УДК 62.50; 57.087.1

МОДЕЛІ РОЗПОДІЛУ ОСОБИН НА ПРОБНИХ ПЛОЩАХ: 1. ПОСТАНОВКА ЗАВДАННЯ

О.Г. Сіренко [1], О.В. Кузишин [2]

[1]Національний ботанічний сад ім. М.М. Гришка Національної Академії Наук України, вул. Тімірязєвська, 1, Київ, 01014, Україна
[2]Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника, вул. Шевченка, 57, Івано-Франківськ, 76025, Україна

Аналізується застосування показників подібності популяцій, фенетичної подібності та внутрішньопопуляційної різноманітності особин на пробних площах. Розглянуто опис просторового розподілу особин на пробних площах за допомогою радіальних функцій та показано на суттєві недоліки цього методу. Піддано аналізу метод оцінки ступеня просторової агрегації особин за допомогою відношення дисперсії до середньої і показано ненадійність та непоказність таких вибіркових оцінок генерального співвідношення.

***Ключові слова**: популяція, особина, розподіл, дисперсія, середнє арифметичне, радіальна функція, ступінь просторової агрегації.*

***Sirenko O.H., KuzyshynO.V. The models of species' distribution on the test area**: **task.** The application of factors of populations similarity on the test areas has been analyzed. Description of species steric distribution on the test areas with radial functions is discussed. The disadvantages of this method are shown. The method of evaluation of degree of steric aggregation with the ratio of variance and average has been studied. Unreliability and unattractiveness of random evaluations of general correlation is shown.*

***Key words**: population, species, distribution, variance, average, radial function, degree of steric aggregation.*

В аналізі горизонтальної структури виділяють дві основи: популяційна (одновидова) та ценотична (багатовидова).

1. Показники подібності популяцій. Однією з найхарактерніших рис популяцій рідкісних видів є їх дискретність у просторі. Більшість їх між собою ізольована та розташована на значних відстанях [1]. Таким популяціям рідкісних видів характерна відносно низька щільність особин на пробних площах, а висока щільність спостерігається лише за умов відсутності певного антропогенного впливу [1]. Ступінь фенетичної спорідненості особин таких видів оцінюють попарно між популяціями за такими коефіцієнтами [1]:

- показником подібності популяцій

$$R = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(a_i b_i\right)^{1/2}, \tag{1}$$

де N – кількість досліджених фенів особин;
a_i – частота і-фена особини в одній популяції;
b_i – частота і-фена особини в іншій популяції;

- показником фенетичної подібності

$$J = \frac{J_{ab}}{\left(J_a J_b\right)^{1/2}}, \tag{2}$$

де $J_a = \sum_{i=1}^{N}\left(a_i^2\right);\quad J_b = \sum_{i=1}^{N}\left(b_i^2\right);\quad J_{ab} = \sum_{i=1}^{N}\left(a_i b_i\right).$

Величини показників R і J коливаються від 0 (цілковита відмінність популяцій або особин) до 1 (повна ідентичність популяцій або особин).

На основі коефіцієнта J знайдено [1] значення міжпопуляційних фенетичних відстаней між особинами:

$$D = \ln J. \tag{3}$$

Для кожної популяції можна визначити показник внутрішньопопуляційної різноманітності [1]:

$$\bar{\mu} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(a_i^{1/2} + \bar{a}_i^{1/2}\right)^2, \tag{4}$$

де a_i – частота першого і-варіанта;

$\overline{a}_i$ – частота другого і-варіанта.

Автор [1] користувався усередненими значеннями кожної популяції, а також відповідними фенетичними відстанями D між особинами, що відбиває: наскільки типовою чи своєрідною є та чи інша популяція. Таке усереднення далеко не відбиває особливості структури популяцій в цілому.

Взаємодія деревних рослин в процесі їх сумісного зростання та розвитку при певній щільності утворюють сукупність – деревний ценоз [2]. Так як розміри дерев та щільність їх деревостану змінюються у часі, то й ценоз у цілому автонастроюється адекватно цьому процесові.

Для вивчення просторового розподілу дерев використовують методи підрахунку числа особин на пробних площах або (та) вимірювання відстаней між ними. Отримані дані використовують для перевірки відповідності емпіричного розподілу величин або функцій теоретичному розподілу або (та) розрахунку певних індексів, значення яких дозволяє зробити висновки про характер розміщення особин у просторі [2].

2. Опис розподілу особин радіальними функціями. За основу розподілу особин деревостану радіальними функціями g (r) покладений просторовий розподіл атомів і молекул різних фізичних об'єктів – рідин та аморфних тіл [2].

За Коваленком, Фішером (1972 р.), Скришевським (1980 р.), Займаном (1982 р.) радіальна функція розподілу характеризує ймовірність виявлення одного об'єкту на заданій відстані від другого [2]. При цьому за Бузикіним [2] визначаються і параметри розподілу.

