активність.

Приклади розв'язування задач

Задача 1. Визначити вік t давніх дерев'яних предметів, в яких питома активність (активність одиниці маси) ^{44}C становить $3/5$ питомої активності цього ж нукліда для щойно зрубаних дерев ($T=5570$ р).

Залежність активності від часу визначається виразом

$$a = a_0 e^{-\lambda t} = a_0 e^{-\frac{t \ln 2}{T_{1/2}}},$$

звідки

$$t = T_{1/2} \frac{\ln \frac{a}{a_0}}{\ln 2}.$$

Підставивши числові дані, одержимо

$$t = 5570 \left(\frac{\ln 0.6}{\ln 2} \right) = 4.1 \cdot 10^3 \text{ років}.$$

Задача 2. Радіоізоотоп A_1 зі сталою розпаду λ_1 перетворюється у радіоізоотоп A_2 з λ_2 . Вважаючи, що в початковий момент часу препарат містив лише ядро ізотопа A_1 , знайти, через який час активність препарату A_2 буде максимальною.

Активність радіоізотопа A_2 буде максимальною у тому випадку, коли буде максимальною кількість його ядер. Максимальну ж кількість радіоізопа A_2 можна знайти, прирівнявши до нуля похідну за часом від виразу для закону радіоактивного розпаду

$$N_2(t) = N_1(0) \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}).$$

Тоді

$$t = \frac{\ln\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)}{\lambda_1 - \lambda_2}.$$

Задача 3. Розпад ядер ^{210}Po відбувається з основного стану і супроводжується випромінюванням двох груп α -частинок: основної, з енергією 5.30 MeV, і слабкої (за інтенсивністю), з енергією 4.50 MeV. Знайти енергію α -розпаду цих ядер і енергію γ -квантів, що випромінюються дочірними ядрами.

Оскільки до випромінювання α -частинки материнське ядро перебувало у стані спокою, то α -частинка і дочірнє ядро набувають однакових за модулем імпульсів. Тобто

$$p_\alpha = p_N, \text{ або } \sqrt{2m_\alpha T_\alpha} = \sqrt{2M_N T_N}.$$

Звідси знаходимо кінетичну енергію віддачі дочірного ядра і, підставивши її у вираз для енергії, що виділилась при α -розпаді, одержимо

$$Q = T_\alpha + T_N = T_\alpha \left(1 + \frac{m_\alpha}{M_N}\right),$$

а підставивши числові дані, знайдемо

$$Q_1 = 5.30 \text{ MeV} \left(1 + \frac{4a.o.m.}{210a.o.m.}\right) = 5.40 \text{ MeV}.$$

$$Q_2 = 4.50 \text{ MeV} \left(1 + \frac{4a.o.m.}{210a.o.m.}\right) = 4.58 \text{ MeV}.$$

$$E_\gamma = Q_1 - Q_2 = 0.82 \text{ MeV}.$$

Задача 4. Вільне ядро ^{191}Ir з енергією збудження $E = 129$ кеВ перейшло в основний стан, випромінивши γ -квант. Знайти відносну зміну енергії γ -кванта, що виникає внаслідок віддачі ядра.

Оскільки енергія віддачі ядра внаслідок γ -випромінювання

$$\Delta E = \frac{(\eta\omega_0)^2}{2Mc^2},$$

то відносна зміна енергії γ -кванта становитиме

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{\eta\omega_0}{2Mc^2}.$$

Підставивши числові дані, знаходимо

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{129 \cdot 10^{-3} \text{ MeV}}{2 \cdot 191 \cdot 931 \text{ MeV}} = 3.6 \cdot 10^{-7}.$$

Задачі для самостійного розв'язання

6.1. Знайти ймовірність розпаду радіоактивного ядра за проміжок часу t , якщо стала розпаду λ відома.

6.2. Яка частка початкової кількості ядер ^{90}Sr :

- а) залишиться через 10 і 100 років;
 б) розпадеться за 1 добу; 15 років.

6.3. Свіжоприготовлений препарат містить 1.4 мкг радіоактивного ^{24}Na . Якою буде його активність через добу? ($T = 15$ год).

6.4. Обчислити сталу розпаду, середній час життя і період піврозпаду радіоактивного нукліда, активність якого зменшується в 1.07 раз за 100 днів.

6.5. Визначити вік t давніх дерев'яних предметів, в яких питома активність (активність одиниці маси) ^{44}C становить $3/5$ питомої активності цього ж нукліда для щойно зрубаних дерев ($T = 5570$ р).

6.6. Визначити масу свинцю, що утворюється із 1.0 кг ^{238}U за період, який дорівнює віку кори Землі ($2.5 \cdot 10^9$ років).

6.7. Визначити і проаналізувати період (T) радіоактивних елементів, ґрунтуючись на результатах таких вимірювань

t , (год)	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4	6	8	10	12
dN/dt , (хв $^{-1}$)	2345	1195	654	390	263	197	165	144	130	98	78	61	48

Вказівка. Побудувати графік, відклавши по осі абсцис час, а по осі ординат – натуральний логарифм кількості імпульсів від лічильника за 1 хв.

6.8. В наш час у природному урані міститься $K_8 = 99.28\%$ ^{238}U і $K_5 = 0.72\%$ ^{235}U . Яке співвідношення між ^{235}U і ^{238}U було в момент утворення Землі, якщо вік Землі дорівнює $4 \cdot 10^9$ років? ($T_8 = 4.51 \cdot 10^9$ років, $T_5 = 0.713 \cdot 10^9$ років).

6.9. ^{234}U (або UII) є продуктом розпаду основного ізотопу ^{238}U (або UI). Знайти період піврозпаду ^{234}U , якщо його вміст у природньому урані 0.0055%. Період піврозпаду ^{238}U $T_8 = 4.51 \cdot 10^9$ років.

6.10. Підрахунок сцинтиляцій показує, що внаслідок розпаду 1г UI виділяється приблизно $1.21 \cdot 10^4$ α -частинок за 1с. Знайти сталу розпаду UI. (UI- ^{238}U).

6.11. Якісно пояснити, чому відсутня нейтронна радіоактивність, практично не спостерігається протонна радіоактивність і разом з тим існує α -радіоактивність.

6.12. Радіоізопад A_1 зі сталою розпаду λ_1 перетворюється у радіоізопад A_2 з λ_2 . Вважаючи, що у початковий момент часу препарат містив лише ядро ізотопу A_1 , знайти, через який час активність препарату A_2 буде максимальною.

6.13. При радіоактивному розпаді ядер нукліда A_1 утворився радіонуклід A_2 , їх сталі розпаду λ_1 і λ_2 . Вважаючи, що в початковий момент часу препарат містив лише ядра нукліда A_1 в кількості $N_1(0)$.

Визначити :

- кількість ядер A_2 через проміжок часу t ;
- проміжок часу, через який кількість ядер A_2 досягне максимуму;
- в якому випадку може виникнути стан перехідної рівноваги, при якій відношення кількості обох нуклідів буде залишатись сталим. Чому рівне це відношення?

6.14. ^{226}Ra є продуктом розпаду ^{238}U і міститься в ньому у кількості один атом на $2.80 \cdot 10^6$ атомів урану. Знайти період піврозпаду ^{238}U , якщо відомо, що він значно більший від періоду піврозпаду ^{226}Ra , який рівний 1620 років.

6.15. Радіонуклід ^{118}Cd зазнає послідовних перетворень

$$^{118}\text{Cd} \xrightarrow{30 \text{ хв}} ^{118}\text{Jn} \xrightarrow{4.5 \text{ хв}} ^{118}\text{Sn} \text{ (стабільний)}$$

(під стрілками вказано відповідні періоди піврозпаду). Вважаючи, що в момент $t = 0$ препарат містить лише Cd , знайти:

- яка частка ядер перетвориться у стабільні ядра через 60 хв. ;
- у скільки разів зменшиться активність препарату через 60 хв.

6.16. Ядро ^{213}Po , що перебуває в стані спокою, випромінювало α -частинку з кінетичною енергією $T_\alpha = 8.34 \text{ MeV}$. При цьому дочірнє ядро утворилося безпосередньо в основному стані. Знайти:

- повну енергію, що виділилася у цьому процесі;
- яку частину цієї енергії становить кінетична енергія дочірнього ядра?
- яка швидкість віддачі дочірнього ядра?

6.17. Препарат радію масою 1г. поміщений в оболонку, непроникну для α -частинок. Яка кількість теплоти Q виділиться у препараті і оболонці за 1год? Врахувати віддачу ядра.

6.18. Ядра ^{210}Po випромінюють α -частинки з кінетичною енергією $T = 5.30 \text{ MeV}$, причому практично всі дочірні ядра утворюються в основному стані:

- знайти кількість тепла, що виділяє 10 мг препарату ^{210}Po за період, рівний середньому часу життя;
- знайти початкову активність препарату ^{210}Po , якщо за час, рівний періоду піврозпаду, препарат виділив 2.2 кДж тепла.

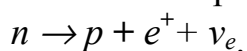
6.19. Розпад ядер ^{210}Po відбувається з основного стану і супроводжується випромінюванням двох груп α -частинок:

основної з енергією 5.30 MeV, і слабкої (за інтенсивністю), з енергією 4.50 MeV. Знайти енергію α -розпаду цих ядер і енергію γ -квантів, що випромінюються дочірніми ядрами.

6.20. Розпад ядер ^{226}Th відбувається з основного стану і супроводжується випромінюванням α -частинок з енергією 6.33; 6.23; 6.10; 6.03 MeV. Розрахувати і побудувати схему дочірнього ядра.

6.21. При розпаді ядер ^{210}Po випромінюються чотири групи α -частинок: основної з енергією 8.780 MeV і довгопробіжних з енергіями 9.492; 10.422; 10.543 MeV. Розрахувати і побудувати схему рівнів ядра ^{210}Po , якщо відомо, що дочірні ядра у всіх випадках виникають безпосередньо в основному стані.

6.22. Обчислити сумарну кінетичну енергію частинок, що виникають при розпаді нейтрона, який перебуває у стані спокою.



6.23. Знаючи масу дочірнього нукліда і енергію β -розпаду Q , знайти масу нукліда:

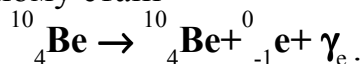
а) ^6He при β^- -розпаді $Q = 3.50$ MeV;

б) ^{22}Na при β^+ -розпаді $Q = 1.83$ MeV.

6.24. Ядро ^{32}P розпадається шляхом β -розпаду, внаслідок чого дочірнє ядро утворюється безпосередньо в основному стані. Знайти максимальну кінетичну енергію β -частинок і відповідну кінетичну енергію дочірнього ядра.

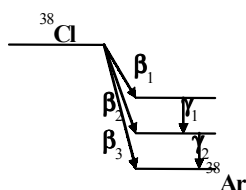
6.25. Як визначити енергії, що виділяються при β^- -розпаді, β^+ -розпаді і K -захопленні, якщо відомі маси материнського і дочірнього атомів та маса електрона?

6.26. Обчислити максимальне значення імпульсу електронів, що випромінюються ядрами ^{10}Be , якщо дочірні ядра утворюються безпосередньо в основному стані



6.27. Обчислити енергію γ -квантів, що супроводжують β -розпад ядер ^{28}Al ($E_{\beta}^{\text{Al}} = 2.86$ MeV).

