фундаментальної групи та відповідних гомотопічних теорем проводиться верифікація графа на лінійну зв'язність.

1. Мельник Р.А. Алгоритми ієрархічного моделювання площинної та просторової топології НВІС. – Львів: Вид-во ДУ "Львівська політехніка", 1999. – 140 с.
2. Atamanyuk O. Verification of topology and "radial" algorithms in submicron technology of IC // Сучасні проблеми радіоелектроніки, телекомунікацій, комп'ютерної інженерії: Матеріали Міжнародної науково-технічної конференції TCSET'2006 (Львів – Славське, 28 лютого – 4 березня 2006 р.). – Львів, 2006. – С.438–439.
3. Проектирование СБИС / М. Ватанабэ, К. Асада, К. Кани, Т. Оцуки: Пер. с япон. – М.: Мир, 1988. – 304 с.
4. Эйрис Р. Проектирование СБИС. Метод кремниевой компиляции. – М.: Наука, 1988. – 456 с.

In this paper we make the decomposition, planaryzation and verification of topology of integrated circuit on the linear connectedness with help of continuum image retraction, stereographic projection and fundamental groups.

***Key words:** integrated circuit, decomposition, verification.*

УДК 546.28, 621.38

ББК 31.233, 32.844.1

О.Б. Атаманюк

ВЕРИФІКАЦІЯ ПРОЦЕСУ КРЕМНІЄВОЇ КОМПІЛЯЦІЇ ТОПОЛОГІЇ ІНТЕГРАЛЬНИХ СХЕМ

Задача верифікації процесу кремнієвої компіляції, що моделюється ймовірнісним графом, зводиться до скорочення цього графа, а далі – до знаходження всіх графів, що задовольняють часово-ймовірнісний критерій; використовуються стрічкові матриці та метод вилучення проміжних вершин.

***Ключові слова:** кремнієва компіляція, стрічкові матриці, метод вилучення проміжних вершин.*

Для забезпечення стовідсоткової придатності топології ВІС необхідно провести такі верифікації:

1) перевірку геометричних параметрів;
2) перевірку трасування міжз'єднань;
3) перевірку електричних характеристик.

При перевірці першого виду застосовуються такі операції з многокутниками: логічні операції; топологічні операції типу накладання та включення; з'єднувальні операції (простежується шлях з'єднання); операції щодо перевірки розмірів (для виявлення суперечностей між правилами проектування та геометрією транзисторів і міжз'єднань); зміна розмірів (стискування та розтягування); поділ на прямокутники або трапеції (так званий метод смуг, який застосовують для розбиття кристала на координатні ділянки).

До алгоритмів, що реалізують логічні операції, належить алгоритм бітової карти. Цей алгоритм ділить ділянку уявною координатною сіткою та формує структуру даних, що містить інформацію про порожні й заповнені клітини. Насправді формується таблиця, у кожній клітині якої розміщені дві цифри: 0 або 1 у першому розряді і 0 або 1 – у другому.

Перший розряд означає наявність або відсутність у даній клітині фігури *A*, а другий – наявність або відсутність у даній клітині фігури *B*.

Тоді виділення комірок виду 1 1 означає взяття перерізу (логічне AND), виділення комірок 0 1 або 1 0 означає взяття об'єднання (логічне OR). Логічні операції можуть також реалізуватися векторними алгоритмами. Якщо сторони фігури записувати векторами так, що обхід зовнішнього контуру здійснюється проти годинникової стрілки (фігура весь час справа), а обхід внутрішнього – за годинниковою стрілкою (фігура весь час справа), то, поділивши ділянку сіткою, розставляємо 0 1 або 1 0, 0 0 або 1 1 у кожній клітині. Далі алгоритм працює так само, як і в бітовій карті.

Логічні операції застосовуються для визначення розміщення елементів у даному контурі, а також для виявлення контактних площадок чи ділянок для методу "шлях деформації". Застосовуючи операцію AND для шару полікристалічного кремнію та дифузійного шару, можна виявити ділянку каналу транзистора.

Застосовуючи операцію AND (логічне І) для нашарування з трьох шарів (дифузійний, металевий та контактний), можна виявити входи та виходи транзистора.

