

---

## МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ В ХІМІЇ ТА ТЕХНОЛОГІЇ

---

УДК 678.643'42'5:678.028

Г. О. Сіренко, Мартинюк М.І., Н.Л.Климкович, І.А.Мандзюк

### Оптимізація технології і складу епоксидного компаунда

*Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника,  
вул. Шевченка, 57, м. Івано-Франківськ, 76018, Україна, E-mail: fcass@pu.if.ua*

Методом повного факторного експерименту і ротатбельного планування другого порядку побудована математична модель, адекватно оцінюючи процеси деформації епоксидних компаундів в залежності від вмісту компонентів.

Методом симплекс-планування знайдено оптимальний склад епоксидного компаунда ЕБС при обмеженні за в'язкістю. Приведені фізико- механічні і діелектричні властивості оптимізованих епоксидних і демпфуючих компаундів.

Вивчено процес адсорбції компонентів компаунда на наповнювачі.

**Ключові слова:** ротатбельний план, симплекс-планування, епоксидний компаунд.

H.O. Sirenko, M.I. Martynyuk, N.L.Klymkovych, Mandzjuk I.A.

### Optimization of epoxy compound technology and composition

Using the method of complete factor experiment and the second order rotatable planning the mathematic model that adequately estimates processes of epoxide compounds deformation depending on the components structure is constructed.

The optimum EBS epoxide compound structure is found out by the method of simplex-planning by viscous limitation.

Physics-mechanical and dielectric peculiarities of optimized epoxide and dempling compounds are represented.

The proses of compound components adsorbtion based on fillers has been studied. The technology of worked out epoxide compounds and dempling covers making is described. 65 p., Tabl 30, Refr. 33.

**Key words:** epoxide tars, compounds, simplex-planning, rotatable planning

*Стаття постуила до редакції 20.09.2018; прийнята до друку 25.12.2018.*

**РОЗДІЛ 1****Оптимізація технології і складу****епоксидного компаунду****1.1. Застосування комбінаторної аналізи при математичному плануванні експеримента**

Необхідно було вивчити вплив двох якісних факторів, кожен із яких варіюється на чотирьох якісних рівнях і п'яти кількісних.

Перший якісний фактор - тип пластифікатора.

Кожен тип пластифікатора позначаємо латинськими буквами:

ТНМ (толілнафтілметан) - А

ЕКФ (епоксидований ксилілфенол) - В

ДБФ (дибутилфталат) - С

Рицинова олива - Д

Другий якісний фактор - різні типи наповнювача, позначаємо відповідно грецькими буквами:

Бентоніт (Б) -  $\alpha$

МОS<sub>2</sub> -  $\beta$

Алюмінієва пудра (А1) -  $\gamma$

ТО<sub>2</sub> -  $\delta$

Якщо сполучити перший квадрат, елементи якого позначають латинськими буквами, з другим, елементи якого позначають грецькими буквами, то такий квадрат називається ортогональним греко-латинським квадратом.

А $\gamma$	В $\delta$	С $\alpha$	Д $\beta$
С $\delta$	Д $\gamma$	А $\beta$	В $\alpha$
В $\beta$	А $\alpha$	Д $\delta$	С $\gamma$
Д $\alpha$	С $\beta$	В $\gamma$	А $\delta$

При варіюванні цих двох факторів на чотирьох рівнях можна запропонувати вищенаведений план експеримента, потребує мінімальну кількість дослідів

Кількісні фактори:

X<sub>1</sub> - кількість затверджувану ПЕПА

X<sub>2</sub> - час затвердіння

X<sub>3</sub> - кількість наповнювача

X<sub>4</sub> - температура затвердіння

X<sub>5</sub> - кількість пластифікатора.

Використаний план типу 2<sup>5-1</sup>. Сполучення 1/2 репліки повного факторного експерименту 2<sup>5-1</sup> з греко-латинським квадратом 4x4 представлено в табл. 1.1.

Для суміщення матрицю планування можна представити в вигляді таблиці з деякими входами (в данному випадку - 8) і накласти греко-латинський квадрат так, щоб кожна буква квадрата співпадала з однією із кліток таблиці.

**Таблиця 1.1**

		X <sub>1(+1)</sub>		X <sub>1(-1)</sub>	
		X <sub>2(+1)</sub>	X <sub>2(-1)</sub>	X <sub>3(+1)</sub>	X <sub>3(-1)</sub>
X <sub>4(+1)</sub>	X <sub>3(+1)</sub>	А $\gamma$	В $\delta$	С $\alpha$	Д $\beta$
	X <sub>3(-1)</sub>	С $\delta$	Д $\gamma$	А $\beta$	В $\alpha$
X <sub>4(-1)</sub>	X <sub>3(+1)</sub>	В $\beta$	А $\alpha$	Д $\delta$	С $\gamma$
	X <sub>3(-1)</sub>	Д $\alpha$	С $\beta$	В $\gamma$	А $\delta$

**Суміщені оцінки задаються співвідношенням:**

$$\begin{aligned} \zeta_1 &= X_2 X_4 X_5; & X_4 &= X_1 X_2 X_5; & X_3 X_4 X_5 &= X_1 X_2 X_3; \\ \zeta_2 &= X_1 X_4 X_5; & X_1 X_2 &= X_4 X_5; & X_1 X_3 X_5 &= X_2 X_3 X_4; \\ \zeta_3 &= X_1 X_2 X_3 X_4 X_5; & X_1 X_3 &= X_2 X_3 X_4 X_5; & X_1 X_3 X_4 &= X_2 X_3 X_5; \\ \zeta_2 X_4 &= X_1 X_5; & X_2 X_3 &= X_1 X_3 X_4 X_5; \\ \zeta_2 X_5 &= X_1 X_4; & X_3 X_4 &= X_1 X_2 X_3 X_5; \\ & & X_3 X_5 &= X_1 X_2 X_3 X_4. \end{aligned}$$

Потім матриця, що суміщена з греко-латинським квадратом, переписується в формі розрахункової матриці, як звичайно прийнято при плануванні експеримента.

При виборі плану використана  $\frac{1}{2}$  репліки

від плану  $2^{5-1}$  повного факторного експерименту: задана наступним генеруючим співвідношенням:  $X_5 = X_1 X_2 X_4$  і визначальним контрастом  $I = X_1 X_2 X_4 X_5$ .

Таблиця 1.2

Рівні факторів і інтервали варіювання

Фактор	Нижній -1	Нульовий 0	Верхній +1	Інтервал	Розмірність
$X_1$ – кількість затверджувача (ПЕПА)	6	12	18	6	м.ч./100м.ч. ЕД-20
$X_2$ – час затвердіння	60	150	240	90	хв.
$X_3$ – кількість наповнювача	10	40	70	30	Об.% по відн. до об'єма ЕД-20
$X_4$ – температура затвердіння	50	85	120	35	$^{\circ}\text{C}$
$X_5$ – кількість пластифікатора	5	20	35	15	м.ч./100м.ч. ЕД-20

Примітка: всі розрахунки ведуться в перерахунку на 100 м.ч. епоксидної смоли ЕД-20. Розрахунок наповнювача ведуть в об'ємних % від 100 м.ч. епоксидної смоли ЕД-20. Густина епоксидної смоли  $\rho = 1335 \text{ кг/м}^3$ .

Сумісна матриця планування має вигляд (табл. 1.3). Підставляючи в матрицю планування значення відповідних факторів, користуючись заздалегідь вибраними рівнями варіювання (табл. 1.2), одержуємо робочу матрицю планування (табл. 1.4).

В якості критерія вибрана узагальнена функція бажаності  $B$ , враховуюча п'ять окремих критеріїв:

$$D = \sqrt[3]{d_1 d_2 d_3 d_4 d_5}, \quad (1.1)$$

Величина бажаності частинних критеріїв визначається за формулою:

$$d_i = \exp[-\exp(-y'_i)], \quad (1.2)$$

де:  $y'_i$  — зведена величина частинних критеріїв розраховувалась із рівняння одержаних на основі табл. 1.5.

$$Y_1' = +1,889 - 0,086y_1;$$

$$Y_2' = +2,920 - 0,146y_2;$$

$$Y_3' = +1,877 + 0,104y_3;$$

$$Y_4' = +3,755 - 0,202y_4 + 0,003y_4^2;$$

$$Y_5' = +2,190 - 0,365y_5,$$

За нульове положення при вимірюванні деформацій при термоударах прийнята величина залишкової деформації після затвердіння. Результати експерименту приведені в табл. 1.6.

Для розв'язання завдання пошуку лінійної моделі наявні досліди розбивають на два блоки, один із яких утворює регулярну дробну репліку (табл. 1.8), досліди 3, 4, 5, 6, 9, 10, 15, 16, при цьому генеруюче співвідношення і визначальний контраст  $X_6 = X_1X_3X_4 = X_2X_3X_4 - 1 = X_1X_3X_4X_6 = X_2X_3X_4X_6$ . В даному випадку міжблочна взаємодія прирівнена двом потрійним взаємодіям. Потім до виділеного плану послідовно добавляли досліди 1, 2, 7, 11, 12, 13.

Кожен раз, проводячи корекцію коефіцієнтів рівняння моделі. Величину корекції визначають за формулою [22]:

(1.3.)

$$\Delta = \frac{\bar{D}_i - \hat{D}_i}{mN + \lambda},$$

(1.4.)

$$S^2_{\{bi\}} = \frac{1}{mn} \left[ 1 - \frac{l}{mN + \lambda} \right] S_{\{b\}}^2,$$

набуває вигляду:

$$\bar{D} = 0,2039 - 1,4054X_1 - 0,2605X_2 + 0,6359X_3 + 0,1155X_4 - 1,3475X_5;$$

$$\Delta bi = \pm 0,00287.$$

Всі коефіцієнти рівняння значимі. Одержана лінійна модель неадекватна.

Пластифікатори за ефективністю впливу на узагальнений критерій можна умовно розкласти в ряд:

ЕКФ > РО > ТНМ > ДБФ, а наповнювачі: МоS<sub>2</sub> > Б > ТO<sub>2</sub> > АІ.

Зробити висновок про переваги якого-небудь пластифікатора або наповнювача на основі проведених експериментів нелегко, так як кожна система пластифікатор-наповнювач при реалізації суміжного плану знаходилася в різних умовах.

Приведення до однакових умов вимагало більшого числа дослідів. У подальшому в роботі в якості основних об'єктів дослідження розглянуті пластифікатор - ЕКФ і наповнювач - природні алюмосилікати (бентоніт і слоуда).

Досліди 8 і 14 не реалізовані, так як компаунд не полімеризувався. В обох випадках кількість пластифікатора ЕКФ відповідало верхньому рівню фактора, а кількість затверджувача нижньому рівню. Розбавлення епоксидної смоли більшою кількістю моноепоксидної сполуки (ЕКФ) привело до того, що розрахункового, за матрицею, кількості затверджувача не вистачило для полімеризації компаунда.

З урахуванням результатів, вказаних дослідів, знайшли рівняння:

$$D = 0,440288 - 0,8392X_1 + 0,1938X_2 + 1,0512X_3 + 0,2748X_4 - 0,9642X_5$$

Перевірка однорідності дисперсій за допомогою критерія Кохрена показала, що дисперсії однорідні.

$$G_{\text{табл.}} = 0,6798;$$

$$G_{\text{розр.}} = 0,637$$

$$G_{\text{табл.}} > G_{\text{розр.}}$$

$$S^2_{\{y\}} = 0,000032;$$

$$S_{\{y\}} = 0,005665;$$

$$\Delta bi = \pm 0,003017$$

Таблиця 1.3.

## Сумісний план

Номер досліда, N	$X_0$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$
1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	$A\gamma$
2	+1	-1	+1	+1	+1	-1	$C\alpha$
3	+1	+1	-1	+1	+1	-1	$B\delta$
4	+1	-1	-1	+1	+1	+1	$D\beta$
5	+1	+1	+1	-1	+1	+1	$C\delta$

Номер досліда, N	$X_0$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$
6	+1	-1	+1	-1	+1	-1	$A\beta$
7	+1	+1	-1	-1	+1	-1	$D\gamma$
8	+1	-1	-1	-1	+1	+1	$B\alpha$
9	+1	+1	+1	+1	-1	-1	$B\beta$
10	+1	-1	+1	+1	-1	+1	$D\delta$
11	+1	+1	-1	+1	-1	+1	$A\alpha$
12	+1	-1	-1	+1	-1	-1	$C\gamma$
13	+1	+1	+1	-1	-1	-1	$D\alpha$
14	+1	-1	+1	-1	-1	+1	$B\gamma$
15	+1	+1	-1	-1	-1	+1	$C\beta$
16	+1	-1	-1	-1	-1	-1	$A\delta$

Таблиця 1.4

## Робоча матриця

Номер дослідю, N	планування					
	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>4</sub>	X <sub>5</sub>	X <sub>6</sub>
1	18	240	70	120	35	ТНМ/Al
2	6	240	70	120	5	ДБФ/Б
3	18	60	70	120	5	ЕКФ/TiO <sub>2</sub>
4	6	60	70	120	35	КМ/MoS <sub>2</sub>
5	18	240	10	120	35	ДБФ/TiO <sub>2</sub>

Номер дослідю, N	планування					
	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>4</sub>	X <sub>5</sub>	X <sub>6</sub>
6	6	240	10	120	5	ТНМ/ MoS <sub>2</sub>
7	18	60	10	120	5	КМ/Al
8	6	60	10	120	35	ЕКФ/Б
9	18	240	70	50	5	ЕКФ/MoS <sub>2</sub>
10	6	240	70	50	35	КМ/TiO <sub>2</sub>
11	18	60	70	50	35	ТНМ/Б
12	6	60	70	50	5	ДБФ/Al
13	18	240	10	50	5	КМ/Б
14	6	240	10	50	35	ЕКФ/Al
15	18	60	10	50	35	ДБФ/MoS <sub>2</sub>
16	6	60	10	50	5	ТНМ/TiO <sub>2</sub>

Таблиця 1.5.

