

М.М. Яцура, Б.К. Остафійчук, А.М. Гамарник

Курс загальної фізики

Оптика: запитання і

ВІДПОВІДІ

Навчальний посібник

За редакцією чл.-кор. НАН України,

проф. Б.К. Остафійчука

УДК 535
ББК 22.34
О-76

Рекомендовано до друку вченою радою ДВНЗ “Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника” (протокол №10 від 1 листопада 2016 р.)

Рецензенти:

д-р фіз.-мат. наук, проф. Я.В. Зауличний,
д-р фіз.-мат. наук, проф. Я.П. Салій,
к-д фіз.-мат. наук, доц. О.Х. Тадеуш

Яцура М. М.

О-76 Курс загальної фізики. Оптика: запитання і відповіді : навчальний посібник / М. М. Яцура, Б. К. Остафійчук, А. М. Гамарник ; за ред. Б. К. Остафійчука. – Івано-Франківськ : Вид-во ДВНЗ “Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника”, 2017. – 571 с.

ISBN 978-966-640-438-4

Посібник містить велику кількість запитань у межах навчальної програми університетів для студентів фізичних спеціальностей та відповіді на них.

Адресується студентам, які вивчають курс оптики і особливо в період підготовки до здачі колоквиумів та теоретичних модулів у вигляді тестів, а також буде корисним вчителям ліцеїв, гімназій та СШ I–III рівня акредитації.

Табл.: 66. Ілюстр.: 396. Бібліогр.: 7 назв.

**УДК 535
ББК 22.34**

ISBN 978-966-640-438-4

© Прикарпатський національний університет
імені Василя Стефаника, 2017
© Яцура М.М., Остафійчук Б.К.,
Гамарник А.М., 2017

Передмова

Основні напрямки реформи освіти в Україні і у вищих навчальних закладах, зокрема, спрямовані на підвищення рівня професійної підготовки випускників навчальних закладів. Підвищення теоретичного рівня навчання студентів є однією із складових таких реформ.

Сьогодні є чимало прекрасних підручників і посібників з фізики (або її окремих частин), які охоплюють всі розділи фізики. Однак, вони написані часто сухо і формально, а це утруднює їх вивчення студентами. Це іноді пояснюється специфікою фізичної науки. Таким посібникам і підручникам, як правило, не вистачає легкості і свіжості. Звичайний підхід полягає в тому, що всі теми спочатку викладаються формально і абстрактно і лише згодом (та і то не завжди) автори зв'язують теоретичний матеріал з практикою, і зокрема із досвідом, яким володіють студенти. Окрім того, іноді відповіді на окремі запитання потрібно шукати «між рядками тексту» підручника. В цьому є свій позитив і негатив. Позитив полягає в тому, що в пошуку відповіді на запитання студент повинен «гортати» літературу. Негатив у тому, що на пошуки відповіді студент тратить багато часу.

Викладення матеріалу у формі запитання-відповідь, на наш погляд, повинно в якійсь мірі усунути наведені вище недоліки, тим більше, що запитання можна формулювати по-різному. Тому нами зроблена спроба викласти курс «Оптика» саме у вигляді «запитання-відповідь». Причому, серед запитань є чимало запитань-задач, як теоретичного так і розрахункового характеру. Обов'язковими є запитання-відповіді практичного застосування досягнень сучасної оптики.

Зауважимо, що автори не завжди дотримуються послідовності в постановці запитань, оскільки запитання в більшості випадків не зв'язані між собою змістовно, хоча в деяких відповідях читач відсилається до відповідей на попередні запитання. Відповіді на запитання супроводжуються добротними рисунками і малюнками, а наведений у посібнику об'ємний предметний покажчик дозволить легко орієнтуватися в ньому.

Зрозуміло, що пропонований посібник не може замінити класичного підручника чи посібника, але може бути корисним при підготовці до здачі теоретичних колоквиумів і модулів і, особливо, якщо вони здаються в тестовому режимі.

Посібник розрахований на студентів фізичних спеціальностей університетів, які вивчають оптику, але він може бути корисним вчителям фізики СШ та студентам нефізичних спеціальностей, які вивчають фізику.

Насамкінець, вважаємо приємним обов'язком виразити щиру вдячність рецензентам: доктору фізико-математичних наук, професору Я.В. Зауличному, доктору фізико-математичних наук, професору Я.П. Салію і кандидату фізико-математичних наук, доценту О.Х. Тадеуш за цінні зауваження при рецензуванні рукопису посібника.

1. Основні властивості світла

Запитання 1.1. Дайте визначення оптики як науки.

Відповідь. Оптика – розділ фізики електромагнітних випромінювань, які можна вивчати за допомогою оптичних систем: дзеркал, призм, лінз, дифракційних решіток тощо, а також їх комбінацій, якими є оптичні прилади: телескопи, мікроскопи, спектроскопи тощо. Для всіх цих оптичних пристроїв (приладів) характерним є те, що вони можуть формувати направлені пучки променів електромагнітних випромінювань, для яких виконується умова $\lambda \ll D$ або $\lambda / D \ll 1$, де λ – довжина хвилі електромагнітного випромінювання, D – лінійні розміри фронту хвилі.

Вказана умова виконується не для будь-якого електромагнітного випромінювання, а тільки для випромінювання з $10^{-11} \text{ м} < \lambda < 10^{-2} \text{ м}$. Виходячи з цього, визначення оптики як науки можна дати наступне: **оптика – наука про електромагнітне випромінювання з $10^{-11} \text{ м} < \lambda < 10^{-2} \text{ м}$ і його взаємодію з речовиною.** Тому під світлом розуміють не тільки видиме світло ($3,8 \cdot 10^{-7} \text{ м} < \lambda < 7,6 \cdot 10^{-7} \text{ м}$), але і ділянки спектра електромагнітного випромінювання, які до нього прилягають – інфрачервону і ультрафіолетову.

Електромагнітне випромінювання з довжиною хвилі $\lambda < 10^{-11} \text{ м}$ вивчає **фізика високих енергій**, а випромінювання з $\lambda > 10^{-2} \text{ м}$ – **радіофізика**.

Запитання 1.2. З'ясуйте практичне значення оптики і її вплив на інші галузі науки.

Відповідь. Практичне значення оптики і її вплив на інші галузі знань можна показати на таких далеко не вичерпних прикладах.

- Винайдення мікроскопа призвело до революції в біології.
- Фотографія продовжує допомагати чи не всім галузям науки.
- Лінза... Без неї не було б мікроскопа, телескопа, спектроскопа, фотоапарата, окулярів, телебачення.
- Відкриття лазерів і голографії відкрило нові широкі можливості не тільки в оптиці, але і в інших галузях науки і практики.
- Надзвичайно тонкі і точні оптичні методи досліджень сьогодні на озброєнні багатьох галузей науки (біологія, астрофізика, астрономія, металознавство, матеріалознавство тощо).
- На основі оптичних досліджень зародилися нові фізичні теорії (наприклад, теорія відносності, квантова теорія тощо).

Запитання 1.3. Дайте визначення фізичної оптики.

Відповідь. Фізична оптика вивчає природу і властивості світла, характер його поширення в ізотропних і анізотропних середовищах та взаємодію світла з речовиною.

Запитання 1.4. Дайте визначення геометричної оптики.

Відповідь: Геометрична оптика розглядає коло практичних задач, які можна задовільно розв'язати геометричним шляхом, використовуючи закони, в основі яких лежить принцип прямолінійного поширення світла і аналогія з класичною механікою, встановленою Гамільтоном (1828 р.). Однак, закони поширення світла можуть бути сформульовані на мові геометрії тільки тоді, коли не проявляють себе хвильові властивості світла, тобто, коли відсутні дифракційні явища. Останнє можливе, якщо довжина хвилі випромінювання мала ($\lambda \rightarrow 0$), або розміри перешкоди великі в порівнянні з довжиною хвилі ($D \gg \lambda$).

Запитання 1.5. Що лежить в основі поділу фізичної оптики на хвильову і квантову?

Відповідь. Хвильова оптика – частина фізичної оптики, яка розглядає світло як процес поширення коротких електромагнітних хвиль. Виходячи із хвильових уявлень про світло, легко можна пояснити цілий ряд оптичних явищ: інтерференцію, дифракцію, поляризацію, дисперсію тощо.

Поряд з цим існують оптичні явища (ефект Комптона, фотоефект, люмінесценція та інші), які важко пояснити, або взагалі неможливо, з точки зору хвильової оптики. Проте, наведені вище явища можна пояснити, прийнявши, що світло – це потік частинок (корпускул) – фотонів. **Частину фізичної оптики, в основі якої лежить ідея про корпускулярну (квантову) природу світла, називають корпускулярною (квантовою) оптикою.**

Запитання 1.6. Що ви розумієте під поняттям «корпускулярно-хвильовий дуалізм» світла?

Відповідь. Розвиток фізики показав, що хвильові і квантові властивості світла аж ніяк не суперечать один одному. Цю двоїсту природу світла сьогодні називають корпускулярно-хвильовим дуалізмом і це сприймається як беззаперечний факт. Згідно принципу доповнювальності Н. Бора, для пояснення даного експерименту слід використати або хвильові, або корпускулярні уявлення про природу світла, але не ті і інші водночас. Однак, для повного розуміння природи світла необхідно враховувати як хвильові, так і корпускулярні його властивості. Обидва ці аспекти властивостей взаємно доповнюють один одного.

Запитання 1.7. Назвіть творців хвильової оптики; квантової оптики.

Відповідь. Хвильову теорію світла створив ще у 1690 р. голландський фізик Х. Гюйгенс. Пізніше її суттєво доповнили О. Френель і Т. Юнг (початок ХІХ ст.). **Згідно цієї теорії світло – це пружна поперечна хвиля, яка поширюється в спеціальному середовищі – ефірі.** Ця теорія достатньо добре пояснювала чимало оптичних явищ (інтерференцію, дифракцію, поляризацію тощо) хоч багато чого в цій теорії було незрозумілим.

У 1865 р. шотландський фізик Дж. Максвелл в теорії електромагнітного поля дійшов висновку, **що світло є не що інше, як електромагнітні хвилі дуже малої довжини.** Пізніше було доведено, що світло (електромагнітні хвилі) може поширюватися як в середовищі, так і у вакуумі, і для цього не потрібно ніякого спеціального середовища, яким був раніше гіпотетичний ефір.

У 1887 р. німецький фізик Генріх Герц експериментально генерував електромагнітні хвилі, щоправда більшої довжини ніж довжина хвилі світла.

Квантова теорія світла створена у 1905 р. німецьким фізиком А. Ейнштейном. Згідно Ейнштейна **світло є не що інше, як потік окремих частинок, які спочатку називалися світловими квантами, а пізніше отримали назву фотонів.** Було доведено, що фотони володіють всіма властивостями (m_f , p_f , E_f), якими володіють частинки. Пізніше теорія фотонів Ейнштейна була підтверджена експериментально (досліди В. Боте, С.І. Вавилова, А. Комптона). Квантова теорія світла дозволяє пояснити цілий ряд оптичних явищ – фотоефект, ефект Комптона, люмінесценцію тощо.

Запитання 1.8. Сформулюйте найважливіші висновки теорії електромагнітного поля, які дали можливість Дж. Максвеллу зробити висновок, що світлові хвилі є електромагнітними хвилями.

Відповідь. В середині ХІХ ст. Дж. Максвелл, розробляючи теорію електромагнітного поля, дійшов висновку, що електромагнітні хвилі у вакуумі поширюються зі швидкістю світла:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}. \quad (1.1)$$

Для швидкості поширення електромагнітних хвиль у середовищі Максвелл отримав таку формулу:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}}, \quad (1.2)$$

де ε_0 і μ_0 – відповідно електрична і магнітні сталі, ε і μ – діелектрична і магнітна проникності середовища. Це дало Максвеллу основу вважати світло одним із видів електромагнітного випромінювання малої довжини і розкрити зв'язок між оптичними і електромагнітними явищами.

Запитання 1.9. Що таке електромагнітна хвиля?

Відповідь. Електромагнітна хвиля – це поширення в просторі змінного електромагнітного поля у вигляді коливань векторів напруженості електричного і магнітного полів, перпендикулярних як один до одного, так і до напрямку поширення (рис. 1.1).

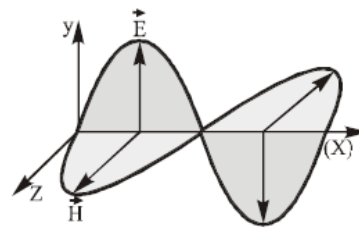


Рис. 1.1.

Запитання 1.10. Процес поширення електромагнітних хвиль у просторі описується рівняннями Максвелла:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial x} &= -\mu\mu_0 \frac{\partial H}{\partial t} \\ \frac{\partial H}{\partial x} &= -\varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} \end{aligned} \right\} \quad (1.3)$$

Який фізичний зміст членів $\frac{\partial E}{\partial t}$ і $\frac{\partial H}{\partial t}$ в рівняннях (1.3)?

Відповідь. Рівняння (1.3) зв'язують напруженість вихрового електричного поля зі швидкістю зміни магнітного поля і навпаки – напруженість вихрового магнітного поля зі швидкістю зміни електричного поля: циркуляція вектора напруженості вихрового електричного (магнітного) поля вздовж будь-якого замкнутого контуру пропорційна швидкості зміни магнітного (електричного) потоку через поверхню, яка охоплюється цим контуром. Члени $\frac{\partial E}{\partial t}$ і $\frac{\partial H}{\partial t}$ у рівняннях (1.3) показують зміну електричного і магнітного полів в електромагнітній хвилі з часом.

Запитання 1.11. Коли, ким і як, було експериментально підтверджено правильність електромагнітної теорії світла Максвелла?

Відповідь. Через 23 роки (у 1888 р.) після створення Максвеллом електромагнітної теорії світла німецький фізик Генріх Герц експериментально одержав електромагнітні хвилі у просторі. Єдиною відмінністю цих хвиль від світла було те, що вони були невидимі. У 1899 р. російський фізик П. Лебедев експериментально довів механічну дію (тиск) електромагнітних хвиль на тверді тіла, теоретично передбачену ще Максвеллом. Італійський інженер Марконі використав електромагнітні хвилі для створення бездротового телеграфу, а російський фізик Попов – для радіо.

Запитання 1.12. Яку хвилю називають: плоскою; сферичною; циліндричною? Запишіть рівняння названих хвиль. Які джерела випромінюють вище названі види хвиль?

Відповідь. Фронт хвилі (хвильова поверхня) – це поверхня, на якій в даний момент фази коливань, які створюються хвилею, мають однакове значення. Це визначення стосується будь-якої хвилі, в тому числі і електромагнітної.

1) Якщо фронтом хвилі (хвильовою поверхнею) є площина, то таку хвилю називають **плоскою**. Якщо площина хвилі паралельна площині ZOY (див. рис. 1.1), то рівняння плоскої електромагнітної хвилі має вигляд:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \sin \omega \left(t - \frac{x}{v} \right) = \vec{E}_0 \sin(\omega t - kx). \quad (1.4)$$

Тут \vec{E} – миттєве значення вектора напруженості електричного поля хвилі, \vec{E}_0 – вектор амплітуди напруженості електричного поля, ω – циклічна частота, t – час, x – координата, v – швидкість поширення хвилі в даному середовищі, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – хвильове число. Із (1.4) видно, що поверхня однакової фази визначається умовою $x = const$.

Паралельний пучок світла, наприклад, випромінюваний лазером, є сукупністю плоских електромагнітних хвиль.

2) Якщо джерело світла мале (точкове) і швидкість поширення збурення у всі напрямки однакова (середовище ізотропне), то, очевидно, що фронтом хвилі є сферична поверхня з центром в джерелі. В такому випадку хвиля називається **сферичною**. Рівняння такої хвилі має вигляд:

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{r} \sin \omega \left(t - \frac{x}{v} \right) = \frac{\vec{E}_0}{r} \sin(\omega t - kx). \quad (1.5)$$

Тут r – відстань від точки спостереження до джерела, \vec{E}_0 – амплітуда на одиничній відстані ($r = 1 \text{ м}$).

Із (1.5) випливає, що амплітуда сферичної хвилі зменшується пропорційно відстані, а інтенсивність зменшується пропорційно квадрату відстані, що неважко довести. Зокрема:

•Відомо, що густина потоку енергії електромагнітної хвилі рівна:

$$S = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c E_0'^2 = \frac{P}{4\pi r^2}. \quad (1.6)$$

Тут E_0' – амплітуда сферичної хвилі на відстані r від джерела, P – потужність джерела, $4\pi r^2$ – величина сферичної поверхні на відстані r від джерела. Із (1.6) маємо:

$$E_0' = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{P}{2\pi \varepsilon_0 c}} = \frac{E_0}{r}.$$

Тут $E_0 = \sqrt{\frac{P}{2\pi\epsilon_0 c}}$ – амплітуда світлової хвилі на відстані $r = 1$ м. Таким чином $E_0' \sim 1/r$.

• Відомо, що

$$I = S = \frac{P}{4\pi r^2}, \quad (1.7)$$

звідки $I \sim 1/r^2$ (тут I – інтенсивність випромінювання, P – потужність джерела випромінювання).

Джерелом сферичної хвилі є точкове джерело світла, або джерело, розмірами якого в порівнянні з відстанню до точки спостереження можна знехтувати (наприклад, Сонце. Точка спостереження знаходиться на Землі).

3) Якщо фронтом хвилі (хвильовою поверхнею) є бічна поверхня циліндра, то таку хвилю називають **циліндричною**. Рівняння такої хвилі має вигляд:

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{\sqrt{r}} \sin \omega \left(t - \frac{x}{v} \right) = \frac{\vec{E}_0}{\sqrt{r}} \sin(\omega t - kx). \quad (1.8)$$

Тут $\vec{E}_0' = \frac{\vec{E}_0}{\sqrt{r}}$ – амплітуда циліндричної хвилі на відстані r від джерела, \vec{E}_0 – амплітуда циліндричної хвилі на відстані $r = 1$ м.

Із (1.8) видно, що амплітуда циліндричної хвилі зменшується пропорційно \sqrt{r} $\left(E_0' \sim \frac{1}{\sqrt{r}} \right)$, а інтенсивність зменшується пропорційно r $\left(I \sim \frac{1}{r} \right)$, що легко доводиться. Зокрема:

• Відомо, що

$$S = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_0'^2 = \frac{P}{2\pi r H}, \quad (1.9)$$

де E_0' – амплітуда сферичної хвилі на відстані r , $2\pi r H$ – величина бічної поверхні циліндра. Із (1.9) маємо, що

$$E_0' = \frac{1}{\sqrt{r}} \sqrt{\frac{P}{\pi \epsilon_0 c H}}. \quad (1.10)$$

Тут $\sqrt{\frac{P}{\pi \epsilon_0 c H}} = E_0$ – амплітуда циліндричної хвилі на відстані $r = 1$ м. Таким чином $E_0' \sim \frac{1}{\sqrt{r}}$.

• Для інтенсивності маємо:

$$I = S = \frac{P}{2\pi rH} = \frac{1}{r} \cdot \frac{P}{2\pi H}, \quad (1.11)$$

звідки $I \sim 1/r$ (тут P – потужність випромінювання джерела, S – густина потоку випромінювання електромагнітної хвилі).

Джерелом циліндричних хвиль може бути розжарений циліндр або пряма проволочка, які здійснюють випромінювання своєю бічною поверхнею.

Запитання 1.13. Поясніть залежність напруженості поля випромінювання у сферичній хвилі від відстані на основі закону збереження енергії.

Відповідь. Густина потоку енергії сферичної електромагнітної хвилі зв'язана з площею сферичної поверхні співвідношенням:

$$S = \frac{P}{\sigma} = \frac{P}{4\pi r^2}. \quad (1.12)$$

Із (1.12) видно, що енергія, яка переноситься електромагнітною хвилею, розподіляється по зростаючій площі сферичної поверхні. Оскільки напруженість E електричного поля світлової хвилі зв'язана із густиною потоку енергії співвідношенням:

$$S = \varepsilon_0 c E^2, \quad (1.13)$$

то із (1.12) і (1.13) випливає, що

$$E = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{P}{4\pi\varepsilon_0 c}}, \quad (1.14)$$

тобто $E \sim 1/r$.

Таким чином, енергія сферичної електромагнітної хвилі не зменшується з відстанню від джерела, а тільки розподіляється по більшій площі сферичної поверхні (енергія зберігається).

Запитання 1.14. Яку хвилю називають однорідною плоскою хвилею?

Відповідь. Рівняння біжучої плоскої монохроматичної хвилі має вигляд гармонічної функції:

$$E(x, t) = E_0 \sin(\omega t - kx + \varphi),$$

де φ – початкова фаза. **Якщо амплітуда E_0 і початкова фаза φ хвилі не залежать від x і t , тобто вони однакові у всьому просторі у всі моменти часу, то така хвиля називається однорідною.** Однак, реальні хвилі цією властивістю не володіють, такий «образ» плоскої монохроматичної хвилі є ідеалізованим. Поверхні сталої фази реальної хвилі не співпадають з поверхнями сталої амплітуди. У такому випадку говорять, що хвиля **неоднорідна**.

Запитання 1.15. Запишіть формули для швидкості світла у вакуумі і у середовищі.

Відповідь. Швидкість поширення світла і швидкість поширення електромагнітних хвиль, як показав Дж. Максвелл, однакові і вона дорівнює: у вакуумі

$$v = c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}, \quad (1.15)$$

де $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф}\cdot\text{м}^{-1}$ і $\mu_0 = 1,257 \cdot 10^{-6} \text{ Гн}\cdot\text{м}^{-1}$ – відповідно електрична і магнітна сталі;
у середовищі:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}}, \quad (1.16)$$

де ε і μ – відповідно відносні діелектрична і магнітна сприйнятливості середовища.

Запитання 1.16. Запишіть закон Максвелла і з'ясуйте його фізичний зміст.

Відповідь. Якщо припустити, що світло поширюється у не феромагнітній середовищі ($\mu = 1$), то із (1.16) маємо:

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}} \quad \text{або} \quad \sqrt{\varepsilon} = \frac{c}{v} = n, \quad (1.17)$$

де n – абсолютний показник заломлення.

Рівність (1.17) називають законом Максвелла, який встановлює зв'язок між електричними, магнітними і оптичними константами.

Запитання 1.17. Запишіть формули зв'язку векторів \vec{E} і \vec{H} електромагнітної (світлової) хвилі у вакуумі і у середовищі.

Відповідь. Напруженості електричного E і магнітного H полів в електромагнітній (світловій) хвилі зв'язані співвідношенням:

$$\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon} E = \sqrt{\mu_0 \mu} H. \quad (1.18)$$

Якщо має місце рівність (1.18), то матиме місце і рівність:

$$\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon} E_0 = \sqrt{\mu_0 \mu} H_0 \quad (1.19)$$

Тут E_0 і H_0 – відповідно амплітуди електричного і магнітного полів у хвилі.

Для діелектрика ($\mu = 1$):

$$\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon} E_0 = \sqrt{\mu_0} H_0. \quad (1.20)$$

Для вакууму ($\varepsilon = \mu = 1$):

$$\sqrt{\varepsilon_0} E_0 = \sqrt{\mu_0} H_0. \quad (1.21)$$

Оскільки вектори \vec{E} і \vec{H} зв'язані лінійною залежністю, то це означає, що вони змінюються в одній фазі – вони одночасно перетворюються в нуль і одночасно досягають максимальних значень.

Запитання 1.18. У відповіді на запитання 1.17 сказано, що напруженості електричного і магнітного полів електромагнітної хвилі зв'язані співвідношенням:

$$\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon} E = \sqrt{\mu_0 \mu} H.$$

Доведіть, що це так.

Відповідь. Для цього скористаємось одним із рівнянь (1.3) (див. відповідь на запитання 1.10):

$$\mu_0 \mu \frac{\partial H}{\partial E} = - \frac{\partial E}{\partial x}.$$

Продиференціюємо по t і по x рівняння плоскої хвилі

$$\left. \begin{aligned} E &= E_0 \sin \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{x}{v} \right), \\ \frac{\partial E}{\partial t} &= E_0 \cos \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{x}{v} \right) \cdot \frac{2\pi}{T}, \\ \frac{\partial E}{\partial x} &= E_0 \cos \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{x}{v} \right) \cdot \frac{2\pi}{T} \left(-\frac{1}{v} \right). \end{aligned} \right\} (*)$$

Із системи рівнянь (*) маємо:

$$\frac{\partial E}{\partial x} = - \frac{1}{v} \frac{\partial E}{\partial t}.$$

Тоді

$$\mu_0 \mu \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{1}{v} \frac{\partial E}{\partial t}.$$

Якщо замість v в останню рівність підставимо його значення (див. формулу (1.16))

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon \mu_0 \mu}},$$

то отримаємо:

$$\sqrt{\mu_0 \mu} \frac{\partial H}{\partial t} = \sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon} \frac{\partial E}{\partial t},$$

або

$$\sqrt{\mu_0 \mu} H = \sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon} E.$$

Запитання 1.19. Яку хвилю називають біжучою?

Відповідь. Електромагнітна хвиля представляє собою електромагнітне збурення, яке поширюється у вакуумі зі швидкістю $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$, а у середовищі

зі швидкістю $v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}}$. З поширенням збурення зв'язана енергія. При поширенні електромагнітної хвилі відбувається перенос енергії, для характеристики якої була введена векторна величина, яка отримала назву **густини потоку енергії** (1884 р., Умов і Пойнтінг). **Отже електромагнітна хвиля, що поширюється в просторі і переносить енергію, яка пропорційна квадрату її амплітуди, називають біжучою.**

Рівняння біжучої електромагнітної хвилі, якщо вона, наприклад, поширюється в напрямку осі x -ів має такий вигляд:

$$E = E_0 \sin \omega \left(t - \frac{x}{v} \right) = E_0 \sin(\omega t - kx). \quad (1.22)$$

Якщо хвиля поширюється в протилежному напрямку, то в рівнянні (1.22) знаки « $-$ » поміняються на знак « $+$ ». Тоді

$$E = E_0 \sin \omega \left(t + \frac{x}{v} \right) = E_0 \sin(\omega t + kx). \quad (1.23)$$

Запитання 1.20. Доведіть, що із електромагнітної теорії світла Максвелла випливає висновок, що вектори \vec{E} і \vec{H} взаємно перпендикулярні.

Відповідь. Нехай плоска електромагнітна хвиля поширюється в напрямку осі x -ів, а вектор \vec{E} напрямлений вздовж осі y -ів (див. рис. 1.2). Тоді рівняння Максвелла в координатній формі матимуть такий вигляд:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} &= -\mu_0 \mu \frac{\partial H_x}{\partial t}, \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} &= -\mu_0 \mu \frac{\partial H_y}{\partial t}, \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} &= -\mu_0 \mu \frac{\partial H_z}{\partial t}; \end{aligned} \right\} \quad (1.24)$$

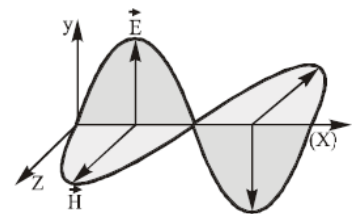


Рис. 1.2.

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} &= -\varepsilon_0 \varepsilon \frac{\partial E_x}{\partial t}, \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} &= -\varepsilon_0 \varepsilon \frac{\partial E_y}{\partial t}, \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} &= -\varepsilon_0 \varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial t}. \end{aligned} \right\} \quad (1.25)$$

Тут $E_x, E_y, E_z; H_x, H_y, H_z$ – проекції векторів \vec{E} і \vec{H} на осі координат.

Оскільки хвиля поширюється в напрямку осі x -ів і є плоскою, то

$E_y = E, E_x = 0, E_z \neq 0, \frac{\partial E_y}{\partial z} = 0, \frac{\partial E_z}{\partial y} = 0$. Тоді з першого рівняння (1.24) випли-

ває, що $\frac{\partial H_x}{\partial t} = 0$, а це означає, що змінної складової напруженості магнітного поля H_x немає. Аналогічно з другого рівняння (1.24) маємо, що $H_y = 0$. Тільки компонента H_z не дорівнює нулю:

$$H = H_z, H_y = 0, H_x \neq 0.$$

Отже, вектори напруженості електричного і магнітного полів в електромагнітній хвилі взаємно перпендикулярні.

Запитання 1.21. Як зв'язані в просторі вектори \vec{E} , \vec{H} і \vec{v} ?

Відповідь. Вище доведено (див. запитання 1.20), що вектори \vec{E} і \vec{H} взаємно перпендикулярні один до одного і зв'язані лінійно $\sqrt{\varepsilon_0} E = \sqrt{\mu_0} H$. Окрім того, кожний із векторів перпендикулярний до напрямку поширення (рис.1.2). Це означає, що вектори \vec{E} , \vec{H} і \vec{v} взаємно перпендикулярні і утворюють правоїгвинтову систему (рис. 1.3). Така взаємна орієнтація векторів характерна для світлової хвилі, хоч і може змінюватися в просторі.

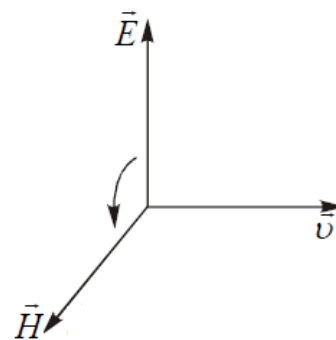


Рис. 1.3

Запитання 1.22. Запишіть формулу, яка зв'язує оптичні, електричні і магнітні константи.

Відповідь. Якщо

n – показник заломлення середовища (оптична константа),

$\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ – електрична стала,

$\mu_0 = 1,257 \cdot 10^{-6} \text{ Гн/м}$ – магнітна стала,

ε – відносна діелектрична проникність середовища,

μ – відносна магнітна проникність середовища,

$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ – швидкість поширення світла у вакуумі,

v – швидкість поширення світла у середовищі,

то формулами, які зв'язують електричні, магнітні і оптичні константи ε :

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}} \quad \text{або} \quad v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}}, \quad (\text{тут } \mu = 1),$$

або

$$\sqrt{\varepsilon} = \frac{c}{v} = n \quad \text{або} \quad \sqrt{\varepsilon} = n. \quad (1.26)$$

Формулу $\sqrt{\varepsilon} = n$ називають **законом Максвелла**.

Запитання 1.23. Запишіть формули, які зв'язують між собою такі характеристики світлової хвилі: T , ω , ν , λ , c , n і v .

Відповідь. Будь яка хвиля, в тому числі і електромагнітна, характеризується:

періодом (T) – час, за який здійснюється одне повне коливання;

лінійною частотою (ν) – число повних коливань за одиницю часу;

коловою частотою (ω) – лінійна частота, помножена на 2π ($\omega = 2\pi\nu$);

довжиною хвилі (λ) – відстань між двома найближчими точками простору, в яких коливання хвилі мають однакову фазу;

Циклічна частота:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}.$$

Лінійна частота:

$$\nu = \frac{1}{T}.$$

Зв'язок ω з ν :

$$\omega = 2\pi\nu.$$

Довжина хвилі:

$$\lambda = cT \quad \text{або} \quad \lambda = \frac{c}{\nu} \quad \text{або} \quad c = \nu\lambda. \quad (1.27)$$

Тут $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ – швидкість поширення електромагнітної хвилі у вакуумі.

Якщо світло поширюється в середовищі з показником заломлення n , то

$$v = \frac{c}{n} = \frac{\lambda_0 \nu}{n} = \lambda \nu, \quad (1.28)$$

де λ_0 – довжина світлової хвилі у вакуумі, $\lambda = \lambda_0 / n$ – довжина світлової хвилі у середовищі.

Запитання 1.24. Яку хвилю називають гармонічною?

Відповідь. Гармонічна хвиля – різновид хвиль, процес поширення якої здійснюється за законом синуса або косинуса. Наприклад,

$$E = E_0 \sin \omega t \quad \text{або} \quad E = E_0 \cos \omega t. \quad (1.29)$$

Запитання 1.25. Яку хвилю називають монохроматичною?

Відповідь. Монохроматичною хвилею є хвиля, у якої період T , амплітуда E_0 і початкова фаза α не залежать від часу. Або: синусоїдальна хвиля, в якій коливання здійснюється зі строго визначеною частотою, називається монохроматичною хвилею.

Запитання 1.26. Яким спектром характеризується світлове коливання вигляду

$$E = E_0 (1 + \cos \omega_1) \cos \omega_2 t. \quad (1.30)$$

Чи є це коливання монохроматичним?

Відповідь. Для того, щоб дати відповідь на поставлене запитання, зробимо елементарні перетворення із заданим рівнянням світлового імпульсу:

$$\begin{aligned} E &= E_0 (1 + \cos \omega_1) \cos \omega_2 t = E_0 \cos \omega_2 t + E_0 \cos \omega_1 t \cdot \cos \omega_2 t = \\ &= E_0 \cos \omega_2 t + \frac{1}{2} E_0 [\cos(\omega_1 - \omega_2) + \cos(\omega_1 + \omega_2)]. \end{aligned} \quad (1.31)$$

Із (1.31) видно, що задана світлова хвиля не є монохроматичною, вона є сукупністю трьох монохроматичних хвиль з частотами ω_2 , $\omega_1 - \omega_2$, $\omega_1 + \omega_2$ і амплітудами E_0 , $E_0/2$ і $E_0/2$.