При перевірці другого типу – трасування з'єднань між схемами – проводимо такі операції:

1) розпізнавання схемних елементів;
2) відновлення з'єднань між елементами;
3) перевірка логічних функцій.

Відновлення з'єднань проводять через перевірку таких стадій:

1) наявність коротких замикань;
2) наявність провідників, які мають тільки один приєднаний край;
3) наявність ізольованих провідників та ізольованих контактів;
4) наявність провідників, через які не проходить струм, незважаючи на те, що відповідні транзистори проводять;
5) правильність підключення всіх транзисторів.

Зауважимо, що метою перевірки електричних характеристик не є розв'язання громіздких диференціальних рівнянь, а знаходження наближених значень, які могли би свідчити про погіршення характеристик схеми порівняно з існуючими моделями до початку проектування. Ці погіршення можуть з'являтися за рахунок паразитних ємностей та опорів.

Базовими задачами при верифікації плоских зображень є такі: задача про перетини відрізків, задача про перетини многокутників, класифікація внутрішніх і зовнішніх точок, розділення многокутників на ділянки та на прямокутники, розділення на трапеції, знаходження мінімальної ширини для даного многокутника.

Нехай задано вершини замкнутого контуру без самоперетинів і деяку точку в площині даного контуру й треба виявити місцезнаходження даної точки відносно контуру. Для цього досить провести через дану точку пряму, яка не перетинає жодної вершини замкнутого контуру, і ввести два лічильники перетинів проведеної прямої зі сторонами контуру: один лічильник – на одному боці від досліджуваної точки, другий – на другому. Проводимо аналіз: якщо обидва лічильники парні, то досліджувана точка міститься зовні многокутника; якщо обидва лічильники непарні, то досліджувана точка міститься всередині многокутника; якщо один лічильник парний, інший – непарний, то досліджувана точка міститься на ребрі.

Для того, щоб провести пряму, яка не проходить через жодну вершину многокутника, досить знайти максимум з усіх кутових коефіцієнтів прямих, проведених через досліджувану точку й кожну з вершин многокутника. Додавши до максимуму одиницю, одержимо кутовий коефіцієнт прямої, яка не проходить через жодну з вершин многокутника.

Позаяк пряма пронизує контур на зразок рентгенівського променя, то назвемо такий алгоритм "променевим".

Застосуємо "променевий" алгоритм до виявлення ділянок ущільнення. Уведемо на кристалі осі координат, уважаючи, що *Ox*, *Oy* – це планарні осі, а *Oz* – вертикальна вісь, яка пронизує всі шари кристала. Тоді у верхньому шарі наносимо уявну координатну сітку й методом сканування визначаємо контури верхнього шару. За методом бітової карти заповнюємо числами всі координатні клітини, причому числа мають бути чотирирозрядні. Перший розряд: наявність (1) або відсутність (0) у даній клітині червоного поля (полікремнієвого контуру); другий розряд – наявність (1) або відсутність (0) у даній клітині зеленого поля (дифузійного шару іонної імплантації); третій розряд – наявність (1) або відсутність (0) у даній клітині синього поля (колір металізації); четвертий розряд – наявність (1) або відсутність (0) у даній клітині чорного поля (контактних вікон). Решта розрядів, які йдуть після чотирьох, позначає номер бітової карти або номер шару, починаючи згори, наприклад 0001. Далі проводимо уявні вертикальні перерізи по координатних сітках кожного шару в кристалі. Маючи інформацію у вигляді більше ніж чотирирозрядного числа про кожну клітину, можна за допомогою променевого алгоритму порахувати кількість перетинів вертикального променя з непорожніми клітинами. Якщо таке число рівне нулю, то це означає, що в даному вертикальному стовпці немає жодного контуру нашої інтегральної схеми, а тоді цей стовпець можна стиснути за методом "шлях деформації", щоб зекономити площу кристала або використати його для нового проектування.

За допомогою "променевого" алгоритму можна визначити, чи будуть сусідніми по вертикалі клітини з полями однакового кольору. Якщо це так, то одиничка розміщена в однакових розрядах на сусідніх бітових картах, тоді між цими топологічними шарами можна робити вертикальні отвори для провідників. Зауважимо, що цим же "променевим" алгоритмом можна обчислити кількість топологічних шарів однакового кольору, вводячи для кожного кольору лічильники перетинів із вертикальним променем.