Критерії оптимізації	Значення функції бажаности				
	0,2	0,37	0,63	0,8	1
1. Величина деформації тензодатчика, що обумовлена залишковими	+50	+22	+15	+5	+0,5

напругами після затвердження У, відн. од.					
2. Величина деформації тензодатчика, що обумовлена термічними напругами, при термоударах					
1 цикл У <sub>2</sub>	+34	+20	+14	+10	+4
2 цикл У <sub>3</sub>	-24	-18	-10	-4	0
3 цикл У <sub>4</sub>	+40	+35	+20	+14	+4
4 цикл У <sub>5</sub>	+10	+6	+4	+2	0

Таблиця 1.6.

## Величини деформацій тензодатчика 2ФКПД-5-100 ГВ

Номер дослід., N	Величина деформації, відн.од.						
	Затвердіння			Термоциклування			
	Залишкова деформація при 25 <sup>0</sup> С (після затвердіння)			1 цикл від 25 <sup>0</sup> С до -32 <sup>0</sup> С	2 цикл від -32 <sup>0</sup> С до+70 <sup>0</sup> С	3 цикл від +70 <sup>0</sup> С до-32 <sup>0</sup> С	4 цикл від -32 <sup>0</sup> С до+25 <sup>0</sup> С
	У <sub>1</sub> <sup>''</sup>	У <sub>1</sub> <sup>'</sup>	У <sub>1</sub>	У <sub>2</sub>	У <sub>3</sub>	У <sub>4</sub>	У <sub>5</sub>
1	+23,6	+20	+21,8	+21,4	-21	+29	+1
2	+13	+14	+13,5	+26,6	-3	+34	+8
3	+25	+26,6	+25,8	+8	-18	+4,6	+5
4	+1,2	-1	+0,1	+20	-8	+21	+1
5	+8	+14	+11	+42	-5	+48	+7
6	+9,5	+12,5	+11	+12,5	-17	+9	+3
7	+40	+41	+40,5	+24	-27	+22	+2
8	-	-	-	-	-	-	-
9	+10	+11	+10,5	32,4	-7,5	+30	+3,5
10	0	+1	+0,5	+26	-9	+33	+3
11	+13,4	+12,4	+13	+35,4	-16,5	+34	+2
12	+2	+3	+2,5	+11,6	-7	+9	+5
13	+46	+47	+46,5	+11,6	-20,5	+15,5	+3
14	-	-	-	-	-	-	-
15	+5	+6	+5,5	+37	-9	+42	+1
16	+5	+6	+5,5	+8	-5	+6	+9



Таблиця 1.7

## Остаточна деформація при +25°C після затвердіння

Номер досліджу, №	$Y_1$	$Y_2$	$\bar{Y}_1$
1	+23,6	+20	+21,8
2	+13	+14	+13,5
3	+25	+26,6	+25,8
4	-1	+1,2	+0,1
5	+8	+14	+11
6	+9,5	+12,5	+11
7	+40	+41	+40,5
8	-	-	-
9	+10	+11	+10,5
10	0	+1	+0,5
11	+13,4	+12,4	+13
12	+2	+3	+2,5
13	+46	+47	+46,5
14	-	-	-
15	+5	+6	+5,5
16	-	+6	+5,5

Таблиця 1.8

## Сумісний план

№	X <sub>0</sub>	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>4</sub>	X <sub>5</sub>	X <sub>6</sub>	Д	Д	Д
3	+	+	-	+	+	-	Bσ	0,5100	0,4930	0,5015
4	+	-	-	+	+	+	Дβ	0,6650	0,6600	0,6625
5	+	+	+	-	+	+	Cσ	0,0723	0,0723	0,0723
6	+	-	+	-	+	-	Aβ	0,6680	0,6580	0,6630
9	+	+	+	+	-	-	Bβ	0,6770	0,6700	0,6735
10	+	-	+	+	-	+	Дσ	0,4500	0,4500	0,4500
15	+	+	-	-	-	+	Cβ	0,0950	0,0950	0,0950
16	+	-	-	-	-	-	Aσ	0,4050	0,4080	0,4065
1	+	+	+	+	+	+	Aγ	0,3020	0,3180	0,3100
2	+	-	+	+	+	-	Cα	0,2980	0,2950	0,2965

№	X <sub>0</sub>	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>4</sub>	X <sub>5</sub>	X <sub>6</sub>	Д	Д	Д
7	+	+	-	-	+	-	Дγ	0,1340	0,1460	0,1400
11	+	+	-	+	-	+	Aα	0,0940	0,0940	0,0940
12	+	-	-	+	-	-	Cγ	0,7100	0,7000	0,7050
13	+	+	+	-	-	-	Дα	0,1420	0,1360	0,1390

## 1.2. Оптимізація складу епоксидного компаунда за допомогою планів Бокса

При плануванні експерименту враховували, що невідома функція відгуку

$$Y = (x_1, x_2, \dots, x_k),$$

де Y - критерій оптимізації, величина якого визначалася в процесі експеримента;

X<sub>1</sub>, X<sub>2</sub>, ..... X<sub>k</sub> - фактори варіювання,

При проведенні експерименту апроксимується поліномом:

$$Y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i \neq j}^k \beta_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \dots, \quad (1.5)$$

де  $\beta_0, \beta_i, \beta_{ij}, \beta_{ii}$  теоретичні коефіцієнти регресії (коефіцієнти полінома).

На першій стадії роботи застосовували метод

повного факторного експеримента, сутність якого становить в одночасному варіюванні всіх факторів при його проведенні за визначеним планом, представленні математичною моделлю (функцією відгуку) в вигляді лінійного полінома і дослідженні його методами математичної статистики.

### 1.2.1. Математичний опис об'єкта дослідження (побудова моделей).

В якості критерія оптимізації вибрана величина деформації (відн. од.) при затвердженні епоксидного компаунда. Фактори:

1. Вміст пластифікатора ЕБФ.
2. Вміст наповнювача.
3. Масове співвідношення між бентонітом і слюдою (складовими наповнювача).

Обмеження: вміст пластифікатора не повинно перевищувати 30 мас. ч. ( $X_1 < 30$ ).

Установка тензодатчика типу 2ПКП-20-100ГБ (база L=20 мм, R=100 Ом). За нульову точку можна вибрати точку з наступними

характеристиками: вміст пластифікатора — 20 мас. ч., вміст наповнювача - 40 мас. ч., масове співвідношення між бентонітом і слоюдою - 3:1

(умовно - 3). В табл. 1.9 наведено список всіх факторів, їх позначення, рівні варіювання, значення факторів в кодованих величинах.

Таблиця 1.9

## Список факторів

Найменування факторів	Кодоване позначення факторів	Рівні варіювання			Інтервал варіювання (ε)
		-I	0	+I	
<b>C<sub>1</sub>-вміст пластифікатора</b>	<b>X<sub>1</sub></b>	<b>10</b>	<b>20</b>	<b>30</b>	<b>10</b>
<b>C<sub>2</sub>-вміст наповнювача</b>	<b>X<sub>2</sub></b>	<b>20</b>	<b>40</b>	<b>60</b>	<b>20</b>
<b>M-масове співвідношення бентоніт/слоюда</b>	<b>X<sub>3</sub></b>	<b>1:1 (1)</b>	<b>3:1 (3)</b>	<b>5:1 (5)</b>	<b>2</b>

Залежність числа дослідів (різних станів об'єкта дослідження) від числа рівнів факторів має вигляд:

$$N = p^k, \text{ де}$$

p - число рівнів

$$Y = B_0 + \sum_{i=1}^k B_i X_i + \sum_{i=1}^k B_{iy} X_i X_y, \quad (1.5)$$

де Y - значення критерія оптимізації;  
B<sub>i</sub> — лінійні коефіцієнти;  
B<sub>iy</sub> - коефіцієнти подвійної взаємодії факторів.

При співставленні матриці повного факторного експерименту враховували кодовані значення факторів. У процесі кодування факторів здійснюється лінійне перетворення координат факторного простору з переносом початку координат в нульову точку, вибором масштабу по вісям в одиниці інтервалів варіювання. Використовували співвідношення:

K - число факторів, при p=2 і K=3, N=2<sup>3</sup>=8

При побудові лінійної моделі в результаті експеримента знаходимо численні значення B<sub>0</sub> і лінійних коефіцієнтів рівняння регресії (I). Після чого рівняння (1.5) набуває вигляд:

$$X_i = \frac{C_i - C_{0i}}{\varepsilon}, \quad (1.7)$$

де X<sub>i</sub> - кодоване значення фактора (безрозмірна величина);

C<sub>i</sub> і C<sub>0i</sub> - натуральні значення факторів (відповідно його текуче значення і його значення на нульовому рівні);

$\epsilon$  - натуральне значення інтервала варіювання.

Використовуючи співвідношення (1.7), одержимо

$$X_1 = \frac{C_1 - 20}{10}, C_1 = 20 + 10X_1$$

$$X_2 = \frac{C_2 - 40}{20}, C_2 = 40 + 20X_2$$

$$X_3 = \frac{B - 3}{2}, B = 3 + 2X_3$$

У матрицю планування в першому стовпці вказують кодовані значення фіктивної змінної ( $X_0 = +I$ ), її „оцінка” дає величину вільного члену  $B_0$  в рівнянні регресії. Кожний дослід дублювався двічі. В результаті експерименту було знайдено вісім значень критерія оптимізації ( $Y_1$ ), кожен із яких мав два повторення (п-номер дослід). Експериментальні дані занесені в табл. 1.3. Вони використовувались для визначення коефіцієнтів рівняння регресії, розрахунок дисперсії відтворюваності, оцінки значимості на даних коефіцієнтів регресії і перевірки адекватності лінійної моделі

Таблиця 1.10

Матриця планування ПФЕ

Номер дослід, N	$X_0$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_1X_2$	$X_2X_3$	$X_1X_3$	$X_1X_2X_3$
1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1
2	+1	+1	-1	-1	-1	+1	-1	+1
3	+1	-1	+1	-1	-1	-1	+1	+1
4	+1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1
5	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1
6	+1	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1
7	+1	-1	+1	+1	-1	+1	-1	-1
8	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1

Таблиця 1.11

Робоча матриця ПФЕ

Номер дослід, N	Вміст пластифікатора, $X_1$	Вміст наповнювача, $X_2$	Масове співвідношення, $X_3$	$Y_1$	$Y_2$	$\bar{Y}$
1	10	20	1	58	56	57
2	30	20	1	61	61,5	61,25
3	10	60	1	40	44	42
4	30	60	1	55	54	54,5
5	10	20	5	55	57	56
6	30	20	5	53	49	51
7	10	60	5	30	32	31
8	30	60	5	37	42	39,5

Лінійні коефіцієнти регресії визначали за формулою

$$B_i = \frac{\sum_{i=1}^N x_{iu} \overline{y_u}}{\sum_{i=1}^N x_{iu}^2} = \frac{\sum_{i=1}^N x_{iu} \overline{y_u}}{N}, \quad (1.8)$$

де,  $x_{iu}$  – значення фактора  $x$  в  $i$ -тому досліді;

$\overline{y_u}$  – значення параметра оптимізації в тому же досліді;

$N$  – число дослідів у матриці;

$$B_0 = \frac{\sum_{i=1}^N \overline{y_u}}{N} \quad \text{і} \quad B_{i,j} = \frac{\sum_{i=1}^N x_{iu} x_{ju} \overline{y_u}}{N}, \quad (1.9)$$

Визначаємо коефіцієнти регресії:

$$= \frac{57(+1) + 61,25(+1) + 44(+1) + 54,5(+1) + 56(+1) + 51(+1) + 31(+1) + 39,5(+1)}{8} = 49,03$$

$$B_1 = \frac{57(-1) + 61,25(+1) + 42(-1) + 54,5(+1) + 56(-1) + 51(+1) + 31(-1) + 39,5(+1)}{8} = +2,41$$

$$B_2 = \frac{-57 - 61,25 + 42 + 54,5 - 56 - 51 + 31 + 39,5}{8} = -7,18$$

$$B_3 = \frac{-57 - 61,25 - 42 - 54,5 + 56 + 51 + 31 + 39,5}{8} = -4,66$$

$$B_{12} = \frac{+57 - 61,25 - 42 + 54,5 + 56 - 51 - 31 + 39,5}{8} = +2,66$$

$$B_{13} = \frac{57 - 61,25 + 42 - 54,5 - 56 + 51 - 31 + 39,5}{8} = -1,66$$

$$B_{23} = \frac{57 + 61,25 - 42 - 54,5 - 56 - 51 + 31 + 39,5}{8} = -3,6$$

$$B_{123} = \frac{-57 + 61,25 + 42 - 54,5 + 56 - 51 - 31 + 39,5}{8} = +0,66$$

Таким чином, одержуємо наступне лінійне рівняння:

$$Y = 49,03 + 2,41X_1 - 7,18X_2 - 4,66X_3 + 2,66X_1X_2 - 1,66X_1X_3 - 3,6X_2X_3 + 0,66X_1X_2X_3$$

**1.2.2. Статистичний аналіз рівняння регресії.**

1. Визначення похибки експерименту.