6.28. Визначити кількість γ -квантів на один β -розпад ядер ^{38}Cl (рис.), якщо відносна кількість β -розпадів із заданим парціальним спектром β -частинок рівна: 31 % (β_1), 16 % (β_2), 53 % (β_3).

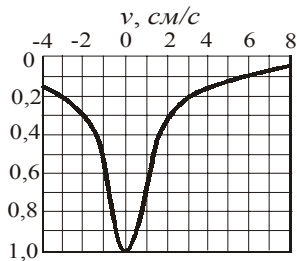


6.29. Вільне ядро ^{191}Ir з енергією збудження $E = 129$ кеВ перейшло в основний стан, випромінивши γ -квант. Знайти відносну зміну енергії цього γ -кванта, що виникає внаслідок віддачі ядра.

6.30. Вільне ядро ^{119}Sn з енергією збудження $E = 23.8$ КеВ переходить в основний стан, випромінивши γ -квант з шириною рівня $\Gamma = 2.4 \cdot 10^{-8}$ еВ. Чи можливе резонансне поглинання такого γ -кванта іншим вільним ядром ^{119}Sn , що перебуває в основному стані, якщо початково обидва ядра перебували у стані спокою?

6.31. З якою швидкістю повинні рухатися назустріч один одному ядро і поглинач, що складається з вільних ядер ^{191}Ir , щоб спостерігалось максимальне поглинання γ -квантів з енергією 129 кеВ.

6.32 На рисунку показано залежність поглинання γ -лінії Месбауера з енергією 129 кеВ від відносної швидкості джерела і поглинача (^{191}Ir). Взавши до уваги, що випромінювання цієї лінії пов'язане з переходом збуджених ядер безпосередньо в основний стан, знайти ширину і час життя відповідного збудженого рівня.



6.33. Ефект Месбауера полягає в тому, що в кристалах можуть відбуватися процеси випромінювання і поглинання γ -квантів без віддачі ядер. У цьому випадку закон збереження імпульсу виконується за рахунок передачі імпульсу всьому кристалові. Тому процеси випромінювання і поглинання γ -квантів внаслідок дуже великої маси кристала відбуваються з нескінченно малою втратою енергії. Лінії випромінювання і поглинання без віддачі мають природну ширину.

Кристал ^{191}Ir випромінює γ -кванти з енергією 129 кеВ. Лінія Месбауера випромінювання і поглинання γ -квантів має ширину $\Gamma = 4.6 \cdot 10^{-6}$ еВ. Покладаючи, що кристал, який випромінює γ -кванти, рухається зі швидкістю v , а кристал, що поглинає, перебуває у стані спокою, обчислити найменшу швидкість джерела, яку може зареєструвати доплерівське зміщення γ -квантів. Припустити, що можна впевнено зареєструвати доплерівське зміщення частоти γ -квантів рухомого джерела, що дорівнює $1/6$ ширині лінії.

VII. ЯДЕРНІ РЕАКЦІЇ

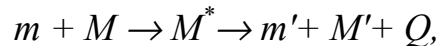
Найважливіші поняття, закони і формули

Енергія ядерної реакції:

$$Q = 931.5(\Sigma M_1 - \Sigma M_2),$$

де ΣM_1 – сума мас частинок до реакції, а ΣM_2 – сума мас частинок після реакції, визначених в а.о.м.

Енергетична схема ядерної реакції, що протікає з утворенням проміжного ядра M^ :*



тут $m+M$ і $m' + M'$ – суми мас частинок до і після реакції, Q – енергія реакції.

Порогова кінетична енергія частинки, що налітає в L – системі, при якій стає можливою ендоенергетична реакція:

$$T_{\text{пор}} = ((m+M)/M)Q,$$

де m і M – маса налітаючої частинки і ядра мішені, Q – енергія реакції.

Формула Брейта-Вігнера для ізольованого рівня – переріз утворення проміжного ядра на теплових нейтронах:

$$\sigma_a = \pi \lambda^2 g \frac{\Gamma \Gamma_n}{(T - T_0)^2 + (\Gamma/2)^2}, \quad g = \frac{2J+1}{2(2I+1)},$$

де λ і T – довжина хвилі і кінетична енергія нейтрона, що налітає; T_0 – кінетична енергія нейтрона, яка відповідає рівневі проміжного ядра, що розглядається; g – статистичний фактор; I – спін ядра-мішені; J – спін рівня проміжного ядра, що розглядається; Γ і Γ_n – повна і нейтронна ширина рівня. Ширина Γ_n залежить від довжини хвилі нейтрона, що налітає:

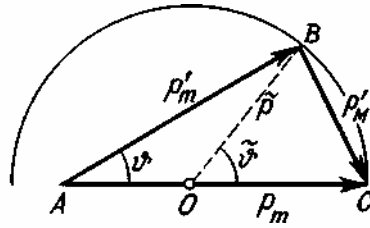
$$\lambda \Gamma_n = \lambda_0 \Gamma_{n0},$$

де λ і Γ_{n0} – довжина хвилі нейтрона і нейтронна ширина рівня при $T = T_0$.

Приклади розв'язування задач

Задача 1. Яку частку кінетичної енергії втрачає нерелятивістська α -частинка при пружному розсіюванні під кутом 60° (у системі центра мас) на ядрі ${}^12_6\text{C}$, що перебуває у стані спокою?

З рисунка видно, що зміна імпульсу в системі центра мас буде



$$\Delta p^s = 2p_1^s \sin \frac{\theta}{2}$$

З того ж рисунка видно, що величина $\frac{(\Delta p^s)^2}{2M_A}$ рівна енергії другої частки відносно лабораторної системи відліку. Тому

$$E'_A = \frac{2(p_1^s)^2}{M_A} \sin^2 \frac{\theta}{2}.$$

Зв'язок імпульсу p_1 , виміряним у лабораторній системі відліку, з імпульсом, пов'язаним із системою центра мас p_1^s задається виразом

$$p_1^s = \frac{M_A}{m_\alpha + M_A} p_1.$$

Тоді втрата енергії α -частинки буде

$$\Delta T = \Delta E'_A = T_0 \frac{4M_A m_\alpha}{(M_A + m_\alpha)^2} \sin^2 \frac{\theta}{2},$$

а відносна зміна енергії рівна

$$\frac{\Delta T}{T_0} = \frac{4M_A m_\alpha}{(M_A + m_\alpha)^2} \sin^2 \frac{\theta}{2}.$$

Підставивши числові дані, одержимо

$$\frac{\Delta T}{T_0} = \frac{4 \cdot 4 a.o.m. \cdot 12 a.o.m.}{(4 a.o.m. + 12 a.o.m.)^2} \sin^2 \frac{60^\circ}{2} \approx 0.19.$$

Задача 2. Знайти енергію реакції ${}^7\text{Li} (p, \alpha) {}^4\text{He}$, якщо відомо, що середня енергія зв'язку на 1 нуклон в ядрах ${}^7\text{Li}$, ${}^4\text{He}$ дорівнює відповідно 5.60 і 7.06 MeV.

Енергія реакції визначається співвідношенням

$$Q = 931.5 \{ (M_B + m_n) - (M_{Li} + M_{He}) \}.$$

Щоб визначити кінетичні енергії продуктів реакції, використаємо релятивістську форму закону збереження енергії

$$\sum T + Q = \sum T',$$

і оскільки нейтрон повільний, а ядро бора нерухоме, то $\sum T = 0$. Тоді

$$T'_{Li} + T'_{He} = Q.$$

Щоб знайти розподіл енергії між продуктами реакції, застосуємо закон збереження імпульсу, приймаючи імпульс частинок до реакції рівним нулю. Тому

$$|p'_{Li}| = |p'_{He}|$$

або

$$M_{Li} T_{Li} = M_{He} T_{He}.$$

Тому

$$T'_{Li} = Q \frac{M_{He}}{M_{Li} + M_{He}}, \text{ а } T'_{He} = Q \frac{M_{Li}}{M_{Li} + M_{He}}.$$

Підставивши числові дані, знаходимо

$$T'_{Li} = 2.80 \text{ MeV} \frac{4 \text{ a.o.m.}}{4 \text{ a.o.m.} + 7 \text{ a.o.m.}} = 1.02 \text{ MeV},$$

$$T'_{He} = 2.80 \text{ MeV} \frac{7 \text{ a.o.m.}}{4 \text{ a.o.m.} + 7 \text{ a.o.m.}} = 1.78 \text{ MeV}.$$

Задача 3. Оцінити мінімальну кінетичну енергію α -частинки, що налітає, необхідну для її проходження вище від кулонівського потенціального бар'єра ядра ${}^7\text{Li}$. Чи зумовить α -частинка такої енергії реакцію ${}^7\text{Li} (\alpha, n) {}^{10}\text{B}$?

Мінімальну кінетичну енергію, яку повинна мати α -частинка, щоб подолати потенціальний бар'єр, знайдемо з умови

$$T_{\min} = U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Z_{Li} e^2}{R_0 \left(A_1^{1/3} + A_2^{1/3} \right)}.$$

Порогову ж енергію реакції знайдемо зі співвідношення

$$T_{\text{пор}} = 931.5 \frac{M_{Li}}{M_{Li} + m_\alpha} \{m_\alpha + M_{Li} - M_B - m_n\}.$$

Підставивши числові дані, одержимо

$$T_{\min} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{м}}{\Phi} \frac{2 \cdot 3 \cdot (1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл})^2}{1.4 \cdot 10^{-15} \text{ м} \left(4^{1/3} + 7^{1/3} \right)} = 1.8 \cdot 10^4 \text{ eV}.$$

$$T_{\text{пор}} = 931.5 \frac{\text{MeV}}{\text{a.o.m.}} \frac{7 \text{ a.o.m.}}{4 \text{ a.o.m.} + 7 \text{ a.o.m.}}.$$

$$\{4.002604 + 7.016931 - 10.012939 - 1.008665\} \text{ a.o.m.} = 1.2 \text{ MeV}.$$

Задачі для самостійного розв'язання

7.1. Для ядерної реакції $a + A \rightarrow B + b$ обчислити поріг реакції T_{\min} . Спростити одержану формулу для випадку, коли енергія реакції $Q \ll m_a + M_a$. Маси ядер і частинок m_a, m_A, m_b, m_B . Припустити, що ядро A перебуває у стані спокою.

7.2. α -частинка з кінетичною енергією $T_0 = 1.0 \text{ MeV}$ пружно розсіялась на ядрі ${}^6\text{Li}$, що перебувало у стані спокою. Знайти кінетичну енергію віддачі ядра, яке відлетіло під кутом $\theta = 30^\circ$ до початкового напрямку руху α -частинки.

7.3. Нерелятивістський дейтрон зазнав пружного розсіювання на ядрі, що перебувало у стані спокою, і відлетів під кутом 30° . Під таким самим кутом до напрямку руху дейтрона, що налітав, відлетіло і ядро віддачі. Якому атому належить це ядро?

7.4. Яку частку кінетичної енергії втрачає нерелятивістська α -частинка при пружному розсіюванні під кутом 60° (в системі центра мас) на ядрі ^{12}C , що перебуває у стані спокою?

7.5. Протон з кінетичною енергією 0.9 MeV зазнав лобового удару з дейтроном, що перебував у стані спокою. Вважаючи зіткнення пружним, знайти кінетичну енергію протона після зіткнення.

