

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДВНЗ «Прикарпатський національний університет
імені Василя Стефаника»
Інститут туризму

БОГОСЛАВЕЦЬ І.М., КЛАПЧУК В.М.

ІНЖЕНЕРНА ГРАФІКА:
ПРЕДМЕТ, МЕТОДИ.

Навчально-методичний посібник

Івано-Франківськ – 2014

УДК ,,
ББК ,,
К ,,

*Рекомендовано до друку Вченою Радою Інституту туризму
ДВНЗ «Прикарпатський національний університет
імені Василя Стефаника»*

Рецензенти:

,,, – д.с.-г.н., завідувач кафедри туризму і рекреації Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника;
,,, – д.г.н., завідувач кафедри географії України Львівського національного університету імені Івана Франка;
,,, – д.г.н., завідувач кафедри геодезії, картографії та управління територіями Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича.

Богославець І.М., Клапчук В.М.

К 47 Інженерна графіка: предмет, методи.: Навчально-методичний посібник / І.М. Богославець, В.М. Клапчук. – Івано-Франківськ : Фоліант, 2014. – 408 с., іл. : 8, табл. : 26.

У навчально-методичному посібнику викладено лекційний матеріал, тестові й індивідуальні завдання, питання для самостійної підготовки студентів, список рекомендованої літератури з дисциплін «Інженерна графіка», «Нарисна геометрія». Згідно з навчальними програмами, лекційний матеріал послідовно розкриває об'єкт-предметну сутність навчальних дисциплін, вчить правильно розглядати та розуміти креслення та зображення, правила побудови кресленника .

Для студентів вищих навчальних закладів, які готуються працювати у готельній, туристичній, інженерній сферах, викладачів вузів, а також фахівців, що займаються організацією готельного та курортного господарства України.

УДК ,,
ББК ,,

ISBN

©Богославець І.М. 2014
© Клапчук В.М., 2014
© «Фоліант», 2014

ЗМІСТ

Вступ.....	4
Опис навчальних дисциплін.....	
Структура навчальних дисциплін.....	
Словник термінів.....	5

Розділ 1. Предмет і метод нарисної геометрії та інженерної графіки

- 1.1. Методи проектування.....
- 1.2. Проектування точки на дві площини проєкцій
- 1.3. Проектування точки на три площини проєкцій.....

Розділ 2. Відображення елементів простору

- 2.1. Пряма
- 2.2. Площина.....

Розділ 3. Взаємозв'язок між елементами простору (належність, паралельність, перпендикулярність) ...

- 3.1. Належність точок прямим
- 3.2. Ділення відрізка точкою в даному співвідношенні
- 3.3. Взаємозв'язок між графічними параметрами прямої.
- 3.4. Лінії площини
- 3.5. Належність точок і прямих площинам.....
- 3.6. Взаємне положення прямих і площин

Розділ 4. Поверхні

- 4.1. Утворення та задання поверхонь

- 4.2. Відображення поверхонь. Точки на поверхнях
- 4.3. Перетин поверхонь площинами
- 4.4. Взаємний перетин поверхонь площинами
- 4.5. Побудова зображень геометричних тіл з подвійним проникненням

Розділ 5. Взаємний перетин поверхонь обертання

- 5.1. Принципи побудови лінії перетину поверхонь обертання.....
- 5.2. Спосіб січних площин.....
- 5.3. Спосіб січних концентричних сфер.....

Рекомендована основна та додаткова література.....

Питання для самостійної роботи студентів.....

Тематика індивідуальних завдань для студентів.....

Тестові завдання.....

Вступ

Прогрес людського суспільства, природничих, гуманітарних, точних наук пришвидшується з кожним роком. Створюються нові технології та науки, відкриваються світові та галактичні простори. Інженерна справа стає дедалі розгалуженішою і секторованішою. Світ переходить від площинного сприйняття до об'ємного, від двох до п'яти площин. Простір і час тепер торкається кожного.

Вузька спеціалізація в професії вимагає від людини в повсякденному житті обширних знань з різних галузей. Однією із таких маленьких точок дотику між життям та професією, між вузькими рамками давнього і сучасного сприйняття розміюється інженерна графіка. Оперта на аксіоми Старої Греції та Античного Світу, доповнена теперішніми відкриттями та обґрунтуваннями, інженерна графіка, як частина тригонометрії та геометрії прокладає місток до майбутнього. Проектування сучасних механізмів, літальних апаратів, будівель, міст використовує графіку, її закони та позначення.

Як познати простір? Як знайти вказаний об'єкт? Яку відстань слід пройти, використовуючи супутникові знімки місцевості? Питання з якими ми стикаємося доволі часто мандруючи чужими містами, пояснюючи друзям дорогу до хорошого кафе, розказуючи історії чи просто розглядаючи цікавий фільм. Що в цьому є спільного? Одна дисципліна, що може вказати і прокласти шлях, описати об'єкти в просторі, вирахувати реальні віддалі між двом і більше точками на мапі.

Інженерна графіка буде цікавою майбутнім власникам, управляючим та працівникам ресторанно-готельної справи, надасть можливість зрозуміти креслення і його призначення.

Навчально-методичний посібник містить структурно-логічні блоки для проведення лекцій, практичних занять, список рекомендованої літератури, тестові завдання, завдання для самоконтролю оволодіння навчальним матеріалом. Зазначені матеріали спрямовані на методичне забезпечення вивчення дисциплін.

Навчально-методичний посібник надає можливість ґрунтовніше сприймати лекційний матеріал, системно та всебічно готуватись до практичних занять, самостійно «читати» креслення, розуміти їх методи побудов.

ОПИС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

«Інженерна графіка»

Найменування показників	Галузь знань, напрям підготовки, освітньо-кваліфікаційний рівень	Характеристика навчальної дисципліни	
		денна форма навчання	заочна форма навчання
Кількість кредитів – ...	Галузь знань: 1401 «Сфера обслуговування» Напрямок підготовки: 6.140101 «Готельно-ресторанна справа»	За вільним вибором студентами	
Модулів – ...	Спеціальність: 6.14010101 «Готельна і ресторанна справа»		
Змістових модулів – ...		1-й	1-й
Індивідуальне науково-дослідне завдання – Побудова об'єкту в просторі. (на вибір студента)		Семестр	
Загальна кількість годин –		1-й	1-й
Тижневих годин для денної форми навчання: ... аудиторних – ... самостійної роботи студента –	Освітньо-кваліфікаційний рівень: бакалавр	Лекції	
		... год.	.. год.
		Практичні, семінарські	
		16 год.	6 год.
		Лабораторні	
		... год.	... год.
		Самостійна робота	
		... год.	... год.
Індивідуальні завдання: ... год.			
Вид контролю: <i>екзамен</i>			

СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

«Інженерна графіка»

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	Усього	у тому числі					Усього	у тому числі				
		л	п	лаб.	інд.	с.р.		л	п	лаб.	інд.	с.р.
Змістовий модуль 1. Предмет і метод нарисної геометрії та інженерної графіки.												
Тема 1. Методи проєктування.	6	2	2	0	0	2	3	1	0	0	0	2
Тема 2. Проєктування точки на дві площини проєкцій.	10	2	2	0	0	6	15	2	1	0	0	12
Тема 3. Проєктування точки на три площини проєкцій.	6	2	2	0	0	2	4	1	1	0	0	2
Разом за змістовим модулем 1	22	6	6	0	0	10	22	4	2	0	0	16
Змістовий модуль 2. Відображення елементів простору.												
Тема 1. Пряма.	6	2	2	0	0	2	4	1	1	0	0	2
Тема 2. Площина .	6	2	2	0	0	2	4	1	1	0	0	2
Разом за змістовим модулем 2												
Змістовий модуль 3 .Взаємозв'язок між елементами простору (належність, паралельність, перпендикулярність)												
Тема 1. Належність точок прямим	6	2	2	0	0	2	6	1	1	0	0	4
Тема 2. Ділення відрізка точкою в даному співвідношенні												
Тема 3. . Взаємозв'язок між графічними параметрами прямої												
Тема 4. Лінії площини												
Тема 5. Належність точок і прямих площинам												
Тема 6. Взаємне положення прямих і площин												
Разом за змістовим модулем 3												
Змістовий модуль 4. Поверхні												

Тема 1. Відображення поверхонь. Точки на поверхнях													
Тема 2. Відображення поверхонь. Точки на поверхнях													
Тема 3. Перетин поверхонь площинами													
Тема 4. . Взаємний перетин поверхонь площинами													
Тема 5. . Побудова зображень геометричних тіл з подвійним проникненням													
Разом за змістовим модулем 4													
Змістовий модуль 5. Взаємний перетин поверхонь обертання													
Тема 1. Принципи побудови лінії перетину поверхонь обертання													
Тема 2. Спосіб січних площин													
Тема 3. Спосіб січних концентричних сфер													
Разом за змістовим модулем 5	32	12	10	0	0	10	32	4	4	0	0	24	
Усього годин	54	18	16	0	0	20	54	8	6	0	0	40	

СЛОВНИК ТЕРМІНІВ

Зворотність – властивість зображення, що дозволяє однозначно відтворити дійсну форму, розміри предмета і його положення в просторі. Отже ця властивість дає можливість за зображенням виготовити предмет. Графічне зображення, що має властивість зворотності, називається кресленням.

Наочність – властивість зображення, яке викликає у спостерігача просторову уяву про предмет.

Єдність умовностей, які прийняті при виконанні зображень. Вони повинні бути такими, щоб кожен спеціаліст міг прочитати зображення, виконане іншою особою.

Метод Монжа- креслення, яке складається з декількох (мінімум двох) зв'язаних між собою прямокутних проєкцій зображеної фігури називається комплексним кресленням.

Епюр (комплексне креслення) - креслення площина якого є носієм двох полів ортогональних проєкцій, розміщених так, що лінія зв'язку перпендикулярна до осі проєкцій.

Точка загального положення- це точка не інцидентна ні одній з площин проєкцій.

Прямою називають траєкторію найкоротшої відстані між двома точками в просторі.

Проекції прямої також прямі.

Визначник прямої – дві точки, тому й на епюрі пряма задається проєкціями двох точок.

Пряма рівня - пряма паралельна одній з площин проєкцій (перпендикулярна до однієї з осей. Назва цієї прямої співпадає з назвою площини, до якої вона паралельна.

Проектуючі прямі – це прямі, перпендикулярні до однієї з площин проєкцій (паралельні одній осі). Такі прямі носять назву тої площини, до якої вони перпендикулярні: горизонтально-проекціююча пряма, фронтально-проекціююча пряма, профільно-проекціююча пряма).

Площина загального положення – це площина, не паралельна і не перпендикулярна до жодної з площин проєкцій .

Проекціююча площина – це площина, перпендикулярна тільки до однієї площини проєкцій .

Площина рівня – це площина, перпендикулярна до двох площин проєкцій або паралельна одній площині проєкції.

Горизонталь – це лінія, що належить площині і паралельна горизонтальній площині проєкції.

Лінію перетину двох площин задають дві точки, або одна точка і напрямок. Отже для побудови лінії перетину двох площин необхідно використати площину посередник і знайти лінію її перетину з кожною площиною.

Поверхня в геометрії визначається як двопараметрична множина точок простору, тобто множина точок простору, координати яких є диференційованими функціями двох параметрів.

Циліндром називається тіло, обмежене циліндричною поверхнею і двома паралельними площинами (основами). Прямим називається циліндр, в якого твірні перпендикулярні до основи.

Сферична поверхня може бути одержана шляхом обертання кола навколо осі, яка лежить в площині кола і проходить через його центр.

Конус – геометричне тіло, обмежене боковою конічною поверхнею - β і площиною основи - α , що перетинає всі його твірні. Основа конуса лежить в площині 1P . Прямим круговим називається конус, у якого основа є коло, а висота проходить через центр основи. Бічна поверхня прямого конуса утворена твірними які проходять через загальну точку S - вершину конуса.

Призма – многогранник, утворений перетином призматичної поверхні двома паралельними площинами - α і β .

Піраміда – многогранник, утворений перетином пірамідальної поверхні площиною основи - α .

Поверхнею обертання називають поверхню, одержану обертанням якої – не будь твірної лінії навколо нерухомої прямої –осі. Люба поверхня обертання на епюрі Монжа може бути задана твірною і віссю обертання. Більшість деталей машин містить поверхні обертання або їх фрагменти.

Розділ 1.

ПРЕДМЕТ І МЕТОД НАРИСНОЇ ГЕОМЕТРІЇ ТА ІНЖЕНЕРНОЇ ГРАФІКИ

1.1 МЕТОДИ ПРОЕКТУВАННЯ

Питання для розгляду:

1. Позначення та символічні знаки.
2. Відображення проєкцій.
3. Метод Монжа.

1. Позначення та символічні знаки.

Інженерна графіка відноситься до дисциплін, які складають основу загально-інженерної підготовки спеціалістів з вищою освітою.

Метою курсу інженерної графіки являється одержання знань, необхідних інженеру для втілення технічних думок з допомогою креслення, а також розуміння конструкції та принципу роботи представленого на кресленні технічного виробу.

Предметом інженерної графіки являється вміння будувати та читати креслення або графічні моделі геометричних фігур закладених в основу технічних виробів.

Курс інженерної графіки базується на теоретичних основах побудови зображень з використанням елементів нарисної геометрії та нормативів, викладених в стандартах на виконання креслень. Нарисна геометрія, як навчальна дисципліна є теорією відображення на площині фігур розташованих у просторі, та операцій над ними.

Методом нарисної геометрії є метод графічного відображення, суть якого полягає в тому, що кожній фігурі простору, яку називають прообразом, відповідає деяка фігура площини, що називається образом фігури.

Розглядаючи методи проектування необхідно ввести поняття проектування зображення, яке дало б змогу судити про форму і положення в просторі будь-якого предмета. Це зображення повинно володіти певними властивостями:

2. **Зворотність** – властивість зображення, що дозволяє однозначно відтворити дійсну форму, розміри предмета і його положення в

просторі. Отже ця властивість дає можливість за зображенням виготовити предмет. Графічне зображення, що має властивість зворотності, називається кресленням.

3. **Наочність** – властивість зображення, яке викликає у спостерігача просторову уяву про предмет.
4. **Єдність умовностей**, які прийняті при виконанні зображень. Вони повинні бути такими, щоб кожен спеціаліст міг прочитати зображення, виконане іншою особою.

При викладанні матеріалу будемо дотримуватись таких позначень і символічних знаків:

1. Точки позначаються великими літерами латинського алфавіту без індексів – $A, B, C\dots$, з індексами – $A_1, A_2 \dots A_n$ або цифрами – $1, 2, 3\dots$
2. Прямі (і всі лінії) – позначаються рядковими літерами латинського алфавіту без індексів – $a, b, c, d\dots$, а також з індексами $a_1, b_1, \dots a_n, b_n$.
3. Площини (поверхні) позначаються рядковими літерами грецького алфавіту – $\alpha, \beta, \gamma\dots$
4. Кути позначаються рядковими літерами грецького алфавіту $\alpha^\circ, \beta^\circ, \gamma^\circ\dots$
5. Проекції геометричних елементів позначаються такими ж літерами, що й оригінали, з надписом цифр зверху з лівого від літери боку:
 - а) горизонтальна проекція – $^1A, ^1a, ^1\alpha\dots$;
 - б) фронтальна проекція – $^2A, ^2a, ^2\alpha\dots$;
 - в) профільна проекція – $^3A, ^3a, ^3\alpha\dots$
6. Площини проекцій:
 - а) горизонтальна - $^1\Pi$
 - б) фронтальна - $^2\Pi$
 - в) профільна - $^3\Pi$
7. Аксонометричні проекції геометричних елементів позначаються тими ж літерами, що й оригінали з надписом цифри 0 з верхнього лівого боку літери:
 - а) аксонометричні проекції точок – $^0A, ^0B, ^0C\dots$

б) аксонометричні проєкції прямих (і ліній) – ${}^0a, {}^0b, {}^0c\dots$

в) аксонометричні проєкції площин (поверхонь) – ${}^0\alpha, {}^0\beta, {}^0\gamma\dots$

8. Зв'язки між геометричними елементами:

\subset - належність, \supset - включення, \cup - дотик, \parallel - паралельність, \equiv - роектую чом (тотожність)

9. Операції між геометричними елементами:

$=$ - результат дії, \cap - перетин, \cup - з'єднання, \cong - конгруентність, \sim

подібність, $\underline{0}$ - мимобіжність, \rightarrow - відображення, \perp - прямий кут \wedge -

кон'юнкція (сполучник „і”), \vee - диз'юнкція (сполучник “або”), \Rightarrow -

імплікація (логічний висновок “якщо ..., то”), \neg - знак заперечення (ні)

10. Відстань між геометричними елементами позначають так: між

точками A і B – AB , довжина відрізка AB – $[AB]$, відстань від точки A до площини α – $|A\alpha|$; відстань між площинами α і β – $[\alpha\beta]$,

11. Площину α . Задану точками A, B, C – $\alpha (\Delta ABC)$;

5. Невласні елементи простору (точки, прямі, площини)

позначаються такими ж символами із знаком безмежності ∞ , який проставляється над символом. Наприклад: A невласна точка

$A; l$, невласна пряма \bar{l} ; α невласна площина α .

13. Центри проєкування на площини ${}^1\Pi, {}^2\Pi, {}^3\Pi$ позначаються

відповідно ${}^1S; {}^2S; {}^3S$.

14. Аксонометричні осі позначаються ${}^0x, {}^0y, {}^0z$, початок аксонометричних осей – 0O .

Прийнято зображати точки у вигляді пустотілих кілець діаметром $2\div 3$ мм

2. Відображення проєкцій.

У сучасній нарисній геометрії існує багато різних способів графічного відображення. Найбільш поширеним у креслярській практиці є відображення проєкціями та слідами.

Розглянемо відображення проєкціями (проєктування), яке здійснюється за допомогою фіксованих у просторі точки S (центра проєктування) та площини α (площини проєкцій).

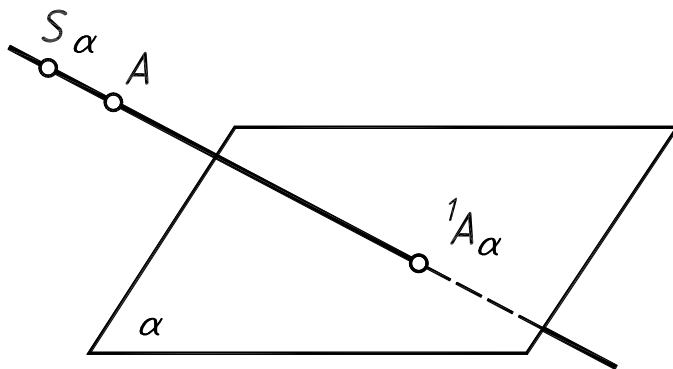


Рис. 1.1

$$A = \alpha \cap SA_\alpha$$

Отже: A_α – проєкція точки A на площину α

$S_\alpha - A_\alpha$ – проєктуючий промінь або проєктуюча пряма

Проєкцію 1A деякої точки A з центра проєктування S_α на площину проєкцій α є точка перетину площини α з проєктуючим променем, який проходить через центр проєктування S_α і точку A (рис.1.1).

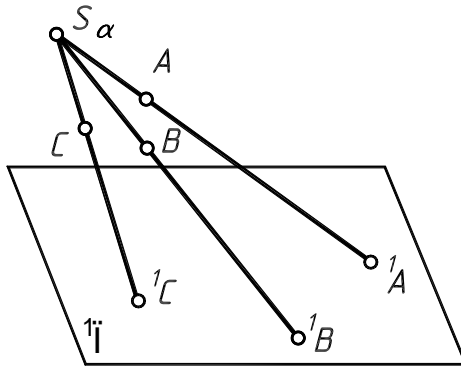


Рис. 1.2

Якщо в просторі виділити деяку точку – центр проектування S_α і задати декілька точок, то вони разом з центром складуть декілька проєктуючих променів. Перетнувши ці промені площиною (площиною проєкцій), в перетині ми одержимо проєкції заданих точок (рис. 1.2).

Якщо центр проектування перенести у безмежність, то проєктуючі промені стануть паралельні. Промені такого проектування, яке називають паралельним, складають з площиною прямі (рис.1.3,а) або гострі (рис.1.3,б) кути. В залежності від цього розрізняють прямокутне (ортогональне) і косокутне проектування.

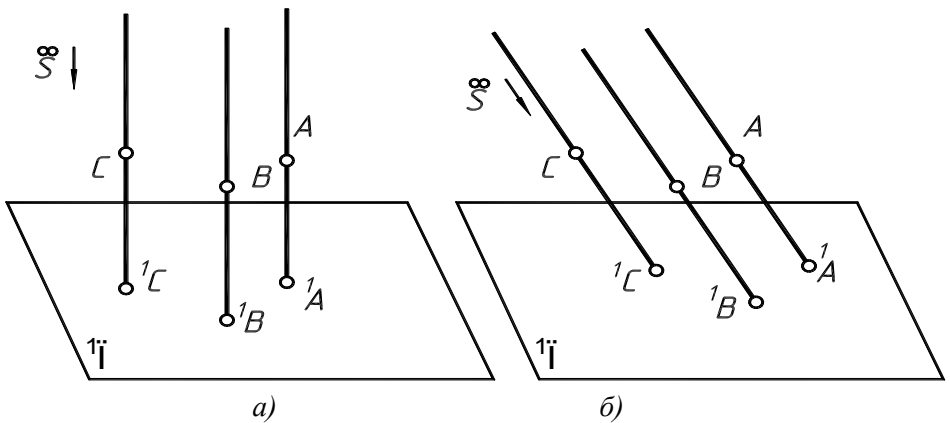


Рис. 1.3

У відповідності із способом проектування проєкції називаються центральними, косокутними або прямокутними.

Центральні і паралельні проєкції характеризуються певними властивостями. Поскільки проєкцією точки є точка на площині проєкцій, то проєкцією прямої в загальному випадку є пряма, а проєкцією фігури на площину є множина проєкцій всіх її точок. Проєкцією прямої в загальному випадку є пряма.

Якщо задані центр проектування і площина проєкцій, то проєкція точки простору визначається однозначно – це точка перетину проєктую чому променя з площиною проєкцій.

Зворотня задача – побудова точки в просторі за її центральною проєкцією, неоднозначна, так як в одну точку на площині проєкцій проєктується множина точок, які належать проєктую чому променю.

3. Метод Монжа.

Для забезпечення зворотності креслення французьким вченим Гаспаром Монжем (1746-1818) було запропоновано метод, де використовувались два центри проєкцій. В методі Монжа площини проєкцій $^1\Pi$ і $^2\Pi$ взаємно перпендикулярні, а центри проектування віддалені у безмежність по напрямках, перпендикулярних до площин проєкцій.

Креслення, яке складається з декількох (мінімум двох) зв'язаних між собою проєкцій зображеної фігури називається комплексним кресленням. Метод комплексного креслення в прямокутних проєкціях називається *методом Монжа*.

Відмітимо інваріантні (незмінні) властивості, які відповідні паралельному ортогональному проектуванню.

1. Проєкцією точки є точка;
2. Проєкцією прямої є пряма;
3. Якщо точка належить прямій, то її проєкція належить проєкції даної прямої;
4. Паралельні прямі проєктуються в паралельній проєкції прямих;

5. Якщо точка ділить відрізок прямої в деякому співвідношенні, то її проекція ділить проекції цього відрізка в такому – ж співвідношенні;
6. Проекція точки перетину двох прямих являється точкою перетину проекцій цих прямих.
7. Площа багатокутна фігура проектується у фігуру з такою самою кількістю кутів.
8. При перенесенні плоскої фігури на паралельну площину її конфігурація не змінюється.

1.2. ПРОЕКТУВАННЯ ТОЧКИ НА ДВІ ПЛОЩИНИ ПРОЕКЦІЇ.

Питання для розгляду:

1. Епюр.
2. Положення точки відносно площин проекцій.

1.Епюр.

Розглядаючи оточуючий нас простір ми можемо прийти до висновку, що самим елементарним об'єктом його є точка. Для побудови проекцій точки використовується метод Г. Монжа. Задамо дві взаємно перпендикулярні площини проекцій – горизонтальну $^1\Pi$, фронтальну $^2\Pi$, і точку A , яка не лежить в цих площинах (рис. 1.4.)

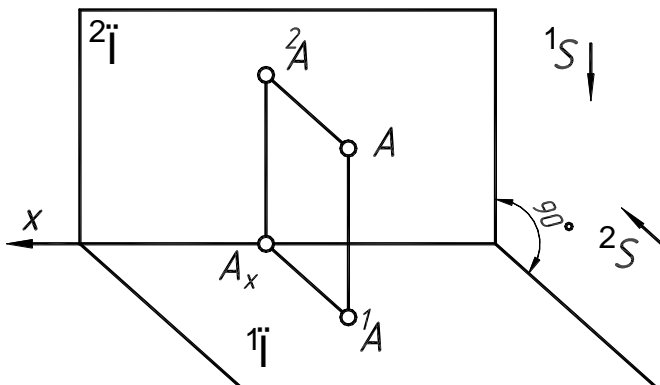


Рис. 1.4

Прийемо напрямок проектування $^1S \perp ^1\Pi$ і $^2S \perp ^2\Pi$. Щоб побудувати проекцію точки A на $^1\Pi$ проведемо через точку

проектуючу пряму паралельно 1S і відмітимо точку 1A її перетину з цією площиною. Площину $^1\Pi$ назвемо горизонтальною площиною проєкцій, а точку 1A – горизонтальною проєкцією точки A .

Відповідно площину $^2\Pi$ назвемо фронтальною площиною проєкцій. Провівши пряму через точку A паралельно 2S до перетину з $^2\Pi$, одержимо фронтальну проєкцію точки A – 2A . Проєкції 1A і 2A одержані в результаті ортогонального (прямокутного) проєктування, тому вони називаються ортогональними проєкціями.

Отже, використовуючи даний метод, ми можемо здійснити як пряму задачу (одержання проєкцій точок та відповідні площини проєкцій) так і зворотню – по двох проєкціях 1A і 2A Монжа визначити положення точки A в просторі.

Пряма x , по якій перетинаються площини $^1\Pi$ і $^2\Pi$ називається віссю проєкцій. Відрізок $A^1A \equiv ^2AA_x$ представляє собою відстань від точки A до площини $^2\Pi$. Таким чином, не маючи самої точки, а користуючись лише її двома проєкціями, ми можемо визначити, на якій відстані від кожної площини проєкцій знаходиться дана точка.

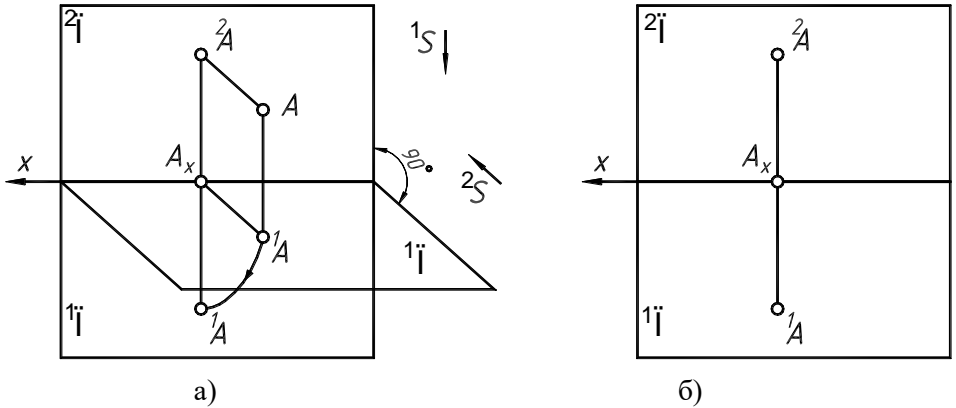


Рис. 1.5

Для перетворення просторового зображення точки в двох взаємоперпендикулярних площинах повернемо площину $^1\Pi$ навколо осі x до суміщення з площиною $^2\Pi$ (площиною креслення), як показано стрілками на Рис. 1.5,а. Разом з площиною $^1\Pi$ переміститься і точка 1A , а також всі інші точки поля проєкцій $^1\Pi$. В результаті (рис. 1.5,б) площина креслення несе в собі два поля проєкцій – $^1\Pi$ і $^2\Pi$,

причому проєкції точки A – (1A і 2A) розміщені на загальному перпендикулярі до осі проєкцій. Такий перпендикуляр називається лінією зв'язку. В цьому випадку про точки 1A і 2A говорять, що вони розміщені в проєкційному зв'язку.

Креслення площина якого є носієм двох полів ортогональних проєкцій, розміщених так, що лінія зв'язку перпендикулярна до осі проєкцій називається комплексним кресленням або епюром.

Епюром точки називається креслення, на якому зображені дві ортогональні проєкції точки, розміщені в проєкційному зв'язку. Зображення на рис. 1.5,б представляє собою епюр точки A . Відмітимо, що на епюрі не має самої точки, а дані тільки її проєкції.

