

Scientific journal
PHYSICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION
Has been issued since 2013.

ISSN 2413-158X (online)
ISSN 2413-1571 (print)

Науковий журнал
ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА
Видається з 2013.



<http://fmo-journal.fizmatsspu.sumy.ua/>

Заторський Р.А., Дудка О.М., Власій О.О. Роль інформаційно-комунікаційних технологій у візуалізації вивчення математики // Фізико-математична освіта : науковий журнал. – 2017. – Випуск 3(13). – С. 39-44.

Zatorskyi R., Dudka O., Vlasii O. The Role Of Information And Communication Technologies In Vizualization Of Learning Mathematics // Physical and Mathematical Education : scientific journal. – 2017. – Issue 3(13). – P. 39-44.

УДК 378.14: 46:[004.78:51]

Р.А. Заторський¹, О.М. Дудка², О.О. Власій³

*ДВНЗ «Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника», Україна
¹romazatorsky@gmail.com, ²olga_dudka@comp-sc.if.ua, ³olesia_vlasii@comp-sc.if.ua*

РОЛЬ ІНФОРМАЦІЙНО-КОМУНІКАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ У ВІЗУАЛІЗАЦІЇ ВИВЧЕННЯ МАТЕМАТИКИ

Анотація. У статті проаналізовано проблему візуалізації інформації при вивченні математики. Встановлено необхідність розширення та вдосконалення наявних методів візуалізації на протязі всього процесу вивчення математики. Проаналізовано можливості використання новітніх інформаційно-комунікаційних технологій для розширення інструментарію візуалізації математики. Запропоновано використання навчальних он-лайн ресурсів як засобу активізації пізнавальної діяльності школярів. Проведено систематизований огляд освітніх ресурсів та прикладних програм, які можуть бути використані як при вивченні нового матеріалу, так і для закріплення набутих вмінь та навичок при різних формах організації навчання. На ілюстративних прикладах продемонстровано доцільність використання деяких із розглянутих ресурсів при вивченні шкільного курсу математики. Встановлено необхідність вивчення комп'ютеризованих засобів візуалізації інформації при підготовці майбутніх вчителів математики як необхідної складової в розвитку професійних компетентностей.

Ключові слова: візуалізація математики, навчальні он-лайн ресурси, інформаційно-комунікаційні технології (ІКТ).

Постановка проблеми. Здавна всім відоме визначення «Математика – цариця наук». І хоча в епоху тотальної комп'ютеризації та інформатизації суспільства на перший план, здавалось би, виходять потреби знання комп'ютерних наук, значення математики аж ніяк не применшується, а навпаки – сучасні вчені постійно наголошують на необхідності використання математичних знань упродовж всього життя, а вивчення математики розглядають як найкращу основу для розвитку інтелекту. Звісно, епоха комп'ютеризації не може ніяк не вплинути на вивчення математики, якраз навпаки – новітні інформаційно-комунікаційні технології дають широкий інструментарій для заохочення учнів до здобування математичних знань на протязі усього часу навчання. А оскільки використання комп'ютерів та мобільних пристроїв практично ввійшло у повсякденне життя сучасної людини, зокрема і школяра, то актуально постає проблема пошуку шляхів візуалізації математики засобами новітніх ІКТ.

Аналіз актуальних досліджень. Питання важливості візуальної підтримки під час навчання стає дедалі актуальнішим. Розмаїття форм засобів візуалізації, які швидко зародилися, створило передумови для їхнього раціонального використання в галузі освіти з метою активізації навчальної діяльності учнів [1-3]. До проблеми візуалізації математики, починаючи з 80-х років минулого століття, вчені звертаються дедалі частіше [4]. Науковці приходять до необхідності візуалізації математики на протязі всього процесу її вивчення, а не тільки переважно на рівні початкової школи [5, 6]. Автори праці [5], опираючись на передові дослідження в галузі нейробіології, стверджують, що при розв'язуванні математичних задач, однаково як у дітей, так і у дорослих, задіяні механізми обробки візуальної інформації. Команда вчених Стенфордського центру започаткувала проект Youcubed (<https://www.youcubed.org/>), присвячений вдосконаленню методів вивчення математики, серед яких одне з чільних місць займає візуалізація навчального матеріалу. В якості експерименту було розроблено ряд візуальних уроків з математики для учнів 3-9 класів. Статистика показала, що чверть мільйона вчителів і батьків завантажили уроки, 85% вчителів вважають доцільним продовження серії таких уроків, а

