

МІМІКРІЯ ДЗЮРЧАЛКИ БДЖОЛОВИДНОЇ (*ERISTALIS TENAX* LINNAEUS, 1758) (DIPTERA: SYRPHIDAE)

1. ОЦІНКА ЕФЕКТИВНОСТІ ЗАБАРВЛЕННЯ АБДОМЕНУ

В. Р. Третьак, А. Г. Сіренко, Л. Я. Мідак, Г. О. Сіренко

Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника

Eristalis@yandex.ru

Описаний механізм формування та розподілу поліморфізму популяції *E. tenax* за забарвленням тергітів черевця, під впливом ефекту Бейтсової мімікрії і хижацтво. Фенотипічна мінливість виду визначається кількома чинниками, базою якої є безперечно власне поліморфізм і взаємодія з ним таких чинників, як вікова мінливість імаго та температура розвитку лялечки (можливо остання і буде визначати сезонний поліфенізм виду).

Ключові слова: Бейтсова мімікрія, *Eristalis tenax*, хижацтво, мінливість.

The mechanism of creation & distribution *E. tenax* polymorphism by tergites colorations in a Batesian mimicry & predation results are described. Phenotypical variability of the species are determined by a few factors, the base of which is indisputably actually polymorphism and co-operating with him factors such as age-old changeability of adult stage, and development pupa temperature (possibly last will determine a seasonal polyphenism of the species).

Key words: Batesian mimicry, *Eristalis tenax*, predation, variability.

Вступ

На сьогодні незаперечним фактом є те, що вид *E. tenax* L. є Бейтсовим імітатором медоносної бджоли (*Apis mellifera* L.) [1 - 8]. Наслідкування проявляється у наявності міметичного забарвлення, поведінкових аспектах (живленні, перельотах з квітки на квітку) [9] та інших деталях, притаманних моделі. Саме Бейтсова мімікрія буде індикатором різних аспектів адаптивності та причиною виникнення досить широкого діапазону феногенетичної мінливості у досліджуваного виду. Звичайно, що ентомологи легко відрізняють міметично забарвлених дзюрчалок від медоносних бджіл, тому деякі автори описують мімікрію *E. tenax* L. та кількох близьких видів, таких як *E. nemorum*, *E. pertinax*, *E. arbustorum* як “недосконалу” [10 - 12], хоча навіть ці – “недосконалі” імітатори отримують певні переваги від мімікрії [8, 10, 13].

Мега роботи полягала у визначенні ефективності захисного забарвлення у виду *E. tenax* L. під тиском з боку припустимих природних хижаків та встановлення моменту, коли ефект Бейтсової мімікрії буде найвищим.

I. Експериментальна частина

1. Виділення фенотипів та фенотипових форм для *E. tenax* L. з подальшим їх диференціюванням на фенотипові класи проводилось згідно стандартних методик [14].

На території Івано-Франківської області найбільш поширеним підвидом медоносної бджоли є *Apis mellifera carnica*, експансія якої на територію Західного регіону України почалась понад 150 років тому [15], проте деякі дослідники (Ф. Рутнер, К. Дреер) виділяють, крім типової для гірських місцевостей *carnica*, які розглядаються як карпатські бджоли [15], також *Apis mellifera mellifica*, які характеризуються яскравішим забарвленням. Тобто на сьогодні в різних біотопах Івано-Франківської області можна спостерігати різний розподіл фенотипічних форм бджіл [14]. На відміну від попередніх робіт [16 - 18], було виділено три основні фенотипічні класи бджіл для подальшого порівняння з їх припустимим мімістом – *E. tenax* L., а саме ті класи, які характеризувались відмінністю за забарвленими черевцями: AMd – абдомен черевця повністю чорного забарвлення (D), AMm – світлі смуги на 2 – 5 тергітах (M), AMl – яскраво-жовті смуги на всіх практично тергітах черевця (L) (рис. 1). На відміну від моделі у *E. tenax* зберігається темна серединна смуга, яка необхідна для нагрівання сонячним промінням абдомену [16 - 19]. У бджіл фенотипічний малюнок формується з поперечних смуг абдомену, проте, незважаючи на деяку відмінність, цілісні їх малюнки є досить схожими.

2. Для експериментального вивчення ефективності мімікрії *E. tenax* L. було використано голубів (*Columba livia*) [20], які є типовими мешканцями урбокосистем поряд з людьми. Мертвих або знерухомлених комах викладали на аркушах формату А4, так що голуби могли досить тривалий час розглядати комах. Звичайно, під час цього процесу поведінкова імітація втрачалась майже повністю. Експерименти проводились у розірваних часових інтервалах, з різними групами голубів. Перші ж досліді показали що дзюрчалки є повністю істивними для голубів: поглинання було досить швидким. Бджоли

з'їдалися в інший спосіб: спершу голуби піднімали їх та розтирали до поверхні, вочевидь, щоб позбавити бджолу жала. При проведенні цього експерименту не брався до уваги статевий диморфізм, а тільки забарвлення черевця.



Рис. 1. Зразки забарвлення абдоменів бджоли медоносної (*Apis mellifera*): AMd, AMm та AMl відповідно.

3. Перший період досліджень (1) склався з 7 експериментів, кожен з яких проводився на проміжку 3 – 8 днів від попереднього і тривав від початку травня (11. 05. 2007) до середини червня (15. 06. 2007). У другому періоді досліджень (2) використовувались ті ж часові інтервали між експериментами, що й у першому періоді, але вони проводились з середини серпня (18. 07. 2007) до середини вересня (19.09.2007). Під час кожного з експериментів голубам пропонувалось по 10 екземплярів кожного класу обох видів. Як контрольний клас використовували вид двокрилих, у якого не було жодних ознак мімікрії, криптичного, або апосематичного забарвлення – муху кімнатнату (*Musca domestica*). Для перших трьох і двох останніх експериментів *A. mellifera* не використовувались. Хоча по ходу досліджень не було використано жодного активного екземпляра *A. mellifera*, нерухомі бджоли завжди викликали осторогу та порівняно довго розглядалися голубами, і у всіх випадках спочатку були розтерті по поверхні і тільки тоді з'їдені. При проведенні досліджень у перший період із запропонованих екземплярів голубами було спожито значну кількість сирфід: 77% від загальної кількості, значна частина яких відносилась до класу D (100%) і M (90%) і лише 4 з 10 екземплярів з класу L. Подібна ситуація спостерігалась і в наступних двох експериментах. Після того, як голубам, поруч з дзюрчалками були запропоновані бджоли, ситуація змінилась – спочатку голубами було відібрано кілька екземплярів *E. tenax L.*, але після того як голуби стикнулись з *A. mellifera*, ситуація змінилась – вони почали обережніше підходити до споживання дзюрчалок, проте птахи і надалі охоче поїдали запропонованих в якості контролю *M. domestica*.

4. Математичну обробку отриманих результатів проводили за літературними джерелами інформації [21 – 48] та за формулами [38 – 48]. Табличні значення статистичних критеріїв вибирали з [25, 33, 45] для рівнів значущості $\alpha=0,01$ та $\alpha=0,05$.

II. Результати та обговорення

1. Загальний аналіз результатів дослідження.

1.1. Результати експериментів зі споживання голубами бджіл представлені в табл. 1.

Після запропонованих екземплярів *A. mellifera* загальна кількість спожитих сирфід різко знизилась: ($t_2 = 4,914$ на рівні значущості $\alpha = 0,039$ – для першого періоду і $t_2 = 4,333$ на рівні $\alpha = 0,008$ – для другого), а окремих класів суттєво скоротилась. Слід відзначити, що протягом всього часу досліджень голубами не було з'їдено жодного екземпляра AMl класу. Найбільш часто птахами обирались темніші класи як міміста так і моделі. У випадку перших для класу D спостерігалась майже повна прийнятність до споживання хижаками, але після того, як були запропоновані бджоли, кількість вибраних екземплярів класу скоротилась ($t_2 = 6,047$ на рівні значущості $\alpha = 0,026$). Відрізнялись також дані за споживанням між періодами дослідження. Другий період характеризувався обережнішим вибором голубами апосематично забарвлених комах обох видів.

1.2. У цілому наведені результати досліджень підтверджують наявність у *E. tenax L.* Бейтсової мімікрії, хоча не спостерігалось її значного ефекту за відсутності моделі. Менша кількість спожитих сирфід у другому періоді дослідження можливо залежить від того, що птахи здобули більше досвіду на відміну від експериментів першого періоду, коли в групі голубів була значна кількість молодих птахів. Найбільш очевидна вигода спостерігалась для *E. tenax L.*, коли вони знаходились разом зі своєю моделлю, саме тоді ефективність мімікрії є найбільшою.

Таблиця 1. Експериментальні дані за з'їденими екземплярами комах *E. Tenax L.* та *A. mellifera* голубами (*Columba livia*) [«-»- голубам не давали жодного екземпляру пропонованого виду]

Дослідження	Перший період							Другий період						
	№ експерименту	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6
День після першого експерименту	0	3	7	15	21	27	35	0	6	12	16	20	25	32
<i>M. domestica</i>	10	10	10	9	10	9	9	10	10	10	10	9	10	10
<i>E. tenax L.:</i>														
D	10	9	10	6	9	8	9	6	7	9	5	3	4	7
M	9	7	8	3	2	4	5	4	2	6	2	2	2	4
L	4	5	5	1	2	2	3	1	2	3	0	0	0	1
<i>A. mellifera:</i>														
AMd	-	-	-	2	1	-	-	-	-	-	1	1	-	-
AMm	-	-	-	0	1	-	-	-	-	-	1	0	-	-
AMl	-	-	-	0	0	-	-	-	-	-	0	0	-	-
Всього з'їдених <i>E. tenax L.</i>	23	21	23	10	13	14	17	11	11	18	7	5	6	12
Всього з'їдених бджіл	-	-	-	2	2	-	-	-	-	-	2	1	-	-

Спостерігався також чіткий розподіл між класами у *E. tenax L.*: голуби у більшості випадків неохоче поїдали мух класу L, що може свідчити про більший рівень захисту світліших форм. Темний клас D майже повністю поїдався птахами, і тільки після запропонованих бджіл, голуби почали обережніше розглядати сирфід.

2. Статистичний аналіз за періодами дослідження.

2.1. У табл. 2 приведені вибіркові статистичні характеристики сукупностей за періодами досліджень 1 і 2 за результатами табл. 1 фенотипічних класів комах *E. tenax L.* D, M, L.

За результатами табл. 1 та за формулами [38 - 48] розраховували: середнє арифметичне \bar{X} , дисперсію S^2 , середнє квадратичне відхилення S , коефіцієнт варіації γ (%), показник ступеня агрегації абсолютних частот $\epsilon = \frac{S^2}{\bar{X}}$, початкові моменти h_k k -го порядку (де $k = 1, 2, 3, 4$), центральні моменти m_k k -го порядку (де $k = 1, 2, 3, 4$), показник асиметрії as , його середнє квадратичне відхилення S_{as} та його потрійне значення $3S_{as}$, показник ексцесу ex , його середнє квадратичне відхилення S_{ex} та його п'ятірне значення $5S_{ex}$, величини ступеня статистичної відмінності показників асиметрії $\xi_1(as)$, $\xi_2(3as)$, та ексцесу $\xi_3(ex)$, $\xi_4(5ex)$, розрахункове значення $(No^2)_p$, яке порівнювали з табличним [45] для $\alpha = 0,01 - 0,50$, визначаючи рівень значущості α прийняття гіпотези та ступеня статистичної відповідності підпорядкування емпіричних даних нормальному закону розподілу Гаусса $\xi_1(\omega^2)_{0,01} \dots \xi_1(\omega^2)_{0,50}$, а також за [45, 47] визначали максимальний рівень значущості α_{max} цього підпорядкування, використовуючи апроксимацію:

$$Z_{\alpha} = -0,1672 \ln \alpha - 0,0197 \quad [47]. \quad (1)$$

2.2. Як видно з табл. 2, статистичні характеристики матриць-сукупностей за періодами досліджень знаходяться в межах:

- середні арифметичні $\bar{X} = 1,0 - 8,7143$;
- дисперсії $S^2 = 1,3333 - 6,9524$;
- середні квадратичні відхилення $S = 1,1547 - 2,6367$;
- коефіцієнти варіації $\gamma = 15,84 - 115,47\%$.