У [2] запропоновано математичний опис розподілу особин пов'язати з методом радіальних функцій за умови нормування:

$$\int_0^{r_0} p(r)dr = \int_0^{r_0} g(r)2\pi r dr = 1, \tag{5}$$

де p(r) – ймовірність знайти особину на відстані з радіусом r ($0 \le p(r) \le 1$);

g(r) – радіальна функція розподілу.

З [5] видно, що значення g(r) визначає ймовірність знайти дану особину на відстані r від фіксованої особини.

Радіальна функція визначається так [2]:

$$g(r) = \frac{\rho(r)}{\rho_{cp}(r)} = \frac{F \cdot \rho(r)}{\rho_{cp}(r)}, \tag{6}$$

де F– площа, яку займає система з N однакових особин;

ρ (r) – щільність особин кільця з радіусом r;

ρ_{cp} (r) – середнє число особин на одиниці площі.

За допомогою методів радіальних функцій можна отримати наочне уявлення ближнього й дальнього порядку розташування особин:

- ближній порядок означає розташування особин за типом гратки біля фіксованої особини тільки певного числа щонайближчих особин;
- дальній порядок означає розташування всіх наявних особин у певній послідовності з утворенням єдиної гратки.

На рис. 1 приведений вигляд радіальної функції для випадкового (а), групового (б), регулярного (квадратична гратка) (в), рівномірного (розрідженого) (г), перехідного між регулярним і рівномірним (д) розподілами [1].

На рис. 1: l, l_0 – характерні розміри груп; r_0 – мінімальний розмір ділянки, що належить одній особині; L – радіус взаємодії; Z –координаційне число.

Для побудови гістограми радіальної функції розподілу особин використовують вираз (6): визначають відносну щільність особин у тонких колах з поступовим зростанням r [2]. Тут центр системи концентричних кіл суміщається послідовно з центром кожної особини і підраховується сумарна кількість інших особин у кожному колі. Після перебору всіх особин отримують послідовність Ni –числа особин в і-колі, послідовно розраховують сумарні площі і-кіл F_i, при цьому площа тієї частини кола, що виходить за межі пробної площі, виключається. Тоді, радіальна функція розподілу має вигляд [2]:

$$g_i = \left(\frac{N_i}{F_i}\right)\cdot\left(\frac{F}{N}\right), \tag{7}$$

де F –пробна площа;

N – число особин.

Метод визначення просторової структури за допомогою радіальних функцій має суттєві недоліки:

- Із-за обмеженості загальної кількості особин коливання сумарного їх числа в колі певного радіусу суттєві, що вимагає вибору площі кіл з однаковим середнім числом особин у них.
- При випадковому розподілі мають бути кола рівної площі із зміною зовнішнього радіусу як $r_0\sqrt{i}$, де r_0 – радіус першої колової площі, і – номер кола. Розподіл числа колових площ за числом особин у них при випадковому їх розміщенні є розподіл Пуассона [2-4]. Разом з тим, при достатньо великому числі спостережень можна використати процедуру побудови

довірчого інтервалу для математичного сподівання для нормального розподілу, що не вичерпує числові характеристики розподілу та їх довірчі інтервали.

- Гістограма радіальної функції розподілу особин на малих відстанях мало інформаційна і мало дробова, ніж на великих, хоча інформація про взаємне розташування особин на малих відстанях найбільш цікава для статистичного аналізу.