83% опитаних учнів ствердили, що візуальні завдання значно краще заохочують до вивчення математики. Звісно, розробка візуальних завдань вимагає відповідного рівня комп'ютерної грамотності розробників, і водночас вимагає співпраці багатьох професіоналів – як у галузі математики, так і у галузі педагогіки, психології та IT-технологій. На допомогу тут приходять навчальні он-лайн ресурси та прикладне програмне забезпечення, все більше яких з'являється у мережі Інтернет, і одним із завдань педагога стає вміння використовувати новітній інструментарій у своїй професійній діяльності. Як наслідок, володіння навиками пошуку та відбору актуальної навчальної інформації для візуалізації навчального матеріалу є також необхідною складовою у підготовці майбутніх вчителів математики [7, 8].

Метою статті є пошук можливостей застосування сучасних інформаційно-комунікаційних технологій для візуалізації математики, які дають змогу ефективно і з мінімальними витратами покращити засвоєння навчального матеріалу та активізувати пізнавальну і дослідницьку діяльність учнів.

Виклад основного матеріалу. Дослідження показують, що учні, які вивчають математику за принципом запам'ятовування, переважно мають доволі низький рівень знань, тому дітям необхідно заохочувати до осмислення математичних проблем, зокрема, шляхом візуальної їх репрезентації [6]. Звісно, запам'ятовування є важливим, часто навіть необхідним, оскільки дає змогу учням оперувати основними математичними фактами. Використовувати пам'ять потрібно, однак, використовувати її стратегічно, а не механічно. Тому для того, щоб досягти успіху у вивченні математики, дітям варто вивчати математику більш рефлексивним, амбіційним та творчим способом, включаючи вивчення альтернативних способів пошуку рішень, створення взаємозв'язків, всебічний розгляд проблем та їх візуалізацію. Потрібно розвіювати міф, що успіх в математиці залежить просто від вміння швидко виконувати обчислення. Швидко обчислювати – це не те, що потрібно для вміння осмислювати математичні проблеми. В математиці цінним є глибоке мислення, проникнення в суть задачі із побудовою взаємозв'язків, аналогій та візуалізацій.

У статті [5] розглядається питання виконання дітьми обчислень «на пальцях» і доводиться, що така візуалізація сприяє полегшенню сприйняття та подальшому розвитку здібностей. Заборона обчислювати «на пальцях» викликає в дітях страх, замикання в собі і сприймання математики як чогось незрозумілого, яке треба просто запам'ятати. Важливо, щоб викладання та навчання математики стало більш візуальним - не існує жодної ідеї чи концепції, яка не може бути проілюстрована або продумана візуально. Школа часто є нав'язливо чисельною (невірна політика педагогів, неякісні навчальні посібники). Учні запам'ятовують математичні факти, а потім опрацьовують велику кількість однотипних числових прикладів лише з кількома візуальними або творчими представленнями чи пропозиціями візуального виконання завдань. В учнів складається уявлення, що усі шляхи в математиці – виключно абстрактні та символічні, а візуалізація – це лише рівень початкових уявлень про математику. Автори наголошують на необхідності візуалізації при вивченні математики на всіх рівнях, починаючи від початкової – до вищої школи.

Автор публікації «Сила візуалізації в математиці» Jeremiah Ruesch [6] підкреслює, що вчитель при підготовці до будь-якого заняття насамперед повинен задати питання собі: Що я можу змінити при вивченні цього матеріалу? І одним із таких засобів, звісно є візуалізація. Тут постають наступні питання, які необхідно задати самому собі: Як я можу презентувати цю тему візуально? Де я бачив застосування цієї теми у реальному житті? Чи можу я презентувати цю концепцію шляхом ряду картинок і відео? Без сумніву, це завдання не із простих. Однак тотальна інформатизація суспільства та доступність до нової інформації полегшує пошук відповідей на такі питання шляхом обміну провідним педагогічним досвідом, аналізом освітніх ресурсів та підбором доцільного прикладного програмного забезпечення. Інтернет-середовище пропонує велике розмаїття навчальних ресурсів для візуалізації математики, однак серед них зустрічаються ресурси різного рівня якості. Сучасний педагог повинен зосередити увагу на пошуку нових можливостей вивчення математики з використання якісних ресурсів. До прикладу, можна організувати власну картотеку ідей візуалізації і ділитися нею як з іншими педагогами, так і зі своїми учнями.