7.6. Нерелятивістський нейтрон був пружно розсіяний під кутом θ_n на ядрі ^4He , що перебувало у стані спокою, внаслідок чого ядро ^4He відлетіло під кутом 60° відносно напрямку руху нейтрона, що налетів. Знайти кут θ_n .

7.7. Знайти енергію реакції $^{10}\text{B} (n, \alpha), ^7\text{Li}$, що відбувається внаслідок взаємодії дуже повільних нейтронів з ядрами бору, які перебувають у стані спокою. Знайти також кінетичні енергії продуктів реакції.

7.8. Знайти енергію реакції $^7\text{Li} (p, \alpha) ^4\text{He}$, якщо відомо, що середня енергія зв'язку на 1 нуклон в ядрах ^7Li , ^4He дорівнює відповідно 5.60 і 7.06 MeV.

7.9. Знайти енергії таких реакцій:

- а) $^3\text{H} (p, \gamma) ^4\text{He}$; б) $^{14}\text{N} (\alpha, d) ^{16}\text{O}$;
в) $^{12}\text{C} (\alpha, d) ^{14}\text{N}$; г) $^6\text{Li} (d, n\alpha) ^3\text{He}$.

7.10 Внаслідок бомбардування літію протонами з енергією 1 MeV утворились дві α -частинки. Знайти їхню швидкість для випадку, коли напрями їх вильоту утворюють однакові кути з напрямом польоту протона.

7.11. Знайти поріг ядерної реакції $^{12}\text{C} (d, n) ^{13}\text{N}$.

7.12. Одержати формулу $T_{\text{пор}} = Q(m+M)/M$, де m і M – маси частинки, що налітає, і ядра-мішені.

7.13. Обчислити порогову енергію α -частинок і нейтронів у таких реакціях:

- а) $\alpha + ^7\text{Li} \rightarrow ^{10}\text{B} + n$; б) $\alpha + ^{12}\text{C} \rightarrow ^{14}\text{N} + d$;
в) $n + ^{12}\text{C} \rightarrow ^9\text{Be} + \alpha$; г) $n + ^{17}\text{O} \rightarrow ^{14}\text{C} + \alpha$.

7.14. Обчислити порогову кінетичну енергію частинки, що налітає в реакції $^1\text{p} + ^3\text{H} \rightarrow ^3\text{He} + ^1\text{n}$, якщо частинкою, яка налітає, є: а) протон; б) ядро тритію.

7.15. Знайти кінетичну енергію ядер ^7Be і ^{15}O , що виникають у реакціях:

- а) $\text{p} + ^7\text{Li} \rightarrow ^7\text{Be} + n, Q=-1.65 \text{ MeV}$;
б) $n + ^{19}\text{F} \rightarrow ^{15}\text{O} + \text{p} + 4n, Q=-35.8 \text{ MeV}$.

при пороговому значенні енергії протона і нейтрона.

7.16. Оцінити мінімальну кінетичну енергію α -частинки, що налітає, необхідну для її проходження вище від кулонівського

бар'єра ядра ${}^7\text{Li}$. Чи збудить α - частинка такої енергії реакцію ${}^7\text{Li} (\alpha, n) {}^{10}\text{B}$?

7.17. Знайти кінетичні енергії нейтронів, при яких перерізи взаємодії з ядрами ${}^{16}\text{O}$ максимальні, якщо нижні рівні проміжного ядра відповідають енергіям збудження 0.87; 3.00; 3.80; 4.54; 5.07; 5.36 MeV.

7.18. При бомбардуванні вуглецевої мішені дейтронами збуджується ядерна реакція ${}^{13}\text{C}(d, n){}^{14}\text{N}$, вихід якої максимальний для таких значень кінетичної енергії дейтрона: 0.60; 0.90; 1.55; 1.80 MeV. Знайти відповідні рівні проміжного ядра, через які йде ця реакція.

7.19. Виразити переріз реакції $A(a, b)B$, знаючи переріз утворення проміжного ядра σ_{ac} і ширину його рівня, через який вона відбувається Γ і Γ_e (Γ – повна ширина рівня; Γ_e – парціальна ширина рівня, що відповідає випромінюванню частинки b).

7.20 При опроміненні дейтронами з енергією 1 MeV тонкої мішені з важкого елемента вихід і переріз реакції ${}^2\text{H}(d, n){}^3\text{He}$ дорівнюють відповідно $0.8 \cdot 10^{-5}$. Визначити переріз даної реакції для кінетичної енергії дейтронів 2 MeV, якщо вихід при цій енергії дейтронів рівний $4 \cdot 10^{-5}$.

7.21. Вихід реакції (γ, n) при опроміненні мідної пластинки товщиною $d = 1.0$ мм γ -квантами з енергією 17 MeV становить $W = 4.2 \cdot 10^{-4}$. Знайти переріз цієї реакції.

7.22. Через камеру, в якій знаходиться газоподібний азот при нормальних умовах, проходить вузький пучок моноенергетичних нейтронів (0.025 eV). Потік нейтронів рівний $2.0 \cdot 10^8$ с $^{-4}$. Знайти переріз реакції (n, p) , якщо відомо, що за час 5.0 мс на 1.0 см довжини пучка виникає 95 протонів.

7.23. Параметром зіткнення ξ нейтрона з ядром сповільнювача називають величину $\ln(E_1/E_2)$, де E_1 – енергія нейтрона до зіткнення, а E_2 – після зіткнення. Знайти вираз для параметра ξ .

7.24. За яку середню кількість співударів нейтрон зменшить свою кінетичну енергію від 2 MeV до 0.025 eV? Як сповільнювач використовують вуглець, водень, берилій.

7.25. Для сповільнення нейтронів використовується речовина з масовим числом A . Якою буде максимальна і середня втрати енергії нейтрона при одному пружному зіткненні?

VIII. ФІЗИКА ЕЛЕМЕНТАРНИХ ЧАСТИНОК

Найважливіші поняття, закони і формули

Повна енергія релятивістської частинки:

$$E = T + mc^2,$$

тут T – кінетична енергія частинки.

Імпульс релятивістської частинки:

$$pc = \sqrt{T(T + 2mc^2)}.$$

Зв'язок релятивістської енергії та імпульсу

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4.$$

Порогова кінетична енергія налітаючої частинки з масою m на нерухому частинку масою M , для реакції $m + M \rightarrow \sum_i m_i$:

$$T_{\text{пор}} = \frac{(\sum_i m_i)^2 - (m + M)^2}{2M} c^2.$$

Приклади розв'язування задач

Задача 1. Додатньо заряджений нерухомий мюон розпався на позитрон і два нейтрино. Знайти максимально можливу кінетичну енергію позитрона.

Енергетичний баланс реакції

$$m_{\mu^+} c^2 = m_{e^+} c^2 + E_{\nu_\mu} + E_{\nu_e} + T_{e^+}.$$

Найбільшу енергію позитрон матиме при максимальному імпульсі, а це може бути при співнаправленості імпульсів нейтрино, отже

$$p_{\nu_\mu} + p_{\nu_e} = p_{e^+}.$$

Помноживши цю рівність на c , одержимо

$$E_{\nu_\mu} + E_{\nu_e} = \sqrt{T(T + 2m_e c^2)}.$$

Отже,

$$T = \frac{(m_{\mu^+} + m_{e^+})^2}{2m_{\mu^+}} c^2.$$

Підставляючи числові значення, знайдемо

$$T = \frac{\left(105.66 \frac{\text{MeV}}{c^2} - 0.511 \frac{\text{MeV}}{c^2}\right)}{2 \cdot 105.66 \frac{\text{MeV}}{c^2}} = 52.5 \text{ MeV}.$$

Задача 2. З'ясувати, які причини забороняють такі процеси:

- 1) $\Sigma^- \rightarrow \Lambda^0 + \pi^-$;
- 2) $\pi^- + p \rightarrow K^+ + K^-$;
- 3) $K^- + n \rightarrow \Omega^- + K^0 + K^+$;
- 4) $p + n \rightarrow \Lambda^0 + \Sigma^+$;
- 5) $\pi^- \rightarrow \mu^- + e^+ + \bar{e}^-$;
- 6) $\mu^- \rightarrow e^- + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$.

В (1) не виконується закон збереження енергії; в інших процесах не зберігаються: баріонний заряд (2), електричний заряд (3), дивність (4), лептонний заряд (5) і електронний і мюонний (6).

Задачі для самостійного розв'язання

8.1. Обчислити кінетичні енергії протонів, імпульси яких дорівнюють 0.10, 1.0 і 10 Гев/с, де c – швидкість світла.

8.2. Знайти середній шлях, пройдений π -мезонами з кінетичною енергією, яка в $\eta = 1,2$ рази перевищує їх енергію спокою. Середній час життя дуже повільних π -мезонів $\tau_0 = 25.5$ нс.

8.3. Є вузький пучок π^- -мезонів з кінетичною енергією T , рівною енергії спокою цих частинок. Знайти відношення потоків частинок у перерізах пучка, що встановлені один від одного на $l = 20$ м. Власний середній час життя цих мезонів $\tau_0 = 25.5$ нс.

8.4. Додатньо заряджений нерухомий мюон розпався на позитрон і два нейтрино. Знайти максимальну можливу кінетичну енергію позитрона.

8.5. Нейтральний π - мезон розпався на льоту на два γ - кванти з однаковою енергією. Кут між напрямками розльоту γ - квантів $\theta = 60^\circ$. Знайти кінетичну енергію π - мезона і енергію кожного γ - кванта.

8.6. Релятивістська частинка з масою спокою m внаслідок зіткнення з нерухомою частинкою, що має масу M , збуджує реакцію народження нових частинок: $m + M \rightarrow m_1 + m_2 + \dots$, де праворуч записані маси спокою частинок, які виникли. Skorиставшись інваріантністю величини $E^2 - p^2 c^2$, показати, що порогова кінетична енергія частинки m для цієї реакції визначається формулою, представленою в теоретичних даних.

8.7. Знайти порогову енергію γ -кванта, необхідну для утворення:

а) пари електрон - позитрон у полі нерухомого електрона;

б) пари $\pi^- - \pi^+$ - мезонів у полі нерухомого протона.

8.8. Які з цих процесів заборонені законом збереження лептонного заряду:

1) $n \rightarrow p + e^- + \nu$;

2) $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + e^- + e^+$;

3) $\pi^- \rightarrow \mu^- + \nu$;

4) $p + e^- \rightarrow n + \nu$;

5) $\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu + \bar{\nu}$;

6) $K^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}$?

8.9. Які з наведених процесів заборонені законом збереження дивності:

1) $\pi^- + p \rightarrow \Sigma^- + K^+$;

2) $\pi^- + p \rightarrow \Sigma^+ + K^-$;

3) $\pi^- + p \rightarrow K^- + K^+ + n$;

4) $p + n \rightarrow \Lambda^0 + \Sigma^+$;

5) $\pi^- + n \rightarrow \Xi^- + K^- + K^+$;

6) $K^- + p \rightarrow \Omega^- + K^- + K^0$?