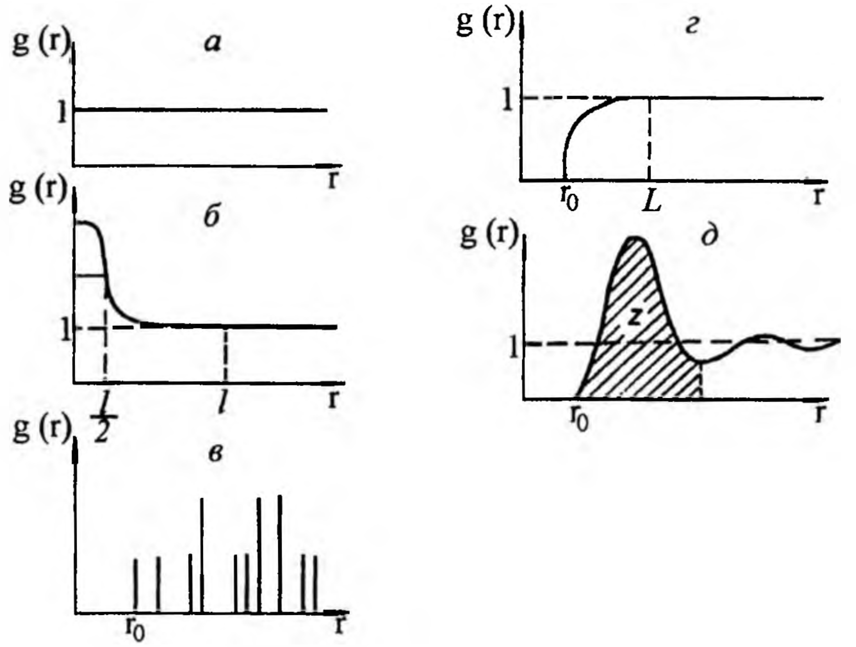

Рисунок. 1. Вигляд радіальної функції розподілу при різних типах розподілу особин: а – випадковий; б – груповий; в – регулярний (квадратична гратка); г – рівномірний (розріджений); д – перехідний між регулярним і рівномірним [2].

- Кількість особин повинна бути достатньо великою. Наприклад, для довірчої ймовірності $p=0{,}95$ і $r_0 \approx 0{,}4$ r число особин повинне бути $N \geq 600$, а середня відстань буде припадати на п'яте коло.
- Межею застосування методу є випадок, коли на відстані, меншої, ніж середні між особами, є одне коло, що відповідає числу особин $N \leq 270$.
- Середня відстань між сусідніми особинами, що реально взаємодіють, не співпадає з r і різна для різних виглядів розподілу: для рівномірного вона ближче до r, ніж до групового, а відстань між сусідніми особинами у щільних групах є меншою r, так що гістограма радіальної функції ретельніше відбиває ділянку навколо кожної особини для рівномірного розподілу, але більш точна на малих відстанях для групового розподілу.
- Система координат в процедурі колових розбивок довільна, що приводить до значної дисперсії виборок і їх параметрів при повторних спостереженнях.

На рис. 2 показана радіальна функція модельних розподілів: випадкового (а); групового з параметрами $\sigma = 0{,}2$; $\bar{n}=10$ (б); теж саме з параметрами $\sigma = 1{,}0$; $\bar{n}=2$ (в); рівномірного з параметром $a=1$ (г); регулярного з параметром $A=1$ (д); теж саме з параметром $A=0{,}1$ (е) [2].

Тут $\bar{n}$ – середнє число особин на площі радіусом r_0:

$$\bar{n} = \pi\left(\frac{N}{F}\right)\cdot r_0^2; \qquad (8)$$

$\sigma = \sqrt{\bar{n}}$ – середнє квадратичне відхилення.

- Модель випадкового розподілу (рис. 2а) задавалася для кожної точки двох незалежних випадково рівномірно розподілених у квадраті координат [гістограма g (r) – пряма лінія (g (r) ≈ 1) з випадковим «шумом»] [2].
- За модель групового розподілу взятий розподіл Томас [2], в якому координати центрів груп мають випадковий розподіл, точки в групах знаходяться у відповідності з коловим нормальним розподілом із заданою дисперсією σ^2, число точок в групах n мають розподіл Пуассона [2-4] з параметрами $\sigma = 0{,}2$; $\bar{n}=10$ (рис. 2б) та $\sigma = 1{,}0$; $\bar{n}=2$ (рис. 2в) [2].
- За модель рівномірного розподілу взятий квадрат, в який послідовно поміщено 100×100 кіл заданого радіусу $a = 1$ [2]. Координати центра кожного кола визначались двома незалежними

випадковими змінними. Радіаційна функція розподілу g(r) дозволяє дати оцінку радіусу