2. Положення точки відносно площин проєкцій.

Точка не інцидентна ні одній з площин проєкцій, називається точкою загального положення (точка A , рис. 1.5)

Розглянемо деякі випадки особливого положення точки. Точка $B \in {}^2\Pi$ (Рис.1.6,а), її фронтальна проєкція 2B співпадає з самою точкою B (${}^2B \equiv B$) так як відстань від точки B до ${}^2\Pi$ дорівнює нулю то горизонтальна проєкція 1B

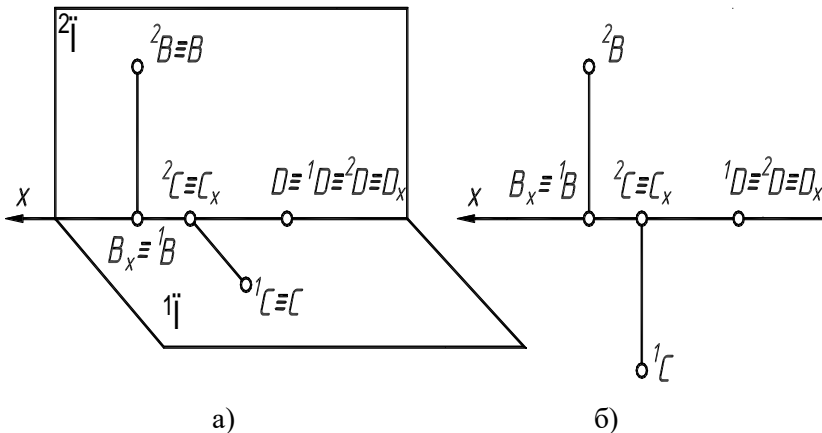


Рис.1.6

лежить на осі X і співпадає з B_X ($B \equiv^1 B$). Точка $C \subset ^1\Pi$. Її горизонтальна проєкція $^1 C \equiv C$, фронтальна $^2 C \equiv C_X$. Точка $D \subset X$, тому $D \equiv^1 D \equiv^2 D \equiv D_X$. Епюр цих точок представлений на Рис. 1.6,б.

якщо точка рівновіддалена від площин $^1\Pi$ і $^2\Pi$, то вона лежить в площині бісектора яка ділить двугранний кут між площинами $^1\Pi$ і $^2\Pi$ наполовину. В цьому випадку $^2 E E_X = ^1 E E_X$ (рис.1.7).

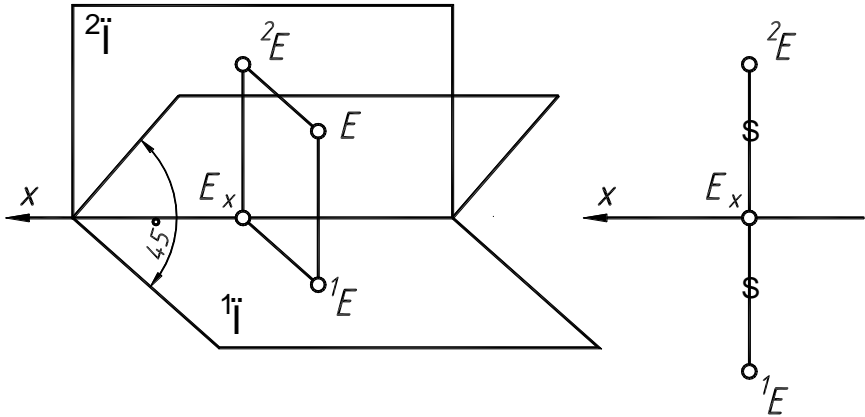


Рис.1.7

1.3. ПРОЕКТУВАННЯ ТОЧКИ НА ТРИ ПЛОЩИНИ ПРОЕКЦІЙ.

В багатьох випадках в креслярській практиці необхідно побудувати третю проєкцію фігури. Для цього використовується ще одна площина проєкцій $^3\Pi$, яка перпендикулярна $^1\Pi$ і $^2\Pi$. Цю площину називають профільною площиною проєкцій. Лінія перетину $^1\Pi$ і $^2\Pi$ позначається літерою Y , а лінія перетину $^2\Pi$ і $^3\Pi$ – літерою Z (Рис.1.8).

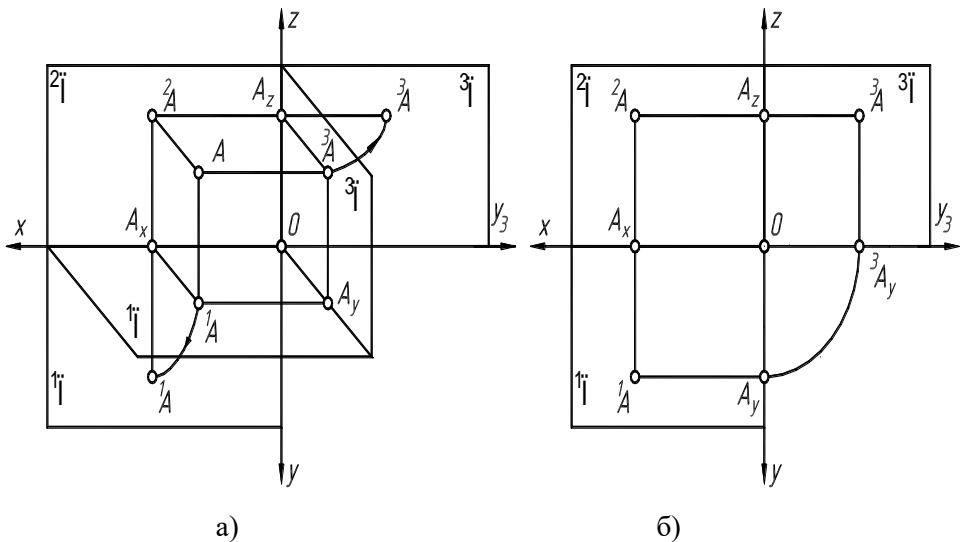


Рис. 1.8

Щоб побудувати профільну проекцію точки A необхідно через цю точку провести перпендикуляр до перетину з ${}^3\Pi$ і одержимо 3A . Щоб перейти до креслення, на якому всі три поля проекцій суміщені з однією площиною, повернемо площину ${}^3\Pi$ навколо осі Z , а ${}^1\Pi$ навколо осі X до суміщення з ${}^2\Pi$. Одночасно і перемістяться точки 1A і 3A (рис.1.8б). В результаті на кресленні ми одержимо три проекції точки A , площини ${}^1\Pi$, ${}^2\Pi$ і ${}^3\Pi$ осі X , Y , Z .

Позначення Y приведене на рис.1.8,а це вісь, яка належить площині ${}^1\Pi$; позначення Y_3 – це та ж вісь, яка належить площині ${}^3\Pi$. Точка 3A лежить на лінії зв'язку, яка перпендикулярна осі Z , точкою 2A . Точка 3A також знаходиться в проекційному зв'язку 1A .

Приймаючи, що осі проекцій співпадають з осями прямокутних координат вважаємо, що додатні значення для X будуть в напрямку справа наліво (Рис.1.8,б), для осі Y на площині ${}^1\Pi$ зверху вниз, на площині ${}^3\Pi$ – зліва направо, вісь Z – знизу вгору.

Всі положення, які були розглянуті при проектуванні точки на дві площини проекцій, відповідають і для проектування на три площини проекцій.

Розділ 2. ВІДОБРАЖЕННЯ ЕЛЕМЕНТІВ ПРОСТОРУ

2.1 ПРЯМА

Питання для розгляду:

1. Пряма загального положення.
2. Прямі рівня.
3. Проектуючі прямі.
2. Площина.

- Прямою називають траєкторію найкоротшої відстані між двома точками в просторі.
- Проекції прямої також прямі.
- Визначник прямої – дві точки, тому й на епюрі пряма задається проекціями двох точок.

Задамо в просторі точки A , B і спроекуємо їх на дві взаємно перпендикулярні площини. Виконаємо перетворення просторової моделі в плоске зображення.

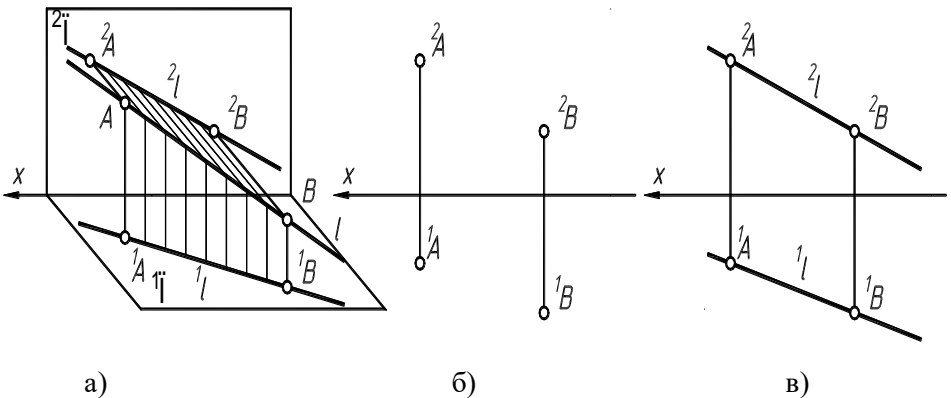


Рис.2.1

На рис. 2.1,а задані проекції $^1A, ^2A$ і $^1B, ^2B$ двох точок A і B . Вони визначають положення деякої прямої AB . З'єднавши однойменні проекції точок 1A і 1B , 2A і 2B , одержимо проекції $^1A^1B$ і $^2A^2B$ прямої

AB. На рис. 2.1,б зображені проєкції точок, а на рис. 2.1,в – проєкції прямої лінії *l*, що проходить через задані точки.

Отже, позначення прямої на епюрі може бути представлене двома точками, якщо зафіксований її відрізок, або однією літерою (рядковою літерою латинського алфавіту), якщо задано тільки положення прямої відносно площин проєкцій.

Прямі в просторі можуть займати різні положення. Розрізняють наступні положення прямих:

1. Прямі загального положення;
2. Прямі рівня;
3. Проектуючі прямі.

При русі точки по прямій загального положення усі координати точки змінні, по прямій рівня одна з координат постійна, по проєктуючих прямих – дві координати постійні.

1. Пряма загального положення.

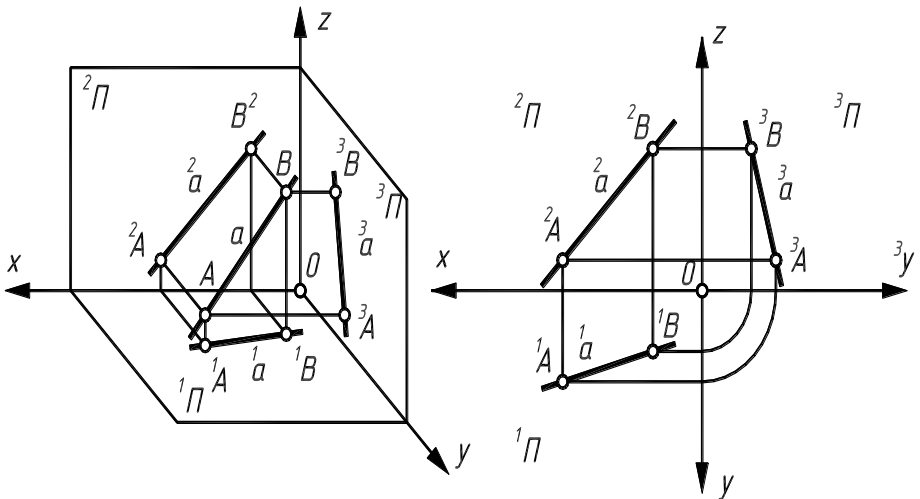


Рис. 2.2

На рис.2.2 представлена пряма a загального положення. Ні одна з проєкцій відрізка представленої прямої a не дорівнює натуральній величині відрізка AB . Пряма загального положення не паралельна і не перпендикулярна ні до однієї площини проєкцій.

2. Прямі рівня.

Якщо пряма паралельна одній з площин проєкцій (перпендикулярна до однієї з осей), то така пряма називається прямою рівня. Назва цієї прямої співпадає з назвою площини, до якої вона паралельна.

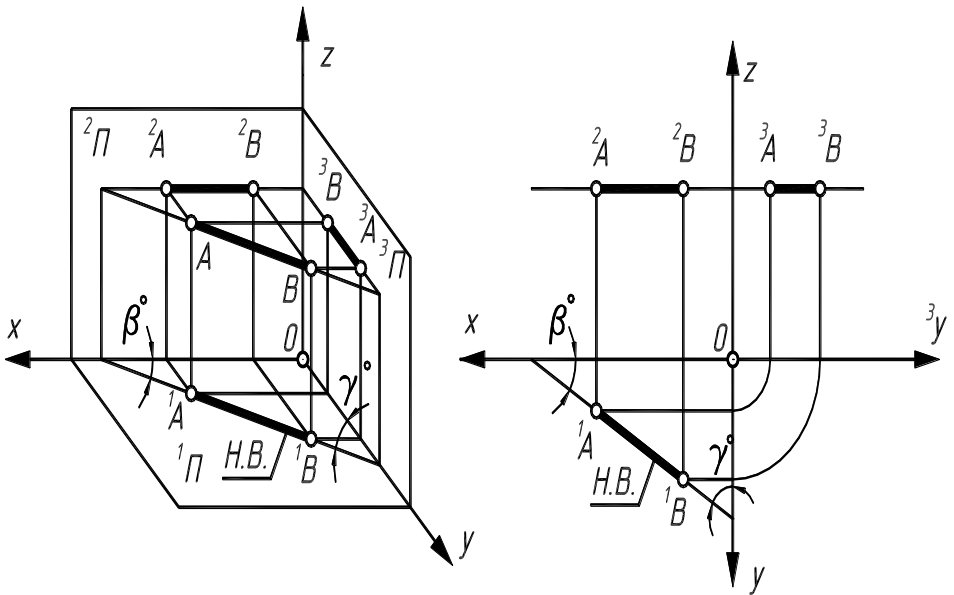


Рис. 2.3

На рис.2.3 представлені просторова модель і епюр горизонтальної прямої рівня. Всі точки цієї прямої знаходяться на однаковій відстані від горизонтальної площини проєкцій. На горизонтальну площину проєкцій відрізок AB прямої проєкується в дійсну величину. Кут β° - це кут нахилу прямої до фронтальної площини проєкцій, а кут γ° - це кут нахилу прямої до профільної площини проєкцій.

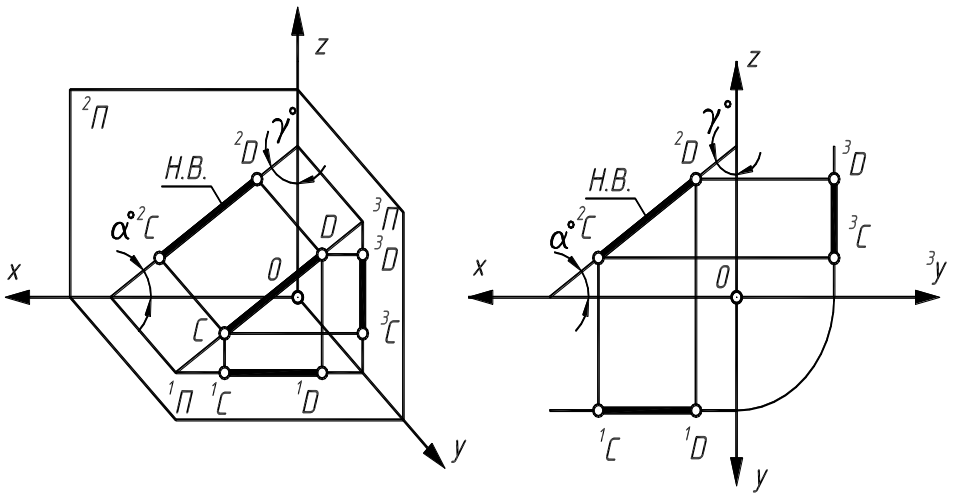


Рис. 2.4

На рис.2.4 представлені просторова модель і епюр фронтальної прямої рівня. Всі точки цієї прямої знаходяться на однаковій відстані від фронтальної площини проєкцій. На фронтальну площину проєкцій відрізок CD проєктується в дійсну величину з кутами нахилу α -до горизонтальної площини проєкцій і γ -до профільної.

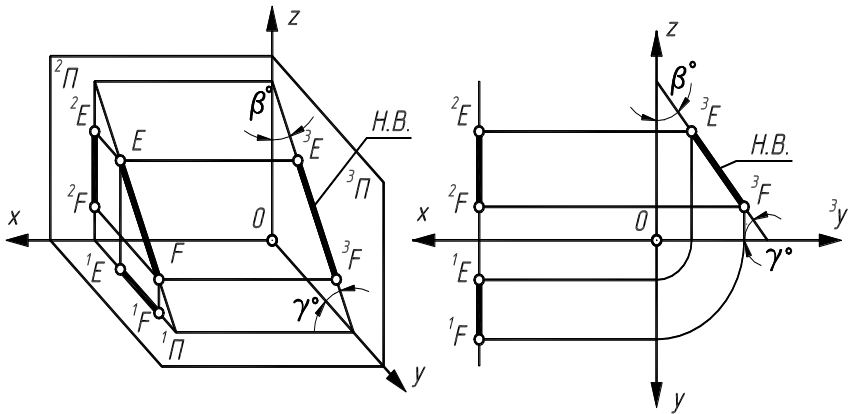


Рис. 2.5

На рис.2.5 представлені просторова модель і епюр профільної прямої рівня. Всі точки цієї прямої знаходяться на однаковій відстані від профільної площини проєкцій. На профільну площину проєкцій відрізок EF прямої проєктується в дійсну величину, а кут α - це кут нахилу прямої EF до горизонтальної площини проєкцій, кут β - це кут нахилу прямої EF до фронтальної площини проєкцій.

Отже, знаючи особливості проєктування прямих рівня, можна використовувати їх для розв'язування позиційних і метричних задач.

3. Проектуючі прямі.

Проектуючі прямі – це прямі, перпендикулярні до однієї з площин проєкцій (паралельні одній осі). Такі прямі носять назву тої площини, до якої вони перпендикулярні: горизонтально-проєкціююча пряма, фронтально-проєкціююча пряма, профільно-проєкціююча пряма).

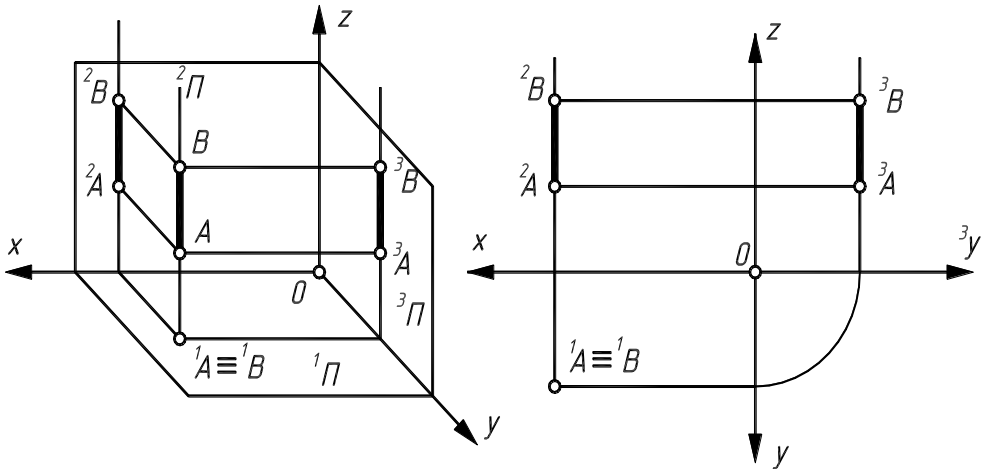


Рис. 2.6

На рис.2.6 представлена горизонтально-проєкціююча пряма (паралельна осі Oz). Ця пряма проєктується на горизонтальну

площину в точку, а на фронтальну і профільну площини проєкцій – в лінію, паралельну осі Oz .

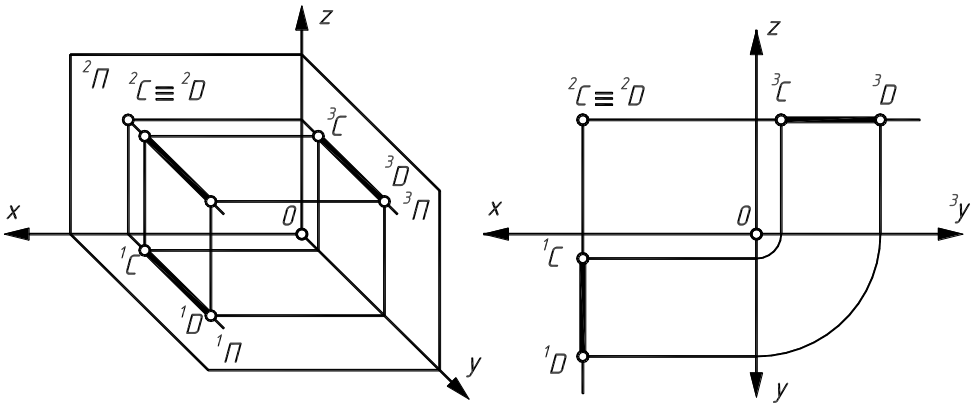


Рис. 2.7

На рис.2.7 представлена фронтально-проєкціуюча пряма (паралельна осі Oy). Ця пряма проєкується в точку на фронтальну площину проєкцій, а на горизонтальну і профільну площини проєкцій – в лінію, паралельну осі Oy .

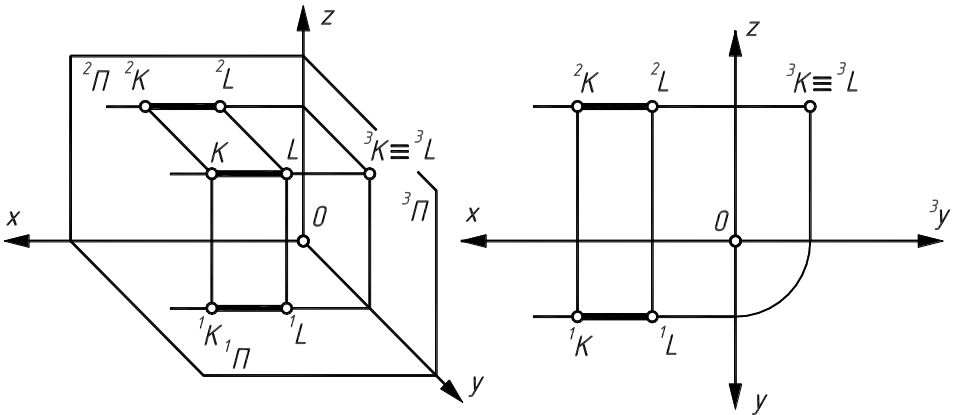


Рис. 2.8

На рис.2.8 подана профільно-проекціуюча пряма (паралельна осі Ox). Пряма проектується в точку на профільну площину проєкцій, а її горизонтальна і фронтальна проєкції паралельні осі Ox .

Таким чином, розглянуті вище прямі складають другу групу прямих особливого положення, що дають змогу використовувати їх в наступних побудовах.

2.2. ПЛОЩИНА.

Питання для розгляду:

1. *Ознаки визначеної площини.*
2. *Проектуючі площини.*

1.Ознаки визначеної площини.

Із стереометрії відомо, що площина визначена, якщо відомі належні їй:

1. Три точки, що не належать одній прямій (рис. 2.9,а);
2. Пряма і точка, що не належить цій прямій (рис.2.9,б);
3. Дві прямі, що перетинаються (рис.2.9,в);
4. Дві паралельні прямі (рис.2.9,г);
5. Люба плоска фігура, наприклад трикутник (рис.2.9,д ,рис.2.9,е).

Таким чином, площина може бути заданою однією з перерахованих вище комбінацій елементів. Всі ці випадки задання площини рівноцінні, і можуть бути представлені як модифікація основного визначника площини – три точки, що не лежать на одній прямі.

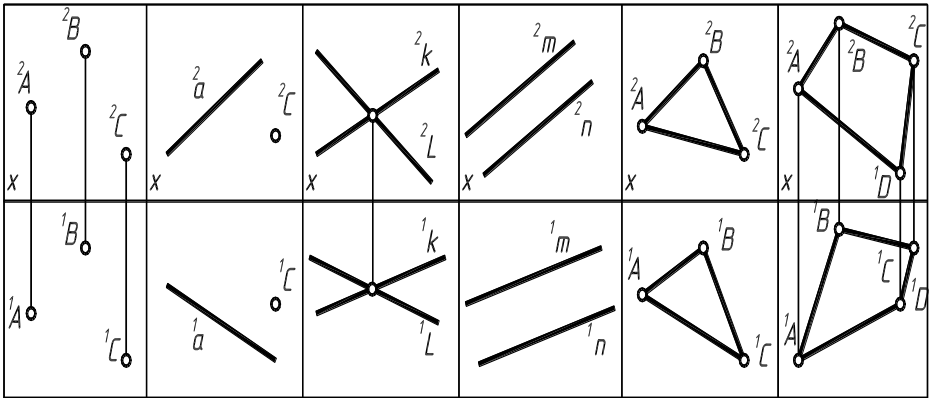


Рис. 2.9

Площина може бути задана також нульовими лініями рівня (рис. 2.10).

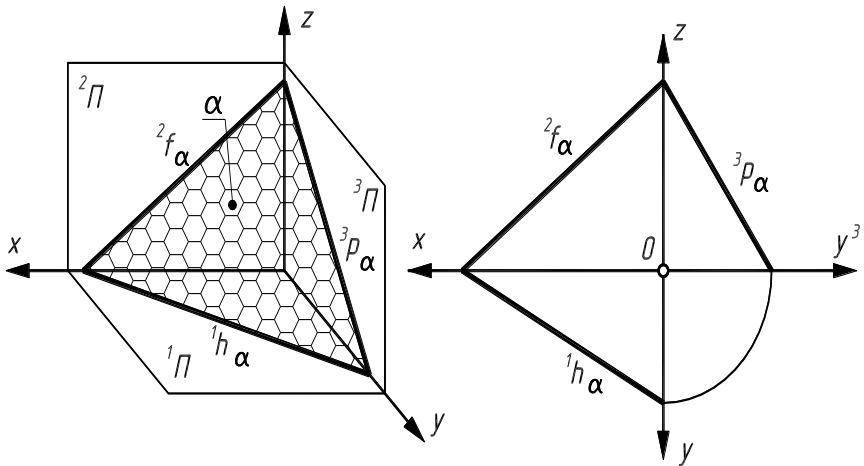


Рис. 2.10

Відносно площин проєкцій площина може займати наступні положення:

1. Площина загального положення – це площина, не паралельна і не перпендикулярна до жодної з площин проєкцій (рис.2.9-2.10).

- Проекціуюча площина – це площина, перпендикулярна тільки до однієї площини проєкцій (рис.2.11-2.13).
- Площина рівня – це площина, перпендикулярна до двох площин проєкцій або паралельна одній площині проєкції.