а) дисперсія похибки дослідів  $S^2_{\text{пох.}}$ :

$$S^2_{\text{пох.}} = \frac{\sum_1^n (Y_m - \bar{Y}_u)^2}{n-1}, \quad (1.10)$$

де,  $n$  – число повторюваних дослідів; $Y_{iu}$  – значення критерія для окремого спостереження; $\bar{Y}_u$  – середнє арифметичне значення критерія (результат окремого дослідів).

$$S^2_{\text{пох.1}} = (58-57)^2 + (56-57)^2 = 2$$

$$S^2_{\text{пох.2}} = (61-61,5)^2 + (61,5-61,25)^2 = 0,125$$

$$S^2_{\text{пох.3}} = (40-42)^2 + (44-42)^2 = 8$$

$$S^2_{\text{пох.4}} = (55-54,5)^2 + (54-54,5)^2 = 0,5$$

$$S^2_{\text{пох.5}} = (55-56)^2 + (57-56)^2 = 2$$

$$S^2_{\text{пох.6}} = (53-51)^2 + (49-51)^2 = 8$$

(1.11)

$$S^2_{\text{пох.7}} = (30-31)^2 + (32-31)^2 = 2$$

$$S^2_{\text{пох.8}} = (37-39,5)^2 + (42-39,5)^2 = 12,5$$

б) середня квадратична похибка дослідів –  $S_{\text{пох.}}$ 

$$S_{\text{пох.}} = \sqrt{\frac{\sum_1^n (Y_m - \bar{Y}_u)^2}{n-1}},$$

Величина  $S_{\text{пох.}}$  характеризує точність дослідів

$$S_{\text{пох.1}} = 1,42 \quad S_{\text{пох.5}} = 1,42$$

$$S_{\text{пох.2}} = 0,354 \quad S_{\text{пох.6}} = 2,83$$

$$S_{\text{пох.3}} = 2,83 \quad S_{\text{пох.7}} = 1,42$$

$$S_{\text{пох.4}} = 0,797 \quad S_{\text{пох.8}} = 3,54$$

в) допустиме відхилення величини  $\bar{Y}_u$  від істинного значення критерії оптимізації ( $Y$ ) можна оцінити з урахуванням необхідної довірчої імовірності ( $\alpha$ ), характеризуючи надійність результатів досліджу:

$$\alpha = P\left(\bar{Y}_u - \frac{tS_{nox.}}{\sqrt{n}} \leq \bar{Y} \leq \bar{Y}_u + \frac{tS_{nox.}}{\sqrt{n}}\right), \quad (1.12.)$$

де  $t$  - критерій Стюдента,  $n$  - число вимірювань

При довірчій ймовірності  $\alpha$  - 95% і  $n=2$ , критерій Стюдента рівний 12,71 [4, с. 255]. Тоді довірчі границі, між якими буде знаходитись значення, будуть наступні:

$$1. \quad 57 - \frac{12,71 \cdot 1,43}{\sqrt{2}} \leq \bar{Y}_1 \leq 57 + \frac{12,71 \cdot 1,43}{\sqrt{2}};$$

$$\bar{Y}_1 = 57 \pm 12,71 \text{ відносних одиниць деформації.}$$

$$2. \quad 61,25 - \frac{12,71 \cdot 0,354}{1,43} \leq \bar{Y}_2 \leq 61,25 + \frac{12,71 \cdot 0,354}{1,43};$$

$$\bar{Y}_2 = 61,25 \pm 3,15.$$

$$3. \quad 42 - \frac{12,71 \cdot 2,83}{1,43} \leq \bar{Y}_3 \leq 42 + \frac{12,71 \cdot 2,83}{1,43};$$

$$\bar{Y}_3 = 42 \pm 25,1 \text{ відн.од.}$$

$$4. \quad \bar{Y}_4 = 54,5 \pm 6,28 \text{ відн.од.}$$

$$5. \quad \bar{Y}_5 = 56 \pm 12,71 \text{ відн.од.}$$

$$6. \quad \bar{Y}_6 = 51 \pm 26,1 \text{ відн.од.}$$

$$7. \quad \bar{Y}_7 = 31 \pm 12,71 \text{ відн.од.}$$

$$8. \quad \bar{Y}_8 = 39,5 \pm 31,2 \text{ відн.од.}$$

г) перевірка однорідності дисперсій з допомогою критерія Кохрена (G). Критерій Кохрена рівний відношенню максимальної („що виділяється“) дисперсії до суми всіх дисперсій:

$$G = \frac{S_{i\max}^2}{\sum_1^N S_i^2}, \quad (1.13)$$

$$\sum_1^8 S_{nox}^2 = 2 + 0,125 + 8 + 0,5 + 2 + 8 + 2 + 12,5 = 35,125$$

$$G_{розр.} = \frac{12,5}{35,125} = 0,356$$

$$G_{\text{табл.}} \{N = 8, f = n-1; \alpha = 0,05\} = 0,68 [4, \text{с.143}].$$

Дисперсія вважається однорідною, якщо розрахункові критерії Кохрена менші табличних.

$$G_{\text{табл.}} > G_{\text{розр.}},$$

тому можна з 95%-ною довірчою ймовірністю зробити висновок про те, що дисперсії можна вважати однорідними. Якщо дисперсія однорідна, то це дозволяє перейти до оцінки дисперсії відтворюваності.  $S^2_{\{y\}}$ , характеризує похибку всього експерименту.

д) ми маємо однорідність дисперсій і рівномірне дублювання дослідів, внаслідок чого для розрахунку  $S^2_{\{y\}}$  при  $n=2$  використовуємо рівняння:

$$S^2_{\{y\}} = \frac{2 \sum_1^N (Y_{iu} - \bar{Y}_u)^2}{N} \quad (1.14)$$

**Таблиця 1.12**

N	$(Y_{iu} - \bar{Y}_u)$	$(Y_{iu} - \bar{Y}_u)^2$
1	1	1
2	0,25	0,0625
3	2	4
4	0,5	0,25
5	1	1
6	2	4
7	1	1
8	2,5	6,25

$$\sum_1^8 (Y_{iu} - \bar{Y}_u)^2 = 16,56$$

$$S^2_{\{y\}} = \frac{2 \cdot 16,56}{8} = 4,14$$

е) величина похибки середнього із паралельним спостереженням була знайдена з урахуванням рівняння:

$$S^2_{\{y\}} = \frac{S^2_{\{y\}}}{n} = \frac{4,14}{2} = 2,07 \quad (1.15)$$



## 2. Перевірка значимості коефіцієнтів регресії.

Оцінка значимості коефіцієнтів регресії пов'язана з побудовою довірчих інтервалів. Відомо [4] правило, що коефіцієнт рівняння регресії значимо, якщо його абсолютна величина більша довірчого інтервалу.

а) для лінійних моделей дисперсію, пов'язану з похибками в визначенні коефіцієнтів регресії  $S^2_{\{v_i\}}$  визначають по формулі:

$$S^2_{\{v_i\}} = \frac{S^2_{\{y\}}}{N \cdot n} = \frac{S^2_{\{y\}}}{N} = \frac{2,07}{8} = 0,26 \quad (1.16)$$

б) квадратична похибка коефіцієнтів:

$$S_{\{v_i\}} = +\sqrt{0,26} = 0,51 \quad (1.17)$$

в) довірчим інтервалом коефіцієнта регресії є інтервал його значення від  $V_i - \Delta V_i$  до  $V_i + \Delta V_i$

(1.18)

$$\Delta V_i = 2 S_{\{v_i\}}$$

$$\Delta V_i = \pm 2 \cdot 0,51 = \pm 1,02$$

$$V_0 = 49,03 \pm 1,02$$

$$V_1 = 2,41 \pm 1,02$$

$$V_2 = -7,18 \pm 1,02$$

$$V_3 = -4,66 \pm 1,02$$

$$V_{12} = 2,66 \pm 1,02$$

$$V_{13} = -1,66 \pm 1,02$$

$$V_{23} = -2,6 \pm 1,02$$

$$V_{123} = 0,66 \pm 1,02$$

Всі розглянуті коефіцієнти регресії можна вважати значимими з 95% довірчою ймовірністю, крім коефіцієнта  $V_{123}$ , оскільки його абсолютна величина менша довірчого інтервалу, визначеного співвідношенням:

(1.19)

$$V_i - 1,02 \leq \beta_i \leq V_i + 1,02$$

## 3. Перевірка адекватності рівняння.

Гіпотезу про адекватність рівняння перевіряють з допомогою критерія Фішера (F):

$$F = \frac{S^2_{ад.}}{S^2_{\{y\}}}, \quad (1.20)$$

де -  $S^2_{ад.}$  залишкова дисперсія, або дисперсія адекватності.

$S^2_{\{y\}}$  - дисперсія відтворюваності. При неадекватності моделі з визначеною довірчою ймовірністю  $F_{розр.} > F_{табл.}$

(1.21)

а) розрахункові значення критерія оптимізації встановлені з допомогою рівняння:

$$\hat{Y} = 49,03 + 2,41X_1 - 7,18X_2 - 4,66X_3 \quad (1.22)$$

$$\hat{Y}_1 = 49,03 + 2,41(-1) - 7,18(-1) - 4,66(-1) = 58,46$$

$$\hat{Y}_2 = 49,03 + 2,41 + 7,18 + 4,66 = 63,28$$

$$\hat{Y}_3 = 49,03 - 2,41 - 7,18 + 4,66 = 44,10$$

$$\hat{Y}_4 = 49,03 + 2,41 - 7,18 + 4,66 = 48,91$$

$$\hat{Y}_5 = 49,03 - 2,41 + 7,18 - 4,66 = 49,15$$

$$\hat{Y}_6 = 49,03 + 2,41 + 7,18 - 4,66 = 53,96$$

$$\hat{Y}_7 = 49,03 - 2,41 - 7,18 - 4,66 = 34,78$$

$$\hat{Y}_8 = 49,03 + 2,41 - 7,18 - 4,66 = 38,6$$

б) в випадку МПФЕ дисперсія адекватності визначалася за формулою:

$$S^2_{ад} = \frac{\sum_1^N (\bar{Y}_u - \hat{Y}_u)^2 \cdot n}{N - k - 1} \quad (1.23)$$

$$S^2_{ад} = \frac{112,77 \cdot 2}{8 - 3 - 1} = 56,38$$

в) розрахункові значення критерія Фішера (F):

$$F_{розр.} = \frac{56,28}{4,14} = 13,6$$

При числі ступеней вільності для більшої ( $f_{табл.} = 4$ ) і меншої ( $f = N(n-1) = 8$ ) дисперсії знаходимо табличне значення критерія Фішера при довірчій ймовірності 0,95:

$$F_{табл.} = 3,84 \quad [4, с.257]$$

Укладасмо, що рівняння (1.22) неадекватно описує процес деформації з довірчою ймовірністю 0,95:

$$F_{розр.} > F_{табл.}$$

**Таблиця 1.13.**

## Розрахунок дисперсії адекватності

Номер досліджу	$\bar{Y}_u$	$\hat{Y}_u$	$\bar{Y}_u - \hat{Y}_u$	$(\bar{Y}_u - \hat{Y}_u)^2$
1	57	58,46	- 1,46	2,14
2	61,25	63,28	- 2,03	4,12
3	42	44,1	- 2,1	4,4
4	54,5	48,91	+ 5,59	31,2
5	56	49,15	+ 6,85	47
6	51	53,96	- 2,96	8,8
7	31	34,78	- 3,78	14,3
8	39,5	38,6	0,9	0,81
			$\sum_{i=1}^8 (\bar{y}_u - \hat{y}_u)^2$	112,77

## 1.2.3. Застосування ротатабельного планування другого порядку для вивчення процесу затвердження епоксидного компаунда.

Так як лінійного наближення, як видно із вищенаведених розрахунків, недостатньо для опису об'єкта дослідження з відповідною точністю, то виникла необхідність у побудові моделей в вигляді полінома другого степені. При числі факторів, рівному 3, потрібним і майже ефективним являються ротатабельні плани другого порядку. Матрицю ПФЕ використовують в якості „ядра” ротатабельного плану другого порядку. „Зіркові” точки будували на вісях координат, визначаючи величину „зіркового” плеча  $\alpha$ ; при цьому приймають до уваги умови ротатабельності (для „ядра” в вигляді плану ПФЕ).

$$\alpha = 2^{1/4}, \quad (1.24)$$

$$k = 3 \quad \alpha = 2^{3/4}, \quad \lg \alpha = 0,2265, \quad \alpha = 10^{0,2265} = 1,682.$$

Загальне число дослідів N при ротатабельному плануванні визначається із співвідношення:

$$N = 2^k + 2k + n_0 = n_{\text{„ядро”}} + n_{\alpha} + n_0$$

Таблиця 1.14.

Число факторів	Число дослідів „ядра”	Число „зіркових” дослідів	Число нульових дослідів	Величина плеча для „зіркових” дослідів	Загальне число дослідів
3	8	6	6	1,682	20

Таблиця 1.15.