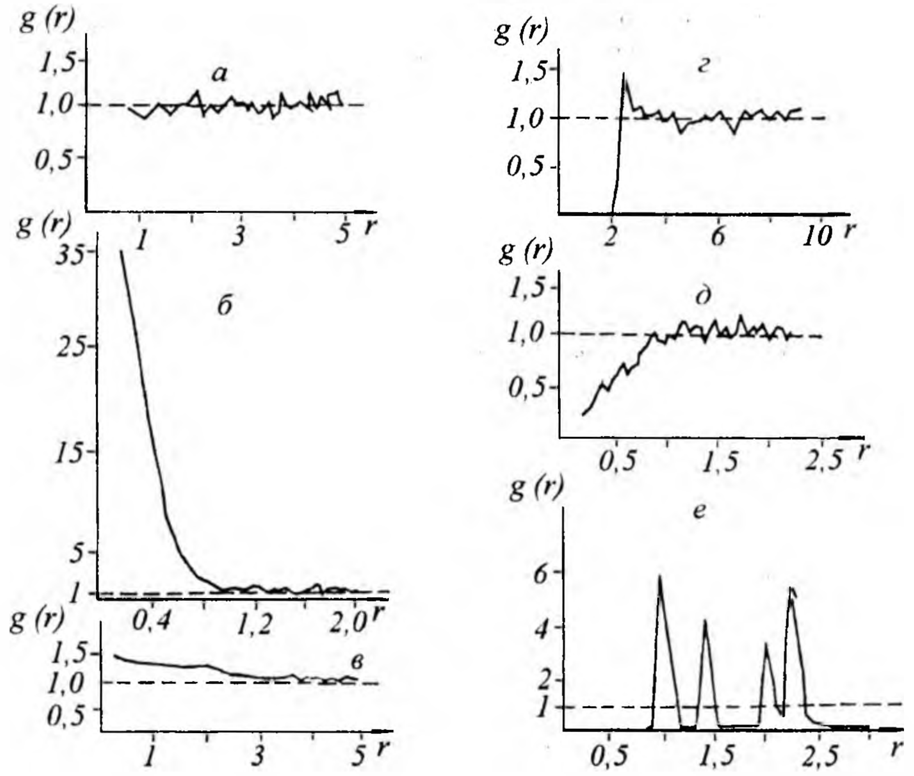

Рисунок. 2. Радіальна функція модельного розподілу особин: а – випадковий; б – груповий з параметрами σ = 0,2; $\bar{n}$ =10; в – теж саме з параметрами σ = 1,0; $\bar{n}$ =2; г – рівномірний з параметром а = 1; д – регулярний з параметром А =1· *l*; е – теж саме з параметром А = 0,1· *l* [2].

площі, що відведена під кожну точку $r_0 \approx 1$ (рис. 2г).

- За модель регулярного розподілу вибрана квадратна ґратка зі стороною *l*=1, при цьому кожна точка розміщувалась у вузол ґратки та випадковим чином у квадрат зі стороною А, центром якого був вузол ґратки. Як видно з рис. 2д, е, радіальні функції розподілу g(r) з параметром А=1,0· *l* (рис. 2д) та А=0,1· *l* (рис. 2е) різні: перша (рис. 2д) має вигляд, що характерний для рівномірного розподілу, внаслідок того, що при А=*l* вся площа розбивається на квадрати, в кожний з яких випадково поміщена точка, тому вихідна ґратка повністю зникає; друга (рис. 2е) має явно виражені повторні піки, що вказує на регулярність розподілу [2]. Розраховане за гістограмою координаційне число Z=3,9, що приблизно дорівнює числу сусідніх особин для квадратної ґратки. Відстань до першого піку дорівнює L=*l*.

Тому, відмінність розподілу особин деревостою за радіальною функцією від розподілу в системі атомів і молекул за допомогою цієї ж функції полягає в наступному [2]:

- Спостерігається явна мінливість особин за всіма параметрами і надзвичайно велика величина інтервалів варіації цих параметрів;
- Спостерігається неперервність зміни цих параметрів, що спонукає скористатися теоретичними неперервними розподілами: нормальним Гаусса, розподілом Вейбулла, рівномірним розподілом, нормальним нормованим розподілом, логарифмічним нормальним та логарифмічним нормованим нормальним розподілами, гамма-розподілом, U – образного β-розподілом та I – образного β-розподілом, β-розподілом взагалі, експоненціальним розподілом тощо [3,4]. Можна допустити, що розподіли дискретних випадкових величин (біноміальний, мультиноміальний, гіпергеометричний, геометричний, Паскаля, від'ємно біноміальний, Пуассона тощо) при виборках великого обсягу та їх оцінками генеральних сукупностей особин (дерев) можна прийняти як розподіл неперервних випадкових величин. Принаймні така спроба зроблена в [5,6].
- Так як характер і сила взаємодії дерев залежить, окрім усього, від їх розмірів, то вірогідно, якщо у деревостані виділити кілька однорідних сукупностей, то типи їх просторових розподілів можуть не співпадати. Окрім того, необхідно встановити: як розподіл дерев однієї сукупності відноситься до дерев іншої сукупності і чи співпадають теоретичні розподіли цих двох сукупностей та чи є лінійні або нелінійні кореляції між ними?
- Аналогічно радіальній функції розподілу особин Займаном (1982 р.) [2] введена парціально радіальна

функція розподілу, яка характеризує ймовірність зустрічі особин з однієї сукупності як відстані від особин, які належать іншій сукупності. Процедура розрахунків парціальної функції розподілу аналогічна розрахункам для радіальної функції, тільки центр системи колових площ або концентричних кілець приймається послідовно кожне дерево з однієї групи, а в колових площах розраховується число дерев з іншої групи або сукупності [2].

Відомий [2] математичний опис розподілу радіальними функціями середнього параметра, процедура розрахунків яких полягає у визначенні кожного радіуса середніх значень параметрів у колових площах.