2.3. Розглядаючи кількість екземплярів комах *E. tenax L.*, що поїдалися голубами, в матрицях-сукупностях за періодами досліджень (1 і 2) фенотипічних класів бджіл (D, M, L) (табл. 1) як дискретні випадкові величини, розраховували (табл. 2) показники ступеня агрегації абсолютних частот в розподілі $\epsilon = \frac{S^2}{\bar{X}} = (0,2186 - 0,7879) < 1$, що суттєво менше 1, для матриць 1D, 2D, 2M, 1L, тобто для цих сукупностей маємо сильно виражений регулярний розподіл [38, 49, 50] з відносним ступенем відхилення цього розподілу від випадкового Пуассона:

$$\xi_1(\epsilon) = \left| \frac{(\bar{\epsilon} - 1)^{-1}}{(\bar{\epsilon} - 1)^{-1}} \right| = 0,4754 - 0,4794, \quad (3)$$

де $\bar{\epsilon} = 0,625414$ – середня всіх 4-х досліджених матриць і відносним ступенем агрегації результатів:

$$\xi_2(\varepsilon) = \frac{\varepsilon_i}{\bar{\varepsilon}} \cdot 100\% = 34,95 - 125,98\% \quad (4)$$

Для матриць 1M і 2L $\varepsilon=(1,2807 - 1,3333)>1$, що більше одиниці, тобто для цих сукупностей маємо виражений агрегаційний (груповий, контагіозний) розподіл абсолютних частот [38, 49, 50] з відносним ступенем відхилення цього розподілу від випадкового Пуассона:

$$\xi_1(\varepsilon) = \left| \frac{(\varepsilon_i - 1)^{-1}}{(\bar{\varepsilon} - 1)^{-1}} \right| = 0,9211 - 1,0937, \quad (5)$$

де $\bar{\varepsilon}=1,307018$ – середня і відносним ступенем агрегації:

$$\xi_2(\varepsilon) = \frac{\varepsilon_i}{\bar{\varepsilon}} \cdot 100\% = 97,99 - 102,01\% \quad (6)$$

Таблиця 2. Статистичні характеристики матриць-сукупностей періодів дослідження (1,2) за результатами табл. 1 фенотипічних класів *E. tenax* L. (D, M, L).

Функція	D		H		L	
	Періоди дослідження					
	1	2	1	2	1	2
N	7	7	7	7	7	7
\bar{X}	8,714286	5,857143	5,428571	3,142857	3,142857	1,0
S ²	1,904762	4,142857	6,952381	2,47619	2,47619	1,333333
S	1,380131	2,035401	2,636737	1,573592	1,573592	1,154701
γ, %	15,83757	34,75075	48,57147	50,06882	50,06882	115,4701
$\varepsilon_i = S^2 / \bar{X}$	0,218579	0,707317	1,280702	0,787879	0,787879	1,333333
h ₁	8,714286	5,857143	5,428571	3,142857	3,142857	1
h ₂	77,57143	37,85714	35,42857	12	12	2,142857
h ₃	702,1429	263,8571	258,2857	53,71429	51,14286	5,285714
h ₄	6439,2857	1945,8571	2005,1429	267,42857	231,42857	14,142857
m ₁	0	0	0	0	0	0
m ₂	1,632653	3,55102	5,959184	2,122449	2,122449	1,142857
m ₃	-2,29155	0,524781	1,259475	2,658892	0,087464	0,857143
m ₄	8,57476052	25,7217826	55,6684715	10,6488963	6,97542691	2,85714286
as	-1,09847	0,078424	0,086578	0,859894	0,028286	0,701561
Sas	0,67082	0,67082	0,67082	0,67082	0,67082	0,67082
3Sas	2,012461	2,012461	2,012461	2,012461	2,012461	2,012461
ex	0,216875	-0,96017	-1,4324	-0,63609	-1,45155	-0,8125
Sex	0,881917	0,881917	0,881917	0,881917	0,881917	0,881917
5Sex	4,409586	4,409586	4,409586	4,409586	4,409586	4,409586
ξ ₁ (as)	-0,61069	8,553771	7,748128	0,78012	23,71565	0,956183
ξ ₂ (3as)	-1,83206	25,66131	23,24438	2,34036	71,14695	2,868549
ξ ₃ (ex)	4,066477	-0,9185	-0,61569	-1,38646	-0,60757	-1,08544
ξ ₄ (5ex)	20,33238	-4,59252	-3,07846	-6,93228	-3,03784	-5,42718
(Nω ²) _p	0,0957	0,0246	0,0315	0,1369	0,0445	0,076
α _{max}	0,50148	0,767243	0,736225	0,391957	0,681151	0,564188
ξ _α (α=0,01)	7,77	30,22	23,60	5,43	16,71	9,78
ξ _α (α=0,05)	4,82	18,76	14,65	3,37	10,37	6,07
ξ _α (α=0,20)	2,52	9,80	7,66	1,76	5,42	3,17
ξ _α (α=0,30)	1,93	7,49	5,85	1,35	4,14	2,43
ξ _α (α=0,40)	1,53	5,96	4,66	1,07	3,30	1,93
ξ _α (α=0,50)	1,24	4,81	3,76	0,86	2,66	1,56

2.4. Розглядаючи кількість екземплярів комах *E. tenax* L., що з'їдалися голубами, в матрицях-сукупностях періодів досліджень (1 і 2) фенотипічних класів комах *E. tenax* L. (D, M, L) (табл. 1), як неперервні випадкові величини, розраховували вибіркові початкові моменти k-го порядку h_k, які використовували для розрахунку вибіркових центральних моментів k-го порядку m_k, а останні – для розрахунку показників асиметрії (as) та ексцесу (ex) (табл. 2).

Як видно з табл. 2, ξ₁(as)=(0,611 – 0,956) < 1, для матриць 1D, 2M, 2L; ξ₁(as)=(7,748 – 23,716) > 1 для матриць 2D, 1M, 1L; ξ₃(ex)=(0,608 – 0,919) < 1 для матриць 2D, 1M, 1L; ξ₃(ex)=(1,085 – 4,066) > 1 для матриць

1D, 2M, 2L, то перевіряли виконання нерівностей $\xi_2(3as) > 1$, $\xi_4(5ex) > 1$, які дорівнювали: $\xi_2(3as) = (1,832 - 71,147) > 1$; $\xi_4(5ex) = (3,038 - 20,332) > 1$ для всіх матриць-сукупностей.

Звідки виникла необхідність перевірки за критерієм ω^2 нульової гіпотези H_0 підпорядкування емпіричного розподілу н.з.р. Гаусса. Результати перевірки H_0 підтвердили, що емпіричні дані рядів (табл. 1) відповідають теоретичному н.з.р. Гаусса з максимальним рівнем значущості: $\alpha_{\max} = 39,20 - 76,72\%$ для всіх матриць-сукупностей, що дає підстави до застосування методів дисперсійного, кореляційного та регресійного аналізів і, відповідно, статистичних критеріїв теоретичних розподілів Фішера, Стюдента, Хі-квадрат Пірсона, Кокрена, Бартлета тощо для прийняття або відкидання нульових гіпотез.

2.5. Перевірка нульової гіпотези H_0 про статистичну рівність двох генеральних дисперсій. Сформулюємо нульову гіпотезу: H_0 : для двох матриць-сукупностей (двох періодів досліджень) одного класу комах *E. tenax* L. генеральні дисперсії σ_1^2 і σ_2^2 , яким дана оцінка за вибірковими дисперсіями S_1^2 і S_2^2 , статистично рівні на рівнях значущості $\alpha=0,05$ та $\alpha=0,01$:

$$H_0: \begin{matrix} \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \\ \uparrow \quad \uparrow \\ S_1^2 \neq S_2^2 \end{matrix} \quad (7)$$

Результати перевірки H_0 за критеріями Фішера (F), Кокрена (G) та Бартлета (χ^2) зведені в табл. 3.

Таблиця 3. Результати перевірки нульової гіпотези H_0 (7) про статистичну рівність генеральних дисперсій за F, G, χ^2 – критеріями між двома періодами дослідження фенотипічних класів комах *E. tenax* L., що поїдалися голубами.

Клас комах	Розрахункові значення статистик	Рівень значущості	Однобічний критерій	Двобічний критерій	Ступені рівності (ξ_1)		Ступені нерівності (ξ_2)	
					Однобічний критерій	Двобічний критерій	Однобічний критерій	Двобічний критерій
D	F_p		F_T					
	2,17500	$\alpha=0,05$	4,28	5,82	1,9678	2,6759	0,5082	0,3737
		$\alpha=0,01$	8,47	11,10	3,8943	5,1034	0,2568	0,1959
	G_p		G_T					
	0,68504	$\alpha=0,05$	0,8534	-	1,2458	-	0,8027	-
		$\alpha=0,01$	0,9172	-	1,3389	-	0,7469	-
χ^2_p		χ^2_T						
0,81577	$\alpha=0,05$	3,84	-	4,7072	-	0,2124	-	
	$\alpha=0,01$	6,63	-	8,1273	-	0,1230	-	
M	F_p		F_T					
	2,80769	$\alpha=0,05$	4,28	5,82	1,5244	2,0729	0,6560	0,4824
		$\alpha=0,01$	8,47	11,10	3,0167	3,9534	0,3315	0,2529
	G_p		G_T					
	0,73737	$\alpha=0,05$	0,8534	-	1,1574	-	0,8640	-
		$\alpha=0,01$	0,9172	-	1,2439	-	0,8039	-
χ^2_p		χ^2_T						
1,41447	$\alpha=0,05$	3,84	-	2,7148	-	0,3684	-	
	$\alpha=0,01$	6,63	-	4,6873	-	0,2133	-	
L	F_p		F_T					
	1,85714	$\alpha=0,05$	4,28	5,82	2,3046	3,1338	0,4339	0,3191
		$\alpha=0,01$	8,47	11,10	4,5608	5,9769	0,2193	0,1673
	G_p		G_T					
	0,65000	$\alpha=0,05$	0,8534	-	1,3129	-	0,7617	-
		$\alpha=0,01$	0,9172	-	1,4111	-	0,7087	-
χ^2_p		χ^2_T						
0,52234	$\alpha=0,05$	3,84	-	7,3516	-	0,1360	-	
	$\alpha=0,01$	6,63	-	12,6930	-	0,0788	-	

Як видно з табл. 3, для всіх класів комах *E. tenax* L. та за всіма критеріями F, G, χ^2 нульова гіпотеза приймається на рівні значущості $\alpha=0,05$ та $\alpha=0,01$: генеральні дисперсії двох матриць-сукупностей періодів

дослідження суттєво статистично рівні при застосуванні як одnobічного, так і двобічного критерію, на рівні значущості $\alpha=0,05$ та $\alpha=0,01$ зі ступенями рівності:

- для **D-класу комах** *E. tenax* L.: $\xi_1(F)=1,968 - 5,103$; $\xi_1(G)=1,246 - 1,339$; $\xi_1(\chi^2)=4,707 - 8,127$; при відносному розсіянні $\gamma=15,84 - 34,75\%$;
- для **M-класу комах** *E. tenax* L.: $\xi_1(F)=1,524 - 3,953$; $\xi_1(G)=1,157 - 1,244$; $\xi_1(\chi^2)=2,715 - 4,687$; при відносному розсіянні $\gamma=48,57 - 50,07\%$;
- для **L-класу комах** *E. tenax* L.: $\xi_1(F)=2,305 - 5,977$; $\xi_1(G)=1,313 - 1,411$; $\xi_1(\chi^2)=7,352 - 12,693$; при відносному розсіянні $\gamma=50,07 - 115,47\%$.

2.6. Перевірка нульової гіпотези H_0 про статистичну рівність двох генеральних середніх (математичних сподівань).

Сформулюємо нульову гіпотезу H_0 : для двох матриць-сукупностей (двох періодів досліджень) одного класу комах *E. tenax* L. математичні сподівання (генеральні середні) a_1 і a_2 , яким дана оцінка за вибірковими середніми \bar{X}_1 і \bar{X}_2 , статистично рівні на рівнях значущості $\alpha=0,05$ і $\alpha=0,01$:

$$H_0: a_1 = a_2$$

$$\begin{array}{c} \uparrow \quad \uparrow \\ \bar{X}_1 \neq \bar{X}_2 \end{array} \quad (8)$$

Результати перевірки H_0 за одно- та двостороннім критерієм Стюдента (t) зведені в табл. 4.

Так як попередньо доведено (табл. 3), що генеральні дисперсії відповідних двох матриць-сукупностей статистично рівні, то для розрахунку t_p використали формули за [33] та [45] (результати виявилися однаковими до дев'ятого знаку після коми).

Таблиця 4. Результати перевірки нульової гіпотези H_0 (8) про рівність генеральних середніх за t – критерієм між двома періодами дослідження фенотипічних класів комах *E. tenax* L., що поїдалися голубами.