8.10. Вказати причини, які забороняють такі процеси:

1) $\Sigma^- \rightarrow \Lambda^0 + \pi^-$;

2) $\pi^- + p \rightarrow K^+ + K^-$;

3) $K^- + n \rightarrow \Omega^- + K^0 + K^+$;

4) $p + n \rightarrow \Lambda^0 + \Sigma^+$;

5) $\pi^- \rightarrow \mu^- + e^+ + e^-$;

6) $\mu^- \rightarrow e^- + \nu_e + \nu_\mu$.

ВІДПОВІДІ

$$1.1. \text{ а) } r = \frac{3e^2}{24\pi \varepsilon_0 E} \approx 1.6 \cdot 10^{-10} \text{ м}; \text{ б) } \omega = \left(\frac{e^2}{4\pi \varepsilon_0 m r^3} \right)^{1/2};$$

$$r = \left(\frac{e^2 \lambda^2}{16\pi^3 \varepsilon_0 c^2 m} \right)^{1/3} = 3 \cdot 10^{-10} \text{ м}.$$

$$1.2. \text{ а) } r = \frac{2Ze^2}{4\pi \varepsilon_0 T} \approx 5.9 \cdot 10^{-12} \text{ м}; \text{ б) } R = \frac{2Ze^2}{4\pi \varepsilon_0 T} \cdot \frac{m_\alpha + M}{m_\alpha} = 3.7 \cdot 10^{-13} \text{ м}.$$

$$1.4. b = \frac{Z_1 Z_2 m e^2}{4\pi \varepsilon_0 p^2 \operatorname{tg} \frac{\theta}{2}} \approx 6 \cdot 10^{-13} \text{ м}. \quad 1.5. T' = p^2 \frac{(m_1 - m_2)^2}{m_1 + m_2}.$$

$$1.6. T_e = \frac{m_p e^4}{4\pi \varepsilon_0 m_e b^2 T} = 4 \text{ eB}.$$

$$1.7. \text{ а) } |\Delta p| = \left(\frac{8mT}{1 + \left(\frac{4\pi \varepsilon_0 b T}{Ze^2} \right)^2} \right)^{1/2} \approx 1.3 \cdot 10^2 \frac{\text{MeB}}{c}; \text{ б) } T = \frac{Ze^2}{4\pi \varepsilon_0 b} \approx 1.3 \text{ MeB}; \theta = \frac{\pi}{2}.$$

$$1.8. r_{\min} = \frac{2Ze^2}{4\pi \varepsilon_0 T} \approx 3.94 \cdot 10^{-14} \text{ м}. \quad 1.10. b = \frac{Ze^2 (m_1 + m_2)}{4\pi \varepsilon_0 m_2 E_0 \operatorname{tg} \frac{\theta}{2}} \approx 8.6 \cdot 10^{-15} \text{ м};$$

$$r_{\min} = \frac{2Ze^2 (m_1 + m_2)}{4\pi \varepsilon_0 m_2 E_0} \approx 4.6 \cdot 10^{-15} \text{ м}. \quad 1.11. \text{ а) } \cos \frac{\theta}{2} = \frac{b}{R+r}; \text{ б) } dP = \frac{\sin \theta d\theta}{2}; \text{ в)}$$

$$P = \frac{1}{2}.$$

$$1.13. \Delta\sigma = 4\pi \left| \frac{d\sigma}{d\Omega} \right| \sin^2 \frac{\theta_0}{2} = 5.5 \cdot 10^{-26} \text{ м}^2. \quad 1.15. \frac{\Delta N}{N} = 3.3 \cdot 10^{-5}.$$

$$1.16. \Delta N = I t \frac{N_A}{A} \rho d_0 \left(\frac{Ze^2 (m_1 + m_2)}{8\pi \varepsilon_0 E_0 m_2} \right)^2 \frac{\Delta\Omega}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} \approx 6.7 \cdot 10^4 \text{ м}^{-2}; \quad \frac{\Delta N_{Al}}{\Delta N_{Au}} \approx 0.035.$$

$$1.17. Z_{Pt} = Z_{Ag} \left(\frac{A_{Pt}}{A_{Ag}} \right)^{1/2} = 78. \quad 1.18. \text{ а) } N = 1.6 \cdot 10^6;$$

$$\text{б) } N = I_0 \tau \pi n d \left(\frac{Ze^2}{4\pi \varepsilon_0 T} \right)^2 \operatorname{ctg}^2 \frac{\theta_0}{2} = 2.0 \cdot 10^7. \quad 1.19. t = \frac{3mc^3}{8\pi \varepsilon_0 e^2 \omega^2} \ln \eta = 15 \text{ нс}.$$

$$1.20. t = \frac{m^2 c^3 r^3}{64 \pi^2 \varepsilon_0^2 e^4} = 13 \text{ нс}. \quad 1.23. r_n = \left(\frac{m\eta}{m\omega} \right)^{1/2}; \quad E_n = n\eta\omega, \quad n = 1, 2, \dots, \quad \omega = \left(\frac{k}{m} \right)^{1/2}.$$

$$1.24. n = \frac{1 + \sqrt{1 + 8N}}{2} = 4; \quad \lambda_1 = 0.97 \cdot 10^{-7} \text{ м}; \quad \lambda_2 = 4.85 \cdot 10^{-7} \text{ м}; \quad \lambda_3 = 1.88 \cdot 10^{-6} \text{ м};$$

$$\lambda_4 = 1.03 \cdot 10^{-7} \text{ м}; \quad \lambda_5 = 6.58 \cdot 10^{-7} \text{ м}; \quad \lambda_6 = 1.22 \cdot 10^{-7} \text{ м}. \quad 1.25. N = \frac{n(n-1)}{2}.$$

$$1.27. \text{Серія Брекета, } \lambda_{6 \rightarrow 4} = 2.63 \text{ мкм}. \quad 1.28. \text{He}^+. \quad 1.29. R = \frac{176\pi c}{15Z^2 \Delta\lambda} = 2.07 \cdot 10^{16} \text{ с}^{-1}.$$

$$1.30. \lambda = \frac{\frac{2\pi c}{\Delta\omega} \left(\left(\frac{ZR}{\Delta\omega} \right)^{\frac{1}{2}} - 1 \right)}{2Z \left(\frac{R}{\Delta\omega} \right)^{\frac{1}{2}} - 1} = 0.47 \text{ мкм}. \quad 1.31. E_{3\alpha} = 54.4 \text{ eB} (\text{He}^+).$$

$$1.32. v = \left(\frac{2(\eta\omega - 4\eta R)}{m} \right)^{\frac{1}{2}} = 2.3 \cdot 10^6 \frac{\text{м}}{\text{с}}. \quad 1.33. T_{\min} = \frac{3\eta R}{2} = 20.5 \text{ eB}.$$

$$1.34. v = \frac{3\eta R}{4mc} = 3.25 \text{ м/с}. \quad 1.36. \frac{m_e}{m} = \frac{1}{3729}. \quad 1.37.$$

$$\lambda_{H\alpha} - \lambda_{D\alpha} = \frac{36}{5R_\infty} \left(\frac{m_e}{m_H} - \frac{m_e}{m_D} \right) \cong 0.1786 \text{ нм}; \quad \lambda_{H\gamma} - \lambda_{D\gamma} = \frac{16}{3R_\infty} \left(\frac{m_e}{m_n} - \frac{m_e}{m_D} \right) \approx 0.1321 \text{ нм}.$$

$$1.39. E_n = \frac{R_\infty}{2\eta n^2}; \quad E_i = \frac{R_\infty}{2\eta} \approx 9.7999 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}; \quad \lambda_{\text{pez}} = \frac{8}{3R_\infty} = 243.09 \text{ нм}. \quad 1.40.$$

$$E_n = - \frac{Z^2 R_\infty \eta \frac{m_\mu}{m_e}}{1 + \frac{m_\mu}{m_e}} \cdot \frac{1}{n^2}; \quad E_1 = 2538 \cdot Z^2 \text{ eB}; \quad a_0 = \frac{4\pi \varepsilon_0 \eta^2 (1 + \frac{m_\mu}{m_e})}{Ze^3 m_\mu} \approx \frac{2.8 \cdot 10^{-13}}{Z} \text{ м}. \quad 1.41.$$

$$E_n = - \frac{Z^2 e^4 m_e m_H}{32\pi^2 \varepsilon^2 \varepsilon_0^2 \eta^2 (m_e + m_H)} \cdot \frac{1}{n^2}; \quad E_1 = 0.07 \text{ eB}; \quad r_1 = \frac{4\pi \varepsilon \varepsilon_0 \eta^2 (m_e + m_H)}{Ze^2 m_e m_H} \approx 10^{-8} \text{ м}.$$

$$1.42. \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{\left(\frac{n}{2} \right)^2} - \frac{1}{\left(\frac{m}{2} \right)^2} \right); \quad n = 4; \quad m = 6.$$

$$1.43. \lambda_H - \lambda_{H\delta} = \frac{5R_\infty}{36} \left(\frac{m_e}{m_H} - \frac{m_e}{m_{H\delta}} \right) \lambda^2 \approx 2.69 \cdot 10^{-10} \text{ м} \quad 1.44. \frac{m_H}{m_e} = \frac{R_H}{R_\infty - R_H} \cong 1837.15;$$

$$\frac{m_{He}}{m_e} = \frac{R_\infty - R_H}{R_\infty - R_{He}} \cong 3.978. \quad 1.45.$$

$$\frac{e}{m_e} = \frac{F}{R_D - R_H} \left(\frac{R_H}{\mu_H - N_A m_e} - \frac{R_D}{\mu_D - N_A m_e} \right) \approx 1.76 \cdot 10^{11} \frac{\text{ Кл}}{\text{ кг}}.$$

$$2.1. \lambda = \frac{2\pi \eta c}{\sqrt{T^2 + 2mc^2 T}} \approx 8.72 \cdot 10^{-13} \text{ м}. \quad 2.2. \lambda = \frac{2\pi \eta}{\left(2mT \left(1 + \frac{T}{2mc^2} \right) \right)^{\frac{1}{2}}};$$

$$T \leq \frac{4mc^2 \Delta\lambda}{\lambda} = 20.4 \text{ кеВ (для електрона) і } 37.5 \text{ МеВ (для протона)}.$$

$$2.3. T = mc^2 \left(2^{1/2} - 1 \right) = 0.21 \text{ МеВ. } 2.5. \lambda = \frac{2\pi \eta c}{T} = 12.4 \cdot 10^{-15} \text{ м.}$$

$$2.6. \text{ Для обох частинок } \lambda = \frac{2\pi \eta}{\left(1 + \frac{m_n}{m_d} \right) (2m_n T)^{1/2}} = 8.6 \text{ нм. } 2.7. \lambda_n = \frac{2\varepsilon_0 h^2}{Zme^2} n;$$

$$\lambda_n = 2\pi r_n = \frac{2\varepsilon_0 h^2}{Zme^2} n^2. 2.8. \lambda = \frac{h\varphi}{m\lambda\Omega} = 9.3 \text{ нм}; \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{a}{R\varphi} \approx 0.73.$$

$$2.9. U_0 = \frac{\pi^2 \eta^2}{2m e \left(\eta^{1/2} - 1 \right)^2 d^2 \sin^2 \theta} = 0.15 \text{ кеВ. } 2.10. d = \frac{\pi \eta k}{(2mT)^{1/2}} \cos \frac{\theta}{2} = 0.21 \text{ нм, де } k$$