Розглянемо інтернет ресурси, які сучасний педагог може використовувати в своїй професійній діяльності.

Сайт <https://www.youcubed.org/>, розроблений професорами Стенфордського університету для заохочення вивчення математики, – цікавий, креативний, візуалізований і багатомірний. Творці проекту зауважують, що вивчення математики в школі є одновимірним – читання підручників, виконання численної кількості однотипних вправ і написання підсумкових контрольних за чітко відведений час. Опитування показали, що саме таке уявлення склалося в учнів про вивчення цієї дисципліни. Для чого вони працюють? Для того, щоб за обмежений час щось обчислити і вказати правильне число. Тобто практична спрямованість математики захована далеко за завісами традиційного навчання. На цьому ресурсі можна знайти оригінальні практичні завдання для дітей будь-якого віку. Причому є можливість фільтрації завдань за концепціями, темами, чи віком. Усі завдання характерні цікавою візуалізацією і практичною спрямованістю. Зауважимо, що є творчі завдання, які розраховані на широкий віковий діапазон. Наприклад питання: чи ви боїтеся п'ятниці, на яку припадає 13 день місяця? А скільки таких п'ятниць може бути в році? Вік для виконання – від 5 до 19 років.

На навчальному ресурсі IXL (<https://www.ixl.com/math/>) «математика є щось більше, ніж просто числа». Візуалізовані, практично спрямовані, інтерактивні завдання для дітей від дошкільного віку і до випускників школи – це просто знахідка не тільки для креативних педагогів, але й для батьків, які прагнуть долучитися до заохочення навчання своїх дітей.

Всесітньо відома Академія Хана (<https://www.khanacademy.org/>) пропонує безкоштовне візуалізоване дистанційне навчання для усіх бажаних по всьому світу. Варто звернути увагу, що матеріал з математики, який подається, зокрема, за класами, має спеціальний розділ Eureka Math, розроблений для вчителів, які впроваджують інтерактивний візуалізований виклад матеріалу. З 2017 року почався переклад ресурсу на українську мову <https://uk.khanacademy.org/> – на допомогу вчителю пропонуються відеоуроки, які учні можуть переглядати вдома для покращення засвоєння набутих знань.

Окремо слід виділити візуалізацію за допомогою комп'ютерних навчальних ігор. Гейміфікація навчання набуває дедалі більшого поширення [9]. Багато комп'ютерних математичних ігор можна знайти на Youcubed, ресурс <http://www.mathplayground.com/> пропонує кілька сотень математичних он-лайн ігор, математичних пазлів та креативних завдань з використанням 3-D візуалізації. Анімовані візуалізації з алгебри, геометрії, початків аналізу і т.п. можна знайти на сайті <http://www.mathwarehouse.com/>, який пропагує нові інтересні підходи до вивчення математики.

Вищеперелічені ресурси є англійськими, тому в першу чергу ними можуть скористатися вчителі для інтеграції завдань у навчальний процес, використовуючи змішане, соціальне, персоналізоване навчання. У 2016 році розпочалася розробка україномовного освітнього ресурсу Learning.ua (<https://www.learning.ua/>), який став віртуальним навчальним закладом, що може ефективно доповнити шкільну освіту. Ресурс знаходиться на стадії розробки, тому зараз на ньому можна знайти візуалізацію матеріалу лише для дошкільної та частини початкової освіти. Авторами сайту анонсується, що програми розробляються у відповідності до вимог Міністерства освіти України та міжнародних стандартів Common Core. Проект Математика онлайн (<http://fizma.net/>) започаткований з метою допомоги учням та студентам у вивченні математики та фізики, на цьому ресурсі можна знайти не тільки візуалізований теоретичний матеріал з математики, фізики та інформатики, а й скористатися можливістю онлайн обчислень та готовим методичним матеріалом для проведення уроків.