Запитання 1.27. Що таке шкала електромагнітних хвиль?

Відповідь. Шкала електромагнітних хвиль – діаграма електромагнітних випромінювань, розміщених в порядку зростання частоти коливань (або в порядку зменшення довжини хвилі). На діаграмі (рис. 1.4), як правило, вказуються назви ділянок електромагнітного випромінювання і їх межі. Слід мати на

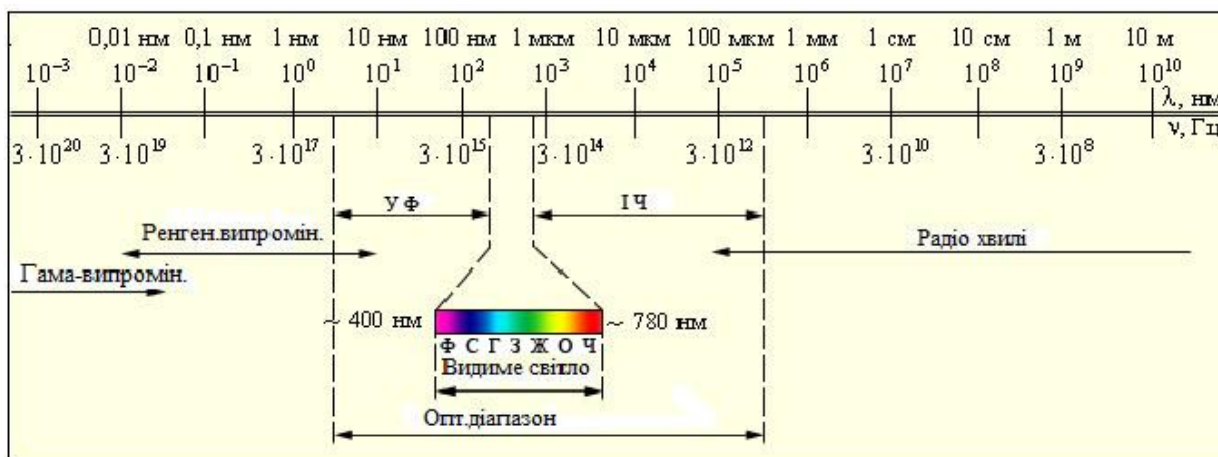


Рис. 1.4. Шкала електромагнітних хвиль.

увазі, що ці межі умовні. Так, з боку коротких хвиль шкалу замикає γ -випромінювання (γ -промені) з $\lambda < 0,12 \text{ нм}$. Далі в бік зростання довжини хвилі знаходиться ділянка рентгенівського випромінювання з $0,12 \text{ нм} < \lambda < 40 \text{ нм}$. За ним знаходиться ультрафіолетове випромінювання з $40 \text{ нм} < \lambda < 380 \text{ нм}$; видиме випромінювання з $380 \text{ нм} < \lambda < 760 \text{ нм}$; інфрачервоне випромінювання $760 \text{ нм} < \lambda < 1 \text{ мм}$ і радіохвилі з $\lambda > 1 \text{ мм}$.

Запитання 1.28. Який діапазон довжин електромагнітних хвиль називають: оптичним; видимим; інфрачервоним; ультрафіолетовим?

Відповідь. **Оптичний діапазон** електромагнітного випромінювання охоплює випромінювання з довжиною хвилі від $0,1 \text{ \AA}$ до 1 см ($0,1 \text{ \AA} < \lambda < 1 \text{ см}$). Зрозуміло, що ці межі є умовними. Саме електромагнітне випромінювання з вказаним діапазоном довжин хвиль є предметом вивчення оптики. Оптичний діапазон електромагнітного випромінювання охоплює ультрафіолетове, видиме і інфрачервоне випромінювання (див. відповідь на запитання 1.1).

Ультрафіолетове випромінювання – це короткохвильова частина оптичного діапазону спектра з $12 \text{ нм} < \lambda < 380 \text{ нм}$ і не сприймається оком.

Видиме випромінювання в шкалі електромагнітних хвиль простягається від $\lambda = 380 \text{ нм}$ (фіолетове світло) до $\lambda = 760 \text{ нм}$ (червоне світло). В цьому вузькому діапазоні людина бачить світ.

Інфрачервоне випромінювання – це довгохвильова частина оптичного спектра з $760 \text{ нм} < \lambda < 1 \text{ мм}$ і також не сприймається оком.

Запитання 1.29. З'ясуйте, чому хвилі $0,76 \text{ мкм} < \lambda < 0,38 \text{ мкм}$ не придатні для зору? Чому ми бачимо саме у видимому діапазоні довжин хвиль ($0,38 \text{ мкм} < \lambda < 0,76 \text{ мкм}$)?

Відповідь. На рис. 1.5 наведено розподіл потужності випромінювання Сонця, яке доходить до поверхні Землі. В силу того, що частина короткохвильового випромінювання Сонця розсіюється і поглинається атмосферою, спектр випромінювання обривається на довжині хвилі $\approx 0,3 \text{ мкм}$. Хвилі меншої довжини Землі не досягають.

Максимум випромінювання припадає на довжину хвилі $0,55 \text{ мкм}$ – це зелене світло. Найбільша енергія в спектрі випромінювання Сонця припадає на ділянку довжин хвиль близьких до довжини хвилі $0,55 \text{ мкм}$, на яку припадає максимум потужності випромінювання.

Тому найбільш придатним для бачення є саме інтервал довжин хвиль поблизу довжини хвилі, на яку припадає максимум інтенсивності, тобто $\lambda \approx 0,55 \text{ мкм}$. Цілком закономірно, що в процесі еволюції саме в цьому діапазоні розвинулась здатність людини до зору (бачення).

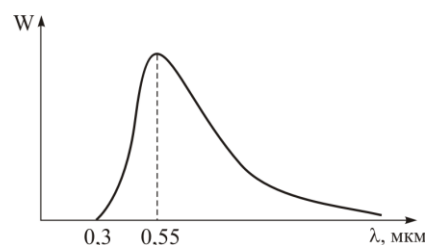


Рис. 1.5

Чому ж людина не бачить в мікрохвильовій частині спектра? Чому ця частина спектра не придатна для бачення?

Перша причина пов'язана із погіршенням роздільної здатності ока із збільшенням довжини хвилі. Із збільшенням довжини хвилі все більше і більше проявляються дифракційні явища.

Друга (головна) причина пов'язана з квантовими властивостями випромінювання та існуванням так званих «шумів» в діапазоні довгих хвиль. Шуми роблять цей діапазон довжин хвиль непридатним для зору для істот, з температурою тіла людини.

В області довгих хвиль існують фотони, які несуть інформацію про предмети і які не несуть інформації про предмети (шумові фотони). **Чим більший потік фотонів, які несуть інформацію про предмети, і чим менший потік шумових фотонів, тим кращі умови для зору.**

Якщо

$\langle n_3 \rangle$ – середній потік теплових (шумових) фотонів, що попадають в око, які не несуть інформацію про предмети,

$\langle n_c \rangle$ – середнє число фотонів, що несуть інформацію про предмети і попадають в око,

то не складні розрахунки дають, що в мікрохвильовій ділянці спектра

$$\frac{\langle n_3 \rangle}{\langle n_c \rangle} = 10,$$

і це відношення робить бачення на таких довжинах хвиль практично не можливим.

Для видимого діапазону подібні розрахунки дають, що

$$\frac{\langle n_3 \rangle}{\langle n_c \rangle} \approx 10^{-35}.$$

Висновок: видимий діапазон найбільше підходить для зору тому, що на більш короткі хвилі припадає надто мала доля енергії, а на більш довгих хвилях зору заважають теплові шуми. (Для більш глибокого вивчення питання звертайтеся до [1] ст. 13 – 17).

Запитання 1.30. Чи можна допустити існування електромагнітних хвиль з частотами в діапазоні від 0 до ∞ ? Чи існують у цьому плані певні обмеження?

Відповідь. Взагалі теоретично можна допустити існування електромагнітних хвиль всіх частот від 0 до ∞ . Однак корпускулярні властивості світла накладають обмеження на ці можливості. Згідно квантової теорії енергія випроміненого фотона рівна:

$$E_f = h\nu, \quad (1.32)$$

де $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$ – стала Планка, ν – частота випромінювання.

Із (1.32) випливає, що нескінченні частоти неможливі, оскільки відповідні кванти випромінювання повинні б володіти нескінченно великою енергією, що суперечить досвіду і здоровому глузду.

Сьогодні немає даних, які б обмежували нижню межу енергій фотона. Мінімальна частота ($\approx 8 \text{ Гц}$) спостерігається в стоячих електромагнітних хвилях між іоносферою і земною атмосферою. Тому мінімальна енергія такого фотона складає порядку 10^{-33} Дж .

Запитання 1.31. В чому полягає фізичний зміст принципу суперпозиції світлових хвиль?

Відповідь. Більша частина приймальних пристроїв підкоряється так званому принципу суперпозиції. **Це означає, що результат декількох одночасних впливів є не що інше, як проста сума результатів, викликаних кожним впливом зокрема.** Наприклад, якщо на приймач діють дві або більше світлових хвиль, то результуюча дія цих хвиль дорівнює сумі їх дій кожної зокрема. Скажімо, чому дорівнює результуюча напруженість світлових хвиль в точці, де вони накладаються? Вона дорівнює векторній сумі напруженостей окремих хвиль:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots + \vec{E}_i = \sum_{i=1}^k \vec{E}_i. \quad (1.33)$$

Оптичні явища, до яких застосовний принцип суперпозиції, називаються лінійними. Це має місце в тому випадку, коли напруженості електричних полів світлових хвиль невеликі ($10^3 - 10^6 \text{ Вм/м}^2$) і вони не викликають змін параметрів середовища, у яких вони поширюються. У випадку, коли в середовищі поширюються потужні світлові хвилі з напруженістю електричного поля порядку $10^8 - 10^{10} \text{ Вм/м}^2$, параметри середовищ, в яких поширюються ці хвилі змінюються і вони впливають на самі хвилі, які викликали ці зміни. Тут мають місце так звані **нелінійні оптичні явища**. В цьому випадку принцип суперпозиції не застосовний.

Запитання 1.32. Що таке розклад Фур'є? Де і для чого він застосовується в оптиці? Наведіть приклади.

Відповідь: Коли застосовний принцип суперпозиції, то довільний складний імпульс можна замінити сумою його складових і розглядати дію кожної складової окремо. Таким розкладом є розклад на монохроматичні хвилі, тобто представлення довільної функції у вигляді сукупностей косинусів і синусів, введеним Фур'є. Відповідно теореми Фур'є будь-яка функція при досить зага-

льних умовах, реалізованих у фізичних задачах, може бути представлена з якою завгодно точністю у вигляді суми (або інтегралу) синусоїдальних і косинусоїдальних функцій з відповідно підібраними амплітудами, періодами і початковими фазами.

Розклад Фур'є функції $f(t)$:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t), \quad (1.34)$$

$$\text{де } \omega = \frac{2\pi}{T}, \quad a_n = \frac{2\pi}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \cos n\omega t dt, \quad b_n = \frac{2\pi}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \sin n\omega t dt.$$

При цьому, якщо вихідна функція періодична (з періодом T), то періоди складових синусів і косинусів знаходяться у простому співвідношенні до T : $T/2$, $T/3$, $T/4$, ...

Якщо функція не періодична, то в розкладі містяться не тільки кратні, але і всі можливі періоди. Практично достатньо добре наближення отримується, якщо обмежитися невеликим числом членів ряду Фур'є.

Користуючись розкладом Фур'є, ми можемо представити імпульс у вигляді сукупності монохроматичних хвиль.

Запитання 1.33. Що таке густина енергії: електричного поля; магнітного поля; електромагнітного поля? Від чого вона залежить? Запишіть відповідні формули.

Відповідь. Електромагнітна хвиля, яка поширюється зі швидкістю

$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ у вакуумі, переносить енергію, густина якої для елект-

ричного поля $w_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$, а для магнітного поля $w_H = \frac{1}{2} \mu_0 H^2$. Повна густина енергії електромагнітного поля хвилі дорівнює:

$$w = \frac{1}{2} (\epsilon_0 E^2 + \mu_0 H^2). \quad (1.35)$$

Під густиною енергії електромагнітної хвилі розуміють енергію, акумульовану в одиничному об'ємі, в будь-якій частині простору і вона, як видно із (1.35) пропорційна сумі квадратів напруженостей електричного і магнітного полів.

Оскільки в даній точці простору вектори \vec{E} і \vec{H} лінійно зв'язані і знаходяться в одній фазі, енергія електричного і енергія магнітного полів світлової хвилі дорівнюють одна одній. На підставі рівності (1.35) маємо:

$$w = 2w_E = 2w_H. \quad (1.36)$$

Повна енергія електромагнітної хвилі в довільному об'ємі V середовища

$$W = \frac{1}{2} \int_V (\varepsilon_0 \varepsilon E^2 + \mu_0 \mu H^2) dV = \int_V \varepsilon_0 \varepsilon E^2 dV = \int_V \mu_0 \mu H^2 dV. \quad (1.37)$$

Запитання 1.34. Дайте визначення густини потоку енергії електромагнітної хвилі. Як вона зв'язана з амплітудою електричного і магнітного полів світлової хвилі? Запишіть відповідні формули.

Відповідь. При поширенні електромагнітної хвилі відбувається перенос енергії. Для характеристики переносу енергії вводиться векторна величина, яка називається **густиною потоку енергії**. Вона чисельно дорівнює кількості енергії, яка переноситься за одиницю часу через одиничну площадку, перпендикулярну до напрямку, в якому тече енергія.

Густина потоку енергії електромагнітної хвилі визначається вектором Умова-Пойнтінга:

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} \quad \text{або} \quad S = |\vec{S}| = |\vec{E}| |\vec{H}|, \quad \vec{E} \perp \vec{H}. \quad (1.38)$$

Якщо врахувати $\sqrt{\varepsilon_0} E = \sqrt{\mu_0} H$, $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$ та $B = \mu_0 H$, то рівність (1.38)

перепишеться так:

$$S = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} H^2 = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E^2 = \mu_0 c H^2 = \varepsilon_0 c E^2 = \frac{c}{\mu_0} B^2. \quad (1.39)$$

Середня густина потоку енергії електромагнітного поля через амплітуду електричного (магнітного) поля у вакуумі запишеться так:

$$\langle S \rangle = c \varepsilon_0 E_0^2 \langle \cos^2 \omega t \rangle = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c E_0^2 = \frac{1}{2} \mu_0 c H_0^2 = \frac{1}{2} \frac{c B_0^2}{\mu_0}. \quad (1.40)$$

Для довільного середовища в формулі (1.40) слід зробити заміну: $\mu \rightarrow \mu_0 \mu$, $\varepsilon_0 \rightarrow \varepsilon_0 \varepsilon$, $c \rightarrow v$. Тоді

$$\langle S \rangle = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon v E_0^2 = \frac{1}{2} \mu_0 \mu v H_0^2 = \frac{1}{2} \frac{v B_0^2}{\mu_0 \mu}. \quad (1.41)$$

Запитання 1.35. Доведіть справедливість формули

$$I = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon \varepsilon_0}{\mu \mu_0}} E_0^2. \quad (1.42)$$

Відповідь. Виходячи із означення, інтенсивність I світлової хвилі дорівнює середній густині потоку енергії $\langle S \rangle$. Для випадку середовища з відносною діелектричною і магнітною проникностями ε і μ , відповідно маємо:

$$I = \langle S \rangle = \frac{1}{2} v \varepsilon_0 \varepsilon E_0^2, \quad (1.43)$$

де v – швидкість світла в середовищі. Враховуючи, що $v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon \mu}}$, отримаємо:

$$I = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{\mu_0 \mu}} E_0^2. \quad (1.44)$$

Запитання 1.36. Покажіть, що амплітудне значення напруженості електричного поля світлової хвилі, яка випромінюється точковим джерелом потужністю P_0 , однакове у всіх напрямках на фіксованій частоті ω і дорівнює

$$E_0 = \sqrt{\frac{P_0}{2\pi r^2 \varepsilon_0 c}}. \quad (1.45)$$

Відповідь. Середня густина потоку енергії $\langle S \rangle$ електромагнітних хвиль, що випромінюється точковим джерелом потужністю P_0 , з амплітудним значенням напруженості електричного поля E_0 електромагнітної хвилі у вакуумі, зв'язана співвідношенням:

$$\langle S \rangle = \frac{1}{2} c \varepsilon_0 E_0^2, \quad (1.46)$$

а з потужністю випромінювання P_0 так:

$$\langle S \rangle = \frac{P_0}{\sigma} = \frac{P_0}{4\pi r^2}, \quad (1.47)$$

де $\sigma = 4\pi r^2$ – площа сферичної поверхні радіуса r , якої досягли електромагнітні хвилі в даний момент часу. Прирівнюючи праві частини рівностей (1.46) і (1.47) маємо:

$$E_0 = \sqrt{\frac{P_0}{2\pi r^2 \varepsilon_0 c}}. \quad (1.48)$$

Із (1.48) видно, що амплітудне значення напруженості електричного поля випромінювання точкового джерела обернено пропорційне відстані від джерела ($E_0 \sim 1/r$).

Запитання 1.37. Доведіть, що потік енергії у стоячій хвилі дорівнює нулю.

Відповідь. Кожна біжуча хвиля складається з двох хвиль, які відповідають двом частинам енергії електромагнітної хвилі – електричній і магнітній. У біжучій електромагнітній хвилі напрямки векторів \vec{E} і \vec{H} в кожний момент ча-

су зв'язані з вектором швидкості хвилі \vec{v} , утворюючи правоґвинтову систему (рис.1.6, а).

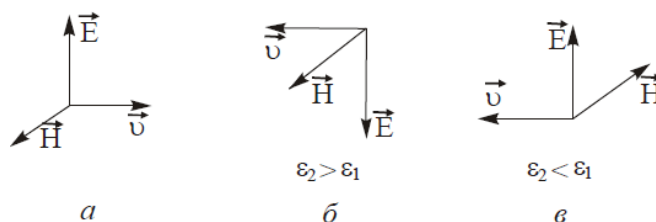


Рис. 1.6

Необхідною умовою відбивання від поверхні, тобто зміни напрямку поширення хвилі (вектора \vec{v}) на протилежний, є зміна напрямку одного із векторів \vec{E} або

\vec{H} на протилежний, бо у відбитій хвилі вони повинні знову утворювати правоґвинтову систему. Отже, один із векторів \vec{E} або \vec{H} залежно від умов відбивання повинен стрибком змінити свій напрямок, тобто змінити фазу на π , або, як кажуть, втратити півхвилі. Без доведення зазначимо, що зміна фази на π відбувається для вектора \vec{E} тоді, коли діелектрична проникність другого середовища ϵ_2 більша за діелектричну проникність першого середовища ϵ_1 (рис. 1.6,б).

Якщо ж $\epsilon_1 > \epsilon_2$ то стрибком змінює фазу на π магнітний вектор, а електричний вектор \vec{E} не змінює (рис. 1.6,в). Це призводить до того, що вузли одного із векторів у стоячій хвилі, збігаються з пучностями другого (рис. 1.7).

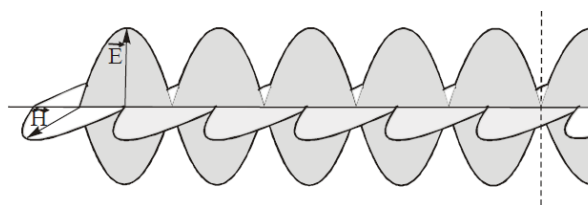


Рис. 1.7

Із аналізу рівняння стоячої хвилі (див. [1], ст. 76 – 79):

$$E = 2E_0 \cos\left(kx + \frac{\delta}{2}\right) \sin\left(\omega t + \frac{\delta}{2}\right), \quad (1.49)$$

неважко побачити, що моменти проходження через максимум вектора \vec{E} і вектора \vec{H} в стоячій хвилі відрізняються на чверть періоду. Ці особливості стоячої хвилі призводять до того, що енергія в ній не переноситься в напрямку поширення хвилі, як це має місце у біжучій хвилі; **енергія в стоячій хвилі локалізована і переходить із області пучності \vec{E} (де вона має форму електричної) до області пучності \vec{H} (тобто, перетворюється в магнітну) і навпаки.** Отже, замість переносу енергії ми маємо справу з її коливаннями, які супроводжуються переходом енергії із однієї форми в іншу. Ця обставина і призвела до появи терміну «**стояча хвиля**».

Запитання 1.38. Покажіть, що у сферичній хвилі, яка випромінюється точковим джерелом, амплітуди електричного і магнітного полів зменшуються обернено пропорційно відстані від джерела, якщо енергія не поглинається середовищем.

Відповідь. Див. відповідь на запитання 1.12.

Запитання 1.39. Чому дорівнює амплітуда E_0 сферичної хвилі на відстані 10 м від джерела потужністю 100 Вт? Вважати, що джерело випромінює світло рівномірно у всіх напрямках на одній частоті.

Відповідь. Густина потоку енергії електромагнітної хвилі зв'язана з амплітудою E_0 електромагнітної хвилі і потужністю випромінювання джерела P таким співвідношенням:

$$\langle S \rangle = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c E_0^2 = \frac{P}{\sigma} = \frac{P}{4\pi R^2}. \quad (1.50)$$

Із (1.50) маємо, що

$$\begin{aligned} E_0 &= \sqrt{\frac{P}{2\pi R^2 \varepsilon_0 c}} = \sqrt{\frac{100 \text{ Вт}}{2 \cdot 3,14 \cdot (100 \text{ м})^2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}}} = \\ &= 0,774 \frac{\text{В}}{\text{м}}, \end{aligned} \quad (1.51)$$

де $\sigma = 4\pi R^2$ – величина площі поверхні сфери на відстані $R = 10$ м від джерела на якій розподіляється енергія випромінювання, $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – електрична стала, $c = 3 \cdot 10^8$ м/с – швидкість світла у вакуумі.

Запитання 1.40. Промінь лазера потужністю 5 мВт має діаметр 2 мм. Чому дорівнюють середньоквадратичні значення E і B у промені лазера?

Відповідь. Напруженість E і індукція B електромагнітної хвилі лазера з їх амплітудними значеннями зв'язані так:

$$\langle E^2 \rangle = \frac{1}{2} E_0^2 \quad \text{і} \quad \langle B^2 \rangle = \frac{1}{2} B_0^2. \quad (1.52)$$

Амплітудні значення E_0 і B_0 зв'язані з середнім потоком енергії такими співвідношеннями:

$$\langle S \rangle = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c E_0^2 \quad \text{і} \quad \langle S \rangle = \frac{1}{2} \frac{c B_0^2}{\mu_0}, \quad (1.53)$$

а середнє значення потоку енергії променя лазера визначимо через потужність випромінювання. Тобто

$$\langle S \rangle = \frac{P}{\sigma} = \frac{P}{\pi r^2}, \quad (1.54)$$

де $\sigma = \pi r^2$ – площа поперечного перерізу променя лазера, $r = d/2$ – радіус променя лазера. Тоді із (1.52) – (1.54) знаходимо:

$$\sqrt{\langle E^2 \rangle} = \sqrt{\frac{4P}{\pi d^2 c \varepsilon_0}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \text{ Вт}}{3,14 (2 \cdot 10^{-3} \text{ м})^2 \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ м/с} \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}}} = 774,6 \frac{\text{В}}{\text{м}},$$

$$\sqrt{\langle B^2 \rangle} = \sqrt{\frac{4P\mu_0}{c\pi d^2}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \text{ Вт} \cdot 1,257 \cdot 10^{-6} \text{ Гн/м}}{3 \cdot 10^8 \text{ м/с} \cdot 3,14(4 \cdot 10^{-3} \text{ м})^2}} = 1,29 \cdot 10^{-6} \text{ Тл.}$$

Запитання 1.41. Оцініть середню потужність випромінювання Сонця, якщо густина потоку сонячної енергії рівна 1350 Вт/м^2 .

Відповідь. Будемо вважати Сонце точковим джерелом світла. Тоді енергія випромінювана Сонцем за 1 с з площі сфери σ з радіусом R рівним відстані від Сонця до Землі ($R = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ м}$), буде рівна:

$$W = \sigma \cdot \langle S \rangle = 4\pi R^2 \langle S \rangle = 4 \cdot 3,14 \cdot (1,5 \cdot 10^{11} \text{ м})^2 \cdot 1350 \text{ Вт/м}^2 = 3,8 \cdot 10^{26} \text{ Вт.} \quad (1.55)$$

Запитання 1.42. Яка енергія переноситься за 1 годину через площадку площею 1 см^2 електромагнітною хвилею, в якій середньоквадратичне значення напруженості електричного поля дорівнює 25 В/м ?

Відповідь. Енергія, яка переноситься за $1 \text{ год} = 3600 \text{ с}$ через площадку $\sigma = 1,0 \text{ см}^2 = 10^{-4} \text{ м}^2$, визначається так:

$$W = \langle S \rangle t \sigma = \frac{1}{2} c \varepsilon_0 E_0^2 t \sigma. \quad (1.56)$$

Тут $\langle S \rangle$ – середнє значення потоку енергії електромагнітної хвилі, E_0 – амплітудне значення електричного поля хвилі.

Для знаходження E_0 скористаємось відомим виразом:

$$\sqrt{\langle E^2 \rangle} = \sqrt{\frac{1}{2} E_0^2}, \quad (1.57)$$

де $\sqrt{\langle E^2 \rangle}$ – середньоквадратичне значення напруженості електричного поля хвилі. Тоді

$$W = \sqrt{\langle E^2 \rangle} c \varepsilon_0 t \sigma = 25 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 3600 \cdot 10^{-4} \text{ Дж} = 0,024 \text{ Дж.}$$

Запитання 1.43. Точкове джерело світла випромінює рівномірно у всіх напрямках світлову енергію із середньою потужністю P_0 на фіксованій частоті ω . Чому дорівнює амплітудне значення напруженості електричного поля E_0 ?

Відповідь. Див. відповідь на запитання 1.36.

Запитання 1.44. До якого діапазону належить світлова хвиля з довжиною 3250 \AA ?

Відповідь. Із шкали електромагнітних хвиль (рис. 1.4) знаходимо, що довжина хвилі випромінювання 3250 \AA входить до ультрафіолетового діапазону, який має межі від 120 \AA до 3800 \AA . Це близький до видимого світла (фіолетового) ультрафіолет.

Запитання 1.45. Що описують рівняння Максвелла?

Відповідь. Якщо в якійсь частині простору відбувається не стаціонарний рух електричних зарядів, то він зумовлює появу змінних електричних і магнітних полів, тобто, викликає збудження електромагнітних хвиль. Виникнувши, електромагнітні хвилі можуть існувати самі собою. Процес поширення електромагнітних хвиль, тобто зв'язок між зміною в часі і просторі векторів напруженості електричного \vec{E} і магнітного \vec{H} полів описується рівняннями Максвелла, які в загальному випадку в координатній формі мають такий вигляд:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} &= -\mu_0 \mu \frac{\partial H_x}{\partial t}, \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} &= -\mu_0 \mu \frac{\partial H_y}{\partial t}, \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} &= -\mu_0 \mu \frac{\partial H_z}{\partial t}, \end{aligned} \right\} \quad (1.58)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} &= -\varepsilon_0 \varepsilon \frac{\partial E_x}{\partial t}, \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} &= -\varepsilon_0 \varepsilon \frac{\partial E_y}{\partial t}, \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} &= -\varepsilon_0 \varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial t}. \end{aligned} \right\} \quad (1.59)$$

Якщо електромагнітна хвиля поширюється в напрямку осі x -ів, як це показано на рис. 1.8, то кількість рівнянь зменшиться до двох:

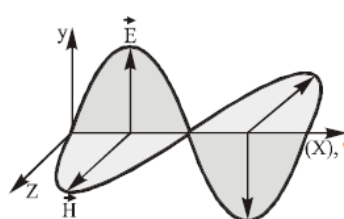


Рис. 1.8

Тут $E = E_x$, $H = H_z$.

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial x} &= -\mu_0 \mu \frac{\partial H}{\partial t}, \\ \frac{\partial H}{\partial x} &= \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}. \end{aligned} \right\} \quad (1.60)$$

Запитання 1.46. Чому дискретний спектр люмінесцентної лампи сприймається як біле світло?

Відповідь. Випромінювання лампи денного світла близьке за своїм складом до сонячного. Оболонка лампи (скляна трубка) виготовлена із скла «білого» кольору для дифузного розсіяння світла. Внаслідок цього світло навколо трубки розсіюється рівномірно. Для того, щоб показати, що це світло має дис-

кретний спектр, його потрібно пропустити через дифракційну решітку або тригранну призму, щоб розкласти його на окремі складові (в спектр).

Запитання 1.47. Чим відрізняється хвильова теорія світла Гюйгенса від хвильової теорії світла Максвелла?

Відповідь. Хвильова теорія світла була створена у 1678 р. голландським фізиком Х. Гюйгенсом. **Згідно Гюйгенса світло – це пружні хвилі, які поширюються в гіпотетичному всепроникаючому середовищі – світовому ефірі, який заповнює весь світовий простір і проміжки між найдрібнішими частинками тіл.** Отже, світлові хвилі за Гюйгенсом – це пружні хвилі в, яких коливаються частинки ефіру.

Переконливе підтвердження механічна хвильова теорія світла отримала на початку ХІХ ст., коли на її основі було дано вичерпне пояснення явищам інтерференції і дифракції (Т. Юнг і О. Френель). На основі хвильових уявлень була створена струнка теорія цих явищ, висновки і передбачення якої повністю узгоджувались з експериментом. Були відкриті і досліджені цілий ряд оптичних явищ: поляризація світла, інтерференція поляризованих променів, подвійне променезаломлення, повертання площини поляризації тощо, що підтвердило попередність світлових хвиль.

Однак, хвильова теорія не могла вважатися повною, поки не була встановлена природа світлових коливань, або коливань світового ефіру. Майже до середини ХІХ ст. фізики не сумнівалися, що ефір підкоряється звичайним законам механіки і до нього застосовували такі поняття, як густина, пружність, просторове переміщення, швидкість тощо. Поперечність світлових хвиль застала наділити світовий ефір властивостями твердого середовища. Це викликало цілий ряд труднощів в теорії фізики.

У 1865 р. шотландський фізик **Д. Максвелл довів, що світло – це електромагнітні хвилі, які поширюються у вакуумі зі швидкістю $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.** Світлові коливання були ототожені з коливаннями електромагнітного поля. Таким чином **оптика перетворилася у розділ вчення про електричні і магнітні явища.**

Для більш детального ознайомлення з електромагнітною теорією світла Максвелла див. відповіді на запитання 1.1, 1.8, 1.9, 1.10, 1.11, 1.26.

Запитання 1.48. В чому подібність і відмінність між світлом і звуком?

Відповідь. Подібність між світлом і звуком: і світло і звук – це хвилі, які описуються одними і тими ж параметрами: λ – довжиною хвилі, ν – лінійною частотою, ω – коловою (циклічною) частотою, T – періодом коливань, $\nu = \lambda / T = \lambda \nu$ – швидкістю поширення. І світлові і звукові хвилі, як і будь-які ін-

ші хвилі, можуть інтерферувати, дифрагувати і переносити енергію. І світло і звук характеризуються певним набором (спектром) частот (довжин хвиль). І світловим і звуковим хвилям властивий ефект Допплера.

Довідкова таблиця

Відмінності між світлом і звуком

Світло	Звук
1. Світло – це електромагнітні хвилі малої довжини. Як писав Дж. Максвелл: «Світло – це поперечні коливання того ж середовища, яке є причиною електричних і магнітних явищ».	1. Звук – це пружні хвилі, що поширюються в суцільних середовищах (газоподібному, рідкому і твердому) і сприймаються органами слуху.
2. Швидкість поширення світла: у вакуумі $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с},$ де ε_0 і μ_0 – відповідно електрична і магнітна сталі; у середовищі $v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon \mu_0 \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}},$ де ε і μ – відповідно діелектрична і магнітна проникності середовища.	2. Швидкість поширення звуку в середовищі $v = \sqrt{\frac{k}{\rho}},$ де k – модуль об'ємного стиску середовища, ρ – густина середовища.
3. Джерелами світла є прилади і пристрої, а також природні і космічні об'єкти, в яких різні види енергії перетворюються в енергію електромагнітного випромінювання оптичного діапазону спектра.	3. Джерелами звуку є будь-які явища, які викликають збурення середовища (наприклад, коливання струни, повітря тощо).
4. Світлові хвилі – поперечні, які можна поляризувати.	4. Звукові хвилі – поздовжні. Їх поляризувати не можна.