$$= 4. 2.13. E = -\frac{\mu e^4}{8\pi^2 \varepsilon_0^2 \eta^2}; \quad \bar{r} = \frac{\pi \varepsilon_0 \eta^2}{\mu e^2}; \quad E = \frac{1}{2} \eta \omega_0; \quad \bar{x} = \left(\frac{\eta}{2\mu\omega_0} \right)^{1/2}.$$

$$2.14. E \approx -\frac{\eta^2}{8\mu\sqrt{r^2}}.$$

$$2.15. \delta = \frac{\eta l}{(m\nu)^{1/2}} = 0.01 \text{ мм. } 2.16. \Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{c\Delta t} = 0.8 \cdot 10^{-4} \text{ нм}; \quad \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\lambda}{ct} \approx 1.7 \cdot 10^{-7}.$$

$$2.17. \Delta U = -\frac{1}{2} \left(\frac{e^3 E}{\pi \varepsilon_0} \right)^{1/2}; \quad E = \frac{4\pi \varepsilon_0 V^2}{e} \approx 1.41 \cdot 10^{10} \frac{\text{В}}{\text{м}}. 2.18. E_n = \frac{n^2 \pi^2 \eta^2}{2ml^2}, \text{ де } n = 1, 2,$$

$$\dots 2.19. \Delta t \approx \frac{\eta ml^2}{\eta} \approx 10^{-16} \text{ с.}$$

$$3.1. E_{\min} \approx \frac{\eta}{\left(\frac{k}{m} \right)^{1/2}}. 3.2. \frac{dN}{dE} = l \frac{\left(\frac{m}{2E} \right)^{1/2}}{\pi \eta}, \text{ при } E = 1 \text{ еВ величина } \frac{dN}{dE} = 0.8 \cdot 10^7 \text{ рівнів/еВ.}$$

$$3.3. \text{ а) } E = \frac{(n_1^2 + n_2^2 + n_3^2) \pi^2 \eta^2}{2ma^2}, \text{ де } n_1, n_2, n_3 - \text{ цілі числа не рівні нулю; б) } \Delta E = \frac{n^2 \eta^2}{ma^2};$$

$$\text{в) для 6-го рівня } n_1^2 + n_2^2 + n_3^2 = 14 \text{ і } E = \frac{7\pi^2 \eta^2}{ma^2}, \text{ кількість станів дорівнює шести (вона}$$

$$\text{рівна кількості перестановок трійки чисел 1, 2 і 3). } 3.5. E_n = \frac{n^2 \pi^2 \eta^2}{2mr_0^2}.$$

$$3.6. \alpha = \frac{m\omega}{2\eta}; E = \frac{\eta\omega}{2}; \text{ де } \omega = \left(\frac{k}{m} \right)^{1/2}. 3.7. E = -\frac{me^4}{8\eta^2}, \text{ тобто } n = 2.$$

$$3.8. \text{ а) } dP = \psi^2(r_0) 4\pi r^2 dr; r_{\text{нн}} = r_1; \text{ б) } \langle F \rangle = \frac{2e^2}{4\pi \varepsilon_0 r_1^2}; \text{ в) } \langle U \rangle = -\frac{e^2}{4\pi \varepsilon_0 r_1}.$$

$$3.9. \varphi_0 = \int \frac{\rho}{r} 4\pi r^2 dr = \frac{e}{4\pi \varepsilon_0 r_1}, \text{ де } \rho = e\psi^2 - \text{ об'ємна густина заряду.}$$

$$3.10. \text{ а) } D \approx \exp\left[-\frac{2l(2m(U_0 - E))^{1/2}}{\eta}\right]; \text{ б) } D \approx \exp\left[-\frac{8l(2m)^{1/2}(U_0 - E)^{3/2}}{3\eta U_0}\right].$$

$$3.11. D \approx \exp\left[-\frac{\pi l(2m)^{1/2}(U_0 - E)}{\eta(U_0)^{1/2}}\right]. \quad 3.12. \hat{L}^2 = \frac{d^2}{dx^2} + 2x \frac{d}{dx} + x^2 + 1. \quad 3.13.$$

$$\hat{L}_1 = x \frac{d}{dx} + x^2 \frac{d^2}{dx^2}; \quad \hat{L}_2 = x^2 \frac{d^2}{dx^2} + 3x \frac{d}{dx} + 1. \quad 3.14. \frac{\hat{d}}{dx} \hat{x} - \hat{x} \frac{\hat{d}}{dx} = 1. \quad 3.15.$$

$$\hat{x}\Delta - \Delta\hat{x} = -2 \frac{d}{dx}. \quad 3.16. \text{ а) } \lambda = 4; \text{ б) } \lambda = 1; \text{ в) } \lambda = -\alpha^2. \quad 3.17. \text{ а) } \psi = C e^{i\lambda x}, \lambda = \frac{2\pi}{a} n; \text{ б)}$$

$$\psi = C_1 e^{i\sqrt{\lambda}x} + C_2 e^{-i\sqrt{\lambda}x}, \lambda = \frac{\pi^2}{\lambda^2} n^2 (n = 0, \pm 1, K).$$

$$3.18. \text{ а) } \psi = \psi_0 e^{\lambda x}, \lambda = i\beta \text{ (}\beta \text{ - дійсне число); } \psi = \psi_0 e^{-i\lambda x}, \lambda \text{ - довільне число;}$$

$$\text{ б) } \psi = \psi_0 e^{\left(-\frac{x^2}{2} + \lambda x\right)}, \lambda \text{ - довільне число; в) } \psi(x) = C \frac{\sin \beta x}{x}, \beta \text{ - дійсне число;}$$

$$\text{ г) } \psi = \psi_0 e^{\lambda x}, \lambda = im \text{ (}m = 0, \pm 1, K \text{)}. \quad 3.19. \left(\frac{\partial}{\partial x}\right)^* = -\frac{\partial}{\partial x}.$$

$$4.1. v_1 = \frac{R}{4 + \sigma_{\lambda=0}} - \frac{R}{4 + \sigma_{\lambda=1}} = 4.66 \cdot 10^5 \text{ м}^{-1}; v_2 = \frac{R}{3 + \sigma_{\lambda=1}} - \frac{R}{4 + \sigma_{\lambda=1}} = 1.32 \cdot 10^6 \text{ м}^{-1};$$

$$v_3 = \frac{R}{3 + \sigma_{\lambda=0}} - \frac{R}{3 + \sigma_{\lambda=1}} = 1.71 \cdot 10^6 \text{ м}^{-1}. \quad 4.2. \sigma_{l=0} = -0.41; \sigma_{l=1} = -0.04. \quad 4.4. \lambda_1, \lambda_3.$$

$$4.5. E_{3g} = \frac{\eta R}{\left(\left(\frac{R\lambda_1\lambda_2}{2\pi c \Delta \lambda}\right)^{1/2} - 1\right)^2} = 5.3 \text{ eВ}. \quad 4.6. \lambda = 0.82 \text{ мкм (}3S \rightarrow 2P \text{); } \lambda = 0.68 \text{ мкм (}2P \rightarrow 2S \text{)}.$$

$$4.7. \Delta E = \frac{2\pi \eta c \Delta \lambda}{\lambda^2} = 2.0 \text{ меВ}. \quad 4.8. \Delta \omega = 1.05 \cdot 10^{14} \text{ рад/с}. \quad 4.9. 3S_{1/2}, 3P_{1/2}, 3P_{3/2}, 3D_{3/2}, 3D_{5/2}.$$

$$4.10. \Delta E = \frac{\mu_B^2}{32a_1^3} \approx 1.13 \text{ eВ}. \quad 4.11. \sigma = \left(\frac{\eta c R}{E_{3g}}\right)^{1/2} - n; \sigma_1 = 0.41, \sigma_2 = 0.04, \sigma_3 = 0.00.$$

$$4.12. \cos \alpha = \frac{L(L+1)-14}{4\sqrt{6}}; \alpha_{\min} = 52,24^\circ; \alpha_{\max} = 144,75^\circ. \quad 4.13. S_1 = 1, S_2 = \frac{3}{2}.$$

$$4.14. \text{ а) } 1, 2, 3, 4, 5; \text{ б) } 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6; \text{ в) } 1/2, 3/2, 5/2, 7/2, 9/2. \quad 4.15. \text{ Для стану } ^4P: \frac{\eta(3)^{1/2}}{2},$$

$$\frac{\eta(15)^{1/2}}{2}, \frac{\eta(35)^{1/2}}{2}; \text{ для стану } ^5D: 0, \eta(2)^{1/2}, \eta(6)^{1/2}, \eta(12)^{1/2}, \eta(20)^{1/2}.$$

$$4.16. \text{ а) } ^2F_{7/2}: M_{\max} = \frac{\eta(63)^{1/2}}{2}; \text{ б) } ^3F_4: M_{\max} = 2\eta(5)^{1/2}. \quad 4.17. \text{ В } F \text{-стані } M_s = \eta(6)^{1/2};$$

$$\text{ для } D \text{-стану можна тільки встановити, що } M_s \geq \eta(6)^{1/2}.$$

$$4.18. ^3S_1; ^2P_{1/2}; ^2P_{3/2}; ^5D_0; ^5D_1; ^5D_2; ^5D_3; ^5D_4. \quad 4.19. C: 2S+1=5, 3, 1;$$

$$N: 2S+1=6, 4, 2; Li: 2S+1=2; Be: 2S+1=3, 1; B: 2S+1=4, 2. \quad 4.21. \text{ а) } 1, 3, 5, 7, 9;$$

б) 2, 4, 6; в) 5, 7, 9. 4.22. 31° . 4.23. 1S_0 ; $^3P_{2,1,0}$; 1D_2 . 4.24. 1P_1 , 1D_2 , 1F_3 , $^3P_{0,1,2}$, $^3D_{0,1,2}$, $^3F_{2,3,4}$. 4.25. $^6S_{5/2}$.

4.26. Другий і третій. 4.27. 4, 7 і 10. 4.28. 3F_3 . 4.29. $\omega - \omega_0 = \omega_L \Delta M_J = 0, \pm \omega_L$.

4.31. а) Два d - електрони; б) п'ять p - електронів; в) п'ять d - електронів. 4.32. $^4F_{3/2}$.

4.33. $B = \frac{2\pi m_e c}{e\lambda^2} \Delta\lambda \approx 0.7445 \cdot T_{\text{л}}$. 4.34. $n = 10$. 4.35.

$2 \cdot \Delta\lambda = -\frac{gM_J}{2mv^2} \frac{\partial B}{\partial Z} \lambda_1 (\lambda_1 + 2\lambda_2) = 1.25 \text{ м}$. 4.36. $\lambda = \frac{2\pi\eta}{mc} \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right)^{-1} \approx 0.4 \text{ \AA}$. 4.37.

$\frac{1}{\lambda} = R(Z-\sigma)^2 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right)$; $\sigma_\alpha = 0.90$; $\sigma_\beta = 1.86$; $\sigma_\gamma = 2.42$. 4.38. $\eta\omega = 109.85 \text{ кеВ}$.