Незалежно від того, яким чином дається оцінка генеральної сукупності популяцій, проводять вибіркові дослідження, спостереження, обстеження, тобто визначають числові характеристики розподілу на обмеженій пробній площі порівняно з площею всієї популяції [7,8]. Тому, необхідно за виборкою отримати точні і надійні оцінки щільності розподілу та його числових характеристик. У зв'язку з чим постає питання про показність пробної площі: про її розмір, число особин в ній, розташування її у просторі в декартовій або іншій системі координат і, головне, яким чином за отриманими виборочними оцінками мати середні та групові значення та як виявити статистичну помилку середніх величин і побудувати довірчі інтервали? За [7,8] основні типи просторового розміщення особин на прямокутних площах [випадкове (а), регулярне (рівномірне) (б), агрегаційне (плямисте, контагіозне) (в)] показані на рис. 3 [7,8]. Безумовно цими трьома розподілами не вичерпуються всі випадки просторового розташування особин у просторі.

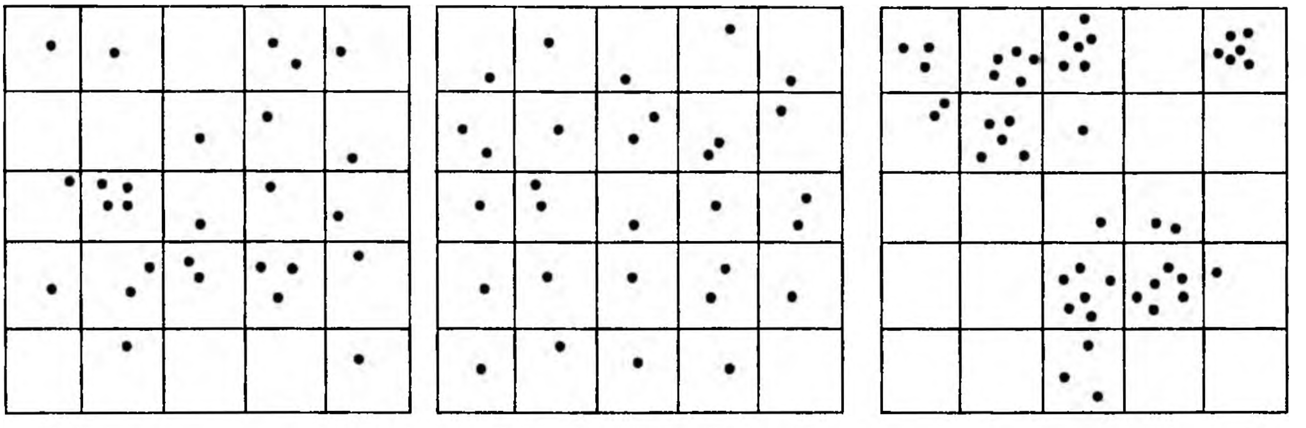

Рисунок. 3. Основні типи просторового розподілу особин в популяції: а – випадковий; б – регулярний (рівномірний); в – агрегаційний (плямистий, контагіозний, груповий) [8].

3. Ступінь просторової агрегації особин. На рис. 4 показані основні типи емпіричного просторового розподілу особин (зверху) та відповідний до них вибірковий розподіл частот від числа особин у квадратній пробній площі (пробі) (знизу): А – випадковий розподіл (S^2 чисельно дорівнює $\bar{x}$; $\xi = S^2/\bar{x} = 1$); Б – регулярний (рівномірний) розподіл ($S^2 < \bar{x}$; $\xi = S^2/\bar{x} < 1$); В – плямистий (груповий, агрегаційний, контагіозний) розподіл ($S^2 > \bar{x}$; $\xi = S^2/\bar{x} > 1$) [7].

На графіках рис. 4б, в для порівняння рискованою лінією накреслено також графік (рис. 4а),що характеризує частотний випадковий розподіл ($S^2 = \bar{x}$; $\xi = 1$).

Розпізнавання таких типів просторового розподілу особин може здійснюватися лише за допомогою генерального показника ступеня просторової агрегації – відношення генеральної дисперсії σ^2 до математичного сподівання (генеральної середньої) μ:

$$E = \frac{\sigma^2}{\mu}. \qquad (9)$$

Оцінкою цього генерального показника є вибірковий показник ступеня просторової агрегації:

$$\xi = \frac{S^2}{\bar{x}} \text{ [од.]} \rightarrow E = \frac{\sigma^2}{\mu} \text{ [од.]}, \qquad (10)$$

де S^2 – вибіркова дисперсія [од.^{2}].

$\bar{x}$ – вибіркове середнє [од.].