## Матриця ротатбельного планування другого порядку.

N	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_1X_2$	$X_1X_3$	$X_2X_3$	$X_1^2$	$X_2^2$	$X_3^2$
1	-	-	-	+	+	+	+	+	+
2	+	-	-	-	-	+	+	+	+
3	-	+	-	-	+	-	+	+	+
4	+	+	-	+	-	-	+	+	+
5	-	-	+	+	-	-	+	+	+
6	+	-	+	-	+	-	+	+	+
7	-	+	+	-	-	+	+	+	+
8	+	+	+	+	+	+	+	+	+
9	-1,682	0	0	0	0	0	2,83	0	0
10	1,682	0	0	0	0	0	2,83	0	0
11	0	-1,682	0	0	0	0	0	2,83	0
12	0	1,682	0	0	0	0	0	2,83	0
13	0	0	-1,682	0	0	0	0	0	2,83
14	0	0	1,682	0	0	0	0	0	2,83

N	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_1X_2$	$X_1X_3$	$X_2X_3$	$X_1^2$	$X_2^2$	$X_3^2$
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Таблиця 1.16.

## Список факторів

Фактори	Рівні варіювання					$\varepsilon$
	-1,682	-1	0	+1	1,682	
Вміст пластифікатора, м.ч.( $X_1$ )	3,18	10	20	30	36,82	10
Вміст наповнювача, м.ч.( $X_2$ )	6,36	20	40	60	70,64	20
Вагове співвідношення бентоніт/слюда, ( $X_3$ )	1:2,364	1:1	3:1	5:1	6,364:1	2

Матрицю планування використовували для побудови робочої матриці ротатабельного планування другого порядку. Було поставлено експеримент і знайдено числові значення критерія оптимізації. Експериментальні дані використовували для визначення критеріїв оптимізації. Експериментальні дані використовували для визначення коефіцієнтів рівняння регресії. Значення критеріїв оптимізації наведені в табл. 1.17.

**1. Визначення коефіцієнтів регресії.**

Для визначення коефіцієнтів регресії застосовували наступні форм

$$B_0 = a_1 \sum_1^N \bar{Y}_u - a_2 \sum_1^K \sum_1^N X_{1u}^2 - \bar{Y}_u \quad (1.26)$$

$$B_1 = a_3 \sum_1^N X_{1u} \cdot \bar{Y}_u \quad (1.27)$$

$$B_{1\gamma} = a_4 \sum_1^{na} X_{1u} \cdot X_{\gamma u} \cdot \bar{Y}_u \quad (1.28)$$

$$B_{ii} = a_5 \sum_1^N X_{1u}^2 \cdot \bar{Y}_u + a_6 \sum_1^K \sum_1^N X_{1u}^2 \cdot \bar{Y}_u - a_7 \sum_1^N \bar{Y}_u \quad (1.29)$$

де  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7$  – коефіцієнти, значення яких наведені в таблиці 1.18.

Таблиця 1.17

## Робоча матриця ротатбельного планування другого порядку

N	Вміст пластифікатора, м.ч.	Вміст наповнювача, м.ч.	Вагове співвідношення Б/С	Y <sub>1</sub>	Y <sub>2</sub>	$\bar{Y}$
1	10	20	1	58	56	57
2	30	20	1	61	61,5	61,25
3	10	60	1	40	44	42
4	30	60	1	55	54	54,5
5	10	20	5	55	57	56
6	30	20	5	53	49	51
7	10	60	5	30	32	31
8	30	60	5	37	42	39,5
9	3,18	40	3	37	34	35,5
10	36,82	40	3	46	44	45
11	20	6,36	3	55	57	56
12	20	70,64	3	39	35	37
13	20	40	-2,364	59	63	61
14	20	40	6,364	45	45,5	45,25
15	20	40	3	44	46	46
16	20	40	3	43	45	46
17	20	40	3	46	49	46
18	20	40	3	46	44	46
19	20	40	3	45	48	46
20	20	40	3	48	47	46

Таблиця 1.18.

Число факторів	Число дослідів плава	Значення коефіцієнтів						
		a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>	a <sub>5</sub>	a <sub>6</sub>	a <sub>7</sub>
3	20	0,1663	0,0568	0,0732	0,125	0,0625	0,0069	0,0568

Таким чином, одержуємо наступні рівняння:

$$B_0 = 0,1663 \sum_1^{20} \bar{Y}_u - 0,0568 \sum_1^3 \sum_1^{20} X_{iu}^2 \cdot \bar{Y}_u \quad (1.30)$$

$$B_i = 0,0732 \sum_1^{20} X_{iu} \cdot \bar{Y}_u \quad (1.31)$$

$$B_{i\gamma} = 0,125 \sum_1^8 X_{iu} \cdot X_{i\gamma} \cdot \bar{Y}_u \quad (1.32)$$

$$B_{ii} = 0,0625 \sum_1^{20} X_{iu}^2 \bar{Y}_u + 0,0069 \sum_1^3 \sum_1^{20} X_{iu}^2 \bar{Y}_u - 0,0568 \sum_1^{20} \bar{Y}_u \quad (1.33)$$

2. Визначаємо числові значення коефіцієнтів регресії рівняння.

$$Y = B_0 + B_1 X_1 + B_2 X_2 + B_3 X_3 + B_{12} X_1 X_2 + B_{13} X_1 X_3 + B_{23} X_2 X_3 + B_{11} X_1^2 + B_{22} X_2^2 + B_{33} X_3^2 \quad (1.34)$$

$$B_0 = 0,1663(57+61,25+42+54,5+56+51+31+39,5+35,5+45+56+37+61+45,25+$$

$$+45+44+47,5+45+47+47,5) - 0,0568[(57+61,25+42+54,5+56+51+31+39,5+(-1,682)^2 \cdot 35,5+1,682^2 \cdot 45) + (57+61,25+42+54,5+56+51+31+39,5+(-1,682)^2 \cdot 56+1,682^2 \cdot 37) + (57+61,25+42+54,5+56+51+31+39,5+(-1,682)^2 \cdot 61+1,682^2 \cdot 45,25)] = +46,24$$

$$B_1 = 0,0732[57(-1)+61,25(+1)+42(-1)+54,5(+1)+56(-1)+51(+1)+31(-1)+39,5(+1)+(-1,682 \cdot 35,5)+1,682 \cdot 45] = 2,67$$

$$B_2 = 0,0732[-57-61,25+42+54,5-56-51+31+39,5-1,682 \cdot 56+1,682 \cdot 37] = -6,6$$

$$B_3 = 0,0732[-57-61,25-42-54,5+56+51+31+39,5-1,682 \cdot 61+1,682 \cdot 45,25] = -4,67$$

$$B_{12} = 0,125[57(+1)+61,25(-1)+42(-1)+54,5(+1)+56(+1)+51(-1)+31(-1)+39,5(+1)] = +2,72$$

$$B_{13} = 0,125[57-61,25+42-54,5-56+51-31+39,5] = -1,64$$

$$B_{23} = 0,125[57+61,25-42-54,5-56-51+31+39,5] = -1,84$$

$$B_{11} = 0,0625[57+61,25+42+54,5+56+51+31+39,5+(-1,682)^2 \cdot 35,5+1,682^2 \cdot 45+0,0069\{[57+61,25+42+54,5+56+51+31+39,5+(-1,682)^2 \cdot 35,5+1,682^2 \cdot 45] + [57+61,25+42+54,5+56+51+31+39,5+(-1,682)^2 \cdot 56+1,682^2 \cdot 37] + [57+61,25+42+54,5+56+51+31+39,5+(-1,682)^2 \cdot 61+1,682^2 \cdot 45,25]\} - 0,0568(57+61,25+42+54,5+56+51+31+39,5+35,5+45+56+37+61+45,25+45+44+47,5+45+47+47,5)] = -1,54$$

$$B_{22} = 0,0625[57+61,25+42+54,5+56+51+31+39,5+(1,682)^2 \cdot 56+1,682^2 \cdot 37] - 0,0069\{[57+61,25+42+54,5+56+51+31+39,5+(-1,682)^2 \cdot 35,5+1,682^2 \cdot 45] + [57+61,25+42+54,5+56+51+31+39,5+(-1,682)^2 \cdot 56+1,682^2 \cdot 37] + [57+61,25+42+54,5+56+51+31+39,5+(-1,682)^2 \cdot 61+1,682^2 \cdot 45,25]\} - 0,0568(57+61,25+42+54,5+56+51+31+39,5+35,5+45+56+37+61+45,25+45+44+47,5+45+47+47,5) = +0,23$$

$$B_{33} = 0,0625 \cdot 692,94 + 0,0069(620,1+648,44+692,94) - 53,83 = +3,29$$

Конфіцієнти регресії:

$$B_0 = 46,24$$

$$B_{13} = -1,64$$



$$\begin{aligned}\Delta B_0 &= \pm 0,816 S\{\bar{Y}\} \\ \Delta B_1 &= \pm 0,542 S\{\bar{Y}\} \\ \Delta B_{ii} &= \pm 0,526 S\{\bar{Y}\} \\ \Delta B_{i,j} &= \pm 0,708 S\{\bar{Y}\}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}S\{\bar{Y}\} &= \sqrt{S^2\{\bar{Y}\}} = \sqrt{1,15} = 1,07 \\ \Delta B_0 &= \pm 0,816 \cdot 1,07 = \pm 0,873 \\ \Delta B_1 &= \pm 0,542 \cdot 1,07 = \pm 0,58 \\ \Delta e_i (\Delta B_{11}, \Delta B_{22}, \Delta B_{33}) &= \pm 0,58 \\ \Delta e_{ii} (\Delta B_{11}, \Delta B_{22}, \Delta B_{33}) &= \pm 0,526 \cdot 1,07 = \pm 0,563 \\ \Delta e_{i,j} (\Delta B_{12}, \Delta B_{13}, \Delta B_{23}) &= \pm 0,708 \cdot 1,07 = \pm 0,758\end{aligned}$$

При порівнянні абсолютних величин коефіцієнтів регресії і відповідних погрешностей в їх оцінці показує, що з довірчою ймовірністю 95% можна вважати значенням всі коефіцієнти, крім коефіцієнта  $b_{22}$ .

## 2. Визначення теоретичних коефіцієнтів регресії.

$$\begin{aligned}Y_1 &= 46,24 + 2,67(-1) - 6,6(-1) - 4,67(-1) + 2,72(+1) - 1,64(+1) - 1,84(+1) - \\ &- 1,54(+1) + 0,23(+1) + 3,29(+1) = 56,06\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}Y_2 &= 46,24 + 2,67(+1) - 6,6(-1) - 4,67(-1) + 2,72(-1) - 1,64(-1) - 1,84(+1) - \\ &- 1,54(+1) + 0,23(+1) + 3,29(+1) = 59,24\end{aligned}$$

$$Y_3 = 46,24 - 2,67 - 6,6 + 4,67 - 2,72 - 1,64 + 1,84 - 1,54 + 0,23 + 3,29 = 41,1$$

$$Y_4 = 46,24 + 2,67 - 6,6 - 4,67 - 2,72 + 1,64 + 1,84 - 1,54 + 0,23 + 3,29 = 56,56$$

$$Y_5 = 46,24 - 2,67 + 6,6 - 4,67 + 2,72 + 1,64 + 1,84 - 1,54 + 0,23 + 3,29 = 53,64$$

$$Y_6 = 46,24 + 2,67 + 6,6 - 4,67 - 2,72 + 1,64 + 1,84 - 1,54 + 0,23 + 3,29 = 53,64$$

$$Y_7 = 46,24 - 2,76 - 6,6 - 4,67 - 2,72 + 1,64 - 1,84 - 1,54 + 0,23 + 3,29 = 32,36$$

$$Y_8 = 46,24 + 2,67 - 6,6 - 4,67 + 2,72 - 1,64 - 1,84 - 1,54 + 0,23 + 3,29 = 38,88$$

$$Y_9 = 46,24 + 2,67(-1,682) - 1,54 \cdot 2,83 = 35,39$$

$$Y_{10} = 46,24 + 2,67 \cdot 1,682 - 1,54 \cdot 2,83 = 44,38$$

$$Y_{11} = 46,24 + 2,67 \cdot 1,682 - 1,54 \cdot 2,83 = 44,38$$

$$Y_9 = 46,24 + 2,67(-1,682) - 1,54 \cdot 2,83 = 35,39$$

$$Y_{10} = 46,24 + 2,67 \cdot 1,682 - 1,54 \cdot 2,83 = 44,38$$

$$\hat{Y}_{11} = 46,24 - 6,6 \cdot (-1,682) + 0,23 \cdot 2,83 = 57,99$$

$$\hat{Y}_{12} = 46,24 - 6,6 \cdot 1,682 + 0,23 \cdot 2,83 = 35,79$$

$$\hat{Y}_{13} = 46,24 - 4,67 \cdot (-1,682) + 3,29 \cdot 2,83 = 63,5$$

$$\hat{Y}_{14} = 46,24 - 8,05 + 9,21 = 45,08$$

$$\hat{Y}_{15} = 46,24$$

$$\hat{Y}_{16} = 46,24$$

$$\hat{Y}_{17} = 46,24$$

$$\hat{Y}_{18} = 46,24$$

$$\hat{Y}_{19} = 46,24$$

$$\hat{Y}_{20} = 46,24$$

Таблиця 1.20

Номер дослід, N	$\bar{Y}_{iu}$	$\hat{Y}_u$	$Y_{iu} - \hat{Y}_u$	$(Y_{iu} - \hat{Y}_u)^2$	$Y_{0i} - \hat{Y}_0$	$(Y_{0i} - \hat{Y}_0)^2$
1	57	56,06	+0,94	0,88	-	-
2	61,25	59,24	+2,01	4,04	-	-
3	42,2	41,1	+1,1	1,21	-	-
4	54,5	56,56	-2,06	4,25	-	-
5	56	53,64	+2,34	5,47	-	-
6	51	53,64	-2,64	6,95	-	-
7	31	32,36	-1,36	1,77	-	-