Клас комах	Розрахункове значення статистики t_p	Рівень значущості	Однобічний t-критерій (t_1)	Двобічний t-критерій (t_2)	Ступінь рівності двох генеральних середніх		Ступені нерівності двох генеральних середніх	
					Однобічний t-критерій	Двобічний t-критерій	Однобічний t-критерій	Двобічний t-критерій
D	3,07399	$\alpha=0,05$	1,782	2,179	0,5797	0,7089	1,7250	1,4107
		$\alpha=0,01$	2,681	3,055	0,8722	0,9939	1,1465	1,0062
M	1,96946	$\alpha=0,05$	1,782	2,179	0,9048	1,1064	1,1052	0,9038
		$\alpha=0,01$	2,681	3,055	1,3613	1,5512	0,7346	0,6447
L	2,90474	$\alpha=0,05$	1,782	2,179	0,6135	0,7502	1,6300	1,3331
		$\alpha=0,01$	2,681	3,055	0,9230	1,0517	1,0835	0,9508

Як видно з табл. 4:

- для **D-класу комах** *E. tenax* L. Нульова гіпотеза H_0 (8) **відкидається**: генеральні середні двох матриць-сукупностей для двох періодів дослідження суттєво статистично нерівні при застосуванні як одностороннього, так і двостороннього t-критерію, на рівнях значущості $\alpha=0,05$ та $\alpha=0,01$ зі ступенями нерівності $\xi_2(t)=1,006 - 1,725$;

- для **M-класу комах** *E. tenax* L. Нульова гіпотеза H_0 (8) **приймається**: генеральні середні двох матриць-сукупностей для двох періодів дослідження суттєво статистично рівні при застосуванні як одностороннього, так і двостороннього t-критерію, на рівні значущості $\alpha=0,01$ та двостороннього t-критерію на рівні значущості $\alpha=0,05$ зі ступенями рівності $\xi_1(t)=1,106 - 1,551$, а при застосуванні одnobічного t-критерію на рівні значущості $\alpha=0,05$ генеральні середні двох матриць-сукупностей для двох періодів дослідження статистично нерівні зі ступенем нерівності $\xi_2(t)=1,105$;

- для **L-класу комах** *E. tenax* L. Нульова гіпотеза H_0 (8) **відкидається**: генеральні середні двох матриць-сукупностей для двох періодів дослідження суттєво статистично нерівні при застосуванні як одnobічного, так і двобічного t-критерію, на рівні значущості $\alpha=0,05$ зі ступенями нерівності $\xi_2(t)=1,333 - 1,630$, та одnobічного t-критерію на рівні значущості $\alpha=0,01$ зі ступенем нерівності $\xi_2(t)=1,084$ а при застосуванні двобічного t-критерію на рівні значущості $\alpha=0,01$ нульова гіпотеза приймається: генеральні середні двох матриць-сукупностей для двох періодів дослідження статистично рівні зі ступенем рівності $\xi_1(t)=1,052$.

2.7. Рівність (однорідність) парних матриць-сукупностей за періодами досліджень.

Доведення статистичної рівності генеральних дисперсій двох матриць-сукупностей для двох періодів дослідження

одного класу комах *E. tenax* L. дозволило з високою ймовірністю перевірити однорідність (міру розходження) двох виборок – двох матриць-сукупностей за відносними частотами з'їдання комах *E. tenax* L. певного класу (D, M, L) голубами, розрахованих за абсолютними частотами (табл. 1). За міру розходження двох виборок вибрали критерій Хі-квадрат χ^2_α розподілу Пірсона. Висували нульову гіпотезу H_0 : між двома матрицями-сукупностями відносних частот кількості комах *E. tenax* L., що з'їдалися голубами, відсутня суттєва статистична різниця за періодами досліджень певного класу комах D, M, L. Для перевірки H_0 розраховували статистику χ^2_p за формулою [48]:

$$\chi^2_p = N_1 N_2 \sum_{j=1}^N \left[\frac{\left(\frac{n_{1j}}{N_1} - \frac{n_{2j}}{N_2} \right)^2}{\frac{n_{1j} + n_{2j}}{N_1 + N_2}} \right] = N_1 N_2 \sum_{j=1}^N \left[\frac{(\omega_{1j} - \omega_{2j})^2}{\omega_{1j} + \omega_{2j}} \right] = N_1 N_2 \sum_{j=1}^N \left[\frac{(\omega_{1j} - \omega_{2j})^2}{N_1 \omega_{1j} + N_2 \omega_{2j}} \right], \quad (9)$$

де $N_1 = \sum_{j=1}^N n_{1j}$, $N_2 = \sum_{j=1}^N n_{2j}$ - сума абсолютних частот (табл. 5) двох матриць-сукупностей

певного класу комах відповідно двох періодів досліджень (1 і 2);

n_{1j} , n_{2j} – абсолютні частоти (кількості комах *E. tenax* L., що з'їдалися голубами) відповідно періодів досліджень 1 і 2;

ω_{1j} , ω_{2j} – відносні частоти двох матриць-сукупностей.

У табл. 5 зведені вихідні дані для розрахунків статистики χ^2_p .

Таблиця 5. Вихідні дані абсолютних та відносних частот кількості комах *E. tenax* L., що з'їдалися голубами (за табл. 1), для розрахунку статистики χ^2_p .

j	Абсолютні частоти						Відносні частоти					
	Клас D		Клас M		Клас L		Клас D		Клас M		Клас L	
	n_{1j}	n_{2j}	n_{1j}	n_{2j}	n_{1j}	n_{2j}	ω_{1j}	ω_{2j}	ω_{1j}	ω_{2j}	ω_{1j}	ω_{2j}
1	10	6	9	4	4	1	0,1639	0,1463	0,2368	0,1818	0,1818	0,1429
2	9	7	7	2	5	2	0,1476	0,1707	0,1842	0,0909	0,2273	0,2857
3	10	9	8	6	5	3	0,1639	0,2195	0,2105	0,2728	0,2273	0,4285
4	6	5	3	2	1	0	0,0983	0,1220	0,0790	0,0909	0,0455	0
5	9	3	2	2	2	0	0,1476	0,0732	0,0526	0,0909	0,0909	0
6	8	4	4	2	2	0	0,1311	0,0976	0,1053	0,0909	0,0909	0
7	9	7	5	4	3	1	0,1476	0,1707	0,1316	0,1818	0,1363	0,1429
$\sum_{j=1}^{N=7}$	61	41	38	22	22	7	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0

Таблиця 6. Результати перевірки нульової гіпотези про статистичну рівність двох матриць-сукупностей (за χ^2 -критерієм) між двома періодами дослідження фенотипічних класів комах *E. tenax* L., що з'їдалися голубами (за відносними частотами).

Клас комах <i>E. tenax</i> L.	Розрахункове значення статистики χ^2_p	Рівень значущості	Квантиль χ^2_τ { $q=1-\alpha$; $f_1=k-1=6$ } χ^2 -розподілу	Ступінь однорідності двох матриць-сукупностей періодів дослідження $\xi_1(\chi^2)$	Ступінь неоднорідності двох матриць-сукупностей періодів дослідження $\xi_2(\chi^2)$
D	2,137485	$\alpha=0,05$	12,59	5,8901	0,1698
		$\alpha=0,01$	16,81	7,8644	0,1272
M	1,827646	$\alpha=0,05$	12,59	6,8886	0,1452
		$\alpha=0,01$	16,81	9,1976	0,1087
L	2,494457	$\alpha=0,05$	12,59	5,0472	0,1981
		$\alpha=0,01$	16,81	6,7389	0,1484

У табл. 6 приведені результати розрахункових значень статистики χ^2_p для парних матриць-сукупностей періодів дослідження (табл. 1). Табличні значення критерію χ^2_τ взяті з [33] для рівня

значущості $\alpha=0,05$ та $\alpha=0,01$ та ступенів вільностей $f=f_1=f_2=k_1-1=k_2-1=7-1=6$, де k_1, k_2 – загальна кількість експериментів у 1-му та 2-му періодах досліджень:

- для $\alpha=0,05$ $\chi^2_{\tau}(\alpha=0,05)\{q=1-\alpha=0,95; f=6\}=12,59$;
- для $\alpha=0,01$ $\chi^2_{\tau}(\alpha=0,01)\{q=1-\alpha=0,99; f=6\}=16,81$.

Порівняння $\chi^2_p=2,1375$ (D), $\chi^2_p=1,8276$ (M), $\chi^2_p=2,4945$ (L) з χ^2_{τ} (табл. 6) за нерівностями:
 $\chi^2_p < \chi^2_{\tau} = \chi^2_{\alpha=0,05}\{f_1=6\}=12,59$; $\chi^2_p < \chi^2_{\tau} = \chi^2_{\alpha=0,01}\{f_1=6\}=16,81$,

дозволило прийняти H_0 , тобто з рівнем значущості $\alpha=0,05$ та $\alpha=0,01$ відповідно між двома матрицями-сукупностями відносних частот двох періодів дослідження окремо для D, M, L- класів комах *E. tenax* L., що з'їдалися голубами, немає суттєвої статистичної різниці (відмінності) на рівні значущості $\alpha=0,05$ та $\alpha=0,01$ зі ступенем статистичної однаковості (рівності):

$$\xi_1(\chi^2) = \frac{\chi^2_{\alpha}}{\chi^2_p} = \frac{\chi^2_{\tau}}{\chi^2_p} = 5,047 - 6,889 \text{ (для } \alpha=0,05) \text{ та } \xi_1(\chi^2)=6,739 - 9,198 \text{ (для } \alpha=0,01) > 1 \quad (10)$$

При цьому частка статистичної оцінки значущості різниці за ступенем відмінності становить:

$$\xi_2(\chi^2) = \frac{\chi^2_p}{\chi^2_{\alpha}} = \frac{\chi^2_p}{\chi^2_{\tau}} = 0,145 - 0,198 \text{ (для } \alpha=0,05) \text{ та } \xi_2(\chi^2)=0,109 - 0,148 \text{ (для } \alpha=0,01) < 1 \quad (11)$$

Перевіримо однорідність сукупностей узагальнених матриць для двох періодів дослідження (табл. 5) за абсолютними частотами D, M, L – класів комах *E. tenax* L., що з'їдалися голубами. Висували нульову гіпотезу H_0 : між матрицями-сукупностями класів комах *E. tenax* L. (D, M, L), що з'їдалися голубами, відсутня суттєва статистична різниця. Для перевірки H_0 розраховували статистику χ^2_p за формулою (11-1) [48]:

$$\chi^2_p = N \sum_{j=1}^s \sum_{i=1}^r \left\{ \frac{\left(n_{ij} - \frac{n_{i.} \cdot n_{.j}}{N} \right)^2}{n_{i.} \cdot n_{.j}} \right\} = N \sum_{j=1}^s \sum_{i=1}^r \left\{ \frac{\left(\omega_{ij} n_{i.} - \frac{n_{i.} \cdot n_{.j}}{N} \right)^2}{n_{i.} \cdot n_{.j}} \right\}, \quad (11-1)$$

де $n_{ij}=(\omega_{ij} n_{i.})$ – абсолютна частота, з якою значення n_j спостерігається у вибірковій сукупності обсягом $n_{i.}$;

$$n_{i.} = \sum_{j=1}^s n_{ij}; \quad n_{.j} = \sum_{i=1}^r n_{ij}; \quad N = \sum_{i=1}^r n_{i.} = \sum_{j=1}^s n_{.j}.$$

Статистика χ^2_p при правдивості H_0 має асимптотичний розподіл χ^2 з числом ступенів вільностей $f=(k-1)(N-1)$ [33], при цьому, якщо $\chi^2_p \leq \chi^2_{\tau}\{p=1-\alpha; f\}$, то H_0 приймається на рівні значущості α , а якщо $\chi^2_p > \chi^2_{\tau}$, то H_0 відкидається на рівні значущості α .

Розрахунки χ^2_p за (11-1) за даними (табл. 5) привели до результату: $\chi^2_p=12,4233$.

За [33] $\chi^2_{\tau}\{p=1-\alpha=1-0,05=0,95; f=(k-1)(N-1)= (6-1)(7-1)=30\}=43,77$ (для $\alpha=0,05$) та $\chi^2_{\tau}\{p=1-\alpha=1-0,01=0,99; f=30\}=50,89$ (для $\alpha=0,01$).

Таким чином маємо:

$|\chi^2_p|=12,4233 < \chi^2_{\tau} = \chi^2_{\alpha=0,05}=43,77$ (для $\alpha=0,05$) та $|\chi^2_p|=12,4233 < \chi^2_{\tau} = \chi^2_{\alpha=0,01}=50,89$ (для $\alpha=0,01$), тобто нульова гіпотеза про однорідність узагальнених D, M, L матриць-сукупностей за двома періодами дослідження приймається на рівні значущості $\alpha=0,05$ та $\alpha=0,01$: матриці-сукупності класів комах *E. tenax* L. (D, M, L), що з'їдалися голубами, статистично суттєво не відрізняються, при цьому ступінь однаковості (рівностей) матриць-сукупностей становить:

- для $\alpha=0,05$ $\xi_2(\chi^2) = \frac{|\chi^2_p|}{\chi^2_{\alpha=0,05}} = \frac{12,4233}{43,77} = 0,2838$,

а ступінь однаковості $\xi_1(\chi^2) = \frac{\chi^2_{\alpha=0,05}}{|\chi^2_p|} = 3,5232$;

$$\text{для } \alpha=0,01 \quad \xi_2(\chi^2) = \frac{|\chi^2_p|}{\chi^2_{\alpha=0,01}} = \frac{12,4233}{50,89} = 0,2441,$$

$$\text{а ступінь однаковості } \xi_1(\chi^2) = \frac{\chi^2_{\alpha=0,01}}{|\chi^2_p|} = 4,0963.$$

2.8. Кореляційний аналіз.

Висунута нульова гіпотеза H_0 : генеральний коефіцієнт парної кореляції ρ дорівнює нулю, якому дана оцінка за вибірковим коефіцієнтом кореляції $r_p = r_{1,2}$:

$$H_0: \rho=0.$$

↑

$r_{1,2}$

(12)

Результати розрахунку коефіцієнтів кореляції за [45] між двома матрицями-сукупностями за двома періодами досліджень певного класу *E. tenax* L., які були з'їдені голубами, та оцінка їх значущості за $r_{кр}$, t та z -критеріями приведені в табл. 7.