4.39. $\lambda = \frac{2\pi\eta c}{E_\kappa - E_L}$; $\lambda_{\kappa\alpha 1} = 0.1815 \text{ \AA}$; $\lambda_{\kappa\alpha 2} = 0.17999 \text{ \AA}$; $\lambda_{\kappa\alpha 3} = 0.1750 \text{ \AA}$. 4.40. а)

$\lambda_{K_\alpha}^{Al} = 843 \text{ нм}$, $\lambda_{K_\alpha}^{Co} = 180 \text{ нм}$; б) $\Delta E = 5 \text{ кеВ}$. 4.41. $U = 15 \text{ кВ}$.

4.42. $d = \ln \left(\frac{I/I_0}{\mu_{\text{мас}} \rho} \right) \approx 0.1453 \text{ мм}$; $\mu = \mu_{\text{мас}} \rho = 2.54 \cdot 10^4 \text{ м}^{-1}$;

$\mu_a = \mu_{\text{мас}} \frac{A}{N_A} = 4.22 \cdot 10^{-25} \text{ м}^2$. 4.43. $\mu_{\text{мас}} = 14.5 \text{ кг}^{-1} \text{ м}^2$; $\mu = 1150 \text{ м}^{-1}$;

$\mu_a = 1.345 \cdot 10^{-26} \text{ м}^2$. 4.44. $\frac{\Delta N}{N} = n^2 e^{-\frac{\eta\omega}{kT}} = 3 \cdot 10^{-17}$, де $\omega = R \left(1 - \frac{1}{n^2} \right)$. 4.45.

$\tau = \frac{l}{v} \ln \eta = 1.3 \text{ мкс}$. 4.46. $\tau = \frac{\pi\eta\omega}{P} \frac{g}{g_0} e^{-\frac{\eta\omega}{kT}} = 65 \text{ нс}$, де g і g_0 - кратності виродження

резонансного і основного рівнів. 4.47. $\frac{\Delta\lambda_{\text{доп}}}{\Delta\lambda_{\text{пр}}} = \frac{4\pi\tau v_{\text{імов}}}{\lambda} \approx 10^3$, де $v_{\text{імов}} = \left(\frac{2RT}{M} \right)^{1/2}$.

4.49. $I = \frac{\eta}{\Delta\omega} = 1.93 \cdot 10^{-47} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, $d = 112 \text{ нм}$. 4.50. $\frac{dN}{dE} = \left(\frac{I}{2\eta^2 E} \right)^{1/2}$, де I - момент інерції молекули. Для $I = 10$ величина $dN/dE = 1.0 \cdot 10^4$ рівнів/еВ.

4.51. $\frac{N_{\text{кол}}}{N_{\text{обер}}} = \frac{I}{3} e^{-\frac{\eta(\omega-2B)}{kT}} = 3.1 \cdot 10^{-4}$, де $B = \frac{\eta}{2I}$, I - момент інерції молекули.

4.52. $\lambda = \frac{\lambda_0}{1 \pm \frac{\omega\lambda_0}{2\pi c}} = 423 \text{ і } 387 \text{ нм}$. 4.53. а) Два поздовжніх з частотою ω_1 і ω_2 , два

поперечних з частотою ω_3 ; б) Всього різних коливань сім: три поздовжніх ($\omega_1, \omega_2, \omega_3$) і чотири поперечних (ω_4, ω_5) - по два на кожну частоту.

5.1. $\rho = \frac{3m_p}{4\pi R_O^3} = 1.45 \cdot 10^{17} \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}$,

$\rho_N = \frac{3}{4\pi R_O^3} = 8.3 \cdot 10^{43} \text{ м}^{-3}$, $\rho_q = \frac{3e}{4\pi R_O^3} = 7 \cdot 10^{24} \text{ Кл} \cdot \text{м}^{-3}$.

5.2. $1 ME = 1.00032 a.o.m.$ 5.3. а) $1) E_n^{36} = 931.5 \{m_{21Ne} - m_{20Ne} - m_n\} = 6.77 MeB,$
 2) $E_\alpha^{36} = 7.34 MeB;$ б) $E = 14.4 MeB.$ 5.5. $\frac{E^{36}}{A} = 7.76 \frac{MeB}{\text{нуклон}}$ 5.6. $E_{36} = 6.73 MeB.$
 5.7. $E^{36} = E_{16O}^{36} - E_{12C}^{36} - E_{4He}^{36} = 7.12 MeB.$

5.8. $E = 2 \frac{E^{36}}{A} A_{4He} - \frac{E_{6Li}^{36}}{A} A_{6Li} - \frac{E_{2H}^{36}}{A} A_{2H} = 22.44 MeB.$

5.10. $\Delta E^{36} = 931.5 \{ (A - 2Z)(m_n - m_p) - \Delta m_n \} = 6.36 MeB;$

$\Delta U_K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2Ze^2}{R} = 6.1 MeB.$ 5.11. $R = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2Ze^2}{\Delta E^{36}} = 3.93 \cdot 10^{-15} M.$

5.13. а) якщо $N_1 = N_2$, то $N = 2J + 1;$ б) якщо $N_1 \neq N_2$, то $N = 2j + 1;$ 5.14. $J = 3/2.$

5.16. $J = \frac{9}{2}, N = 6.$ 5.17. ${}^3H: N = 2j + 1 = 2;$ ${}^6Li: N = 2j + 1 = 2;$

${}^9Be: N = 2j + 1 = 1;$ ${}^{15}N: N = 2J + 1 = 2;$ ${}^{35}Cl: N = 2J + 1 = 4.$ 5.18. $J = \frac{7}{2}.$ 5.19.

$N = 4.$

5.20. ${}^7Li: n: 1s - 2, 1p_{3/2} - 2; p: 1s - 2, 1p_{3/2} - 1.$

${}^{25}Mg: n: 1s - 2, 1p_{3/2} - 4; 1p_{1/2} - 2; 1d_{5/2} - 4; p: 1s - 2, 1p_{3/2} - 4, 1p_{1/2} - 2, 1d_{5/2} - 5.$

${}^{13}C: n: 1s - 2, 1p_{3/2} - 4; p: 1s - 2; 1p_{3/2} - 4, 1p_{1/2} - 1.$ 5.22. а) 1) ${}^3H: J = 1/2, P = 1,$

2) ${}^3He: J = 1/2, P = -1;$ б) 1) ${}^{15}N: J = 1/2, P = -1,$ 2) ${}^{15}O: J = 1/2, P = -1.$

5.23. ${}^{17}O: J = 5/2, P = +1;$ ${}^{29}Si: J = 1/2, P = +1,$ ${}^{39}K: J = 3/2, P = +1;$

${}^{45}Sc: J = 7/2, P = -1;$ ${}^{63}Cu: J = 3/2, P = -1.$

6.1. $P = 1 - e^{-\lambda t}.$ 6.2. а): 1) $\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t} = 0.78;$ 2) $\frac{N}{N_0} = 0.084.$

б): 1) $\frac{\Delta N}{N_0} = 1 - e^{-\lambda t} = 6.8 \cdot 10^{-5};$ 2) $\frac{\Delta N}{N_0} = 0.31.$ 6.3. $a = \frac{m}{\mu} N_A \lambda e^{-\lambda t} = 1.35 \cdot 10^{11} Bk.$

6.4. $\lambda = \frac{\ln \frac{a_0}{a}}{t} = 8.1 \cdot 10^{-9} c^{-1}, \tau = \frac{t}{\ln \frac{a_0}{a}} \approx 4 \text{ роки}, T_{1/2} \approx \frac{t \ln 2}{\ln \frac{a_0}{a}} \approx 2.8 \text{ року}.$

6.6. $m = m_U \frac{\mu_{Pb}}{\mu_U} (1 - e^{-\lambda t}) = 0.3 \text{ кг}.$ 6.8. $T_8 = 4.51 \cdot 10^9 \text{ років}, T_5 = 0.713 \cdot 10^9 \text{ років}.$

6.9. $T_4 = T_8 \frac{N_4}{N_8} = 2.48 \cdot 10^5 \text{ років}.$ 6.10. $\lambda = \frac{\Delta N \mu}{N_A m \Delta t} = 4.8 \cdot 10^{-18} c^{-1}.$

6.13. $N_2 = N_1(0) \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}), t_{max} = \frac{\ln \frac{\lambda_1}{\lambda_2}}{\lambda_1 - \lambda_2}, \frac{N_1}{N_2} = \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_1} = const.$

6.14. $T_1 = T_2 \frac{N_1(0)}{N_2(t)} \approx 4.5 \cdot 10^9 \text{ років}.$ 6.15. а) $\frac{N_3}{N_1(0)} = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} = 0.027;$

$$6) \frac{a}{a_0} = e^{-\lambda_1 t} + \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) = 0.256. \quad 6.16. \quad \text{a) } Q = T_\alpha \left(1 + \frac{m}{M}\right) \approx 8.5 \text{ MeB};$$

$$6) \frac{T}{Q} = \frac{m}{m+M} = 1.9\%; \quad \text{b) } v = \frac{\sqrt{2mT_\alpha}}{M} = 3.8 \cdot 10^5 \text{ м/с}.$$

$$6.17. \quad Q = T_\alpha \left(1 + \frac{m}{M}\right) \frac{\ln 2}{T_1} \frac{m}{\mu} N_A \Delta t \approx 109 \text{ Дж} \cdot \text{год}^{-1}.$$

$$6.18. \quad \text{a) } Q = T_\alpha \frac{m}{\mu} N_a \left(1 + \frac{m}{M}\right) (1 - e^{-\lambda t}) = 15.8 \text{ МДД}; \quad \text{б) }$$

$$a = \frac{\lambda Q}{T_\alpha \left(1 + \frac{m}{M}\right) (1 - e^{-\lambda t})} \approx 3 \cdot 10^7 \text{ Бк}.$$

$$6.20. \quad E_1 = 0; \quad E_2 = 0.10 \text{ MeB}; \quad E_3 = 0.23 \text{ MeB}; \quad E_4 = 0.30 \text{ MeB}.$$

$$6.21. \quad E_1 = 0; \quad E_2 = 0.728 \text{ MeB}; \quad E_3 = 1.673 \text{ MeB}; \quad E_4 = 1.793 \text{ MeB}.$$

$$6.22. \quad T_1 = 931.5 (m_n - m_p - m_e) = 0.78 \text{ MeB}.$$

$$6.23. \quad \text{a) } m_{6\text{He}} = m_{6\text{Li}} + \frac{Q}{931.5} = 6.0189 \text{ а.о.м.};$$

$$\text{б) } m_{22\text{Na}} = 21.9964 \text{ а.о.м.} \quad 6.24. \quad T_\beta = \frac{T_0(T_0 + 2m_e c^2)}{2Mc^2} \cong 78.3 \text{ eB}. \quad 6.25. \quad E_0^- = M_i - M_f;$$

$$E_0^+ = M_i - M_f - 2m_e; \quad E_0^k = M_i - M_f. \quad 6.26.$$

$$P_\beta = \frac{(T_0 + 2m_e c^2)^{1/2}}{c} = 0.5 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^{-1}.$$

$$6.27. \quad E_\gamma = 931.5 (m_{28\text{Al}} - m_{28\text{Si}}) - E_\beta^{\text{Al}} = 1.78 \text{ MeB}. \quad 6.30. \quad \Delta E = \frac{E_\gamma^2}{2Mc^2} \approx 2.6 \cdot 10^{-3} \text{ eB}.$$