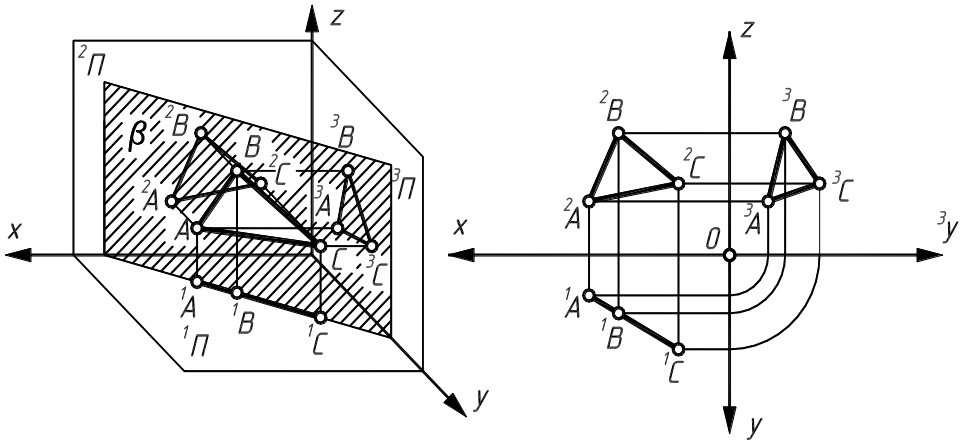


Рис. 2.11. Горизонтально-проектуюча площина

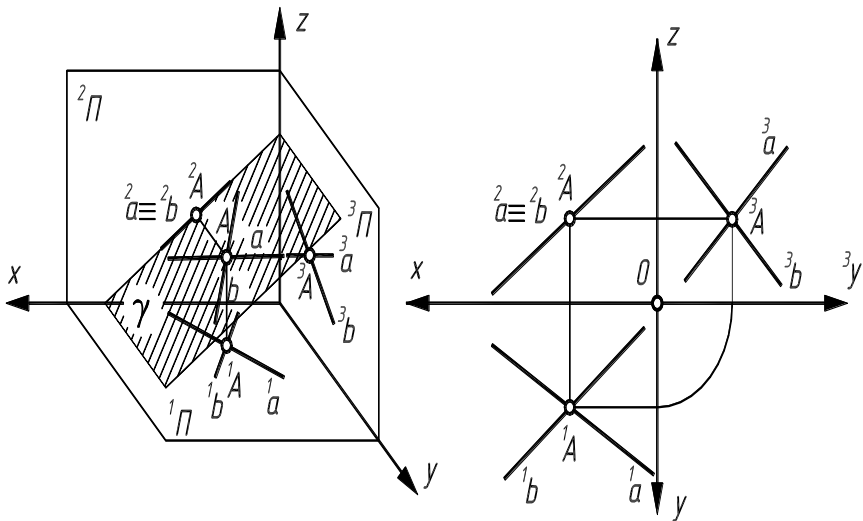


Рис. 2.12. Фронтально-проектуюча площина

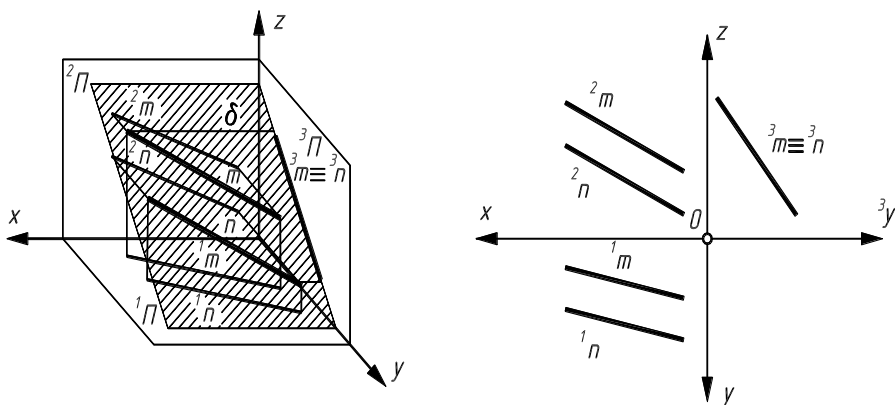


Рис. 2.13. Профільно-проектуюча площина.

2. Основні властивості проектуючих площин наступні:

1. Горизонтально-проектуюча площина паралельна осі Oz і перпендикулярна $^1\Pi$; фронтально-проектуюча площина паралельна осі Oy ; профільно-проектуюча площина паралельна осі Ox .

2. Розміри кутів, які проектуючі площини утворюють з площинами проєкцій представлені на рис.2.11-2.13 і з площиною Π_1 це кут α° , з площиною Π_2 кут β° , з площиною Π_3 -кут γ° . Необхідно відмітити, в розглянутих площинах один з кутів прямий, а два інших в сумі складають 90° . Наприклад, для горизонтально-проектуючої площини $\beta^\circ + \gamma^\circ = 90^\circ$.

3. Фігура, яка належить проектуючій площині, проектується у відрізок прямої на площину проєкцій, до якої вона перпендикулярна.

4. Якщо проектуюча площина задана трьома точками або двома прямими, то на одній із площин проєкцій ці точки знаходяться на одній прямій, а проєкції прямих співпадають.

На рис. 2.14-2.16 представлені площини рівня. Назва площини рівня співпадає з назвою площини проєкцій, до якої вона паралельна.

Площини рівня ще називають двічі проектуючими площинами.

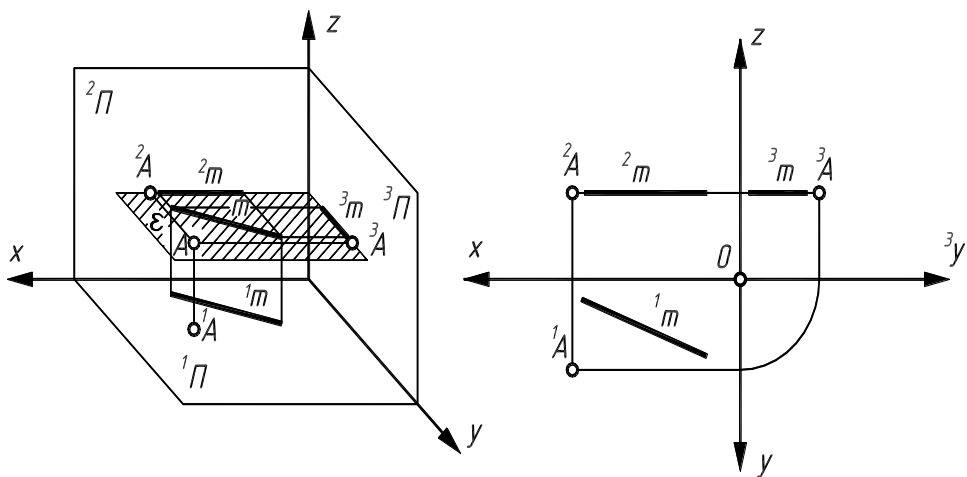


Рис. 2.14. Горизонтальна площина

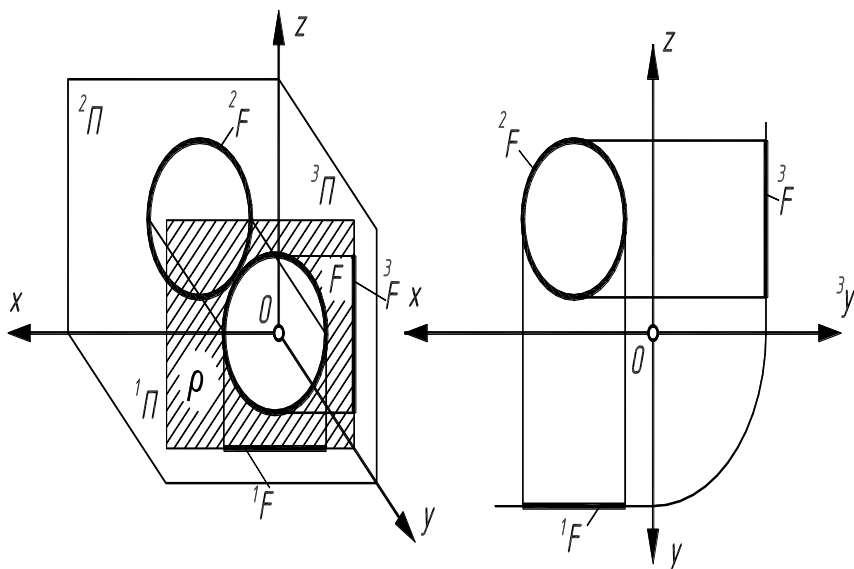


Рис. 2.15. Фронтальна площина

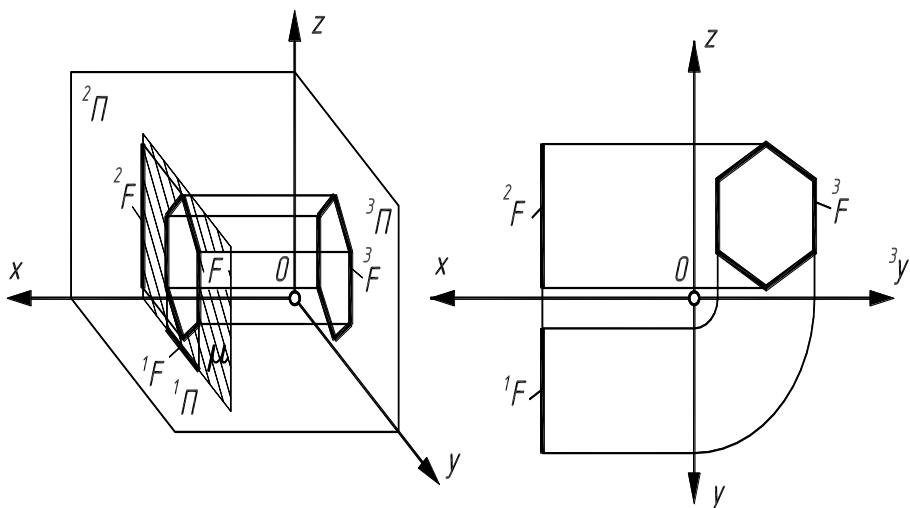


Рис. 2.16. Профільна площина.

Основні властивості площин рівня.

1. Горизонтальна площина рівня паралельна горизонтальній площині проєкцій і не має горизонтального сліду. Аналогічно фронтальна і профільна площини рівня не мають відповідно фронтального і профільного слідів.
2. Можна відмітити, що горизонтальна площина перпендикулярна до осі Oz , фронтальна перпендикулярна до осі Oy , а профільна перпендикулярна до осі Ox .
3. Кожна із розглянутих вище площин перпендикулярна зразу до двох площин проєкцій, по відношенню до яких вона одночасно являється проєктуючою.
4. Дві проєкції належної площини рівня фігури, являють проєкції відрізків прямих площин проєкцій, до яких ця фігура перпендикулярна. Третя проєкція являє дійсну величину фігури.
5. Якщо точка і пряма належать площині, паралельній площині проєкцій, то відстань від точки до прямої проєктується на цю

площину без спотворення. Також без спотворення проектується відстань між двома паралельними прямими чи кут між двома прямими, що перетинаються.

Розділ 3.

ВЗАЄМОЗВ'ЯЗОК МІЖ ЕЛЕМЕНТАМИ ПОСТОРУ (НАЛЕЖНІСТЬ, ПАРАЛЕЛЬНІСТЬ, ПЕРПЕНДИКУЛЯРНІСТЬ)

3.1. НАЛЕЖНІСТЬ ТОЧОК ПРЯМИМ

Точка належить прямій, коли її одноіменні проєкції лежать на одноіменних проєкціях прямої і знаходяться у проєкційному зв'язку.

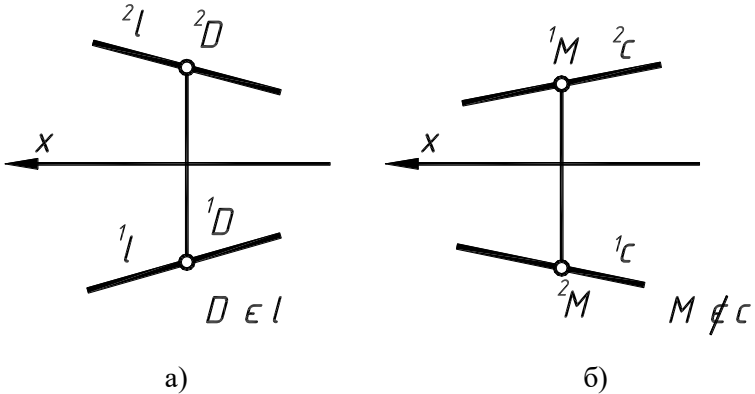


Рис. 3.1

Належність точки прямій загального положення достатньо перевірити на двох її проєкціях (рис. 3.1).

Перевірку і побудову проєкцій точки, яка належить прямій рівня, необхідно проводити на таких двох проєкціях прямої, одна з яких – проєкція на паралельну прямій площину (рис. 3.2)

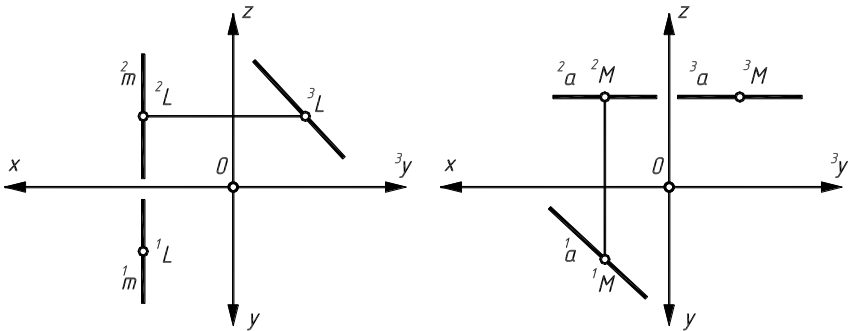


Рис. 3.2

3.2. ДІЛЕННЯ ВІДРІЗКА ТОЧКОЮ В ДАНОМУ СПІВВІДНОШЕННІ.

За умовою завдання необхідно розділити відрізок AB точкою C у співвідношенні 3:5.

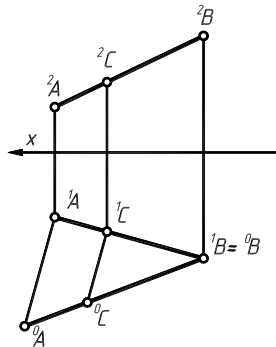


Рис. 3.3

На рисунку 3.3 точку 0C яка поділяє відрізок AB у співвідношенні 3:5, знаходимо за допомогою графічного ділення. Метод графічного ділення полягає в тому, що з проєкції 1B проводимо лінію ${}^1B^0A$ рівну сумі долей співвідношення (тобто $3+5=8$). Лінію ${}^1B^0A$ проводимо в довільному напрямі. З'єднавши 0A з проєкцією 1A , одержимо трикутник, в якому на стороні ${}^1B^0A$ за співвідношенням 3:5 (т. 0C) проведемо з точки 0C паралельний ${}^1A^0A$ відрізок ${}^0C^1C$. Другу

проекцію тобто 2C , знаходимо по інцидентності (належності) точки прямих.

3.3. ВЗАЄМОЗВ'ЯЗОК МІЖ ГРАФІЧНИМИ ПАРАМЕТРАМИ ПРЯМОЇ.

Питання для розгляду:

1. Визначення натуральної величини прямої і кутів нахилу прямої до площин проекцій.
2. Взаємне положення двох прямих.

1. Визначення натуральної величини прямої і кутів нахилу прямої до площин проекцій.

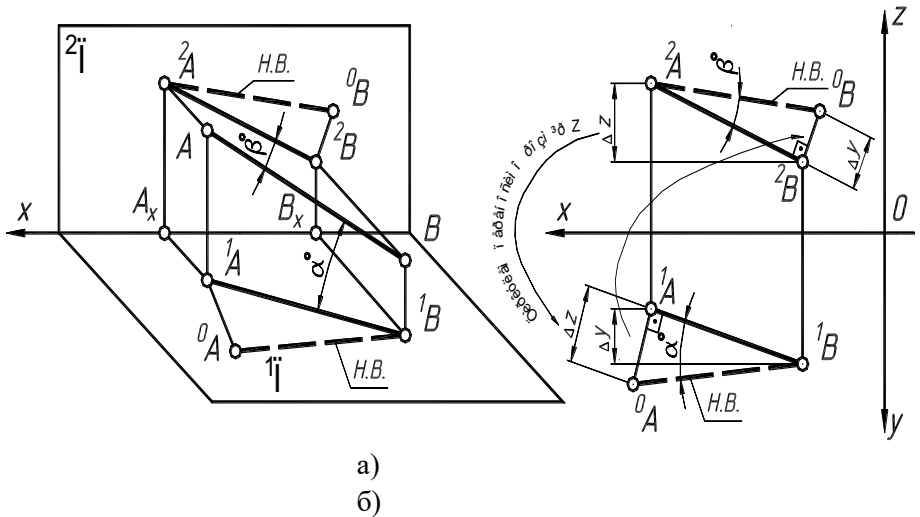


Рис. 3.4

На рис.3.4. задана пряма загального положення. На просторовому зображенні (рис 3.4а) відрізок АВ натуральна величина прямої. Це гіпотенуза прямокутного трикутника, одним катетом якого слугує проекція прямої, а другим катетом різниця ΔZ координат точок $\Delta Z = Z_B - Z_A$. Таким чином, на горизонтальній проекції, побудувавши прямокутний трикутник з вищеназваними катетами ми одержимо проекцію натуральної величини відрізка АВ у площині $^1\Pi$.

Кут нахилу прямої до $^1\Pi$ (це кут α° між даною прямою), і її горизонтальною проекцією.

На рис.3.4б представлений епюр відрізка AB прямої. На цьому показано спосіб побудови натуральної величини відрізка AB і кутів нахилу відрізка до горизонтальної (α°) і фронтальної (β°) площин проекцій. Для побудови натуральної величини відрізка AB на горизонтальній площині проекцій $^1\Pi$ використовуємо перевищення точки B над точкою A - $\Delta Z = Z_A - Z_B$, а на фронтальній площині проекцій $^2\Pi$ - використовуємо перевищення $\Delta y = y_B - y_A$. Кут між горизонтальною проекцією і натуральною величиною відрізка AB – це кут α° , нахилу прямої до горизонтальної площини проекцій, а кут між фронтальною проекцією і натуральною величиною відрізка AB – це кут β° нахилу до фронтальної площини проекцій.

2. Взаємне положення двох прямих.

Прямі в просторі можуть займати різні положення – перетинатися, бути паралельними або мимобіжними.

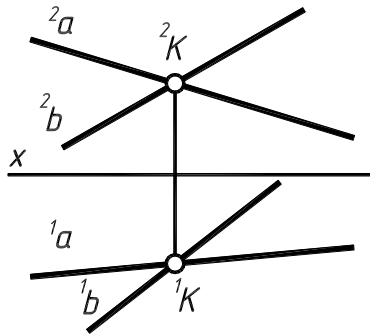


Рис. 3.5

Якщо прямі перетинаються в просторі, то на епюрі (рис. 3.5) перетинаються їх однойменні проекції. Проекції точок перетину прямих знаходяться у проекційному зв'язку.

$$a \cap b \Rightarrow {}^1a \cap {}^1b \wedge {}^2a \cap {}^2b, \quad a \cap b \Rightarrow K.$$

Якщо одна з прямих, що перетинаються являється лінією рівня, то перевірка перетину прямих проводиться у цій площині

проекцій, до якої лінія рівня паралельна, або з допомогою ділення відрізка в даному співвідношенні.

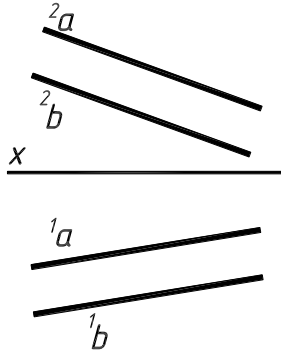


Рис. 3.6

Якщо прями в просторі паралельні між собою, то на епюрі (рис.3.6) їх однойменні проекції також паралельні.

$$a // b \Rightarrow 1a // 1b \wedge 2a // 2b.$$

Перевірку прямих загального положення на паралельність достатньо провести на двох проекціях. Паралельність прямих рівня, перевіряють на тій площині проекцій, до якої ці прями паралельні.

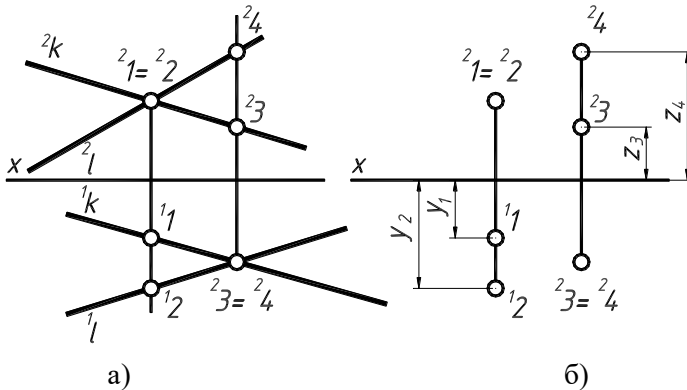


Рис. 3.7

Якщо прями не паралельні і не перетинаються то вони мимобіжні (рис. 3.7,а). Співставлення координат (рис. 3.7,б) характеризує видимість однієї прямої відносно іншої.

Фронтальні проєкції точок 1 і 2 співпадають. Координата $y_2 > y_1$. Отже, фронтальна проєкції 2l прямої видима. Горизонтальні проєкції точок 3 і 4 співпадають. Координата $Z_4 > Z_3$. Отже, горизонтальна проєкція 1l прямої видима.

Просторовий чотирикутник, який утворюється двома парами мимобіжних прямих (гіперболічних параболічних) крило вітряка – площина другого порядку. Така площина широко використовується для апроксимації криволінійних поверхонь в авіаційній суднобудівній та автомобільній промисловостях.

3.4.ЛІНІЇ ПЛОЩИНИ.

Пряма належить площині, якщо дві довільні точки прямої належать цій площині.

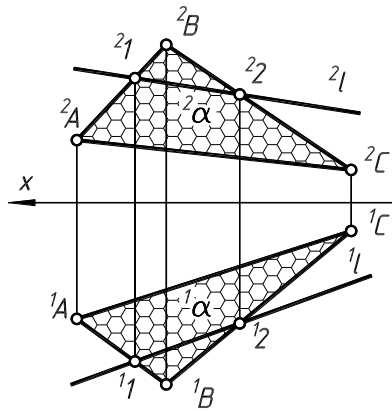


Рис. 3.8

Пряма l належить площині $\alpha(\Delta ABC)$, тому що вона проходить через точки 1, 2, що належать цій площині:
 $l \in \Delta ABC \Rightarrow 1 \in AB \wedge 2 \in BC$.

Серед прямих, які належать площині, виділимо два класи прямих, які відіграють роль при розв'язуванні задач – це горизонталі і фронталі площини.

Горизонталь – це лінія, що належить площині і паралельна горизонтальній площині проєкцій (рис.3.9).

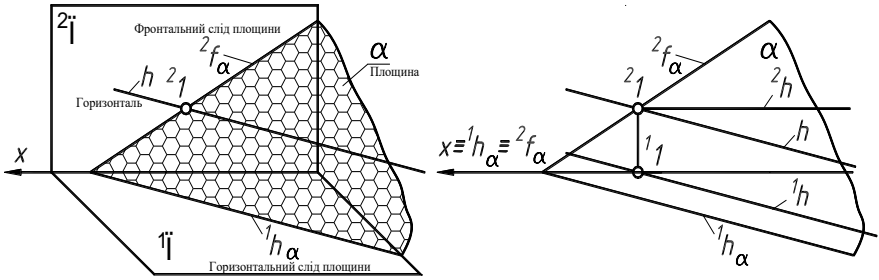


Рис. 3.9

Фронтальна проєкція 2h горизонталі паралельна осі Ox . Площина має безліч горизонталей. Всі горизонталі площини паралельні між собою.

Фронталь площини - f називається пряма, яка належить площині і паралельна фронтальній площині проєкцій (рис. 3.10)

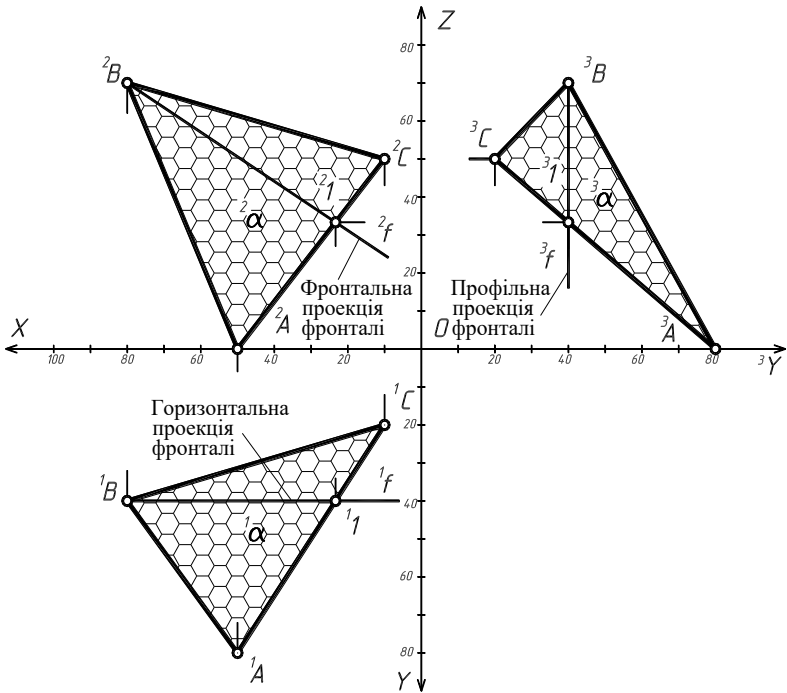


Рис. 3.10

Горизонтальна проекція 1f фронталі паралельна осі Ox . Площина має безліч фронталей. Всі фронталі площини взаємно паралельні.

3.5. НАЛЕЖНІСТЬ ТОЧОК І ПРЯМИХ ПЛОЩИНІ.

Точка належить площині, якщо вона належить прямій, цієї площини.

Пряма належить площині, якщо вона має з площиною щонайменше дві спільні точки.

Нехай задана горизонтальна проекція 1A точки A , яка належить площині α ($a \parallel b$). Побудуємо фронтальну проекцію 2A цієї точки.

Через горизонтальну проекцію 1A точки A проведемо горизонтальну проекцію 1l довільної прямої l , яка належить площині α . Побудуємо фронтальну проекцію 2l цієї прямої за належністю точок 1 і 2 прямої l площині α . Провівши через горизонтальну проекцію 1A точки A лінію проєкційного зв'язку до перетину з фронтальною проекцією 2l прямої l , знайдемо положення фронтальної проєкції 2A точки A .

Якщо нам необхідно побудувати точку A , яка належить площині α , то необхідно попередньо в цій площині провести яку-небудь пряму і на ній побудувати точку (рис.3.11).

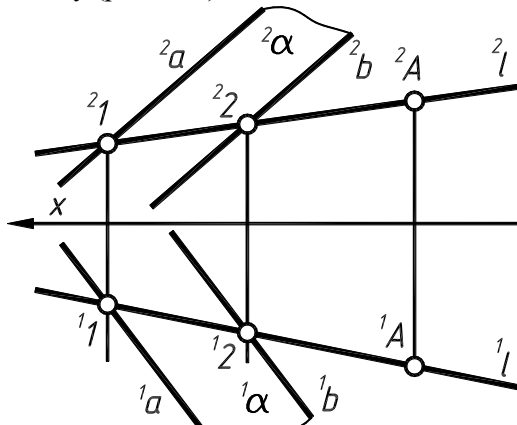


Рис. 3.11

Перевірку належності точки площині проводять, провівши через точку пряму. Якщо ця пряма належить площині, то точка також належить площині.

3.6. ВЗАЄМНЕ ПОЛОЖЕННЯ ПРЯМИХ І ПЛОЩИН.

Питання для розгляду:

- 1.Лінії перетину двох площин.
- 2.Паралельність прямої площині.
- 3.Прямі перпендикулярні до площини.

Взаємне положення прямої і площини визначається з наступним алгоритмом:

1. Через пряму і площину проводимо допоміжну площину.
2. Будуємо лінію перетину допоміжної площини і заданої площини.
3. Аналізуємо взаємне положення заданої прямої і лінії перетину.

Встановлюємо один із трьох можливих випадків

- а) пряма належить площині
- б) пряма паралельна площині
- в) пряма перетинає площину

1. Лінія перетину двох площин.

Отже алгоритм полягає у побудові лінії перетину двох площин. Розглянемо спосіб такої побудови.

Лінію перетину двох площин задають дві точки, або одна точка і напрямок. Отже для побудови лінії перетину двох площин необхідно використати площину посередник і знайти лінію її перетину з кожною площиною (рис.3.12).