Продовження табл. 1.20

Номер досліда, N	$\bar{Y}_m$	$\hat{Y}_u$	$Y_m - \hat{Y}_u$	$(Y_m - \hat{Y}_u)^2$	$Y_{0i} - Y_0$	$(Y_{0i} - Y_0)^2$
9	35,5	35,39	+0,11	0,0121	-	-
10	45	44,38	+0,62	0,384	-	-
11	56	57,99	-1,99	3,26	-	-
12	37	35,79	+1,21	1,46	-	-
13	61	63,5	-2,5	6,25	-	-
14	45,25	45,08	+0,17	0,0389	-	-
15	45	46,24	-1,24	1,54	-1,24	1,54
16	44	46,24	-2,24	5,02	-2,24	5,02
17	47,5	46,24	+1,26	1,58	+1,26	1,58
18	45	46,24	-1,24	1,54	-1,24	1,54
19	47	46,24	+0,76	0,577	+0,76	0,577
20	47,5	46,24	+1,26	1,58	+1,26	1,58
			$\sum_1^{20} = 48,87$		$\sum_1^6 = 11,84$	

### 3. Перевірка адекватності рівняння.

#### а) визначення дисперсії адекватності $S_{ад}^2$ .

Якщо досліди дублюються тільки в нульовій точці, то дисперсію адекватності можна визначити по формулі:

$$S_{ад}^2 = \frac{\sum_1^N (Y_m - \bar{Y})^2 - \sum_1^{n_0} (Y_{0i} - \bar{Y}_0)^2}{N - \lambda - (n_0 - 1)}, \quad (1.46)$$

де,  $Y_m$  - результати окремих дослідів, включаючи і повторення в нульовій точці;

$\lambda$  - число коефіцієнтів рівняння.

При  $d = 2$  і  $k = 3$

$$\lambda = \frac{(k+2)(k+1)}{2 \cdot 1} = \frac{(3+2)(3+1)}{2 \cdot 1} = 10$$

тоді  $S_{\text{ад}}^2 = \frac{48,87 - 11,84}{20 - 10 - 5} = 7,4$

б) визначення дисперсії відтворюваності.

Якщо досліди дублюються тільки в нульовій точці, то дисперсію відтворюваності можна визначити по формулі:

$$S_{\{y\}}^2 = \frac{\sum_1^{n_0} (Y_{0i} - \bar{Y}_0)^2}{n_0 - 1} = \frac{11,84}{5} = 2,36$$

в) розрахункове значення критерія Фішера:

$$F_{\text{розрах}} = \frac{S_{\text{ад}}}{S_{\{y\}}^2} = \frac{7,4}{2,36} = 3,13$$

При числі ступеней вільності  $f_{\text{ад}}$  для більшої дисперсії –  $S_{\text{ад}}^2$  рівному 5 і числі ступеней вільності для меншої дисперсії –  $S_{\{y\}}^2$  рівному 5, табличне значення критерія Фішера рівно 5,05 [4, с. 257]. Так як  $F_{\text{табл.}} > F_{\text{розрах.}}$ , то з 95% довірчою ймовірністю можна зробити висновок, що рівняння  $Y = 46,24 + 2,67X_1 - 6,6X_2 - 4,67X_3 + 2,67X_1 \cdot X_2 - 1,64X_1 \cdot X_3 - 1,84X_2 \cdot X_3 - 1,54X_1^2 + 3,29X_3^2$  можна вважати адекватним. *ув адекватним*

### 1.2.5. Перетворення рівняння регресії з переходом до іменованих величин

З допомогою співвідношень:

$$X_1 = \frac{C_1 - 20}{10}; X_2 = \frac{C_2 - 40}{20}; X_3 = \frac{B - 3}{2},$$

де  $C_1$  – вміст пластифікатора в епоксидному компаунді, м.ч.;

$C_2$  – вміст наповнювача, м.ч.;

$B$  – масове співвідношення бентоніт/слюда.

Перетворимо рівняння регресії з переходом до іменованих величин.

4. Для знаходження коефіцієнтів  $v_{11}$ ,  $v_{22}$ ,  $v_{33}$  знаходимо наступне характеристичне рівняння:

$$\varphi(v) = \begin{vmatrix} v_{11}^{-v} & 1/2B_{12} & 1/2B_{13} \\ 1/2B_{21} & B_{22-v} & 1/2B_{23} \\ 1/2B_{31} & 1/2B_{32} & v_{33}^{-v} \end{vmatrix} = 0$$

Підставляючи значення коефіцієнтів, знаходимо:

$$\varphi(v) = \begin{vmatrix} -1,54-v & 1,36 & -0,82 \\ 1,36 & -v & -0,92 \\ -0,82 & -0,92 & 3,29-v \end{vmatrix} = v^3 - 1,75v^2 - 8,44v + 2,28 = 0$$

Дане кубічне рівняння розраховуємо за способом визначення наближеного значення найменшого і найбільшого за абсолютною величиною кореня алгебраїчного рівняння. Одержуємо значення коренів:

$$v_{11} = +3,81; \quad v_{22} = 0,256; \quad v_{33} = -2,316;$$

В підсумку отримуємо наступне канонічне рівняння:

$$Y - 19,34 = 3,81X_1^2 + 0,256X_2^2 - 2,316X_3^2, \quad (1.49)$$

яке показує, що поверхність відгуку має вигляд двосмугових гіперболоїдів.

### 1.2.7. Побудова пертинів поверхності відгуку

Знання двомірних перетинів поверхності відгуку дає можливість одержати наочне уявлення про закономірності зміни критерія

оптимізації при варіюванні факторів, полегшують інтерпретацію результатів експеримента. Для побудови двомірних перетинів поверхності відгуку використовують адекватні математичні моделі об'єкта досліджень. Побудуємо перетин для випадку  $X_3=0$  (вагове співвідношення бентоніт/сляда = 3:1) і досліджуємо його з допомогою теорії інваріантів. (рис. 1.1.).

Одержуємо три рівняння з трьома невідомими:

$$-3,08X_1 + 2,72X_2 - 1,64X_3 = -2,67$$

$$2,72X_1 - 1,84X_3 = 6,6$$

$$-1,64X_1 - 1,84X_2 + 6,58X_3 = 4,67$$

Визначник системи  $\Delta$ :

$$\Delta = \begin{vmatrix} -3,08 & 2,72 & -1,64 \\ 2,72 & 0 & -1,84 \\ -1,64 & -1,84 & 6,58 \end{vmatrix} = -22,3$$

$$\Delta X_1 = \begin{vmatrix} -2,67 & 2,72 & -1,64 \\ 6,6 & 0 & -1,84 \\ 4,67 & -1,84 & 6,58 \end{vmatrix} = -112,72$$

$$\Delta X_2 = \begin{vmatrix} -3,08 & -2,67 & -1,64 \\ 2,72 & 6,6 & -1,84 \\ -1,64 & 4,67 & 6,58 \end{vmatrix} = -158,65$$

$$\Delta X_3 = \begin{vmatrix} -3,08 & 2,72 & -2,67 \\ 2,72 & 0 & 6,6 \\ -1,64 & -1,84 & 4,67 \end{vmatrix} = -88,15$$

$$X_{1s} = \frac{\Delta X_1}{\Delta} = \frac{-112,72}{-22,3} = 5,05$$

$$X_{2s} = \frac{\Delta X_2}{\Delta} = \frac{-158,65}{-22,3} = 7,1$$

$$X_{3s} = \frac{\Delta X_3}{\Delta} = \frac{-88,15}{-22,3} = 3,95$$

2. Підставивши знайдені значення координат нового центра в рівнянні регресії, одержим значення критерія оптимізації в новому центрі  $Y_s$ .

$$Y_s = 46,24 + 2,72 \cdot 5,05 - 6,6 \cdot 7,1 - 4,67 \cdot 3,95 + 2,72 \cdot 5,05 \cdot 7,1 - 1,64 \cdot 5,05 \cdot 3,95 - 1,84 \cdot 7,1 \cdot 3,95 - 1,54 \cdot 5,05^2 + 3,29 \cdot 3,95^2 = 19,34$$

3. Після переносу центра в точку S рівняння приймає вигляд:

$$Y = 19,34 + 2,72X_1X_2 - 1,64X_1X_3 - 1,84X_2X_3 - 1,54X_1^2 + 3,29X_3^2 \quad (1.48)$$

Три функції:

$$I_2 = \begin{vmatrix} B_{11} & 1/2B_{12} \\ 1/2B_{21} & B_{22} \end{vmatrix}$$

$$K_3 = \begin{vmatrix} B_{11} & 1/2B_{12} & 1/2B_1 \\ 1/2B_{21} & B_{22} & 1/2B_2 \\ 1/2B_1 & 1/2B_2 & B_0 \end{vmatrix}$$

$I_1 = v_{11} + v_{22}$  являються інваріантами цілої раціональної функції.

1) підставляючи значення  $x_3 = 0$  в рівнянні поверхні відгуку, одержуємо наступне рівняння:

$$Y = 46,24 + 2,67X_1 - 6,6X_2 + 2,72X_1X_2 - 1,54X_1^2 \quad (1.49)$$

2)

$$I_2 = \begin{vmatrix} -1,54 & 1,36 \\ 1,36 & 0 \end{vmatrix} = -1,87; \quad I_1 = -1,54 + 0 = -1,54$$

$$K_3 = \begin{vmatrix} -1,54 & 1,36 & 1,335 \\ 1,36 & 0 & -3,3 \\ 1,335 & -3,3 & 46,24 \end{vmatrix} = -81,65$$

3) при  $I_2 < 0$  і  $K_3 \neq 0$  рівняння описує гіперболу, а її канонічне рівняння має вигляд:

$$\lambda_1 x_1^2 + \lambda_2 x_2^2 + K_3 / I_2 = 0,$$

де,  $\lambda_1$  і  $\lambda_2$  - корені характеристичного рівняння, причому  $\lambda_1$  має той знак, що і  $K_3$ .

4) характеристичне рівняння

$$\begin{vmatrix} B_{11}^{-\lambda} & 1/2B_{12} \\ 1/2B_{21} & B_{22}^{-\lambda} \end{vmatrix} = 0 \quad (1.50)$$

або  $\lambda^2 + 1,54\lambda - 1,87 = 0$

корені характеристичного рівняння рівні:  $\lambda_1 = -2,29$   
 $\lambda_2 = +0,85$

5) канонічне рівняння гіперболи

$$-2,29X_1^2 + 0,85X_2^2 + 43,7 = 0 \quad (1.51)$$

6) координати нового центра S знаходимо із системи:

$$\begin{cases} B_{11}x_1 + 1/2 B_{12}x_2 + 1/2 B_1 = 0 \\ 1/2 B_{21}x_1 + B_{22}x_2 + 1/2 B_2 = 0 \end{cases}$$

Якщо  $I_2 \neq 0$ , то система має єдиний розв'язок.

$$-1,54x_1 + 1,36x_2 + 1,335 = 0;$$

$$1,36x_1 - 3,3 = 0;$$

звідси  $x_{1s} = 2,426$ ;

$$x_{2s} = 1,765.$$

7) кутовий коефіцієнт відносно осі гіперболи

$$k = \operatorname{tg} \alpha = \frac{-B_{11}}{1/2 B_{12}};$$

$$k = \operatorname{tg} \alpha = \frac{-2,29 + 1,54}{1,36} = -0,551;$$

$$\alpha = 151^\circ$$

8) канонічне рівняння гіперболи

$-2,29x_1^2 + 0,85x_2^2 = Y - 43,7$ , використовуємо для побудови ліній рівних значень відгуку, які мають вигляд гіпербол. Точки ліній рівних значень відгуку знаходимо з допомогою рівняння гіперболи в стандартній формі:

$$-\frac{x_1^2}{a^2} + \frac{x_2^2}{b^2} = 1$$



Результати обчислень занесені в табл. 1.21. Точка Б називають „сідлом” або „мінімаксом”. В роботі 1 рекомендується „виповзати” із „мінімакса”, впливаючи уздовж позитивного напрямку одної із осі. Робимо вивчення перетину поверхності відгуку в напрямку осі  $x_2$ , так як нас цікавить мінімум. Аналіз двохмірного перетину поверхності відгуку при  $x_3=0$  показує,

що якщо вміст пластифікатора в компаунді варіювати в межах від 5 до 25 м.ч. на 100 м.ч. епоксидної смоли, то для одержання мінімальних величин деформації необхідно вводити від 100 до 180 м.ч. наповнювача на 100 м.ч. епоксидної смоли. Але з практичної точки зору такий вміст наповнювача недоцільний із-за високої в'язкості епоксидного компаунда