Отже, застосування "променевого" алгоритму у вертикальних розрізах дає можливість ущільнити або відновити об'ємну топологію.

Назвемо мінімальною шириною многокутника найменшу з усіх мінімальних відстаней між будь-якими двома точками на краю цього многокутника, причому мінімальна відстань між точками береться за відрізком, який повністю належить даному многокутнику. Задача знаходження мінімальної ширини застосовується, наприклад, для знаходження мінімальної ширини трас або мінімальної відстані між провідниками, яка повинна бути більшою від допустимої за проектними нормами. Це вимагається для того, щоб виключити взаємні електричні впливи між сусідніми провідниками.

Розв'язування даної задачі проводиться комбінацією двох методів. За методом "розділяй і володарюй" серед усіх вершин даного многокутника знаходимо найближчу пару. Методом перебору знаходимо всеможливі відстані від усіх вершин многокутника до найближчих ребер. Серед цих відстаней вибираємо найменшу й порівнюємо її з відстанню між найближчою парою. Менша з них і буде шириною многокутника.

Універсальний метод контролю КТО – використання трьох теоретично-множинних операцій: об'єднання, перетину та доповнення. При переході до доповнення можна знайти допустимі мінімальні розміри між блоками або трасами; при взятті перерізу можна знайти мінімальні розміри площ, які перетинаються: якщо перетин порожній, то перекриття площ відсутні. Комбінація цього універсального методу з векторним та променевим методом [1] забезпечує високу швидкодію та лінійну залежність часу обчислень від об'єму інтегральної схеми. Існує ще два методи: матричний метод, або метод "бітової карти", та координатно-сітковий метод. Розглянемо матричний метод детальніше. Нехай маємо n ділянок. Якщо A належить B, то парі A, B ставимо у відповідність число 1. Якщо B належить A, то даній парі ставимо у відповідність число 2. Якщо множини A і B не перетинаються, то даній парі ставимо у відповідність число 3, якщо перетин множин A і B непорожній, то даній парі ставимо у відповідність число 4. Одержані числа розміщуємо в матриці, розміром $m\times n$. Таким чином, числа 1, 2, 3, 4 фіксують взаємне розміщення n ділянок.

Наступний крок – збільшуємо всі ділянки інтегральної схеми на половину допустимих обмежень і складаємо нову матрицю взаємних перетинів. Якщо одержані дві матриці збігаються, то КТО контрольоване. Якщо виявляться відмінності в побудованих матрицях, то вони вказують на ті ділянки інтегральної схеми, відстань між якими менша від допустимого КТО (тут половина допустимих обмежень береться саме тому, що $1/2+1/2=1$, тобто розширення в обидва боки береться в межах допустимих норм).

Удосконаленням цього методу є метод дискретної топологічної моделі (ДТМ). Суть його така: методом бітової карти приписуємо кожній клітині координатної сітки число 0 або 1 залежно від того, чи вузол цієї сітки містить елемент топології, чи ні; якщо містить – то число 1, якщо ні – то 0.

Позначимо через M_i множину точок ДТМ, які належать деякій i-тій ділянці. Нехай p – фрагмент $V_p=\bigcup_{i=1}^{k} M_i$. Позначимо $T_p=V_p\setminus M_i$ – це перфорований фрагмент, з якого вирізано M_i. За тими ж правилами побудови ДТМ будуємо для кожного M_i множину Φ_i – таких точок, які містяться від M_i не більше, ніж на допустиму величину, тобто Φ_i – допустима оболонка M_i. Тоді беремо T_p перетин із Φ_i. Якщо $\Phi_i\cap T_p=\varnothing$, то контрольовані відстані допустимі, якщо $\Phi_i\cap T_p\neq\varnothing$, то контрольовані відстані перевищують допустимі.