Зверни увагу!

І світлові і звукові хвилі знайшли широке застосування в науці, техніці, практиці. Поміркуй про практичні застосування названих хвиль.

Запитання 1.49. Яким ділянкам електромагнітного спектра відповідають електромагнітні хвилі з довжиною: а) 10^3 км, б) 3 км, в) 1 м, г) 1 см, д) 1 мм, е) 1 мкм?

Відповідь. Електромагнітне випромінювання довжина хвилі якого ≥ 1 мм, називають радіохвилями. Тому на запитання можна б відповісти коротко: електромагнітні випромінювання з довжиною хвилі 10^3 км, 3 км, 1 м, 1 см і 1 мм відносяться до радіодіапазону електромагнітного випромінювання. Однак, радіохвилі також поділяють на кілька діапазонів (див. довідкову таблицю). Електро-

магнітне випромінювання з довжиною хвилі $\lambda = 1 \text{ мкм}$ (відноситься до інфрачервоного випромінювання).

Довідкова таблиця

Шкала радіохвиль

Назва діапазону	Межі діапазону	
	λ	ν , Гц
Ультракороткі радіохвилі	1 мм – 10 м	$3 \cdot 10^7 - 2,9 \cdot 10^{11}$
Короткі радіохвилі	10 м – 100 м	$3 \cdot 10^7 - 3 \cdot 10^6$
Середні радіохвилі	100 м – 1 км	$3 \cdot 10^6 - 3 \cdot 10^5$
Довгі радіохвилі	1 км – 10 км	$3 \cdot 10^5 - 3 \cdot 10^4$
Наддовгі радіохвилі	> 10 км	< $3 \cdot 10^4$

Запитання 1.50. Що таке ультрафіолет ($УФ$) ?

Відповідь: Так часто коротко називають ультрафіолетове випромінювання (від латинського ultra – «за межами») не видиме для людського ока. В шкалі електромагнітних хвиль (рис. 1.4) воно займає ділянку між видимим і рентгєнівським випромінюванням в межах довжин хвиль 100 – 380 нм. Основним джерелом ультрафіолетового випромінювання є Сонце. Штучні джерела $УФ$: температурні, газорозрядні і люмінесцентні лампи.

Запитання 1.51. Поясніть механізм випромінювання світла різними тілами.

Відповідь. Випромінювання світла різними тілами відбувається внаслідок переходу збуджених атомів (молекул) в стаціонарні стани. Атом (молекула) переходить у збуджений стан тільки у випадку поглинання ними енергії, яка поступає від інших тіл, або за рахунок переходу енергії з однієї форми в іншу. Атом (молекула) може знаходитися в збудженому стані $\approx 10^{-8} \text{ с}$ і відразу ж переходить в більш стійкий стан, випромінюючи при цьому зайву енергію у вигляді кванта (фотона).

Для того, щоб тіло тривалий час випромінювало світло, йому весь цей час необхідно надавати енергії для збудження його атомів або молекул, які тут же переходять у нижчі стаціонарні стани, випромінюючи при цьому світло. За способом збудження атомів (молекул) джерела світла поділяються на три групи: температурні (теплові), люмінесцентні (холодні) і джерела зі світним середовищем.

2. Фотометрія

Запитання 2.1. Сформулюйте визначення потоку променевої енергії (енергетичного потоку).

Відповідь. Кількість енергії, яка переноситься через площадку за одиницю часу, називають **енергетичним потоком**:

$$P = \frac{dW}{dt}. \quad (2.1)$$

Вимірюється енергетичний потік у ватах ($Вт$).

Запитання 2.2. Що таке функція розподілу за довжинами хвиль? Який вона має вигляд?

Відповідь. Біле світло є складним, у ньому є хвилі всіх можливих довжин. Тому для повної характеристики такого світла необхідно знати розподіл енергії за довжинами хвиль. Якщо вибрати інтервал довжин хвиль $d\lambda$ поблизу довжини хвилі λ , то можна вважати, що елементарний енергетичний потік dP_λ пропорційний $d\lambda$. Тобто

$$dP_\lambda = l_\lambda d\lambda. \quad (2.2)$$

Величину l_λ називають **функцією розподілу за довжинами хвиль** і вона дорівнює потужності випромінювання, віднесеної до одиничного інтервалу довжин хвиль поблизу довжини хвилі λ :

$$l_\lambda = \frac{dP_\lambda}{d\lambda}. \quad (2.3)$$

Величину l_λ часто ще називають **спектральною густиною потужності випромінювання**. Вигляд функції l_λ наведено на рис. 2.1.

Потужність, яка припадає на скінчений інтервал довжин хвиль від λ_1 до λ_2 визначається інтегралом:

$$P_{\lambda_1, \lambda_2} = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} l_\lambda d\lambda. \quad (2.4)$$

Повний енергетичний потік всіх довжин хвиль від $\lambda = 0$ до $\lambda = \infty$ дорівнює:

$$P = \int_0^{\infty} l_\lambda d\lambda. \quad (2.5)$$

Запитання 2.3. Що таке спектральна густина потужності випромінювання?

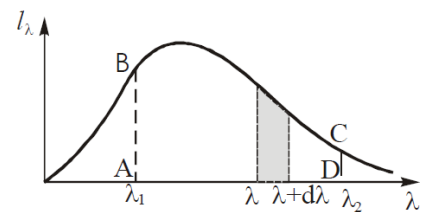


Рис. 2.1

Відповідь. Спектральною густиною потужності випромінювання часто називають функцію розподілу за довжинами хвиль l_λ , оскільки вона залежить від λ (див. відповідь на запитання 2.2).

Запитання 2.4. Що виражає формула

$$P = \int_0^{\infty} l_\lambda d\lambda? \quad (2.6)$$

Відповідь. Формула (2.6) виражає повний енергетичний потік всіх довжин хвиль від $\lambda = 0$ до $\lambda = \infty$ (дивись відповідь на запитання 2.2).

Запитання 2.5. Чому дорівнює енергетичний потік (потужність випромінювання), який припадає на інтервал довжин хвиль від λ_1 до λ_2 ? Запишіть відповідну формулу.

Відповідь. Енергетичний потік, який припадає на інтервал довжин хвиль від λ_1 до λ_2 визначається формулою (2.4):

$$P_{\lambda_1, \lambda_2} = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} l_\lambda d\lambda.$$

Графічно потужність $P_{\lambda_1}, P_{\lambda_2}$ зображується площею фігури $ABCD$ (див. рис 2.1).

Запитання 2.6. З чого випливає необхідність введення поняття світлового потоку?

Відповідь. Енергетична характеристика не відображає інтенсивності суб'єктивного відчуття людини, яке викликає світло. Інтенсивність суб'єктивного відчуття залежить від ступеня чутливості ока до світла різних довжин хвиль. Досвід показує, що інфрачервоні і ультрафіолетові промені не викликають ніякого зорового відчуття, якої б вони потужності не були. З другого боку, око є чутливим навіть при малій потужності, наприклад, до зеленого світла. До всіх інших світлових хвиль, які входять до видимого діапазону, око виявляє різну чутливість. Виходячи із цього введена величина, яку назвали **світловим потоком**. Ця величина характеризує світло з врахуванням здатності світла викликати зорові відчуття.

Запитання 2.7. Дайте визначення функції видності V_λ та зарисуйте її вигляд і покажіть спектральне положення цієї функції.

Відповідь. Чутливість ока до світла різних довжин у різних людей дещо різна (спостерігаються індивідуальні відхилення), тому введено поняття «середньої чутливості ока». Величина, яка характеризує «середню чутливість ока» до світлових хвиль різної довжини називається **функцією видимості** V_λ (рис. 2.2). Крива 1 характеризує залежність V_λ від λ при яскравому освітленні, а в сутінках максимум цієї функції зсувається в бік коротких хвиль (крива 2, рис. 2.2). Цей ефект вперше спостерігав Пуркінє і тому він отримав назву **ефекту Пуркінє**.

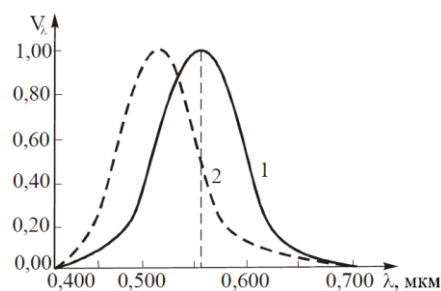


Рис. 2.2

Запитання 2.8. Поясніть зміст ефекту Пуркінє. Хто такий Пуркінє?

Відповідь. Ефект Пуркінє – явище зміни колірної сприйняття людським оком при зниженні освітленості об'єктів. Червоні кольори в сутінках здаються більш темними, ніж зелені, а в нічний час – практично чорними, в той час як сині об'єкти «стають» більш світлими.

Ян Евангеліста Пуркінє (1787 – 1869) – чеський фізіолог, анатом, політик, педагог.

Запитання 2.9. Що називають світловим потоком і чим він відрізняється від енергетичного потоку?

Відповідь. Світловим потоком називають величину, яка дорівнює добутку потоку світлової енергії на функцію видимості:

$$d\Phi_\lambda = V_\lambda dP_\lambda = V_\lambda l_\lambda d\lambda. \quad (2.7)$$

Співвідношення (2.7) має місце для світлового потоку, який відноситься до дуже вузького інтервалу довжин хвиль $d\lambda$ поблизу довжини хвилі λ . Повний світловий потік

$$\Phi = \int_0^\infty V_\lambda l_\lambda d\lambda. \quad (2.8)$$

Оскільки поняття світлового потоку відноситься тільки до видимого діапазону світла, то формулу (2.8) потрібно переписати так:

$$\Phi = \int_{\lambda_1=380\text{нм}}^{\lambda_2=760\text{нм}} V_\lambda l_\lambda d\lambda. \quad (2.9)$$

Запитання 2.10. Що виражають формули

$$\Phi = \int_0^\infty V_\lambda l_\lambda d\lambda, \quad (2.10)$$

$$\Phi = \int_{\lambda_1=380\text{нм}}^{\lambda_2=760\text{нм}} V_{\lambda} l_{\lambda} d\lambda. \quad (2.11)$$

Відповідь. Див. відповідь на запитання 2.9.

Запитання 2.11. Як і за допомогою яких приладів можна змінити величину світлового потоку в даному напрямку?

Відповідь. Загальна величина світлового потоку характеризує саме джерело і не може бути збільшена ніякими приладами або їх системами. Дія цих приладів, або їх систем, зводиться лише до перерозподілу світлового потоку в тих чи інших напрямках. Отже, збільшення світлового потоку в одному напрямку досягається при відповідному зменшенні його в іншому (прожектори, світильники тощо).

Запитання 2.12. З'ясуйте суть необхідності використання у світлових вимірюваннях двох систем понять, а, значить, і двох систем одиниць вимірювання.

Відповідь. Дія світла на око, фотоемульсію, термоелемент та інші світлові прилади полягає перш за все в передачі оку або фізичним приладам (що відіграють роль детекторів), енергії електромагнітного випромінювання. Тому вимірювання світла зводиться в основному до вимірювання світлової енергії і величин з нею зв'язаних.

Однак для сприйняття світлової енергії важливу роль відіграє людське око. Тому поряд із енергетичною оцінкою дії світла користуються оцінкою, яка ґрунтується на світловому сприйнятті ока. Отже у світлових вимірюваннях користуються двома системами понять і двома системами одиниць: одна із них ґрунтується на **енергетичній оцінці дії світла**, друга на **зорових відчуттях**.

Запитання 2.13. Що називають енергетичною силою випромінювання; силою світла? В яких одиницях їх вимірюють?

Відповідь. Енергетичною силою випромінювання I_e елементарного джерела називають відношення потужності dP випромінювання в елемент тілесного кута $d\omega$ до величини цього кута:

$$I_e = \frac{dP}{d\omega}. \quad (2.12)$$

Для спектральної густини потужності випромінювання формула (2.12) набуде вигляду:

$$I_{e\lambda} = \frac{dP_{\lambda}}{d\omega}, \quad (2.13)$$

де $I_{e\lambda} = dI / d\lambda$ – спектральна густина енергетичної сили випромінювання.

Світлова величина – **сила світла** I , є нещось інше як **величина світлового потоку**, що припадає на одиницю тілесного кута:

$$I = \frac{d\Phi}{d\omega} \quad \text{або} \quad I_{\lambda} = \frac{d\Phi_{\lambda}}{d\omega}. \quad (2.14)$$

Якщо світловий потік рівномірний, наприклад, у випадку точкового джерела, то

$$I = \frac{\Phi}{4\pi}. \quad (2.15)$$

Запитання 2.14. Які джерела світла називають точковими?

Відповідь. Точковими називають джерела, розмірами яких можна знехтувати, або розміри яких набагато менші відстані від джерела до точки вимірювання.

Запитання 2.15. За яких умов протяжне джерело світла називають ламбертовим (косинусним) ?

Відповідь. Сила світла, як і енергетична сила випромінювання, залежить від напрямку. Ця залежність характеризується діаграмою направленості випромінювача. Для її побудови від деякої початкової точки випромінювача в усіх напрямках відкладають радіус-вектори, довжини яких пропорційні силі світла в тому ж напрямку. Огинаюча всіх цих радіус-векторів визначає діаграму направленості випромінювача.

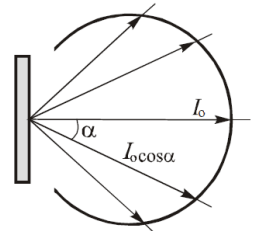


Рис. 2.3

Найбільш правильну і просту діаграму направленості має плоска поверхня, яка дифузно випромінює світло. Якщо в напрямку, перпендикулярному до поверхні, інтенсивність світла рівна I_0 , то в напрямку, який складає кут α з нормаллю до поверхні

$$I = I_0 \cos \alpha, \quad (2.16)$$

внаслідок чого діаграма направленості є колом (рис. 2.3). Такий випромінювач називається **косинусним або ламбертовим випромінювачем**.

Запитання 2.16. Дайте визначення основної фотометричної (світлотехнічної) одиниці – кандели?

Відповідь. Сила світла є основною світловою величиною. Одиницею сили світла в СИ є кандела (*кд*). **Кандела – сила світла, яке випромінюється з поверхні $1/600000 \text{ м}^2$ повного випромінювача в перпендикулярному напрямку при температурі випромінювача, що дорівнює температурі затвердіння платини $2042,5 \text{ К}$ (при нормальному тиску 101325 Па).**

Запитання 2.17. Що виражають формули:

$$I = \frac{d\Phi}{d\omega} \quad \text{і} \quad I = \frac{\Phi}{4\pi} ? \quad (2.17)$$

Відповідь: Формула

$$I = \frac{d\Phi}{d\omega} \quad (2.18)$$

виражає силу світла, яка дорівнює величині світлового потоку, що припадає на одиницю тілесного кута.

Формула

$$I = \frac{\Phi}{4\pi} \quad (2.19)$$

виражає те ж саме, що і формула (2.18), але вона застосовується, коли світловий потік рівномірний, наприклад, у випадку точкового джерела світла.

Запитання 2.18. Що виражають формули:

$$\omega = \frac{S}{r^2} \quad \text{і} \quad \omega = 2\pi(1 - \cos \alpha) ? \quad (2.20)$$

Відповідь. Формула

$$\omega = \frac{S}{r^2} \quad (2.21)$$

виражає величину тілесного кута конуса, який на поверхні сфери вирізає поверхню площею S . При невеликих тілесних кутах площу поверхні сфери можна замінити плоскою поверхнею, перпендикулярною до осі r конуса (рис. 2.4). Якщо площадка S не є перпендикулярною до осі конуса, то формула (2.21) запишеться так:

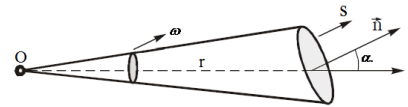


Рис. 2.4

$$\omega = \frac{S'}{r^2} = \frac{S}{r^2} \cos \alpha. \quad (2.22)$$

Тут $S' = S \cos \alpha$ – проекція площадки S на площадку, перпендикулярну до осі конуса.

Формула

$$\omega = 2\pi(1 - \cos \alpha), \quad (2.23)$$

виражає величину тілесного кута конуса з кутом розхилу 2θ (рис. 2.4).

Запитання 2.19. Як і за допомогою яких приладів можна виміряти силу світла джерела?

Відповідь. Око людини не може робити кількісних оцінок дії світла, тобто не можна на основі суб'єктивного відчуття встановити, у скільки разів один світловий потік більший за інший. Проте око дозволяє з великим ступенем точності встановити однаковість освітленостей двох сусідніх полів за умови, що

вони освітлені світлом одного і того ж кольору. Тому дія більшості фотометричних приладів ґрунтується на порівнянні яскравостей, які спостерігає око. Методи, де приймачем світла є око, називають **суб'єктивними**.

Прилади, які застосовуються для вимірювання фотометричних величин, називають **фотометрами**.

Один із фотометрів, фотометр Річі з тригранною призмою, наведений на рис. 2.5. Дві симетричні грані AB і AC освітлюються джерелами S_1 і S_2 . При спостереженні оком обох граней одночасно можна встановити умову, за якої їх освітленості будуть однаковими. Якщо джерела малі і вони знаходяться достатньо далеко від призми, то їх можна вважати точковими.

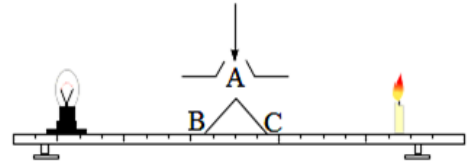


Рис. 2.5

Якщо

$$E_{AB} = E_{AC}, \quad E_{AB} = \frac{I_1}{r_1^2} \cos \theta_1, \quad \text{а} \quad E_{AC} = \frac{I_2}{r_2^2} \cos \theta_2, \quad \text{то} \quad \frac{I_1}{r_1^2} \cos \theta_1 = \frac{I_2}{r_2^2} \cos \theta_2, \quad (2.24)$$

де I_1 і I_2 – сили світла відповідних джерел S_1 і S_2 , r_1 і r_2 – відстані від цих джерел до призми, θ_1 і θ_2 – кути падіння світла на грані призми. Коли $\theta_1 = \theta_2$ маємо

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_1^2}{r_2^2}. \quad (2.25)$$

Якщо сила світла одного із джерел відома (еталонне джерело), то можна визначити силу світла другого джерела.

Будову і методику використання інших фотометрів для вимірювання фотометричних величин див. [1], ст. 40 – 42.

Запитання 2.20. Дайте визначення світлового потоку та одиниці його вимірювання.

Відповідь. Потік променевої енергії, оцінений за зоровими відчуттями, називають **світловим потоком**. Однак, оскільки чутливість ока до різних довжин хвиль різна, то при визначенні світлового потоку необхідно враховувати величину, яка характеризує чутливість ока до світлових хвиль різної довжини. Цю величину називають **функцією видності** V_λ . Враховуючи сказане

$$d\Phi_\lambda = V_\lambda l_\lambda d\lambda, \quad (2.26)$$

де l_λ – функція розподілу за довжинами хвиль, або

$$\Phi = \int_0^\infty V_\lambda l_\lambda d\lambda. \quad (2.27)$$

Оскільки поняття світлового потоку відноситься тільки до видимого діапазону світла, то формула (2.27) набуде такого вигляду:

$$\Phi = \int_{\lambda_1=380\text{нм}}^{\lambda_2=760\text{нм}} V_\lambda I_\lambda d\lambda. \quad (2.28)$$

Величина світлового потоку згідно (2.14) дорівнює:

$$d\Phi = Id\omega. \quad (2.29)$$

Для точкового джерела:

$$\Phi = 4\pi I \quad (2.30)$$

Вимірюється світловий потік у люменах (лм). **Люмен – це світловий потік, який випромінюється точковим джерелом в тілесному куті 1 ср при силі світла в 1 кд.** Якщо точкове джерело має силу світла 1 кд, то повний світловий потік:

$$\Phi = 4\pi I = 4\pi\text{лм}. \quad (2.31)$$

Запитання 2.21. Дайте визначення енергетичної яскравості. В яких одиницях вони вимірюється?

Відповідь. Енергетична яскравість джерела – величина, яка характеризує випромінювання елемента поверхні джерела в даному напрямку (рис. 2.6).

Якщо

B_e – енергетична яскравість джерела,

dP – елементарний енергетичний потік,

$d\omega$ – елемент тілесного кута,

$d\sigma_n$ – проекція елементарної площадки $d\sigma$ на площадку, перпендикулярну до осі пучка,

I_e – енергетична сила випромінювання,

то

$$B_e = \frac{dP}{d\sigma \cos\theta d\omega}, \quad (2.32)$$

або

$$B_e = \frac{I_e}{d\sigma \cos\theta}. \quad (2.33)$$

Отже, енергетична яскравість чисельно дорівнює відношенню енергетичної сили випромінювання, яку створює одинична поверхня, до величини цієї поверхні. Вимірюється енергетична яскравість у $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{ср})$.

Запитання 2.22. Що виражає формула

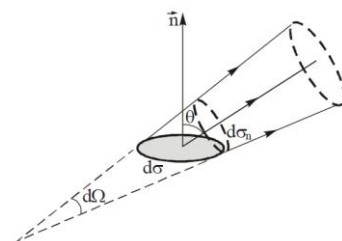


Рис. 2.6

$$B_{\lambda} = \frac{I_{\lambda}}{d\sigma \cos \theta} ? \quad (2.34)$$

Відповідь. Формула (2.34) виражає спектральну густина фотометричної яскравості. Оскільки величина світлового потоку залежить від довжини хвилі (але тільки у видимому діапазоні світла), то від довжини хвилі залежить і величина яскравості.

Аналогічно виражається і спектральна густина енергетичної яскравості:

$$B_{e\lambda} = \frac{I_{e\lambda}}{d\sigma \cos \theta}. \quad (2.35)$$

Запитання 2.23. Що виражає формула

$$I_{\theta} = I_0 \cos \theta ? \quad (2.36)$$

Відповідь. Формула (2.36) виражає величину сили світла ламбертівського (косинусного) джерела світла. Для ламбертівського джерела $B = const$ (див. відповідь на запитання 2.15).

Запитання 2.24. Сформулюйте, запишіть і поясніть закон Ламберта.

Відповідь. Див. відповідь на запитання 2.15 і 2.23.

Запитання 2.25. Яка яскравість *He-Ne* – лазера; Сонця?

Відповідь. Яскравість джерел вимірюється в $\text{кд}/\text{м}^2$.

- Яскравість *He-Ne* – лазера – $10^{11} \text{кд}/\text{м}^2$.
- Яскравість Сонця – $10^9 \text{кд}/\text{м}^2$.
- Яскравість сонячного безхмарного неба – $10^4 \text{кд}/\text{м}^2$.

Зверни увагу!

Людське око розрізняє яскравість $\approx 10^{-6} \text{кд}/\text{м}^2$.

Запитання 2.26. За яких умов протяжне джерело світла називається ламбертівським? Наведіть приклади ламбертівських джерел.

Відповідь. Див. відповідь на запитання 2.15 і 2.23.

Запитання 2.27. Дайте визначення: енергетичної світності; фотометричної світності. В яких одиницях вони вимірюються?

Відповідь. Енергетична світність – потужність випромінювання одиниці площі поверхні джерела у всіх напрямках (всередині тілесного кута 2π (рис. 2.7)):

$$R_e = \frac{dP}{d\sigma} \quad \text{або} \quad R_e = \int_{\omega=2\pi} \frac{I_e d\omega}{d\sigma}. \quad (2.37)$$

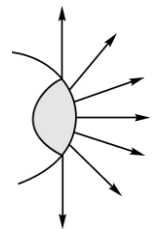


Рис. 2.7

Фотометрична світність – величина світлового потоку, що випромінюється одиничною поверхнею джерела у всі напрямки (всередині тілесного кута 2π (рис. 2.7)).

$$R = \frac{d\Phi}{d\sigma} \quad \text{або} \quad R = \int_{\omega=2\pi} \frac{Id\omega}{d\sigma}, \quad (2.38)$$

I_e і I – енергетична сила випромінювання і фотометрична сила світла відповідно, $d\sigma$ – елемент поверхні, $d\omega$ – тілесний кут. Вимірюється енергетична світність у $\text{Вт}/\text{м}^2$. Одиницею фотометричної світності є $\text{лм}/\text{м}^2$.

Запитання 2.28. Що виражає формула

$$R = \pi B? \quad (2.39)$$

За яких умов ця формула справедлива?

Відповідь. Формула (2.39) виражає зв'язок світності і яскравості джерела. Вона справедлива для випадку, коли джерело є ламбертівським, тобто для джерела зі сталою яскравістю ($B = \text{const}$).

Запитання 2.29. Дайте визначення: енергетичної освітленості; фотометричної освітленості. Які одиниці вимірювання зазначених величин?

Відповідь. Енергетична освітленість чисельно дорівнює потужності випромінювання, що припадає на одиницю площі освітлюваної поверхні (рис. 2.8):

$$E_e = \frac{dP}{d\sigma}. \quad (2.40)$$

Оскільки $dP = I_e d\omega$, а $d\omega = \frac{d\sigma \cos\theta}{L^2}$, то

$$E_e = \frac{I_e d\omega}{d\sigma} = \frac{I_e \cos\theta}{L^2}. \quad (2.41)$$

Тут I_e – енергетична сила випромінювання, $d\omega$ – тілесний кут, θ – кут між перпендикуляром до опромінюваної площини і напрямком випромінювання, L – відстань від джерела до опромінюваної поверхні. Одиницею енергетичної освітленості є $\text{Вт}/\text{м}^2$.

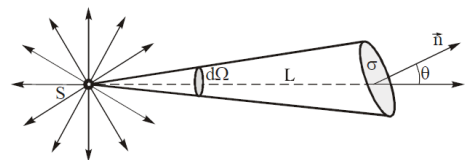


Рис. 2.8

Фотометрична освітленість чисельно дорівнює величині світлового потоку, що припадає на одиницю площі освітлюваної освітлюваної поверхні:

$$E = \frac{d\Phi}{d\sigma} = \frac{I \cos\theta}{L^2}. \quad (2.42)$$

Формулу (2.42) називають законом освітленості. **Згідно цього закону освітленість поверхні прямо пропорційна силі світла та косинусу кута падіння і обернено пропорційна квадрату відстані від точкового джерела до освітлюваної поверхні.** Одиницею фотометричної освітленості є люкс (лк).

Запитання 2.30. Що виражає формула

$$E_{\lambda} = \frac{I_{\lambda}}{L^2} \cos \theta ? \quad (2.43)$$

Відповідь. Формула (2.43) виражає спектральну густину фотометричної освітленості. Подібна формула має місце і для енергетичної освітленості.

Запитання 2.31. За допомогою яких приладів вимірюють освітленість? Назвіть ці прилади і поясніть принцип їх дії.

Відповідь: Прилади, які використовуються для вимірювання світлових величин, називаються **фотометрами** (див. відповідь на запитання 2.19). Фотометри, які використовуються для безпосереднього вимірювання освітленості, називаються **об'єктивними люксметрами**. Загальний вигляд об'єктивного люксметра зображено на рис. 2.9,а, а його схема – на рис. 2.9,б. Він складається із фотоелемента Φ і гальванометра G , які зберігаються в невеликому футлярі. Чутливий гальванометр може шунтуватися двома опорами R_1 і R_2 за допомогою спеціального перемикача. Малі освітленості вимірюються гальванометром без шунта. Шунти підібрані таким чином, що включення першого збільшує ціну поділки в десять, а другого – в сто разів.

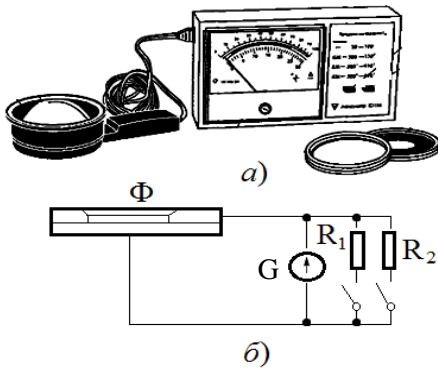


Рис. 2.9

Освітлюючи фотоелемент люксметра він (фотоелемент) дає електричний струм, величина якого прямо пропорційна освітленості. Таким чином, вимірювання освітленості за допомогою люксметра зводиться до вимірювання струму, який протікає через гальванометр, сполучений з фотоелементом. Шкала гальванометра проградуєвана безпосередньо в люксах. Для вимірювання освітленості за допомогою люксметра достатньо покласти фотоелемент на освітлювану поверхню і зробити відлік за шкалою. При цьому важливо, щоб поверхня фотоелемента повністю освітлювалася.

Подібні люксметри застосовуються фотолюбителями для визначення освітленості предмета, який потрібно сфотографувати і, значить, для правильного вибору експозиції, тому їх називають **експонетрами**.

Запитання 2.32. Чому у фотометричних вимірюваннях часто використовують фотоелементи?

Відповідь. Див. відповідь на запитання 2.31.

Запитання 2.33. Чому закон освітленості справедливий лише для точкових джерел світла?

Відповідь. Для протяжних (не точкових) джерел світла закон освітленості (2.42) незастосовний. Освітленість, яка створюється протяжними джерелами, залежить від форми і розмірів джерела. В цьому випадку поверхню джерела розбивають на елементарні ділянки, до яких можна застосувати закон освітленості для точкових джерел (2.42) і проводять інтегрування по всій поверхні джерела, враховуючи залежність сили світла від напрямку.

Запитання 2.34. Від яких величин залежить освітленість, створювана точковим джерелом в певній точці поверхні?

Відповідь. Освітленість, створювана в певній точці поверхні точковим джерелом, залежить від сили світла I джерела (прямо пропорційно), квадрата відстані L від освітлюваної точки поверхні до джерела (обернено пропорційно) та кута θ між перпендикуляром до освітлюваної поверхні і напрямком падіння світла (див. відповідь на запитання 2.29).

Запитання 2.35. В якому випадку освітленість поверхні не залежить від відстані до джерела?

Відповідь. Якщо на поверхню падає паралельний пучок світла (рис. 2.10) формула (2.42) набуває такого вигляду

$$(2.44) \quad E = I \cos \alpha.$$

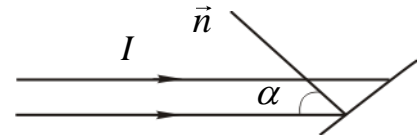


Рис. 2.10

Запитання 2.36. Що таке: енергетична експозиція; фотометрична експозиція? Які одиниці вимірювання зазначених величин?

Відповідь. Енергетична експозиція визначається повною енергією випромінювання, яка падає на поверхню площею 1 м^2 за час dt :

$$dH_e = E_e dt \quad \text{або} \quad H_e = E_e t. \quad (2.45)$$

Тут E_e – енергетична освітленість.

Світлова експозиція визначається аналогічно, як добуток фотометричної освітленості E на час освітленості t , тобто

$$H = Et. \quad (2.46)$$

Цією величиною визначається почорніння фотоемульсії при фотографічній реєстрації випромінювання, яка широко використовується в оптичних приладах.

Запитання 2.37. Що таке: мінімальний механічний еквівалент світла; максимальна спектральна світлова ефективність? Дайте визначення цих величин. Для чого вони використовуються?

Відповідь. Оскільки одна і та ж потужність випромінювання в різних інтервалах довжин хвиль викликає різні відчуття (див. відповідь на запитання 2.7), то в фотометричних розрахунках важливо знати зв'язок справжньої потужності випромінювання в різних інтервалах довжин хвиль із суб'єктивним зоровим відчуттям потужності.

Зв'язок між енергетичними і світловими характеристиками випромінювання різної довжини встановлюється за функцією видності V_λ та механічного еквівалента світла $K_\lambda \equiv K(\lambda)$. Дослідним шляхом встановлено, що світловому потоку в 1 лм світла з довжиною хвилі $\lambda = 0,555$ мкм (при максимальній чутливості ока) відповідає потік енергії $1,464 \cdot 10^{-3}$ Вт. Цю величину називають мінімальним механічним еквівалентом світла:

$$K_{\min}(0,555 \text{ мкм}) = 1,464 \cdot 10^{-3} \text{ Вт / лм}. \quad (2.47)$$

Величину, обернену до мінімального механічного еквівалента, називають **максимальною спектральною світловою ефективністю** $A_\lambda \equiv A(\lambda)$. Вона показує, яка величина світлового потоку в люменах відповідає енергетичному потоку величиною в 1 Вт. Встановлено, що енергетичному потоку в 1 Вт випромінювання з довжиною хвилі $\lambda = 0,555$ мкм відповідає 683 лм світлового потоку. Значить

$$A_{\max}(0,555 \text{ мкм}) = \frac{1}{K_{\min}(0,555 \text{ мкм})} = 683 \frac{\text{лм}}{\text{Вт}}. \quad (2.48)$$

Вище означені величини використовуються для переходу від енергетичної характеристики світла до світлової і навпаки.