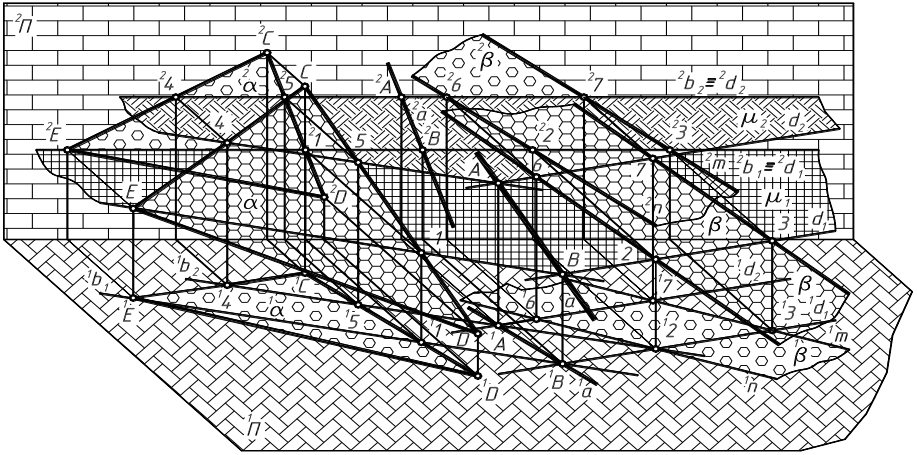


Рис. 3.12

Побудова лінії перетину двох площин, на комплексному кресленні представлено на рис. 3.13

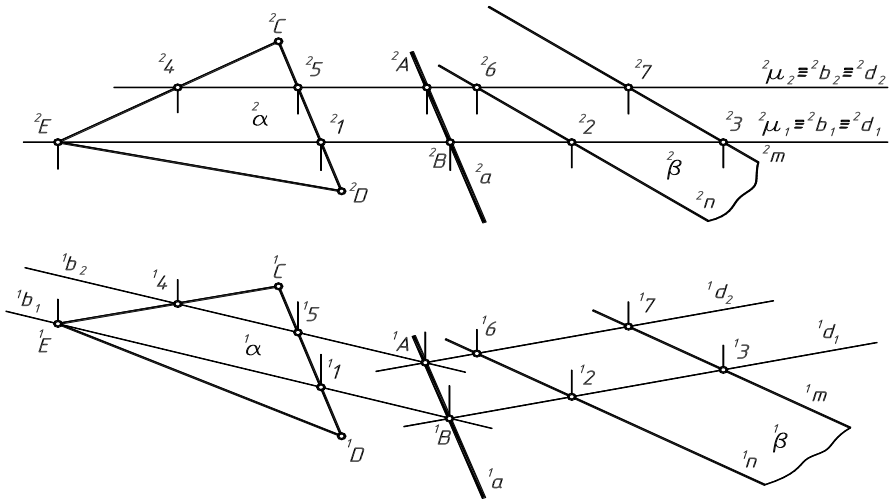


Рис. 3.13

Дано: $\frac{\alpha = \Delta CDE; \beta = n // m}{? a(AB) = \alpha \cap \beta}$.

$$\left. \begin{array}{l} 1. \mu_1 \dots \mu_n \\ 2. \mu_1 \cap \alpha = b_1 \\ 3. \mu_1 \cap \beta = d_1 \\ 4. b \cap d = A \\ 5. A \in a \end{array} \right\} \begin{array}{l} 6. \mu_2 \dots \mu_n \\ 7. \mu_2 \cap \alpha = b_2 \\ 8. \mu_2 \cap \beta = d_2 \\ 9. b \cap d = B \\ 10. B \in a \end{array}$$

2. Паралельність прямої площині.

Пряма паралельна площині, якщо вона паралельна прямій, яка належить площині, або коли в площині можна провести пряму, паралельну цій площині (рис. 3.14).

Дано: $\frac{\alpha(\Delta ABC), m.E}{? l \in E // \alpha}$.

$$l // \alpha \Rightarrow {}^1l // {}^1B^1C \wedge {}^2l // {}^2C^2B.$$

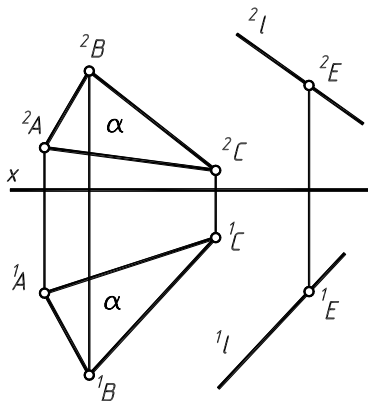


Рис. 3.14

Слід відмітити, що при побудові паралельної площині прямої на комплексному кресленні, однойменні проєкції повинні бути паралельні між собою. Тобто в даному випадку якщо ми через т. E проводимо пряму паралельну α то 1l паралельна $^1B^1C$ і 2l повинна бути паралельна $^2B^2C$.

3. Прямі, перпендикулярні до площини.

З курсу стереометрії відомо, що пряма перпендикулярна до площини, якщо вона перпендикулярна до двох прямих, що перетинаються і належать площині. Пряма буде перпендикулярна до іншої прямої, якщо пряма належить площині, перпендикулярній до іншої прямої.

Для того, щоб побудувати перпендикуляр до площини на комплексному кресленні, необхідно використати правило проєктування прямого кута (рис.3.15). Якщо одна сторона прямого кута паралельна площині проєкцій, а друга сторона не перпендикулярна до площини проєкцій, то на цю площину проєкцій прямий кут проєкціюється в дійсну величину.

Поеднавши це правило з лініями рівня площини, ми завжди можемо провести перпендикуляр до горизонталі і фронталі, так як вони являються проєкціями однієї із сторін прямого кута.

Лінії рівня площини паралельні площинам проєкції, тому їх використовують при побудові перпендикуляра до площини.

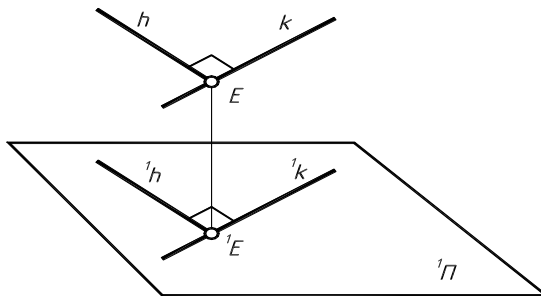


Рис. 3.15

Лінії рівня площини паралельні площинам проєкції, тому їх використовують при побудові перпендикуляра до площини.

Отже, щоб побудувати перпендикуляр до площини, необхідно побудувати в площині горизонталь і фронталь у площині і опустити перпендикуляр до горизонтальної проєкції горизонталі і фронтальної проєкції фронталі.

(рис. 3.16).

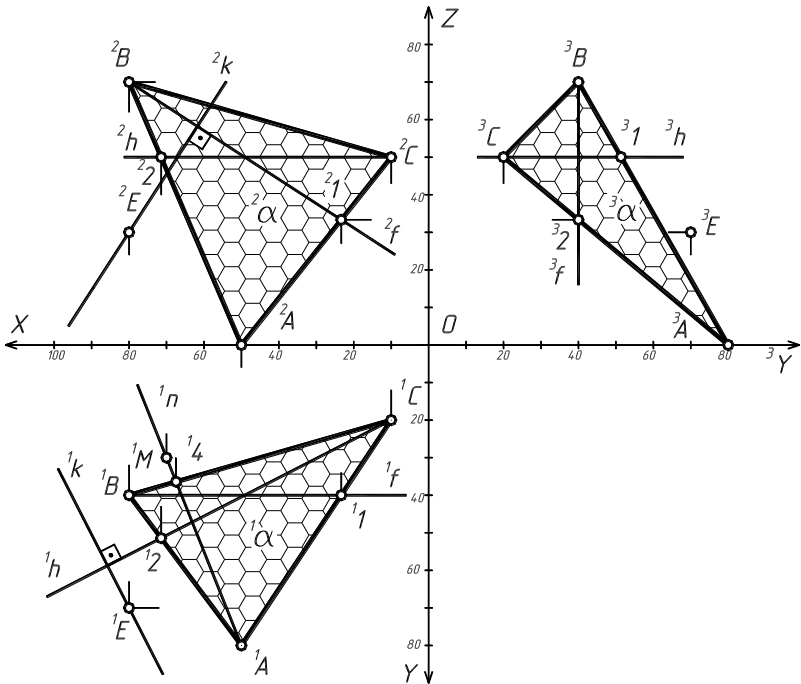


Рис. 3.16

З креслення видно, щоб побудувати горизонтальну проєкцію горизонталі 1h ми будемо не що інше як сторону прямого кута. Аналогічно із фронтальною проєкцією фронталі 2f .

Розділ 4. ПОВЕРХНІ.

4.1. УТВОРЕННЯ ТА ЗАДАННЯ ПОВЕРХОНЬ.

Поверхня в геометрії визначається як двопараметрична множина точок простору, тобто множина точок простору, координати яких є диференційованими функціями двох параметрів. Це визначення дозволяє розглянути поверхню як неперервну множину послідовних положень змінної лінії – твірної, що рухається в просторі за певним правилом, або перетин твірної (у всіх її послідовних положеннях), з деякими фіксованими лініями, які називаємо напрямними.

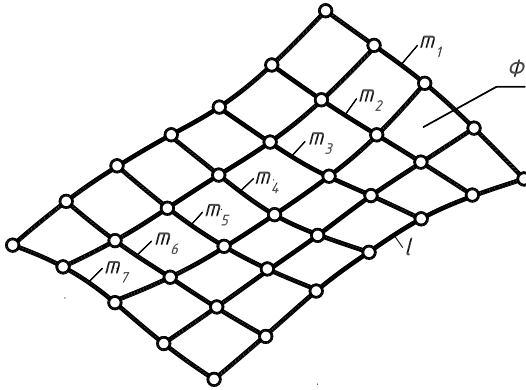


Рис. 4.1

В нарисній геометрії користуються головним чином кінематичним способом утворення поверхонь. На поверхні Φ можливо в загальному випадку провести два типи сімейства ліній l та m , яким будуть задовольняти наступні умови:

- ніякі дві лінії одного сімейства не перетинаються між собою.
- кожна лінія одного сімейства перетинає всі лінії другого.

На рис. 4.1 поверхня Φ утворена рухом твірної l по нерухомим напрямним m . Твірні та напрямні можуть мінятися місцями.

З великої кількості поверхонь оточуючого нас простору ми будемо розглядати два класи, поверхні обертання і гранні поверхні.

Поверхнею обертання називається поверхня, яка описується якою-небудь лінією (прямою, кривою) твірною при її обертанні навколо нерухомої осі.

Визначник поверхні обертання: 1. Нерухома пряма – вісь обертання; твірна - пряма або крива лінія. 2. Твірна обертається навколо осі так, щоб кожна точка твірної здійснила повний оберт.

Щоб викреслити складну деталь, треба навчитись будувати прості геометричні фігури, форми яких складають деталі: призми, циліндри, сфери, конуси, піраміди. Проектування геометричних тіл заключається не тільки в побудові за заданими розмірами проєкцій цих тіл, але і в умінні провести повний аналіз креслення, тобто вказати ребро, вершини, грані, визначити взаємне розміщення цих елементів, знайти видимі і невидимі частини фігури, визначити проєкції точок, які лежать на поверхні тіла, тощо.

Положення точки, яка лежить на поверхні задана, якщо відома одна її проєкція і вказано, на якій частині поверхні (видимої або невидимої) точка розміщена. Якщо немає вказівок, вважають, що точка розміщена на видимій частині поверхні.

Щоб побудувати недостаючі проєкції точки яка лежить на поверхні, необхідно: 1) визначити вид поверхні (проектуюча або загального положення) на якій лежить задана точка; 2) вибрати графічно просту для побудови на кресленні лінію поверхні яка б проходила через задану точку; 3) побудувати проєкції цієї лінії на кресленні; 4) побудувати шукані на кресленні задані точки.

Будь-яка лінія являє собою сукупність точок, тому побудова проєкцій лінії, розміщеної на поверхні, зводиться до побудови проєкцій декількох точок, які належать цій лінії.

Розглянемо деякі поверхні, утворені обертанням прямої лінії.

4.2. ВІДОБРАЖЕННЯ ПОВЕРХОНЬ. ТОЧКИ НА ПОВЕРХНЯХ.

Питання для розгляду:

- 1.Циліндр
- 2.Сфера.
- 3.Конус.
- 4.Призма.

5. Піраміда.

1. Циліндр.

Циліндром називається тіло, обмежене циліндричною поверхнею і двома паралельними площинами (основами). Прямим називається циліндр, в якого твірні перпендикулярні до основи рис. 4.2,а.

Проводячи аналіз креслення циліндра можна відмітити, що верхня основа циліндра паралельна площині 1P , нижня основа належить 1P . Бокова циліндрична поверхня – горизонтально – проектуюча. На 1P вона проектується в коло. Твірні даної поверхні (позначені як a , b , c , d) являються горизонтально-проектуючими прямими.

Розглянемо аксонометричне зображення циліндра (рис. 4.2,б) на горизонтальній проекції видимою буде верхня основа циліндра. На фронтальній проекції видимою буде передня частина циліндра (до площини δ). Площина δ умовно поділяє зображення циліндра на фронтальній площині проекцій на видиму і невидиму частини. Площина ϵ розділяє поверхню циліндра на видиму і невидиму частини на профільній площині проекцій. 3P . Всі точки, що знаходяться зліва від даної площини на профільній площині 3P будують видимі, а точки, що знаходяться справа – невидимі. Невидимі точки на комплексному кресленні зображуються в круглих дужках (точка E на рис. 4.2,е).

Побудова всіх проекцій точок здійснюється з допомогою ліній зв'язку по відповідних координатах. Яку b точку ми не взяли на поверхні циліндра, горизонтальна проекція цієї точки буде знаходитись на основі циліндра, тобто на колі.

Розглянемо декілька прикладів знаходження проекцій точок.

1. **Задано:** точка A на фронтальній проекції належить твірній a та верхній основі α . У символному записі - $^2A \subset ^2a \subset ^2\alpha$ (рис. 4.2,в).

Креслення: проекція точки 1A на горизонтальній площині співпадає із проекцією твірної ${}^1A \equiv {}^1a$. Проекція точки 3A на профільній площині проекцій співпадає із профільною проекцією твірної 3a та належить верхній основі - ${}^3\alpha$ (твірна - a належить фронтальній площині γ , що проходить через вісь симетрії (див. рис. 4.2, б) тому на профільній площині не викреслюється).

2. **Задано:** точка B на фронтальній проекції належить верхній основі α та боковій поверхні γ . У символному записі - ${}^2B \subset \alpha^2 \subset^2\gamma$ (рис. 4.2,г).

Креслення: проекція 1B на горизонтальній площині видима і знаходиться на колі основи. Проекція 3B на профільній площині проекцій видима належить верхній основі - ${}^3\alpha$ і знаходиться вправо від осі симетрії на відстані u_B

3. **Задано:** на фронтальній проекції точка C належить боковій поверхні γ . У символному записі - ${}^2C \subset^2\gamma$ (рис. 4.2,д).

Креслення: проекція 1C на горизонтальній площині видима і знаходиться на колі основи. Проекція 3C на профільній площині проекцій видима і знаходиться від проекції 2C по горизонтальній лінії з'язку вправо від осі симетрії на відстані u_C

4. **Задано:** на фронтальній проекції точка D належить боковій поверхні γ . У символному записі - ${}^2D \subset^2\gamma$ (рис. 4.2,д).

Креслення: проекція 1D на горизонтальній площині видима і знаходиться на колі основи. Проекція 3D на профільній площині проекцій невидима і знаходиться від проекції 2D по горизонтальній лінії з'язку вправо від осі симетрії на відстані u_D

5. **Задано:** невидима на фронтальній проекції точка E належить боковій поверхні γ . У символному записі - ${}^2E \subset^2\gamma$ (рис. 4.2,е).

Креслення: проекція 1E на горизонтальній площині видима і знаходиться на колі основи. Проекція 3E на профільній площині проекцій невидима і знаходиться від проекції 2E по горизонтальній лінії з'язку вліво від осі симетрії на відстані u_E

2. Сфера.

Сферична поверхня може бути одержана шляхом обертання кола навколо осі, яка лежить в площині кола і проходить через його центр. Рис. 4.3,а.

Проекції контуру сфери на епюрі представляють собою кола які зображені на рис. 4.3,б. Довільний перетин сфери площиною рівня (горизонтальна, фронтальна, профільна) утворює коло і воно проектується без спотворення на відповідну площину проекцій.

Горизонтальна площина проходить через центр сфери і ділить її на дві рівні частини. Коло, що утворюється в перетині, називається екватор. Верхня половина сфери дає видимі точки на горизонтальній проекції (точки D і E на рис. 4.3,г), а нижня – невидимі.

Фронтальна площина також ділить сферу на дві рівні частини. Коло, що утворюється в перетині, називається головний меридіан. Точки, які знаходяться попереду цієї площини на фронтальній проекції видимі (точка F на рис. 4.3,д), які позаду – невидимі(точка G на рис. 4.3,д).

Ще одне коло одержимо як січення профільною площиною. Коло, що утворюється в перетині, називається профільний меридіан. Точки будут видимі на профільній проекції, тоді коли вони будуть з лівої сторони від цієї січної площини (точки F і G на рис. 4.3,д), і невидимі, коли вони будуть справа (точки H і I на рис. 4.3,е).

Розглянемо декілька прикладів знаходження проекцій точок.

1. **Задано:** точка A на фронтальній проекції знаходиться в перетині головного фронтального та профільного меридіанів. У символічному записі - ${}^2A \subset {}^2b \cap {}^2c$ (рис. 4.3,в). (Аналогічно можна провести аналіз побудови точки B , що знаходиться в перетині екватора та профільного меридіана та аналіз побудови точки C що знаходиться в перетині екватора та головного меридіана)

Креслення: проекція точки 1A на горизонтальній площині буде знаходитись в перетині головного фронтального та профільного меридіанів- ${}^1A \subset {}^1b \cap {}^1c$. Проекція точки 3A на профільній площині буде знаходитись в перетині головного фронтального та профільного меридіанів- ${}^3A \subset {}^3b \cap {}^3c$.

Аналогічно можна провести аналіз побудови точки B , що знаходиться в перетині екватора та профільного меридіана та аналіз побудови точки C що знаходиться в перетині екватора та головного меридіана (рис. 4.3,в)

2. **Задано:** точка D на фронтальній проекції належить головному (фронтальному) меридіану. У символічному записі – ${}^2D \subset {}^2b$ (рис. 4.2,г).

Креслення: проекція точки 1D на горизонтальній площині буде знаходитись на перетині вертикальної лінії з'язку і осьової лінії, а саме належати головному меридіану – ${}^1D \subset {}^1b$. Координата точки D по осі OX визначається колом радіусом – $R1$ утвореним в горизонтальній площині.

Аналогічно можна провести аналіз побудови точки E , (рис. 4.3,г) її проекція на горизонтальній площині визначається екватором сфери – ${}^1E \subset {}^1a$, фронтальна проекція буде знаходитись на перетині вертикальної лінії з'язку і осьової лінії – ${}^2E \subset {}^2b$. Координата точки E на профільній проекції визначається колом радіусом – $R3$ утвореним в профільній площині.

3. **Задано:** точка F - видима та точка G - невидима на фронтальній проекції. У символічному записі – ${}^2F \equiv {}^2G$ (рис. 4.3,д).

Креслення: проекції точок 1F і 1G на горизонтальній площині будуть знаходитись на колі радіусом – $R1$, його радіус визначено з фронтальної площини проекцій. Проекції точок 3F і 3G на профільній площині будуть знаходитись на колі радіусом – $R3$, його радіус визначено з фронтальної площини проекцій.

4. **Задано:** точка H - видима та точка I - невидима на горизонтальній проекції. У символічному записі – ${}^2H \equiv {}^2I$ (рис. 4.3,е).

Креслення: проекції точок 2H і 2I на горизонтальній площині будуть знаходитись на колі радіусом – $R2$, його радіус визначено з фронтальної площини проекцій. Проекції точок 3F і 3G на профільній площині будуть знаходитись на колі радіусом – $R3$, його радіус визначено з фронтальної площини проекцій.

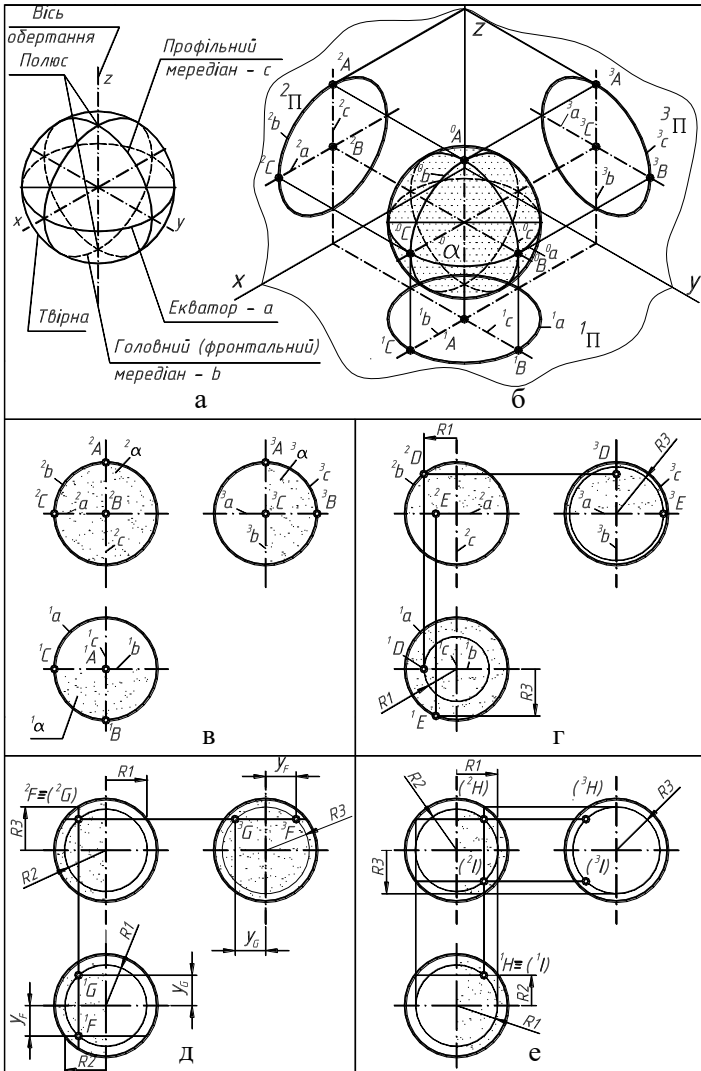


Рис. 4.3

3. Конус.

Конус – геометричне тіло, обмежене боковою конічною поверхнею - β і площиною основи - α , що перетинає всі його твірні. Основа конуса лежить в площині $^1\Pi$. Прямим круговим

називається конус, у якого основа є коло, а висота проходить через центр основи. Бічна поверхня прямого конуса утворена твірними які проходять через загальну точку S - вершину конуса (див.рис 4.4,а). На рис. 4.4,б зображено проекції конуса на площини проекцій.

Твірні a, b є окреслюючими по відношенню до $^2\Pi$, вони лежать у фронтальній площині. Твірні c, d – окреслюючі по відношенню до площини проекцій $^3\Pi$, знаходяться в профільній площині (рис. 4.4,в). Всі інші твірні конуса - прямі загального положення і на епюрі не зображуються.

Проекції точок, які лежать на основі конуса, знаходять на інших площинах проекцій за допомогою ліній зв'язку.

Розглянемо декілька прикладів знаходження проекцій точок.

1. **Задано:** проекція точки - 2C належить основі конуса (рис. 4.4,г).

Креслення: проекції точки - 1C на горизонтальній площині знайдемо на колі основи, а проекцію точки - 3C на профільній площині знайдемо на відстані Y_C в напрямку додатніх значень осі координат – Y .

2. **Задано:** точки – 1D і 1E , що належать окреслюючим твірним - $^1d, ^1c$ конуса (рис. 4.4,д).

Необхідно: Побудувати проекції точок. Вказати їх видимість.

Аналіз: На горизонтальній проекції видимою буде вся бічна поверхня конуса. Фронтальні окреслюючі твірні $^2a, ^2b$ ділять бічну поверхню конуса на передню - видиму і задню - невидиму (по відношенню до $^2\Pi$ – рис. 4.4.д). Профільні окреслюючі твірні - $^3d, ^3c$ ліву видиму і праву невидимі частини (по відношенню до $^3\Pi$, рис. 4.4. д).

Креслення: Проведемо горизонтальну площину - $^2\gamma$ через фронтальну проекцію точки – (^2D) – невидима, та горизонтальну площину - $^2\delta$ через фронтальну проекцію точки – 2E . Побудуємо коло радіусом - $R1$ в площині $^1\gamma$ та коло радіусом – $R2$ в площині - $^2\delta$ на горизонтальній площині проекцій. Проекції точок – 1D і 1E на горизонтальній площині знайдемо в перетині кіл радіусами $R1$ та $R2$ з горизонтальною проекцією окреслюючих твірних - $^1d, ^1c$. Профільні

проекції точок- 3D і 3E знаходяться в перетині горизонтальних ліній зв'язку від фронтальних проєкцій точок- 2D і 2E та профільних проєкцій окреслюючих твірних - 3d та 3c .

3. **Задано:** точка - 2F , що належить конічній поверхні (рис. 4.4,е).

Креслення: Проведемо горизонтальну площину - ${}^2\varepsilon$ через фронтальну проєкцію точки - 2F . Побудуємо коло радіусом - $R1$ в цій площині на горизонтальній проєкції. Горизонтальну проєкцію точки - 1F знайдемо в перетині цього кола і вертикальної лінії зв'язку від фронтальної проєкції точки - 2F . Профільну проєкцію точки - 3F знайдемо в площині - ${}^3\varepsilon$ на відстані Y_F в напрямку додатніх значень осі координат - Y .

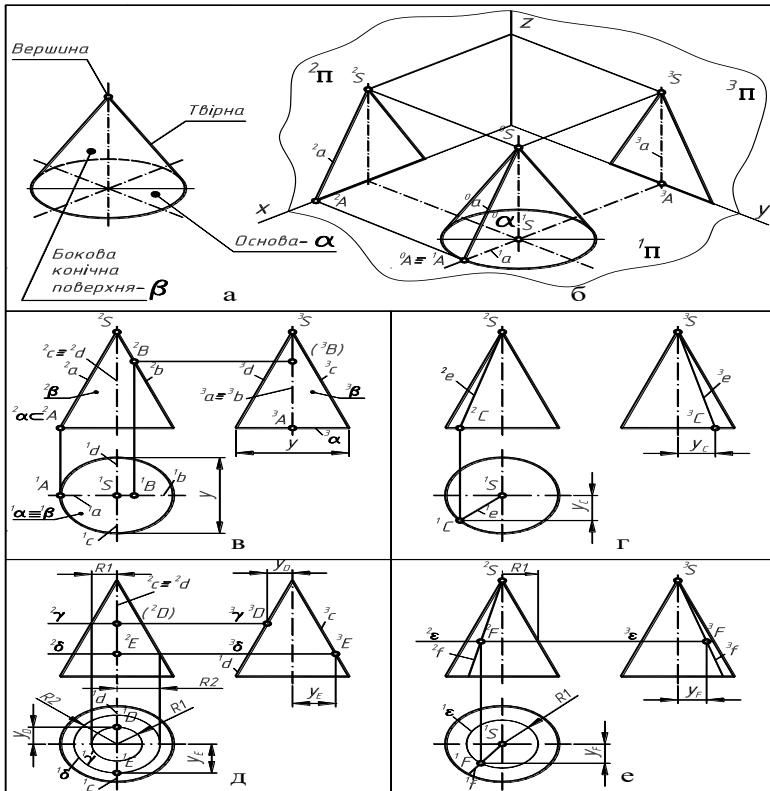


Рис. 4.4

4. Призма.

Призма – многогранник, утворений перетином призматичної поверхні двома паралельними площинами α і β . На рис.4.5,а зображені проєкції призми і її деяких складових елементів. Елементами призм вважають: вершини (точки), ребра (прямі), грані (площини). Призму називають прямою, якщо бокові ребра її перпендикулярні до основи. Призму називають правильною, якщо в основі її лежить правильний многокутник. Аксонометричне зображення призми наведено на рис. 4.5,б.

Призма, яку зображено на рис.4.5,в має 6 граней, 2 основи, 18 ребер (із них 6 бокових –а, b, c, d, e, f), 12 вершин. Верхня основа паралельна горизонтальній площині проєкцій $^1\Pi$ нижня – належить $^1\Pi$. Грані *BCMK*, *FEOT* – фронтальні площини. На $^3\Pi$ кожна з них проєкується в лінію – слід площини. Інші грані – горизонтально-проєкуючі площини. Ребра основи – горизонтальні лінії рівня. На горизонтальній проєкції видимою буде верхня основа призми. На фронтальній проєкції видимі грані *ABKL*, *BCMK*, *CDNM*, інші – невидимі. На профільній проєкції видимі грані – *ABKL*, *AFTL*, інші – невидимі.

Комплексне креслення правильної призми слід починати з горизонтальної проєкції. Побудову всіх проєкцій точок на боковій поверхні призми здійснюють за допомогою ліній зв'язку по відповідних координатах. Яку б точку ми не взяли на боковій поверхні призми, горизонтальна проєкція цієї точки буде знаходитись в основі призми.

Розглянемо декілька прикладів знаходження проєкцій точок.

1. **Задано:** проєкція точки - 2P належить грані *ABKL* (площина - γ , див.рис. 4.5,г).

Креслення: горизонтальна проєкція точки – 1P знаходиться в основі призми на ребрі – $^1K^1L$. Профільну проєкцію точки – 3P знаходимо на горизонтальній лінії зв'язку, яку проводимо від фронтальної проєкції точки – 2P , на відстані Y_p в напрямку додатніх значень осі координат – Y .

2. **Задано:** проєкція точки – 2S належить грані *CDNM* (площина - δ , див.рис. 4.5,д).

Аналіз: грань $CDNM$ видима на горизонтальній, фронтальній та невидима на профільній проєкціях (див. рис.4.5,б), аналогічно позначимо проєкції точки – 1S , 2S і 3S .