При дійсно випадковому просторовому розподілу особин, тобто такому, що описується законом Пуассона для дискретних випадкових величин, дисперсія чисельно дорівнює середньому ($\sigma^2 = \mu$) і відповідні вибіркові оцінки $\xi = \frac{S^2}{\bar{x}} \approx 1$; якщо дисперсія менше середньої ($\sigma^2 < \mu$), то розподіл регулярний (рівномірний) ($\xi = \frac{S^2}{\bar{x}} < 1$); якщо дисперсія більше середньої ($\sigma^2 > \mu$), то розподіл плямистий (груповий, агрегаційний, контагіозний) ($\xi = \frac{S^2}{\bar{x}} > 1$).

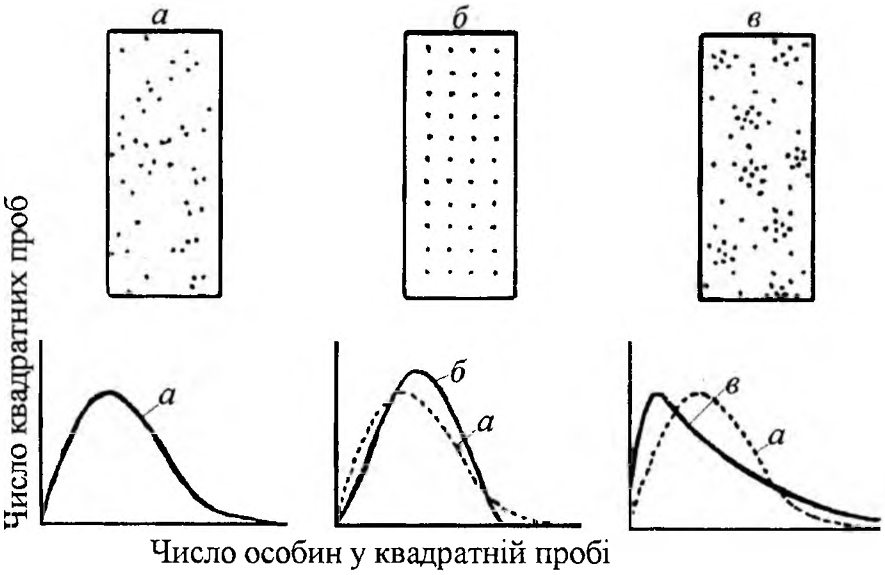

Рисунок. 4. Три основні типи розподілу особин в просторі (зверху) та відповідний до них вибірковий розподіл частот особин (проб) (знизу): а – випадковий розподіл; б – регулярний розподіл; в – груповий розподіл [7].

Оцінка генерального розподілу за цим показником має недоліки:

- показник розмірний [од.];
- показник ефективний, якщо розмір пробної площі близький до розміру території, що займає популяція (тобто у разі генеральної сукупності особин), тоді генеральний показник $E = \frac{\sigma^2}{\mu}$, розрахований за математичним сподіванням μ та генеральною дисперсією σ^2, не є показним, а його вибіркова оцінка $\xi = \frac{S^2}{\bar{x}} \to E = \frac{\sigma^2}{\mu}$ значно зміщена і буде помилковою, тоді визначення виду розподілу буде неправдивим;
- вибірковий показник ξ відносно надійний і показний для оцінки генерального показника E, коли при збільшенні середнього (що досягається використанням достатньо великих пробних площ) дисперсія зростає за лінійним законом. В інших випадках необхідно використовувати інші показники просторової агрегації (за Романовським [9]) або необхідно здійснити пошук інших надійних і показних показників.

4. Метод ітерацій. В роботах [10, 11] використаний метод ітерацій [12-15], який полягає у повторному застосуванні математичних операцій за певним алгоритмом таким чином, що, якщо $y = f(x) = f_1(x)$ є деяка функція від x, то функції $f_2(x) = f[f_1(x)]$, $f_3(x) = f[f_2(x)]$, ..., $f_N(x) = f[f_{N-1}(x)]$ є ітераціями вихідної функції. Автори [10, 11] метод ітерацій застосували для аналізу даних присутності («+») – відсутності («–») особин виду на трансектах, отримуючи таку, наприклад, послідовність: (+ +) (– –) (+) (–) (+ + +) (– – –) ...Кожну сукупність лише «+» або лише «–» автори назвали ітераціями. Різниця між отриманим (r) та очікуваним (M) числом ітерацій оцінюється за критерієм Стьюдента:

$$t = \frac{r - M}{D}, \tag{11}$$

де $M = \frac{2n_1 + n_2}{n_1 \cdot n_2} + 1$; (12)

$$D = \left[\frac{2n_1n_2(2n_1n_2 - n_1 - n_2)}{(n_1 + n_2)^2 \cdot (n_1 + n_2 - 1)}\right]^{1/2}; \tag{13}$$

n_1 – число зайнятих ділянок на трансекті;

n_2 – число порожніх ділянок на трансекті.