Запитання 2.38. Що виражають формули

$$K(\lambda) = \frac{K(0,5550)}{V_\lambda}, \quad (2.49)$$

$$A(\lambda) = A(0,5550)V_\lambda? \quad (2.50)$$

Відповідь. Формули (2.47) і (2.48) визначають мінімальний механічний еквівалент і максимальну спектральну ефективність відповідно, що відповідають довжині хвилі $\lambda = 0,555$ мкм, яка відповідає максимальній чутливості ока ($V(\lambda) = 1$), формули (2.49) і (2.50) визначають механічний еквівалент і спектральну ефективність світла відповідно для тієї чи іншої довжини хвилі. Для того, щоб визначити $K(\lambda)$ або $A(\lambda)$ потрібно тільки за таблицею визначити для певної довжини хвилі функцію розподілу $V(\lambda)$ (див. [1], табл. 2.2, ст. 38, 39).

Запитання 2.39. Що виражають формули

$$\Phi_{\lambda} = \frac{P(\lambda)}{K(\lambda)} = P(\lambda) \frac{V_{\lambda}}{K(0,5550)}, \quad (2.51)$$

$$\Phi_{\lambda} = P(\lambda)A(\lambda) = P(\lambda)A(0,5550)V_{\lambda}, \quad (2.52)$$

$$\Phi = \frac{1}{K(0,5550)} \int_{\lambda_1=0,38\text{мкм}}^{\lambda_2=0,76\text{мкм}} V_{\lambda}P(\lambda)d\lambda = 683 \int_{\lambda_1=0,38\text{мкм}}^{\lambda_2=0,76\text{мкм}} V_{\lambda}P(\lambda)d\lambda ? \quad (2.53)$$

Відповідь. Формули (2.51) і (2.52) дають можливість знайти (розрахувати) спектральну густину світлового потоку, знаючи спектральну густину енергетичного потоку попередньо визначивши за таблицею (див. [1], табл. 2.2, ст. 38, 39) значення функції розподіл $V(\lambda)$. За формулою (2.53) можна розрахувати повний світловий потік складного випромінювання.

Запитання 2.40. Дайте визначення джерела світла. Назвіть типи джерел світла. Які джерела світла називають: точковими; ізотропними; анізотропними?

Відповідь. Джерела світла – прилади і пристрої, а також природні і космічні об'єкти, в яких різні види енергії перетворюються в енергію електромагнітного випромінювання оптичного діапазону спектра.

Природні і космічні об'єкти, які випромінюють світло (Сонце, зірки, атмосферні розряди тощо), називають природними джерелами.

За способом генерування випромінювання джерела світла поділяють на три типи.

1-ий тип – джерела, випромінювання яких здійснюється за рахунок внутрішньої енергії (тепла). Це так звані **теплові джерела** (наприклад, лампи розжарювання).

2-ий тип – це тіла, які за певних умов здатні випромінювати світло внаслідок люмінесценції. Ці джерела називаються **люмінесцентними джерелами**. Сюди відносять і лазерне випромінювання.

3-ій тип джерел поєднує в собі механізм випромінювання перших двох способів випромінювання. Наприклад, електрична дуга високої інтенсивності, випромінювання анода якої є тепловими, а міжелектродне випромінювання – люмінесцентним.

Джерела, розміри яких малі в порівнянні з відстанню до місця спостереження називають точковими. Точкові джерела надсилають світловий потік рівномірно у всі напрямки, а значить вони є ізотропними. У них густина світлового потоку не залежить від напрямку.

Джерела, у яких густина світлового потоку, випромінюваного ними світла, залежить від напрямку, називають **анізотропними**.

Запитання 2.41. Що виражають формули

$$\chi = \frac{\Phi}{P}, \quad (2.54)$$

$$\eta = \frac{\chi}{\chi_{\max}}? \quad (2.55)$$

Відповідь. Формула (2.54) виражає одну із характеристик джерела світла – світлову віддачу, яка чисельно дорівнює відношенню світлового потоку Φ , що випромінюється джерелом, до потужності P , яку воно споживає.

Формула (2.55) виражає коефіцієнт корисної дії джерела, який чисельно дорівнює відношенню його світловіддачі χ до максимально можливої світловіддачі χ_{\max} .

Запитання 2.42. Що називають світловіддачею і коефіцієнтом корисної дії джерела?

Відповідь. Див. відповідь на запитання 2.41.

Запитання 2.43. Що називають максимальною світловіддачею джерела χ_{\max} ?

Відповідь. Досвідом встановлено, що при монохроматичному світлі з $\lambda = 0,555 \mu\text{м}$ (ділянка найбільшої чутливості ока, $V_{\lambda=0,555 \mu\text{м}} = 1$) на 1 Вт потужності припадає 683 лм. Отже, $\chi_{\max} = 683 \text{ лм}$. У всіх інших випадках $\chi < \chi_{\max}$.

Запитання 2.44. З'ясуйте різницю між світловіддачею джерела і світловіддачею випромінювання.

Відповідь. Світлова віддача джерела дорівнює числу люменів світлового потоку, що припадає на кожний ват потужності, витраченої на отримання випромінювання. Світлова віддача випромінювання – це число люменів світлового потоку, що припадає на кожний ват випромінюваної потужності.

Зверни увагу!

У всіх практичних джерелах світловіддача джерела завжди менша світловіддачі випромінювання, оскільки не вся використовувана потужність перетворюється у випромінювання внаслідок втрати енергії.

Запитання 2.45. Які джерела світла називають газосвітними або газорозрядними лампами?

Відповідь. Газосвітні лампи складаються із скляного балона і вмонтованих в ньому двох електродів. Балон заповнюється сумішшю інертного газу з парами металів здатних люмінесцювати. Під дією електростатичного поля атоми газу збуджуються і, переходячи в основний стан, висвічуються (люміне-

сціують). Отже, газосвітні лампи є люмінесцентними джерелами світла. Основною перевагою газосвітних ламп є їх висока світловіддача і середня тривалість горіння.

Запитання 2.46. Які джерела світла називають напівпровідниковими?

Відповідь. Напівпровідникові джерела світла (світлодіоди) ґрунтуються на здатності носіїв заряду в напівпровідниках при рекомбінації випромінювати енергію, отриману ними при генерації. У багатьох випадках випромінювання відбувається не у вигляді фононів, а у вигляді фотонів. Спектр випромінювання (довжина хвилі, колір) визначається властивостями напівпровідника: шириною забороненої зони E_g і родом легуючих домішок.

Такі джерела безінерційні, коефіцієнт корисної дії їх набагато більший ніж у звичайних ламп розжарювання економічніші.

Зверни увагу!

Фонон – це квазічастинка, що відповідає пружній хвилі в кристалічній ґратці.

Запитання 2.47. Чим відрізняється випромінювання лазера від випромінювання звичайних джерел (теплових, люмінесцентних тощо)?

Відповідь. Всі відомі джерела світла, окрім лазерів, можуть забезпечити інтенсивність світла порядку $10^3 - 10^6 \text{ Вт/см}^2$. За допомогою лазерів можна отримати світлове випромінювання інтенсивністю 10^{10} Вт/см^2 і більше. Яскравість лазера на два порядки вища від яскравості Сонця ($B_{\text{Сонця}} = 1,5 \cdot 10^9 \text{ кд/м}^2$; $B_{\text{лазера}} = 2,02 \cdot 10^{11} \text{ кд/м}^2$).

Лазерне випромінювання високо монохроматичне, когерентне, лінійно поляризоване, напрямлене.

Запитання 2.48. Які оптичні прилади називають приймачами (детекторами) оптичного випромінювання. За яким принципом вони класифікуються?

Відповідь. Під приймачем (детектором) енергії електромагнітного випромінювання розуміють тіло, яке ефективно перетворює поглинуту енергію випромінювання в один із інших видів енергії: електричну, біологічну, хімічну тощо.

Приймачі енергії випромінювання поділяються на два великі класи: фізичні (термоелементи, люмінофори, фотографічна емульсія тощо) і біологічні (око, зелене листя рослин, шкіра людини і тварин тощо).

Основними характеристиками будь-якого приймача є його інтегральна і спектральна чутливість.

Запитання 2.49. З'ясуйте фізичну суть інтегральної і спектральної чутливостей приймача випромінювання.

Відповідь. Інтегральною чутливістю приймача називають відношення ефективно перетвореної приймачем енергії до падаючої на приймач енергії.

Якщо

K_i – інтегральна чутливість приймача,

Q_e – ефективно перетворена приймачем енергія,

Q – падаюча на приймач енергія,

C – коефіцієнт пропорційності,

то

$$K_i = \frac{CQ_e}{Q}. \quad (2.56)$$

Чутливість приймача до монохроматичних випромінювань прийнято називати **спектральною чутливістю приймача**.

Відношення ефективно перетвореної приймачем енергії монохроматичного випромінювання до енергії падаючого на приймач енергії монохроматичного випромінювання називають спектральною чутливістю приймача.

Якщо

$K(\lambda)$ – спектральна чутливість приймача,

$Q(\lambda)$ – ефективно перетворена приймачем енергія монохроматичного випромінювання,

Q – падаюча на приймач енергія монохроматичного випромінювання,

C – коефіцієнт пропорційності,

то

$$K(\lambda) = \frac{CQ(\lambda)}{Q}. \quad (2.57)$$

Запитання 2.50. Який повний світловий потік створює точкове джерело з силою світла 10 кд ?

Відповідь. Повний світловий потік, що випромінює точкове джерело, рівний:

$$\Phi = 4\pi I = 4 \cdot 3,14 \cdot 10 \text{ лм} = 155,5 \text{ лм}.$$

Запитання 2.51. Лампа силою світла I підвішена в центрі стелі кімнати.

1) Який сумарний світловий потік, що падає на стіни і підлогу? 2) Як міняти-

меться світловий потік, що падає на стіни і підлогу при переміщенні джерела (лампи): паралельно стелі; по вертикалі вниз?

Відповідь. 1) Повний світловий потік Φ , що випромінюється точковим джерелом силою світла I , визначається за формулою:

$$\Phi = \omega I. \quad (2.58)$$

У даному випадку $\omega = 2\pi$. Тому сумарний світловий потік, що падає на стіни і підлогу

$$\Phi = 2\pi I. \quad (2.59)$$

2) При переміщенні лампи паралельно стелі тілесний кут, в який попадає світловий потік, що освітлює стіни і підлогу, зменшується, а, значить, зменшується і величина світлового потоку.

3) При переміщенні лампи вертикально вниз тілесний кут, в який попадає світловий потік лампи, що освітлює стіни і підлогу збільшується і буде максимальним, коли лампа буде встановлена на половині висоти ($h/2$). При цьому величина світлового потоку, від лампи на стіни і підлогу буде максимальна. Спробуйте довести це самі.

Запитання 2.52. Як залежить яскравість розжареної кулі від відстані до неї?

Відповідь. Яскравість джерела – це величина, яка характеризує величину світлового потоку елемента поверхні джерела в даному напрямку. Яскравість чисельно дорівнює відношенню сили світла, яку створює одиниця поверхні, до величини цієї поверхні. Будь-яка елементарна поверхня кулі перпендикулярна до її радіуса. Тому

$$B = \frac{I}{d\sigma}. \quad (2.60)$$

Із (2.60) видно, що яскравість розжареної кулі від відстані до неї не залежить.

Запитання 2.53. Для якого джерела сила світла пропорційна косинусу кута між напрямком випромінювання і нормаллю? Що можна сказати про світність такого джерела?

Відповідь. Плоска поверхня, яка дифузно випромінює світло, називається ламбертівським або косинусним джерелом. Таке джерело має найбільш просту діаграму направленості (див. відповідь на запитання 2.15, рис. 2.3). Для таких джерел яскравість у всіх напрямках стала ($B = const$), а

$$I_\alpha = I_0 \cos \alpha, \quad (2.61)$$

де I_α – сила світла в напрямку кута α , I_0 – сила світла в напрямку нормалі до поверхні, α – кут між напрямком випромінювання і нормаллю до поверхні.

Якщо яскравість джерела не залежить від напрямку ($B = const$), то яскравість R і світність B зв'язані таким співвідношенням:

$$R = \pi B. \quad (2.62)$$

Формула (2.62) справедлива для ламбертівських джерел, тобто і для даного випадку.

Запитання 2.54. Чи можна, збираючи промені Сонця у фокусі сферичного дзеркала, отримати освітленість, більшу за яскравість поверхні Сонця? Відповідь обґрунтувати.

Відповідь. Яскравість – величина світлового потоку $d\Phi$, що випромінюється одиничною поверхнею в даному напрямку:

$$B = \frac{d\Phi}{d\sigma \cos \alpha d\omega}, \quad (2.63)$$

де $d\sigma_n = d\sigma \cos \theta$ – проекція елементарної площадки $d\sigma$ на площадку, перпендикулярну до осі пучка, $d\omega$ – елемент тілесного кута. Для нашого випадку $\alpha = 0$, $\cos \alpha = 1$.

Освітленість чисельно дорівнює світловому потоку, що припадає на одиницю площі освітлюваної поверхні тіла:

$$E = \frac{d\Phi}{d\sigma}. \quad (2.64)$$

Із (2.63) і (2.64) маємо:

$$E = Bd\omega. \quad (2.65)$$

Висновок: Освітленість у фокусі сферичного дзеркала не може бути більшою за яскравість поверхні Сонця

Запитання 2.55. Чому дорівнює ККД електричної лампи силою світла 100 кд , яка споживає потужність 100 Вт ?

Відповідь. Коефіцієнт корисної дії η лампи дорівнює відношенню світловіддачі лампи χ до максимально можливої світловіддачі χ_{\max} :

$$\eta = \frac{\chi}{\chi_{\max}}. \quad (2.66)$$

Світловіддача – це відношення світлового потоку Φ , що випромінюється джерелом світла, до потужності P , яку воно споживає:

$$\chi = \frac{\Phi}{P}. \quad (2.67)$$

Якщо прийняти лампу за точкове джерело світла, то

$$\Phi = 4\pi I. \quad (2.68)$$

Тоді

$$\eta = \frac{4\pi I}{683P} = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 100}{683 \cdot 100} = 0,0184 \text{ або } 1,84 \%$$

Тут $\lambda_{\max} = 683 \text{ лм}$. (Див. відповідь на запитання 2.43).

Запитання 2.56. Висота Сонця над горизонтом 20° . У скільки разів освітленість вертикальної стіни будинку, освітлюваної Сонцем, більша освітлюваності тротуара?

Відповідь. Оскільки сонячні промені, які падають на Землю, можна вважати паралельними, то $E_{\text{ст.}} = E_0 \cos \alpha_1$ і $E_{\text{тр.}} = E_0 \cos \alpha_2$, де $E_{\text{ст.}}$ і $E_{\text{тр.}}$ – освітленості стіни і тротуара відповідно, α_1 і α_2 – кути між перпендикуляром до стіни і до тротуара та напрямком променя відповідно, E_0 – освітленість площадки (стіни, тротуара), коли світло на неї падає нормально ($\alpha = 0$). Тоді

$$\frac{E_{\text{ст.}}}{E_{\text{тр.}}} = \frac{\cos \alpha_1}{\cos \alpha_2} = \frac{\cos 20^\circ}{\cos 70^\circ} = \frac{0,9397}{0,342} = 2,75.$$

Запитання 2.57. Як зміниться освітленість поверхні при незмінному куті падіння променів, якщо силу світла збільшити у два рази, а відстань від джерела до освітлюваної поверхні зменшити в чотири рази?

Відповідь. У випадку точкових джерел світла освітленість поверхні виражається так:

$$E = \frac{I}{L^2} \cos \alpha, \quad (2.70)$$

де I – сила світла джерела, L – відстань від джерела до точки поверхні де вимірюється освітленість, α – кут між променем і перпендикуляром до поверхні. Відповідно до умови задачі формула (2.70) перепишеться так:

$$E = \frac{2I}{(L/4)^2} \cos \alpha = 32 \frac{I}{L^2} \cos \alpha.$$

Отже, освітленість збільшиться в 32 рази.

3. Інтерференція світла

Запитання 3.1. Назвіть методи розрахунку результату додавання світлових коливань.

Відповідь. Для математичних розрахунків результату додавань світлових гармонічних коливань однакової частоти застосовують три різні методи, які умовно можна назвати **алгебраїчним (тригонометричним), векторним і комплексним**. В кожному окремому випадку вибір методу визначається математичною зручністю і простотою його використання. Кожен метод при правильному його застосуванні повинен призвести до одного і того ж результату.

Запитання 3.2. Що виражає формула

$$I = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon \varepsilon_0}{\mu \mu_0}} E_0^2 ? \quad (3.1)$$

Відповідь. Формула (3.1) виражає зв'язок інтенсивності I світлової хвилі з її амплітудою: **інтенсивність світлової хвилі прямо пропорційна квадрату її амплітуди**. Тут ε_0 і μ_0 – відповідно електрична і магнітна сталі, ε і μ – відносна діелектрична і магнітна проникності середовища відповідно.

Запитання 3.3. Який із оптичних принципів лежить в основі додавання світлових коливань? Сформулюйте його.

Відповідь: В основі додавання світлових коливань лежить **принцип суперпозиції: результуюча дія двох або більше світлових хвиль дорівнює сумі їх дій, кожної зокрема**. Або: результуюча напруженість електричного поля декількох світлових хвиль дорівнює векторній сумі напруженостей кожної із них. Тобто

$$\vec{E}_{\text{рез}} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots + \vec{E}_k = \sum_{i=1}^k \vec{E}_i, \quad (3.2)$$

де E_i – вектор напруженості електричного поля i -ої світлової хвилі.

Запитання 3.4. Запишіть формулу результуючої інтенсивності при додаванні двох світлових хвиль. Від чого вона залежить (чим визначається)? Який член у формулі інтенсивності результуючого коливання називають **інтерференційним членом** і чому?

Відповідь. Якщо

$E_1 = E_{01} \sin(\omega t + \Phi_1)$ – рівняння 1-ої світлової хвилі,

$E_2 = E_{02} \sin(\omega t + \Phi_2)$ – рівняння 2-ої світлової хвилі,

E_{01} і E_{02} – амплітуди хвиль відповідно,

E_0 – амплітуда результуючої хвилі,

$I_{рез.}$ – результуюча інтенсивність,

I_1 і I_2 – інтенсивність 1-ої і 2-ої хвилі,

Φ_1 – початкова фаза 1-ої хвилі,

Φ_2 – початкова фаза 2-ої хвилі,

$\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$ – різниця фаз,

то результуюча амплітуда

$$E_0^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02} \cos(\Phi_2 - \Phi_1), \quad (3.3)$$

результуюча інтенсивність

$$I_{рез.} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \Delta\Phi. \quad (3.4)$$

Тут використана формула (3.1).

Із формули (3.4) видно, що результуюча інтенсивність визначається третім її членом, тобто вона залежить від різниці фаз $\Delta\Phi$ коливань. Тому цей член називається **інтерференційним членом**.

Запитання 3.5. Що є необхідною умовою виникнення інтерференції?

Відповідь. Необхідною умовою виникнення інтерференції є сталість різниці фаз ($\Delta\Phi = \text{const}$) інтерферуючих хвиль. Однак, щоб ця умова перетворилась в достатню, необхідно ще, щоб частоти інтерферуючих хвиль були однаковими ($\omega_1 = \omega_2$), а вектори \vec{E}_1 і \vec{E}_2 не були взаємно перпендикулярними ($\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \neq 0$). **Світлові хвилі, для яких різниця фаз залишається сталою і мають однакову частоту, називаються когерентними.**

Запитання 3.6. Які коливання називаються когерентними?

Відповідь: Див. відповідь на запитання 3.5.

Запитання 3.7. За яких умов при накладанні двох світлових хвиль однакової частоти завжди, тобто при будь-яких фазових співвідношеннях, відбувається просте додавання їх інтенсивностей ($I_{рез.} = I_1 + I_2$) ?

Відповідь. Якщо

$\vec{E}_1 = \vec{E}_{01} \sin(\omega t + \Phi_1)$ – рівняння 1-ої хвилі,

$\vec{E}_2 = \vec{E}_{02} \sin(\omega t + \Phi_2)$ – рівняння 2-ої хвилі,

$\vec{E}_{рез.} = \vec{E}_0 \sin(\omega t - \Phi)$ – рівняння результуючої хвилі,

то рівняння результуючої амплітуди виразиться так (див. рівняння (3.3)):

$$E_0^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2\vec{E}_{01}\vec{E}_{02} \cos \Delta\Phi. \quad (3.5)$$

За умовою задачі останній член рівняння (3.5) повинен перетворитися в нуль. Це можливо тоді, коли $\vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02} = 0$, тобто, коли ці вектори взаємно перпендикулярні. Отже, за цієї умови

$$I_{рез} = I_1 + I_2. \quad (3.6)$$

(див. відповідь на питання (3.5)).

Запитання 3.8. За яких умов результуюча інтенсивність двох світлових хвиль, що виражається формулою

$$I_{рез} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\Phi_2 - \Phi_1) \quad (3.7)$$

є: а) максимальною; б) мінімальною?

Відповідь. Результуюча інтенсивність інтерферуючих світлових хвиль залежить від різниці фаз $\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$.

а) Якщо $\Delta\Phi = 2k\pi$, де $k = 0, 1, 2, \dots$, $\cos 2k\pi = 1$, то результуюча інтенсивність буде *максимальною*, тобто

$$I_{рез} = I_{max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}. \quad (3.8)$$

б) Якщо $\Delta\Phi = (2k + 1)\pi$, де $k = 0, 1, 2, \dots$, $\cos(2k + 1)\pi = -1$, то результуюча інтенсивність буде *мінімальною*, тобто

$$I_{рез} = I_{min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}. \quad (3.9)$$

У випадку проміжних значень $\Delta\Phi$ інтенсивність матиме проміжні значення між I_{max} і I_{min} .

Запитання 3.9. Яке явище називають інтерференцією світла?

Відповідь. Інтерференцією світла називають явище накладання світлових хвиль, при якому результуюча інтенсивність залежить від різниці фаз і відрізняється від суми інтенсивностей окремих коливань.

Запитання 3.10. Відповідно якого закону змінюється освітленість екрана, де спостерігається інтерференція двох плоских монохроматичних хвиль: а) однакової інтенсивності ($I_1 = I_2 = I_0$), б) різної інтенсивності ($I_1 \neq I_2$)? Зарисуйте графік зміни інтенсивності.

Відповідь. Оскільки різниця фаз залежить від координат точки спостере-

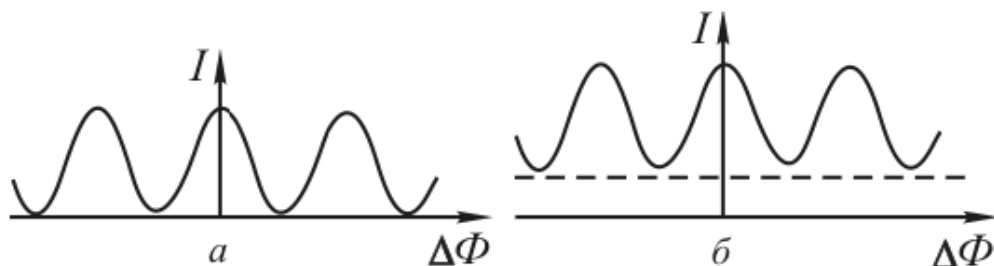


Рис. 3.1

ження, інтерференційна картина характеризується чергуванням у просторі стійких максимумів і мінімумів освітленості.

Якщо інтерференція спостерігається від двох плоских монохроматичних хвиль, то розподіл інтенсивності на екрані підкоряється закону косинуса. Для випадку, коли $I_1 = I_2 = I_0$ розподіл інтенсивності наведено на рис. 3.1,а. Якщо $I_1 \neq I_2$ розподіл наведено на рис. 3.1,б. Як видно із рисунка $I_{\min} \neq 0$.

Запитання 3.11. Якої форми утворюються інтерференційні смуги при падінні на екран монохроматичних хвиль від точкових когерентних джерел світла (сферичних світлових хвиль)?

Відповідь. У випадку інтерференції сферичних хвиль утворюється картина (візерунок) у вигляді сімейства гіпербол (рис. 3.2).

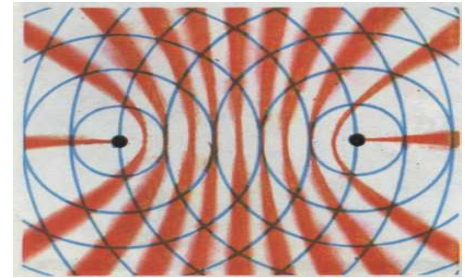


Рис. 3.2. Інтерференція сферичних світлових хвиль.

Запитання 3.12. Що виражають формули

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}, \quad (3.10)$$

$$K = \frac{I_{\max}}{I_{\min}} ? \quad (3.11)$$

Тут I_{\max} і I_{\min} – відповідно інтенсивність світлої смуги (максимуму) і інтенсивність мінімуму.

Відповідь. Формула (3.10) виражає **параметр видимості** і використовується для кількісної оцінки інтерференційної картини. Формула (3.11) виражає **контраст** інтерференційної картини. Із (3.10) і (3.11) видно, що чим більша різниця між максимальною (I_{\max}) і мінімальною (I_{\min}) інтенсивностями інтерференційних смуг тим більший **параметр видимості** і **контрастність**.

Запитання 3.13. Як узгоджується явище інтерференції світла із законом збереження енергії?

Відповідь. Виникнення інтерференційних максимумів у світловому полі не суперечить закону збереження і перетворення енергії. У випадку інтерференції відбувається просторовий перерозподіл світлової енергії, в результаті якого в одних місцях простору густина енергії збільшується (виникають максимуми), в інших зменшується (виникають мінімуми), а загальний запас енергії в просторі залишається незмінним.

Запитання 3.14. Що таке: а) оптичний шлях променів; б) геометрична різниця ходу променів; в) оптична різниця ходу променів?

Відповідь. а) Величина L , яка дорівнює добутку показника заломлення n середовища на шлях r , пройдений світловим променем у цьому середовищі, називається оптичним шляхом променя ($L = nr$).

б) Геометрична різниця ходу променів – це різниця геометричних шляхів променів в середовищі з $n = 1$ (вакуумі). Якщо геометричну різницю ходу позначити через Δ , геометричну довжину шляхів променів позначити через r_1 і r_2 , то геометрична різниця ходу виразиться так:

$$\Delta = r_2 - r_1. \quad (3.12)$$

в) Оптична різниця ходу Δ – це різниця оптичних шляхів променів L_1 і L_2 .
Тобто

$$\Delta = L_2 - L_1 = n_2 r_2 - n_1 r_1. \quad (3.13)$$

Запитання 3.15. Що виражає формула

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta? \quad (3.14)$$

Виведіть цю формулу.

Відповідь. Формула (3.14) зв'язує різницю фаз ($\delta = \Phi_1 - \Phi_2$) світлових хвиль, що інтерферують, з різницею ходу Δ . Вивід формули (3.14) див. в [1], ст. 54 – 55.

Зверни увагу!

Враховуючи (3.14) формула результуючої інтенсивності (3.7) переписується так:

$$I_{рез} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta. \quad (3.15)$$

Запитання 3.16. З'ясуйте фізичну суть поняття таутохронізму. Які шляхи променів називаються таутохронними?

Відповідь. Формулу (3.14) переписемо у такому вигляді:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} (L_2 - L_1), \quad (3.16)$$

де δ – різниця фаз світлових променів, L_1 і L_2 – відповідно їх оптичні шляхи.

Якщо $L_1 = L_2$, то $\delta = 0$. Звідси випливає, що два шляхи світлових променів еквівалентні один одному, тобто вони не вносять ніякої різниці фаз, якщо їхні оптичні шляхи між собою рівні. Такі шляхи називаються таутохронними, тобто такі, які співпадають за часом, оскільки світло на цих, не рівних за геометричною довжиною шляхах, поширюється за один і той же час.

Умові таутохронізму задовольняють, зокрема, всі шляхи променів, які проходять через будь-яку оптичну систему, наприклад, лінзу.

Відомо, що утворення зображення в лінзі є **інтерференційний ефект**. Це означає, що лінза не вносить ніякої різниці ходу між окремими променями, які утворюють зображення. Це відноситься і до будь-якої оптичної системи, яка утворює зображення джерела. Таутохронізм лінзи легко пояснюється рисунком 3.3. Геометричний шлях $SABS'$ менший за $SMNS'$, але частина шляху, що припадає на шлях в середині лінзи відповідно більша ($AB > MN$). Оскільки швидкість поширення світла в матеріалі лінзи менша ніж у повітрі, то спізнення на ділянці AB компенсується випередженням на ділянках SA і BS' в порівнянні з відповідними ділянками SM і NS' . Умовою таутохронізму є

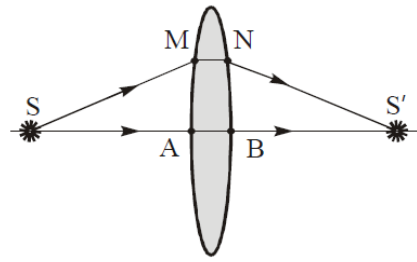


Рис. 3.3

$$SA + AB \cdot n + BS' = SM + MN \cdot n + NS' \quad (3.17)$$

Запитання 3.17. Чому для спостереження інтерференції світла від звичайних джерел інтерферуючі пучки повинні виходити від одного і того ж джерела?

Відповідь. Світло, яке виходить від будь-якого природного джерела є некогерентне, оскільки атоми, з яких складається джерело, випромінюють світлові хвилі в кожний даний момент часу різної поляризації і з іншою початковою фазою. Ці світлові хвилі неузгодженні між собою і між ними не може бути сталої різниці фаз, тобто таке світло некогерентне. Однак, якщо світловий пучок, який виходить із джерела розділити на два, то вони вже будуть когерентними і якщо їх звести, щоб вони перекрилися один з одним, то вони будуть інтерферувати.

Запитання 3.18. Чи можна спостерігати інтерференцію неполяризованого світла?

Відповідь. Більш ефективно інтерференція світла проявляється в тому випадку, коли електричні вектори двох і більше світлових хвиль коливаються в одній площині. Однак, якщо електричні вектори світлових хвиль не лежать в одній площині, а утворюють деякий кут один з одним, світло частково поляризоване, то інтерференція теж можлива, але якість її буде гіршою, тобто контрастність буде низькою. Якщо вектори двох і більше світлових хвиль коливатимуться у взаємно перпендикулярних площинах, то інтерференція не можлива взагалі (див. відповідь на запитання 3.7).

Запитання 3.19. Що виражає формула

$$\Delta = 2k \frac{\lambda}{2} = k\lambda, \quad k = 0, 1, 2, \dots? \quad (3.18)$$

Відповідь. Формула (3.18) виражає різницю ходу Δ двох світлових хвиль за якої в точці C виникне підсилення (максимум) (рис. 3.4). Отже, максимуми виникають там, де різниця ходу хвиль Δ рівна парному числу півхвиль, або цілому числу хвиль.

Якщо різниця ходу хвиль Δ рівна непарному числу півхвиль, то в точці C виникне темна смуга (див. рис. 3.4):

$$\Delta = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (3.19)$$

Запитання 3.20. Що виражає формула

$$I = 2I_0 \left(1 + \cos \frac{4\pi lt}{L\lambda_0} \right)? \quad (3.20)$$

Відповідь. Щоб дати відповідь на це запитання формулу (3.15) перепишемо так (попередньо поклавши, що $I_1 = I_2 = I_0$):

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta = 2I_0 \left(1 + \cos \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta \right). \quad (3.21)$$

Тут Δ – різниця ходу хвиль. Із рис. 3.4 знаходимо, що

$$\Delta = \frac{l}{L} 2t. \quad (3.22)$$

Тут l – відстань від центра екрана до точки C , L – відстань від джерел до екрана, $2t$ – відстань між джерелами. Якщо (3.22) підставимо в формулу (3.21), то отримаємо:

$$I = 2I_0 \left(1 + \cos \frac{4\pi lt}{L\lambda_0} \right). \quad (3.23)$$

Формула (3.23) повністю співпадає з формулою (3.20). Отже, формула (3.20) виражає розподіл інтенсивності інтерферованого світла на екрані в залежності від відстані l від центра екрана, до точки спостереження.

Запитання 3.21. Доведіть справедливість нижче наведених формул. Що вони виражають?

$$l_{\max} = k \frac{\lambda}{2t} L, \quad (3.24)$$

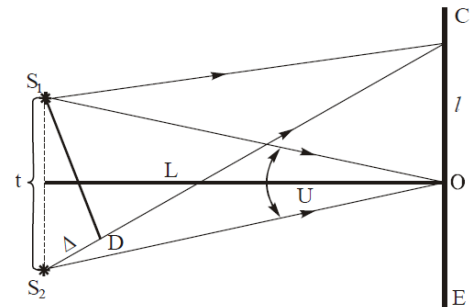


Рис. 3.4

$$\Delta l = \frac{\lambda}{2t} L. \quad (3.25)$$

Відповідь. Формула (3.24) виражає відстань від центра екрана, на якій розміщуються максимуми. При заданих λ , $2t$ і L відстань, на якій знаходиться максимум, залежить лише від числа k ($k = 0, 1, 2, \dots$ – порядок максимуму).