Таблиця 7. Результати дослідження значущості коефіцієнта кореляції між двома матрицями-сукупностями періодів (1 і 2) досліджень певного класу (D, M, L) комах *E. tenax* L., які були з'їдені голубами.

Корел. зв'язок	r_p		$\alpha=0,05$			$\alpha=0,01$		
			$\xi_1(r)$	$\xi_2(r)$	$\xi_{12}(r)$	$\xi_1(r)$	$\xi_2(r)$	$\xi_{12}(r)$
1-2 D	0,45769		0,6066	1,6485	2,2551	0,5234	1,9107	2,4341
1-2 M	0,66566		0,8823	1,1335	2,0157	0,7612	1,3137	2,0749
1-2 L	0,91725		1,2157	0,8226	2,0383	1,0489	0,9534	2,0023
Корел. зв'язок	r_p	t_p	$\alpha=0,05$			$\alpha=0,01$		
			$\xi_1(t)$	$\xi_2(t)$	$\xi_{12}(t)$	$\xi_1(t)$	$\xi_2(t)$	$\xi_{12}(t)$
однобічний критерій								
1-2 D	0,45769	1,1511	0,5713	1,7506	2,3218	0,3421	2,9234	3,2654
1-2 M	0,66566	1,9946	0,9899	1,0102	2,0001	0,5927	1,6871	2,2798
1-2 L	0,91725	5,1493	2,5555	0,3913	2,9468	1,5303	0,6535	2,1837
двобічний критерій								
1-2 D	0,45769	1,1511	0,4477	2,2335	2,6812	0,2855	3,5027	3,7882
1-2 M	0,66566	1,9946	0,7758	1,2890	2,0648	0,4947	2,0215	2,5162
1-2 L	0,91725	5,1493	2,0028	0,4993	2,5021	1,2771	0,7830	2,0601
Корел. зв'язок	r_p	z_p	$\alpha=0,05$			$\alpha=0,01$		
			$\xi_1(z)$	$\xi_2(z)$	$\xi_{12}(z)$	$\xi_1(z)$	$\xi_2(z)$	$\xi_{12}(z)$
1-2 D	0,45769	0,49439	0,5045	1,9823	2,4867	0,3832	2,6093	2,9925
1-2 M	0,66566	0,80291	0,8193	1,2206	2,0399	0,6224	1,6067	2,2291
1-2 L	0,91725	1,57141	1,6035	0,6236	2,2271	1,2181	0,8209	2,0391

Розрахункові дані (табл. 7) $|r_p|$, $|t_p|$ та $|z_p|$ порівнювали з $r_{кр}$, t_r , ($z_r \sigma_z$), які були взяті з таблиць [33, 45] для таких вихідних даних:

1) критичне значення коефіцієнта кореляції $r_{кр}$ [33]:

- $\alpha=0,05$; $f=N-2=7-2=5$: $r_{кр}\{q=1-\alpha/2=0,975; f=5\}=0,7545$;
- $\alpha=0,01$; $f=5$: $r_{кр}\{q=1-\alpha/2=0,995; f=5\}=0,8745$;

2) значення критерію Стьюдента t_r [33] (розраховували статистику

$$t_p = \frac{r_p \sqrt{N-2}}{\sqrt{1-r_p^2}} \quad [33, 45]; \quad (13)$$

- $\alpha=0,05$; $f=5$:
а) однобічний критерій: $t_r\{q=1-\alpha=0,95; f=5\}=2,015$;
б) двобічний критерій: $t_r\{q=1-\alpha/2=0,975; f=5\}=2,571$;
- $\alpha=0,01$; $f=5$:
а) однобічний критерій: $t_r\{q=1-\alpha=0,99; f=5\}=3,365$;

- б) двобічний критерій: $t_{\tau}\{q=1-\alpha/2=0,995; f=5\}=4,032$;
 3) значення добутку ($z_{\tau}\sigma_z$), в якому:

$$\sigma_z = \frac{1}{\sqrt{N-3}} = \frac{1}{\sqrt{7-3}} = 0,5 \quad (14)$$

середнє квадратичне відхилення випадкової величини z за перетворенням Фішера [45]:

$$z_p = \frac{1}{2} \ln \frac{1+r_p}{1-r_p}; \quad (15)$$

$z_{\tau}\{q=1-\alpha/2\}$ – квантиль нормованого нормального розподілу Гауса [45]:

- $\alpha=0,05$: $z_{\tau}\{q=1-\alpha/2=0,975\}=1,96$; $(z_{\tau}\sigma_z)_{0,05}=0,98$;
- $\alpha=0,01$: $z_{\tau}\{q=1-\alpha/2=0,995\}=2,58$; $(z_{\tau}\sigma_z)_{0,01}=1,29$.

Як видно з табл. 7, між 1 та 2 періодами досліджень класів комах D і M за r_{kp} , t , z -критеріями виявлений нелінійний кореляційний зв'язок на рівнях значущості $\alpha=0,05$ та $\alpha=0,01$:

1) клас комах D:

а) за критичним коефіцієнтом кореляції:

$$|r_p|=0,4577 < r_{kp}=0,7545 \quad (\alpha=0,05); |r_p|=0,4577 < r_{kp}=0,8745 \quad (\alpha=0,01)$$

зі ступенем нелінійності

$$\xi_2(r)=1,6485 \quad (\alpha=0,05); \xi_2(r)=1,9107 \quad (\alpha=0,01)$$

та значною частиною лінійності в нелінійному зв'язку:

$$\xi_1(r)=0,6066 \quad (\alpha=0,05); \xi_1(r)=0,5234 \quad (\alpha=0,01);$$

б) аналогічний висновок витікає під час оцінки значущості коефіцієнта кореляції за t -критерієм:

• **однобічний критерій:**

$$|t_p|=1,1511 < t_{\tau}=2,015 \quad (\alpha=0,05); |t_p|=0,4577 < t_{\tau}=3,365 \quad (\alpha=0,01)$$

зі ступенями нелінійності

$$\xi_2(t)=1,7506 \quad (\alpha=0,05); \xi_2(t)=2,9234 \quad (\alpha=0,01)$$

та значною частиною лінійності в нелінійному зв'язку:

$$\xi_1(t)=0,5713 \quad (\alpha=0,05); \xi_1(t)=0,3421 \quad (\alpha=0,01);$$

• **двобічний критерій:**

$$|t_p|=1,1511 < t_{\tau}=2,571 \quad (\alpha=0,05); |t_p|=0,4577 < t_{\tau}=4,032 \quad (\alpha=0,01)$$

зі ступенями нелінійності

$$\xi_2(t)=2,2335 \quad (\alpha=0,05); \xi_2(t)=3,5027 \quad (\alpha=0,01)$$

та значною частиною лінійності в нелінійному зв'язку:

$$\xi_1(t)=0,4477 \quad (\alpha=0,05); \xi_1(t)=0,2855 \quad (\alpha=0,01);$$

в) аналогічний висновок витікає також під час оцінки значущості коефіцієнта кореляції за z -критерієм:

$$|z_p|=0,4944 < (z_{\tau}\sigma_z)=0,98 \quad (\alpha=0,05); |z_p|=0,4944 < (z_{\tau}\sigma_z)=1,29 \quad (\alpha=0,01)$$

зі ступенем нелінійності

$$\xi_2(z)=1,9823 \quad (\alpha=0,05); \xi_2(z)=2,6093 \quad (\alpha=0,01)$$

та значною частиною лінійності в нелінійному зв'язку:

$$\xi_1(z)=0,5045 \quad (\alpha=0,05); \xi_1(z)=0,3832 \quad (\alpha=0,01).$$

2) клас комах M:

а) за критичним коефіцієнтом кореляції:

$$|r_p|=0,6657 < r_{kp}=0,7545 \quad (\alpha=0,05); |r_p|=0,6657 < r_{kp}=0,8745 \quad (\alpha=0,01)$$

зі ступенем нелінійності

$$\xi_2(r)=1,1335 \quad (\alpha=0,05); \xi_2(r)=1,3137 \quad (\alpha=0,01)$$

та значною частиною лінійності в нелінійному зв'язку:

$$\xi_1(r)=0,8823 \quad (\alpha=0,05); \xi_1(r)=0,7612 \quad (\alpha=0,01);$$

б) аналогічний висновок витікає під час оцінки значущості коефіцієнта кореляції за t -критерієм:

• **однобічний критерій:**

$$|t_p|=1,9946 < t_{\tau}=2,015 \quad (\alpha=0,05); |t_p|=1,9946 < t_{\tau}=3,365 \quad (\alpha=0,01)$$

зі ступенями нелінійності

$$\xi_2(t)=1,0102 \quad (\alpha=0,05); \xi_2(t)=1,6871 \quad (\alpha=0,01)$$

та значною частиною лінійності в нелінійному зв'язку:

$$\xi_1(t)=0,9899 \quad (\alpha=0,05); \xi_1(t)=0,5927 \quad (\alpha=0,01);$$

• **двобічний критерій:**

$$|t_p|=1,9946 < t_{\tau}=2,571 \quad (\alpha=0,05); |t_p|=1,9946 < t_{\tau}=4,032 \quad (\alpha=0,01)$$

зі ступенями нелінійності

$$\xi_2(t)=1,2890 \quad (\alpha=0,05); \xi_2(t)=2,0215 \quad (\alpha=0,01)$$

та значною частиною лінійності в нелінійному зв'язку:

$$\xi_1(t)=0,7758 (\alpha=0,05); \xi_1(t)=0,4947 (\alpha=0,01);$$

в) аналогічний висновок витікає також під час оцінки значущості коефіцієнта кореляції за z-критерієм:

$$|z_p|=0,8029 < (z_r \cdot \sigma_z)=0,98 (\alpha=0,05); |z_p|=0,8029 < (z_r \cdot \sigma_z)=1,29 (\alpha=0,01)$$

зі ступенем нелінійності

$$\xi_2(z)=1,2206 (\alpha=0,05); \xi_2(z)=1,6067 (\alpha=0,01)$$

та значною частиною лінійності в нелінійному зв'язку:

$$\xi_1(z)=0,8193 (\alpha=0,05); \xi_1(z)=0,6224 (\alpha=0,01).$$

3) для класу комах L між двома періодами досліджень за всіма критеріями виявлений лінійний кореляційний зв'язок (табл. 7) на рівнях значущості $\alpha=0,05$ та $\alpha=0,01$:

а) за критичним коефіцієнтом кореляції:

$$|r_p|=0,9173 > r_{кр}=0,7545 (\alpha=0,05); |r_p|=0,9173 > r_{кр}=0,8745 (\alpha=0,01)$$

зі ступенем лінійності

$$\xi_1(r)=1,2157 (\alpha=0,05); \xi_1(r)=1,0489 (\alpha=0,01)$$

та значною частиною нелінійності у лінійному зв'язку:

$$\xi_2(r)=0,8226 (\alpha=0,05); \xi_2(r)=0,9534 (\alpha=0,01);$$

б) аналогічний висновок витікає також під час оцінки значущості коефіцієнта кореляції за t-критерієм:

• **однобічний критерій:**

$$|t_p|=5,1493 > t_r=2,015 (\alpha=0,05); |t_p|=5,1493 > t_r=3,365 (\alpha=0,01)$$

зі ступенями лінійності

$$\xi_1(t)=2,5555 (\alpha=0,05); \xi_1(t)=1,5303 (\alpha=0,01)$$

та значною частиною нелінійності у лінійному зв'язку:

$$\xi_2(t)=0,3913 (\alpha=0,05); \xi_2(t)=0,6535 (\alpha=0,01);$$

• **двобічний критерій:**

$$|t_p|=5,1493 > t_r=2,571 (\alpha=0,05); |t_p|=5,1493 > t_r=4,032 (\alpha=0,01)$$

зі ступенями лінійності

$$\xi_1(t)=2,0028 (\alpha=0,05); \xi_1(t)=1,2771 (\alpha=0,01)$$

та значною частиною нелінійності у лінійному зв'язку:

$$\xi_2(t)=0,4993 (\alpha=0,05); \xi_2(t)=0,7830 (\alpha=0,01);$$

в) аналогічний висновок витікає також під час оцінки значущості коефіцієнта кореляції за z-критерієм:

$$|z_p|=1,5714 > (z_r \cdot \sigma_z)=0,98 (\alpha=0,05); |z_p|=1,5714 < (z_r \cdot \sigma_z)=1,29 (\alpha=0,01)$$

зі ступенем лінійності

$$\xi_1(z)=1,6035 (\alpha=0,05); \xi_1(z)=1,2181 (\alpha=0,01)$$

та значною частиною нелінійності у лінійному зв'язку:

$$\xi_2(z)=0,6236 (\alpha=0,05); \xi_1(z)=0,8209 (\alpha=0,01).$$

2.9. Регресійний аналіз

За результатами кореляційного аналізу (табл. 7), вихідних статистичних оцінок (табл. 3) та апроксимацією нелінійних зв'язків отримані такі аналітичні вирази для двох періодів досліджень фенотипічних класів комах *E. tenax* L., що поїдалися голубами:

• клас D: $y_1 = 6,89656 + 0,31034y_2$; ($R^2 = 0,2095$); (16)

$$y_1 = 0,0359y_2^4 - 0,951y_2^3 + 9,1445y_2^2 - 37,125y_2 + 61,018; (R^2 = 0,5341); (17)$$

• клас M: $y_1 = 1,92306 + 1,11539y_2$; ($R^2 = 0,4431$); (18)

$$y_1 = -0,25y_2^2 + 3y_2 - 1; (R^2 = 0,4726); (19)$$

• клас L: $y_1 = 1,89286 + 1,25000y_2$; ($R^2 = 0,8413$); (20)

Таким чином, для класу комах D і M адекватні рівняння, що пов'язують два періода досліджень є нелінійними, а для класу L – лінійне рівняння.