Таблиця 1.21

У	У-У <sub>с</sub>	ось X <sub>1</sub>		ось X <sub>2</sub>	
		а <sup>2</sup>	а	в <sup>2</sup>	в
55	+11,3	4,934	2,22	13,294	3,650
50	+6,3	2,751	1,66	7,412	2,723
45	+1,3	0,568	0,754	1,592	1,235
40	-3,7	1,616	1,27	4,353	2,086
35	-8,7	3,799	1,95	10,235	3,2
30	-13,7	5,983	2,445	16,118	4,015
25	-18,7	8,166	2,86	22,0	4,7
20	-23,7	10,349	3,22	27,88	5,28
15	-28,7	12,533	3,54	33,765	5,81
10	-33,7	14,716	3,834	39,647	6,3
5	-38,7	16,9	4,11	45,53	6,75

2. В'язкість епоксидного компаунда різко зростає, якщо вміст наповнювача в ньому перевищує 60 м.ч. на 100 м.ч. ЕД-20. Компаунд стає непридатним для заливки. Побачимо, наприклад, які величини деформації одержимо теоретично при вмісті наповнювача в компаунді

40 в.ч. Для цього будемо перетин  $X_2=0$  (вміст наповнювача 40 м.ч. на 100 м.ч. ЕД-20). Перетин побудуємо з допомогою метода [7, с.339]. в рівнянні поверхності відгуку підставляємо значення  $x_2=0$ , одержимо рівняння другого степеня з двома невідомими:

$$Y = 46,24 + 2,67X_1 - 4,67X_3 - 1,64X_1X_3 - 1,54X_1^2 + 3,29X_3^2 \quad (1.51)$$

2) визначимо координати нового центру S Для цього знайдемо часткові похідні і

$$\begin{cases} \frac{\partial y}{\partial x_1} = 2,67 - 1,64X_3 - 3,08X_1 = 0 \\ \frac{\partial y}{\partial x_3} = -4,67 - 1,64X_1 + 6,58X_3 = 0 \end{cases}$$

прирівняємо їх до нуля:

Розв'язання системи рівняння дає можливість знайти координати нового центру S:

$$X_{1S} = +0,431; X_{3S} = +0,82$$

$$X_{1S} = +0,431; X_{3S} = +0,82$$

- 1) підставляємо значення  $X_{1S}$  і  $X_{3S}$  в рівняння регресії, знаходимо значення критерія оптимізації в новому центрі:  $Y_S = 44,89$
- 2) після переносу початку координат в новий центр рівняння набуває наступного вигляду:

$$Y = 44,89 - 1,64X_1X_3 - 1,54X_1^2 + 3,29X_3^2 \quad (1.52)$$

- 5) кут повороту осей визначимо із співвідношення:

$$\operatorname{ctg} 2\alpha = \frac{B_{11} - B_{33}}{B_{13}} = \frac{-1,54 - 3,29}{-1,64} = +2,94$$

Звідси одержуємо

Позит

- 3) визначимо коефіцієнти рівняння регресії в канонічній формі з допомогою наступних рівнянь:

$$B_{11} = B_{11} \cos^2 \alpha + B_{13} \sin \alpha \cdot \cos \alpha + B_{33} \sin^2 \alpha$$

Аналіз двохмірного перетину поверхності відгуку показує, що для руху до оптимуму необхідно збільшити вміст пластифікатора в епоксидному компаунді, в той же час масове співвідношення компонентів наповнювача можна варіювати в широких межах. Але так як в роботі було накладено обмеження, а саме: вміст пластифікатора в епоксидному компаунді не повинний перевищувати 30 м.ч., то мінімальні деформації, які можуть бути передбачені

$$\text{Т.ч. } \frac{\text{бентоніт, м.ч.}}{\text{слюда, м.ч.}} = 5,7.$$

### 1.3. Застосування метода симплекс-планування для пошуку оптимального складу епоксидного компаунду без обмеження за в'язкістю

Після одержання адекватної моделі прийнята стратегія руху в оптимальну область з допомогою метода послідовного симплекс-планування. Симплекс-планування відноситься до числа безградієнтних методів пошуку

теоретично рівні 45 од. деформації, при проведенні дослідів на тензодатчиках типу 2ПКП-20-100ГБ. Наприклад, якщо ми візьмемо криву рівних значень відгуку, відповідну 45 од. деформації, то при вмісті пластифікатора в епоксидному компаунді в кількості 20 м.ч. на 100 м.ч. ЕД- 20, вагове співвідношення компонентів наповнювача повинно бути приблизно 5,7:1

оптимума в багатовимірному просторі. На відміну від градієнтних методів, він не потребує обчислень похідних функцій цілі, а тому пов'язаний з дуже простими розрахунками при виборі напрямлення руху - з кроковим рухом до оптимуму, при цьому для кожного кроку визначається тільки одне значення функції цілі (незалежно від числа факторів) [4, с.191]. Стратегія симплекс-планування може бути сформульована в таких простих правилах [1,с.

179]:

1. Одержані значення функції цілі в точках, що утворили симплекс  $S_0$ . Доповніть цей симплекс новим симплексом  $S_p$ , замінивши точку  $v_p$ ,

відповідно точці  $U_p$ , точкою  $v_p^*$ ;

2. Якщо результати застосування правила 1 приводять до того, що система симплексів починає обертатися навколо деякого найбільш високого значення (можливо обумовленого значення), то після  $K+1$  дослідів необхідно

3. Якщо значення  $U_p$  було найменшим в симплексі  $S_0$ , а значення  $U^*$  виявилось найменшим в симплексі  $S_p$ , то необхідно припинити застосовувати правило 1 і вернутися до симплексу  $S_0$ . Далі треба рухатися із симплекса  $S_0$ , відкинувши друге найменше значення, яке одночасно є і другим найменшим значенням для симплекса  $S_p$ . З допомогою матриці [4, с. 193] були визначені координати вершин вихідного симплекса. Дані занесені в табл. 1.22.

$$B_{33} = B_{11} \sin^2 \alpha - B_{13} \sin \alpha \cdot \cos \alpha + B_{33} \cos^2 \alpha \quad (1.54)$$

$$B_{13} = 2(B_{33} - B_{11}) \sin \alpha \cdot \cos \alpha + B_{13} (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) = 0 \quad (1.55)$$

$$B_{11} = -1,54 \cdot 0,972 - 1,64 \cdot 0,165 + 3,29 \cdot 0,038 = -1,675$$

$$B_{33} = -1,54 \cdot 0,028 + 1,64 \cdot 0,165 + 3,29 \cdot 0,972 = 3,422$$

$$B_{13} = 2(3,29 + 1,54) \cdot 0,165 - 1,64(0,972 - 0,028) = 0$$

4) одержуємо канонічне рівняння гіперболи:

$$-44,89 = -1,675X_1^2 + 3,422X_3^2 \quad (1.55.)$$

Одержане рівняння використовують для побудови ліній рівних значенню відгуку, які мають вигляд гіпербол. Точки кривих знаходимо з допомогою рівняння гіперболи в стандартній формі:

$$-\frac{X_1^2}{a^2} + \frac{X_3^2}{b^2} = 1$$

Результати обчислень наведені в таблиці 1.22.

Таблиця 1.22

У	У-У <sub>s</sub>	ось X <sub>1</sub>		ось X <sub>3</sub>	
		a <sup>2</sup>	a	b <sup>2</sup>	b
45	+0,11	0,066	0,0245	0,032	0,18
43	-1,89	1,13	1,063	0,553	0,743
40	-4,89	2,92	1,71	1,43	1,2
35	-9,89	5,9	2,44	2,89	1,7
30	-14,89	8,87	2,98	4,35	2,087

припинити застосування правила 1 і повторити дослід, що дає підвищені результати.

Зв'язок кодованих і іменованих значень факторів характеризується наступними співвідношеннями:

$$X_1 = \frac{C_1 - 20}{10}, C_1 = 20 + 10X_1$$

$$X_2 = \frac{C_2 - 40}{20}, C_2 = 40 + 20X_2$$

$$X_3 = \frac{B - 3}{2}, B = 3 + 2X_3$$

Підставляючи значення елементів матриці планування в дані співвідношення знаходимо значення елементів робочої матриці:

$$C_1^{(1)} = 20 + (-0,819 \cdot 10) = 11,81$$

$$C_2^{(1)} = 40 + (-0,472 \cdot 20) = 30,56$$

$$B^{(1)} = 3 + (-0,334 \cdot 2) = 2,332$$

$$C_1^{(2)} = 20 + 0,819 \cdot 10 = 28,19$$

$$C_2^{(2)} = 40 + (-0,472 \cdot 20) = 30,56$$

$$B^{(2)} = 3 + (-0,334 \cdot 2) = 2,332$$

$$C_1^{(3)} = 20 + 0 \cdot 10 = 20$$

$$C_2^{(3)} = 40 + 0,945 \cdot 20 = 59,9$$

$$B^{(3)} = 3 + (-0,334 \cdot 2) = 2,332$$

$$C_1^{(4)} = 20 + 0 \cdot 10 = 20$$

$$C_2^{(4)} = 40 + 0 \cdot 20 = 40$$

$$B^{(4)} = 3 + 1 \cdot 2 = 5$$

Були приготовлені епоксидні компаунди, склад яких відповідав координатам вершин вихідного симплекса.

1-ий склад (перша точка вихідного симплекса):

Епоксидна смола ЕД-20	- 100 м.ч.
Пластифікатор ЕБФ	- 11,81 м.ч.
Бентоніт	- 21,3 м.ч.
Слюда	- 9,2 м.ч.
Затверджувач поліетиленполіамін (ПЕПА)	- 14 м.ч.

2-й склад:		3-й склад:	
ЕД-20	- 100 м.ч.	ЕД-20	- 100 м.ч.
ЕБФ	- 28,19 м.ч.	ЕБФ	- 20 м.ч.
Бентоніт	- 21,3 м.ч.	бентоніт	- 41,9 м.ч.
Слюда	- 9,2 м.ч.	слюда	- 18 м.ч.
ПЕПА	- 14 м.ч.	ПЕПА	- 14 м.ч.
MoS <sub>2</sub>	- 0,7 м.ч.	MoS <sub>2</sub>	- 0,7 м.ч.
4-й склад:			
ЕД-20	- 100 м.ч.		
ЕБФ	- 20 м.ч.		
Бентоніт	- 33,33 м.ч.		
Слюда	- 6,67 м.ч.		
ПЕПА	- 14 м.ч.		
MoS <sub>2</sub>	- 0,7 м.ч.		

**Для порівняння був вибраний компаунд старого покоління ЕЗК - 25**

Епоксидна смола ЕД-5	- 100 м.ч.
Трикрезилфосфат ТКФ	- 20 м.ч.
Кварцевий пісок КП-3	- 40 м.ч.
Слюда	- 20 м.ч.
ПЕПА	- 14 м.ч.

Досліди дублювалися двічі. Одержані експериментальні дані занесені в табл. 1.24.

Потім провели термоциклювання зразків. Режим термоциклювання:

- 70<sup>0</sup>С - 1,5 год.
- +70<sup>0</sup>С - 1,5 год.
- +25<sup>0</sup>С – 1,5 год.

Одержані величини деформації при термоциклюванні наведені в табл. 1.25.

Таблиця 1.24

Вершини вихідного симплекса	Фактори			Величини деформації		
	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	Y <sub>1</sub>	Y <sub>2</sub>	$\bar{Y}$
1	11,81	30,56	2,332	47,5	(1.56.) <sup>5</sup>	46,5
2	28,19	30,56	2,332	52	50	51
3	20	59,9	2,332	34	39	36,5
4	20	40	5	40	42	41
Заводський компаунд						
ЕЗК-5				49	51,5	50,75

Таблиця 1.25

Вершини вихідного симплекса	Деформації (Y)			
	Y <sub>+70</sub> <sup>0</sup>	Y <sub>-70</sub> <sup>0</sup>	Y <sub>+25</sub> <sup>0</sup>	$\sum Y $
1	+16	0	+2	18
2	+28	-7	+6	41
3	24	-2	+3	29
4	24	-1	+1	26

Видно, що точка „2” є „поганою” точкою, тому що в компаунді при затвердінні, а також при термоциклюванні, можуть мати розвиток найбільших деформацій, тому її відкидають і замінюють „доброю” точкою, координати якої знаходимо по формулі:

$$X_{iy}^{(k+2)} = \frac{2}{k} \sum_{i=1}^k X_{iy} - X_{iy}^*$$

ПЕПА - 14 м.ч.

MoS<sub>2</sub> - 0,7 м.ч.

Відкидаємо „погану” 1-шу точку і знаходимо координати „хорошої” точки.

$$C_1^{(3+3)} = \frac{2}{3}(20 + 20 + 6,41) - 11,81 = 19,19$$

$$C_2^{(6)} = \frac{2}{3}(56,54 + 40 + 59,9) - 30,56 = 74$$

$$B^{(6)} = \frac{2}{3}(2,332 + 5 + 4,57) - 2,332 = 3,268$$

Склад епоксидного компаунда в 6-й точці:

ЕД-20 - 100 м.ч.

ЕБФ - 19,19 м.ч.

Бентоніт - 56,8 м.ч.

Слюда - 17,2 м.ч.

ПЕПА - 14 м.ч.

MoS<sub>2</sub> - 0,7 м.ч.

Експериментальні дані наведені в табл. 1.27.