Формула (3.25) визначає ширину інтерференційного максимуму, яка, як видно із формули (3.25), від числа k не залежить. Під шириною інтерференційного максимуму розуміють відстань між двома найближчими мінімумами (рис. 3.5). Доведення справедливості формул (3.24) і (3.25) див. [1], ст. 60, 61.

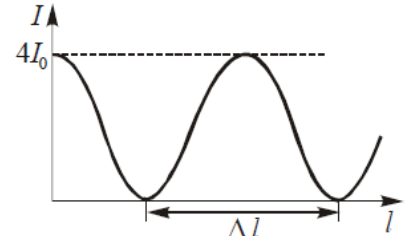


Рис. 3.5

Запитання 3.22. Виразіть формули (3.24) і (3.25) через апертурний кут інтерференції.

Відповідь. Із рис. 3.4, маємо

$$\operatorname{tg} \frac{U}{2} = \frac{t}{L} \quad \text{або} \quad U \approx \frac{2t}{L}. \quad (3.26)$$

Тоді

$$l_{\max}(k) = k \frac{\lambda}{U} \quad \text{і} \quad \Delta l = \frac{\lambda}{U}. \quad (3.27)$$

Запитання 3.23. Що означають твердження: «отримання когерентних світлових хвиль методом поділу фронту хвилі»; «отримання когерентних світлових хвиль методом поділу амплітуди»?

Відповідь. Природних когерентних джерел світла не існує. Для отримання двох систем когерентних хвиль найзручніше випромінювання кожного атома джерела світла розділити на дві частини і змусити їх певним чином зустрітися після того, як вони пройдуть різні оптичні шляхи.

В оптиці відомо два принципово різні шляхи отримання когерентних світлових пучків із одного.

Перший – це спосіб поділу фронту хвилі. Пучок світла, що випромінюється джерелом поділяється на два з подальшим зведенням їх в одне місце після проходження ними різних оптичних шляхів. Оскільки ці пучки утворилися із одного і того ж пучка, то вони пов'язані фазами і є когерентними. Цей метод придатний для достатньо малих джерел, які можна наближено вважати точковими. Цей метод використовується в багатьох дослідах: дослід Юнга, дзеркала і біпризма Френеля, білінза Біє тощо.

Другий спосіб – спосіб поділу амплітуди. За допомогою відповідних пристосувань (наприклад, напівпрозорих пластинок) розділяють енергію коли-

вань однієї ділянки фронту на дві частини, які знову можна спрямувати на екран різними оптичними шляхами. Даний спосіб придатний як для точкових, так і для протяжних джерел.

Запитання 3.24. Чому у методі Юнга інтерференція не спостерігатиметься, якщо на щілини світло падатиме безпосередньо від джерела (наприклад, лампи розжарювання)?

Відповідь. Задовго до Юнга, у 1665 р. (Юнг поставив дослід у 1801 р.), аналогічний дослід був проведений італійським фізиком Ф.М. Гримальді. Однак в досліді Гримальді світло від Сонця падало безпосередньо на щілини. Додаткової щілини не було. За такої постановки експерименту інтерференційні смуги отримуватися не могли, із-за великих кутових розмірів Сонця. Причина крилася в наступному.

Протяжним джерелам світла притаманна так звана просторова некогерентність, яка залежить від кутових розмірів джерела. Якщо діаметр джерела (видимого диска Сонця) $d < \lambda / \varphi$, де φ – кутовий діаметр диска Сонця, то світлові пучки, які пройдуть через щілини, будуть просторово когерентні. Мінімальна площа поперечного перерізу світлового пучка, що падає на щілини

$$\sigma = \frac{\pi \lambda^2}{4\varphi^2}, \quad (3.28)$$

яка володіє просторовою когерентністю, називається **площею просторової когерентності освітлюючого світла**. Зрозуміло, що цього знати Гримальді не міг.

Зверни увагу!

Для строго плоских хвиль всі напрямки променів однакові $\varphi = 0$, тому площа когерентності σ стає нескінченною.

При віддаленні від джерела кутовий діаметр його зменшується, а їх просторова когерентність підвищується.

Запитання 3.25. Як буде змінюватися інтерференційна картина, якщо відстань між щілинами у методі Юнга: збільшувати; зменшувати?

Відповідь. Інтерференційна картина характеризується такими параметрами:

відстанню світлих (темних) смуг від центра симетрії (екрана)

$$l_{\max} = k \frac{\lambda}{2t} L, \quad (3.29)$$

$$l_{\min} = (2k + 1) \frac{\lambda}{4t} L; \quad (3.30)$$

шириною світлої (темної) смуги

$$\Delta l = \frac{\lambda}{2t} L. \quad (3.31)$$

Як видно і в формулу положення світлих смуг (3.29) і в формулу ширини світлої смуги (3.31) величина відстані між щілинами $2t$ входить в знаменник. Це означає, що при збільшенні відстані між щілинами і l_{\max} і Δl , будуть зменшуватися і, коли $2t$ досягне значення L інтерференційна картина зникне. І навпаки, при зменшенні відстані між щілинами l_{\max} і Δl будуть збільшуватися, однак при дуже малих значеннях $2t$ інтерференційна картина погіршиться і при $2t \approx \lambda$ вона взагалі зникне. Отже, щоб інтерференційна картина була чіткою, необхідно, щоб $2t \ll L$, але більше λ .

Запитання 3.26. Ширина інтерференційних смуг, отриманих за допомогою дзеркал Френеля, виражається формулою:

$$\Delta l = \frac{L_0 + r}{2\varphi r} \lambda. \quad (3.32)$$

З'ясуйте суть величин, які входять в дану формулу.

Відповідь. Як видно із рис. 3.6 L_0 – відстань від ребра склейки дзеркал до екрана, r – відстань від місця склейки дзеркал до уявних джерел світла S_1S_2 , $L_0 + r = L$ – відстань від когерентних джерел світла до екрана (див. формулу (3.24)), φ – кут між дзеркалами, $2\varphi r = 2t$ – відстань між уявними джерелами світла.

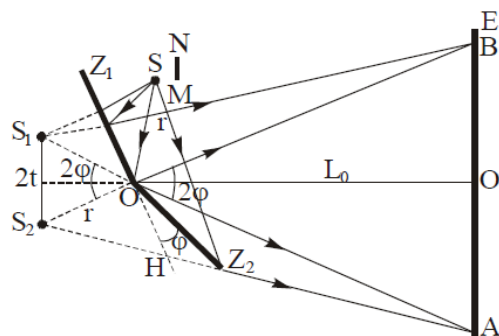


Рис. 3.6

До речі...

Користуючись рис. 3.6, спробуйте отримати формулу (3.32).

Запитання 3.27. Як залежить кількість світлих смуг в інтерференційній картині, отриманої за допомогою дзеркал Френеля, від довжини хвилі λ ? Запишіть відповідну формулу.

Відповідь. Кількість смуг, які можна спостерігати на екрані, рівна:

$$N = \frac{AB}{\Delta l} = \frac{4L_0\varphi^2 r}{(L_0 + r)\lambda}. \quad (3.33)$$

Тут $AB = 2L_0\varphi$ – ширина інтерференційної картини (ширина перекриття) (див. рис. 3.6), Δl – ширина світлої смуги (формула (3.32)).

Отже, число смуг, які можна спостерігати на екрані, обернено пропорційне довжині світлової хвилі.

Запитання 3.28. Відстань до k -ої інтерференційної світлої смуги в інтерференційній картині, отриманій за допомогою біпризми Френеля, виражається формулою:

$$l_k = k \frac{\lambda(L_0 + r)}{2r\varphi(n-1)}. \quad (3.34)$$

Поясніть, які величини входять в дану формулу.

Відповідь. Суть величин, які входять в формулу (3.34) зрозуміла із рис. 3.7. L_0 – відстань від біпризми до екрана, r – відстань від уявних джерел S_1S_2 до біпризми, φ – кут при вершині біпризми (заломлений кут), n – показник заломлення речовини призми, $(n-1)\varphi = \theta$ – кут, на який відхиляється параксіальний промінь кожною половинкою біпризми, λ – довжина світлової хвилі.

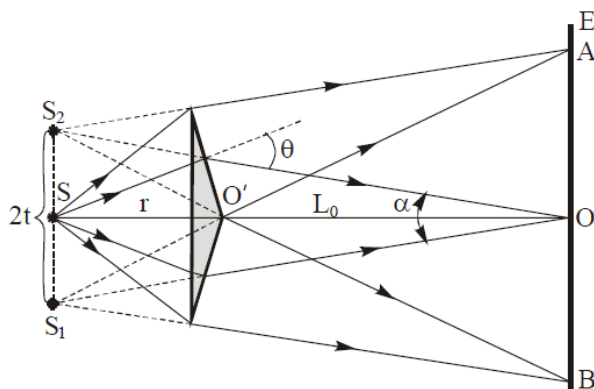


Рис. 3.7

До речі...

Користуючись рис. 3.7 спробуйте вивести формулу (3.34).

Запитання 3.29. Як буде змінюватися інтерференційна картина, якщо збільшувати (зменшувати) кут φ між дзеркалами Френеля; заломлений кут φ біпризми Френеля?

Відповідь. Інтерференційні картини, що отримуються від дзеркал і біпризми Френеля, як і у досліді Юнга (див. запитання 3.25), характеризуються параметрами: відстанню світлих (темних смуг) від центра екрана та шириною світлої (темної) смуги. У випадку дзеркал Френеля:

$$l_{\max} = k \frac{\lambda(L_0 + r)}{2r\varphi}, \quad (3.35)$$

$$\Delta l = \frac{\lambda(L_0 + r)}{2r\varphi}. \quad (3.36)$$

У випадку біпризми Френеля:

$$l_{\max} = k \frac{\lambda(L_0 + r)}{2r\varphi(n-1)}, \quad (3.37)$$

$$\Delta l = \frac{\lambda(L_0 + r)}{2r\varphi(n-1)}. \quad (3.38)$$

В обох випадках при заданих λ , L_0 , r і n величини l_{\max} і Δl залежать від кута φ . Із (3.35) – (3.38) видно, що збільшення кута φ , в обох випадках призводить до збільшення відстані між джерелами ($2t = 2r\varphi$ – для дзеркал Френеля; $2t = 2r\varphi(n-1)$ – для біпризми Френеля), а, значить, до зменшення l_{\max} і Δl і навпаки.

Запитання 3.30. Що означає твердження: «інтерференційна картина як у випадку дзеркал Френеля, так і у випадку біпризми Френеля, нелокалізована»?

Відповідь. Це означає, що не існує єдиного фіксованого положення екрана, в якому спостерігалась би інтерференційна картина. В будь-якому положенні екрана спостерігається інтерференційна картина. При цьому важливо мати на увазі, що зміна положення екрана на $\lambda/2$ призведе до того, що світлі смуги поміняються місцями з темними і навпаки. Окрім того, збільшення відстані між екраном і установкою призведе до збільшення площі перекриття світлового поля і як наслідок до погіршення контрасту інтерференційної картини.

Це ж стосується і інших подібних методів: білінзи Бійє, досліду Месліна, дзеркала Ллойда тощо.

Запитання 3.31. Назвіть і охарактеризуйте ще відомі вам методи здійснення інтерференції світла.

Відповідь. Про методи білінза Бійє, дослід Месліна, дзеркало Ллойда та метод Поля читайте [1], ст. 63 – 66.

Запитання 3.32. На скільки і куди зміститься інтерференційна картина в методі Юнга, якщо одну із щілин закрити тонкою прозорою плоско паралельною пластинкою товщиною h і показником заломлення n ? Відстань від щілини до екрана L .

Відповідь. Різницю ходу променів, що інтерферують у точці C , визначають так (див. рис. 3.8):

$$\left. \begin{aligned} r_1^2 &= L^2 + (l+t)^2 = L^2 + l^2 + t^2 + 2lt, \\ r_2^2 &= L^2 + (l-t)^2 = L^2 + l^2 + t^2 - 2lt. \end{aligned} \right\} \quad (3.39)$$

Із рівнянь (3.39) маємо:

$$r_1^2 - r_2^2 = 4lt \quad \text{або} \quad \Delta_1 = r_1 - r_2 = \frac{4lt}{r_1 + r_2}. \quad (3.40)$$

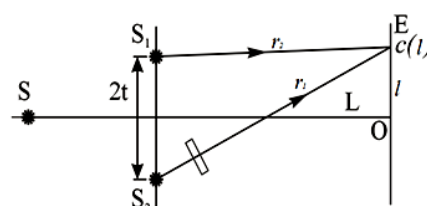


Рис. 3.8

Тут r_1 і r_2 – оптичні шляхи променів 1 і 2 відповідно, $2t$ – відстань між щілинами, l – відстань від центра екрана до точки C , L – відстань від щілин до екрана, Δ_1 – різниця ходу променів до внесення пластинки.

Оскільки $l \ll L$, то без істотної похибки знаменник $r_1 + r_2$ в формулі (3.40) можна замінити на $2L$. Тоді

$$\Delta_1 = \frac{2lt}{L} \quad (3.41)$$

Якщо на шляху одного із променів (в даному випадку на шляху променя S_1C) поставити скляну пластинку, то оптична довжина променя збільшиться на $(n-1)h$. Різниця ходу між променями також збільшиться на цю величину. Тобто

$$\Delta_2 = \frac{2l't}{L} + (n-1)h, \quad (3.42)$$

Δ_1 – оптична різниця ходу між променями після введення пластинки на шляху S_1C .

Нове положення світлої k -ої смуги знайдемо із співвідношення:

$$k\lambda = \frac{2l't}{L} + (n-1)h, \quad (3.43)$$

звідки

$$l' = \frac{L}{2t} [k\lambda - (n-1)h], \quad (3.44)$$

або

$$l' = \frac{\Delta l}{\lambda} [k\lambda - (n-1)h]. \quad (3.45)$$

Тут $\Delta l = \frac{\lambda L}{2t}$ – ширина світлої смуги.

Отже, із (3.45) видно, що система смуг зміститься в напрямку від'ємних значень l на величину:

$$\delta l = l' - l = k \frac{\lambda L}{2t} - \frac{\Delta l}{\lambda} (n-1)h - k \frac{\lambda L}{2t} = -\frac{\Delta l}{\lambda} (n-1)h. \quad (3.46)$$

Запитання 3.33. Чому тупий кут біпризми (як і кут між дзеркалами Френеля) повинен бути близьким до 180° ?

Відповідь. Від величини заломного кута біпризми залежить кут повного відхилення променя, що пройшов через призму. Від останнього залежить положення зображення джерела, яке утворює призма. Тому від величини заломного кута призми залежить відстань між уявними когерентними джерелами сві-

тла (див. рис. 3.7). Вона дорівнює $2t = 2r\varphi(n-1)$. Оскільки у формулу ширини світлої смуги $2t$ входить у знаменник:

$$\Delta l = \frac{\lambda L}{2t} = \frac{\lambda L}{2r\varphi(n-1)}, \quad (3.47)$$

то зрозуміло, що для спостереження якісної інтерференційної картини, яку дає біпризма (бідзеркала) Френеля, кут φ повинен бути якнайменший, але $2t$ не повинно бути меншим (рівним) λ .

Запитання 3.34. Чи спостерігатимуться інтерференційні смуги на екрані, якщо в установці Бійє джерело помістити між лінзою і її фокусом?

Відповідь. Схема досліду Бійє наведена на рис. 3.9. Збиральна лінза розрізана навпіл і одержані півлінзи розведені на деяку відстань. На білінзу падає світло від щілини (джерела) S , яка паралельна до площини розрізу. Якщо щіли-

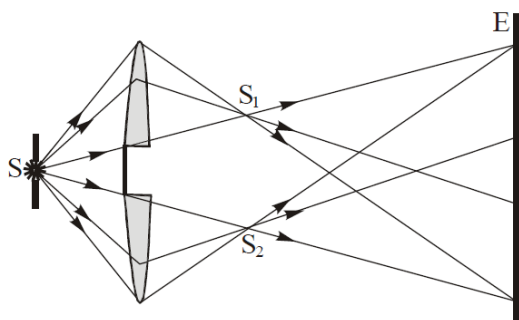


Рис. 3.9

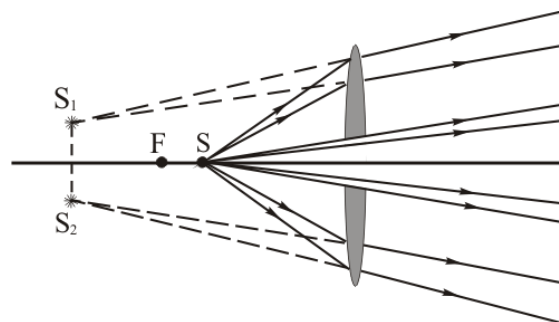


Рис. 3.10

на знаходиться за фокусом півлінз, то S_1 і S_2 є дійсними зображеннями щілини S , які і є когерентними джерелами світла. Промені, які розходяться від S_1 і S_2 , перекриваються і інтерферують.

Якщо щілину розмістити між фокусом і лінзою, то зображення S_1 і S_2 будуть уявними. В цьому випадку інтерференція неможлива, оскільки когерентні світлові пучки будуть розбіжними (рис. 3.10) і інтерференційна картина спостерігатися не буде.

Запитання 3.35. Як визначається функція видимості інтерференційних смуг? Що таке контраст інтерференційної картини?

Відповідь. Див. відповідь на запитання 3.12.

Запитання 3.36. Що таке часова когерентність? Як часова когерентність зв'язана з контрастом інтерференційних смуг?

Відповідь. Поняття часової когерентності пов'язане зі скінченим часом випромінювання ($\tau_e \approx 10^{-8} c$), або, інакше кажучи, зі ступенем монохроматичності хвиль $\Delta\lambda / \lambda$.

Чим менший час випромінювання, тим ширший спектр частот випромінюється і тим менша часова когерентність. Проміжок часу, протягом якого зберігається когерентність, називають **часом когерентності** (τ_k). Для звичайних природних джерел світла $\tau_k \approx 10^{-8} - 10^{-10} \text{ с}$, тобто $\tau_k < \tau_g$.

Характеристики часової когерентності визначають контраст інтерференції і можливості її спостереження.

Запитання 3.37. Яку величину називають довжиною когерентності? Чому дорівнює довжина когерентності для випромінювання, яке займає спектральний інтервал шириною $\Delta\lambda$ з середнім значенням довжини хвилі λ ?

Відповідь. Довжина когерентності – оптична довжина шляху, який хвиля проходить хвиля за час τ_k , коли фаза і амплітуда залишаються в середньому сталими:

$$L_k = c\tau_k = n\nu\tau_k. \quad (3.48)$$

Можна легко довести, що

$$\tau_g = \frac{\lambda}{c} \left(\frac{\lambda}{\Delta\lambda} \right), \quad (3.49)$$

а оскільки $\tau_k \leq \tau_g$, то

$$L_k = c\tau_k \leq \lambda \left(\frac{\lambda}{\Delta\lambda} \right). \quad (3.50)$$

Остання формула виражає залежність довжини когерентності від ступеня монохроматичності випромінювання джерела (атома).

Запитання 3.38. Якій умові повинні задовольняти розміри джерел, щоб спостерігати розбірливу інтерференційну картину?

Відповідь. Досвід показує, що розміри джерел мають певний вплив на інтерференційну картину. Скінчені розміри джерел ведуть до розмиття або навіть до зникнення інтерференційної картини. Нескладні розрахунки показують, що для того, щоб інтерференційна картина була достатньо чіткою, розміри джерел повинні задовольняти умові:

$$d \leq \frac{1}{2} \cdot \frac{\lambda}{2t} L. \quad (3.51)$$

або

$$d \leq \frac{1}{2} \cdot \frac{\lambda}{u}. \quad (3.52)$$

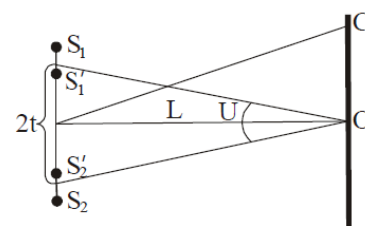


Рис. 3.11

Тут d – допустимі розміри джерел, $2t$ – відстань між джерелами, L – відстань від джерел до екрана, λ – довжина світлової хвилі, u – величина апертурного кута (рис. 3.11).

Отже, формули (3.51) і (3.52) дають нам допустимі розміри джерел, при яких ще спостерігається інтерференційна картина.

Зверни увагу!

Чим більший апертурний кут (чим більша відстань між джерелами), тим менші повинні бути розміри джерел, при яких ще може спостерігатися інтерференція;

Апертурний кут – це кут, під яким видно джерело із точки O (центра екрана).

Запитання 3.39. Якій умові повинна задовольняти ширина спектрального інтервалу $\Delta\lambda$, щоб можна було спостерігати якісну інтерференційну картину у немонохроматичному світлі?

Відповідь. Якщо світло немонохроматичне, а ширина спектрального інтервалу $\Delta\lambda$ велика, то інтерференційної картини може не виникнути. Для можливості спостереження інтерференційної картини необхідно, щоб ширина інтервалу довжин інтерферуючих хвиль не перевищувала граничного інтервалу $\Delta\lambda_{cp}$, тобто

$$\Delta\lambda < (\Delta\lambda_{cp}) = \frac{\lambda}{k}. \quad (3.53)$$

Тут k – порядок інтерференції (див. [1], ст. 74 – 76).

Отже, із збільшенням порядку інтерференції k ширина інтервалу довжин хвиль зменшується, при якій ще можливе спостереження інтерференційної картини. Більш низький порядок інтерференції дозволяє спостерігати інтерференційну картину в менш монохроматичному світлі.

Запитання 3.40. Яким умовам повинні задовольняти частоти, амплітуди, фази і стани поляризації хвиль, які поширюються назустріч одна одній, щоб при їх додаванні виникла стояча хвиля?

Відповідь: Частота і амплітуда цих хвиль повинні бути однаковими, коливання повинні здійснюватися в протифазі і в одній площині, тобто вони повинні бути лінійно поляризовані.

Запитання 3.41. Опишіть просторовий розподіл електричного і магнітного полів в лінійно поляризованій стоячій хвилі.

Відповідь. При відбиванні хвиль може мати місце додавання падаючої і відбитої хвиль. В результаті утворюється так звана **стояча хвиля** – періодичні в часі коливання з характерним розподілом амплітуди в просторі (рис. 3.12).

Якщо рівняння падаючої хвилі:

$$E_{nad} = E_0 \sin(\omega t - kx) \quad (3.54)$$

рівняння відбитої хвилі (в т. $x = 0$):

$$E_{відб} = E_0 \sin(\omega t + kx + \delta), \quad (3.55)$$

то рівняння результуючої (стоячої) хвилі буде

$$E_{cm} = 2E_0 \cos(kx + \frac{\delta}{2}) \sin(\omega t + \frac{\delta}{2}). \quad (3.56)$$

Тут $E'_0 = 2E_0 \cos(kx + \frac{\delta}{2})$ – амплітуда стоячої хвилі, яка змінюється за гармонічним законом, $\sin(\omega t + \frac{\delta}{2})$ – визначає зміну напруженості електричного поля і не

залежить від координати x , $\delta = \pi/2$ – зміна фази хвилі при відбиванні, $k = 2\pi/\lambda$ – хвильове число. Точки, в яких амплітуда рівна нулю, називають **вузлами стоячої хвилі**. Точки, в яких амплітуда дорівнює максимальному значенню $2E_0$, називають **пучностями**. Пучності розміщуються точно посередині між вузлами (див. рис. 3.12).

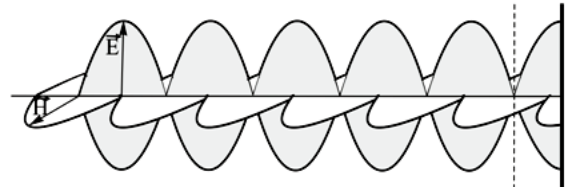


Рис. 3.12

Це важливо...

Якщо світлова хвиля відбивається від межі з більш оптично густим середовищем ($\epsilon_1 < \epsilon_2$), то електричний вектор міняє фазу на протилежну ($\delta = \pi$); якщо ж відбивання відбувається на межі з менш оптично густим середовищем ($\epsilon_1 > \epsilon_2$), то стрибком міняє фазу на протилежну ($\delta = \pi$) магнітний вектор.

Запитання 3.42. Де і на якій відстані один від одного знаходяться вузли і пучності в стоячій світловій хвилі?

Відповідь. Амплітуда стоячої хвилі визначається співвідношенням:

$$E'_0 = 2E_0 \cos(kx + \frac{\delta}{2}), \quad (3.57)$$

де $\delta = \pi$, $k = 2\pi/\lambda$ – хвильове число, x – координата.

Із (3.57) видно, що амплітуда змінюється від точки до точки за гармонічним законом від 0 до 2π .

Точки, де амплітуда рівна нулю, визначаються із умови $\cos(kx + \frac{\delta}{2}) = 0$,

тобто $kx + \frac{\delta}{2} = (2n+1)\frac{\pi}{2}$, де $n = 0, 1, 2, \dots$, $k = 2\pi/\lambda$. Ці точки розташовані на

відстані півхвилі і називаються **вузлами**. Координати вузлових точок:

$$x_{\text{вузл}} = n \frac{\lambda}{2}. \quad (3.58)$$

Отже, відстань між вузловими точками дорівнює $\lambda/2$ (див. рис. 3.12).

Точки, де амплітуда дорівнює $2E_0$, задовольняють умові $\cos(kx + \frac{\delta}{2}) = 1$, тобто $kx + \frac{\delta}{2} = 2n\pi$, де $n = 0, 1, 2, \dots$, $k = 2\pi / \lambda$. Звідки

$$x_{\text{пучк}} = (n - \frac{1}{4})\lambda. \quad (3.59)$$

Ці точки називаються **пучностями**. Легко помітити, що пучності розміщуються посередині між вузлами. Значить, відстань між сусідніми вузлами і пучностями рівна $\lambda/4$.

Зверни увагу!

В стоячій хвилі енергія не переноситься, а локалізується і переходить із області пучності \vec{E} до області пучності \vec{H} .

Запитання 3.43. Яким чином дослід Вінера доводить, що фотохімічна дія світла обумовлена електричним полем світлової хвилі?

Відповідь. Дослід по виявленню дії світла на фотографічну емульсію був виконаний французьким фізиком Вінером у 1890 р. Вінер встановив, що хімічна дія світла виявляється в місцях пучностей електричного вектора світлової хвилі. Схема досліду Вінера наведена на рис. 3.13: MM – металічне дзеркало, AN – фотографічна пластинка з тонким світлочутливим шаром товщиною $l = \lambda/20$. Кут φ , який утворює пластинка з металічним дзеркалом, дуже малий, внаслідок чого відстань AB між місцями почорніння стає достатньо великою:

$$(3.60) \quad AB = \frac{AC}{\sin \varphi} = \frac{\lambda}{2 \sin \varphi}.$$

Тут $AC = \lambda/2$. Розрахунки дають, що $AB = 1 - 2$ мм.

За цих умов можна легко помітити, що, перша темна смуга співпадає з першою пучністю електричного поля і знаходиться на відстані від дзеркала на чверть хвилі (рис. 3.13). Якщо б світлова дія була зумовлена магнітним вектором, то спостерігалася б протилежна картина.

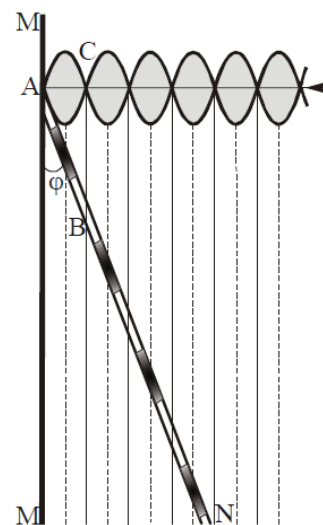


Рис. 3.13

Зверни увагу!

У 1892 р. німецькі фізики П. Друде і В. Нернст повторили дослід Вінера, замінивши фотопластинку тонкою плівкою флуоресціюючої речовини. Айвс у

1933 р. зробив те саме з фотоелектричним шаром. Виявилось, що і флуоресценція і фотоефект викликаються також електричним полем світлової хвилі.

Запитання 3.44. Чому у взаємодії світла з речовиною основну роль відіграє електричне поле світлової хвилі

Відповідь. Результати дослідів, описаних у відповіді на запитання 3.43, легко зрозуміти, виходячи із електронних уявлень. Більшість процесів, які спостерігаються в речовині під дією світла, пов'язані з його дією на електрони: при фотоефекті під дією світла з освітлюваної поверхні металу вириваються електрони; при фотохімічних процесах (наприклад, фотографія) – збудження атомів і молекул, їх іонізація, також відбувається під впливом світла на електрони, які входять до складу атомів і молекул. Оскільки електрони мають електричний заряд, то сила, яка діє на них ($\vec{F} = e\vec{E}$), визначається електричним полем. Що-правда на них діє і магнітне поле світлової хвилі ($\vec{F} = \frac{e}{c}[\vec{v} \cdot \vec{B}]$, де \vec{v} – швидкість електрона). Однак, оскільки $v \ll c$ магнітна сила значно менша електричної. Отже, у всіх діях електричний вектор світлової хвилі є більш вагомий, ніж магнітний. Тому електричний вектор часто називають **світловим вектором**.

Запитання 3.45. Як, користуючись явищем утворення стоячих світлових хвиль, можна пояснити принцип кольорової фотографії?

Відповідь. На явищі стоячих хвиль французький фізик Г. Ліппман у 1891 р. розробив метод кольорової фотографії. Суть цього методу полягає в наступному. Скляну пластинку, покриту з одного боку товстим шаром дрібнозернистої фотоемульсії високої чутливості розміщують так, щоб пластинка з фотоемульсією дотикалась до поверхні ртутного дзеркала (рис. 3.14). Пластинка освітлюється монохроматичним

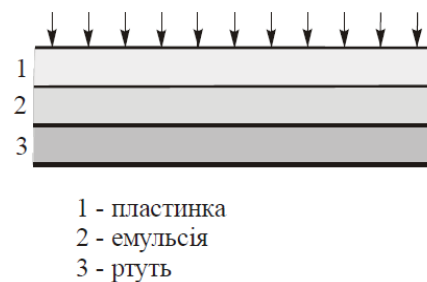


Рис. 3.14

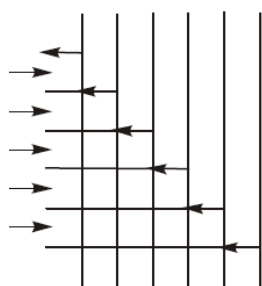


Рис. 3.15

світлом з довжиною хвилі λ , наприклад, червоним. Відбите від поверхні ртуті світло утворить стоячі хвилі.

Після експонування і фотообробки (проявлення і фіксування) в місцях пучностей вектора \vec{E} виділяться тонкі шари металічного срібла, які знаходяться на відстані $\lambda/2$ один від одного, тобто, утвориться плоскошарове середовище із відбиваючих пластинок (рис. 3.15). Якщо на таку пластинку нормально спрямувати світло, то відбудеться часткове відбивання від поверхонь всіх шарів. Оскільки різниця ходу між пучками світ-

ла дорівнює $\Delta = \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{2} = \lambda$, то виникне гострий максимум для довжини хвилі λ ,

тобто для червоного світла. Якщо світлочутливий шар емульсії освітити білим світлом, то після обробки отримаємо ряд тонких шарів металічного срібла, які відповідають окремим монохроматичним складовим (рис. 3.16). Відстань між сусідніми напівпрозорими шарами для червоного світла буде більша, ніж для зеленого, а для зеленого більша ніж для фіолетового. Якщо таку пластинку освітити білим світлом, то кожна хвиля відіб'ється від сукупності «своїх» напівпрозорих площин. Таким чином пластинка Ліппмана дає

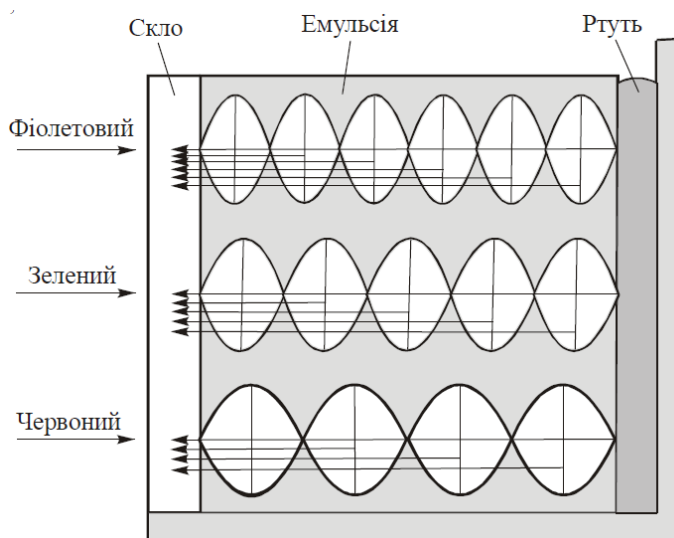


Рис. 3.16

можливість бачити у відбитому світлі зображення в натуральних кольорах.