3. Узагальнені сукупності за класами комах *E. tenax* L.

3.1. Статистичні характеристики.

1. Підпорядкування н.з.р. Гаусса, статистична рівність дисперсій та відсутність статистичної відмінності матриць-сукупностей за періодами досліджень для певного класу комах *E. tenax* L. дозволяє об'єднати сукупності періодів досліджень в одну узагальнену сукупність за класами комах. Результати

розрахунків статистичних числових характеристик матриць-сукупностей за класами комах *E. tenax* L. представлені в табл. 8.

2. Як видно з табл. 8, середні арифметичні абсолютних частот комах, які з'їдали голуби, дорівнюють $\bar{x}_1=7,2857$ (D); $\bar{x}_2=4,2857$ (M); $\bar{x}_3=2,0714$ (L), вибіркові дисперсії - $S^2_1=4,9890$ (D); $S^2_2=5,7582$ (M); $S^2_3=2,9945$ (L), вибіркові середні квадратичні відхилення $S_1=2,2336$ (D); $S_2=2,3996$ (M); $S_3=1,7305$ (L) (у ряду D – M – L абсолютне розсіяння мало змінюється), вибірковий коефіцієнт варіації – $\gamma_1=30,66\%$ (D); $\gamma_2=55,99\%$ (M); $\gamma_3=83,54\%$ (L) (у ряду класів D – M – L розсіяння відносно величини середньої суттєво зростає).

Таблиця 8. Статистичні характеристики узагальнених матриць-сукупностей за класами комах D, M, L.

Функція	D	M	L
N	14	14	14
\bar{x}	7,285714	4,285714	2,071429
S^2	4,989011	5,758242	2,994505
S	2,233609	2,399634	1,730464
$\gamma, \%$	30,65738	55,99145	83,53964
$\varepsilon_1=S^2/\bar{x}$	0,684766	1,34359	1,445623
h_1	7,285714	4,285714	2,071429
h_2	57,714286	23,714286	7,071429
h_3	483,0	156,0	28,214286
h_4	4192,571429	1136,285714	122,785714
m_1	0	0	0
m_2	4,632653	5,346939	2,780612
m_3	-4,99417	8,536443	2,046647
m_4	45,0033319	63,332778	15,83097
as	-0,50086	0,690429	0,441400
Sas	0,553066	0,553066	0,553066
3Sas	1,659199	1,659199	1,659199
ex	-0,90306	-0,78477	-0,952600
Sex	0,901388	0,901388	0,901388
5Sex	4,506942	4,506942	4,506942
ξ_1 (as)	1,104228	0,801047	1,252981
ξ_2 (3as)	3,312683	2,403141	3,758946
ξ_3 (ex)	0,998144	1,148597	0,946240
ξ_4 (5ex)	4,990721	5,742984	4,731201
$(N\omega^2)_p$	0,0701	0,1065	0,0625
a_{max}	0,584452	0,470112	0,611631
ξ_a (a=0,01)	10,61	6,98	11,896
ξ_a (a=0,05)	6,58	4,33	7,382
ξ_a (a=0,20)	3,44	2,26	5,557
ξ_a (a=0,30)	2,63	1,73	3,859
ξ_a (a=0,40)	2,09	1,38	2,949
ξ_a (a=0,50)	1,69	1,11	2,347

3. Розглядаючи абсолютні частоти – кількість екземплярів комах *E. tenax* L. певного класу D, M, L (табл. 9), які з'їдали голуби, як дискретні випадкові величини, розраховували (табл. 8) показники ступеня агрегації частот в дискретному розподілі:

- для D: $\varepsilon = \frac{S^2}{\bar{x}} = 0,6848 < 1$, що суттєво менше 1, тобто маємо сильно виражений регулярний розподіл, що відрізняє його від випадкового розподілу Пуассона ($\varepsilon=1$);
- для M: $\varepsilon=1,3436 > 1$;
- для L: $\varepsilon=1,4456 > 1$ (в обох випадках маємо яскраво виражений агрегаційний розподіл, що відрізняє їх від випадкового розподілу Пуассона ($\varepsilon=1$)).

Таблиця 9. Вихідні дані абсолютних та відносних частот кількості комах *E. tenax* L. певного класу, що з'їдалися голубами, для розрахунку статистик χ^2_p після об'єднання матриць-сукупностей табл. 1.

j	Абсолютні частоти			Відносні частоти		
	Клас D	Клас M	Клас L	Клас D	Клас M	Клас L
	n_{1j}	n_{2j}	n_{3j}	ω_{1j}	ω_{2j}	ω_{3j}
1	10	9	4	0,0980	0,1500	0,1379
2	9	7	5	0,0883	0,1168	0,1724
3	10	8	5	0,0980	0,1333	0,1724
4	6	3	1	0,0588	0,0500	0,0345
5	9	2	2	0,0883	0,0333	0,0690
6	8	4	2	0,0784	0,0667	0,0690
7	9	5	3	0,0883	0,0833	0,1034
8	6	4	1	0,0588	0,0667	0,0345
9	7	2	2	0,0686	0,0333	0,0690
10	9	6	3	0,0883	0,1000	0,1034
11	5	2	0	0,0490	0,0333	0
12	3	2	0	0,0294	0,0333	0
13	4	2	0	0,0392	0,0333	0
14	7	4	1	0,0686	0,0667	0,0345
$\sum_{j=1}^{N=14}$	102	60	29	1,0	1,0	1,0

4. Розглядаючи частоти в матрицях-сукупностях за класами (табл. 8) як неперервні випадкові величини, розраховували вибіркові початкові моменти k-го порядку h_k , які використовували для розрахунку вибіркових центральних моментів k-го порядку m_k , а останні – для розрахунку показників асиметрії (as) та ексцесу (ex).

Як видно з табл. 8, ступені відмінності показників асиметрії |as| та ексцесу |ex| від величин їх середніх квадратичних відхилень $S(as)$, $S(ex)$ більші одиниці або близькі до неї: $\xi_1(as)=1,1042$ (для класу D), $\xi_1(as)=0,8010$ (для класу M), $\xi_1(as)=1,2530$ (для класу L); $\xi_3(ex)=0,9981$ (D), $\xi_3(ex)=1,1486$ (M), $\xi_3(ex)=0,9462$ (L), при цьому для них $\xi_2(3as)=2,4031-3,7589$; $\xi_4(5ex)=4,7312-5,7430$. Тому розрахунок статистики $(N\omega^2)_p$ та порівняння її величини з критичним значенням z_α [45] на рівні значущості α показало, що виконується нерівність $(N\omega^2)_p \leq z_\alpha$ для матриці-сукупності класу комах:

$$D (N\omega^2)_p = 0,0701 < z_{0,5} = 0,1184;$$

$$M (N\omega^2)_p = 0,1065 < z_{0,5} = 0,1184;$$

$$L (N\omega^2)_p = 0,0625 < z_{0,5} = 0,1184,$$

що дає підстави стверджувати про підпорядкування результатів узагальнених матриць-сукупностей н.з.р. Гаусса з максимальним рівнем значущості: $\alpha_{\max}=58,45\%$ (D), $\alpha_{\max}=47,01\%$ (M), $\alpha_{\max}=61,16\%$ (L), що дозволяє у подальшому провести дисперсійний, кореляційний та регресійний аналізи.

3.2. Перевіримо нульову гіпотезу H_0 відносно статистичної рівності ряду генеральних дисперсій:

$$H_0: \begin{matrix} \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 \\ \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \\ S_1^2 \neq S_2^2 \neq S_3^2 \end{matrix} \quad (21)$$

за критеріями Фішера, Кокрена та Бартлета [33, 45]. Результати розрахунків статистик F_p , G_p , χ^2_p та їх статистичні оцінки за F_T , G_T , χ^2_T зведені в табл. 10. Для порівняння останні величини вибрані з таблиць [33] для вихідних даних:

• $\alpha=0,05$ $F_T\{q=1-\alpha=0,95; f_{1\max}=N_{1\max}-1=14-1=13; f_{2\min}=N_{2\min}-1=14-1=13\}=2,58$ (однобічний критерій);

$F_T\{q=1-\alpha/2=0,975; f_1=13; f_2=13\}=3,11$ (двобічний критерій);

$G_T\{q=1-\alpha=0,95; k=3; f_1=f_2=f_3=f=13\}=0,5857$;

$\chi^2_T\{q=1-\alpha=0,95; f_1=k-1=3-1=2\}=5,99$;

• $\alpha=0,01$ $F_T\{q=1-\alpha=0,99; f_{1\max}=N_{1\max}-1=14-1=13; f_{2\min}=N_{2\min}-1=14-1=13\}=3,90$ (однобічний критерій);

$F_T\{q=1-\alpha/2=0,995; f_1=13; f_2=13\}=4,57$ (двобічний критерій);

$G_T\{q=1-\alpha=0,99; k=3; f_1=f_2=f_3=f=13\}=0,6538$;

$\chi^2_T\{q=1-\alpha=0,99; f_1=k-1=3-1=2\}=9,21$.

Таблиця 10. Результати перевірки нульової гіпотези H_0 (21) про статистичну рівність ряду генеральних дисперсій за F, G, χ^2 –критеріями дослідження узагальнених матриць-сукупностей D, M, L – класів комах *E. tenax* L., що поїдалися голубами.

Розрахункові значення статистик	Рівень значущості	Однобічний критерій	Двобічний критерій	Ступені рівності (ξ_1)		Ступені нерівності (ξ_2)	
				Однобічний критерій	Двобічний критерій	Однобічний критерій	Двобічний критерій
F_p		F_T					
1,923	$\alpha=0,05$	2,58	3,11	1,342	1,617	0,745	0,618
	$\alpha=0,01$	3,90	4,57	2,028	2,377	0,493	0,421
G_p		G_T					
0,41903	$\alpha=0,05$	0,5857	-	1,398	-	0,715	-
	$\alpha=0,01$	0,6538	-	1,560	-	0,641	-
χ^2_p		χ^2_T					
1,3932	$\alpha=0,05$	5,99	-	4,300	-	0,233	-
	$\alpha=0,01$	9,21	-	6,611	-	0,151	-

Як видно з табл. 10, нульова гіпотеза H_0 про статистичну рівність ряду генеральних дисперсій за матрицями-сукупностями класів комах *E. tenax* L., що з'їдалися голубами, приймається на рівні значущості $\alpha=0,05$ та $\alpha=0,01$ з високими ступенями рівності $\xi_1(F)=1,342-2,377$; $\xi_1(G)=1,398-1,560$; $\xi_1(\chi^2)=4,300-6,611$.

3.3. Перевіримо нульову гіпотезу H_0 відносно статистичної рівності ряду математичних сподівань:

$$\begin{array}{c}
 H_0: a_1 = a_2 = a_3 \\
 \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \\
 \bar{x}_1 \neq \bar{x}_2 \neq \bar{x}_3
 \end{array} \quad (22)$$

Так як попередньо (3.2) доведена статистична рівність ряду генеральних нормально розподілених дисперсій (табл. 8 і 9) матриць-сукупностей (точка 4 п.3.1) за класами комах *E. tenax* L., то H_0 перевіримо за критерієм Фішера [33, 45], попередньо за [33] розрахувавши статистику F_p :

$$F_p = \frac{\sum_{i=1}^{k=3} n_i (\bar{x}_i - \bar{x}_{..})^2}{\frac{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (x_{ij} - \bar{x}_i)^2}{\left(\sum_{i=1}^k n_i\right) - k}} \quad (23)$$

де $\bar{x}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} x_{ij}$ - середнє значення i -ї виборки (k матриці-сукупності);

$$\bar{x}_{..} = \frac{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} x_{ij}}{\sum_{i=1}^k n_i} \quad \text{- загальне середнє значення.}$$

Для порівняння величини F_T вибрані з таблиць [33].