Креслення: горизонтальна проєкція точки – 1S знаходиться в основі призми на ребрі – ${}^1N^1M$. Профільну проєкцію точки – 3P знаходимо на горизонтальній лінії з'язку, яку проводимо від фронтальної проєкції точки – 2P , на відстані Y_S в напрямку додатніх значень осі координат – Y .

3. **Задано:** проєкція точки – 2I належить грані $BCMK$ (площина – ${}^2\varepsilon$, див.рис. 4.5,е).

Аналіз: грань $BCMK$ – фронтальна площина.

Креслення: горизонтальна проєкція точки – 1I знаходиться в основі призми на ребрі – ${}^1K^1M$. Профільну проєкцію точки – 3I знаходимо по горизонтальній лінії з'язку на проєкції грані $BCMK$ (площина – ${}^3\varepsilon$).

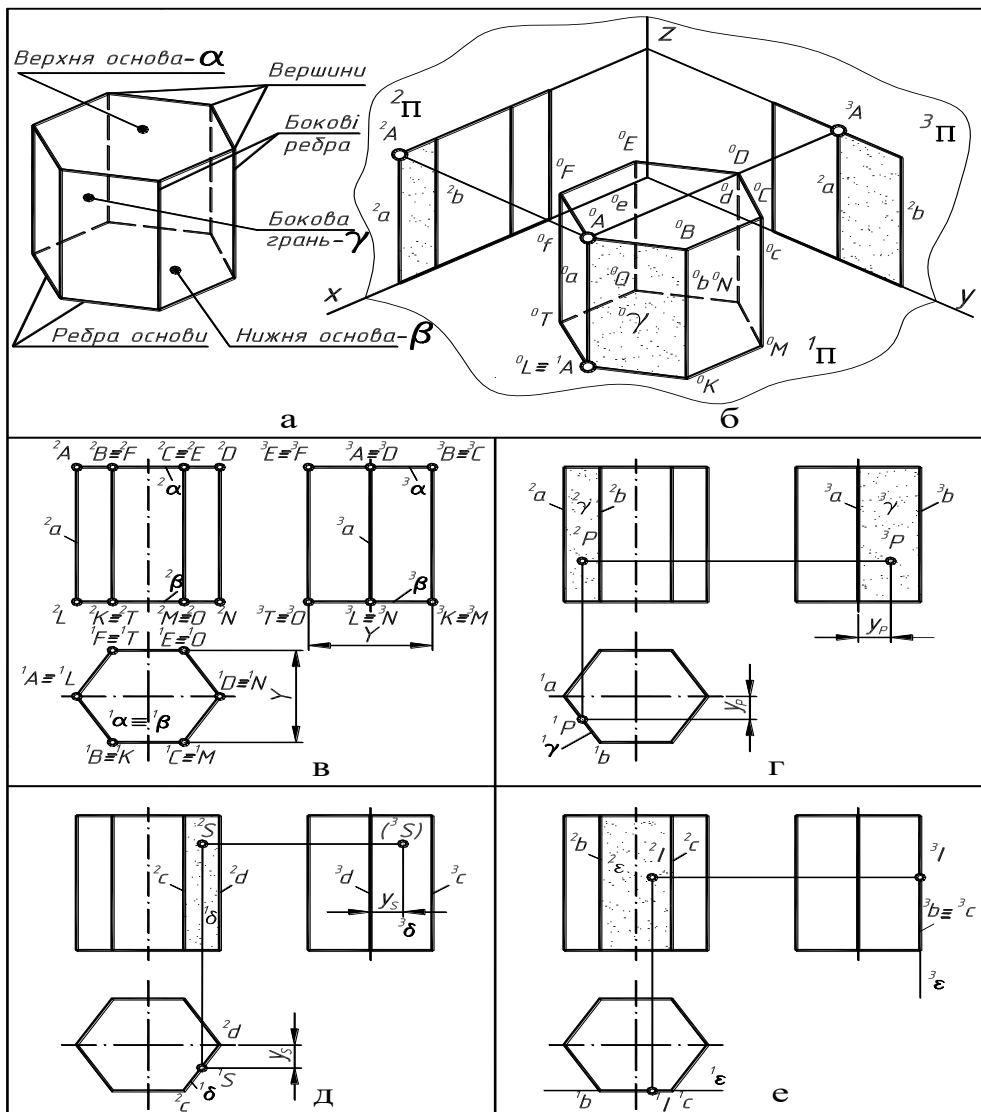


Рис. 4.5

5. Піраміда.

Піраміда – многогранник, утворений перетином пірамідальної поверхні площиною основи $-\alpha$. На рис.4.6,а зображені проєкції

піраміди і її деяких складових елементів. Елементами пірамід вважають: вершини (точки), ребра (прямі), грані (площини). Піраміду називають прямою, якщо її висота перпендикулярна основі. Піраміду називають правильною, якщо в основі її лежить правильний багатокутник. Аксонометричне зображення піраміди наведено на рис. 4.6,б.

Піраміда, яку зображено на рис.4.6,в має 6 граней, 1 основу, 12 ребер (із них 6 бокових), 7 вершин. Основа піраміди належить горизонтальній площині проєкцій 1P або паралельна їй. Бокові ребра SA та SD - фронтальні прямі рівня. Інші бокові ребра – прямі загального розташування. Ребра основи – горизонтальні лінії рівня. На горизонтальній проєкції видимими будуть всі грані піраміди. На фронтальній проєкції видимі грані SAB , SBC , SCD , інші – невидимі. На профільній проєкції видимі грані – SAB , SAF , інші – невидимі.

Комплексне креслення правильної піраміди слід починати з горизонтальної проєкції.

Розглянемо декілька прикладів знаходження проєкцій точок.

1. **Задано:** проєкція точки – 2G належить ребру - AB в основі піраміди (площина - α , див.рис. 4.6,г).

Креслення: горизонтальна проєкція точки – 1G знаходиться в основі піраміди на ребрі – $^1A^1B$. Профільну проєкцію точки – 3G знаходимо на горизонтальній лінії з'язку, яку проводимо від фронтальної проєкції точки – 2G , на відстані Y_G в напрямку додатніх значень осі координат – Y .

2. **Задано:** проєкція точки – 2H належить боковому ребру SB (див.рис. 4.6,д).

Креслення: горизонтальна проєкція точки – 1H знаходиться в перетині вертикальної лінії з'язку та ребра – $^1S^1B$ піраміди. Профільну проєкцію точки – 3H знаходимо на перетині горизонтальної лінії з'язку, яку проводимо від фронтальної проєкції точки – 2H , із ребром $^3S^3B$.

3. **Задано:** проєкція точки – 2I належить грані SAB (див.рис. 4.6,е).

Аналіз: грань SAB – площина загального розташування.

Креслення: Проведемо горизонтальну площину β через фронтальну проекцію точки $-^2I$. Утворюється лінія перетину n , що належить горизонтальній площині $n \subset \beta$. Горизонтальна проекція точки $-^1I$ знаходиться на перетині вертикальної лінії з'язку, яку проведено від фронтальної проекції точки $-^2I$, із горизонтальною проекцією лінії $-^1n$. Профільну проекцію точки $-^3I$ знаходимо по горизонтальній лінії з'язку, яку проводимо від фронтальної проекції точки $-^2I$, на відстані Y_1 в напрямку додатніх значень осі координат $-Y$.

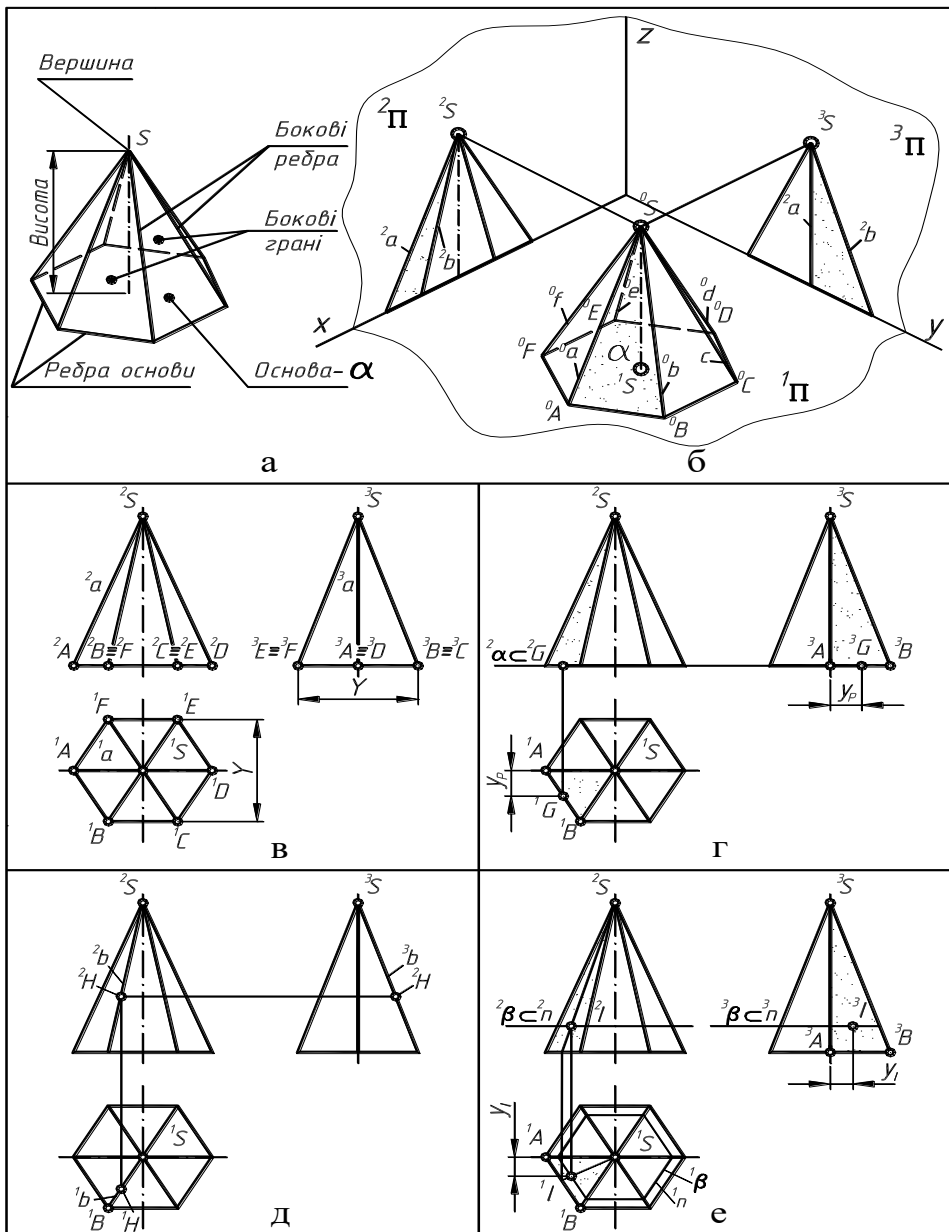


Рис. 4.6

4.3. ПЕРЕТИН ПОВЕРХОНЬ ПЛОЩИНАМИ.

При перетині поверхонь геометричних тіл, площинами отримуємо лінії прямі і плоскі алгебраїчні криві другого порядку (коло, еліпс, парабола, гіпербола). Будь-яка лінія представляє собою сукупність точок, тому побудова проєкцій ліній, розміщених на поверхнях геометричних тіл базується на побудові проєкцій декількох точок (двох для прямих і більше - для кривих) цих ліній.

На рис. 4.7 зображені три проєкції і аксонометрія призми яку перетинають: горизонтальною площиною - α (рис. 4.7,а); фронтальною - β (рис. 4.7,б); профільною - γ (рис. 4.7,в); фронтально-проєктуючою площиною - δ (рис. 4.7,в) та побудову решти проєкцій точок для яких задано - 1A (рис. 4.7,а), 2B (рис. 4.7,б), 3C (рис. 4.7,в), 1D (рис. 4.7,в), які належать переліченим вище площинам.

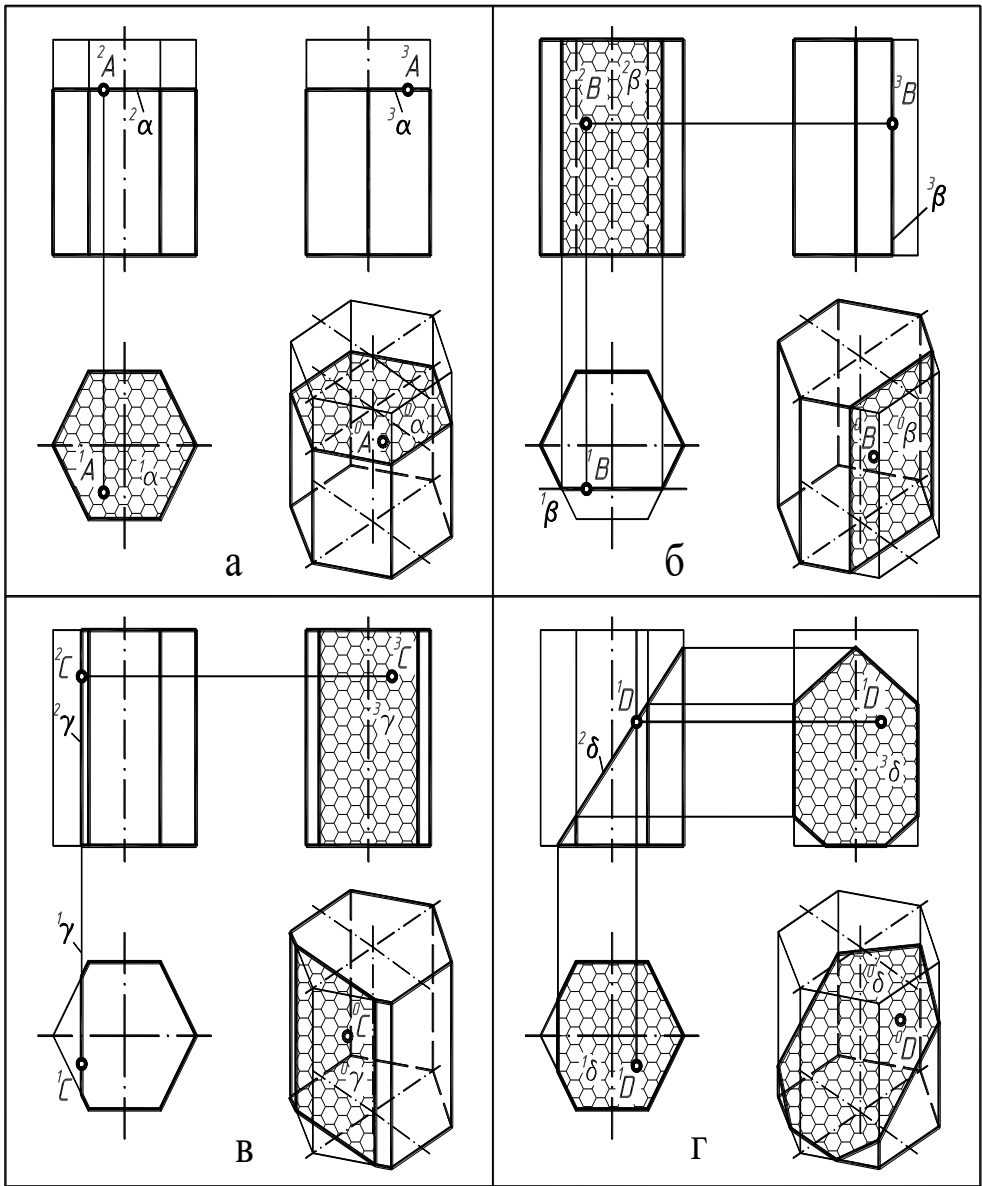


Рис. 4.7

На рис. 4.8 зображені три проєкції і аксонометрія піраміди яку перетинають: горизонтальною площиною - α (рис. 4.7,а); фронтально-

проектуючою площиною - β (рис. 4.7,б) та побудову решти проєкцій точок для яких задано - 1A (рис. 4.7,а), 1B (рис. 4.7,б), які належать переліченим вище площинам.

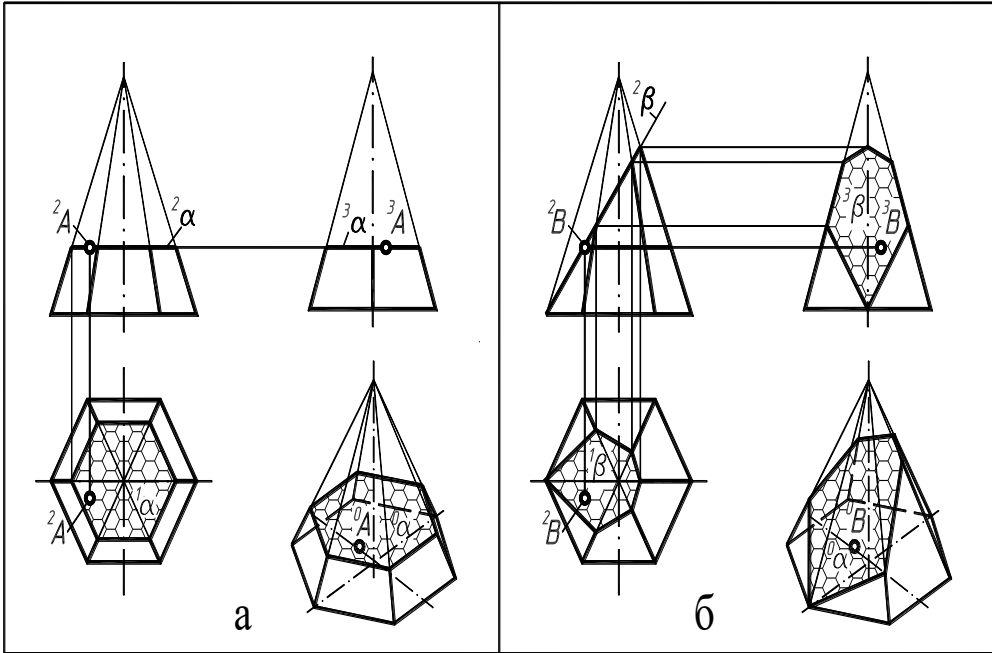


Рис. 4.8

На рис. 4.9 зображені три проєкції і аксонометрія циліндра який перетинають: фронтально-проектуючою площиною - α (рис. 4.9,а); профільною площиною рівня - β (рис. 4.9,б) та побудову решти проєкцій точок для яких задано - 1E (рис. 4.9,а), 3F (рис. 4.9,б), які належать переліченим вище площинам. Перетин циліндра фронтально-проектуючою площиною - α утворює криву лінію на його поверхні – еліпс, який на профільній проєкції будують по точках визначених проєктуванням на горизонтальну проєкцію циліндра - коло.

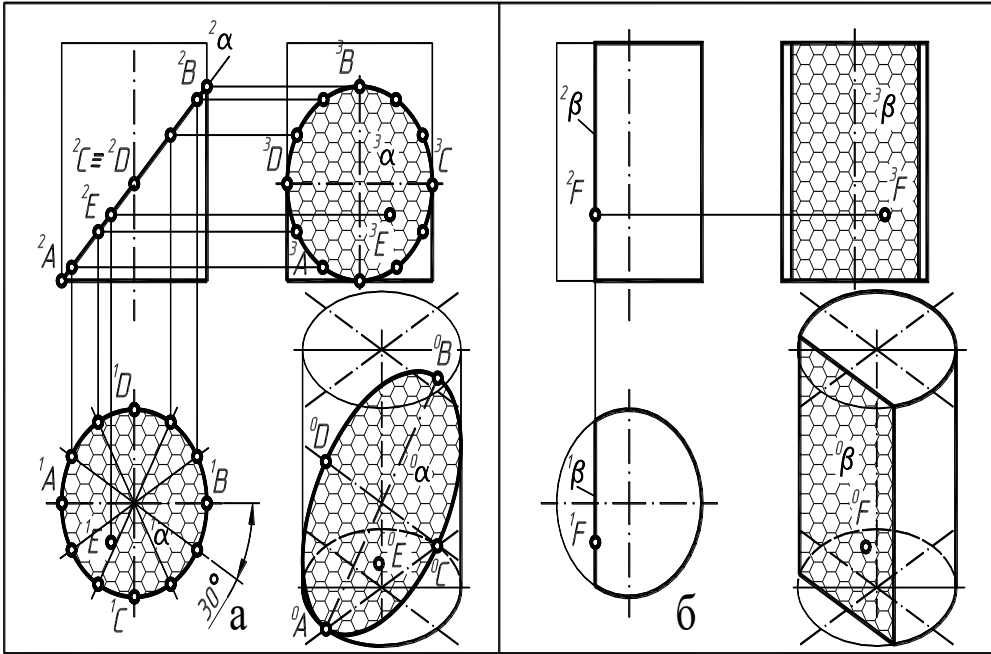


Рис. 4.9

На рис. 4.10 зображені три проєкції і аксонометрія сфери яку перетинають: горизонтальною площиною - α (рис. 4.10,а); фронтальною - β (рис. 4.10,б); профільною - γ (рис. 4.10,в); фронтально-проєктуючою площиною - δ (рис. 4.10,в) та побудову недостаючих проєкцій точок для яких задано проєкція точки 1A належить фронтальному меридіану та площині- α (рис. 4.7,а), проєкція точки 2B належить екватору сфери та площині- β (рис. 4.7,б), проєкція точки 3C належить екватору сфери та площині- γ (рис. 4.7,в) які належать переліченим вище площинам.

Зріз сфери фронтально-проєктуючою площиною - δ (рис. 4.10,в) зображується на інших площинах проєкцій - 1П , 3П у вигляді еліпсів. Зрештою зріз іншими проєктуючими площинами (горизонтально-проєктуючою та профільно-проєктуючою) також зумовить зображення еліпсів на інших площинах проєкцій - 2П , 3П (для горизонтально-проєктуючої) та 1П , 2П (для профільно-проєктуючої).

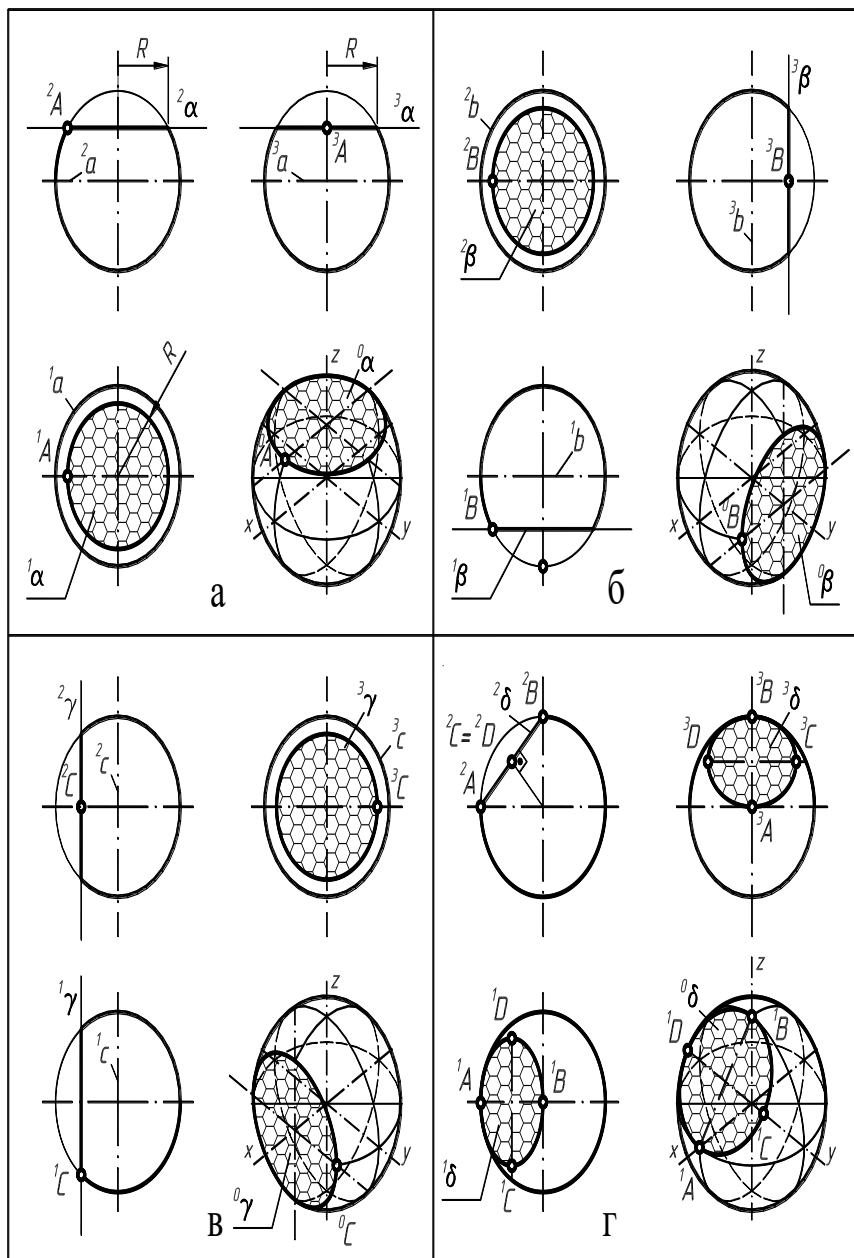


Рис. 4.10

На рис. 4.12,а зображені три проекції і аксонометрія конуса який перетинає горизонтальна площина рівня - α . В перетині конічної поверхні утворюється коло.

На рис. 4.12,б зображені три проекції і аксонометрія конуса який перетинає фронтально-проектуюча площина рівня - β , яка проходить через його вершину. В перетині конічної поверхні його дві твірні утворюють трикутник.

На рис. 4.12,в та 4.12,г зображені три проекції і аксонометрія конуса який перетинає фронтально-проектуюча площина - γ , яка нахилена до осі конуса під кутом, більшим за кут нахилу твірної конуса до осі. В перетині конічної поверхні утворюється еліпс. Неповний еліпс утворюється, якщо фронтально-проектуюча площина перетинає основу конуса. На першому етапі побудови (див.рис. 4.12,в) слід побудувати горизонтальні проекції точок 1A і 1B (велика піввісь еліпса) та 1C і 1D (мала піввісь еліпса). Пошук профільної проекції цих точок розглянуто вище (див. рис.4.4,г). На другому етапі побудови (див.рис. 4.12,д) проекції допоміжних точок еліпса як належних конусові точок знаходимо за допомогою площин-посередників μ_i , які являють горизонтальні площини рівня, у такій послідовності (рис.11).