Для оцінки характеру просторового розподілу особин виду користуються [11] такою шкалою розподілу:

(t + 2) – регулярний;

(0 ≤ t ≤ +2) – випадковий;

(t – 2) – контагіозний (в цілому);

(–6 < t < –2) – слабоконтагіозний;

(–10 < t < –6) – чистий контагіозний;

t = –10 – сильноконтагіозний.

Недоліки методу ітерацій полягають в наступному: метод носить якісний характер; не дозволяє отримати кількісні числові, групові та інтервальні вибіркові оцінки генеральних характеристик та вказати на надійність (довірчу ймовірність) та точність (довірчий інтервал) результатів, кількісно порівняти ряд генеральних середніх та ряд генеральних дисперсій, знайти кореляційні зв'язки та апроксимаційні рівняння і т.і. Близьким до методу ітерацій є метод інверсій [16], в якому використовується критерій серій та критерій тренда для прийняття гіпотези про незалежність випадкових спостережень. Критерій тренда має більшу потужність, ніж критерій серій, але й він має малу потужність при виявленні колевального тренду.

Висновки

1. Аналіз математичного опису розподілу особин за допомогою радіальних функцій показує на суттєві недоліки за процедурою та інтерпретацією результатів. Чіткої межі між випадковим, груповим, регулярним, рівномірним розподілами не виявлено.
2. Модельні розподіли особин за допомогою радіальних функцій відрізняються від таких емпіричних та теоретичних розподілів.
3. Застосування радіальних функцій для опису розподілу дерев має суттєві відмінності від такого, що відноситься до опису розподілу атомів і молекул в твердих аморфних тілах та рідинах за цими ж функціями, що ставить під сумнів притягування радіальних функцій для опису розподілу особин на пробних площах.
4. Процедура розпізнавання випадкового, регулярного і групового розподілів за показником ступеня просторової агрегації особин – відношенням вибіркової дисперсії до середньої арифметичної – залежить від зміни дисперсії від величини середньої (що досягається при використанні більш великих пробних площ), за лінійним законом, тому й вибіркові оцінки генерального співвідношення будуть малонадійні та непоказні. Необхідно за вибірковим показником просторової агрегації особин дати оцінку генеральному показникові, вказавши надійність (довірчу ймовірність) та точність (довірчий інтервал) оцінки.

Література

1. Жиляєв Г.Г. Структура популяцій рідкісних видів флори Карпат / Г.Г. Жиляєв, Ю.Й. Кобів, М.М. Мамчур. – К.: Наукова думка, 1998. – с.101-119: іл.
2. Анализ структуры древесных ценозов / А.И. Бузыкин, В.Л. Гавриков, О.П. Секретенко, Р.Г. Хлебопрос; Под ред. Д.М. Киреева. – Новосибирск: Наука. 1985. – 95 с.: ил.
3. Сигорский В.П. Математический аппарат инженера. 2 изд. – К.: Техніка, 1977. – 768 с.: ил., табл. – Библиогр. после гл. – Предмет. указат.: с. 752-764.
4. Корн Г. Справочник математика для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. – Пер. с 2го амер. издания И.Г. Арамановича, А.М. Березмана, И.А. Вайнштейна и др. / Под общ. ред. И.Г. Арамановича. – М.: Наука, 1978. – 832с: ил., табл. – Библиогр. к гл.: с. 796-800 (183 назви). – Указат. обознач.: с. 801-803. – Предмет. указат.: с. 804-831.
5. Злобин Ю.А. Принципы и методы изучения ценотических популяций растений / Ю.А. Злобин. – Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1989. – 148с.: ил.
6. Критерії оцінки розподілу мікронерівностей на поверхні твердого тіла / О.В.Кузишин, О.Г.Сіренко, Л.Я.Мідак, Г.О.Сіренко // Фізика і хімія твердого тіла. – 2008. – Т. 9, №2. – С. 407-414: іл., табл. – Бібліогр.: с.412-414 (52 назви).
7. Дідух Я.П. Популяційна екологія / Я.П. Дідух. – К.: Фітосоціоцентр, 1998. – 192 с.: іл.., табл.
8. Гиляров А.М. Популяционная экология / А.М. Гиляров. – М.: Изд-во Москов. ун-та, 1990. – 192 с.: ил., табл.
9. Степнов М.Н. Статистическая обработка результатов механических испытаний / Михаил Никитович Степнов. – М.: Машиностроение, 1972. – 232 с. : ил., табл. – Библиогр.: с. 229-230 (36 назв.).
10. Маслов А.А. К анализу горизонтальной структуры ценопопкуляций лесных растений методом итераций / А.А. Маслов // Ботан. журнал. – 1988. – Т. 73, №6. – С. 836-844: ил., табл.
11. Бондарук М.А. Оцінка рівномірності розташування лісотвірних порід соснових лісів в умовах аеротехногенного забруднення / М.А. Бондарук, О.Г. Целіщев // Екологія та ноосферологія. – 2002. – Т. 12, № 3-4. – С. 80-87: табл. – Бібліогр.: с. 86-87 (39 назв).
12. Итерация // БСЭ. – М.: Сов. энциклопедия, 1973. – Т. 11. – С. 52 – 53.
13. Итерация // Мат. энциклопедия. – М.: Сов. энциклопедия, 1979. – Т. 2. – Стб. 691.
14. Лебедев В.И. Итерационный алгоритм // Мат. энциклопедия. – М.: Сов. эницклопедия, 1979. – Т. 2