Окрім освітніх платформ, які пропонують систематичний виклад матеріалу, слід звернути увагу на динамічні системи комп'ютерної математики (СКМ), що дозволяють візуалізувати вивчення математики [8]. СКМ повинні стати підручним засобом для кожного фахівця з математики. Не секрет, що учні часто апелюють до непотрібності вміння виконувати арифметичні дії, оскільки є калькулятор. Та і в студентів вищих навчальних закладів складається уявлення про те, що СКМ здатні замінити потребу володіння математичним апаратом та вміння розв'язувати математичні задачі. Однак заборона користуватися калькулятором чи СКМ нічого не дасть. Правильний підхід до вивчення сучасних програм комп'ютерної математики дасть в руки майбутнім педагогам потужний інструментарій для візуалізації та креативних підходів до розв'язання складних математичних задач. Завдання вчителя показати, що у вмілих руках математика ці програми стають помічниками у виконанні проміжних дій, але не здатні вирішити більш складну задачу без додаткового осмислення проблеми та розробки алгоритму її вирішення. Тому користування СКМ повинно стати не заборону, а одним з пріоритетних напрямків у підготовці не тільки вчителів математики, а й математиків-науковців.

Не можна оминати увагою ряд математичних додатків до Google Chrome, які дозволяють швидко і наглядно візуалізувати процеси розв'язування математичних задач: GeoGebra, Desmos Graphing Calculator, Graph.tk, Buzz Math, MathBoard Addition. Необхідно звернути увагу, що і для мобільних телефонів існує цілий ряд додатків (Photomath, MalMath, Mathway, калькулятор від Mathlab тощо), які можна використовувати для активізації пізнавальної діяльності учнів.

Звісно, не на всіх уроках математики є можливість використовувати комп'ютерну техніку чи мобільні пристрої, однак з метою відходу від стереотипного сприйняття математики як символічної науки з крейдою і дошкою необхідно залучати новітні технології, використовуючи різні форми організації навчання, як в класі, так і в позаурочний час.

Розглянемо деякі приклади візуалізації та практичної реалізації математичних знань з використанням вищеперелічених технологій. Приклад завдання, яке поєднує в собі мистецтво, математику та дизайн, наведено на рис.1: учням пропонуються оптичні ілюзії і пошук математичних закономірностей в них.

Наведемо ще один приклад: «Професор математики Альфред живе у технічно досконалому місті BuzzCity, яке стояло на порозі нової наукової ери – необмежених розумових здібностей його жителів. Однак невідомий зловмисник стер усі знання жителів цього міста і тільки вирішивши цілий ряд математичних завдань можна допомогти професору Альфреду врятувати чарівне місто.». Візуалізовані завдання, які охоплюють початкову і середню школу, можуть стати чудовими домашніми завданнями для юних помічників геніального професора (рис. 2).

Динамічні елементи СКМ GeoGebra дуже доречно доповнюють теоретичний матеріал, даючи можливість візуально простежити вплив вихідних даних задачі на її розв'язок (рис. 3).

Анімована побудова синусоїди та косинусоїди (рис. 4) стане відмінним візуалізованим доповненням при вивченні побудови графіків тригонометричних функцій.



Рис. 1. Дизайн і математика (<https://www.youcubed.org/tasks/optical-art-task/>)



Рис. 2. Одне із завдань для врятування чарівного міста (<https://www.buzzmath.com/>)

Означення. Три вектори називаються **компланарними**, якщо вони паралельні одній площині.

Операції над векторами

Над вектором можна виконати такі операції:

- Додавання (віднімання) двох векторів**
Означення. Сумою двох векторів $\vec{a}(a_1; a_2)$ та $\vec{b}(b_1; b_2)$ називається вектор $\vec{c}(a_1+b_1; a_2+b_2)$.
Геометрично вектори можна додавати за правилами трикутника або паралелограма.
- Віднімання**
Означення. Різницею двох векторів $\vec{a}(a_1; a_2)$ та $\vec{b}(b_1; b_2)$ називається вектор $\vec{c}=\vec{a}-\vec{b}=(a_1-b_1; a_2-b_2)$.
- Множення вектора на число**
Означення. Добутком вектора $\vec{a}(a_1; a_2)$ на число α називається вектор $\vec{c}(\alpha a_1; \alpha a_2)$.