Порівняння $F_p=18,4270 > F_T \{q=1-\alpha=0,95; f_1=k-1=3-1=2; f_2=\sum n_i-k=42-3=39\}=3,235$
та $F_p=18,4270 > F_T \{q=1-\alpha=0,99; f_1=2; f_2=39\}=5,195$

приводить до висновку: нульова гіпотеза H_0 (22) **відкидається**: генеральні середні матриць-сукупностей D, M, L-класів комах *E. tenax* L., що з'їдалися голубами, суттєво статистично нерівні на рівнях значущості $\alpha=0,05$ та $\alpha=0,01$ зі ступенями нерівності $\xi_2(F)=5,696$ ($\alpha=0,05$) та $\xi_2(F)=3,547$ ($\alpha=0,01$) з часткою рівності в ряду статистично нерівних математичних сподівань: $\xi_1(F)=0,176$ ($\alpha=0,05$) та $\xi_1(F)=0,282$ ($\alpha=0,01$);

3.4. Перевіримо однорідність сукупностей узагальнених D, M, L матриць за абсолютними частотами класів комах *E. tenax* L., що з'їдалися голубами (табл. 9). Висували нульову гіпотезу H_0 : між матрицями-сукупностями класів комах *E. tenax* L. (D, M, L), що з'їдалися голубами, відсутня суттєва статистична різниця. Для перевірки H_0 розраховували статистику χ^2_p за формулою (7) [48]:

$$\chi^2_p = N \sum_{j=1}^s \sum_{i=1}^r \left\{ \frac{\left(n_{ij} - \frac{n_i \cdot n_j}{N} \right)^2}{n_i \cdot n_j} \right\} = N \sum_{j=1}^s \sum_{i=1}^r \left\{ \frac{\left(\omega_{ij} n_i - \frac{n_i \cdot n_j}{N} \right)^2}{n_i \cdot n_j} \right\}, \quad (24)$$

де $n_{ij}=(\omega_{ij} n_i)$ – абсолютна частота, з якою значення n_j спостерігається у вибірковій сукупності обсягом n_i ;

$$n_i = \sum_{j=1}^s n_{ij}; \quad n_j = \sum_{i=1}^r n_{ij}; \quad N = \sum_{i=1}^r n_i = \sum_{j=1}^s n_j. \quad (25)$$

Статистика χ^2_p при правдивості H_0 має асимптотичний розподіл χ^2 з числом ступенів вільностей $f=(k-1)(N-1)$ [33], при цьому, якщо $\chi^2_p \leq \chi^2_{\tau}\{p=1-\alpha; f\}$, то H_0 приймається на рівні значущості α , а якщо $\chi^2_p > \chi^2_{\tau}$, то H_0 відкидається на рівні значущості α .

Розрахунки χ^2_p за (28) за даними (табл. 9) привели до результату: $\chi^2_p=11,0091$.

За [33] $\chi^2_{\tau}\{p=1-\alpha=1-0,05=0,95; f=(k-1)(N-1)= (3-1)(14-1)=26\}=38,89$ (для $\alpha=0,05$) та $\chi^2_{\tau}\{p=1-\alpha=1-0,01=0,99; f=26\}=45,64$ (для $\alpha=0,01$).

Таким чином маємо:

$|\chi^2_p|=11,0091 < \chi^2_{\tau}=\chi^2_{\alpha=0,05}=38,89$ (для $\alpha=0,05$) та $|\chi^2_p|=11,0091 < \chi^2_{\tau}=\chi^2_{\alpha=0,01}=45,64$ (для $\alpha=0,01$), тобто нульова гіпотеза про однорідність узагальнених D, M, L матриць-сукупностей приймається на рівні значущості $\alpha=0,05$ та $\alpha=0,01$: матриці-сукупності класів комах *E. tenax* L. (D, M, L), що з'їдалися голубами, статистично суттєво не відрізняються, при цьому ступінь неоднаковості матриць-сукупностей становить:

- для $\alpha=0,05$ $\xi_2(\chi^2) = \frac{|\chi^2_p|}{\chi^2_{\alpha=0,05}} = \frac{11,0091}{38,89} = 0,2831,$ (26)

а ступінь однаковості $\xi_1(\chi^2) = \frac{\chi^2_{\alpha=0,05}}{|\chi^2_p|} = 3,5325;$ (27)

- для $\alpha=0,01$ $\xi_2(\chi^2) = \frac{|\chi^2_p|}{\chi^2_{\alpha=0,01}} = \frac{11,0091}{45,64} = 0,2412,$ (28)

а ступінь однаковості $\xi_1(\chi^2) = \frac{\chi^2_{\alpha=0,01}}{|\chi^2_p|} = 4,1457..$ (29)

3.5. Рівність (однорідність) парних узагальнених D, M, L матриць-сукупностей. Доведення статистичної рівності генеральних дисперсій трьох узагальнених D, M, L матриць-сукупностей для трьох класів комах *E. tenax* L. дозволило з високою ймовірністю перевірити однорідність (міру розходження) двох виборок DM, DL, ML за відносними частотами з'їдання комах *E. tenax* L. певного класу (D, M, L) голубами, розрахованих за абсолютними частотами (табл. 9). За міру розходження двох виборок вибрали критерій Хі-квадрат χ^2_{α} розподілу Пірсона. Висували нульову гіпотезу H_0 : між двома узагальненими матрицями-сукупностями D~M, D~L, M~L відносних частот кількості комах *E. tenax* L., що з'їдалися голубами, відсутня суттєва статистична різниця за класами комах D, M, L. Для перевірки H_0 розраховували статистику χ^2_p за формулою [48]:

$$\chi_p^2 = N_1 N_2 \sum_{j=1}^N \left[\frac{\left(\frac{n_{1j}}{N_1} - \frac{n_{2j}}{N_2} \right)^2}{\frac{n_{1j}}{N_1} + \frac{n_{2j}}{N_2}} \right] = N_1 N_2 \sum_{j=1}^N \left[\frac{(\omega_{1j} - \omega_{2j})^2}{\omega_{1j} + \omega_{2j}} \right] = N_1 N_2 \sum_{j=1}^N \left[\frac{(\omega_{1j} - \omega_{2j})^2}{N_1 \omega_{1j} + N_2 \omega_{2j}} \right], \quad (30)$$

де $N_1 = \sum_{j=1}^N n_{1j}$, $N_2 = \sum_{j=1}^N n_{2j}$ - сума абсолютних частот (табл. 9) двох узагальнених матриць-сукупностей певного класу комах;

n_{1j} , n_{2j} - абсолютні частоти (кількості комах *E. tenax* L., що з'їдалися голубами) відповідно класу комах;

ω_{1j} , ω_{2j} - відносні частоти двох узагальнених матриць-сукупностей.

Табличні данні хі-квадрат взяті з [33] для рівня значущості $\alpha=0,05$ і $\alpha=0,01$ та числа ступеней іфільностей $f=N_1-1=N_2-1=14-1=13$: $\chi_{\Gamma}^2=22,362$ ($q=0,95$, $f=13$); $\chi_{\Gamma}^2=27,688$ ($q=0,99$, $f=13$).

Розрахунки хі-квадрат (за 30) привели до такого результату:

DM $\chi_p^2=4,6348 < \chi_{\Gamma}^2=22,362$ ($\alpha=0,05$); $\chi_p^2=4,6348 < \chi_{\Gamma}^2=27,688$ ($\alpha=0,01$).

Таким чином для цих двох матриць нульова гіпотеза приймається зі ступенем рівності матриць: $\xi_1(\chi^2)= 4,8248$ ($\alpha=0,05$) та $\xi_1(\chi^2)= 5,9739$ ($\alpha=0,01$) та частиною нерівностей: $\xi_2(\chi^2)= 0,2073$ ($\alpha=0,05$) та $\xi_2(\chi^2)= 0,1674$ ($\alpha=0,01$);

DL $\chi_p^2=8,2765 < \chi_{\Gamma}^2=22,362$ ($\alpha=0,05$); $\chi_p^2=8,2765 < \chi_{\Gamma}^2=27,688$ ($\alpha=0,01$).

Таким чином для цих двох матриць нульова гіпотеза приймається зі ступенем рівності матриць: $\xi_1(\chi^2)= 2,7019$ ($\alpha=0,05$) та $\xi_1(\chi^2)= 3,3454$ ($\alpha=0,01$) та частиною нерівностей: $\xi_2(\chi^2)= 0,3701$ ($\alpha=0,05$) та $\xi_2(\chi^2)= 0,2989$ ($\alpha=0,01$);

ML $\chi_p^2=5,5933 < \chi_{\Gamma}^2=22,362$ ($\alpha=0,05$); $\chi_p^2=5,5933 < \chi_{\Gamma}^2=27,688$ ($\alpha=0,01$).

Таким чином для цих двох матриць нульова гіпотеза приймається зі ступенем рівності матриць: $\xi_1(\chi^2)= 3,9980$ ($\alpha=0,05$) та $\xi_1(\chi^2)= 4,9502$ ($\alpha=0,01$) та частиною нерівностей: $\xi_2(\chi^2)= 0,2501$ ($\alpha=0,05$) та $\xi_2(\chi^2)= 0,2020$ ($\alpha=0,01$).

3.5. Кореляційний та регресійний аналіз.

Висунута нульова гіпотеза H_0 : генеральний коефіцієнт парної кореляції ρ дорівнює нулю, якому дана оцінка за вибірковим коефіцієнтом кореляції $r_{1,2}$:

$$H_0: \rho=0. \quad \uparrow \quad (31)$$

$r_{1,2}$

Результати розрахунку коефіцієнтів кореляції за [45] між двома матрицями-сукупностями класів (D, M, L) комах *E. tenax* L., які були з'їдені голубами та оцінка їх значущості за $r_{кр}$, t та z -критеріями приведені в табл. 11.

Дані табл. 11 $|r_p|$, $|t_p|$ та $|z_p|$ порівнювали з $r_{кр}$, t_r , (z_r, σ_z) , які були взяті з таблиць [33, 45] для таких вихідних даних:

1) критичне значення коефіцієнта кореляції $r_{кр}$ [33]:

- $\alpha=0,05$; $f=N-2=14-2=12$: $r_{кр}\{q=1-\alpha/2=0,975; f=12\}=0,5324$;
- $\alpha=0,01$; $f=12$: $r_{кр}\{q=1-\alpha/2=0,995; f=12\}=0,6614$;

2) значення критерію Стьюдента t_r [33]:

- $\alpha=0,05$; $f=12$:
 - а) однобічний критерій : $t_r\{q=1-\alpha=0,95; f=12\}=1,782$;
 - б) двобічний критерій : $t_r\{q=1-\alpha/2=0,975; f=12\}=2,179$;
- $\alpha=0,01$; $f=12$:
 - а) однобічний критерій : $t_r\{q=1-\alpha=0,99; f=12\}=2,681$;
 - б) двобічний критерій : $t_r\{q=1-\alpha/2=0,995; f=12\}=3,055$;

3) значення добутку (z_r, σ_z) , в якому:

$$\sigma_z = \frac{1}{\sqrt{N-3}} = \frac{1}{\sqrt{14-3}} = 0,301511 - \text{середнє квадратичне відхилення} \quad (32)$$

випадкової величини z за перетворенням Фішера [45]:

$$z_p = \frac{1}{2} \ln \frac{1+r_p}{1-r_p}; \quad (33)$$

$z_{\tau}\{q=1-\alpha/2\}$ – квантиль нормованого нормального розподілу Гаусса [45]:

- $\alpha=0,05$: $z_{\tau}\{q=1-\alpha/2=0,975\}=1,96$; $(z_{\tau}\sigma_z)_{0,05}=0,59096$;
- $\alpha=0,01$: $z_{\tau}\{q=1-\alpha/2=0,995\}=2,58$; $(z_{\tau}\sigma_z)_{0,01}=0,77790$;

Таблиця 11. Результати дослідження значущості коефіцієнта кореляції між двома матрицями-сукупностями класу (D, M, L) комах *E. tenax* L., які були з'їдені голубами.