Назвемо ймовірнісним орієнтованим граф $G(X, \Gamma)$, що задається такими умовами:

1. Вершини $x \in X$ графа G відповідають початку та закінченню дії оператора кремнієвої компіляції.
2. Дуги графа $\gamma = \Gamma$ відповідають операторам кремнієвої компіляції.
3. Ваги дуг відповідають характеристикам надійності (безпомилкове виконання, або – з помилкою) та часу виконання операторів кремнієвої компіляції.
4. Ймовірності правильного виконання операторів незалежні між собою.
5. Граф може мати петлі або замкнуті контури, що відповідають послідовності операторів, які повторюються циклічно чи виконуються альтернативно.
6. Кожна j-та вершина ймовірнісного графа повинна задовольняти умову стохастичності: $\sum_{i=1}^{n} P_{ji} = 1$, де P_{ji} – ймовірність правильного виконання оператора при переході з i-тої вершини в j-ту. Число n – кількість дуг, що виходять з j-тої вершини.

Задача верифікації процесу кремнієвої компіляції, що моделюється ймовірнісним графом $G(X, \Gamma)$, зводиться до скорочення цього графа, тобто заміни його новим графом $G(Y, \Delta)$ із множиною вершин Y та множиною дуг – операторів $\gamma \in \Delta$ таких, що Y складається з початкових x_0 та кінцевих y_0 точок процесу кремнієвої компіляції. Тобто множина Y одержується з множини X вилученням проміжних вершин.

Дуги $\gamma \in \Delta$ у новому графі $G(Y, \Delta)$ повинні відповідати операторам кремнієвої компіляції, які йдуть від початкової до кінцевої точки та не входять у композицію з іншими дугами, тобто не входять як оператори ні в яку послідовність операторів кремнієвої компіляції. Ваги таких дуг за відповідними правилами обчислюються як функціональні залежності від ваг проміжних дуг попереднього графа $G(X, \Gamma)$. Це означає, що ми вміємо обчислювати ймовірності та часи переходів від початкових вершин x_0 до кінцевих вершин y_0 графа $G(Y, \Delta)$. Таким чином, після скорочення графа $G(X, \Gamma)$ до графа $G(Y, \Delta)$ задача верифікації правильного виконання процесу кремнієвої компіляції зводиться до знаходження всіх графів $G(Y, \Delta)$, що задовольняють часово-ймовірнісний критерій: ймовірність правильного переходу від вершини x_0 до вершини y_0 має бути максимальною при однакових часах або час має бути найменшим при однакових максимальних імовірностях. При скороченні ймовірнісних графів $G(X, \Gamma)$ до $G(Y, \Delta)$ застосовуються правила еквівалентних перетворень на часово-ймовірнісні характеристики для паралельних дуг, послідовних дуг та дуг-петель. Графом з послідовними дугами називається такий граф, що відповідає послідовному застосуванню операторів кремнієвої компіляції. Тоді, використовуючи вагову незалежність графа, можна записати правило об'єднання послідовних дуг: фрагмент імовірнісного графа, що складається з двох послідовних дуг, які відповідають послідовному застосуванню двох операторів кремнієвої компіляції, може бути замінений однією дугою, що відповідає одному оператору кремнієвої компіляції з часово-ймовірнісними характеристиками, які обчислюються за формулами: $p_{ij} = p_{ik} \cdot p_{kj}$, а також $t_{ij} = t_{ik} + t_{kj}$. Аналогічно, графом із паралельними дугами називається граф, що відповідає альтернативному виконанню двох операторів кремнієвої компіляції з відповідними часовими та ймовірнісними характеристиками p_{ij}, t_{ij} та q_{ij}, s_{ij}. Тут p і q пов'язані задекларованою умовою стохастичності $p + q = 1$, якщо паралельних дуг тільки дві, або умовою $p + q \leq 1$, якщо паралельних дуг більше ніж дві. Тоді правило об'єднання паралельних дуг полягає в заміні фрагмента ймовірнісного графа, що складається з цих двох паралельних дуг, однією еквівалентною дугою, відповідно – одним оператором кремнієвої компіляції, ймовірності правильного виконання якого обчислюються за формулою:

$$P_{ij} = p_{ij} + q_{ij},$$

а часові характеристики – за формулою:

$$T_{ij} = \frac{p_{ij} t_{ij} + q_{ij} s_{ij}}{p_{ij} + q_{ij}}.$$

Ймовірнісним графом із дугою-петлею називається граф, що відповідає послідовному застосуванню двох операторів кремнієвої компіляції, один з яких – циклічний оператор, що має входом і виходом одну й ту ж вершину.