$$6.31. \quad v = \frac{E_\gamma}{Mc} = 2.2 \cdot 10^5 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}. \quad 6.32. \quad \tau = \frac{\eta c}{2E\nu} \approx 7 \cdot 10^{-11} \text{ с}. \quad 6.33.$$

$$v = \frac{\Gamma}{6E} c = 1.8 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}.$$

$$7.1. \quad T_{\min} = -Q \frac{m_A + m_a}{m_A}. \quad 7.2. \quad E_A = T_0 \frac{m_a m_A}{(m_A + m_a)^2} \sin^2 \theta = 0.72 \text{ MeB}. \quad 7.3. \quad \frac{1}{2} H.$$

$$7.5. \quad E_1^L = \frac{(m_A - m_a)^2}{(m_A + m_a)^2} T_0 = 0.1 \text{ MeB}. \quad 7.6. \quad \operatorname{tg} \theta_n = \frac{m_A \sin 2\theta_1}{m_a - m_A \cos 2\theta_1} = 1.1547, \quad \theta_1 = 49^\circ.$$

$$7.7. \quad Q = 931.5 \{m_{10\text{B}} + m_{1\text{H}} - m_{7\text{Li}} - m_{4\text{He}}\} \approx 2.8 \text{ MeB};$$

$$T_{7\text{Li}} = Q \frac{m_{\text{He}}}{m_{\text{He}} + m_{\text{Li}}} \approx 1.02 \text{ MeB}; \quad T_{\text{He}} = Q \frac{m_{\text{Li}}}{m_{\text{He}} + m_{\text{Li}}} \approx 1.78 \text{ MeB}.$$

$$7.9. \quad \text{a) } Q = 931.5 \{m_{3\text{H}} + m_p - m_{4\text{He}}\} \approx -19.8 \text{ MeB};$$

$$\text{б) } Q = 931.5 \{m_N + m_{\text{He}} - m_D - m_0\} \approx -3.11 \text{ MeB};$$

$$\text{в) } Q = 931.5 \{m_C + m_{\text{He}} - m_D - m_N\} \approx -13.57 \text{ MeB};$$

$$\text{г) } Q = 931.5 \{m_{\text{Li}} + m_D - m_n - m_{3\text{He}}\} \approx 1.8 \text{ MeB}$$

$$7.10. \quad v = \left(\frac{E_1 + 931.5(2m_{4He} - m_{7Li})}{mc^2} \right)^{1/2} c \approx 2.1 \cdot 10^7 \text{ м с}^{-1}.$$

$$7.11. \quad Q = \frac{(m_N + m_n - m_C - m_D)(m_C + m_D)}{m_C} = 0.34 \text{ MeB}. \quad 7.13. \text{ а) } T_n = 4.4 \text{ MeB};$$

$$\text{б) } T_n = 18.1 \text{ MeB}; \text{ в) } T_n = 6.2 \text{ MeB}; \text{ г) } T_n = 1,9 \text{ MeB}. \quad 7.14. \text{ а) } T_{nop} = 1,1 \text{ MeB}; \text{ б) } T_{nop} = 3,2 \text{ MeB}.$$

$$7.15. \quad T_{Be} = \frac{m_p m_{Be}}{m_{Li}(m_p + m_{Li})} |Q| = 0.21 \text{ MeB}; \quad T_0 = 1.41 \text{ MeB}.$$

$$7.17. \quad T_n'' = \frac{m + M}{M} (E_{36}^{(ii)} - E_{36}) = 0.425 \text{ MeB}; \quad T_n^5 = 0.99 \text{ MeB}; \quad T_n^6 = 1.30 \text{ MeB}.$$

$$E_{36}^{(3)} = 17.50; \quad E_{36}^{(4)} = 17.72 \text{ MeB}; \quad 7.18.$$

$$E_{36}^{(1)} = E_{36} + \frac{m_C}{m_C + m_D}; \quad T_D = 16.67 \text{ MeB}; \quad T_{36}^{(2)} = 16.44 \text{ MeB}$$

$$T_D = 16.67 \text{ MeB}; \quad T_{36}^{(2)} = 16.44 \text{ MeB}. \quad 7.19. \quad \sigma_{ab} = \sigma_{nc} \frac{\Gamma_B}{\Gamma}. \quad 7.20. \quad \sigma_2 = \sigma_1 \frac{w_2}{w_1} = 0.1 \text{ барн}.$$

$$7.21. \quad \sigma = \frac{w\mu}{\rho d N_A} \approx 0.05 \text{ барн}. \quad 7.22. \quad \sigma = \frac{\Delta N k T}{n \tau p d} \approx 2.7 \text{ барн}. \quad 7.23. \quad \xi = 1 - \frac{(A-1)^2}{2A} \ln \frac{A+1}{A-1}.$$

$$7.24. \quad n = \frac{\left(\ln \frac{E_1}{E_n} \right)}{\left(\ln \frac{E_1}{E_n} \right)_{cp}}; \quad n_c \approx 115; \quad n_H \approx 18; \quad n_{Be} \approx 87.$$

$$7.25. \quad \Delta E_{cep} = \frac{2E_0 A}{(1+A)^2}; \quad (\Delta E)_{cep} = \frac{4E_0 A}{(1+A)^2}. \quad 8.1. \quad \text{Відповідно } 0.05, 0.4 \text{ і } 9 \text{ GeB}.$$

$$8.2. \quad \langle l \rangle = c \tau_0 (\eta(\eta + 2))^{1/2} = 15 \text{ м} \quad 8.3. \quad \frac{J}{J_0} = \exp \left(- \frac{l m c}{\tau_0 (T(T + 2m c^2))^{1/2}} \right) = 0.22, \text{ де } m -$$

маса спокою π -мезона.

$$8.5. \quad T_\pi = m_\pi c^2 \left[\csc \left(\frac{\theta}{2} \right) - 1 \right], \quad E_\gamma = \frac{m_\pi c^2}{2 \sin \left(\frac{\theta}{2} \right)}. \quad \text{При } \theta = 60^\circ \text{ енергія } T_\pi = E_\gamma = m_\pi c^2.$$

$$8.7. \text{ а) } T_{nop} = 4m_e c^2 = 2.04 \text{ MeB}; \quad \text{ б) } T_{nop} = \frac{2m_\pi}{1 + \frac{m_\pi}{m_p}} c^2 = 320 \text{ MeB}. \quad 8.8. \quad \text{Заборонені } 1, 2 \text{ і } 3.$$

$$8.9. \quad \text{Заборонені } 2, 4 \text{ і } 5.$$

Таблиця 1. Робота виходу електрона з металів

Метал	A, eV	Метал	A, eV	Метал	A, eV
Алюміній	3.74	Калій	2.15	Нікель	4.84
Барій	2.29	Кобальт	4.25	Платина	5.29
Вісмут	4.62	Літій	2.39	Срібло	4.28
Вольфрам	4.50	Мідь	4.47	Титан	3.92
Залізо	4.36	Молібден	4.27	Цезій	1.89
Золото	4.58	Натрій	2.27	Цинк	3.74

Таблиця 2. Краї K - і L - смуг поглинання рентгенівського випромінювання

Z	Елемент	Краї смуги поглинання λ, nm			
		K	L_I	L_{II}	L_{III}
23	Ванадій	226.8	–	2390	2410
26	Залізо	174.1	–	1710	1740
27	Кобальт	160.4	–	1546	1580
28	Нікель	148.6	–	1411	1440
29	Мідь	138.0	–	1297	1326
30	Цинк	128.4	–	1185	1210
42	Молібден	61.9	430.5	471.5	491
47	Срібло	48.60	323.6	351.0	369.5
50	Олово	42.39	277.3	298.0	315.3
74	Вольфрам	17.85	102.22	107.3	121.5
78	Платина	15.85	88.8	93.2	107.2
79	Золото	15.35	86.1	90.5	103.8
82	Свинець	14.05	78.1	81.4	95.0
92	Уран	10.75	56.8	59.1	75.2

Таблиця 3. Константи двоатомних молекул

Молекула	Основний терм	Між-ядерна відстань d , нм	Частота коливань ω , 10^{14} c^{-1}	Ангармонічність x , 10^{-3}	Енергія дисоціації D , eV
H ₂	¹ Σ	74.1	8.279	28.5	4.48
N ₂	¹ Σ	109.4	4.445	6.15	7.37
O ₂	³ Σ	120.7	2.977	7.65	5.08
F ₂	¹ Π	128.2	2.147	8.51	~1.6
P ₂	¹ Σ	189.4	1.470	3.59	5.03
S ₂	³ Σ	188.9	1.367	3.93	~4.4
Cl ₂	¹ Σ	198.8	1.064	7.09	2.48
Br ₂	¹ Σ	228.3	0.609	3.31	1.97
I ₂	¹ Σ	266.6	0.404	2.84	1.54
HF	¹ Σ	91.7	7.796	21.8	5.8
HCl	¹ Σ	127.5	5.632	17.4	4.43
HBr	¹ Σ	141.3	4.991	17.1	3.75
HI	¹ Σ	160.4	4.350	17.2	3.06
CO	¹ Σ	112.8	4.088	6.22	~9.7
NO	² Π	115.0	3.590	7.55	5.29
OH	² Π	97.1	7.036	22.2	4.35

Таблиця 4. Найважливіші властивості нуклідів

Z	Нуклід	Спін	Надлишок маси нукліда $M - A$, а.о.м.	Масовий вміст у природній суміші, %	Тип розпаду	Період напіврозпаду T	Енергія – α - і β -частинок ($K_{\beta\text{макс}}$) MeV
1	2	3	4	5	6	7	8
	n	1/2	0.008665	–	β^-	11.7хв	0.78
1	H	1/2	0.007825	99.985			
	^2H	1	0.014102	0.015			
	^3H	1/2	0.016049	–	β^-	12.3 роки	0.018
2	^3He	1/2	0.016030	$3 \cdot 10^{-4}$			
	^4He	0	0.002604	100			
3	^6Li	1	0.015126	7.52			
	^7Li	3/2	0.016005	92.48			
4	^7Be	3/2	0.016931	–	K	53 доби	
	^8Be	0	0.005308	–	2α	10^{-16} с	0.039
	^9Be	3/2	0.012186	100			
	^{10}Be	0	0.013535	–	β^-	$2.5 \cdot 10^6$ років	0.555
5	^{10}B	3	0.012939	20			
	^{11}B	3/2	0.009305	80			
6	^{11}C	3/2	0.011431	–	β^+	20.4 хв	0.97
	^{12}C	0	0	98.89			
	^{13}C	1/2	0.003354	1.11			
	^{14}C	0	0.003242	–	β^-	5570 років	0.155
7	^{13}N	–	0.005739	–	β^+	10 хв	1.2
	^{14}N	1	0.003074	99.63			
	^{15}N	1/2	0.000108	0.37			
8	^{15}O	–	0.003072	–	β^+	2.1 хв	1.68
	^{16}O	0	-0.005085	99.76			
	^{17}O	5/2	-0.000867	0.037			
	^{18}O	0	-0.000840	0.204			
9	^{18}F	–	0.000950	–	β^+	1.87 год	0.649
	^{19}F	1/2	-0.001595	100			