Цей динамічний малюнок GeoGebra Червоні елементи можна змінювати

$\alpha = 1.5$
 $\beta = -1$

Координати векторів
Координати точок
Модулі (довжини) векторів

Скалярний добуток

Рис. 3. Імплементация СКМ в освітній ресурс (<http://fizma.net/index.php?idi=geo/vector>)

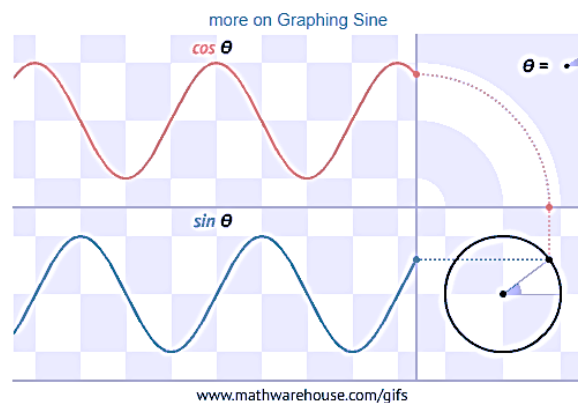


Рис. 4. Анімована побудова синусоїди (<http://www.mathwarehouse.com/trigonometry/>)

Висновки. Таким чином, можна констатувати наступне: розвиток комп'ютерних програмних засобів значно стимулює процеси візуалізації навчального матеріалу, що впливає на характер професійної діяльності вчителя; в процесі візуалізації з використанням інформаційно-комунікаційних технологій реалізується основний дидактичний принцип наочності, виявляються глибинні внутрішні взаємозв'язки та формуються асоціативні зв'язки; знайомство з потенціалом ІКТ та можливостей їх використання при візуалізації навчального матеріалу у студентів, майбутніх вчителів математики, стимулюється пізнавальний інтерес, виникає бажання створювати авторські додатки, а усвідомлення потреби і умінь їх використовувати в майбутній професійній діяльності забезпечує позитивне ставлення до процесу навчання. Узагальнюючи особистий авторський досвід впровадження ІКТ в навчальний процес при підготовці майбутніх вчителів математики, можна зробити висновок, що завдання візуалізації навчального матеріалу виконують функцію формування професійної компетентності, оскільки вимагають не тільки розуміння математичних та інформатичних основ процесу динамічної візуалізації, а й оволодіння комп'ютерним інструментарієм.

Список використаних джерел

1. Безуглий Д. Візуалізація як сучасна стратегія навчання / Д. Безуглий // Фізико-математична освіта. Науковий журнал. – Суми: СумДПУ ім. А.С.Макаренка, 2014. – № 1 (2). – С. 5-11.
2. Житеньова Н.В. Технології візуалізації в сучасних освітніх трендах / Н.В.Житеньова // Відкрите освітнє е-середовище сучасного університету. – 2016. – №2. – С. 144-157.
3. Семеніхіна О.В. Візуалізація знань як актуальний запит інформаційного суспільства до сфери освіти / О.В.Семеніхіна, М.Г. Друшляк // Міжнародна науково-практична інтернет-конференція «Використання інноваційних технологій в процесі підготовки фахівців». – 3-4 квітня 2016. – Вінниця. – 2016. – С. 156-160.
4. Kadunz G., Yerushalmy M. Visualization in the Teaching and Learning of Mathematics / G. Kadunz, M. Yerushalmy // The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education. – 2015. – PP. 463-467. – Режим доступу: https://doi.org/10.1007/978-3-319-12688-3_41.
5. Boaler J. Seeing as Understanding: The Importance of Visual Mathematics for our Brain and Learning / J. Boaler, L. Chen, C. Williams, M. Cordero // Journal of Applied and Computational Mathematics. – 2016. – V.5.
6. Ruesch J. The Power of Visualization in Math [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://www.edutopia.org/article/power-visualization-math>. – Назва з екрана.
7. Семеніхіна О.В. Впровадження моделі формування професійної готовності майбутніх учителів математики до використання засобів комп'ютерної візуалізації математичних знань: теоретичний критерій / О.В. Семеніхіна // Фізико-математична освіта : науковий журнал. – 2016. – Випуск 3(9). – С. 95-108.
8. Гриб'юк О. О. Моделювання з використанням інформаційно-комунікаційних технологій в контексті навчання математики / О.О. Гриб'юк, В.Л. Юнчик // Моделювання в навчальному процесі : матеріали Всеукраїнської науково-практичної інтернет-конференції (23-27 лютого 2015 р.) / укладач Н.А. Головіна. – Луцьк : Вежа-Друк, 2015. – С.154-157.
9. Sandusky S. Gamification in Education [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://hdl.handle.net/10150/556222>