Сформулюємо правило вилучення дуги-петлі. Фрагмент графа дуги з петлею може бути замінений однією дугою, відповідна послідовність двох операторів, один із яких – оператор циклу, може бути замінена одним оператором, часові та ймовірнісні характеристики якого обчислюються за формулами:

$$P_{ij} = \frac{p_{ij}}{1 - p_{ii}},$$

а також:

$$T_{ij} = t_{ij} + \frac{t_{ii} p_{ii}}{1 - p_{ii}}.$$

Алгоритм скорочення ймовірнісного графа використовує поняття стрічкової матриці (S-матриці), тобто матриці розміром $4\times N$, де N – кількість дуг графа $G(X, \Gamma)$.

Будь-який i-тий рядок такої матриці, що відповідає дузі δ_{ij}, записуємо так: $\delta_l = (x_i, y_i, p_i, t_i)$, де x_i – номер вершини, з якої виходить дуга δ_{ij}, а $y_i = x_j$ – номер вершини, в яку входить дуга δ_{ij}, p_i – ймовірність переходу з вершини x_i у вершину y_i, тобто ймовірність p_{ij} правильного виконання відповідного оператора кремнієвої компіляції.

В основу алгоритму скорочення ймовірнісного графа покладено правила об'єднання послідовних дуг, правила заміни паралельних дуг та правила вилучення дуги-петлі. Для стрічкових матриць ці операції виконуються спеціальними алгоритмами.

Алгоритм 1.

Об'єднання послідовних дуг (вилучення проміжної вершини):

1. Виділяємо множину всіх дуг $A = \{\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n\}$, які входять у вершину $x_j = y_r$, $r = 1, 2, \dots, m$. Записуємо r-й член стрічкової матриці у вигляді: $\delta_r\{x_r, y_r, p_r, t_r\}$.
2. Виділяємо другу множину $B = \{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_k\}$ усіх дуг, які виходять із вершини з номером j, але для того, щоб розрізняти рядочки, нумеруємо j-у вершину як x_u, $u = 1, 2, \dots, k$. Тоді рядочок стрічкової матриці записуємо формулою: $\gamma_u = \{x_u, y_u, p_u, t_u\}$.
3. Вилучаємо із стрічкової матриці всі рядочки, які входять в обидві множини A і B.
4. Формуємо множину $C = A\times B$, кожний елемент якої є рядочком S-матриці виду $\alpha_{ru} = \{x_{ru}, y_{ru}, p_{ru}, t_{ru}\}$, і доповнюємо S-матрицю цією множиною. Тут $x_{ru} = x_r$, $y_{ru} = y_u$, $p_{ru} = p_r \cdot p_u$, $t_{ru} = t_r + t_u$.

У результаті ми отримали стрічкову матрицю, яка відповідає скороченому ймовірнісному графу послідовного об'єднання дуг.

Далі записуємо другий алгоритм скорочення графа з двох паралельних дуг.

1. Знаходимо на стрічковій матриці два рядки з однаковими першими двома елементами. Нехай це будуть такі рядки:

$$\{x_i, y_i, p_i, t_i\} \text{ та } \{x_j, y_j, p_j, t_j\}, \text{ де } x_i = x_j,\ y_i = y_j.$$

2. Замінюємо обидва знайдені рядки іншим рядком $\{x, y, p, t\}$, де

$$x = x_i,\ y = y_i,\ p = p_i + p_j, \text{ а також } t = \frac{p_i t_i + p_j t_j}{p_j + p_i}.$$

Тоді утворена стрічкова матриця буде відповідати скороченому ймовірнісному графу для двох паралельних дуг, який, у свою чергу, відповідає альтернативному застосуванню двох різних операторів кремнієвої компіляції.

Розглянемо третій алгоритм – для вилучення дуги-петлі.

Ознакою дуги-петлі є наявність у стрічковій матриці рядочка з двома однаковими першими елементами $x = y = j$. Тоді алгоритм скорочення графа з дугою-петлею має вигляд:

1. Визначити рядок $s = \{x, y, p, t\}$, в якому $x = y = j$.
2. Виділити множину $A = \{\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_m\}$ усіх таких дуг, які виходять з j-ої вершини. Тут $\delta_r = \{x_r, y_r, p_r, t_r\}$ – рядок стрічкової матриці, $x_r = j$, причому s не належить A.
3. Вилучаємо зі стрічкової матриці s-тий рядочок із першими елементами, що збігаються, та всі рядки, що входять до множини A.