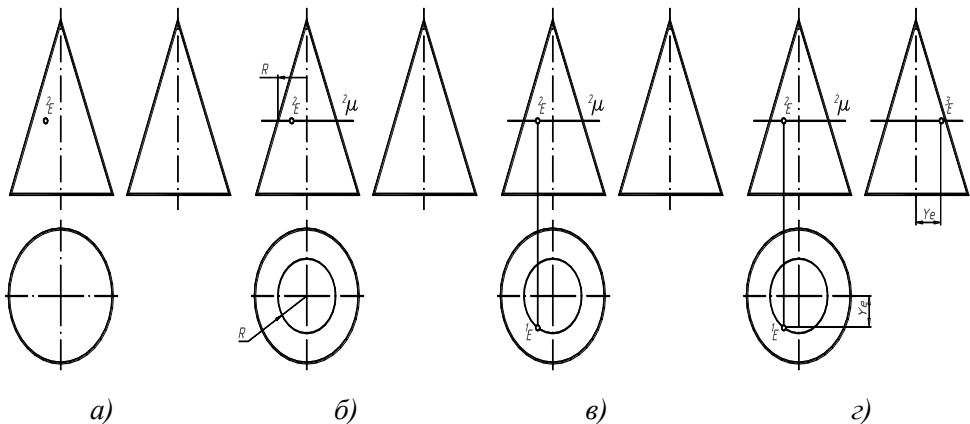
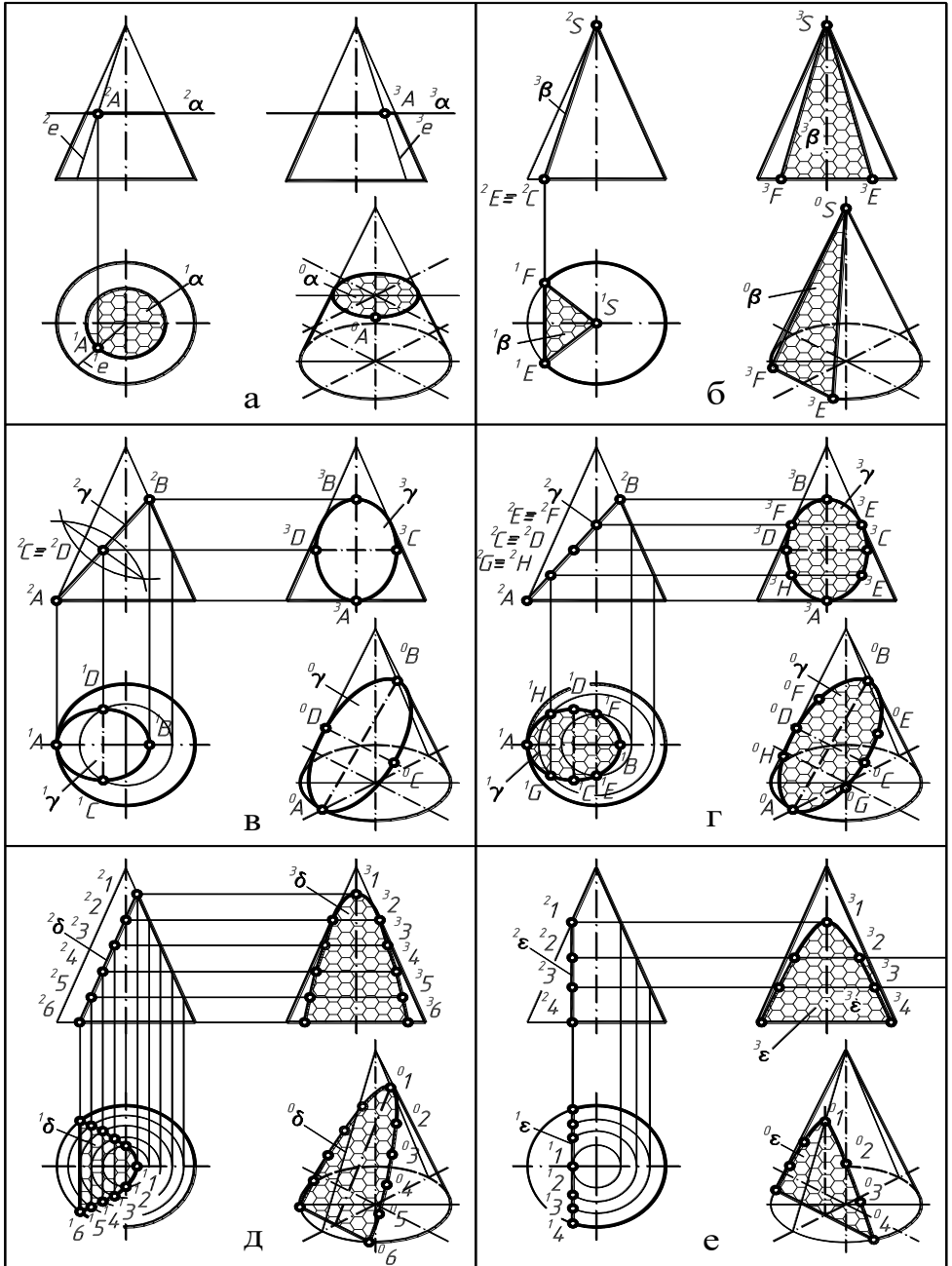


Рис. 4.11. Побудова проекцій належної поверхні конуса точки E.

Через задану на поверхні конуса фронтальну проекцію 2E точки E (рис. 4.11,а) проводимо горизонтальну площину рівня ${}^2\mu$ як площину-посередник (рис. 4.11,б). Ця площина перетинає конус по колу радіуса R . Будуємо горизонтальну проекцію кола, що являє дійсну величину перерізу конуса площиною μ . На перетині лінії проекційного зв'язку з колом будуємо горизонтальну проекцію 1E точки E (рис. 4.11,в). Профільну проекцію 3E точки E будуємо, визначивши на горизонтальній проекції значення координати u_E (рис. 4.11,г).

На рис. 4.12,д зображені три проекції і аксонометрія конуса який перетинає фронтально-проектуюча площина паралельна одній твірній конуса - ${}^2\delta$. В перетині конічної поверхні утворюється парабола. Побудову характерних точок параболи – 1, 2, 6 розглянуто вище (див. рис.4.4, в, г, д , точки $-B, C, D, E$). Проекції допоміжних точок – 3, 4, 5 знаходимо за допомогою площин посередників (див.рис. 4.12).

На рис. 4.12,е зображені три проекції і аксонометрія конуса який перетинає фронтально-проектуюча площина паралельна двом твірним або осі конуса - ${}^2\epsilon$. В перетині конічної поверхні утворюється гіпербола.



4.4. ВЗАЄМНИЙ ПЕРЕТИН ПОВЕРХОНЬ ПЛОЩИНАМИ.

Питання для розгляду:

1. Тіло обмежене сферичною і циліндричною поверхнею
2. Тіло обмежене пірамідальною і циліндричною поверхнею
3. Тіло обмежене конічною і сферичною поверхнею

1. Тіло обмежене сферичною і циліндричною поверхнею.

На рис. 4.13,а представлено виконані на комп'ютері твердотільні моделі півсферичної поверхні - α та циліндричної поверхні - β які перетинає чотирихгранна поверхня - γ , а також результат поєднання поверхонь - α і β та віднімання від них поверхні - γ (рис.4.13,б).

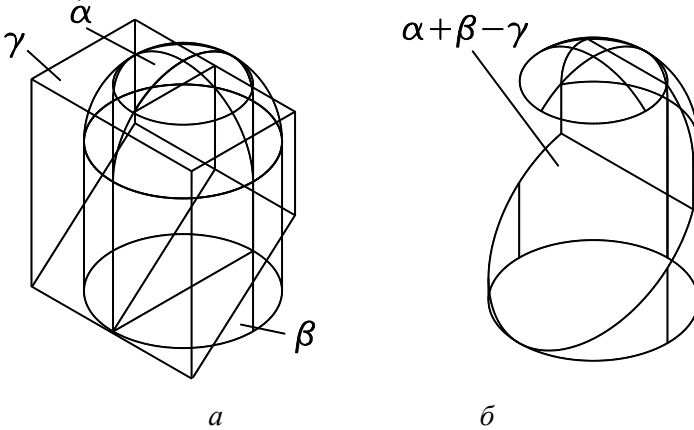


Рис. 4.13

Перетин сферичної поверхні- α гранню - γ_1 (горизонтальна площина рівня) утворює колову лінію радіусом - $R1$ (див.рис.4.14). Перетин сферичної поверхні гранню - γ_2 (профільна площина рівня) утворює лінію кола, радіусом - $R2$. В перетині площин позначаємо точки 2_1 і 2_2 , що визначають початок та закінчення дуги радіусом $R1$ та початки дуг радіусом $R2$. На лінії екватора сфери позначаємо точки 2_3 і 2_4 в яких буде закінчуватись побудова дуг радіусом $R2$.

Горизонтальну проекцію точок $^1 1$ і $^1 2$ знаходимо на перетині вертикальної лінії з'вязку із колом радіусом $R1$, а точок $^1 3$ і $^1 4$ із екватором сфери. На профільній площині проєкцій точки $^3 1$ і $^3 2$ та точок $^3 3$ і $^3 4$ будуть знаходитись на колі радіусом – $R2$, його радіус визначено з фронтальної площини проєкцій.

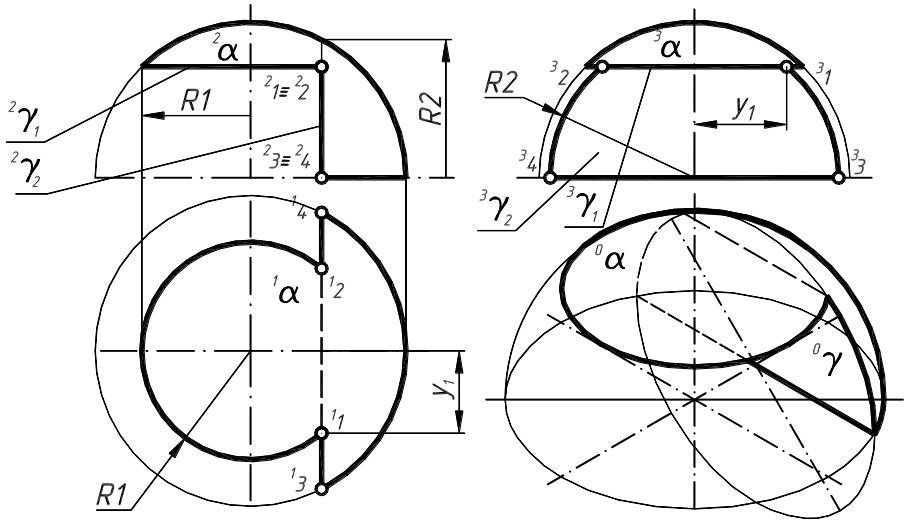


Рис. 4.14. Побудова ліній перетину гранної поверхні - γ із сферичною поверхнею - α

Перетин циліндричної поверхні - β гранню - γ_2 (профільна площина рівня) проходить по твірним циліндра. На фронтальній проєкції циліндра позначимо точки $^2 5$ та $^2 6$ – закінчення вертикальних відрізків. Побудову решти проєкцій точок 5 та 6 виконуємо згідно опису, наведеному на рис. 4.2.

Перетин циліндричної поверхні - β гранню - γ_3 (фронтально-проєктуючою площиною) утворює криву лінію на його поверхні – еліпс, який на профільній проєкції будують по точках, визначених проєктуванням на горизонтальну проєкцію циліндра – коло (див. рис. 4.15).

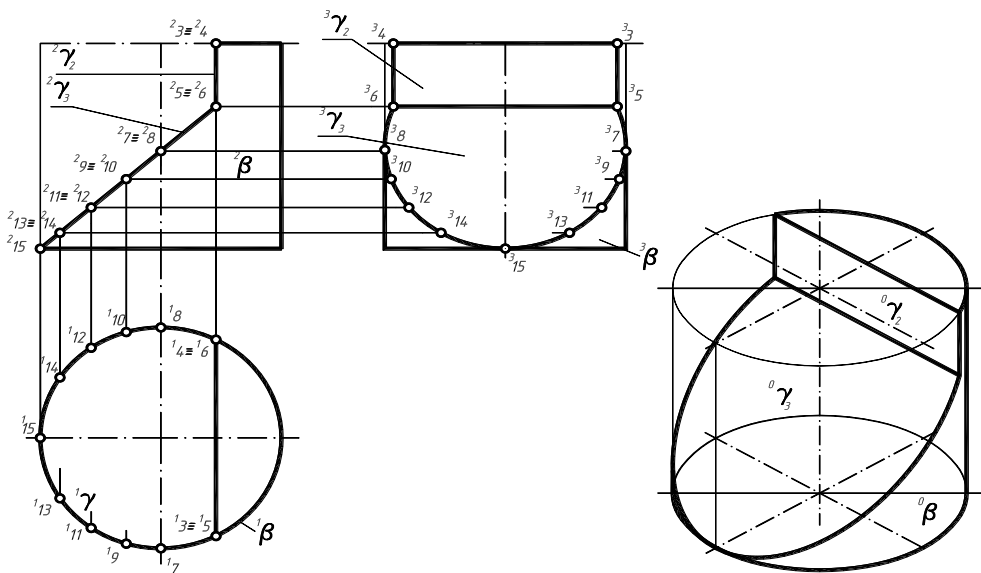


Рис. 4.15. Побудова ліній перетину гранної поверхні - γ з циліндричною поверхнею - β

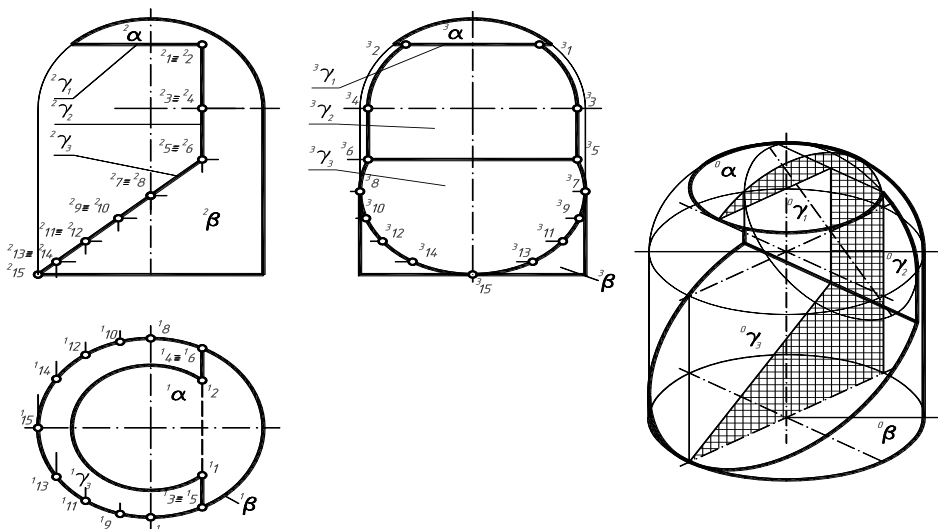


Рис. 4.16. Комплексне креслення поєднаної сферичної та циліндричної поверхні.

2. Тіло обмежене пірамідальною і циліндричною поверхнею.

На рис. 4.17,а представлено виконані на комп'ютері твердотільні моделі поверхні піраміди - α та циліндричної поверхні - β які перетинає поверхня - γ , а також результат поєднання поверхонь - α і β та віднімання від них поверхні - γ (рис.4.13,б).

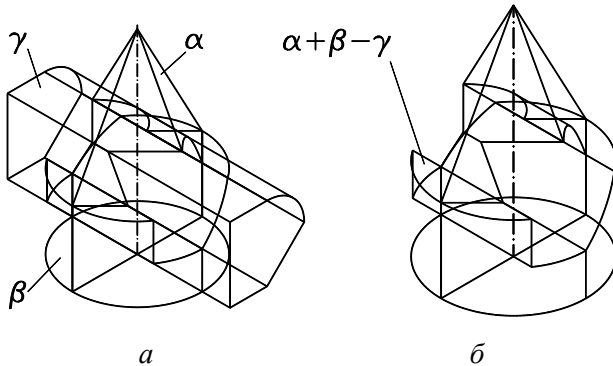


Рис. 4.17

Перетин лівої половини поверхні піраміди - α гранню - γ_2 (горизонтальна площина рівня) утворює в нашому випадку правильний чотирикутник подібний основі піраміди (див.рис. 4.18, а). Перетин піраміди гранню - γ_1 (профільна площина рівня) утворює лінії зрізу паралельні ребрам піраміди. В основі піраміди позначаємо точки 2_3 і $^2_{11}$. В перетині площини γ_2 з ребрами піраміди позначаємо точки 2_5 і $^2_{13}$. Точки 2_4 і $^2_{12}$ позначаємо на перетині площин $^2_{\gamma_1}$ та $^2_{\gamma_2}$.

Перетин правої половини поверхні піраміди - α гранню - γ_3 циліндричною поверхнею утворює просторову криву Вибір кількості допоміжних площин впливає на докладність побудови кривої. В основі піраміди позначаємо точки 2_6 і $^2_{14}$.

Побудову решти проєкцій точок на поверхні піраміди виконуємо згідно опису наведеному на рис. 4.6.

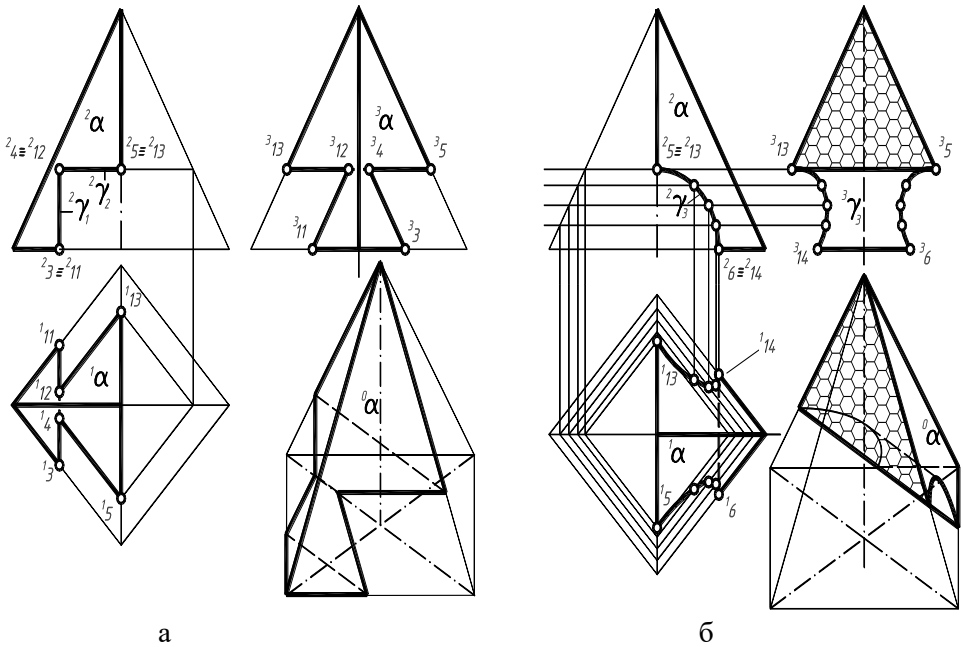


Рис. 4.18. Побудова ліній перетину поверхні γ із поверхнею піраміди - α .

Перетин циліндричної поверхні - β гранню - γ_1 (профільна площина рівня) проходить по твірним циліндра. На фронтальній проекції циліндра позначимо точки 2_1 та 2_9 – закінчення вертикальних відрізків (див. рис. 4.19,а). Побудову решти проекцій точок 1 та 9 виконуємо згідно опису наведеному на рис. 4.2.

Перетин циліндричної поверхні - β гранню - γ_4 (фронтально-проектуючою площиною) утворює криву лінію на його поверхні – еліпс. На верхній основі циліндра позначаємо точки 2_7 і $^2_{15}$. Точки 2_8 і $^2_{16}$ позначаємо на перетині площин $^2_{\gamma_4}$ та $^2_{\gamma_5}$. Побудова еліптичної кривої проводиться по дискретним точкам за допомогою декількох допоміжних горизонтальних площин рівня. Ці точки на профільній проекції будуть по точках визначених проектуванням на горизонтальну проекцію циліндра – коло (див. рис. 4.19,б).

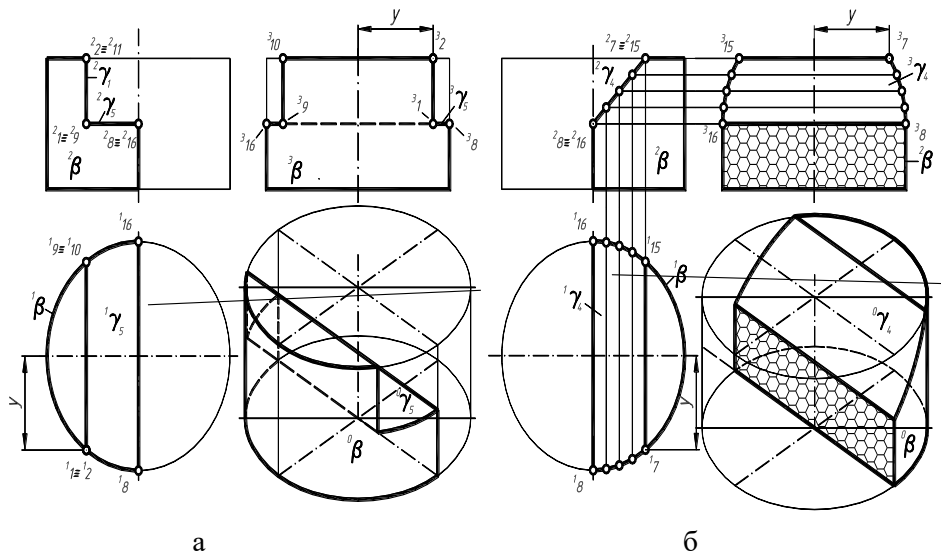


Рис. 4.19. Побудова ліній перетину поверхні - γ з циліндричною поверхнею - β .

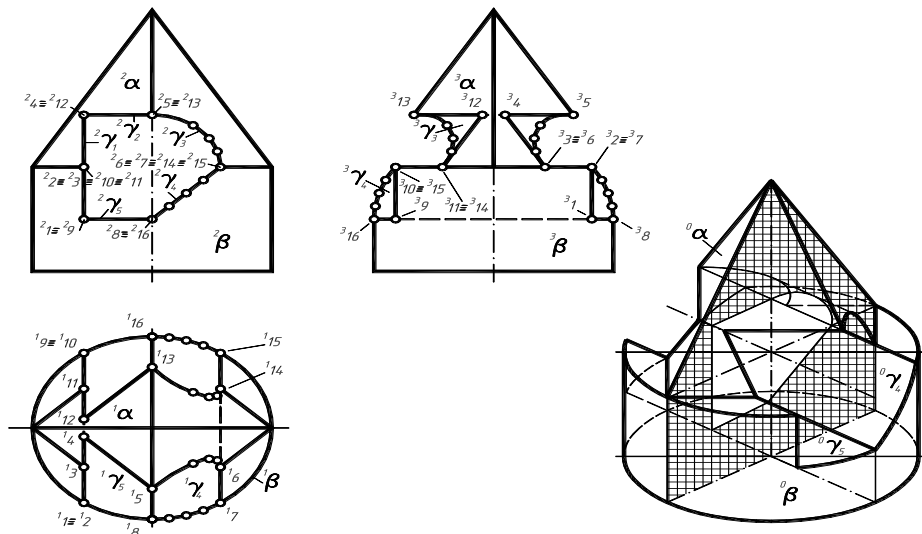


Рис. 4.20. Комплексне креслення поєднаної сферичної та циліндричної поверхні.

3. Тіло обмежене кінчною і сферичною поверхнею.

На рис. 4.21,а представлено виконані на комп'ютері твердотільні моделі кінчної поверхні - α та півсферичної поверхні - β які перетинає чотирихгранна поверхня - γ , а також результат поєднання поверхонь - α і β та віднімання від них поверхні - γ (рис.4.21,б).

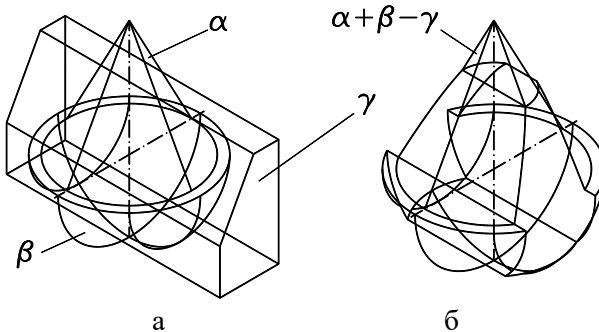


Рис.4.21

Перетин кінчної поверхні- α гранню - γ_5 (фронтально-проектуюча площина паралельна твірній конуса) утворює параболічну криву на кінчній поверхні (див.рис 4.22,а). В основі конуса позначаємо точки 25 і 26 . Точки 213 і 214 позначаємо на перетині площин $^2\gamma_1$ та $^2\gamma_5$. Побудова параболічної кривої проводиться по дискретним точкам за допомогою декількох допоміжних горизонтальних площин рівня. Ці точки на горизонтальній проекції знаходять в перетині вертикальних ліній зв'язку із відповідними січними колами (див. рис. 4.22,а). Побудову профільних проекцій точок на поверхні конуса виконуємо згідно опису, наведеному на рис. 4.11.

Перетин кінчної поверхні гранню - γ_1 (горизонтальна площина рівня) утворює лінію дуги, радіус якої дорівнює відстані від осі до твірної(див.рис 4.22,б).

Перетин кінчної поверхні гранню - γ_2 (профільна площина рівня) утворює гіперболічну криву на кінчній поверхні (див.рис 4.22,б)

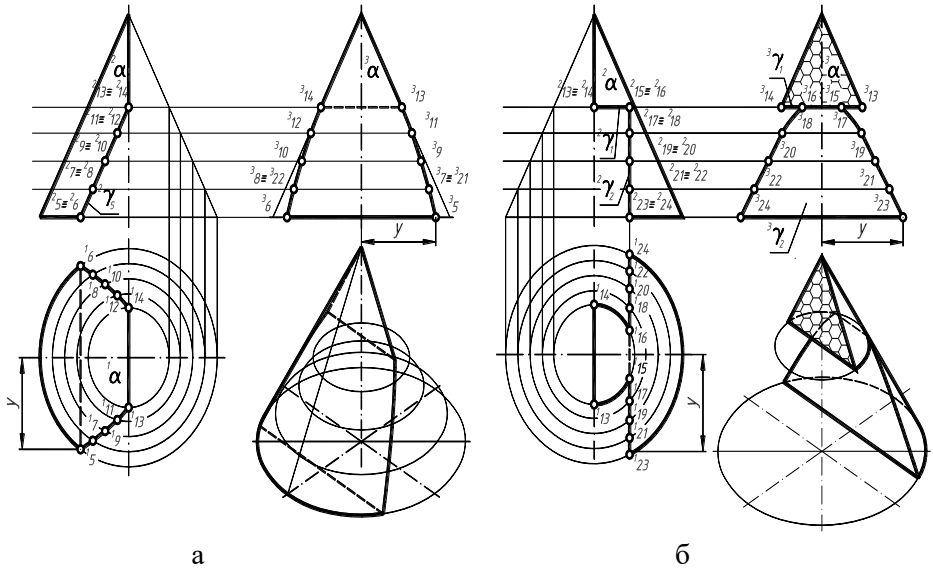


Рис. 4.22. Побудова ліній перетину поверхні γ із конічною поверхнею α .

Перетин сферичної поверхні - β гранню - γ_4 та гранню - γ_2 (профільні площини рівня) утворюють лінії кола радіусом - R_3 . Перетин сферичної поверхні гранню - γ_3 (горизонтальна площина рівня) утворює лінії кола радіусом - R_1 . В перетині площин позначаємо точки 2_1 і 2_2 , та $^2_{27}$ і $^2_{28}$, що визначають початок та закінчення дуги радіусом R_3 та початки дуг радіусом R_1 . На лінії екватора сфери позначаємо точки 3_3 і 3_4 та $^3_{25}$ і $^3_{26}$ в яких буде закінчуватись побудова дуг радіусом R_3 . Горизонтальну проекцію точок 1_1 і 1_2 та $^1_{27}$ і $^1_{28}$ знаходимо на перетині вертикальної лінії з'вязку із колом радіусом R_1 , а точок 1_3 і 1_4 та $^1_{25}$ і $^1_{26}$ із екватором сфери. На профільній площині проєкцій точок 3_1 і 3_2 та $^3_{27}$ і $^3_{28}$, а також точок 3_3 і 3_4 та $^3_{25}$ і $^3_{26}$ будуть знаходитись на колі радіусом - R_3 , його радіус визначено із фронтальної площини проєкцій.

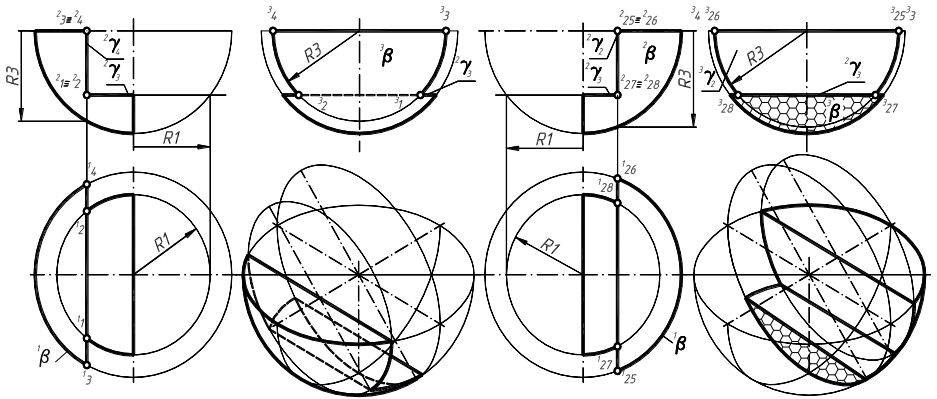


Рис. 4.23. Побудова ліній перетину гранної поверхні - γ із сферичною поверхнею - β .

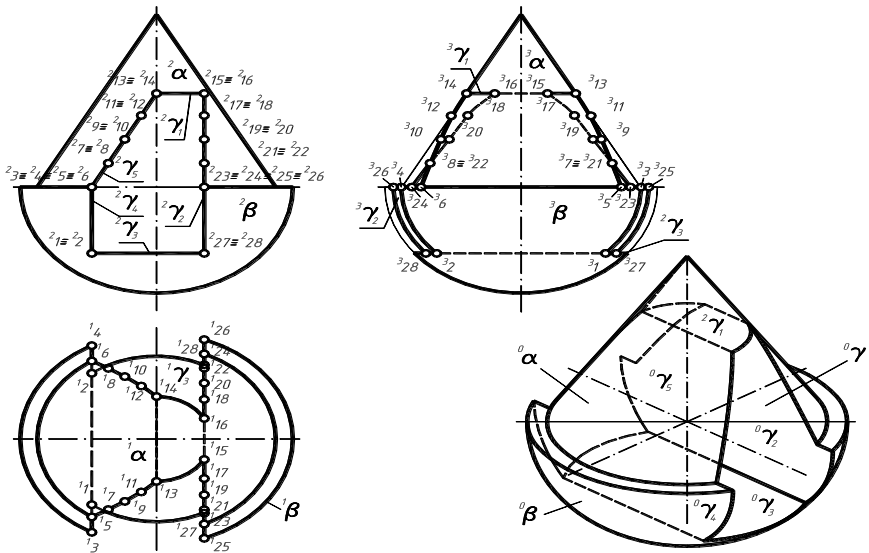


Рис. 4.24. Комплексне креслення поєднаної конічної та сферичної поверхні.