Корел. зв'язок	r_p	$\alpha=0,05$			$\alpha=0,01$			
		$\xi_1(r)$	$\xi_2(r)$	$\xi_{12}(r)$	$\xi_1(r)$	$\xi_2(r)$	$\xi_{12}(r)$	
D-M	0,7586	1,4249	0,7019	2,1267	1,1470	0,8719	2,0188	
D-L	0,8899	1,6715	0,5983	2,2698	1,3455	0,7432	2,0887	
M-L	0,8654	1,6255	0,6152	2,2407	1,3084	0,7643	2,0727	
Корел. зв'язок	r_p	t_p	$\alpha=0,05$			$\alpha=0,01$		
			$\xi_1(t)$	$\xi_2(t)$	$\xi_{12}(t)$	$\xi_1(t)$	$\xi_2(t)$	$\xi_{12}(t)$
однобічний критерій								
D-M	0,7586	4,0332	2,2633	0,4418	2,7051	1,5044	0,6647	2,1691
D-L	0,8899	6,7580	3,7924	0,2637	4,0561	2,5207	0,3967	2,9174
M-L	0,8654	5,9827	3,3573	0,2979	3,6552	2,2315	0,4481	2,6797
двобічний критерій								
D-M	0,7586	4,0332	1,8509	0,5403	2,3912	1,3202	0,7575	2,0777
D-L	0,8899	6,7580	3,1014	0,3224	3,4239	2,2121	0,4521	2,6642
M-L	0,8654	5,9827	2,7456	0,3642	3,1098	1,9583	0,5106	2,4690
Корел. зв'язок	r_p	z_p	$\alpha=0,05$			$\alpha=0,01$		
			$\xi_1(z)$	$\xi_2(z)$	$\xi_{12}(z)$	$\xi_1(z)$	$\xi_2(z)$	$\xi_{12}(z)$
D-M	0,7586	0,992909	1,6802	0,5952	2,2753	1,2764	0,7835	2,0599
D-L	0,8899	1,4214451	2,4053	0,4157	2,8211	1,8273	0,5473	2,3745
M-L	0,8654	1,3144617	2,2243	0,4496	2,6739	1,6898	0,5918	2,2816

Як видно з табл. 11, між матрицями-сукупностями класів комах D M і L за $r_{кр}$, t , z -критеріями виявлений надійний лінійний кореляційний зв'язок на рівнях значущості $\alpha=0,05$ та $\alpha=0,01$:

а) за критичним коефіцієнтом кореляції:

$$|r_p|=0,7586-0,8899 > r_{кр}=0,5324 \quad (\alpha=0,05); \quad |r_p|=0,7586-0,8899 > r_{кр}=0,6614 \quad (\alpha=0,01)$$

зі ступенем лінійності

$$\xi_1(r)=1,4249-1,6715 \quad (\alpha=0,05); \quad \xi_1(r)=1,1470-1,3455 \quad (\alpha=0,01)$$

та значною частиною нелінійності в лінійному зв'язку:

$$\xi_2(r)=0,5983-0,7019 \quad (\alpha=0,05); \quad \xi_2(r)=0,7432-0,8719 \quad (\alpha=0,01);$$

б) аналогічний висновок витікає під час оцінки значущості коефіцієнта кореляції за t -критерієм:

• **однобічний критерій:**

$$|t_p|=4,0332-6,7580 > t_{\tau}=1,782 \quad (\alpha=0,05); \quad |t_p|=4,0332-6,7580 > t_{\tau}=2,681 \quad (\alpha=0,01)$$

зі ступенями лінійності

$$\xi_1(t)=2,2633-3,7924 \quad (\alpha=0,05); \quad \xi_1(t)=1,5044-2,5207 \quad (\alpha=0,01)$$

та значною частиною нелінійності в лінійному зв'язку:

$$\xi_2(t)=0,2637-0,4418 \quad (\alpha=0,05); \quad \xi_2(t)=0,3967-0,6647 \quad (\alpha=0,01);$$

• **двобічний критерій:**

$$|t_p|=4,0332-6,7580 > t_{\tau}=2,179 \quad (\alpha=0,05); \quad |t_p|=4,0332-6,7580 > t_{\tau}=3,055 \quad (\alpha=0,01)$$

зі ступенями лінійності

$$\xi_1(t)=1,8509-3,1014 \quad (\alpha=0,05); \quad \xi_1(t)=1,3202-2,2121 \quad (\alpha=0,01)$$

та значною частиною нелінійності в лінійному зв'язку:

$$\xi_2(t)=0,3224-0,5403 \quad (\alpha=0,05); \quad \xi_2(t)=0,4521-0,7575 \quad (\alpha=0,01);$$

в) аналогічний висновок витікає також під час оцінки значущості коефіцієнта кореляції за z -критерієм:

$$|z_p|=0,992909-1,4214451 > (z_{\tau}\sigma_z)=0,59096 \quad (\alpha=0,05);$$

$$|z_p|=0,992909-1,4214451 > (z_{\tau}\sigma_z)=0,77790 \quad (\alpha=0,01)$$

зі ступенем лінійності

$$\xi_1(z)=1,6802-2,4053 \quad (\alpha=0,05); \quad \xi_1(z)=1,2764-1,8273 \quad (\alpha=0,01)$$

та значною частиною нелінійності в лінійному зв'язку:

$$\xi_2(z)=0,4157-0,5952 (\alpha=0,05); \xi_2(z)=0,5473-0,7835 (\alpha=0,01).$$

За результатами кореляційного аналізу (табл. 11), вихідних статистичних оцінок (табл. 8) та апроксимацією лінійних зв'язків отримані такі аналітичні вирази для двох матриць-сукупностей класів комах *E. tenax* L., що поїдалися голубами:

$$y_D=4,25951+0,70611y_M; \quad (34)$$

$$y_D=4,90638+1,14865y_L; \quad (35)$$

$$y_M=1,79990+1,20005y_L. \quad (36)$$

Висновки

1. Вид комах *E. tenax* L. характеризується значним ступенем популяційної фенотипової мінливості, яка буде визначатись низкою екологічних факторів та явищ, серед яких можна виділити значний вплив Бейтсової мімікрії.

2. За наявності припустимих моделей (*A. mellifera*) спостерігалась вища ефективність мімікрії для двох фенотипових класів.

3. Колір та площа плям у забарвленні абдомену також були визначальними при виборі потенційними хижаками своїх жертв: часка з'їдених комах класу L була на порядок нижчою, ніж класів D та M.

4. Найменший захист від хижаків мали мухи D класу, хоча очевидно, що в природних умовах екземпляри з темним абдоменом використовують менше часу на нагрівання тіла стаючи більш активними швидше, ніж комахи більш світліших класів M та L.

5. Розглядаючи кількість екземплярів комах *E. tenax* L., що поїдалися голубами, в матрицях-сукупностях за періодами досліджень, як дискретні випадкові величини, показано, що емпіричний розподіл абсолютних частот має сильно виражений регулярний характер, який відрізняється від випадкового розподілу Пуассона, окрім першого періоду досліджень для M-класу комах та другого періоду для L-класу комах, які мають виражений контагіозний (груповий, агрегаційний) розподіл, що теж відхиляється від випадкового розподілу Пуассона.

6. Розглядаючи кількість екземплярів комах *E. tenax* L., що поїдалися голубами, в матрицях-сукупностях періодів досліджень для D, M, L-класів як неперервні випадкові величини, було підтверджено, що емпіричні дані відповідають нормальному розподілу Гаусса з високим рівнем значущості для всіх матриць-сукупностей.

7. Показано, що генеральні дисперсії матриць-сукупностей двох періодів дослідження, яким дана оцінка за вибірковими дисперсіями, суттєво статистично рівні для D, M, L-класів комах, що з'їдалися голубами, на 1%-му та 5%-му рівнях значущості та із застосуванням критерію Фішера, Кокрена, Бартлета, а для математичних сподівань, яким дана оцінка за вибірковими середніми, такий статистичний висновок неоднозначний: спостерігається статистична нерівність між двома періодами досліджень для D, L-класів комах, і рівність – для M-класу комах.

8. Показано, що пари матриць-сукупностей відносних частот кількостей комах, що з'їдалися голубами, за двома періодами досліджень в цілому суттєво статистично не відрізняються одна від одної на рівнях значущості 1% і 5% для D, M, L-класів комах.

9. За критичним коефіцієнтом кореляції, критеріями Стьюдента та Фішера показано, що між двома періодами дослідження для D, M-класів комах існує статистично значущий нелінійний зв'язок, а для L-класу – лінійний.

10. Розглядаючи узагальнені сукупності результатів за D, M, L-класами комах, що поїдалися голубами, показано, що вони розподілені за нормальним законом Гаусса з високим рівнем значущості.

11. За критеріями Фішера, Кокрена і Бартлета показано, що ряд генеральних дисперсій результатів в узагальнених матрицях-сукупностях для D, M, L-класів комах суттєво статистично рівний на рівнях значущості 1% і 5%, а ряд математичних сподівань – суттєво статистично нерівний.

12. Встановлено, що узагальнені матриці за двома періодами досліджень за абсолютними і відносними частотами та узагальнені матриці за D, M, L-класами комах за абсолютними і відносними частотами комах *E. tenax* L, що поїдалися голубами, суттєво статистично не відрізняються одна від одної.

13. За критичним коефіцієнтом кореляції, критеріями Стьюдента та Фішера показано, що між узагальненими матрицями-сукупностями результатів D, M, L-класів комах існує надійний лінійний зв'язок. Приведені лінійні рівняння, які зв'язують результати різних класів комах.

Література

1. Майр Э. Зоологический вид и эволюция / Эдвард Майр; [пер. с англ. Васин Б. Н.]. – М.: Мир, 1968. – 597 с.: илл., табл. – Библиограф. с. 575 – 589.
2. Майр Э. Популяция, виды и эволюция / Эдвард Майр; [пер. с англ. Васин Б. Н.]. – М.: Мир 1974. – 430 с. : илл., табл. – Библиограф. с. 405 – 419.
3. Шмальгаузен И. И. Проблемы дарвинизма [изд. втор. переработанное и дополненное] / И. И. Шмальгаузен. – Л.: Наука, 1969. – 493 с.: илл.: 184, библиограф.: с. 466 – 467.

4. Atkins E. L. Mimicry between the drone fly, *Eristalis tenax* and the honeybee, *Apis mellifera*. Its significance in ancient mythology and present-day thought. // *Annls Entomol.* –1948. – Vol. 41 – P. 387 – 392.
5. Cain A. J. The theory of adaptive polymorphism / A. J. Cain, P. M. Sheppard // *Amer. Natur.* – 1954b. – Vol. 88. – P. 321 – 326.
6. Charlesworth D. Theoretical genetics of Batesian mimicry. II. Evolution of supergenes / D. Charlesworth, B. Charlesworth // *Journal of Theoretical Biology.* – 1975. – Vol. 55. – P. 305 – 324.0
7. Holloway G. J. Habitat utilization and dispersion in *Eristalis pertinax* (Diptera, Syrphidae) / G. J. Holloway, A. R. Mc Caffery // *The Entomologist* – 1990. – P. 116–124.
8. Holloway G. J. Phenotypic variation in colour pattern and seasonal plasticity in *Eristalis* hoverflies (Diptera: Syrphidae) // *Ecological Entomology* –1993. – Vol. 18(3). – P. 209 – 217.
9. Golding Y. C. Behavioural mimicry of honeybees (*Apis mellifera*) by droneflies (Diptera: Syrphidae: *Eristalis* spp.) / Y. C. Golding, M. Edmuns // *Proc. R. Soc. Lond.* – 2000. – Vol. 267. – P. 903 – 909.
10. Dlusski G. M. Are dipteran insects protected by their similarity to sting Hymenoptera // *Бюлет. Московского общества Испытателей природы. Отд. Биолог.* – 1984. – № 89. – P. 25 – 40.
11. Gilbert F. S. Diurnal activity patterns in hoverflies (Diptera, Syrphidae) // *Ecological Entomology.* – 1985. – Vol.10. – P. 385–392.
12. Mallet L. B. J. Diversity in mimicry: paradox or paradigm? / L. B. J. Mallet, M. Joron // *TREE.* – 1998. – Vol. 13, № 11. – P. 461 – 466.
13. Josh Van Buskirk. Plasticity and selection explain variation in tadpole phenotype between ponds with different predator composition / Josh Van Buskirk, Andy S. McCollum // *Oikos.* – 1999. – Vol. 85. – P. 31 – 39.
14. Третяк В. Р. Вплив температури на фенотипові мінливості природних популяцій виду *Eristalis tenax* Linnaeus, 1758) (Diptera: Syrphidae) // *Вісник Прикарпатського національного Університету, серія Біологія.* – 2008. – Випуск 9. – С. 114 – 120.
15. *Карпатские пчелы* / [под ред.: Гайдар В. А., Пилипенко В. П.]. – Ужгород: Карпаты, 1989. – 312 с.: илл., табл., – Библиограф.: с. 301 – 303.
16. Heal J. R. Colour patterns of Syrphidae: I. Genetic variation in the dronefly *Eristalis tenax* // *Heredity.* – 1979a. – № 42. – P. 223 – 236.
17. Heal J. R. Colour patterns of Syrphidae. 4. Mimicry and variation in natural populations of *Eristalis tenax* // *Heredity.* – 1982. – № 49. – P. 95 – 110.
18. Heal J. R. Variation and seasonal changes in hoverfly species: interactions between temperature, age and genotype // *Biological Journal of the Linnean Society.* – 1989. – Vol. 36, № 3. – P. 251 – 269.
19. Gilbert F. S. Thermoregulation and the structure of swarms in *Syrphus ribesii* (Syrphidae) // *Oikos.* – 1984. – № 42. – P. 249 – 255.
20. Svensson L. *Bird guide* / L. Svensson, P. J. Grant. – Harper Collins Publishers, London. – 1999. – P. 200 – 202.
21. *Ахназарова С.Л.* Оптимизация эксперимента в химии и химической технологи / С.Л. Ахназарова, В.В. Кафаров. – М.: Высш. шк., 1978. – 320 с.: ил., табл. – Библиогр.: с. 302 – 303 (53 наимен.). – Приложения: с. 304 – 317 (14 табл.).
22. *Бендат Дж.С.* Измерение и анализ случайных процессов / Дж.С. Бендат, А.Г. Пирсол; пер. с англ. Г.В. Матушевского, В.Е. Привальского; под ред. И.Н. Коваленко. – М.: Мир, 1971. – 408 с. – Перевод за изд.: *Measurement and analysis of random data* / Julius S. Bendat, Allan G. Piersol. – John Wiley and Sons, Inc. – New York-London-Sydney, 1967.: ил., табл. – Предмет. указатель: с. 403-408. – Библиогр.: с. 400-402 (59 наименов.).
23. *Волощенко А.Б.* Теорія ймовірностей та математична статистика: навч.-метод. посібник для самост. вивчення дисц. [для студ. економ. спеціал. вищ. навч. заклад.] / А.Б. Волощенко, І.А. Джалладова; [Мін-во освіти і науки України; гриф: лист № 14 / 18.2-613 від 22.03.2002 р.]. – К.: Київ. Нац. економ. ун-т, 2003. – 256 с.: ил., табл. – Приклади розв. завдань і вправи для самост. розв'язання в кінці розд. – Блочно-модул. контроль: с. 183 – 203 (9 варіантів). – Відповіді: с. 204 – 216. – Бібліогр.: с. 217 (18 назв). – Додатки: с. 218 – 254 (8 табл.). – ISBN 966 – 574 – 459– 3.
24. *Жлуктенко В.І.* Теорія ймовірностей і математична статистика: навч.-метод. посібник [для студ. економ. вищ. навч. заклад.]: У 2-х ч. – Ч. II. Математична статистика / В.І. Жлуктенко, С.І. Наконечний, С.С. Савіна; [Мін-во освіти і науки України; гриф: лист № 14 / 18.2-183 від 27.02.2001 р.]. – К.: Київ. нац. економ. ун-т, 2001. – 336 с.: ил., табл. – Теор. запит. та завдання до теми в кінці теми. – Лаб. роб. після тем 14, 15. – Додатки: с. 242 – 246, 292 – 331. – Бібліогр.: с. 246 (4 назви). – ISBN 966–574–265 – 5.
25. *Зажигаев Л.С.* Методы планирования и обработки результатов физического эксперимента / Л.С. Зажигаев, А.А. Кишьян, Ю.И. Романиков. – М.: Атомиздат, 1978. – 232 с.: ил., табл. – Приложение: с. 144-229 (16 табл.). – Библиогр.: с. 230-231.
26. *Іванюта І.Д.* Елементи теорії ймовірностей та математичної статистики: навч. посібник [для студ. економ. спеціал. вищ. навч. заклад.] / І.Д. Іванюта, В.І. Рибалка, І.А. Рудоміно-Дусяцька; [Мін-во освіти і науки України; гриф: лист № 14 / 18.2-271 від 11.02.2003 р.]. – К.: Слово, 2003. – 271 с.: ил., табл. – Завдання до самостійн. роботи: с. 235 – 261 (15 завд.). – Додатки: с. 262 – 267 (6 табл.). – Бібліогр.: с. 268 (6 назв). – ISBN 966 – 8407 – 01 – 6.