4. Усі вихідні дуги δ_r, що виходять із j-тої вершини, замінюємо дугами γ_r вигляду $\gamma_r = \{x_r, y_r, q_r, s_r\}$, де $q_r = \frac{p_r}{1-p}$, тут $p = p_{rr}$, $s_r = t_r + \frac{tp_r}{1-p}$, тут $t = t_{rr}$, для всіх $r = 1, 2, \ldots, m$.

Тепер можна записати загальний алгоритм скорочення ймовірнісних графів.

1. Побудувати зважений орієнтований граф $G(X, \Gamma)$ із часово-ймовірнісними характеристиками.
2. Якщо існують паралельні дуги, то скоротити цей фрагмент графа за відповідним алгоритмом 2.
3. Якщо існує хоча б одна проміжна вершина в графі, то зафіксувати її, інакше перейти до пункту 8.
4. Якщо проміжна вершина має дугу-петлю, то перейти до пункту 5, інакше – перейти до пункту 6.
5. Видалити дугу-петлю за допомогою алгоритму 3.
6. Видалити проміжну вершину за алгоритмом 1.
7. Перейти до пункту 2.
8. Записати результат у вигляді стрічкової матриці, яка відповідатиме скороченому графу.

Отже, у результаті проведеної верифікації правильності виконання алгоритмічного процесу кремнієвої компіляції за часово-ймовірнісним критерієм із використанням стрічкових матриць та переходом до скорочених графів виявилося, що верифікація процесу проектування топології інтегральних схем збігається на алгоритмічному рівні з мінімізацією цього процесу за часово-ймовірнісним критерієм.

1. Atamanyuk R. Improvement of method of the silicic compiling through discrete optimization of topology and structurally-technological limitations of the integrated circuit // Сучасні проблеми радіоелектроніки, телекомунікацій, комп'ютерної інженерії: Матеріали Міжнародної науково-технічної конференції TCSET'2006 (Львів – Славське, 28 лютого – 4 березня 2006 р.). – Львів, 2006. – С.436–437.
2. Атаманюк Р. Оптимізація процесу кремнієвої компіляції за часово-ймовірнісним критерієм // Міжнародна конференція студентів і молодих науковців з теоретичної та експериментальної фізики ЕВРИКА-2006 (Львів, 15–17 травня 2006 р.). – Львів, 2006. – С.85.
3. Эйрис Р. Проектирование СБИС. Метод кремниевой компиляции. – М.: Наука, 1988. – 456 с.
4. Проектирование СБИС / М. Ватанабэ, К. Асада, К. Кани, Т. Оцуки: Пер. с япон. – М.: Мир, 1988. – 304 с.

The verification of silicic compiling process which is modeled by the probability graphs is reduced to the shorting its graph and so to foundation all graphs which satisfy to the time-probability criterion. In this sense the band matrixes and the deleting vertexes method are used.

Key words: *silicic compiling, band matrixes, vertexes method.*

УДК 004.415.3+519.711

ББК 22.181

Н.В. Превисокова, Л.Б. Петришин

ТЕОРЕТИКО-ЧИСЛОВІ ОСНОВИ ДИСКРЕТНОГО ГАРМОНІЧНОГО АНАЛІЗУ В СИСТЕМІ РАДЕМАХЕРА

З єдиних позицій теоретико-числових перетворень здійснено аналіз та встановлено ряд проміжних систем функцій, що утворюють відповідні коди чи кодові системи. Визначено черговість і процедури їх творення та взаємоперетворень, що дозволило класифікувати та в майбутньому оцінити ефективність дискретного гармонічного аналізу в поданих системах функцій.

Ключові слова: *унітарні функції, функції Радемахера, дискретний гармонічний аналіз, кодові системи, аналітичні взаємозалежності системи функцій.*

Вступ. Останнім часом широкого розповсюдження набувають складні територіально розподілені інформаційні системи, які містять у собі засоби формування, перетворення,