4.5. ПОБУДОВА ЗОБРАЖЕНЬ ГЕОМЕТРИЧНИХ ТІЛ З ПОДВІЙНИМ ПРОНИКНЕННЯМ.

Питання для розгляду:

1. Тіло, обмежене призматичною і конічною поверхнями.

1. Тіло, обмежене призматичною і конічною поверхнями.

На рис. 4.25 представлено виконані на комп'ютері твердотільні моделі призматичної поверхні - α , конічної поверхні - β та гранної поверхні - γ . Завдання - викреслити фігуру - Φ яку ми отримуємо в результаті віднімання від поверхні - α поверхні - β та наступного віднімання від новоутвореної поверхні ще однієї поверхні - γ .

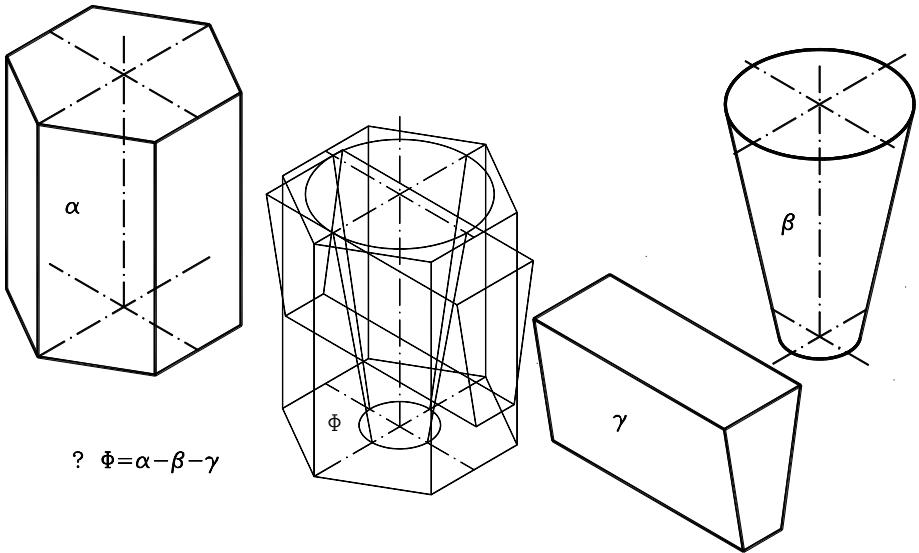


Рис. 4.25

На рис 4.26 показано процес моделювання шуканої фігури – Φ . Шляхом попарного віднімання однієї поверхні від іншої.

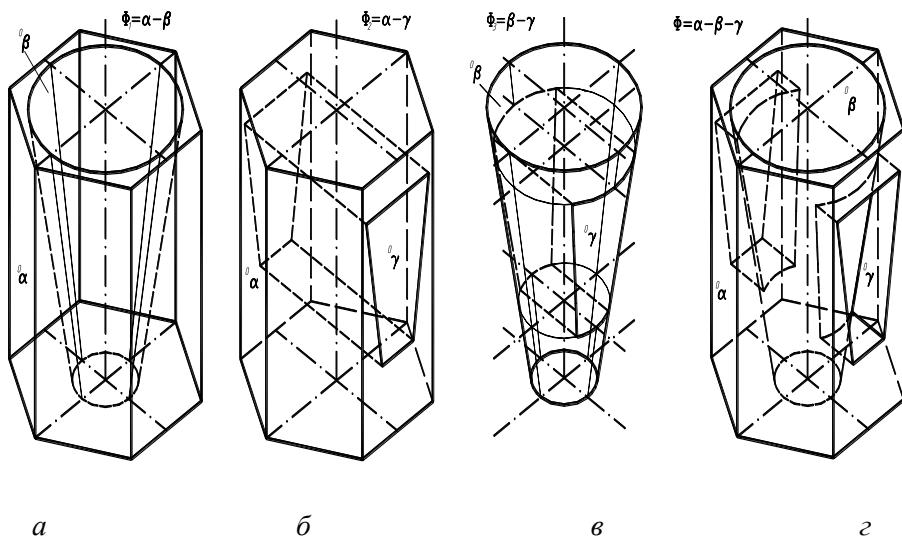
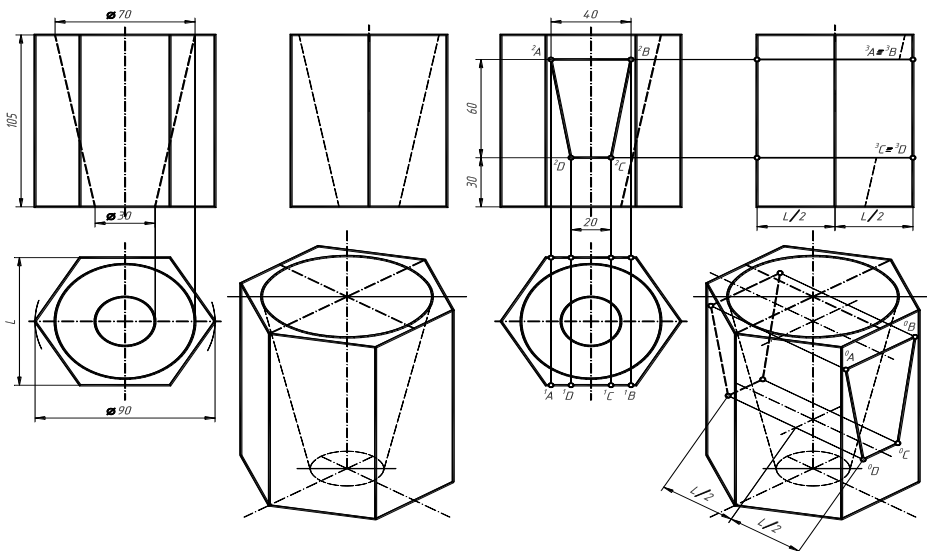


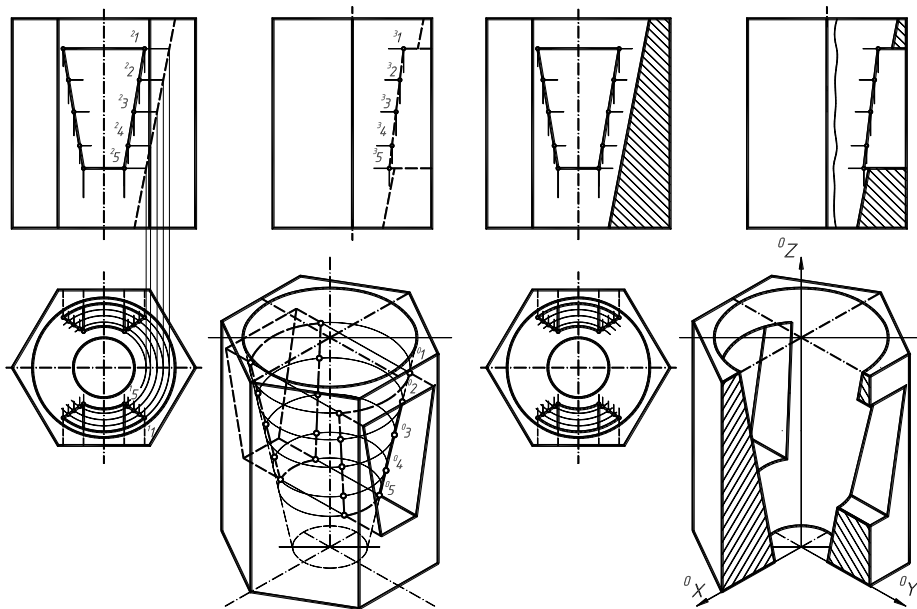
Рис. 4.26

На кресленні побудову ліній перетину зовнішньої призматичної поверхні - α з внутрішньою конічною поверхнею - β показано на рис. 4.27,а. Перетин поверхонь α і β на фронтальній та профільній проекції зображено двома твірними (штрихові лінії невидимого контура). Горизонтальна проекція зображена коловими лініями верхньої та нижньої основ перевернутого конуса.



a

б



в

г

Рис. 4.27

Побудову ліній перетину зовнішньої призматичної поверхні - α з внутрішньою гранною поверхнею - γ показано на рис. 4.27,б. На фронтальній проекції призми - α викреслюємо наскрізний отвір трапецієвидної форми (позначено точками 2A , 2B , 2C , 2D). Горизонтальна проекція точок 1A , 1B , 1C , 1D знаходиться по вертикальній лінії зв'язку на поверхні призми - α . Профільні проекції точок ${}^3A \equiv {}^3B$ та ${}^3C \equiv {}^3D$ знаходимо по горизонтальній лінії зв'язку на боковій грані призми.

Побудову ліній перетину внутрішньої конічної поверхні β з гранною поверхнею γ показано на рис. 4.27,в. Лінія перетину поверхонь β і γ являє собою чотири відрізки параболічних кривих (оскільки сторони трапеції AD і BC паралельні твірній конуса) і чотири дугових сегмента (див.рис. 4.26,в).

Побудова параболічної кривої проводиться по дискретним точкам за допомогою декількох допоміжних горизонтальних площин рівня. Нами вибрано п'ять січних площин дві з яких співпадають із горизонтально розташованими гранями поверхні γ . Ці точки на горизонтальній проекції знаходять в перетині вертикальних ліній зв'язку із відповідними січними колами (див. рис. 4.27,в). Побудову профільних проекцій точок на поверхні конуса виконуємо згідно опису, наведеному на рис. 4.11.

На рис.4.27,г виконано корисний розріз суміщеної фігури та розріз по ізометричних осях 0X та 0Y .

Розділ 5. ВЗАЄМНИЙ ПЕРЕТИН ПОВЕРХОНЬ ОБЕРТАННЯ.

5.1. ПРИНЦИП ПОБУДОВИ ЛІНІЇ ПЕРЕТИНУ ПОВЕРХОНЬ ОБЕРТАННЯ.

Поверхнею обертання називають поверхню, одержану обертанням якої – не будь твірної лінії навколо нерухомої прямої –осі. Люба поверхня обертання на епюрі Монжа може бути задана твірною і віссю обертання. Більшість деталей машин містить поверхні обертання або їх фрагменти.

Порядок лінії перетину двох поверхонь обертання дорівнює добутку порядків цих поверхонь.

$$\alpha^n \cap \beta^m = l^{nm}$$

де α, β - поверхні обертання, n, m - порядки поверхонь відповідно α і β : l - лінія перетину.

Лінія перетину двох поверхонь обертання, які мають загальну площину симетрії, проектується на неї або на паралельні їй площини у вигляді кривої другого порядку. Для перетину кривих поверхонь другого порядку дійсна теорема Монжа: якщо дві поверхні другого порядку вписані або описані навколо третьої того ж порядку, лінії перетину таких поверхонь являються плоскими кривими.

Лінію перетину двох поверхонь в загальному випадку будують в такій послідовності:

- 1) задані поверхні перетинають допоміжною;
- 2) відшукують лінії перетину допоміжної і заданих поверхонь;
- 3) знаходять точки перетину одержаних ліній. Множина цих точок належить лінії перетину заданих поверхонь;
- 4) в тій –же послідовності використовуючи аналогічні допоміжні поверхні, знаходять достатні і необхідні кількості точок для повної побудови лінії перетину їх плавним з'єднанням.

В якості допоміжної січної поверхні найбільш часто використовують сферичну, а також площину.

При виборі січної поверхні необхідно прагнути до того, щоб лінії перетину допоміжної і заданих поверхонь були простими в побудові - прямою або колом.

Для побудови лінії перетину двох поверхонь спочатку доцільно знайти особливі або опорні точки, потім проміжні. До особливих відносяться точки, які розміщені на проекціях контурних твірних поверхонь, точки з максимальними і мінімальними значеннями координат вздовж координатних осей – крайні точки.

Лінії перетину двох поверхонь не можуть виходити за границі цих поверхонь, і як наслідок, проекції ліній перетину повинні знаходитись в межах проекцій поверхонь.

5.2. СПОСІБ СІЧНИХ ПЛОЩИН.

При використанні даного способу в якості допоміжних елементів застосовуються січні площини.

Нехай необхідно знайти лінію перетину двох поверхонь обертання другого порядку: сферичної α і конічної β (рис. 5.1)

Центр сферичної поверхні O зміщений відносно осі обертання t_1 конічної, обидві поверхні мають загальну площину симетрії γ , паралельну фронтальній площині проекцій і яка проходить через точку O і вісь t_1 . Фронтальна проекція лінії перетину буде кривою другого порядку, при цьому порядку порядок самої лінії перетину l буде:

$$\alpha^2 \cap \beta^2 = l^4$$

Попередньо знайдемо деякі особливі точки лінії перетину. Фронтальні проекції поверхонь $^2\alpha$ і $^2\beta$ утворені проекціями контурних твірних, розміщених в площині симетрії γ . Точки перетину фронтальних проекцій контурних твірних являються фронтальними проекціями особливих точок 21 і 29 лінії перетину. З умови $1,9 \in \gamma$ знаходимо інші проекції цих точок. Площина симетрії γ використана в якості допоміжної січної площини.

Знайдемо проміжні точки лінії перетину, для чого використаємо допоміжні горизонтальні площини рівня μ_i ($i=1,2,\dots,k$). В перетині площини μ_i з поверхнями α і β утворяться відповідно коло 2a_i і 2b_i , а в перетині цих кіл – шукані точки C_i лінії перетину l .

Розглянемо ці побудови детальніше. Площина рівня наприклад μ_5 після перетину з поверхнями α і β утворює колові лінії a_5 і b_5 (див. рис. 5.2) що проєктуються на фронтальну площину проєкцій в прямі лінії (див рис. 5.1), при цьому

$${}^2a_5 \wedge {}^2b_5 \in {}^2\mu_5$$

На горизонтальну площину проєкцій - кола 2a_i і 2b_i проєктуються в натуральну величину 1a_5 і 1b_5 при цьому центром кола 1a_5 буде точка $0 \equiv t_2$, центром кола 1b_5 - точка 1t_1 Радіуси кіл визначаються на фронтальній проєкції відповідними відстанями від осей обертання 1t_1 і 1t_2 до точок, які належать контурним твірним поверхонь і розміщених в площині ${}^2\mu_5$.

Узагальнемо послідовність побудови лінії взаємного перетину двох поверхонь. Точки перетину 1C_i кіл 2a_i і 2b_i являються горизонтальними проєкціями точок лінії перетину l . Фронтальні і профільні проєкції точок C_i розміщені на відповідних проєкціях ${}^2\mu_i$ і ${}^3\mu_i$ допоміжних січних площин.

Застосовуючи декілька січних площин одержимо проміжні точки $C_i, C_{i,j}, C_{j+1}, \dots$, з'єднавши які плавною кривою, знайдемо шукану лінію перетину. Для точної побудови горизонтальної і профільної проєкцій лінії перетину необхідно знайти особливі точки 10 і 11, які належать одночасно лінії перетину і контурним твірним поверхням, які проєктуються на площини проєкцій в натуральну величину. Вказані точки, таким чином являються точками дотику відповідних проєкцій лінії перетину і контурних твірних поверхонь.

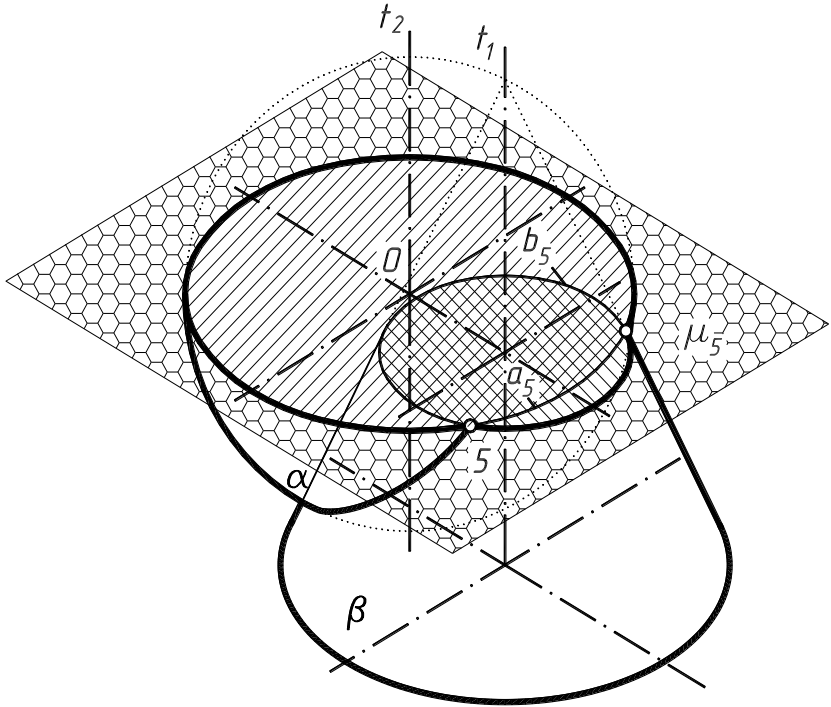


Рис. 5.2

Алгоритм розв'язку даної задачі наступний:

Дано: $\alpha (^1\alpha, ^2\alpha)$, $\beta (^1\beta, ^2\beta)$

? $\alpha \cap \beta = l (^1l, ^2l, ^3l)$

1. μ_i – площина
2. $\mu_i \cap \alpha = a_i$
3. $\mu_i \cap \beta = b_i$
4. $\alpha \cap b_i = C_i$
5. $C_i \in l$
6. $i=1, 2, \dots k$.

Нижче приведено рішення задачі знаходження лінії перетину двох поверхонь обертання другого порядку: сферичної і конічної зроблене із застосуванням комп'ютера.

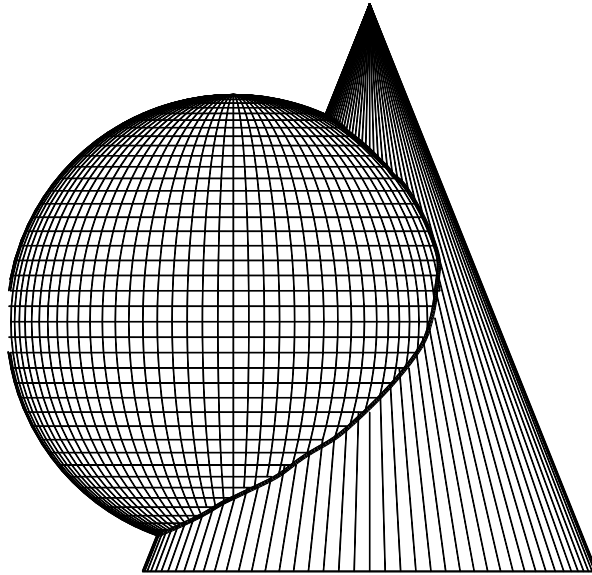


Рис. 5.3

5.3. СПОСІБ СІЧНИХ КОНЦЕНТРИЧНИХ СФЕР.

В деяких випадках для визначення лінії перетину двох поверхонь використовують допоміжні січні сферичні поверхні. Спосіб січних сфер більш раціональний в тих випадках, коли використання способу січних площин викликають необхідність побудови складних кривих для знаходження точок лінії перетину. Існують два види цього способу: концентричних і ексцентричних січних сфер. Розглянемо тільки спосіб концентричних січних сфер.

Найбільш просте рішення задачі способом січних сфер вимагає виконання таких умов:

- осі заданих поверхонь обертання перетинаються і розміщені паралельно одній з площин проєкцій;
- одна з осей обертання – проєктуюча пряма.

Суть способу концентричних сфер заключається в наступному.

В точці перетину осей обертання заданих поверхонь розміщуємо центр допоміжної сфери. В результаті перетину сфери і заданих поверхонь одержимо два кола. Точки перетину цих кіл являються точками шуканої лінії перетину. В тій –же послідовності, змінюючи лише радіуси сфер, знаходимо необхідну кількість точок лінії перетину. З'єднуючи проєкції точок плавними кривими, одержимо відповідні проєкції лінії перетину.

Розглянемо розв'язок задачі на прикладі, представленому на рис. 5.4. Необхідно знайти лінію перетину двох поверхонь: конічної α і конічної β , осі яких t_1 і t_2 перетинаються в точці O . На фронтальній площині проєкцій центром допоміжних сфер буде фронтальна проєкція. 2O цієї точки.

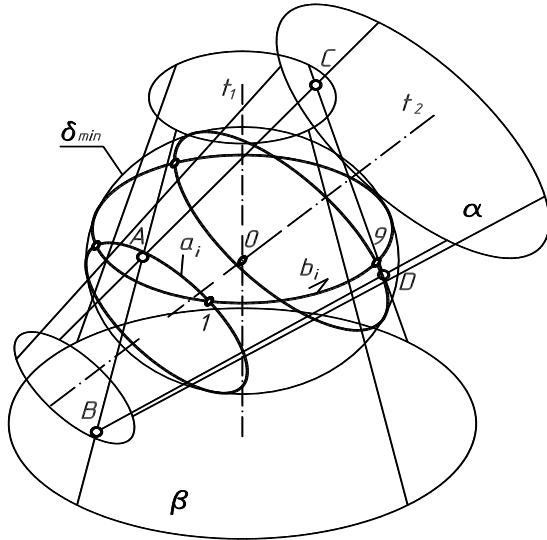
Максимальний радіус R_{\max} січної сфери визначається відстанню від точки O до найбільш віддаленої точки перетину контурних твірних поверхонь. Мінімальним радіусом R_{\min} є радіус допоміжної сфери, яка двічі перетинає одну поверхню і вписана в іншу поверхню. Отже мінімальний діаметр сфери повинен бути дотичний до більшої поверхні обертання.

При перетині мінімальної сфери σ_{\min} з конічною поверхнею α утворюється коло 2a_i , а з другою конічною поверхнею β - коло 2b_i . Ці кола проєкціюються на фронтальній площині проєкцій як прямі лінії, на їх перетині ми позначаємо точку 1, що належить лінії перетину l_1 . Нижче показано перетин кіл a_i і b_i в точці 1 в аксонометричній проєкції (див рис. 5.5).

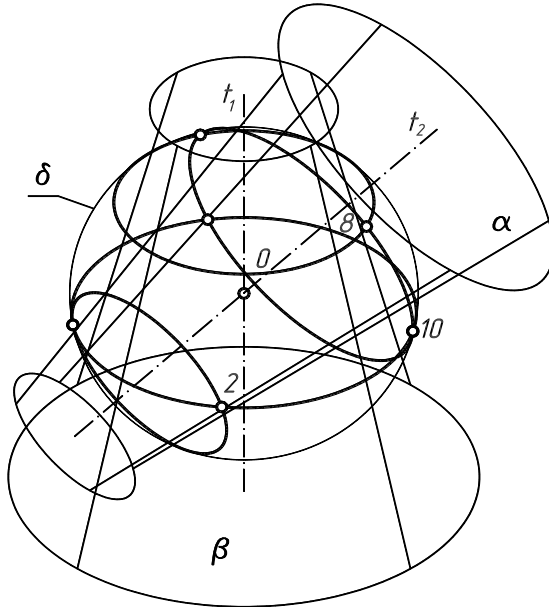
Горизонтальні і профільні проєкції точки 1 належать відповідним проєкціям кола 2b_i . Особливі точки лінії перетину A, B , знаходяться як точки перетину фронтальних проєкцій контурних твірних поверхонь, розміщених в площині $\gamma(t_1 \cap t_2)$. Решта особливих точок знаходяться по методиці, описаній в методі січних площин.

При перетині мінімальної сфери δ_{\min} з конічною поверхнею α утворюється дві точки 1 і 9 – видимі на фронтальній проєкції та ще дві невидимі (симетричні) точки (див. рис. 5.5).

Збільшивши радіус допоміжної сфери δ ми отримаємо в перетині чотири кола які взаємно перетинаються в шести точках, три з



Puc. 5.5



Puc. 5.6

Повторюючи побудови допоміжних сфер та знаходячи наступні точки в перетині січних кіл створюємо лінії перетину l_1 і l_2 на відповідних проекціях.

Алгоритм розв'язку даної задачі наступний:

Дано: $\alpha ({}^1\alpha, {}^2\alpha), \beta ({}^1\beta, {}^2\beta)$

${}^? \alpha \cap \beta = l ({}^1l, {}^2l, {}^3l)$

1. δ_i – сфера
2. $\delta_i \cap \alpha = a_i$
3. $\delta_i \cap \beta = b_i$
4. $\alpha \cap b_i = C_i$
5. $C_i \in l$
6. $i=1, 2, \dots k$.

Рекомендована основна та додаткова література

1. Інженерна та комп'ютерна графіка. Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт для студентів усіх напрямів підготовки
Укладачі: Воробйов Олексій Миколайович, старший викладач
Ізволеньська Ада Євгеніївна, старший викладач
Лазарчук-Воробйова Юлія Валентинівна, асистент
2. Деталювання креслеників загального виду 2011 р. Навчальний посібник
Укладачі: Гетьман О.Г., Білицька Н.В., Баскова Г.В., Ветохін В.І.
3. Електронний навчальний посібник з інженерної графіки для розширеного вивчення матеріалу і методики розв'язання найбільш актуальних задач підвищеної складності 2010р. Укладачі: О. М. Воробйов, А. Є. Изволеньська, Г. С. Подима, В. Г. Уставщиков
4. Навчальний посібник для самостійної роботи студентів при вивченні теми "Розробка робочих креслеників та ескізів деталей при вивченні дисципліни "Інженерна графіка для студентів усіх спеціальностей" 2009 р. Укладачі: В. В. Ванін, О. М. Воробйов, А. Є. Изволеньська, Н. А. Парахіна
5. "Методичні вказівки з нарисної геометрії "Проекціювання площин".
Укладачі: К. В. Сарнацька, Н. С. Дяченко, Г. Г. Допіра, Г. С. Подима
6. "Методичні вказівки з нарисної геометрії "Перетин поверхонь ч.1."
Укладачі: К. В. Сарнацька, Н. С. Дяченко, Г. Г. Допіра, О. О. Голова
7. Методичні вказівки з нарисної геометрії "Перетин поверхонь з площиною" ч.2
Укладачі: К. В. Сарнацька, Н. С. Дяченко, Г. Г. Допіра, О. О. Голова, Н. В. Півень
8. Методичні вказівки з нарисної геометрії "Перетин поверхонь" Ч. 2.
Укладачі: К. В. Сарнацька, Н. С. Дяченко, Г. Г. Допіра, О. О. Голова
9. МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО КУРСОВОЇ РОБОТИ З ДИСЦИПЛІНИ "ІНЖЕНЕРНА ГРАФІКА"
Для студентів інженерно-фізичного факультету
Укладачі: Гумен О.М., к.т.н., доц., Злобіна В.С., к.т.н., доц., Коломієць Н.Я., ст.викл
10. ВИВЧЕННЯ ПРАВИЛ ОФОРМЛЕННЯ КОНСТРУКТОРСЬКОЇ ДОКУМЕНТАЦІЇ ДРУКОВАНОГО ВУЗЛА
Укладачі: Коломийчук Наталія Миколаївна, Перевертун Валентина Вікторівна
11. "Автоматизация разработки конструкторской документации в системе КОМПАС-3D V10". Учебное пособие для студентов всех форм обучения и студентов-иностранцев теплоэнергетического

факультета.. - К.: НТУУ "КПІ", 2011. - 165 с. Белицкая Н.В., Гетьман А.Г., Шепель В.П., Злобина В.С

12. Методичні вказівки для підготовки до олімпіади з комп'ютерної графіки для курсантів Військового інституту телекомунікацій і інформатизації (Уклад. Гумен О.М., Селіна І.Б. – Київ, НТУУ “КПІ”, 2011р. – 36 с)

13. Методичні вказівки і контрольні завдання з курсів "Нарисна геометрія" та "Інженерна графіка" для студентів заочної форми навчання теплоенергетичного факультету. Укладачі: Белицкая Н.В., Гетьман А.Г.

14. Правила виконання схем цифрової обчислювальної техніки.

Правила виконання креслення друкованої плати

Методичні вказівки до вивчення тем дисципліни і контрольні завдання для студентів факультету інформатики та обчислювальної техніки

Укладачі: Перевертун Валентина Вікторівна, канд. техн. наук, доц., Надкернична Тетяна Миколаївна

15. Методичні вказівки до виконання креслення "Геометричне креслення" Укладачі: Блюк А. В., Жадько Т. І., Ольховикова-Мудренко І. Б.