27. Корн Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. – 4-е изд.; пер. с англ. И.Г. Арамановича, А.М. Березмана, И.А. Вайнштейна и др.; под общ. ред. И.Г. Арамановича. – М.: Наука, 1978. – 832 с. – Перевод за изд.: *Mathematical Handbook for Scientists and Engineers Definitions, Theorems and Formulas for Reference and Review. – Second, Enlarged and Revised Edition / Granino A. Korn, Ph. D., Theresa M. Korn, M.S. – McGraw-Hill Book Company: New York-San Francisco-Toronto-London-Sydney, 1968. – ил., табл. – Библиогр.: с. 796 – 800 (183 наим.). – Указ. важн. обозн.: с. 801 – 803. – Предмет. указ.: с. 804 – 831. – Перечень табл. по гл.: с. 20 – 22.*
28. Неділько С.А. Математичні методи в хімії: підручник [для студ. хім. спеціал. вищ. навч. закладів] / Сергій Неділько; [Мін-во освіти і науки України; гриф: лист № 1 / 11-1536 від 13.04.2004 р.]. – К.: Либідь, 2005. – 256 с.: іл. – Завдання для самостійн. роботи та бібліогр. в кінці розд. – ISBN 966 – 06 – 03843.
29. Адлер Ю.П. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий / Ю.П. Адлер, Е.В. Маркова, Ю.В. Грановский. – 2-е изд., перераб. и допол. – М.: Наука, 1976. – 280 с.: ил., табл.– Библиогр. в конце гл.
30. Березина Л.Ю. Графы и их применение: Пособие для учителей / Л.Ю. Березина. – М.: Просвещение, 1979. – 144 с.: ил. – Упраж. после гл. – Ответы и указ.: с. 135 – 141. – Библиогр.: с. 132- 134 (73 назв.). – Упраж. после гл.
31. Венецкий И.Г. Теория вероятностей и математическая статистика / И.Г. Венецкий, Г.С. Кильдишев. – Изд. 3-е, перераб. и доп. – М.: Статистика, 1975. – 264 с.: ил., табл. – Приложения: с. 255-264 (9 табл.).
32. Кузишин О.В. Критерії оцінки розподілу мікрровиступів на поверхні твердого тіла / О.В. Кузишин, О.Г. Сіренко, Л.Я. Мідак, Г.О. Сіренко // *Фізика і хімія твердого тіла. – 2008. – Т. 9. – № 2. – С.407-414: іл. 1, табл. 2. – Бібліогр.: с. 412 (52 назви).*
33. Мюллер П., Нойман П., Шторм Р. Таблицы по математической статистике / Пер. с нем. и предисловие В.М. Ивановой.– М.: Финансы и статистика, 1982. – 272 с.: ил.
34. Налимов В.В. Логические основания планирования эксперимента / В.В. Налимов, Т.И. Голикова. – М.: Металлургия, 1976. – 128 с.: ил., табл. – Библиогр.: с. 126 – 128 (81 наим.).
35. *Планирование эксперимента* в исследовании технологических процессов / К. Хартман, Э. Лецкий, В. Шефер и др. / пер. с нем. Г.А. Фоминой, Н.С. Лецкого; под ред. Э.К. Лецкого. – М.: Мир, 1977. – 552 с. Перевод за изд.: *Statistische Versuchsplanung und–auswertung in der Stoffwirt–schaft / von einem Autorenkollektiv Herausgeber: Klaus Hartmann, Eduard Lezki, Wolfgang Schäfer. – VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig, 1974.: ил., табл. – Библиогр. в конце гл. – Мат. приложения: с. 516 – 540. – Предмет. указатель: с. 541 – 547.*
36. Сигорский В.П. Математический аппарат инженера / Виталий Петрович Сигорский. – 2-е изд., стереотип. – К.: Техніка, 1977. – 768 с.: – ил., табл. – Библиогр. в конце гл. – Предмет. указ.: с. 752 – 764.
37. Сіренко Г.О. Методи оцінок впливу факторів на функції відгуку та процедури відсіювання параметрів оптимізації при вирішенні багатопараметричних завдань у матеріалознавстві / Г.О. Сіренко, О.В. Кузишин, О.Г. Сіренко, Л.Я. Мідак, Л.М. Солтис // *Фізика і хімія твердого тіла. – 2009. – Т. 10. – № 3. – С.678-684: іл. 2, табл. 10. – Бібліогр.: с. 684 (7 назв).*
38. Сіренко О.Г. Моделі розподілу особин на пробних площах: 1. Постановка завдання / О.Г. Сіренко, О.В.Кузишин // *Вісник Прикарп. ун-ту ім. Василя Стефаника. Сер. Біологія. – Івано-Франківськ: Гостинець; Видавець Третяк І.Я., 2008. – Вип. X. – С. 88-95: іл. 4. – Бібліогр.: с. 94 (16 назв).*
39. Сіренко О.Г. Моделі розподілу особин на пробних площах: 2. Статистичні характеристики. Дисперсійний аналіз (статистична рівність ряду генеральних дисперсій) / О.Г.Сіренко, О.В. Кузишин // *Вісник Прикарп. ун-ту ім. Василя Стефаника. Сер. Біологія. – Івано-Франківськ: Гостинець; Видавець Третяк І.Я., 2008. – Вип. X. – С. 95-113: іл. 1, табл. 6. – Бібліогр.: с. 112 (34 назви).*
40. Сіренко О.Г. Моделі розподілу особин на пробних площах: 3. Статистичні характеристики. Кореляційний та регресійний аналізи / О.Г. Сіренко, О.В. Кузишин, Л.Я. Мідак // *Вісник Прикарп. ун-ту ім. Василя Стефаника. Сер. Біологія. – Івано-Франківськ: Гостинець; Видавець Третяк І.Я., 2008. – Вип. XI. – С. 76-88: іл. 4, табл. 7. – Бібліогр.: с. 89 (15 назв).*
41. Сіренко О.Г. Моделі розподілу особин на пробних площах: 4. Розподіл особин сосни кедрової європейської (*Pinus cembra* L.) та ялини звичайної (*Picea abies*) за нормальним законом Гаусса / О.Г. Сіренко, О.В. Кузишин, Л.Я. Мідак // *Вісник Прикарп. ун-ту ім. Василя Стефаника. Сер. Біологія. – Івано-Франківськ: Гостинець; Видавець Третяк І.Я., 2008. – Вип. XI. – С. 90-98: іл. 1, табл. 1. – Бібліогр.: с. 97 (16 назв).*
42. Сіренко О.Г. Моделі розподілу особин на пробних площах: 5. Статистичні характеристики. Дисперсійний аналіз: статистична рівність ряду математичних сподівань особин сосни кедрової європейської (*Pinus cembra* L.) та ялини звичайної (*Picea abies*) / О.Г. Сіренко, О.В. Кузишин // *Вісник Прикарп. ун-ту ім. Василя Стефаника. Сер. Біологія. – Івано-Франківськ: Гостинець; Видавець Третяк І.Я., 2008. – Вип. XI. – С. 98-118: іл. 8, табл. 13. – Бібліогр.: с. 117 (12 назв).*
43. Сіренко О.Г. Моделі розподілу особин на пробних площах: 6. Статистичні характеристики стадій розвитку сосни кедрової європейської (*Pinus cembra* L.) / О.Г. Сіренко, О.В. Кузишин // *Вісник Прикарп. ун-ту ім. Василя Стефаника. Сер. Біологія. – Івано-Франківськ: Гостинець; Видавець Третяк І.Я., 2008. – Вип. XII. – С. 176-188: іл. 3, табл. 7. – Бібліогр.: с. 187 (12 назв).*

44. Сіренко О.Г. Стан популяції сосни кедрової європейської (*Pinus cembra* L.) в українських Карпатах: екологічна приуроченість деревостанів (загальний та кореляційний аналіз) / О.Г. Сіренко, О.В. Кузишин, Л.Я. Мідак // Вісник Прикарп. ун-ту ім. Василя Стефаника. Сер. Біологія. – Івано-Франківськ: Гостинець; Видавець Третяк І.Я., 2008. – Вип. XII. – С. 188-208: іл. 6, табл. 9. – Бібліогр.: с. 207 (32 назви).
45. Степнов М.Н. Статистическая обработка результатов механических испытаний / Михаил Никитович Степнов. – М.: Машиностроение, 1972. – 232 с. : ил., табл. – Библиогр.: с. 229-230 (36 назв.).
46. Уилсон Р. Введение в теорию графов / Р.Дж. Уилсон; пер. с англ. И.Г. Никитиной; под ред. Г.П. Гаврилова. – М.: Мир, 1977. – 208 с. – Перевод за изд.: Introduction to Graph Theory / Robin J. Wilson. – Oliver and Boyd Edinburg, 1972.: ил. – Упр. после параграф. – Предмет. указатель: с. 202 – 205. – Приложение (табл.): с. 200. – Библиогр.: с. 201 (16 назв.).
47. Сіренко Г.О., Шпарик В.Ю., Мідак Л.Я. Трофічна спеціалізація імаго сирфід (SYRPHIDAE, DIPTERA, INSECTA) в умовах Українських Карпат// Вісник Прикарп. ун-ту ім. Василя Стефаника, Сер. Біологія, Вип. XIII. – Івано-Франківськ. – С.39-69 (2009).
48. Сіренко А.Г., Мідак Л.Я., Третяк В.Р. Флуктуаційні зміни фенотипічної структури популяції *Eristalis tenax* L. (SYRPHIDAE, DIPTERA, INSECTA) з урбанізованої екосистеми прикарпаття: 1. Самці// Вісник Прикарп. ун-ту ім. Василя Стефаника, Сер. Біологія, Вип. XIII. – Івано-Франківськ. – С.100-141 (2009).
49. Дідух Я.П. Популяційна екологія/ Я.П. Дідух. – К.: Фітосоціоцентр, 1998. – 192 с.: іл., табл.
50. Гиляров А.М. Популяционная экология/ А.М. Гиляров. – М.: Изд-во Москов. ун-та, 1990. – 192 с.: ил., табл.

Стаття поступила до редакції 16.09.2009 р.;
Стаття прийнята до друку 30.10.2009 р.

Третяк В. Р. – асистент кафедри біології та екології Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника.

Сіренко А. Г. – кандидат біологічних наук, доцент кафедри біології та екології Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника.

Мідак Л.Я. – кандидат хімічних наук, доцент кафедри теоретичної і прикладної хімії Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника.

Сіренко Г.О. – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри теоретичної і прикладної хімії Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника.

Рецензент: доктор біологічних наук, професор біології та екології Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника Парпан В.І.