1	2	3	4	5	6	7	8
	²⁰ F	–	-0.000015	–	β^-	12 с	5.42
10	²⁰ Ne	0	-0.007560	90.92			
	²¹ Ne	–	-0.006151	0.26			
	²² Ne	0	-0.008616	8.82			
11	²² Na	3	-0.005565	–	β^+	2.6 року	0.540
	²³ Na	3/2	-0.010227	100			
	²⁴ Na	4	-0.009033	–	β^-	15 год	1.39
12	²³ Mg	–	-0.005865	–	β^+	11 с	2.95
	²⁴ Mg	0	-0.014956	78.60			
	²⁵ Mg	5/2	-0.014160	10.11			
	²⁶ Mg	0	-0.017409	11.29			
	²⁷ Mg	1/2	-0.015655	–	β^-	9.5 хв	1.57 і 1.59
13	²⁶ Al	–	-0.013100	–	β^+	6.7 с	3.20
	²⁷ Al	5/2	-0.018465	100			
	²⁸ Al	3	-0.018092	–	β^-	2.3 хв	2.86
14	²⁸ Si	0	-0.023073	92.27			
	²⁹ Si	1/2	-0.023509	4.68			
	³⁰ Si	0	-0.0026239	3.05			
	³¹ Si	–	-0.024651	–	β^-	2.65 Г	1.47
15	³⁰ P	–	-0.021680	–	β^+	2.5 хв	3.24
	³¹ P	1/2	-0.026237	100			
	³² P	–	-0.026092	–	β^-	14.3 доби	1.71
16	³² S	0	-0.027926	95.02			
	³³ S	3/2	-0.028540	0.75			
	³⁴ S	0	-0.032136	4.21			
	³⁵ S	3/2	-0.030966	–	β^-	87 діб	0.167
17	³⁵ Cl	3/2	-0.031146	75.4			
	³⁶ Cl	2	-0.031688	–	$\beta^- . K$	$3.1 \cdot 10^5$ років	0.714
	³⁷ Cl	3/2	-0.034104	24.6			
18	³⁶ Ar	0	-0.032452	0.34			
	³⁷ Ar	3/2	-0.033228	–	K	32 доби	
	³⁹ Ar	–	-0.035679	–	β^-	265 років	0.565
	⁴⁰ Ar	0	-0.037616	99.60			

1	2	3	4	5	6	7	8
19	³⁹ K	3/2	-0.036286	93.08			
	⁴² K	2	-0.037583	–	β^-	1.52 г	3.55 і 1.99
24	⁵¹ Cr	7/2	-0.055214	–	К	28 діб	
25	⁵⁵ Mn	5/2	-0.061946	100			
27	⁵⁸ Co	2	-0.064246	–	К. β^+	72 доби	0.47
	⁵⁹ Co	7/2	-0.066811	100			
	⁶⁰ Co	4	-0.066194	–	β^-	5.2 роки	0.31
29	⁶³ Cu	3/2	-0.070406	69.1			
	⁶⁵ Cu	3/2	-0.072214	30.9			
30	⁶⁵ Zn	5/2	-0.070766	–	К. β^+	245 діб	0.325
35	⁸² Br	6	-0.083198	–	β^-	36 г	0.456
38	⁸⁸ Sr	0	-0.09436	82.56			
	⁸⁹ Sr	5/2	-0.09257	–	β^-	51 доба	1.46
	⁹⁰ Sr	0	-0.09223	–	β^-	28 років	0.535
39	⁹⁰ Y	2	-0.09282	–	β^-	64 г	2.24
47	¹⁰⁷ Ag	1/2	-0.09303	51.35			
53	¹²⁷ I	5/2	-0.09565	100			
	¹²⁸ I	1	-0.09418	–	К. β^-	25 хв	2.12 і 1.67
79	¹⁹⁷ Au	3/2	-0.03345	100			
	¹⁹⁸ Au	2	-0.03176	–	β^-	2.7 діб	0.96
81	²⁰⁴ Tl	–	-0.02611	–	β^-	4.1 рік	0.77
82	²⁰⁶ Pb	0	-0.02554	23.6			
	²⁰⁷ Pb	1/2	-0.02410	22.6			
	²⁰⁸ Pb	0	-0.02336	52.3			
83	²⁰⁹ Bi	9/2	-0.01958	100			
	²¹⁰ Bi	4	-0.01589	–	α	$2.6 \cdot 10^6$ років	4.97
84	²¹⁰ Po	–	-0.01713	–	α	138 діб	5.3
86	²²² Rn	–	0.01753	–	α	3.8 доби	5.49
88	²²⁶ Ra	0	0.02536	–	α	1620 років	4.78 і 4.59
90	²³² Th	0	0.03821	100	α	$1.4 \cdot 10^{10}$ років	4.00 і 3.98
	²³³ Th	–	0.04143	–	β^-	22 хв	1.23

Таблиця 5. Основні фізичні сталі

Швидкість світла у вакуумі	$c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Гравітаційна стала	$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{кг} \cdot \text{с}^2)$
Стала Авогадро	$N_A = 6.023 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Число Лошмідта	$n_0 = 2.69 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$
Універсальна газова стала	$\dot{R} = 8.314 \text{ Дж/(К} \cdot \text{моль)}$
Стала Больцмана	$k = \begin{cases} 1.3807 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К} \\ 0.8617 \cdot 10^{-4} \text{ еВ/К} \end{cases}$
Елементарний заряд	$e = \begin{cases} 4.803 \cdot 10^{-10} \text{ СГСЕ} \\ 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \end{cases}$
Маса електрона	$m_e = \begin{cases} 0.911 \cdot 10^{-27} \text{ з} \\ 0.511 \text{ МеВ} \\ 5.486 \cdot 10^{-4} \text{ а.о.м.} \end{cases}$
Питомий заряд електрона	$e/m_e = \begin{cases} 5.27 \cdot 10^{17} \text{ СГСЕ} \\ 1.76 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг} \end{cases}$
Маса протона	$m_p = \begin{cases} 1.6726 \cdot 10^{-24} \text{ з} \\ 938.28 \text{ МеВ} \\ 1.007276 \text{ а.о.м.} \end{cases}$
Питомий заряд протона	$e/m_p = \begin{cases} 2.87 \cdot 10^{14} \text{ СГСЕ} \\ 0.959 \cdot 10^8 \text{ Кл/кг} \end{cases}$
Стала Стефана – Больцмана	$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К}^4)$
Стала закону зміщення Віна	$b = 0.290 \text{ смК}$
Стала Планка	$\eta = \begin{cases} 1.0546 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \\ 0.6582 \cdot 10^{-15} \text{ еВ} \cdot \text{с} \end{cases}$
Стала Рідберга	$R = 2.067 \cdot 10^{16} \text{ с}^{-1}$ $R' = R/2\pi c = 1.097 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$
Перший Борівський радіус	$r_1 = 0.529 \cdot 10^{-10} \text{ м}$
Енергія зв'язку електрона у атомі водню	$E = 13.56 \text{ еВ}$
Комптонівська довжина хвилі електрона	$\lambda_c = 2.426 \cdot 10^{-12} \text{ м}$
Класичний радіус електрона	$r_e = 2.82 \cdot 10^{-15} \text{ м}$
Стала тонкої структури	$\alpha = 1/137.036$
Магнетон Бора	$\mu_B = \begin{cases} 0.9274 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/Тл} \\ 0.5788 \cdot 10^{-4} \text{ еВ/Гс} \end{cases}$
Ядерний магнетон	$\mu_{\text{я}} = \begin{cases} 5.051 \cdot 10^{-27} \text{ Дж/Тл} \\ 3.152 \cdot 10^{-8} \text{ еВ/Гс} \end{cases}$

Магнітний момент: електрона	$\mu_e = 1.00116 \mu_B$
протона нейтрона дейтрона	$\mu_p = 2.7928 \mu_N$ $\mu_n = -1.913 \mu_N$ $\mu_d = 0.8574 \mu_N$
Гіромагнітний множник: електрона протона нейтрона дейтрона	$g_e = 2.0022$ $g_p = 5.5855$ $g_n = -3.8263$ $g_d = 0.8574$
Квант магнітного потоку	$\Phi_0 = [2.068 \cdot 10^{-15} \text{ Вб}]$ $[2.068 \cdot 10^{-7} \text{ Мкс}]$
Електрична стала	$\epsilon_0 = 0.885 \cdot 10^{-11} \text{ Ф/м}$ $1/4\pi \epsilon_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}$
Магнітна стала	$\mu_0 = 1.257 \cdot 10^{-6} \text{ Гн/м}$ $\mu_0/4\pi = 10^{-7} \text{ Гн/м}$

ПЕРІОДИ		ГРУПИ									
		I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII		
1	H 1,0079 Гідроген								He 4,0026 Гелій		
2	Li 6,941 Літій	Be 9,0122 Берилій	B 10,811 Бор	C 12,011 Карбон	N 14,007 Нітроген	O 15,999 Оксиген	F 18,998 Флуор	Ne 20,179 Неон	Fe 55,847 Ферум	Ni 58,69 Нікол	
3	Na 22,990 Натрій	Mg 24,305 Магній	Al 26,982 Алюміній	Si 28,086 Силіцій	P 30,974 Фосфор	S 32,066 Сульфур	Cl 35,453 Хлор	Ar 39,948 Аргон	Co 58,933 Кобальт	Ni 58,69 Нікол	
4	K 39,098 Калій	Ca 40,078 Кальцій	Sc 44,956 Скандій	Ti 47,88 Титан	V 50,942 Ванадій	Cr 51,996 Хром	Mn 54,938 Манган	Fe 55,847 Ферум	Co 58,933 Кобальт	Ni 58,69 Нікол	
5	Rb 85,468 Рубідій	Sr 87,62 Стронцій	Y 88,906 Ітрій	Zr 91,224 Цирконій	Nb 92,906 Ніобій	Mo 95,94 Молибден	Tc 98 Технетій	Ru 101,07 Рутеній	Rh 106,42 Розій	Pd 106,42 Паладій	
6	Cs 132,91 Цезій	Ba 137,33 Барій	*La 138,91 Лантан	Hf 178,49 Гафній	Ta 180,95 Тантал	W 183,85 Вольфрам	Re 186,21 Реній	Os 190,2 Осмій	Ir 192,22 Ірідій	Pt 195,08 Платина	
7	Fr [223] Францій	Ra 226,02 Радій	**Ac [227] Актиній	Pb 207,2 Свинець	Bi 208,98 Висмут	Po [209] Полоній	At [262] Астат	Rn [222] Радон	Mt [266] Майтнерій	Uun [267] Унуній	
	R₂O	RO	R₂O₃	RO₂	R₂O₅	RO₃	RO₂	R₂O₇	RO₄		
	Леткі водневі сполуки		RH₄	RH₃	H₂R	HR					
58	Ce 140,91 Церій	Pr 144,24 Празеодим	Nd 147,07 Неодим	Pm [147] Прометій	Sm 150,36 Самарій	Gd 157,25 Гадоліній	Tb 158,93 Тербій	Dy 162,5 Диспродій	Ho 164,93 Гольмій	Er 167,26 Ербій	
71	Lu 174,97 Лютецій										
89	Th 232,04 Торій	Pa 231,04 Пратактиній	U 238,03 Уран	Np 237,05 Нептуній	Pu 244,06 Плутоній	Am [243] Амерцій	Cm [247] Кюріум	Bk [247] Берклій	Es [252] Ейнштейній	Fm [257] Фермій	
103	Lr [260] Лоренцій										