Таблиця 1.27

Симплекс

Вершини симплекса	Фактори			Деформації		
	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	Y <sub>1</sub>	Y <sub>2</sub>	$\bar{Y}$
3	20	59,9	2,332	34	39	36,5
4	20	40	5	40	42	41
5	6,41	56,54	4,57	33	33	33
6	19,19	74	3,268	52,5	53	52,75

Дослід показує, що шоста точка є „поганою” точкою в симплексі S<sub>2</sub>, так як отримана деформація є найбільшою. Повернемося до симплексу S<sub>1</sub> і заберемо із нього „погану” точку - четверту.

Знаходимо координати „хорошої” точки:

$$X_1^{(3+4)} = \frac{2}{3}(11,81 + 20 + 6,41) - 20 = 4,83$$

$$X_2^{(7)} = \frac{2}{3}(30,56 + 59,9 + 56,54) - 40 = 58,05$$

$$X_3^{(7)} = \frac{2}{3}(2,332 + 2,332 + 4,57) - 5 = 1,826$$

Склад епоксидного компаунда в 7-й точці:

ЕД-20	- 100 м.ч.
ЕБФ	- 4,83 м.ч.
Бентоніт	- 37,55 м.ч.
Слюда	- 20,5 м.ч.
ПЕПА	- 14 м.ч.
MoS <sub>2</sub>	- 0,7 м.ч.

Із дослідних даних видно, що деформації, які при затвердінні епоксидного компаунда, відповідного 7-й точці (компаунд №7), майже такі самі, як і у епоксидного компаунда, відповідного 5-й точці (компаунд №5). Але в'язкість компаунда №7 набагато більша, чим в'язкість компаунда №5.

Таблиця 1.28.

### Симплекс

Вершини симплекса	Фактори			деформації		
	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	Y <sub>1</sub>	Y <sub>2</sub>	$\bar{Y}$
1	11,81	30,56	2,332	47,5	45,5	46,5
3	20	59,9	2,332	34	39	36,5
5	6,41	56,54	4,57	33	33	33
7	4,83	58,05	1,83	32	33	32,5

Здійснюємо подальший рух в факторному просторі. Для цього відкинемо першу точку і обчислимо координати нової – восьмої точки:

$$X_1^{(3+5)} = \frac{2}{3}(20 + 6,41 + 4,83) - 11,81 = 9,03$$

$$X_2^{(8)} = \frac{2}{3}(58,05 + 56,54 + 59,9) - 30,56 = 85,82$$



## Склад компаунда в восьмій точці:

ЕД-20	- 100 м.ч.
ЕБФ	- 9,03 м.ч.
Бентоніт	- 65,42 м.ч.
Слюда	- 20,4 м.ч.
ПЕПА	- 14 м.ч.
MoS <sub>2</sub>	- 0,7 м.ч.

В'язкість компаунда №8 дуже велика. Компаунд не вдалося залити в комірки для одержання експериментальних даних. Тому деформації, в процесі затвердіння компаунда №8 невідомі.

Таким чином, можна зробити висновок, що руху в факторному просторі заважає велика в'язкість епоксидних компаундів. Найбільш

прийнятний епоксидний компаунд відповідає 5-й точці. Компаунд №5 характеризується тим, що має майже таку в'язкість як і заводський компаунд ЕЗК-25, а деформації, розвинуті в процесі його затвердіння в 1,5 раза менші, чим у ЕЗК-25 при проведенні експеримента на тензодатчиках типу 2ПКП-20- 100ГБ. Оптимізованому складу привласнено найменування ЕБС-5:

ЕД-20	- 100 м.ч.
ЕБФ	- 6,41 м.ч.
Бентоніт	- 46,34 м.ч.
Слюда	- 10,15 м.ч.
ПЕПА	- 14 м.ч.
MoS <sub>2</sub>	- 0,7 м.ч.

#### 1.4. Застосування метода симплекс-планування для пошуку оптимального складу епоксидного компаунда з обмеженням за в'язкістю

Розроблений компаунд ЕБС-5 володіє порівняно з ЕЗК-25 підвищеною в'язкістю. Тому недивлячись на малі величини деформації компаунд ЕБС-5 менш технологічний, ніж ЕЗК-25, і, по всій ймовірності, його застосування обмежене модулями з дуже чутливими до деформації елементами. Завдання пошуку складу компаунда ЕБС, що володіє при 35-45°C близької до ЕЗК-25 в'язкістю, нами розв'язувалась з допомогою метода симплекс-планування компромісна задача: „Знайти склад

компаунда ЕБС, що володіє мінімальними деформаціями: остаточною при +25°C після полімеризації, остаточною при +25°C після термоциклізації, при +70°C і -70°C при термоударах, при накладеному обмеженні за в'язкістю не більш 50 хв при 45°C по віскозиметру ВЗ-4». При пошуку оптимального складу застосований комплексний критерій, що враховує всі частинні критерії. В якості критерія

вибрана узагальнена функція бажаності  $B$ , що представляє собою середню геометричну бажаностей окремих частинних критеріїв  $c_1$  Як  $\Phi$  так і  $B$  можуть застосовувати значення від 0 до 1. Для складу, якість якого визначається показниками узагальненої функції бажаності представляє собою середню геометричну бажаностей окремих частинних критеріїв:

$$D = \sqrt[n]{d_1 \cdot d_2 \cdot d_3 \dots d_n} \quad (1.57.)$$

Формула для частинної бажаності кожного індивідуального показника має вигляд:

$$d_i = \exp[-\exp(y'_i)] \quad (1.58.)$$

Для одержання функції бажаності необхідно перевести в безрозмірну шкалу  $U$  всі виміряні показники властивостей

$Y'$  - рівномірна і безрозмірна шкала;

$U_i$  - рівномірні і нерівномірні шкали.

$$Y' = a_0 + a_1 Y_i \text{ – для рівномірної шкали} \quad (1.59.)$$

$$Y' = a_0 + a_1 Y_i + a_2 Y_i^2 \text{ – для нерівномірної шкали} \quad (1.60.)$$

Таблиця 1.28

## Список факторів

Найменування факторів	Позначення факторів	Нульовий рівень факторів	Інтервал варіювання факторів
Вміст пластифікатора ЕБФ, С <sub>1</sub> , м.ч.	X <sub>1</sub>	20	8
Вміст наповнювача, С <sub>2</sub> , м.ч.	X <sub>2</sub>	40	20
Об'ємне співвідношення бентоніт/сляда, В	X <sub>3</sub>	3	2

На рис. 1.4. показано шкали  $Y$ ,  $Y'$ , ( $i$ ). Шкала вимірних значень  $Y_i$  перелічена в безрозмірну шкалу  $Y'$ . Коефіцієнти  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  в рівняннях (1.59, 1.60) обчислені по трьом базовим точкам на шкалі бажаності.

Подальша методика планування і проведення експеримента викладена вище.

$$X_1 = \frac{C_1 - 20}{8}$$

$$C_1 = 20 + 8X_1$$

$$X_2 = \frac{C_2 - 40}{20}$$

$$C_2 = 40 + 20X_2$$

$$X_3 = \frac{B - 3}{2}$$

$$B = 3 + 2X_3$$

Зв'язок кодovаних і іменованих значень факторів характеризується наступними співвідношеннями:

Датчик - ПКБ-10-100. Режим затвердіння: 40 хв при +25°C від моменту введення затверджувана +2 год при +70°C +1,5 год при +25°C.

Пластифікатор ЕБФ (ЕКФ)	$C_1$
Поліетиленполіамін	- 14 м.ч.
Молибденіт високої чистоти	
МВЧ-1	- 1 м.ч.
Бентоніт	
Слюда	$C_2$ в співвідношенні до В

Режим термоударів: +70°C 2год; -70°C 2год; +25°C 1,5 год.

Компаунд: епоксидна смола ЕД-20

Робоча матриця і результати експеримента приведені в табл. 1.29.

Розрахунок п'ятої точки провадили при відкиданні „поганої” другої точки. Одержавши дані експеримента в п'ятій точці прийняли розв'язок в якості „поганої” точки вважати четверту. Таким чином, очевидний симплекс мав вершини в точках 1, 3, 5, 6. При цьому виявилось, що в точці 6 компаунд володіє підвищеною в'язкістю (табл.1.30). В зв'язку з цим вирішили повернутися до симплексу з вершинами в точках 1, 3, 5, 4. Послідовно відкидали прийняті за „погані” точки 3 і 1, замінюючи

їх точками 7 і 8. Однак значення критерія оптимізації в нових точках виявилися нижчими, чим у відкинутих „поганих” точках (табл.1.30). Далі прийняли вирішити припинити подальший рух симплекса і, прийняв за нульовий рівень точку 5, зменшити крок варіювання факторів (табл.1.30).

Таблиця 1.29

№ дос-віда	Робоча матриця					Величина деформації, відн.од.						В'язкість, при 45°C по ВЗ-4, хв.	Д
						остаточна, +25°			термоудари				
	$C_1$ , м.ч.	$C_2$ , м.ч.	В	Бен-тоніт, м.ч.	Слюда, м.ч.	$\epsilon_1$	$\epsilon_2$	$\epsilon_{\text{ср}}$	$\epsilon_{+70}$	$\epsilon_{-70}$	$\epsilon_{+25}$		
1.	13,47	30,56	2,34	27	3,6	40	41	+40,5	-29	+25	-1	12	0,75
2.	26,5	30,56	2,34	27	3,6	44	40	+42	-38	+34	-1	9	0,63
3.	20	58,88	2,34	52	6,9	50	47	+48,5	-30	+24	0	25	0,73
4.	20	40	5,0	37,56	2,35	52	45	+48,5	-33	+28	+1	11	0,66
5.	9,3	55,44	4,1	51,5	3,93	36	37	+36,5	-22	+22	-1	33	0,91
6.	6,04	50,72	3,77	46,9	3,8	41	36	38,5	-25	+28	-3	31	0,73
7.	12,56	50,72	3,77	46,9	3,8	46	46	46	-28	+20	-2	20	0,71
8.	9,3	64,88	3,77	59,88	5,0	44	42	43	-20	+18	+1	55	0,82
9.	9,3	55,44	5,1	52,24	3,2	39	40	39,5	-23	+18	0	33	0,87
10.	9,3	40,24	4,68	37,7	2,5							-	-
11.	4,0	64,3	4,2	59,8	4,5							>100	-
12.	14,7	63,28	4,63	59,28	4,0	45	47	46	-27	+31	+1	42	0,68

Вершини нового вихідного симплекса при зменшенні кроку 6, 7, 8, 9. По результатам експерименту точка 7 являється „поганою”. Відкинувши точку 7, будемо новий симплекс з вершинами 6, 8, 9, 10. При розрахунку величин факторів виявилось, що вміст наповнювача в точці 10 близько до вмісту наповнювача в точці 9 при однаковому вмісті пластифікатора, тому заздалегідь можна сказати, що точка 10 являється „поганою”. Побудували симплекс з вершинами 7, 8, 9, 11. Розрахунок складу в точці 11 показав, що він має в'язкість > 100 хв при 45 хв. Провели розрахунок складу нової точки 12 для симплекса 6, 7, 9, 12. При цьому показалося, що величина узагальненого критерія оптимізації нижча, чим у симплекса 6, 7, 8, 9. Так як по складу компаунд в точці 9 близький до складу в точці 5, а величина  $D$  в точці 5 більша, чим в точці 9, в зв'язку з цим симплекс планування припинили і за точку, близьку до області

#### Склад компаунда ЕБС-5М:

Епоксидна смола ЕД-20	- 100 м.ч.
Поліетиленполіамін	- 14 м.ч.
Пластифікатор ЕБФ (або ЕКФ)	- 9,3 м.ч.
Бентоніт	- 51,5 м.ч.
Слюда	- 3,9 м.ч.
Молибденіт високої чистоти МВЧ-1	- 1,0 м.ч.

оптимума прийнята точка 5. Новому компаунду присвоєно індекс ЕБС-5М (компаунд дуже близький по складу і властивостям до ЕБС-5, але володіє значно меншою в'язкістю).

Таблиця 1.30.

Список факторів на новому кроці варіювання

Найменування факторів	Позначення факторів	Нульовий рівень факторів	Інтервал варіювання факторів
Вміст пластифікатора, ЕБФ, $C_1$ , м.ч.	$X_1$	9,3	4
Вміст наповнювача, $C_2$ , м.ч.	$X_2$	55,44	10
Об'ємне співвідношення бентоніт/слюда, $B$	$X_3$	4,1	1

#### ВИСНОВКИ

1. Встановлено, що на основі проведених експериментів нелегко встановити переваги якого-небудь пластифікатора або наповнювача, так як кожна система пластифікатор-наповнювач при реалізації суміжного плану знаходилася в різних умовах. В якості основних об'єктів дослідження розглянуті пластифікатор - ЕКФ і

наповнювач - природні алюмосилікати (бентоніт і слюда).

2. З допомогою ротатабельного планування другого порядку було поставлено експеримент і знайдено числові значення критерія оптимізації. Експериментальні дані використовували для визначення коефіцієнтів рівняння регресії. В результаті встановили, що з 95 % довірчою ймовірністю рівняння вважається адекватним.

3. Під час дослідження метода симплекс-планування для пошуку оптимального складу епоксидного компаунда без обмеження за в'язкістю встановили, що руху в факторному просторі заважає велика в'язкість епоксидних компаундів. Найбільш прийнятний епоксидний компаунд відповідає 5-й точці. Отже, оптимізованому складу привласнено найменування ЕБС-5.