References

1. Bezuhlyi D. Vizualizatsiia yak suchasna stratehiia navchannia / D. Bezuhlyi // Fyzyko-matematychna osvita. Naukovyi zhurnal. – Sumy: SumDPU im. A.S.Makarenka, 2014. – # 1 (2). – S. 5-11.
2. Zhytienova N.V. Tekhnolohii vizualizatsii v suchasnykh osvitykh trendakh / N.V.Zhytienova // Vidkryte osvityne e-seredovyshe suchasnoho universytetu. – 2016. – #2. – S. 144-157.
3. Semenikhina O.V. Vizualizatsiia znan yak aktualnyi zapyt informatsiinoho suspilstva do sfery osvity / O.V.Semenikhina, M.H. Drushliak // Mizhnarodna naukovo-praktychna internet-konferentsiia «Vykorystannia innovatsiinykh tekhnolohii v protsesi pidhotovky fakhivtsiv». – 3-4 kvitnia 2016. – Vinnytsia. – 2016. – S. 156-160.
4. Kadunz G., Yerushalmy M. Visualization in the Teaching and Learning of Mathematics / G. Kadunz, M. Yerushalmy // The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education. – 2015. – PP. 463-467.
5. Boaler J. Seeing as Understanding: The Importance of Visual Mathematics for our Brain and Learning / J. Boaler, L. Chen, C. Williams, M. Cordero // Journal of Applied and Computational Mathematics. – 2016. – V.5.
6. Ruesch J. The Power of Visualization in Math [Elektronnyi resurs]. – Rezhym dostupu: <https://www.edutopia.org/article/power-visualization-math>. – Nazva z ekrana.
7. Semenikhina O.V. Vprovadzhenia modeli formuvannia profesiinoi hotovnosti maibutnykh uchyteliv matematyky do vykorystannia zasobiv kompiuternoi vizualizatsii matematychnykh znan: teoretychnyi kryterii / O.V. Semenikhina // Fyzyko-matematychna osvita : naukovyi zhurnal. – 2016. – Vypusk 3(9). – S. 95-108.
8. Hrybiuk O. O. Modeliuvannia z vykorystanniam informatsiino-komunikatsiinykh tekhnolohii v konteksti navchannia matematyky / O.O. Hrybiuk, V.L. Yunchyk // Modeliuvannia v navchalnomu protsesi : materialy

Vseukrainskoi naukovo-praktychnoi internet-konferentsii (23-27 liutoho 2015 r.) / ukladach N.A. Holovina. – Lutsk : Vezha-Druk, 2015. - S.154-157.

9. Sandusky S. Gamification in Education [Elektronnyi resurs]. – Rezhym dostupu: <http://hdl.handle.net/10150/556222>

THE ROLE OF INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGIES IN VIZUALIZATION OF LEARNING MATHEMATICS

Roman Zatorskyi, Olha Dudka, Olesia Vlasii

Vasyl Stefanyk precarpathian national university, Ukraine

Abstract. *The article analyzes the problem of information visualization in the study of mathematics. The necessity of expanding and improving existing imaging modalities throughout the process of learning mathematics. The possibility of application of modern information and communication technologies to expand the Toolkit of visualization of mathematics. The proposed use of online educational resources as means of activization of cognitive activity of students. Conducted a systematic review of educational resources and apps that can be used when learning new material, and to consolidate the acquired skills in various forms of training. On illustrative examples demonstrated the feasibility of using some of the resources in the study of school mathematics. The necessity of study of computer-based visualization in the preparation of future mathematics teachers as a necessary component in the development of professional competencies.*

Key words: *visualization of mathematics, education on-line resources, information and communications technology (ICT).*