Запитання 3.46. Поясніть суть способу поділу амплітуди для утворення когерентних хвиль.

Відповідь. Якщо на тонку прозору плоско паралельну пластинку, товщина якої значно більша за довжину хвилі, або плівку, з товщиною, близькою до довжини хвилі, падає світлова хвиля, то відбудеться часткове відбивання від обох поверхонь. Виникають дві когерентні світлові хвилі, які можуть інтерферувати. Поділ хвилі на дві частини і визначає спосіб одержання когерентних хвиль, який називають **поділом амплітуди світлової хвилі**. Інтерференція таких хвиль відома під назвою **інтерференція в тонких плівках і пластинках або кольори тонких пластинок** (див. відповідь на запитання 3.23).

Запитання 3.47. Чому в інтерференційних дослідах методом поділу амплітуди за допомогою тонкої прозорої пластинки використовують, як правило, відбите, а не прохідне світло?

Відповідь. Інтерференцію в тонких пластинках можна спостерігати не тільки у відбитому, але і в прохідному світлі. Промені 1' і 2' (рис. 3.17) також когерентні. В цьому випадку один із променів проходить паралельно падаючому, а другий – після двох відбивань всередині пластинки (рис. 3.17). Коли коефіцієнт відбиття на поверхні пластинки малий (для скла $R \approx 0,04$), інтенсивності інтерферуючих променів (променів 1' і 2'),

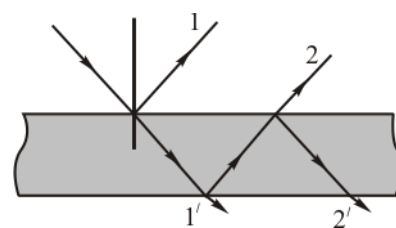


Рис. 3.17

які пройшли через пластинку, сильно відрізняються один від одного. Відповідно з формулою

$$I_{\text{рез}} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \Delta\Phi, \quad (3.61)$$

різниця між максимальним і мінімальним значенням інтенсивності виявляється малою, а видність (контраст) смуг – низькою.

Запитання 3.48. Доведіть правильність висновку зробленого у відповіді на запитання 3.47, тобто, що контраст (видність) інтерференційної картини у прохідному через плоскопаралельну пластинку світлі є дуже низький.

Відповідь. Інтенсивність, відбитих від поверхонь плоскопаралельної пластинки променів 1 і 2 (рис. 3.17) рівні: $I_1 = RI_0$ і $I_2 = R(1-R)^2 I_0$, де I_0 – інтенсивність падаючого світла, R – коефіцієнт відбиття. Для межі поділу скло-повітря і повітря-скло $R = 0,04$. Інтенсивність наскрізних променів 1' і 2' рівні: $I_{1'} = (1-R)^2 I_0$ і $I_{2'} = R^2(1-R)^2 I_0$. Видність інтерференційної картини розрахуємо за формулою:

$$V = \frac{I_{\text{max}} - I_{\text{min}}}{I_{\text{max}} + I_{\text{min}}}, \quad (3.62)$$

де для відбитого світла $I_{\text{max}} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$, $I_{\text{min}} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$ (тут використана формула 3.61); для наскрізних променів $I_{\text{max}} = I_{1'} + I_{2'} + 2\sqrt{I_{1'} I_{2'}}$,

$$I_{\text{min}} = I_{1'} + I_{2'} - 2\sqrt{I_{1'} I_{2'}}.$$

Тоді:

$$\begin{aligned} V_{\text{відб}} &= \frac{I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} - I_1 - I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} + I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}} = \frac{4\sqrt{I_1 I_2}}{2I_1 + 2I_2} = \frac{2R(1-R)I_0}{[R + R(1-R^2)]I_0} = \\ &= \frac{2(1-R)}{1+(1-R)^2} = \frac{2(1-0,04)}{1+(1-0,04)^2} = 0,999. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_{\text{наскр}} &= \frac{I_{1'} + I_{2'} + 2\sqrt{I_{1'} I_{2'}} - I_{1'} - I_{2'} + 2\sqrt{I_{1'} I_{2'}}}{I_{1'} + I_{2'} + 2\sqrt{I_{1'} I_{2'}} + I_{1'} + I_{2'} - 2\sqrt{I_{1'} I_{2'}}} = \frac{4\sqrt{I_{1'} I_{2'}}}{2I_{1'} + 2I_{2'}} = \frac{2R(1-R)^2 I_0}{(1-R)^2 I_0 + R^2(1-R)^2 I_0} = \\ &= \frac{2R}{1+R^2} = \frac{2 \cdot 0,04}{1+0,04^2} \approx 0,08. \end{aligned}$$

Низький контраст у цьому випадку ($V_{\text{наскр}} \ll V_{\text{відб}}$) зумовлений тим, що інтенсивність наскрізних інтерферуючих променів дуже мала.

Запитання 3.49. Умовою виникнення світлих смуг рівного нахилу є:

$$2t\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1} - \frac{\lambda}{2} = k\lambda. \quad (3.63)$$

Поясніть, які величини входять в дану формулу.

Відповідь. Смуги рівного нахилу виникають при інтерференції відбитого світла від плоскопаралельної пластинки. Світлова хвиля, яка падає на плоску прозору пластинку, відбивається від обох її поверхонь, в результаті утворюються когерентні хвилі, які можуть інтерферувати. Хід променів в плоско паралельній пластинці показано на рис. 3.18.

Результат інтерференції визначається оптичною різницею ходу Δ променів $a'b$, яку легко можна визначити із рис. 3.18:

$$\Delta = 2t\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1} - \frac{\lambda}{2}. \quad (3.64)$$

Тут, як видно із рисунка, t – товщина пластинки, n – показник заломлювання речовини пластинки, i_1 – кут падіння променя на пластинку, $\lambda/2$ – додаткова різниця ходу, яка виникає внаслідок того, що при відбиванні світлової хвилі від межі оптично менш густе – оптично більш густе середовище (точка A на рис. 3.18), світлова хвиля змінює фазу на протилежну.

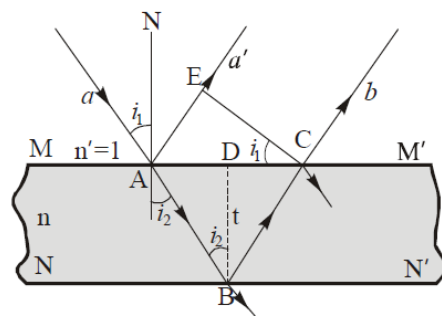


Рис. 3.18

Якщо різниця ходу (див. формулу (3.64)) дорівнює цілому числу хвиль:

$$2t\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1} - \frac{\lambda}{2} = k\lambda, \quad (3.65)$$

то в фокальній площині лінзи L , де виконується умова (3.65), виникнуть максимуми (підсилення).

Запитання 3.50. Поясніть, чому смуги в інтерференційній картині, що виникає на плоско паралельній пластинці, отримали назву смуг рівного нахилу?

Відповідь. Якщо джерелом світла є світна площадка P (рис. 3.19), то внаслідок інтерференції відбитих від поверхонь пластинки променів яскраво відобразяться в площині P' тільки та сукупність точок світної площадки P , для яких виконується умова (3.65). Число k в (3.65) прийнято називати **порядком інтерференції**. При заданому $k = k_0$ така сукупність точок згідно (3.65) повинна задовольняти умові $i_1 = const$. Ця сукупність точок лежить на кривій aa' , яка утворюється перерізом поверхні P (рис. 3.19) з конусом, віссю якого є нормаль

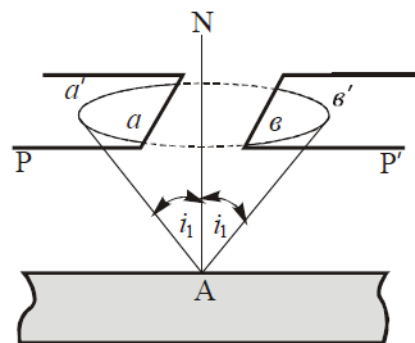


Рис. 3.19

NA , а кут розхилу якого рівний $2i_1$. Цій кривій відповідає світла смуга bb' в площині P' . При інших значеннях $k \neq k_0$, виникнуть інші смуги. Між ними розмістяться темні смуги. Отже, кожна смуга відповідає сталому значенню кута i_1 , тобто рівному нахилу променів по відношенню до нормалі NA . Звідси і пішла назва інтерференційних смуг **рівного нахилу**.

Запитання 3.51. Чому при спостереженні смуг рівного нахилу можна використовувати протяжні джерела світла? Де локалізовані смуги рівного нахилу?

Відповідь. На рис. 3.20 показано схему утворення інтерференційної картини при відбиванні від плоскопаралельної пластинки світла, що випромінюється точковим джерелом S . Положення максимумів у фокальній площині лінзи визначаються виключно кутом падіння променів i_1 при заданих λ , n і t (див. формулу (3.65)).

Перехід від одного максимуму до наступного здійснюється шляхом зміни порядку k інтерференційних максимумів на одиницю. Змінюючи положення джерела S різниця ходу променів, які приходять, наприклад, в точку B , не змінюється. Звідси випливає, що при використанні протяжних джерел інтерференційна картина буде такою ж чіткою, як і з точковими джерелами: кожний елемент протяжного джерела створює в фокальній площині лінзи свою інтерференційну картину, при чому положення смуг у всіх цих картинах цілком однакове. Оскільки це справедливо для однієї цілком визначеної площини спостереження, то ці смуги локалізовані на нескінченності (або в фокальній площині лінзи). Роль лінзи може відігравати око, акомодоване на нескінченність.

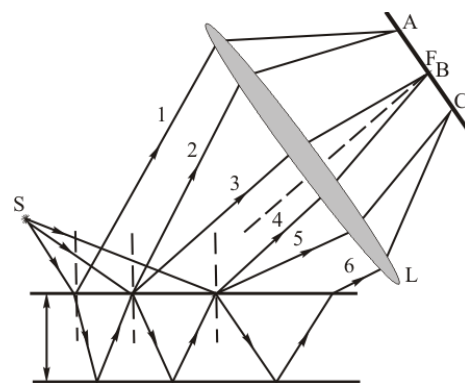


Рис. 3.20

Запитання 3.52. Який вигляд мають смуги рівного нахилу при утворенні їх у білому (складному) світлі?

Відповідь. Очевидно, що для отримання якісної інтерференційної картини необхідно використовувати монохроматичне світло. Якщо світло немонохроматичне, то різним λ (при заданому k) відповідатимуть різні значення кута i_1 , тобто замість світлих і темних смуг рівного нахилу отримаємо систему кольорових смуг. Оскільки $\sin i_1$ пропорційний λ , то фіолетовий колір смуги розміститься ближче до центра, червоний – навпаки (рис. 3.21). Слід мати на увазі, що при великих значеннях k мож-

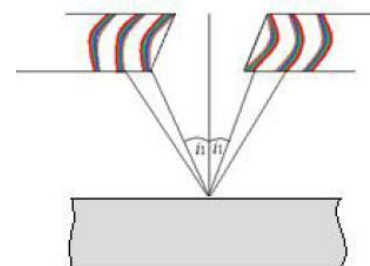


Рис. 3.21

ливе перекривання різних ділянок спектра.

Запитання 3.53. Які обмеження на інтерференційну картину, що утворюється при відбиванні від плоскопаралельної пластинки, накладає товщина пластинки?

Відповідь. Із умови інтерференційних максимумів:

$$2t\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1} - \frac{\lambda}{2} = k\lambda, \quad (3.66)$$

видно, що для певного кута падіння із зростанням товщини пластинки порядок максимуму k зростає. Це означає, що при недостатній монохроматичності світла картина може взагалі зникнути. Окрім того, кутова відстань між інтерференційними смугами із зростанням товщини зменшується. Продиференціюємо вираз (3.66) за змінними i_1 і k :

$$-\frac{4t \cos i_1 \delta i_1 \sin i_1}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1}} = 2\delta k \frac{\lambda}{2}.$$

Кутова відстань між сусідніми максимумами k і $k+1$ при $\delta k = k - (k+1) = -1$ виразиться так:

$$\delta i_1 = \frac{\lambda \sqrt{n^2 - \sin^2 i_1}}{4t \cos i_1 \sin i_1}. \quad (3.67)$$

Отже, із (3.67) видно, що відстань між інтерференційними смугами для хвиль певної довжини і незмінного кута падіння із збільшенням товщини пластинки зменшується. Це означає, що чим товща пластинка, тим щільніше розміщуються інтерференційні смуги і при певному значенні товщини пластинки вони (смуги) можуть взагалі зникнути.

Допустима товщина пластинки залежить від спектрального інтервалу довжин хвиль $\Delta\lambda$ світла, яким освітлюється пластинка. Якщо $\lambda_{\text{сер}} = 5000 \text{ \AA}$, $\Delta\lambda = 100 \text{ \AA}$, то максимальний порядок спектра $k_{\text{max}} = \lambda / \Delta\lambda = 50$ (див. відповідь на запитання 3.39). Із (3.66) можна визначити допустиме значення товщини плівки (пластинки) для цього випадку:

$$t = \frac{k\lambda + \frac{\lambda}{2}}{2\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1}}. \quad (3.68)$$

Поклавши $n = 1,5$, $\sin i_1 = 0$ і, нехтуючи $\lambda/2$ в порівнянні з $k\lambda$, отримаємо:

$$t \cong \frac{50 \cdot 5 \cdot 10^{-5}}{3} \text{ см} \cong 8 \cdot 10^{-4} \text{ см} = 8 \text{ мкм}.$$

Якщо спостерігати інтерференцію у високомонохроматичному світлі, то допустима товщина пластинки може зрости до 10^4 разів.

Запитання 3.54. Чому з випаровуванням мильної плівки відстань між інтерференційними смугами зростає?

Відповідь. Відстань між інтерференційними смугами, які виникають при відбиванні світла від плоско паралельної плівки, залежить від її товщини пластинки (див. відповідь на запитання 3.53). При випаровуванні товщина плівки зменшується, а відстань між інтерференційними смугами зростає (див. формулу (3.67)).

Запитання 3.55. Чому коефіцієнт відбиття світла від сухого скла майже в 1,7 разів більший, ніж від вологого?

Відповідь. Коефіцієнт відбиття сухого скла складає $R \approx 0,04$. Якщо поверхня скла покрита тонкою водяною плівкою ($n_g < n_c$), то світло відіб'ється, як від першої так і від другої поверхонь водяної плівки. Відбиті від плівки промені когерентні і вони будуть інтерферувати, тобто вони підсилять, або погасять один одного в залежності від різниці ходу променів, яка визначається товщиною плівки. Очевидно, що товщина водяної плівки така, яка задовольняє умові мінімумів, тобто відбите від поверхонь плівки світло гаситься, внаслідок чого інтенсивність прохідного світла зростає, а відбитого зменшується. Використання явища інтерференції для збільшення (зменшення) інтенсивності прохідного (відбитого) світла називають **просвітленням оптики** (див. відповідь на запитання 3.80).

Запитання 3.56. Чому у кілець Ньютонa, які отримуються на повітряному прошарку між опуклою поверхнею плоско-опуклої лінзи і поверхнею скляної пластинки, при спостереженні їх у відбитому світлі центр завжди темний?

Відповідь. Кільця Ньютонa є не що інше як смуги рівної товщини, які спостерігаються на повітряному прошарку, який утворюється між поверхнею плоско паралельної пластинки і опуклою поверхнею плоско-опуклої лінзи, покладеної на скляну пластинку (рис. 3.22). Оскільки геометричним місцем точок однакової товщини є кола, то і інтерференційні смуги будуть мати вигляд концентричних кілець з центром в точці дотику лінзи з плоско паралельною пластинкою.

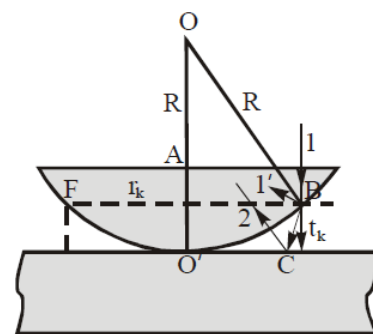


Рис. 3.22

Промені, які утворюються при відбиванні від верхньої і нижньої поверхонь повітряного прошарку, когерентні і інтерферують. Інтерференційна картина, яка виникає при накладанні відбитих променів, називають інтерференційною картиною у відбитому світлі. Аналогічну картину спостерігають і у прохідному світлі. Центр інтерференційної картини у відбитому світлі завжди темний (рис. 3.23,а), а у прохідному навпаки (рис. 3.23,б).

Це пов'язано з тим, що відбита хвиля від нижньої поверхні повітряного прошарку (межа поділу повітря-скло) міняє фазу на протилежну, що не спостерігається з відбитою хвилею від верхньої поверхні повітряного прошарку (межа поділу скло-повітря) і тому, накладаючись, ці хвилі дають темну смугу. Подібного у прохідному світлі не спостерігається. Теоретичні розрахунки і досвід показують, що інтерференційні картини у відбитому і прохідному світлі доповнюють одна одну.

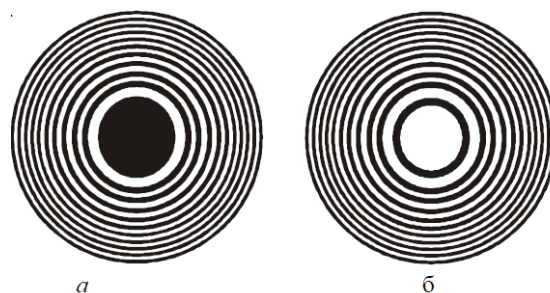


Рис. 3.23

Запитання 3.57. Чому: для спостереження кілець Ньютона лінза повинна мати великий радіус кривизни опуклої поверхні; ширина кілець і відстань між ними зменшується зі збільшенням порядку інтерференції?

Відповідь. Неважко бачити, що умовою, яка полегшує спостереження кілець Ньютона, є малий нахил поверхні лінзи до поверхні пластинки. Цього можна досягнути взявши лінзу з великим радіусом кривизни її опуклої поверхні ($R \geq 1 \text{ м}$). Саме таким чином можна досягти повільної зміни (збільшення) товщини прошарку з відстанню від точки дотику лінзи до плоскопаралельної пластинки, від якої залежить різниця ходу променів (див. [1], ст. 88, 89).

Легко можна помітити і те, що ширина кілець Ньютона і відстань між ними зменшується із збільшенням порядку інтерференції. Причина цього криється в нелінійній зміні товщини прошарку повітря із збільшенням відстані від центра лінзи (див. [1], ст. 94, 95).

Запитання 3.58. Який вигляд мають інтерференційні смуги рівної товщини, що виникають на повітряному клині утвореного між поверхнями двох скляних пластинок?

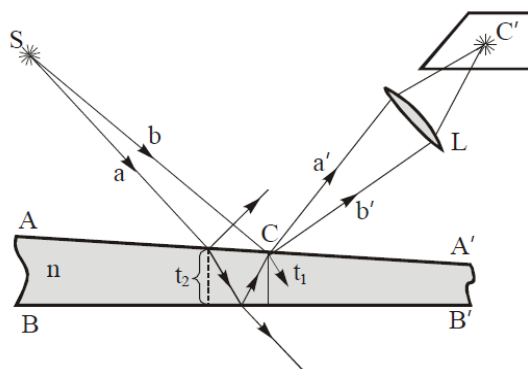


Рис. 3.24



Рис. 3.25

Відповідь. Якщо прозору скляну пластинку змінної товщини освітити паралельним пучком світла, то виникне інтерференційна картина, де кожна смуга утвориться в променях, відбитих від місць однакової товщини пластинки (рис. 3.24). У випадку, якщо пластинка має вигляд клина (наприклад, клиноподібний повітряний прошарок), то інтерференційні смуги рівної товщини мають вигляд прямих, паралельних ребру клина (рис. 3.25). Оскільки товщина правильного клина змінюється лінійно, то відстань між інтерференційними смугами буде одна і та ж.

Якщо пластинку (клин) освітити білим світлом, то кожна світла смуга виявиться забарвленою.

Запитання 3.59. Чому для спостереження смуг рівної товщини в білому світлі плівка (пластинка) повинна бути дуже тонкою (кут між поверхнями повинен бути дуже малим)?

Відповідь. Від кута між поверхнями (товщини) пластинки залежить різниця товщин клина $\Delta t = t_{k+1} - t_k$, які задовольняють умові виникнення k -ої і $k+1$ -ої світлих смуг, від якої залежить відстань між ними. Легко можна знайти формулу залежності відстані між сусідніми світлими смугами від кута між поверхнями клина (див. [1], ст. 88, 89). Вона має такий вигляд:

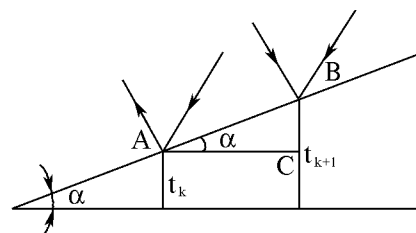


Рис. 3.26

$$l = \frac{\Delta t}{\sin \alpha} = \frac{\lambda}{2n \sin \alpha}, \quad (3.69)$$

де l – відстань між сусідніми світлими смугами, α – кут між поверхнями клина, λ – довжина світлової хвилі, n – показник заломлення речовини клина (див. рис. 3.26).

Отже, із (3.69) видно, що чим більший кут між поверхнями клина тим тісніше будуть розміщені інтерференційні смуги. При освітленні клина білим світлом кожна світла смуга буде забарвлена у всі кольори, тобто кожна світла смуга буде складатися із світлих смуг кожної із довжин хвиль, що входять до складу білого світла. І якщо інтерференційні смуги будуть знаходитися дуже близько одна до одної (при відносно великому куті α) смуги можуть перекритися і інтерференційна картина зникне. Отже, при спостереженні інтерференції на клині в білому світлі кут при вершині клина повинен бути якомога малим.

Запитання 3.60. На склі, що довгий час піддавалося атмосферним впливам, або пролежало довгий час у сирій землі, спостерігаються красиві райдужні відтінки. Поясніть їх природу.

Відповідь. На поверхні скла, що тривалий час піддавалося атмосферним впливам, або пролежало в сирій землі, утворилася тонка прозора плівка з показником заломлення, відмінним від показника заломлення скла. Світло, яке відбивається від поверхонь плівки є когерентне і буде інтерферувати. Оскільки різниця ходу променів визначається товщиною плівки, а її товщина в різних місцях може бути різною, то і умови максимумів для тих чи інших довжин хвиль будуть різні і плівка буде забарвлена в різні кольори веселки.

Подібне явище можна спостерігати на замерзлому склі вікон міського транспорту зимою, на склі вікон кухонь, на яких також можуть утворитися тонкі прозорі плівки при осіданні парів їжі тощо.

Запитання 3.61. Яким чином зі спостереження смуг двопроменевої інтерференційної картини можна отримати інформацію про спектральний склад випромінювання?

Відповідь. Якщо освітити двопроменеву інтерференційну установку монохроматичним світлом, то виникнуть світлі і темні смуги в 1-ому, 2-ому, ..., k -ому порядках. Відстань від центра екрана до k -ої світлої смуги визначається формулою:

$$l_{\max}(k) = k \frac{\lambda}{2t} L, \quad (3.70)$$

де k – порядок інтерференційного максимуму, $2t$ – відстань між когерентними джерелами світла, L – відстань від джерел до екрана, λ – довжина хвилі.

Якщо експериментально виміряти $l_{\max}(k)$, при заданих k , $2t$ і L , за формулою (3.70) знайдемо довжину хвилі світла:

$$\lambda = \frac{l_{\max}(k)2t}{kL}. \quad (3.71)$$

Якщо освітити установку складним світлом, то в кожному порядку виникнуть світлі смуги від кожної довжини хвилі, значення яких можна розрахувати за формулою (3.71). Потрібно тільки експериментально визначити положення лінії в спектрі ($l_{\max}(k)$).

Запитання 3.62. Чим відрізняється багатопроменева інтерференція від двопроменевої?

Відповідь. Якщо в інтерференції беруть участь два промені, то таку інтерференцію називають двопроменевою. Наприклад, у випадку плоскопаралельної пластинки приймалися до уваги тільки промені 1 і 2, які виникають при відбиванні від поверхонь пластинки. Насправді кожний падаючий промінь внаслідок багаторазового відбивання від поверхонь пластинки ділиться на багато когерентних променів 1, 2, 3, 4, ... (рис. 3.27).

Інтенсивність променя після кожного наступного відбиття зменшується. Це означає, що інтенсивність променів багаторазового відбивання стають такими малими, що їхнім впливом на інтерференційну картину можна знехтувати. Але, коли інтенсивності багаторазово відбитих променів близькі одна до одної, вклад їх у загальну інтенсивність інтерференційної картини враховувати обов'язково. В цьому випадку говорять про **багатопроменеву інтерференцію**. Дво- і багатопроменева інтерференція суттєво відрізняються одна від одної.

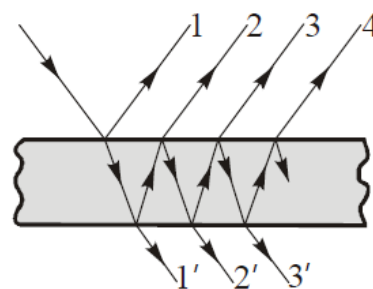


Рис. 3.27

У двопроменевої інтерференції максимуми і мінімуми, тобто світлі і темні смуги, мають однакову ширину.

При багатопроменевої інтерференції розподіл інтенсивності в інтерференційній картині зовсім інший. У випадку багатопроменевої інтерференції виникають вузькі світлі інтерференційні смуги, які розділені широкими темними проміжками. Інтенсивність світлих інтерференційних смуг в n^2 разів більша, ніж від одного пучка (n – кількість інтерферуючих пучків).

У випадку двопроменевої інтерференції інтенсивність світлих смуг визначається формулою $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \Delta\Phi$ (де $\Delta\Phi$ – різниця фаз інтерферуючих променів), яка є набагато меншою, ніж у випадку багатопроменевої інтерференції. Виходячи із викладеного, для більш точних вимірювань в інтерференційних приладах використовується явище інтерференції багатьох променів.

Запитання 3.63. Чим визначається інтенсивність світлих смуг у відбитому і прохідному світлі у випадку багатопроменевої інтерференції?

Відповідь. Інтенсивність інтерференційних максимумів у відбитому світлі визначається **коефіцієнтом відбиття R** променів від поверхонь пластинки і виражається формулою:

$$I_r^{\max} = I_0 \frac{4R}{(1+R)^2}. \quad (3.72)$$

Інтенсивність інтерференційних максимумів у прохідному світлі залежить як від коефіцієнта відбиття R , так і від коефіцієнта пропускання T :

$$I_t^{\max} = I_0 \frac{T^2}{(1-R)^2}. \quad (3.73)$$

До речі...

Інтенсивність мінімумів, що виникають у відбитому світлі, дорівнює нулю ($I_r^{\min} = 0$).

Інтенсивність мінімумів, що виникають у прохідному світлі

$$I_{\tau}^{\min} = I_0 \frac{T^2}{(1+R)^2}. \quad (3.74)$$

Запитання 3.64. Яким чином досягається утворення великої кількості когерентних променів значної інтенсивності при відбиванні в прозорих пластинках?

Відповідь. Для утворення великої кількості когерентних променів користуються двома способами.

Перший спосіб ґрунтується на залежності коефіцієнта відбиття на межі двох середовищ від кута падіння. Якщо світло всередині пластинки падає на межу поділу під кутом, близьким до кута повного внутрішнього відбивання, то коефіцієнт відбиття значно зростає, наближаючись до одиниці. На практиці цей спосіб використовується в інтерферометрі (пластинці) Луммера-Герке.

Другий спосіб полягає у збільшенні відбиваючої здатності поверхонь пластинки шляхом покриття їх напівпрозорими дзеркальними плівками. В іншому випадку подібними плівками покривають внутрішні поверхні двох плоско паралельних пластинок. Даний спосіб застосовується в інтерферометр Фабрі-Перо.

Запитання 3.65. Що виражають формули

$$I_{\tau} = I_0 \frac{T^2}{(1-R)^2 + 4R \sin^2 \frac{\delta}{2}}, \quad (3.75)$$

$$I_r = I_0 \frac{4R \sin^2 \frac{\delta}{2}}{(1-R)^2 + 4R \sin^2 \frac{\delta}{2}}? \quad (3.76)$$

Поясніть, які величини входять у дані формули.

Відповідь. Формула (3.75) виражає інтенсивність наскрізної хвилі, а формула (3.76) інтенсивність відбитої хвилі при багатопроменевої інтерференції. Тут I_0 – інтенсивність падаючої на пластинку хвилі, R – коефіцієнт відбиття, T – коефіцієнт пропускання, δ – різниця фаз, яка визначає положення максимумів і мінімумів. Формули (3.75) і (3.76) називають **формулами Ейрі**.

Запитання 3.66. Що виражають формули

$$I_{\tau}^{\max} = I_0 \frac{T^2}{(1-R)^2} \quad \text{і} \quad I_{\tau}^{\min} = I_0 \frac{T^2}{(1+R)^2}, \quad (3.77)$$

$$I_r^{\max} = I_0 \frac{4R}{(1+R)^2} \quad \text{і} \quad I_r^{\min} = 0? \quad (3.78)$$

Відповідь. Оскільки в формулах (3.75) і (3.76) $\sin^2 \frac{\delta}{2}$ змінюється від нуля (при $\frac{\delta}{2} = k\pi$) до одиниці (при $\frac{\delta}{2} = (2k+1)\frac{\pi}{2}$), то відповідно формул (3.75) і (3.76), інтенсивності змінюються неперервно, досягаючи максимуму і мінімуму при заданих R і T . Якщо покласти, що $\sin^2 \frac{\delta}{2} = 0$, то із формули (3.75), отримаємо формулу максимумів у прохідному світлі (перша формула (3.77)), а із формули (3.76), отримаємо формулу – мінімумів у відбитому світлі (друга формула (3.78)). Якщо покласти, що $\sin^2 \frac{\delta}{2} = 1$, то із формули (3.75), отримаємо формулу мінімумів в прохідному світлі (друга формула (3.77)), а із формули (3.76), отримаємо формулу максимумів у відбитому світлі (перша формула (3.78)).

Отже, формули (3.77) і (3.78) визначають максимальні і мінімальні значення інтенсивностей у прохідному і відбитому світлі в залежності від R і T .

Запитання 3.67. Картини розподілу інтенсивностей в прохідному і відбитому світлі у випадку багатопроменевої інтерференції взаємодоповнювальні. Що це означає?

Відповідь. Із (3.75) і (3.76) видно, що $I_r + I_\tau = I_0$, як це і повинно бути при відсутності поглинання. Дійсно:

$$\begin{aligned} I_\tau + I_r &= I_0 \left[\frac{T^2}{(1-R)^2 + 4R \sin^2 \frac{\delta}{2}} + \frac{4R \sin^2 \frac{\delta}{2}}{(1-R)^2 + 4R \sin^2 \frac{\delta}{2}} \right] = \\ &= I_0 \left[\frac{(1-R)^2}{(1-R)^2 + 4R \sin^2 \frac{\delta}{2}} + \frac{4R \sin^2 \frac{\delta}{2}}{(1-R)^2 + 4R \sin^2 \frac{\delta}{2}} \right] = I_0. \end{aligned} \quad (3.79)$$

Тут було використано, що $T + R = 1$.

Це говорить про те, що картини розподілу інтенсивностей в прохідному і відбитому світлі **взаємодоповнювальні**. У прохідному світлі інтенсивність буде максимальною, якщо різниця фаз між інтерферуючими променями $\delta = 2k\pi$ (де $k = 0, 1, 2, \dots$). У відбитому світлі навпаки ця умова визначає мінімуми інтенсивності. Інтенсивність буде мінімальною у прохідному світлі за умови, що $\delta = (2k+1)\pi$ (де $k = 0, 1, 2, \dots$).

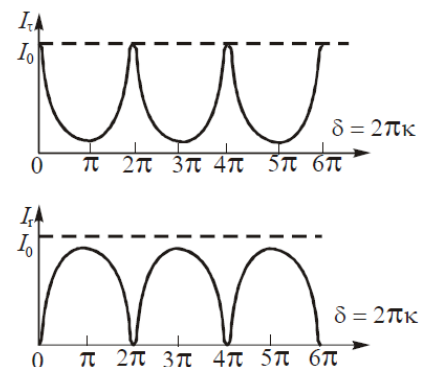


Рис. 3.28

У відбитому світлі ця умова визначає максимуми інтенсивностей (див. формули (3.77) і (3.78)). Викладене ілюструється графіками залежності інтенсивностей прохідного і відбитого світла від різниці фаз δ (рис. 3.28).