15. Икрамов Х.Д. Итерационные методы // Мат. энциклопедия. – М.: Сов. энциклопедия, 1979. – Т. 2. – Стб. 686-689.
16. Бендат Дж.С. Измерение и анализ случайных процессов / Дж.С. Бендат, А.Г. Пирсол; пер. с англ. Г.В.Матушевского, В.Е.Привальского; под ред. И.Н.Коваленко. – М.: Мир, 1971. – 408 с. – Перевод за изд.: Measurement and analysis of random data / Julius S. Bendat, Allan G. Piersol. – John Wiley and Sons, Inc. – New York-London-Sydney, 1967.: ил., табл. – Предмет. указатель: с. 403-408. – Библиогр.: с. 400-402 (59 наименов.).

Автори висловлюють щиру подяку к.х.н., доценту Мідак Л.Я. за цінні зауваження, консультації та допомогу при підготовці статті до друку.

Стаття поступила до редакції 22.04.2008 р.; прийнята до друку 12.05.2008 р.

Сіренко О.Г. – провідний інженер відділу природної флори;
Кузишин О.В. – асистент кафедри теоретичної і прикладної хімії, магістр.

Рецензент: кандидат хімічних наук Мідак Л.Я., доцент кафедри теоретичної і прикладної хімії Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника.

УДК 62.50; 57.087.1

МОДЕЛІ РОЗПОДІЛУ ОСОБИН НА ПРОБНИХ ПЛОЩАХ: 2. СТАТИСТИЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ. ДИСПЕРСІЙНИЙ АНАЛІЗ (СТАТИСТИЧНА РІВНІСТЬ РЯДУ ГЕНЕРАЛЬНИХ ДИСПЕРСІЙ)

О.Г. Сіренко [1], О.В. Кузишин [2]

[1]Національний ботанічний сад ім. М.М. Гришка Національної Академії Наук України, вул. Тімірязєвська, 1, Київ, 01014, Україна
[2]Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника, вул. Шевченка, 57, Івано-Франківськ, 76025, Україна

Приведені статистичні характеристики просторового розподілу кедра і ялини на пробних площах, закладених за двома схемами для чорнично-зеленомохової (асоціація I) та сфагнової (асоціація II) структур. Виявлені кореляційні зв'язки між параметрами просторового розподілу особин. Обґрунтовано надійність визначення закону просторового розподілу особин за показником ступеня просторової агрегації та інших показників. Показана можливість опису просторового розподілу особин за нормальним законом Ґаусса.

Ключові слова*: кедр, ялина, пробна площа, елементарна комірка, асоціація, особина, середнє арифметичне, дисперсія, середнє квадратичне відхилення, коефіцієнт варіації, ступінь просторової агрегації, начальний момент, центральний момент, показник асиметрії, показник ексцесу, вибіркова сукупність, генеральна сукупність, коефіцієнт кореляції, нормальний розподіл Ґаусса.*

Sirenko O.H., KuzyshynO.V. The models of species' distribution on the test area: statistic characterisctics, dispersive analysis. *Statistic characterisctics of steric distribution of cedar and spruce on the test areas are illustrated. The correlation relation of steric distribution of species has been found. The reliability of determining the low of steric distribution of species with the degree of steric aggregation has been proved. Possibility of description of steric distribution of species with normal Gauss low is shown.*

Key words*: cedar, spruce, test area, elementary unit, association, species, average, variance, root-mean-square deviation, variation coefficient, degree of steric aggregation, initial moment, central moment, asymmetry factor, excess factor, random set, correlation coefficient, normal Gauss distribution.*

Вступ

Відомо [1-5], що за показники ступеня просторового розподілу особин на пробних площах приймають:

- показники подібності популяцій [1];
- показники фенетичної подібності [1];
- показники радіальної функції [2], за допомогою яких визначають моделі випадкового, групового та рівномірного (регулярного) розподілів на коловій пробній площі;
- показник ступеня просторової агрегації особин на квадратній пробній площі як відношення дисперсії до середньої величини ξ, при цьому при дійсно випадковому просторовому розподілі цей розподіл визначається за законом Пуассона для дискретних випадкових величин, коли дисперсія чисельно дорівнює середньому, а показник ξ=1, відхилення ξ від 1 приводить