4. Завдання пошуку складу компаунда ЕБС, що володіє при 35-45°C близької до ЕЗК-25 в'язкістю, нами розв'язувалась з допомогою метода симплекс-планування компромісна задача і було встановлено, що за точку, близьку до області оптимума прийнята точка 5.

5. Новому компаунду присвоєно індекс ЕБС-5М (компаунд дуже близький по складу і властивостям до ЕБС-5, але володіє значно меншою в'язкістю).

### СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Адлер Ю.П., Маркова Е.В., Грановський Ю.В. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. - М.: Наука, 1976. - 280 с.
2. Ахназарова С.Л., Кафаров В.В. Оптимизация эксперимента в химии и химической технологии. - М.: Высш. шк., 1978. - 320 с.
3. Бендат Дж.С., Пирсол А.Г. Измерение и анализ случайных процессов /Пер. с англ. Г.В. Матушевского, В.Е. Привальского/ Под ред. И.Н. Коваленко. - М.: Мир, 1971. - 408 с.
4. Боднар А.Г., Статюха Г.А. Планирование эксперимента в химической технологии. - К.: Вища школа, 1976. - 220 с.
5. Бондарь А.Г. и др. Исследование влияния технологических параметров на свойств алломофосфатного вяжущего методом полного факторного эксперимента. Журнал «Реферативная информация», секция химической технологии, вып. 15, 1974.
6. Горский В.Г., Адлер Ю.П. Планирование промышленных экспериментов (модели статики). - М.: Металлургия, 1974. - 264 с.
7. Горский В.Г., Адлер Ю.П., Талалай А.М. Планирование промышленных экспериментов (модели динамики). - М.: Металлургия, 1974. - 112 с.
8. Дэниел К. Применение статистики в промышленном эксперименте /Пер. с англ. под ред. Э.К. Лецкого. - М.: Мир, 1979. - 301 с.
9. Жлуктенко В.І., Наконечний С.І., Савіна С.С. Теорія ймовірностей і математична статистика: у 2-х ч. - 4.2. Математична статистика. — К.: Київ, нац. екон. ун-т, 2001. - 336 с.
10. Жоров Ю.М. Моделирование физико-химических процессов нефтепереработки и нефтехимии. - М.: Химия, 1978. - 376с.
11. Зажигаев Л.С., Кишьян А.А., Романиков Ю.И. Методы планирования и обработки результатов физического эксперимента. - М.: Атомиздат, 1978. -
12. Іванюта І.Д., Рибалко В.І., Рудоміно-Дусятська І.А. Елементи теорії ймовірностей та математичної статистики. - К.: Слово, 2003. - 272с.
13. Касандрова О.Н., Лебедев В.В. Обработка результатов наблюдений. - М.: Наука, 1970. - 104 с.
14. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров /Пер. с англ. И.Г. Арамановича, А.М. Березмана, И.А. Вайнштейна и др.; под общ. ред. И.Г. Арамановича. - М.: Наука, 1978. - 832с.
15. Круг Г.К. Математическое описание и оптимизация многофакторных процессов. - Труды МЭИ, 1966.
16. Маркова Е.В., Рохваргер А.Е. Математическое планирование химического эксперимента. - М.: Знание, 1971. - 32 с.
17. Маркова Е.В., Руководство по применению латинских планов при планировании эксперимента с качественными факторами. - Челябинск: УралНИИИстромпроект, 1971. — 156 с.
18. Моденов П.С. Аналитическая геометрия. - М.: Высшая школа, 1969.
19. Налимов В.В., Чернова Н.А. Статистические методы планирования экстремальных экспериментов. - М.: Наука, 1965. - 340 с.
20. Нелинейная корреляция и регрессия /С.Н. Воловельская, А.И. Жилин, С.А. Кулищ, В.Б. Сивый. - К.: Техніка, 1971. - 130 с.
21. Планирование эксперимента в исследовании технологических процессов /К. Хартман, Э. Лецкий, В. Шефер и др./ Пер. с нем. Г.А. Фоминой, Н.С. Лецкого; под ред. Э.К. Лецкого. - М.: Мир, 1977. - 552 с.
22. Планирование эксперимента. /Сборник под ред. Г.К. Круга / - М.: Наука, 1966.
23. Румшинский Л.З. Математическая обработка результатов эксперимента. - М.: Наука, 1971.
24. Сигорский В.П. Математический аппарат инженера. - К.: Техніка,

1977.-768 с.

25. Сиренко Г. А. Основы научных исследований: Програма и методические указания для химиков-технологов. - Хмельницкий: Хмельн. технол. ин-т, 1979. - 34 с.
26. Солтис М.М., Закардонський В.П. Теоретичні основи процесів хімічної технології. - Львів: Видави. Центр Львів, нац. ун-ту імені Івана Франка, 2003. - 430 с.
27. Степанов М.Н. Статистическая обработка результатов механических испытаний. - М.: Машиностроение, 1972. - 232 с.
28. Таблицы планов эксперимента для факторных и полиномиальных моделей /В.З. Бродский, Л.И. Бродский, Т.И. Голикова и др. - М.: Металлургия, 1982. - 752 с.
29. Тихомиров В.Б. Планирование и анализ эксперимента. - М.: Легкая индустрия, 1974. - 262 с.
30. Уайлд Д. Дж. Методы поиска экстремума /Пер. с англ. А.Н. Кабалева, Е.П. Маслова, В.Д. Спиридонова; под ред. А.А. Фельдбаума. - М.: Наука, 1967. - 268 с.
31. Федоров В.В. Теория оптимального эксперимента. Планирование регрессионных экспериментов. - М.: Наука, 1971. - 312 с.
32. Хикс Ч. Основные принципы планирования эксперимента /Пер. с англ. - М.: Мир, 1976. - 406 с.
33. Шакалис В.В. Моделирование технологических процессов. - М.: Машиностроение, 1973. - 136 с.
34. Магрунчик Д. М. Розробка захисних епоксидних покриттів з керованими властивостями для лопаток вхідного направляючого апарату авіадвигунів //Автореф. Дисертації на здобуття наукового ступеня к.т.н. за спеціальністю 05.02.01 Матеріалознавство [технічні науки] (13 механічна інженерія)]. – Луцьк: нац.техніч. ун.-т, 2020.
35. Сиренко Г.О., Солтис Л.М., Мартинюк М.І. Технологія отримання та властивості мастильних присадок на основі мідного комплексу аддукту моногліциділових етерів та поліамінів // Фізика і хімія твердого тіла. – 2012. – Т. 13, № 4. – С. 1064-1070.
36. Сиренко Г.О., Мартинюк М.І., Солтис Л.М., Мандзюк І.А. Вплив пластифікаторів на напружений стан епоксидних композитів // Фізика і хімія твердого тіла. – 2016. – Т. 17, № 3. – С. 440-449.
37. Сиренко Г.О., Мартинюк М.І., Солтис Л.М., Мандзюк І.А. Порівняльний аналіз визначення напруженого стану епоксидних компаундів гідростатичною усадкою та тензометричною деформацією // Фізика і хімія твердого тіла. – 2016. – Т.17. – №4. – С.625-629.
38. Sirenko H.O., Soltys L.M., Sulyma I.V., Martyniuk M.I. Methods of Thermochemical and Mechanical Activation of Fillers of Polymer Composite Materials // Physics and Chemistry of Solidstate. – 2017. – Vol.18. - №2. P.249-251.
39. H.O. Sirenko, M.I. Martyniuk, V.P. Svidersky, I.V. Sulym, R.V. Ilnitsky, N.V. Shmaltser M.I. Kretov, A.M. Zavoyko, O.V. Kuzyshyn. Problem of Selection and Properties of Lubricants for Ethelene HighPressure Compressors. 5. Compatibility of Oils with Polyethylene // Physics and Chemistry of Solidstate. – 2017. – Vol. 18, № 4. P.460-466.
40. H.O. Sirenko, M.I. Martyniuk, V.P. Svidersky. Problem of Selection of Lubricants for ethelene High-Pressure Compressors. 1. Statement of a question of Selection of Lubricants for ethelene High-Pressure Compressors. Physics and Chemistry of Solidstate. – 2018. – Vol. 18, № 3.
41. H.O. Sirenko, M.I. Martyniuk, V.P. Svidersky, N.V. Shmaltser, O.V. Kuzyshyn. Problem of Selection of Lubricants for ethelene High-Pressure Compressors. 2. Characteristic of object of investigation. 2018. – Vol. 19, № 4. P.345-351.
42. Мартинюк М.І., Сиренко Г.О., Бойко Л.Я. Епоксидні смоли і композиційні матеріали на їх основі (огляд) // Вісник Прикарп. ун-ту ім. В.Стефаника. Сер. Хімія. – 2014. – Вип. XVIII. – С. 115 – 132.
43. Сиренко Г.О., Мартинюк М.І., Мандзюк І.А. Метод та методологія дослідження деформаційних та пружних властивостей епоксидних композитів під час твердіння та термоударів // Вісник Прикарп. нац. ун-ту ім. В.Стефаника. Сер. Хімія. – 2016. – Вип. XX. – С. 97-112.
44. H.O. Sirenko, M.I. Martyniuk, V.P. Svidersky, N.V. Shmaltser, M.I. Kretov, A.M. Zavoyko, O.V. Kuzyshyn. Problem of Selection of Lubricants for ethelene High-Pressure Compressors. Вісник Прикарп. ун-ту ім. В.Стефаника. Сер. Хімія. – 2017. – Вип. XXI. – С. 4 – 43.
45. H.O. Sirenko, M.I. Martyniuk, V.I. Kyrychenko, N.V. Shmaltser, V.M. Kyrychenko, O.V. Kuzyshyn, L.Ya. Midak. Wear Ability of Metal Surfaces in Lubrication with Polycponent Compositions based on Chemical-Modification Rape-Oil. Вісник Прикарп. ун-ту ім. В.Стефаника. Сер. Хімія. – 2018. – Вип. XXII. – С. 4 – 19.
46. Г.О. Сиренко, В.П. Свідерський, М.Б. Складанюк, М.І. Мартинюк, І.В. Говдяк. Застосування дисперсійної аналізи у дослідженні тертя та зношування метало-полімерних пар. Вісник Прикарп. ун-ту ім. В.Стефаника. Сер. Хімія. – 2018. – Вип. XXII. – С. 44 – 62.
47. Г.О. Сиренко, М.Б. Складанюк, М.І. Мартинюк. Статистичні методи в хемії та хемічній технології: 2. Кореляційна аналіза. Вісник Прикарп. ун-ту ім. В.Стефаника. Сер. Хімія. – 2018. – Вип. XXII. – С. 63 – 90.
48. Г.О. Сиренко, М.Б. Складанюк, І.В. Говдяк, М.І. Мартинюк. Статистичні методи в хемії та хемічній технології: 1. Дисперсійна аналіза (теорія). Вісник Прикарп. ун-ту ім. В.Стефаника. Сер. Хімія. – 2018. – Вип. XXII. – С. 91 – 107.

49. Г.О. Сіренко, М.Б. Складанюк, М.І. Мартинюк, О.В. Кузишин, Н.В. Ковалишин, І.В. Говдяк. Теоретичні основи цукрового діабету. Вісник Прикарп. ун-ту ім. В.Стефаника. Сер. Хімія. – 2019. – Вип. XXIII. – С. 4 – 70.
50. Г.О. Сіренко, М.Ф. Семенюк, Л.М. Солтис, М.Б. Складанюк, Мартинюк М.І. Математичний опис нано- та мікропорстких поверхонь тертя та зношування твердих тіл. Вісник Прикарп. ун-ту ім. В.Стефаника. Сер. Хімія. – 2019. – Вип. XXIII. – С. 71 – 121.
51. Тихомиров В.Б. Планирование и анализ эксперимента (при проведение исследований в легкой и текстильной промышленности. – Москва: Легкая индустрия, 1974. – 264 с.)
52. Кобельчук Ю.М. Исследование в области синтеза и применения новых активных разбавителей эпоксидных смол/Автореф. Канд. Дис. – Днепропетровск.- ДХТИ, 1974.
53. Тиниус К., Пластификаторы. /Пер. с нем. Г.В. Ткаченко, Э.М.Левиной. Под ред. Е.Б.Тростянской. – Москва: Химия, 1964. – 916 с.
54. Мандзюк І.А. Исследование условий возникновения внутренних напряжений в многокомпонентных эпоксидных системах с целью создания новых эпоксикомпозитов/Дис, к.т.н. за спец.02.00.06 – химия высокомолекулярных соединений/Днепропет. химико-технол. ин-т, 1981, 130 с.
55. Мандзюк І.А., Нестер В.Р., Кравченко В.П. Новая методика тензометрического измерения деформаций эпоксидных компаундов // Применение синтетических материалов. – Кишинев: Картя Молдовеняскэ, 1975. –42 с.

**Автори:**

**Сіренко Г.О.** – заслужений діяч науки і техніки України, академік АТНУ, професор, доктор технічних наук, професор кафедри неорганічної та фізичної хімії;

**Мартинюк М.І.** – магістр, аспірант кафедри неорганічної та фізичної хімії.

**Мандзюк І.А.** – професор, доктор технічних наук, завідувач кафедри хімічної технології фізичної хімії