Запитання 3.68. Запишіть параметр видності і контрастність через коефіцієнт відбиття для прохідного світла для випадку багатопроменевої інтерференції.

Відповідь. Для того, щоб знайти параметр видності для прохідного світла, скористаємось формулами (3.77):

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{\frac{T^2}{(1-R)^2} - \frac{T^2}{(1+R)^2}}{\frac{T^2}{(1-R)^2} + \frac{T^2}{(1+R)^2}} = \frac{2R}{1+R^2}. \quad (3.80)$$

Контраст $\frac{I_{\max}}{I_{\min}}$ інтерференційної картини для прохідного світла:

$$\frac{I_{\max}}{I_{\min}} = \frac{\frac{T^2}{(1-R)^2}}{\frac{T^2}{(1+R)^2}} = \frac{(1+R)^2}{(1-R)^2}. \quad (3.81)$$

Оскільки для відбитого світла $I_r^{\min} = 0$, то і видність і контраст дорівнюють 1 (див. формули (3.78)).

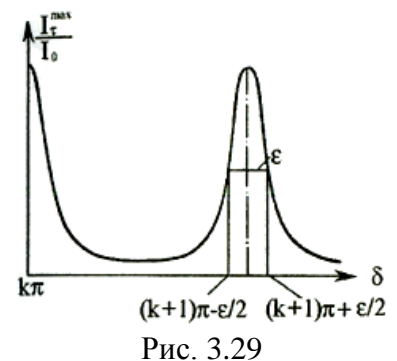
Запитання 3.69. Що таке різкість смуг і від яких параметрів, що характеризують багатопроменеву інтерференцію, вона залежить? Запишіть формулу різкості.

Відповідь. Для характеристики контура інтерференційної смуги часто користуються величиною, яка називається **різкістю** F . Вона визначається, як відношення відстані між двома сусідніми інтерференційними максимумами до ширини смуги ε (ширина смуги вимірюється в радіанах або в градусах як і δ):

$$F = \frac{\pi}{\varepsilon}. \quad (3.82)$$

Тут π – відстань між двома сусідніми максимумами $[(k+1)\pi - k\pi = \pi]$.

Під шириною смуги розуміють відстань між двома точками по обидві сторони максимуму, в яких інтенсивність складає половину максимальної величини, тобто $I_{\max} / I_0 = 1/2$. Такі значення отримують-



ся при $\frac{\delta}{2} = k\pi \mp \frac{\varepsilon}{2}$, де k – ціле число (див. рис. 3.29).

Далі скористаємось формулою (3.75) і перепишемо її так:

$$\frac{I_r^{\max}}{I_0} = \frac{1}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2 \frac{\delta}{2}}. \quad (3.83)$$

Тут враховано, що $T = 1 - R$. Оскільки $\frac{\delta}{2} \leq k\pi \mp \frac{\varepsilon}{2}$, то формула (3.83) запишеться так:

$$\frac{I_r^{\max}}{I_0} = \frac{1}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2 \frac{\varepsilon}{2}} \quad \text{або} \quad \frac{I_r^{\max}}{I_0} = \frac{1}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \frac{\varepsilon^2}{4}}. \quad (3.85)$$

Тут $\sin^2 \frac{\varepsilon}{2}$ замінено на $\frac{\varepsilon^2}{4}$, оскільки ε величина мала. I_r^{\max} буде рівне $\frac{I_r^{\max}}{I_0} = \frac{1}{2}$,

коли $\frac{R\varepsilon^2}{(1-R)^2} = 1$. Тоді ширина смуги визначиться виразом:

$$\varepsilon = \frac{1-R}{\sqrt{R}}. \quad (3.86)$$

І остаточно підставляючи (3.86) в (3.82) маємо:

$$F = \frac{\pi}{\varepsilon} = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R}. \quad (3.87)$$

Запитання 3.70. Що таке інтерферометр?

Відповідь. Інтерферометрами називають оптичні пристрої, за допомогою яких можна просторово розділити два промені і створити між ними певну різницю ходу. Після їх сполучення спостерігається перерозподіл потоку світлової енергії, тобто явище інтерференції. Спостереження інтерференційної картини не є метою дослідження, а засобом проведення того чи іншого вимірювання. Як правило, за допомогою інтерферометрів розв'язують певні фізичні і технічні задачі: вимірювання довжин або кутів, визначення показників заломлення, дослідження структури спектральних ліній тощо.

Запитання 3.71. З'ясуйте будову і принцип дії та практичні застосування інтерферометра Майкельсона.

Відповідь. Схема інтерферометра Майкельсона наведена на рис. 3.30. Будова і принцип дії інтерферометра описані в [1], ст. 108, 109.

За допомогою інтерферометра Майкельсона були виконані фундаментальні фізичні дослідження: вперше було проведено систематичне дослідження тонкої структури спектральних ліній і виконано перше пряме порівняння еталонного метра з довжиною світлової хвилі, знаменитий дослід Майкельсона-Морлі, метою якого було виявлення руху Землі відносно ефіру. Хоч інтерферометр Майкельсона сьогодні дещо застарів його використовують для вимірювання довжин, показників заломлення, для спектрального аналізу світла. У видозміненому вигляді він використовується для контролю якості різних компонентів оптичних приладів.

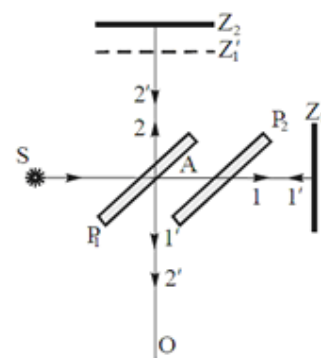


Рис. 3.30

Запитання 3.72. Як буде виглядати інтерференційна картина, отримана в інтерферометрі Майкельсона, якщо дзеркало Z_1 повернути на невеликий кут α навколо осі, перпендикулярної до площини рисунка (рис. 3.31).

Відповідь. У випадку, якщо дзеркала Z_1 і Z_2 є строго взаємно перпендикулярні, інтерференція виникає на плоско паралельному повітряному прошарку, що утворився між дзеркалом Z_2 і уявним зображенням дзеркала Z_1' в пластинці P_1 . Якщо прошарок строго плоскопаралельний, то виникнуть інтерференційні смуги рівного нахилу у вигляді кілець з центром в точці збігання променів, які паралельно відбилися від поверхонь Z_2 і Z_1' . При малій товщині повітряного прошарку спостерігаються різкі інтерференційні кільця великого діаметра. Збільшуючи товщину повітряного прошарку (збільшуючи довжину плеча AZ_2) порядок кілець збільшуватиметься і вони будуть зміщуватися в напрямку від центра.

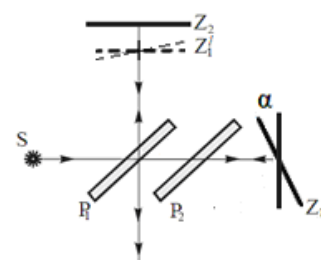


Рис. 3.31

Якщо змінити положення дзеркала Z_1 (повернути його на невеликий кут α), то зміниться і положення його зображення Z_1' і тоді між дзеркалом Z_2 і зображенням дзеркала Z_1' виникне не повітряний плоскопаралельний прошарок, а повітряний клин. Внаслідок інтерференції променів, які відбиваються від поверхонь клина виникнуть смуги рівної товщини, паралельні ребру клина. Чим менший буде кут α , тим контрастнішою буде інтерференційна картина.

Запитання 3.73. Якою буде інтерференційна картина, отримана в інтерферометрі Майкельсона, якщо дзеркало Z_1 замінити сферичним опуклим (вгнути) дзеркалом?

Відповідь. Якщо плоске дзеркало Z_2 замінити сферичним опуклим або вгнутиим дзеркалом (рис. 3.32), то виникне інтерференція в результаті взаємодії (накладання) плоскої і сферичної хвиль з радіусом сферичної поверхні, рівним фокусній відстані дзеркала. Дзеркала Z_1 і Z_1' (зображення) опуклого (вгнутого) дзеркала утворять повітряний прошарок, подібний до повітряного прошарку, що утворюється між опуклою (вгнутою) поверхнею лінзи і плоскою поверхнею плоскопаралельної пластинки (рис. 3.32).

На повітряному прошарку виникнуть кільця Ньютона. Якщо опукле дзеркало переміщати вперед, то світлі кільця по краях розсуватимуться і згущатимуться в центрі, оскільки різниця ходу хвиль зменшуватиметься. У випадку вгнутого дзеркала все буде навпаки. Коли вгнуте дзеркало переміщати вперед, кільця розсуватимуться в центрі і згущатимуться по краях. Центральне кільце лежить на перетині дзеркал Z_1 і Z_1' .

Запитання 3.74. Покажіть, яким чином можна використати інтерферометр Майкельсона для контролю якості оптичних деталей?

Відповідь. В одне із плечей інтерферометра розміщується досліджувана лінза L_2 , а плоске дзеркало замінюється сферичним опуклим дзеркалом, центр кривизни якого співпадає з фокусом лінзи L_2 (рис. 3.32), тому паралельний пучок світла, відбившись від дзеркала, проходить знову лінзу L_2 . Якщо якість поверхонь досліджуваної лінзи добра, то пучок світла, який вийшов із неї, залишається паралельним. При наявності аберацій в полі зору інтерферометра видні темні смуги в тих місцях, де лінза вносить додаткову різницю ходу. Крім того

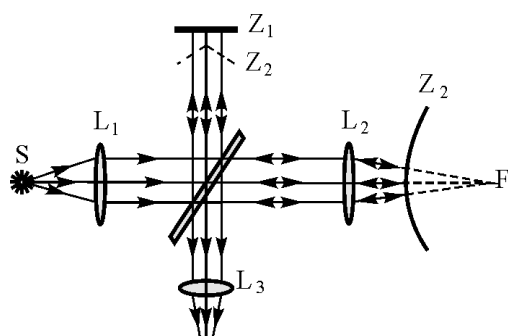


Рис. 3.32

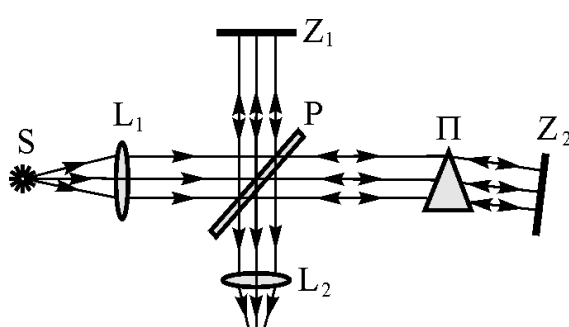


Рис. 3.33

цей метод дозволяє виявляти і неоднорідності скла, із якого виготовлена лінза.

Інтерферометр Майкельсона перебудований таким чином називають **інтерферометром Майкельсона-Тваймана**.

В іншому випадку інтерферометр Майкельсона перебудований так, що за допомогою його можна контролювати якість тригранних призм і плоскопаралельних пластинок. Такий інтерферометр називають **інтерферометром Тваймана-Гріна**, схема одного із варіантів якого наведена на рис. 3.33. Якщо призма $П$

є оптично досконалою, то різниця ходу інтерференційних променів залишається сталою по всьому перерізу пучок і, значить, поле після лінзи L_2 буде рівномірно освітлене. Якщо ж рівномірність освітлення порушується і спостерігається інтерференційна картина, то це означає, що призма недостатньо оптично досконала. По спостереженню інтерференційної картини визначають характер недосконалості призми і усувають її.

Запитання 3.75. Покажіть, як явище інтерференції використовується для дослідження чистоти оброблених поверхонь, визначення малих кутів і довжин, показників заломлення речовин тощо.

Відповідь. Інформацію з даного запитання можна почерпнути в [1], ст. 100 – 104, частково у відповідях на запитання 3.72 – 3.74.

Запитання 3.76. З'ясуйте будову та принцип дії інтерферометрів Фабрі-Перо і Луммера-Герке і їх практичні застосування.

Відповідь. Інтерферометр Фабрі-Перо – багатопроменевий інтерферометр складається із двох скляних або кварцових пластинок P_1 і P_2 між якими, як правило, знаходиться повітря (рис. 3.34). Внутрішні поверхні пластинок строго паралельні і покриті високо відбиваючими плівками (срібло, алюміній, деякі діелектрики) з коефіцієнтом відбиття $R = 0,90 - 0,99$. Паралельність поверхонь досягається за допомогою розпірного кільця, яке розміщується між пластинами. Інтерферометр, в якому використовуються розпірні кільця, називається **еталонном Фабрі-Перо**.

Інтерферометр Фабрі-Перо можна розглядати, як плоскопаралельну повітряну пластинку, на якій відбувається багаторазове відбивання світлових променів з наступною їх інтерференцією.

Інтерференційна картина має вигляд концентричних кілець рівного нахилу (рис. 3.34), різкість яких залежить від коефіцієнта відбиття дзеркальних поверхонь пластинок.

Порядок інтерференції, який відраховується від краю до центра, визначається відстанню між пластинками. Так, наприклад, при $t = 2$ мм, $k = 20000$.

Інтерферометр Фабрі-Перо широко використовується для спектральних досліджень. Принцип інтерферометра Фабрі-Перо використовується в об'ємних резонаторах оптичних квантових генераторів.

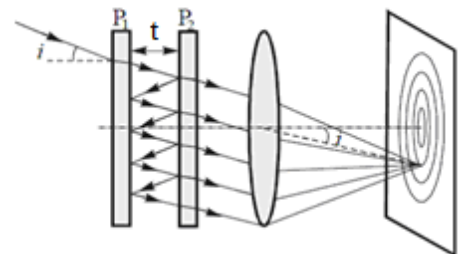


Рис. 3.34

Інтерферометр Луммера-Герке – плоско паралельна пластинка, виготовлена із високооднорідного скла або плавленого кварцу товщиною від 3 до 10 мм і довжиною 30 см. В одному випадку один кінець пластинки зрізаний (рис. 3.35), в другому – збоку на кінці пластинки приклеюється додаткова призмочка повного внутрішнього відбивання (рис. 3.36).

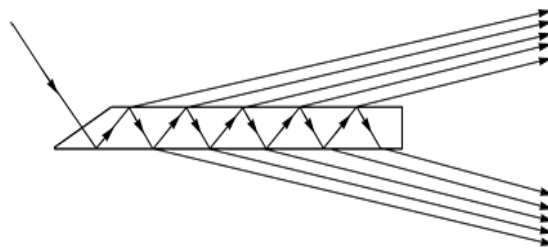


Рис. 3.35

В обох випадках напрямок падаючих променів повинен бути таким, щоб кут падіння на межі скло-повітря був близьким до граничного кута повного відбивання. Тоді коефіцієнт відбивання мало відрізняється від одиниці і утворюється велика кількість когерентних світлових пучків, які інтерферують. Кількість інтерферуючих пучків N виражається формулою:

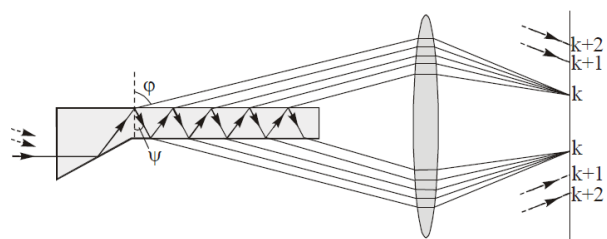


Рис. 3.36

$$N = \frac{L}{2t} \sqrt{n^2 - 1}, \quad (3.88)$$

де L – довжина пластинки, t – її товщина, n – показник заломлення пластинки. Порядок інтерференції для пластинки Луммера-Герке:

$$k = \frac{2t \sqrt{n^2 - 1}}{\lambda}. \quad (3.89)$$

Якщо $t = 5$ мм, $n = 1,55$, $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$ м, $k = 23000$.

Пластинка Луммера-Герке використовується в комбінації з іншими спектральними приладами для дослідження тонкої структури спектральних ліній.

Запитання 3.77. Якою умовою визначається положення інтерференційних максимумів, що спостерігаються в інтерферометрі Фабрі-Перо? Де знаходяться смуги вищих порядків – ближче до центра, чи далше від нього? Як залежить ширина смуги від порядку інтерференції k , товщини еталона t (рис. 3.34) і довжини хвилі світла λ ?

Відповідь. Інтерференційна картина, яку дає інтерферометр Фабрі-Перо, складається із концентричних кілець рівного нахилу (див. рис. 3.34). Положення світлих кілець визначається умовою:

$$2t \cos i = k \lambda, \quad (3.90)$$

де i – кут між променем, який виходить із пластинки і нормаллю до неї, t – товщина еталона (див. рис. 3.34), k – порядок інтерференції (смуги), λ – довжина хвилі. Із (3.90) маємо:

$$k = \frac{2t \cos i}{\lambda}. \quad (3.91)$$

Із формули (3.91) видно, що із збільшенням кута i , тобто радіуса кілець, порядок інтерференції зменшується.

Якщо вираз (3.90) продиференціювати i , маючи на увазі, що k змінюється на одиницю, отримаємо:

$$\delta i = \frac{\lambda}{2t \sin i}. \quad (3.92)$$

Із (3.92) видно, що ширина смуг із збільшенням довжини хвилі λ і порядку інтерференції k збільшується, і зменшується при збільшенні товщини еталона t .

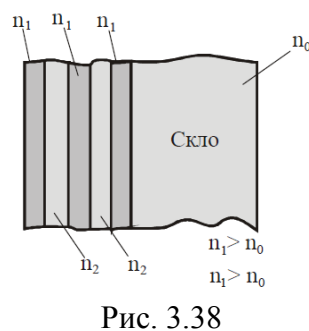
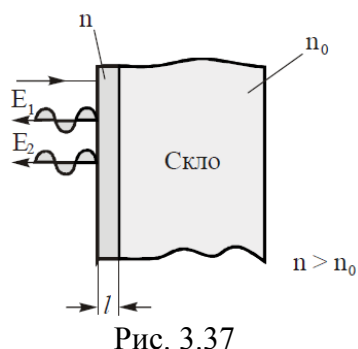
Запитання 3.78. Плоскопаралельні пластинки в інтерферометрі Фабрі-Перо називають просто дзеркалами. Якими перевагами володіють дзеркала з багат шаровими діелектричними покриттями в порівнянні з металічними?

Відповідь. Із формули (3.87) (див. відповідь на запитання 69) видно, що різкість інтерференційної картини повністю визначається коефіцієнтом відбиття R . Вона зростає із зростанням R . Необхідне для досягнення доброї різкості велике значення R часто досягають нанесенням тонкого металічного покриття (срібло, алюміній) шляхом термічного випаровування у вакуумі. Однак, добре відомо, що металічні плівки сильно поглинають електромагнітні хвилі. В цьому випадку $T = 1 - R - A$, де A – доля світлового потоку, що поглинається шаром металу. Прості розрахунки показують, що невелике поглинання світла призводить до зміни пропускання, іноді до істотної зміни. Тому у сучасних інтерферометрах Фабрі-Перо замість металічних дзеркал використовують багат шарові діелектричні покриття, які забезпечують високий коефіцієнт відбиття і в той же час не поглинають світла. Отже дзеркала з багат шаровими діелектричними покриттями забезпечують значно більшу інтенсивність в інтерференційних максимумах, ніж дзеркала з металічними покриттями.

Запитання 3.79. З'ясуйте суть методики отримання високо відбиваючих багат шарових діелектричних покриттів. В чому їх принцип дії?

Відповідь. Нанесемо на поверхню скла з показником заломлення n_0 діелектричну плівку з показником заломлення $n > n_0$ і оптичною товщиною $nl = \lambda / 4$. При цьому світлові хвилі, які відіб'ються від першої і другої граней плівки, будуть мати різницю ходу $\frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{2} = \lambda$, тобто вони будуть співфазними і підсилять одна одну (рис. 3.37).

Однак, досягнути високих коефіцієнтів відбиття ($>30\%$) в такий спосіб



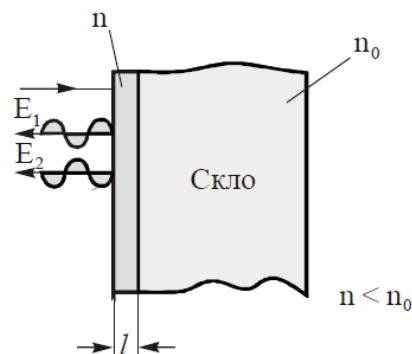
практично неможливо. Для підсилення ефекту переходять від двопроменевої до багатопроменевої інтерференції. Для цього використовують багат шарове відбивання. На скло наносять декілька шарів діелектричної плівки однакової оптичної товщини ($n_i l_i = \lambda / 4$), але з різними показниками заломлення: між шарами з більшим показником заломлення n_1 розміщують діелектричний шар з малим показником заломлення n_2 (рис. 3.38). Якщо на поверхню скла нанести 11–13 шарів, коефіцієнт відбиття сягне $R \cong 99\%$ в області шириною $>500 \text{ \AA}$. Дзеркала з такими коефіцієнтами відбиття потрібні в лазерній техніці (детальніше див. [1], ст. 113 – 116).

Запитання 3.80. В чому полягає суть явища просвітлення оптики?

Відповідь. Просвітлення оптики – нанесення тонких діелектричних шарів на оптичні деталі з метою зміни коефіцієнта відбиття (пропускання), використовуючи при цьому явище інтерференції світла.

На поверхню оптичної деталі наноситься тонкий шар діелектрика з показником заломлення $n < n_0$, де n_0 – показник заломлення речовини оптичної деталі (рис. 3.39). Оптична товщина діелектричного шару $n l = \lambda / 4$. Очевидно, що різниця ходу хвиль, які відбилися від передньої і задньої поверхонь діелектричного шару буде дорівнювати $\frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{4} = \frac{\lambda}{2}$. В результаті інтерференції хвилі послабляють одна одну і коефіцієнт відбиття послабиться (коефіцієнт пропускання підсилиться). Однак, оскільки показники заломлення n і n_0 залежать від довжини хвилі, то відчутне збільшення коефіцієнта пропускання відбувається лише у деякому вузькому інтервалі довжин хвиль.

Щоб розширити інтервал довжин хвиль, де коефіцієнт пропускання різко зростає, використовують багат шарове покриття



поверхні оптичної деталі. Багатошарове просвітлення забезпечує високе пропускання світла в широкій ділянці спектра. Якщо поверхню оптичної деталі покрити шаром діелектрика з $n > n_0$, то підсилиться коефіцієнт відбиття (див. відповідь на запитання 3.79).

Запитання 3.81. Яка будова інтерференційних фільтрів? В чому полягає їх принцип дії?

Відповідь. За допомогою абсорбційних фільтрів, виготовлених із кольорового скла або зафарбованих желатинових плівок, можна виділити ділянку спектра шириною $\approx 500 \text{ \AA}$. Цю ділянку можна звузити від сотні до десятка ангстрем, якщо використовувати інтерференційні фільтри.

В якості інтерференційного фільтра можна використати інтерферометр Фабрі-Перо з дуже малою відстанню між пластинками (десятки довжин хвиль). Такий фільтр пропускає світло в інтервалі $\delta\lambda$ поблизу довжини хвилі λ_0 . Ширина максимумів визначається коефіцієнтом відбиття дзеркал інтерферометра. Побічні максимуми, які виникають, потрібно погасити, що призводить до втрати світлового потоку в основній смузі.

Другий тип інтерференційних фільтрів – це фільтри, в яких використовується явище просвітлення оптики. Такий фільтр складається із скляної пластинки, на яку нанесено кілька (15 – 20) діелектричних шарів, що не поглинають світла, поперемінно з великим і малим показником заломлення. Зверху діелектричні шари захищаються іншою пластинкою. Для різних ділянок спектра використовуються різні речовини.

Запитання 3.82. Є дві тонкі плівки, виготовлені із однієї і тієї ж речовини. При освітленні їх білим світлом, промені якого нормальні до поверхні плівок, одна з них здається червоною, а друга – синьою. Чи можна сказати, яка з цих плівок є товщою? Чи можна вирахувати товщину плівок? Якщо ні, то що для цього ще потрібно?

Відповідь. Різниця ходу променів, що відбиваються від поверхонь плівок визначається формулою:

$$\Delta = 2t\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1} - \frac{\lambda}{2}, \quad (3.93)$$

де t – товщина плівки, n – показник заломлення речовини плівки i_1 – кут падіння променя на плівку, λ – довжина хвилі світла. Оскільки $i_1 = 0$, $\sin i_1 = 0$, то

$$\Delta = 2tn - \frac{\lambda}{2} \quad (3.94)$$

Якщо

$$2tn - \frac{\lambda}{2} = k\lambda \quad \text{або} \quad 2tn = (2k+1)\frac{\lambda}{2}, \quad (3.95)$$

то плівка виявиться світлою. Для нашого випадку формула (3.95) запишеться так:

$$\left. \begin{aligned} 2t_1 n &= (2k+1)\frac{\lambda_q}{2}, \\ 2t_2 n &= (2k+1)\frac{\lambda_c}{2}. \end{aligned} \right\} \quad (3.96)$$

За виконання умов (3.96) одна із плівок з товщиною t_1 , буде здаватися червоною, друга з товщиною t_2 – синьою. Очевидно, що $t_1 \neq t_2$ ($t_1 > t_2$). Із рівнянь (3.96) вирахувати t_1 і t_2 не можна, оскільки невідоме n .

Запитання 3.83. Чи зміниться (і як) розмір інтерференційних кілець при зміні повітряного прошарку в еталоні Фабрі-Перо на скляний ($n_c = 1,55$)?

Відповідь. Умовою виникнення максимумів (світлих кілець) у інтерферометрі Фабрі-Перо є:

для повітряного прошарку:

$$2t \cos i = k\lambda, \quad (3.97)$$

для скляного прошарку:

$$2tn_c \cos i = k\lambda, \quad (3.98)$$

де t – товщина еталона, $n_{\text{нов}} = 1$, n_c – показник заломлення скла, i – кут між променем, який виходить із пластинки і нормаллю до неї, k – порядок інтерференції, λ – довжина світлової хвилі (рис. 3.36). Із (3.98) маємо:

$$\cos i = \frac{k\lambda}{2tn}. \quad (3.99)$$

Із аналізу формули (3.99) випливає, що при заміні повітряного прошарку в інтерферометрі Фабрі-Перо на скляний $\cos i$, що відповідає k -му порядку інтерференції, зменшиться в n -разів (n входить в знаменник формули (3.99)), а значить зменшиться і кутовий радіус кільця.

Запитання 3.84. Як зміниться інтерференційна картина, яка створюється пластинкою Луммера-Герке із крона ($n_k = 1,5$), якщо одна поверхня її буде занурена у сірководень ($n_{\text{св}} = 1,75$)?

Відповідь. Якщо пластинка Луммера-Герке знаходиться в повітрі, то промені виходять з

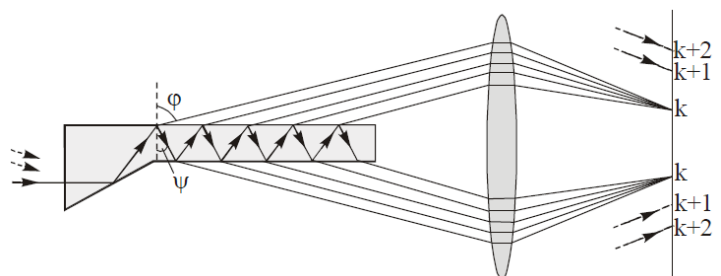


Рис. 3.40

обох сторін пластинки під одним і тим же кутом (див. рис. 3.40) і інтерференційна картина буде симетричною відносно центра картини. Якщо одну із поверхонь пластинки занурити у сірководень ($n_{ce} > n_k$), то кут виходу φ променів з цієї поверхні зменшиться і положення інтерференційних максимумів, що виникають у цих променях, змістяться від центра і картина виявиться в цілому не симетричною.

Запитання 3.85. Як, користуючись явищем кілець Ньютона, можна визначити швидкість поширення світла у воді, знаючи швидкість поширення світла у вакуумі?

Відповідь. Радіус світлого кільця Ньютона у відбитому світлі, якщо проміжок між поверхнями лінзи і пластинки заповнений повітрям

$$r_k^{nov} = \sqrt{\frac{R\lambda(2k-1)}{2}}. \quad (3.100)$$

Якщо проміжок між поверхнями лінзи і пластинки заповнити водою, то

$$r_k^e = \sqrt{\frac{R\lambda(2k-1)}{2n}}, \quad (3.101)$$

де R – радіус опуклої поверхні лінзи, λ – довжина хвилі світла, k – порядок інтерференційних максимумів, n – показник заломлення води. Із (3.100) і (3.101) маємо

$$\frac{(r_k^{nov})^2}{(r_k^e)^2} = n. \quad (3.102)$$

Оскільки $n = c/v$ (де v – швидкість поширення світла у воді, c – швидкість поширення світла у вакуумі), то

$$\frac{(r_k^{nov})^2}{(r_k^e)^2} = \frac{c}{v}, \quad (3.103)$$

звідки

$$v = \frac{(r_k^{nov})^2}{(r_k^e)^2} c. \quad (3.104)$$

Отже, щоб розрахувати швидкість поширення світла у воді необхідно експериментально визначити радіуси k -их кілець Ньютона у воді і у вакуумі.

Запитання 3.86. Яка черговість кольорів в k -ій світлій смузі у досліді із дзеркалами Френеля, якщо на дзеркала падає біле світло?

Відповідь. Відстань від центра екрана до k -ої світлої смуги визначається формулою:

$$l_k = k \frac{L_0 + r}{2r\varphi} \lambda. \quad (3.105)$$

Тут L_0 – відстань від ребра склейки дзеркал до екрана, r – відстань від уявних зображень джерел до дзеркал, φ – кут між дзеркалами, $L_0 + r$ – відстань від уявних зображень джерела до екрана, λ – довжина світлової хвилі, k – порядок інтерференційних смуг (див. рис. 3.41).

Оскільки $l_k \sim \lambda$ (див. ф-лу (3.105)), то звідси випливає, що в кожній k -ій світлій смузі фіолетовий колір буде знаходитися ближче до центра, а червоний – далі від центра.

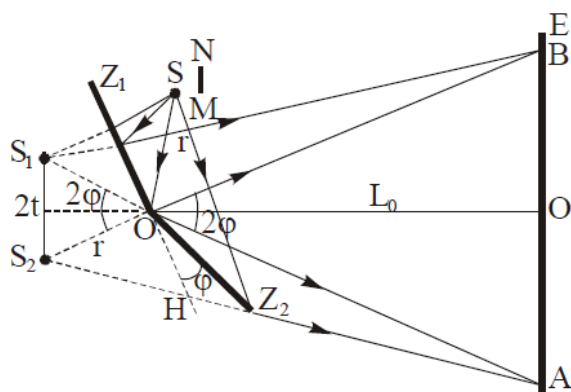


Рис. 3.41

Запитання 3.87. Знайдіть формулу розподілу інтенсивності $I(l)$ на екрані у випадку інтерференції на дзеркалах Френеля. Кут між дзеркалами φ , r – відстань джерела до ребра стику дзеркал, L_0 – відстань від ребра стику дзеркал до екрана, λ – довжина світлової хвилі.

Відповідь. Скористаємось формулою (3.21)

$$I = 2I_0(1 + \cos \delta), \quad (3.106)$$

де I_0 – інтенсивність інтерферуючих хвиль, $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta$ – різниця фаз, Δ – різниця ходу променів. Різниця ходу променів для нашого випадку буде рівна:

$$\Delta = \frac{l}{L_0 + r} 2t, \quad (3.107)$$

де $L_0 + r = L$ – відстань від зображень джерела до екрана (див. формулу (3.36) в [1], ст. 59). Тоді

$$\delta = \frac{4\pi lt}{(L_0 + r)\lambda} \quad \text{або} \quad \delta = \frac{4\pi l\varphi r}{(L_0 + r)\lambda}. \quad (3.108)$$

І остаточно

$$I(l) = 2I_0 \left(1 + \cos \frac{4\pi l\varphi r}{(L_0 + r)\lambda} \right). \quad (3.109)$$

Тут l – відстань від центра екрана до точки спостереження, $2t = 2r\varphi$.

Запитання 3.88. Знайдіть відстань l_k від центра картини до k -ої світлої смуги на екрані у досліді з біпризмою Френеля. Заломний кут біпризми φ , відстань від джерела до біпризми r , відстань від біпризми до екрана L_0 , показник заломлення речовини призми n , довжина світлової хвилі λ (рис. 3.42).