16. . Методические указания по выполнению чертежа "Геометрическое черчение" Составители: Блюк А. В., Жадько Т. И. Ольховикова-Мудренко И. Б.

17. Методичні рекомендації для виконання РГР-2 "Моделювання площини загального положення. Побудова проєкцій кола в площині" Укладач: Коломієць Н. Я.

18. Методичні рекомендації для виконання робочого креслення деталі з нарізю "Гайка накидна" Укладач Коломієць Н. Я.

19. Лекція 3. Проєціювання площини Укладач Коломийчук Н. М.

20. Лекція 4. Криві лінії Укладач Коломийчук Н. М.

21. 8Лекція 5 Поверхні Укладач Коломийчук Н. М.

22. Лекція 7. Геометричні примітиви деяких поверхонь в AutoCAD Укладач Коломийчук Н. М.

23. Методичні вказівки до виконання лабораторної роботи з комп'ютерної графіки «Створення твердотільної моделі». /Упоряд. Г.М.Коваль,- К.: НТУУ «КПІ», 2010.- 12 с.

24. Інженерна графіка Збірник задач і методичні рекомендації до вивчення дисципліни для студентів хіміко-технологічного факультету

Укладачі: А. Є. Ізволеньська, Д. К. Луданов, Г. С. Подима, К.: НТУУ "КПІ", 2012. - 97 с.

25. Інженерна та комп'ютерна графіка. Правила виконання схем алгоритмів, програм, даних і систем. Методичні вказівки до вивчення теми дисципліни і контрольні завдання для студентів факультету інформатики та обчислювальної техніки/ Уклад.: В.В. Перевертун, Т.М. Надкернична. – К.: НТУУ «КПІ», 2012. – 24 с.
26. Інженерна графіка Підручник Частина 1 Основи нарисної геометрії Ванін В. В., Перевертун В. В., Надкернична Т. М., Власюк Г. Г.
27. В.В. Ванін, А.В. Бліок, Г.О. Гнітецька ОФОРМЛЕННЯ КОНСТРУКТОРСЬКОЇ ДОКУМЕНТАЦІЇ "Каравела", 2011
28. В.Є. Михайленко, В.В. Ванін, С.М. Ковальов Інженерна графіка. Львів "Новий світ", 2002, 284
29. Четвертухин Н.Ф. и др.. Курс начертательной геометрии. М., "Высшая школа", 1986, 276.
30. Бубенников А.В., Громов Н.Н. Начертательная геометрия. М., "Высшая школа", 1985, 416.
31. Хаскин А.М. "Черчение". Киев, 1985, 440.
32. В.В. Ванін, А.В. Бліок, Г.О. Гнітецька " Оформлення конструкторської документації", Київ 2000, 158
33. Ванін В.В., Перевертун В.В., Надкернична Т.М. Комп'ютерна інженерна графіка в середовищі AUTOCAD: Навч. посібник.- К.:Каравела, 2005.-336с.
34. Государственные стандарты ЕСКД.
35. АвтоКАД, версия 10 Руководство пользователя АвтоДЕСК, 1989-500.
36. Э.Т. Романычева, Т.М. Сидорова, С.Ю. Сидоров. Auto CAD 14, "ДМК", М., 1997-446
37. Вольфганг Ауер Auto CAD11.0, Киев, ВНУ, 1993, 318
38. Оформлення конструкторської документації. Укладачі: Бліок А.В., Ванін В.В., Гнітецька Г.О., Київ НИК ВО, 1992, 124.
39. Учбові завдання з нарисної геометрії і інженерної графіки. Укладачі: Н.К. Віткун, М.Д.Бевз, В.В.Ванін, С.М.Горбань, В.Й.Залевський К., КПІ, 2003, 64.
40. "AUTOCAD Методичні вказівки", упорядники: Гнітецька Г.О, Гнітецька Т.В., Київ НТУУ " КПІ", 1997, 55.
41. Методические указания по решению задач проекционного черчения, Киев, КПИ, 1981. Укладачі Л.В. Петіна, М.С. Гумен.

42. Методичні вказівки і контрольні завдання з курсів "Нарисна геометрія" та "Інженерна графіка". Укладачі: Віткун Н.К., Ізволенька А.Є., Парахіна Н.А., Чернощокова Л.Д., Київ, КПІ, 1992 - 60с.
43. ГОСТ 2.301-68
"Единая система конструкторской документации. Форматы"
- 44.. ГОСТ 2.302-68
"Единая система конструкторской документации. Масштабы"
45. ГОСТ 2.303-68*
"Единая система конструкторской документации. Линии"
46. ГОСТ 2.304-81
"Единая система конструкторской документации. Шрифты чертежные"
- 47.Ю.И. Короев «черчение для строителей» Москва 2001
- 48.А.О.радченко,Т.Є.Киркач «Інженерна графіка» Харків 2009
- 49.укл. Білицька Н.В. ГетьманО.Г. «Нарисна геометрія» та «Інженерна графіка» НТУУ «КПІ» 2005
- 51.Федоренко В.А., Шошин А.И. Справочник по машиностроительному черчению. Минвуз, 1981, 238
52. Анурьев В.И. Справочник конструктора-машиностроителя. Тома 1,2,3 М., Машиностроение
- 53..Фанкельштейн Auto CAD 2002, Библия пользователя, " Вильямс", 2003, 1072

ТЕМАТИКА ІНДИВІДУАЛЬНИХ ЗАВДАНЬ ДЛЯ СТУДЕНТІВ

1. Накреслити ізометрію прямої правильної призми, якщо п'ятикутник $ABCDE \in {}^1\Pi$, $h=11$ см;
2. Побудувати проекцію точки A на площину α застосовуючи центр проектування S . Кут проектуючого променя S_α до площини α становить 45° .
3. Побудувати проекцію точки A на площину α застосовуючи центр проектування S . Кут проектуючого променя S_α до площини α становить 60° .
4. Побудувати проекцію трикутника ABC , використовуючи центр проектування S . Площина α , точка ${}^1A_\alpha$ є заданими.;
5. Побудувати проекцію трикутника ABC способом ортогонального проектування (прямокутного). Площина α , точка ${}^1A_\alpha$ є заданими.;
6. Побудувати проекцію трикутника ABC косокутним проектуванням, при заданому куті проектуючого променя -60° . Площина α є заданою.;
7. Побудувати проекцію трикутника ABC косокутним проектуванням, при заданому куті проектуючого променя -45° . Площина α є заданою.;
8. Побудувати проекцію трикутника ABC косокутним проектуванням, при заданому куті проектуючого променя -30° . Площина α є заданою.;
9. Побудувати проекцію точки B на площини ${}^1\Pi, {}^2\Pi$ за методом Монжа;
10. Побудувати точку E в просторі, при ${}^2EE_X = {}^1EE_X$. Площини ${}^1\Pi, {}^2\Pi$ є заданими.;
11. Визначити натуральну величину прямої AB , при заданих проекціях точок A і B на площини ${}^1\Pi$ та ${}^2\Pi$.;
12. Визначити кути нахилу прямої AB до площин проекцій, при заданих проекціях точок A і B на площини ${}^1\Pi$ та ${}^2\Pi$.;
13. Накреслити проекції призми, при заданій її ізометрії;
14. Накреслити проекції конуса, при заданій його ізометрії;
15. Накреслити проекції куба, при заданій його ізометрії;
16. Побудувати третю проекцію точки A на профільну площину ${}^3\Pi$, при заданих проекціях точки 1A та 2A .;

17. Маючи три проекції точки B (${}^1B, {}^2B, {}^3B$) побудувати точку B у просторі;
18. Побудувати проекцію прямої ${}^1A{}^1B$ при заданій прямій AB та проекціях точок ${}^2A{}^2B$;
19. Побудувати горизонтальну пряму рівня AB , при заданих ${}^1A{}^1B, {}^3A{}^3B$;
20. Побудувати проекцію прямої BC використовуючи горизонтально-проекціюючу пряму (паралельну осі Oz);
21. Розділити відрізок AB точкою C у співвідношенні 3:5;
22. Накреслити проекції піраміди, при заданій її ізометрії;
23. Накреслити ізометрію циліндр, якщо $d=5$ см, $h=10$ см;
24. Накреслити ізометрію циліндр, якщо $d=3$ см, $h=8$ см;
25. Накреслити ізометрію циліндр, якщо $r=3$ см, $h=9$ см;
26. Накреслити ізометрію конуса, якщо $d=4$ см, $h=7$ см;
27. Накреслити ізометрію конуса, якщо $d=6$ см, $h=9$ см;
28. Накреслити ізометрію конуса, якщо $r=2,5$ см, $h=6$ см;
29. Накреслити ізометрію конуса, якщо $r=2,5$ см, $h=6$ см;
30. Накреслити ізометрію прямої піраміди, якщо трикутник $ABC \in \Pi$, $h=6$ см;
31. Накреслити ізометрію прямої піраміди, якщо чотирикутник $ABCD \in \Pi$
32. Накреслити ізометрію прямої призми, якщо чотирикутник $ABCD \in \Pi$,
33. Накреслити ізометрію прямої призми, якщо шестикутник
34. Побудувати проекції точок. Вказати їх видимість. точка 2F , що належить конічній поверхні (задано креслення конуса з позначеною точкою);
35. Побудувати проекції точок. Вказати їх видимість. точка B на фронтальній проекції належить верхній основі α та боковій поверхні γ У символічному записі - ${}^2B \subset \alpha^2 \subset \gamma^2$ (задано креслення циліндра з позначеною точкою);
36. Накреслити проекції призми, при заданій її ізометрії
37. Накреслити проекції конуса, при заданій його ізометрії
38. Накреслити проекції куба, при заданій його ізометрії
39. Накреслити проекції піраміди, при заданій її ізометрії
40. Накреслити ізометрію циліндр, якщо $d=9$ см, $h=10$ см

ТЕСТОВІ ЗАВДАННЯ

1 РІВЕНЬ

1. Наочність – властивість зображення, яке викликає у спостерігача просторову уяву про предмет

1. Так
2. Ні

2. Кути позначаються рядковими літерами грецького алфавіту α, β, γ

1. Так
2. Ні

3. Відстань між геометричними елементами позначають так: між точками A і B – AB , довжина відрізка AB – $[AB]$

1. Так
2. Ні

4. Проекцією точки на площину – є прямаЩоб побудувати профільну проекцію точки A необхідно через цю точку провести паралельну пряму до перетину з π^3 і одержимо A^3

1. Так
2. Ні

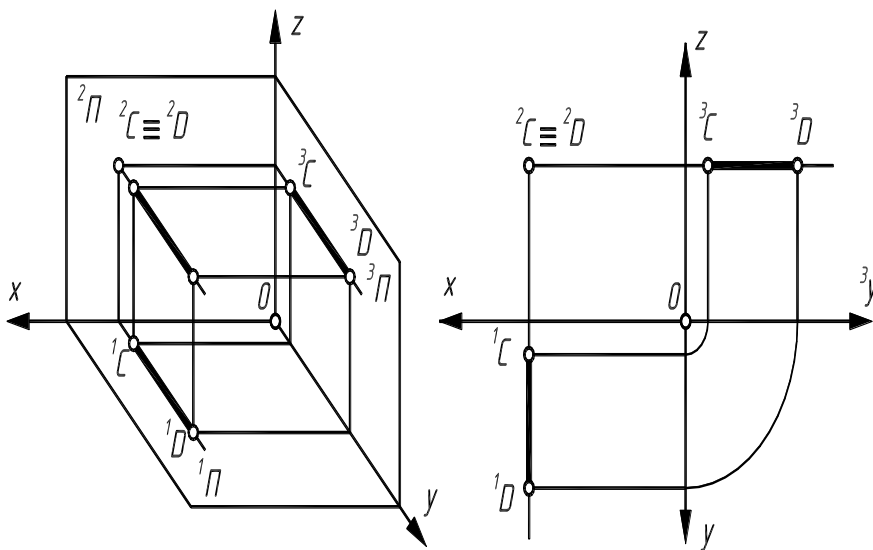
5. Проекції прямої також прямі При русі точки по прямій рівня одна з координат постійна, по проєктуючих прямих – дві координати постійні

1. Так
2. Ні

6. Якщо пряма паралельна одній з площин проєкцій (перпендикулярна до однієї з осей), то така пряма називається прямою рівня

1. Так
2. Ні

7. На малюнку представлена горизонтально-проекціюча пряма



1. Так
2. Ні

8. Фронтально-проекціюча пряма (паралельна осі Oy)- це пряма, що проектується в точку на фронтальну площину проєкцій, а на горизонтальну і профільну площини проєкцій – в лінію, паралельну осі Oy

1. Так
2. Ні

9. Точка належить прямій, коли її одноіменні проєкції лежать на одноіменних проєкція прямої і знаходяться у проєкційному

1. Так
2. Ні

10. Якщо прямі перетинаються в просторі, то на епюрі перетинаються їх одноіменні

1. Так

2. Ні

11. Якщо прямі не паралельні і перетинаються то вони мимобіжні

1. Так

2. Ні

12. Горизонталь – це лінія, що належить площині і паралельна горизонтальній площині проекцій

1. Так

2. Ні

13. Точка належить площині, якщо вона належить прямій, цієї площини

1. Так

2. Ні

14. Поверхнею обертання називається поверхня, яка описується якою-небудь лінією (прямою, кривою) твірною при її обертанні навколо нерухомої осі

1. Так

2. Ні

15. Прямим називається циліндр, в якого твірні перпендикулярні до основи

1. Так

2. Ні

16. Прямим круговим називається конус, у якого основа є коло, а висота проходить через центр основи

1. Так

2. Ні

17. Призму називають правильною, якщо в основі її лежить многокутник

1. Так

2. Ні

18. Комплексне креслення правильної призми слід починати з вертикальної проекції

1. Так
2. Ні

19. Поверхнею обертання називається поверхня, яка описується якою-небудь лінією (прямою, кривою) твірною при її обертанні навколо нерухомої осі

1. Так
2. Ні

20. Лінія перетину двох поверхонь обертання, які мають загальну площину симетрії, проектується на неї або на паралельні їй площини у вигляді кривої другого порядку

1. Так
2. Ні

21. При способі січних площин в якості допоміжних елементів застосовуються січні площини

1. Так
2. Ні

22. Центр сферичної поверхні позначається 1^1

1. Так
2. Ні

23. Спосіб січних сфер більш раціональний в тих випадках, коли використання способу січних площин викликають необхідність побудови складних кривих для знаходження точок лінії перетину

1. Так
2. Ні

2 РІВЕНЬ (одна повна правильна відповідь)

- 1) Мета інженерної графіки:
 - а) вміти читати креслення;
 - б) моделювати фігури;

- в) вивчати стандарти на виконання креслення;
 - г) все вище згадане.
- 2) Дати визначення зворотності.
- а) властивість зображення;
 - б) визначення форми;
 - в) визначення розмірів;
 - г) властивість зображення, що дозволяє відтворити форму.
- 3) Дати визначення кресленню.
- а) графічне зображення, що має властивість зворотності; дає можливість виготовити предмет;
 - б) система ліній, що дає уяву про предмет;
 - в) лінії на папері;
 - г) проєкції предметів на площину.
- 4) Що таке єдність умовностей?
- а) товщина ліній;
 - б) позначення осей;
 - в) система позначень, які прийняті при виконанні зображень;
 - г) позначення графічного креслення.
- 5) Як позначаються точки в інженерній графіці?
- а) А, Б, В;
 - б) 1, 2, 3;
 - в) α , β , γ ;
 - г) а, b, с.
- 6) Як позначаються прямі лінії в інженерній графіці?
- а) А, Б, В;
 - б) 1, 2, 3;
 - в) α , β , γ ;
 - г) а, b, с.
- 7) Що відноситься до елементів трьохмірного простору?
- а) точка;
 - б) лінія;
 - в) поверхня;
 - г) все вище згадане.
- 8) Що таке точка?
- а) це те, що немає частин;
 - б) це те, частина чого є ніщо;
 - в) це безкінечність в середині малої частини;
 - г) результат пересічення двох ліній.
- 9) Що таке графічна точка?

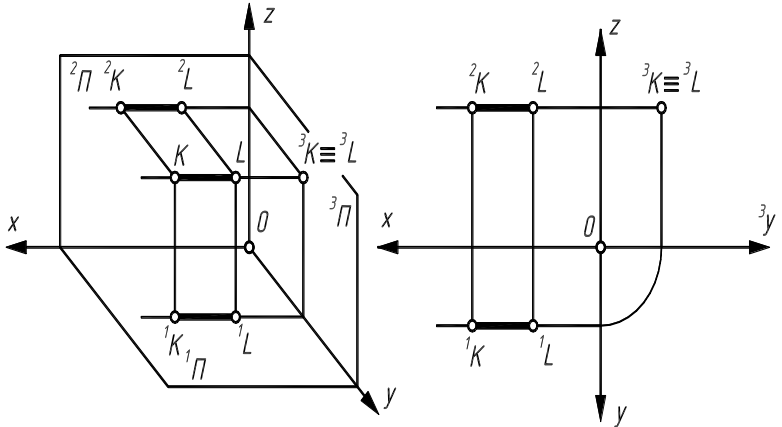
- а) фігура накладення ширини однієї лінії на ширину іншої лінії;
 - б) кружечок діаметром 1- 1,5 мм;
 - в) це безкінечність в середині малої частини;
 - г) результат пересічення двох ліній.
- 10) Що таке лінія?
- а) це довжина без ширини;
 - б) це найкоротша відстань між двома точками;
 - в) це відрізок;
 - г) це дві точки в ряд.
- 11) Скільки точок визначають одну пряму?
- а) одна;
 - б) дві;
 - в) безмежна кількість;
 - г) три.
- 12) Відрізок – це...
- а) частина прямої лінії обмежена між її не співпадаючими точками;
 - б) відстань між точками А, В, С;
 - в) частина лінії;
 - г) лінія обмежена точками.
- 13) Що таке поверхня?
- а) це те, що має довжину і ширину;
 - б) це те, що має тільки ширину;
 - в) це те, що має тільки довжину;
 - г) це двопараметричний набір точок.
- 14) Лінійний каркас – це ...
- а) сукупність ліній;
 - б) сукупність фіксуючих положень взаємно переміщених ліній;
 - в) сукупність відрізків;
 - г) сукупність площин.
- 15) Що має поверхня в просторі?
- а) конкретну форму;
 - б) положення;
 - в) конкретну форму і положення;
 - г) точку обертання.
- 16) На скільки частин ділить площина простір?
- а) одну;

- б) дві;
 - в) три;
 - г) чотири.
- 17) На скільки частин ділять простір дві площини?
- а) одну;
 - б) дві;
 - в) три;
 - г) чотири.
- 18) На скільки частин ділять простір три площини?
- а) дванадцять;
 - б) чотири;
 - в) шість;
 - г) вісім.
- 19) Що таке ламана лінія?
- а) кілька відрізків в просторі;
 - б) випадкові точки з'єднані послідовними відрізками;
 - в) прямолінійні відрізки;
 - г) криволінійні відрізки.
- 20) Які бувають ламані лінії?
- а) замкнуті;
 - б) розімкнуті;
 - в) спряженні;
 - г) замкнуті і розімкнуті.
- 21) Що таке крива лінія?
- а) випадкові точки простору, які з'єднані плавними і безперервними **рухом до цієї** точки;
 - б) набір відрізків з'єднаних між собою;
 - в) набір точок вписаних в коло;
 - г) набір півкіл.
- 22) Криві лінії діляться на:
- а) плоскі;
 - б) просторові;
 - в) закономірні;
 - г) всі вище згадані.
- 23) Які криві найбільше застосовують в проектуванні та інженерній графіці?
- а) коло;
 - б) еліпс;
 - в) парабола;

- г) спіралі.
- 24) Які просторові площини використовують в інженерній графіці?
- циліндричні;
 - конічні;
 - гвинтові;
 - всі вище згадані.
- 25) Що таке багатогранник?
- частина простору;
 - кілька площин;
 - певний об'єкт;
 - частина простору обмежена площинами, які пересікаються.
- 26) Що таке ребро?
- лінія пересічення площин;
 - лінія між двома точками;
 - лінія в просторі;
 - лінія між центрами кіл.
- 27) Які бувають багатогранні поверхні?
- випуклі;
 - невипуклі;
 - правильні;
 - напівправильні.
- 28) Чи можна створити з двохмірний поверхонь (площин) трьохмірний просторовий об'єкт?
- так;
 - ні;
 - лише ескіз стрічки Мебіуса;
 - лише ескіз пляшки Клейна.
- 29) Що таке інцидентність?
- не лежить на ...;
 - лежить на ...;
 - не проходить через ...;
 - паралельна.
- 30) Описати інцидентність точки B до поверхні φ .
- $B \in \varphi$;
 - $B \parallel \varphi$;
 - $B \perp \varphi$;
 - B / φ .
- 31) Які точки і лінії називаються компланарними?

- а) ті, які лежать в одній площині;
 - б) в двох площинах;
 - в) в трьох площинах;
 - г) співпадають.
- 32) Що таке конгруентність?
- а) відношення однакових по формі між елементами однієї розмірності;
 - б) можна привести до тотожності;
 - в) не можна привести до тотожності;
 - г) .
- 33) Що таке метод Г. Монжа?
- а) побудова проекції точки;
 - б) побудова проекції прямо;
 - в) побудова проекції перетину площин;
 - г)
- 34) Що таке метод проекцій?
- а) проекційне відображення;
 - б) моделювання;
 - в) аксіоматичне відображення;
 - г) перенесення точок.
- 35) Які не існують положення прямих:
- а) прямі загального положення
 - б) прямі рівня
 - в) проєктуючі прямі
 - г) кутові прямі
- 36) Якщо пряма a є загального положення, чи можна стверджувати, що проекції цієї прямої дорівнюватимуть натуральній довжині a ?
- а) так
 - б) можливо
 - в) ні так, ні - ні
 - г) ні
- 37) Проєктуючі прямі - це:
- а) паралельні прямі до площин проекції
 - б) перпендикулярні до однієї з площин проекцій
 - в) кутові до всіх площин проекцій
 - г) перпендикулярні до осей

- 38) Яка пряма проектується на горизонтальну площину в точку, а на фронтальну і профільну площини проєкцій – в лінію, паралельну осі Oz
- профільна пряма рівня
 - фронтальна пряма рівня
 - горизонтально-проєкціуюча пряма
 - горизонтальна пряма рівня
- 39) Яка пряма представлена на малюнку ?

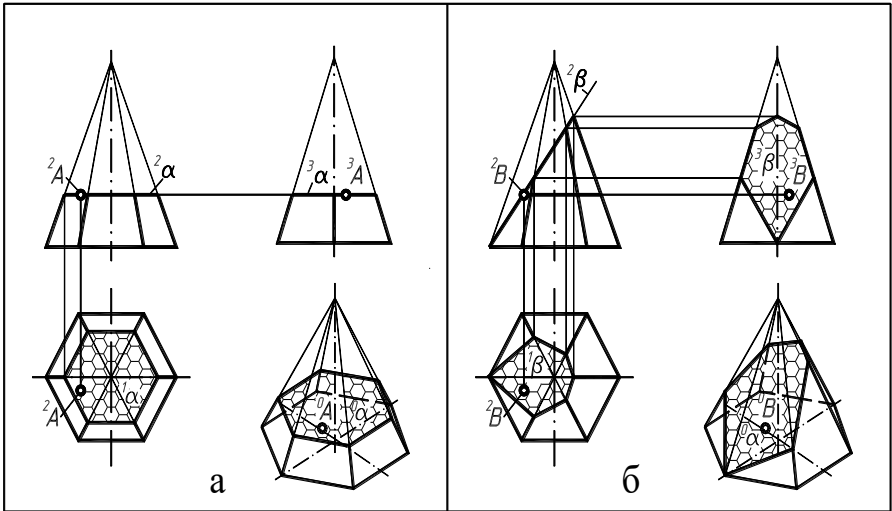


- профільна пряма рівня
 - горизонтально-проєкціуюча пряма
 - фронтальна пряма рівня
 - фронтально-проєкціуюча пряма
- 40) Площина рахається визначеною, якщо відомі :
- три точки, що не належать одній прямій
 - пряма і точка, що не належить цій прямій
 - дві прямі що перетинаються
 - об'ємні тіла, які перетинаються з нею
- 41) Відносно площин проєкцій площина може займати наступні положення:
- площина нульового рівня
 - площина рівня
 - проєкціуюча
 - загального положення
- 42) Фігура, яка належить проєктуючій площині, проєкується у відрізок прямої на площину проєкцій, до якої вона:

- а) паралельна
 - б) перетинає під певним кутом
 - в) загального положення
 - г) перпендикулярна
- 43) Які площини ще називають двічі проєктуючими площинами?
- а) проєціюючими
 - б) загального положення
 - в) рівня
 - г) фронтальними
- 44) Якщо площина задана трьома точками або двома прямими і на одній із площин проєкцій ці точки знаходяться на одній прямій, а проєкції прямих співпадають, то що це за площина?
- а) загального положення
 - б) проєктуюча
 - в) рівня
 - г) горизонтальна
- 45) Точка належить прямій, коли:
- а) її одноіменні проєкції лежать на одноіменних проєкціях прямої
 - б) точка і пряма знаходяться в проєкційному зв'язку
 - в) її одна проєкція лежить на проєкції прямої
 - г) проєкції прямої співпадає з проєкцією точки
- 46) Метод графічного ділення полягає в :
- а) проведенні прямої поділеною точкою в заданому співвідношенні через одну з точок відрізка
 - б) поділі відрізка «на око»
 - в) поділі відрізка за допомогою лінійки
 - г) поділі відрізка циркулем
- 47) Якщо прямі в просторі паралельні між собою, то на епюрі їх одноіменні проєкції:
- а) перпендикулярні
 - б) мимобіжні
 - в) також паралельні
 - г) перетинаються
- 48) Якщо прямі не паралельні і не перетинаються, то вони – є :
- а) мимобіжними
 - б) переваними
 - в) шриховими
 - г) косими

- 49) Пряма належить площині, якщо
- а) відрізок прямої належить площині
 - б) одна точка належить площині
 - в) їх поєднує проектуюча пряма
 - г) дві довільні точки прямої належать цій площині
- 50) Який не можливий випадок взаємного розміщення прямої і площини?
- а) пряма належить площині
 - б) пряма паралельна площині
 - в) пряма перетинає площину
 - г) пряма обмежує площину
- 51) Що задає перетин площин?
- а) дві точки
 - б) одна точка і пряма
 - в) дві прямі
 - г) три точки
- 52) Пряма перпендикулярна до площини, якщо:
- а) перпендикулярна до двох прямих, що перетинаються на заданій площині
 - б) перпендикулярна до точки на площині
 - в) перпендикулярна до прямої площини
 - г) паралельна до лінії рівня площини
- 53) Побудова всіх проєкційних точок здійснюється за допомогою:
- а) проєкційних ліній
 - б) допоміжних точок
 - в) ліній зв'язку
 - г) прямих
- 54) Обертанням чого отримують сферичну поверхню?
- а) кола
 - б) круга
 - в) еліпса
 - г) багатогранника
- 55) Призму називають правильною, якщо в основі її лежить:
- а) многогранник
 - б) багатокутник

- в) правильний многокутник
 г) якщо бокові ребра її перпендикулярні до основи
- 56) Піраміду називають прямою, якщо:
- а) її висота паралельна основі
 б) її висота перпендикулярна основі
 в) одна її грань перпендикулярна до основи
 г) одне її ребро перпендикулярне до основи
- 57) На котрому з малюнків зображено перетин піраміди фронтально – проєктуючою площиною?



- а) а
 б) б
 в) і на а) і на б)
 г) на жодному з малюнків нема такого перетину
- 58) Яким буде відображатися зріз сфери різними площинами на площинах проєкцій :
- а) кругом
 б) еліпсом
 в) замкненою кривою

г) колом

59) Як виконується аксонометрична модель обмеження однією фігури іншою?

- а) побудовою двох фігур що накладаються
- б) побудовою двох фігур що накладаються в проекціях
- в) побудовою точок перетинів
- г) за допомогою комп'ютера

НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНЕ ВИДАННЯ

**Ігор Богославець
Володимир Клапчук**

**ІНЖЕНЕРНА ГРАФІКА:
ПРЕДМЕТ, МЕТОДИ.**

Навчально-методичний посібник

Комп'ютерний набір і верстка – Ігор Богославець

Підписано до друку 25.08.2014 року. Формат друку 60x90_{1/16}. Ум.
друк. арк. – 24,25. Замовлення № ____ . Наклад 300 прим.

Друкарня «Фоліант» (ПП Дмитренко Ю.В.),
м.Івано-Франківськ, вул. Старозамкова, 2, тел. 50-21-65
e-mail: foliant@optima.com.ua,
www.foliant.if.ua