Відповідь. Відстань від центра картини до k -ої світлої смуги виражається формулою:

$$l_k = k \frac{\lambda}{2t} L, \quad (3.110)$$

де L – відстань від когерентних джерел до екрана, $2t$ – відстань між джерелами, λ – довжина світлової хвилі, k – порядок інтерференційного максимуму. Із рис. 3.42 знаходимо, що $2t = 2r(n-1)\varphi$, $L = L_0 + r$. Тоді

$$l_k = k \frac{\lambda}{2t} L = k \frac{(L_0 + r)\lambda}{2r(n-1)\varphi}. \quad (3.111)$$

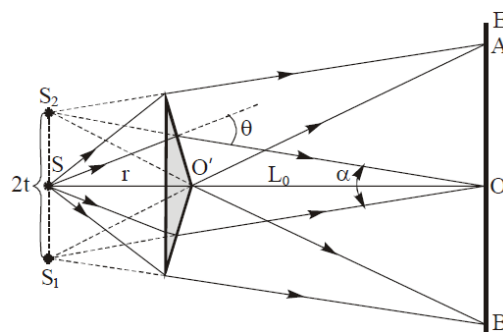


Рис.3.42

Запитання 3.89. Між двома плоскими дзеркалами розміщено точкове джерело світла S . Після включення джерела на екрані появляються світлі і темні смуги. Зарисуйте схему досліду і поясніть явище.

Відповідь. Світлові промені, які відбиваються від дзеркал є когерентні і там, де вони будуть накладатися (в області фігури $OMA'O'BN$), будуть інтерферувати. Інтерференційна картина, як і в більшості інших дослідів, нелокалізована. Якщо екран пересувати до установки або від неї, то ширина інтерференційної картини змінюватиметься. Когерентними джерелами світла є уявні зображення S_1S_2 джерела S (див. рис. 3.43).

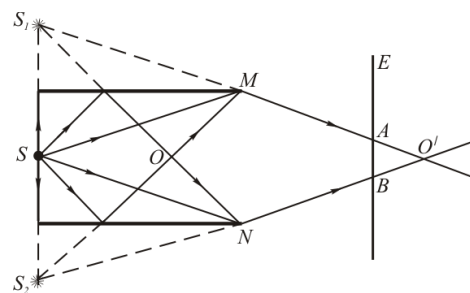


Рис. 3.43

Запитання 3.90. Який показник заломлення повинен мати матеріал просвітлюючого шару на поверхні скла з показником заломлення $n_c = 1,52$, щоб він максимально збільшував коефіцієнт пропускання світла?

Відповідь. Для збільшення коефіцієнта пропускання (зменшення коефіцієнта відбиття) методом просвітлення оптики на поверхню оптичної деталі наноситься тонкий шар прозорого діелектрика з показником заломлення $n < n_0$, де $n_0 = n_c$ – показник заломлення матеріалу оптичної деталі. Оптична товщина діелектричного шару повинна задовольняти умові $nl = \lambda / 2$, де l – товщина шару. В результаті інтерференції хвиль, що відбилися від передньої і задньої граней хвилі, послаблюють одна одну. Однак найбільше послаблення відбувається, коли амплітуди інтерферуючих хвиль близькі за величиною. Це може мати місце за умови, що

$$n \cong \sqrt{n_0}. \quad (3.112)$$

Враховуючи, що $n_0 = n_c = 1,52$, маємо:

$$n = \sqrt{n_c} = \sqrt{1,52} = 1,23.$$

Отже, показник заломлення діелектричного просвітлюючого шару, який би максимально підсилював пропускання світла $n = 1,23$.

Запитання 3.91. За якої різниці фаз дві когерентні хвилі підсилять одна одну?

Відповідь. Припустимо, що інтенсивність хвиль однакова $I_1 = I_2 = I_0$. Тоді результуюча інтенсивність в певній точці простору при накладанні цих хвиль така:

$$I = 2I_0(1 + \cos \delta), \quad (3.113)$$

де δ – різниця фаз хвиль в даній точці простору. Якщо, $\delta = 2k\pi$, то $I = 4I_0$ – виникне підсилення. Якщо, $\delta = (2k + 1)\pi$, то $I = 0$, – виникне мінімум (тут $k = 0, 1, 2, \dots$). При проміжних значеннях виникнуть проміжні між I_{\max} і $I_{\min} = 0$ значення результуючої інтенсивності.

Запитання 3.92. Що виражає формула

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta? \quad (3.114)$$

Відповідь. Формула (3.114) виражає зв'язок різниці фаз δ із різницею ходу Δ світлових хвиль. Вивід даної формули див. в [1], ст. 54 – 55.

Запитання 3.93. Як і у скільки разів зміниться відстань між світлими інтерференційними смугами на екрані в досліді Юнга, якщо всю установку помістити у воду?

Відповідь. Результат накладання світлових хвиль визначається оптичною різницею ходу $\Delta' = n(L_2 - L_1)$, де n – показник заломлення середовища, в якому поширюються хвилі, L_1 і L_2 – геометричні шляхи променів (хвиль). Тоді, $\Delta = L_2 - L_1$ – геометрична різниця ходу.

Відомо, що в повітрі (у вакуумі)

$$\Delta = \frac{l}{L} 2t. \quad (3.115)$$

Тут l – відстань від центра екрана до точки де додаються світлові хвилі, $2t$ – відстань між когерентними джерелами світла, L – відстань від джерел до екрана (див. формулу (3.22)). Враховуючи (3.115), отримаємо

$$\Delta' = n\Delta = \frac{nl}{L} 2t. \quad (3.116)$$

Світлі смуги виникають в місцях, де $\Delta' = k\lambda$. Тоді

$$\frac{nl}{L} 2t = k\lambda \Rightarrow l_k = \frac{k\lambda nL}{2t}. \quad (3.117)$$

Тут l_k – відстань від центра екрана до k -ої світлої смуги. Знаючи l_k , легко знайти $\Delta l = l_{k+1} - l_k$ – відстань між світлими смугами:

$$\Delta l = l_{k+1} - l_k = \frac{\lambda nL}{2t}. \quad (3.118)$$

Відстань між світлими смугами, якщо установка знаходиться у вакуумі,

$$\Delta l = \frac{\lambda L}{2t}. \quad (3.119)$$

Із формул (3.118) і (3.119) видно, що при зануренні установки Юнга у воду, відстань між інтерференційними смугами збільшиться в n раз.

Запитання 3.94. Яка роль дзеркал і призми у відомих методах Френеля здійснення інтерференції?

Відповідь. Дзеркала Френеля, які розміщені одне до одного під кутом близьким до 180° , як і біпризма Френеля з малим заломним кутом ($\varphi \approx 20'$), розділяють світловий пучок, який на них падає від щілинного джерела, на два когерентні пучки, які поширюються далі так, що в деякій області простору накладаються і інтерферують. В обох випадках інтерференційна картина нелокалізована.

Запитання 3.95. Яка із фізичних величин є визначальною при утворенні інтерференційних смуг рівної товщини?

Відповідь. При інтерференції світла на пластинках (плівках) змінної товщини умовою виникнення світлих смуг (максимумів) є:

$$2t\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1} - \frac{\lambda}{2} = k\lambda, \quad (3.120)$$

де t – товщина пластинки, n – її показник заломлення, i_1 – кут падіння променя на поверхню плівки, λ – довжина світлової хвилі, $k = 0, 1, 2, \dots$ – порядок інтерференції.

Якщо кут між поверхнями пластинки малий, а джерело світла розміщено достатньо далеко, то можна вважати, що $i_1 = \text{const}$. Оскільки величини, які входять в формулу (3.120) є сталими, змінною є тільки величина t , товщина пластинки. Отже, визначальною при утворенні інтерференційних смуг рівної товщини, є товщина t пластинки.

Запитання 3.96. Якого кольору світла смуга в центрі кілець Ньютонa у прохідному світлі при освітленні приладу білим світлом?

Відповідь. При спостереженні кілець Ньютона у відбитому світлі центр інтерференційної картини завжди темний. Це пояснюється тим, що при відбиванні світла від поверхні плоско паралельної пластинки (див. рис. 3.44, точка C) промінь світла, міняє свою фазу на протилежну, внаслідок чого відбиті промені в центрі картини погасять один одного. У прохідному світлі подібної зміни фази не спостерігається і центральна смуга буде завжди світлою.

При освітленні установки білим світлом кожна із його складових в центрі картини в прохідному світлі утворить свою світлу смугу і, накладаючись одна на одну, центр картини виявиться білим.

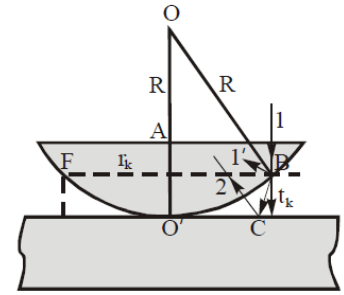


Рис. 3.44

Запитання 3.97. Виведіть формулу радіуса k -ого світлого інтерференційного кільця Ньютона у відбитому світлі для випадку, коли проміжок між поверхнями скляної лінзи і плоско паралельної пластинки заповнений прозорою рідиною з показником заломлення n ($n > n_c$).

Відповідь. Нехай світло падає нормально до поверхні лінзи (рис. 3.44). Оптична різниця ходу Δ між променями, відбитими від поверхонь прошарку рідини з показником заломлення n , визначиться формулою:

$$\Delta = 2t\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1} - \frac{\lambda}{2} \quad (3.121)$$

Оскільки $i_1 = 0$, то

$$\Delta = 2tn - \frac{\lambda}{2}. \quad (3.122)$$

У формулі (3.121) перед $\lambda/2$ стоїть знак « $-$ » оскільки світлова хвиля втрачає півхвилі при відбиванні на межі поділу «скло-рідина».

Умовою виникнення k -ого максимуму (k -ого світлого кільця) є:

$$2t_k n - \frac{\lambda}{2} = k\lambda, \quad (3.123)$$

звідки

$$t_k = \frac{(2k+1)\lambda}{4n}. \quad (3.124)$$

Радіус k -ого світлого кільця визначимо із рис. 3.44.

$$r_k^2 = R^2 - (R - t_k)^2 = R^2 - R^2 + 2Rt_k - t_k^2,$$

звідки

$$r_k^2 = 2Rt_k. \quad (3.125)$$

Тут, оскільки $t_k \ll R$, t_k^2 у формулі (3.125) знехтувано. Тоді, враховуючи формулу (3.124), отримаємо:

$$r_k^2 = 2R \frac{(2k+1)\lambda}{4n} = \frac{R\lambda(2k+1)}{2n},$$

або

$$r_k = \sqrt{\frac{R\lambda(2k+1)}{2n}}. \quad (3.126)$$

Якщо проміжок між поверхнями лінзи і плоско паралельної пластинки заповнений рідиною з $n < n_c$, то формула (3.126) набуде такого вигляду:

$$r_k = \sqrt{\frac{R\lambda(2k-1)}{2n}}. \quad (3.127)$$

Зверни увагу!

В обох випадках, і коли $n > n_c$, і коли $n < n_c$, радіуси світлих кілець Ньютона будуть меншими за відповідні радіуси кілець, коли між поверхнями лінзи і плоско паралельної пластинки є повітряний прошарок.

Запитання 3.98. Припустимо, що біле світло падає на дві щілини, одна з яких закрита червоним фільтром ($\lambda = 7 \cdot 10^{-7} \text{ м}$), а друга – голубим ($\lambda = 4,5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$). Опишіть інтерференційну картину, яка виникне на екрані.

Відповідь. Необхідною умовою інтерференції світла є, щоб світло, яке випромінюється щілинами, було однієї довжини. Якщо різниця ходу хвиль, що йдуть від щілин $\Delta = 2k \frac{\lambda}{2} = k\lambda$, то вони підсилять одна одну; якщо ж $\Delta = (2k+1) \frac{\lambda}{2}$, то вони погасять одна одну. Якщо в якусь точку простору приходять світлові хвилі різних довжин (як це за умовою задачі), то вони не можуть ні погасити одна одну, а ні підсилити одна одну. Поле на екрані в даному випадку буде рівномірно освітлене сумішшю червоного і голубого світла.

Запитання 3.99. Якою повинна бути різниця ходу двох променів, щоб їх інтерференція була послаблюючою?

Відповідь. Послаблюючою інтерференція є в тому випадку, коли різниця ходу хвиль Δ дорівнює непарному числу півхвиль:

$$\Delta = (2k+1) \frac{\lambda}{2}. \quad (3.121)$$

Запитання 3.100. Яку роль в досліді Юнга відіграє перший екран з однією щілиною? Що буде, якщо джерелом світла замість Сонця буде лазер?

Відповідь. Нехай, екран з двома щілинами, освітлюється світлом, що випромінюється джерелом скінчених розмірів (Сонцем). Якщо дві точки на поверхні джерела, які знаходяться на відстані l , випромінюють світлові хвилі, фаза яких відрізняється на π , то такі світлові хвилі просторово не когерентні. Якщо ж випромінюючі точки знаходяться на відстані меншій за l , то хвилі, що ними випромінюються, можна вважати наближено просторово когерентними. Тому, якщо джерело є протяжне (у досліді Юнга джерелом світла було Сонце), перший екран з невеликою щілиною пропускає світло, яке випромінюється такою малою частиною поверхні Сонця, що воно просторово когерентне. Елементарні розрахунки показують, що мінімальною площею поперечного перерізу світлового пучка, яка володіє просторовою когерентністю, є:

$$\sigma = \frac{\pi\lambda^2}{4\varphi^2}, \quad (3.129)$$

де φ – кутовий діаметр Сонця (диска джерела). Таку площу називають **площею просторової когерентності**.

Для строго плоских хвиль всі напрямки променів однакові ($\varphi = 0$), тому площа просторової когерентності σ є нескінченною. Світлові промені від лазерів характеризуються високою направленістю, яка недоступна ніяким іншим джерелам світла. Тому світло лазера високо просторово когерентне. Найлегше і найефективніше спостерігати явище інтерференції з використанням в якості джерел світла лазерів.

Запитання 3.101. Чому інтерференційні смуги, які розрізняльні у тонких плівках, наприклад, в мильних бульбашках, не спостерігаються у випадку товстих скляних пластинок?

Відповідь. У випадку інтерференції світла на тонких плівках і пластинках максимуми виникають за виконання умови:

$$2t\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1} - \frac{\lambda}{2} = k\lambda, \quad (3.130)$$

де t – товщина плівки (пластинки), n – показник заломлення, i_1 – кут падіння променя на пластинку, λ – довжина світлової хвилі, k – порядок інтерференції. Якщо світло високо монохроматичне, то особливих труднощів при спостереженні інтерференції навіть на товстих пластинках не виникає.

У випадку, якщо світло немонохроматичне, а характеризується деяким інтервалом довжин хвиль $\Delta\lambda$, то при даному куті падіння i_1 виникнуть максимуми від всіх довжин хвиль $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots$, які входять у заданий інтервал $\Delta\lambda$ і задовольняють умові:

$$\Delta = k\lambda_1 = (k+1)\lambda_2 = (k+2)\lambda_3 = \dots \quad (3.131)$$

В результаті відбудеться накладання смуг різних довжин. Із (3.130) видно, що чим більша товщина пластинки t , тим більша різниця ходу $\Delta = 2t\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1}$ і значення порядку інтерференції k . Порядок інтерференції k окрім того зв'язаний з допустимим спектральним інтервалом довжин хвиль, при якому інтерференційна картина ще буде розрізняльна співвідношенням:

$$(\Delta\lambda)_{cp} = \frac{\lambda}{k}. \quad (3.132)$$

Звідси стає зрозумілим, що чим більша різниця ходу (чим вищий порядок інтерференції), тим менший повинен бути дозволений інтервал довжин хвиль $\Delta\lambda$, тобто необхідна більша ступінь монохроматизації світла.

Знаючи $\Delta\lambda$ можна легко оцінити допустиму товщину пластинки (плівки) для спостереження інтерференції. Якщо $\lambda = 5000 \text{ \AA}$, $\Delta\lambda = 100 \text{ \AA}$, то $k = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = 50$. Це значення k і визначить допустиму різницю ходу $\Delta = k\lambda$, яка в свою чергу залежить від товщини плівки $\Delta = 2t\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1} - \frac{\lambda}{2}$. Звідси

$$t = \frac{k\lambda + \frac{\lambda}{2}}{2\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1}}. \quad (3.133)$$

Поклавши $n = 1,5$, $\sin i_1 = 0$ і, нехтуючи $\lambda/2$ в порівнянні з $k\lambda$, отримаємо:

$$t = \frac{50 \cdot 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}}{2 \cdot 1,5} \approx 8 \cdot 10^{-6} \text{ м} = 8 \text{ мкм}.$$

Отже, для спостереження інтерференції у складному світлі плівка повинна бути достатньо тонкою.

Запитання 3.102. Деякі просвітлені лінзи у відбитому світлі виблискують зеленим. Відбивання яких довжин хвиль гаситься повністю таким покриттям?

Відповідь. Очевидно покриття нанесене так, що повністю гаситься відбита короткохвильова (фіолетове і синє світло) і довгохвильова (червоне і оранжеве світло) частини спектра і менше центральна частина (зелене світло) [див. [1], ст. 112 – 116].

Запитання 3.103. Опишіть, яким чином інтерферометр Майкельсона можна було б використати для вимірювання показників заломлення газів в залежності від тиску.

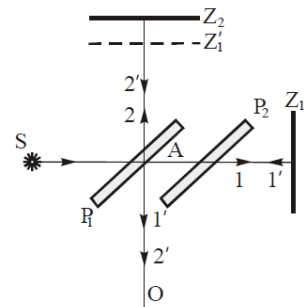


Рис. 3.45

Відповідь. Додатково, для цієї мети, окрім інтерферометра, потрібно мати дві абсолютно однакові кювети (трубки) з прозорими кінцями. Кювети розміщуються на шляху променів 1 і 2.

Якщо припустити, що плечі інтерферометра однакові, а в кюветах знаходиться повітря при однаковому тиску, то різниця ходу Δ променів 1 і 2 буде дорівнювати нулю ($\Delta = 0$).

Якщо одну із кювет заповнити газом відмінним від повітря, то між променями 1 і 2 виникне додаткова різниця ходу:

$$\Delta' = 2l(n_1 - n_2), \quad (3.134)$$

де l – довжина кювети, n_1 – показник заломлення повітря, n_2 – показник заломлення досліджуваного газу, яка викличе зсув інтерференційної картини на N смуг. Тобто

$$\Delta' = N\lambda, \quad (3.135)$$

де λ – довжина світлової хвилі.

Тоді

$$N\lambda = 2l(n_1 - n_2),$$

звідки

$$n_2 = \frac{2ln_1 - N\lambda}{l} = 2n_1 - \frac{N\lambda}{l}. \quad (3.136)$$

Змінюючи тиск газу в одній із кювет і вимірюючи зсув інтерференційної картини можна знайти залежність n_2 від тиску газу ($n_2 = f(P)$).

Запитання 3.104. У скільки разів зміниться інтенсивність світла у центрі екрана (рис. 3.46), якщо одну із щілин закрити?

Відповідь. Світло, яке виходить із щілин S_1 і S_2 є когерентним і на екрані буде спостерігатися інтерференційна картина. В точку O світлові хвилі придуть з різницею ходу $\Delta = 0$ і тому в центрі екрана завжди (в тому числі і в даному випадку) виникне світла смуга інтенсивності

$$I = 2I_0(1 + \cos \delta) = 2I_0(1 + \cos \frac{2\pi}{\lambda} \Delta) = 4I_0. \quad (3.137)$$

Тут $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta$ – різниця фаз.

Якщо одну із щілин закрити, то інтерференційна картина зникне, а інтенсивність в точці O буде рівна I_0 за умови, що світло розсіюється рівномірно.

Запитання 3.105. Припустимо, що одна із щілин в досліді з інтерференцією від двох щілин ширша за іншу і тому

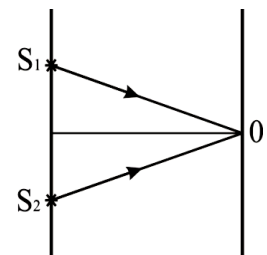


Рис. 3.46

інтенсивність прохідного світла через неї в двічі більша. Визначити залежність інтенсивності на екрані від кута θ .

Відповідь. Оскільки світло, яке падає на екран від щілин когерентне, то на екрані буде спостерігатися інтерференційна картина. Якщо скористатись формулою (3.35) (див. [1], ст. 55) можна знайти розподіл інтенсивності світла на екрані в залежності від різниці фаз. Тобто

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta = I_0 + 2I_0 + 2\sqrt{2I_0^2} \cos \delta = I_0(3 + 2\sqrt{2} \cos \delta). \quad (3.138)$$

Тут використано, що $I_1 = I_0$, $I_2 = 2I_0$; $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta$ – різниця фаз інтерферуючих хвиль, Δ – різниця ходу.

$$\Delta = \frac{l}{L} 2t. \quad (3.139)$$

Тоді

$$I = I_0 \left[3 + 2\sqrt{2} \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} \frac{l}{L} 2t \right) \right] = I_0 \left[3 + 2\sqrt{2} \cos \left(\frac{4\pi t}{\lambda} \sin \theta \right) \right]. \quad (3.140)$$

Тут $l/L = \operatorname{tg} \theta \approx \sin \theta$ (див. відповідь на запитання 3.19, рис. 3.4).

Запитання 3.106. Якою повинна бути мінімальна товщина повітряного прошарку між двома плоскими скляними пластинками, щоб скло при нормальному падінні зеленого світла здавалось: темним; світлим?

Відповідь. Умовою підсилення є:

$$2t\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1} + \frac{\lambda}{2} = k\lambda. \quad (3.141)$$

Оскільки $i_1 = 0$, $\sin i_1 = 0$, $n = 1$, то

$$2t = (2k - 1) \frac{\lambda}{2},$$

звідки

$$t_{\min} = \frac{\lambda}{4}. \quad (3.142)$$

Тут $k = 0$.

Отже, щоб скло здавалось світлим, мінімальна товщина повітряного прошарку повинна бути рівна $\lambda/4$.

Умовою послаблення є:

$$2t + \frac{\lambda}{2} = (2k + 1) \frac{\lambda}{2} \quad \text{або} \quad 2t = k\lambda,$$

звідки

$$t_{\min} = \frac{k\lambda}{2}.$$

При $k = 1$ ($k = 0$ бути не може) маємо, що

$$t_{\min} = \frac{\lambda}{2}. \quad (3.143)$$

Отже, щоб скло здавалось темним, мінімальна товщина повітряного прошарку повинна бути рівна $\lambda / 2$.

Запитання 3.107. Чому звичайні джерела світла не випромінюють когерентних світлових хвиль?

Відповідь. В кожному джерелі світла у випромінюванні бере участь величезна кількість атомів. Це випромінювання відбувається одночасно, самовільно (спонтанно) і хаотично в часі і за напрямком, а це призводить до того, що випромінювані світлові хвилі змінюються за фазою за кожні 10^{-8} с (час переходу атома із збудженого стану в основний), тобто практично змінюється різниця фаз хвиль, випромінюваних різними спонтанними джерелами. Отже, не виконується необхідна і обов'язкова умова когерентності хвиль – сталість різниці фаз хвиль, тому звичайні джерела спонтанного випромінювання не випромінюють когерентних хвиль.

Запитання 3.108. Чому інтерференція світлових хвиль не спостерігається так само, як і інтерференція поперечних хвиль на поверхні води?

Відповідь. Ми бачимо тільки ті предмети, від яких відбиті світлові хвилі попадають в наше око. Інтерференційну картину на поверхні води ми бачимо тому, що від кожної частинки поверхні води в наше око попадають відбиті світлові хвилі (пучки). Світлові пучки ми не бачимо збоку. Світлові хвилі, без сумніву, накладаються в просторі, інтерферують, але ми не спостерігаємо інтерференційної картини, оскільки світлові пучки не попадають в наше око, а бачити їх збоку не можна.

Для спостереження світлової інтерференційної картини необхідно на шляху інтерферуючих хвиль розмістити екран, від якого результуючі світлові хвилі відіб'ються і попадуть в наше око. Саме так ми і поступаємо при спостереженні інтерференції у відбитому або в прохідному світлі.

Запитання 3.109. Які властивості світла підтверджує явище інтерференції?

Відповідь. Інтерференція підтверджує хвильову природу світла.

4. Дифракція світла

Запитання 4.1. Що таке дифракція світла?

Відповідь. Під дифракцією світла розуміють будь-яке відхилення від прямолінійного поширення, якщо воно не може бути пояснене як результат відбивання, заломлення або вигинання світлових променів в середовищах з неперервно змінним показником заломлення. При розсіянні світла на дрібних частинках термін «дифракція» не використовується

Дифракцію спостерігають, коли на шляху поширення світла знаходяться непрозорі тіла будь-якої форми (їх ще часто називають екранами), або, коли світло проходить крізь отвори в екранах. Досвід показує, що не існує різкої межі між тінню від екрана і світлом. Тут отримується достатньо складна картина розподілу освітленості, яка складається із світлих і темних ділянок – дифракційних смуг. Дифракція виражена тим сильніше, чим менші розміри перепон (екранів, отворів тощо) і чим більша довжина хвилі. Отже, **дифракція світла є чисто хвильове явище.**

Запитання 4.2. Хто вперше спостерігав явище огинання світловими хвилями перешкод (явище дифракції) і звернув на нього увагу?

Відповідь. Вперше на це явище звернув увагу знаменитий італійський художник і природодослідник Леонардо да Вінчі (1452 – 1519 рр.), а в 1665 р. явище дифракції достатньо детально описав у своїй книзі «Світло» італійський вчений Ф. Гримальді. Можна допустити, що роботи Леонардо да Вінчі і Ф. Гримальді не були відомі Гюйгенсу, інакше він скористався б ними в якості додаткового доводу на користь хвильової природи світла у своїй монографії, яка вийшла у світ 1678 р.

Запитання 4.3. Сформулюйте принцип Гюйгенса-Френеля.

Відповідь. Перше пояснення дифракції світла було дано Френелем у 1818 р. Він показав, що кількісний опис дифракційних явищ можливий на основі побудови Гюйгенса, якщо його доповнити принципом інтерференції вторинних хвиль.

Згідно принципу Гюйгенса, **кожну точку, в яку прийшла хвиля від джерела, можна прийняти за центр вторинних хвиль, які поширюються у всі напрямки. Результируюча хвиля розглядається як накладання одна на одну вторинних хвиль.**

Принцип Гюйгенса дає можливість побудови хвильових фронтів, тобто поверхонь до яких дійшло світлове збурення. Принцип Гюйгенса пояснює закони

відбивання і заломлення світла, його прямолінійне поширення. Однак, у цих побудовах не використовується поняття довжини хвилі, тому вони не дозволяють визначити умови застосовності названих законів.

Френель вклав у принцип Гюйгенса ясний фізичний зміст: **кожну точку світлової поверхні можна розглядати як джерело вторинних хвиль, які поширюються у всіх напрямках. Ці хвилі когерентні, оскільки вони збуджуються одними і тими ж первинними джерелами. Світлове поле, яке виникає в результаті інтерференції, співпадає з полем реальних джерел світла.**

Для кількісних розрахунків дифракції світла Френель допустив, що:

- для поверхні, яка співпадає з хвильовою поверхнею, потужності вторинних випромінювань, рівних за площею, однакові;
- кожне вторинне джерело випромінює світло в напрямку нормалі до хвильової поверхні в цій точці;
- амплітуда вторинних коливань в напрямку, який складає з нормаллю \vec{n} кут α тим менша, чим більший кут α , і рівна нулю при $\alpha = \pi/2$. Останнє виключає виникнення зворотних коливань.

Запитання 4.4. З'ясуйте суть методу зон Френеля.

Відповідь. Френель розробив метод знаходження дії всіх вторинних джерел в будь-якій точці простору. Цей метод отримав назву **методу зон Френеля**. Цей метод застосовується до задач з осьовою симетрією. Знаходження амплітуди результуючих коливань здійснюється простим алгебраїчним або геометричним додаванням.

Суть методу в наступному. Якщо світло від точкового джерела падає на круглий отвір (рис. 4.1), то він пропустить лише частину сферичної хвилі.

Далі дію реального джерела замінимо дією вторинних (фіктивних) джерел, взятих на поверхні CC' . Хвильова поверхня CC' симетрична відносно SP і її можна легко розбити на кільцеві зони, які побудовані так, що відстані від країв двох сусідніх зон до точки P відрізняються на $\lambda/2$. Легко бачити (рис. 4.1), що

$$r_k = r_0 + \frac{\lambda}{2}. \quad (4.1)$$

Це означає, що коливання, які приходять в точку P від аналогічних точок двох сусідніх зон, будуть знаходитися в протифазі. Результуючі коливання, які

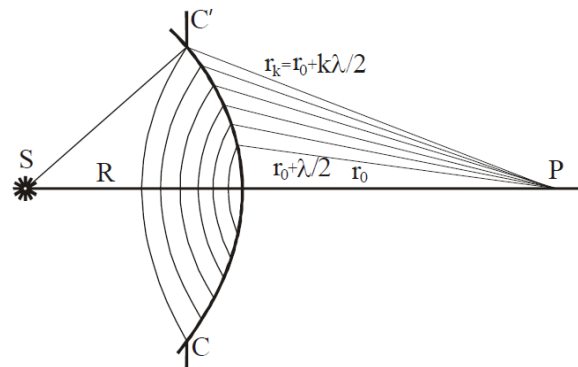


Рис. 4.1

створюються кожною із зон Френеля в цілому для двох сусідніх зон, також протилежні за фазою.

Запитання 4.5. Як, користуючись методом зон Френеля, знайти результуючу амплітуду світлової хвилі в точці P на прямій, яка проходить через точкове джерело і центр круглої діафрагми, перпендикулярної до даної прямої?

Відповідь. Результуюча амплітуда в точці P (рис. 4.2) є сумарною амплітудою коливань, які приходять в дану точку від всіх k відкритих зон Френеля.

Амплітуда ж коливань, які приходять від окремої зони Френеля, залежить від площі зони ΔS , від відстані r_k , від зони до точки P і від кута α між r_k і нормаллю \vec{n} до поверхні зони (рис. 4.2). Неважко користуючись рис. 4.2, показати, що

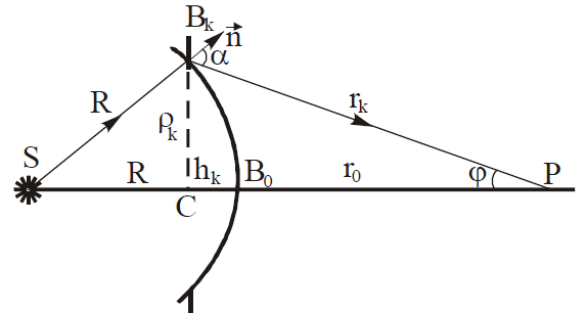


Рис. 4.2

площі зон від номера k не залежать, тобто площі зон є рівновеликими, а отже, рівновеликими є і амплітуди коливань, що їх випускають зони. Тому амплітуда коливань, що доходить в точку P від окремих зон, залежить лише від відстані r_k , від зони до точки P і від кута α між напрямком на точку P і нормаллю до k -ої зони. Враховуючи, що із збільшенням номера зони k відстань r_k і кут α монотонно зростають, а значить, амплітуди α_k коливань, які доходять до точки P від окремих зон монотонно зменшуються, а також те, що світлові коливання, що приходять в точку P від двох сусідніх зон знаходяться в протифазі, легко можна знайти, що результуюча амплітуда в точці P виразиться таким співвідношенням:

$$A_p = \frac{a_1}{2} \pm \frac{a_k}{2}. \quad (4.2)$$

Тут a_1 і a_k – амплітуди світлових коливань, які приходять в точку P від 1-ої (центральної) і k -ої зон Френеля відповідно. Коливання всіх інших зон Френеля гасяться. У формулі (4.2), знак « $+$ » відповідає непарному числу k відкритих зон Френеля, а знак « $-$ » парному числу k (вивід формули (4.2) див. [1], ст. 122 – 125).

Якщо припустити, що отвір відкриває одну лише центральну зону Френеля, то формула (4.2) запишеться так:

$$A_p = \frac{a_1}{2} + \frac{a_1}{2} = a_1. \quad (4.3)$$

Оскільки інтенсивність випромінювання пропорційна квадрату амплітуди, то інтенсивність світла в точці P при відкритій одній центральній зоні Френеля буде рівна

$$I_p = a_1^2 = I_1. \quad (4.4)$$

Якщо $k \rightarrow \infty$ (при збільшенні радіуса отвору) величина $a_k / 2 \rightarrow 0$, тому формула (4.2) запишеться так:

$$A_p = \frac{a_1}{2}, \quad (4.5)$$

або

$$I_p = \frac{a_1^2}{4} = \frac{I_1}{4}. \quad (4.6)$$

Отже, при великій кількості відкритих зон Френеля, світло від точки S до точки P поширюється ніби в межах вузького каналу вздовж лінії SP , тобто практично прямолінійно (див. рис 4.2).

Зверни увагу!

Якщо отвір відкриває одну центральну зону Френеля, то інтенсивність в точці P є максимальною і рівна I_1 (див. формулу (4.4)), коли відкрити весь фронт хвилі, то інтенсивність в точці P зменшиться в чотири рази (див. формулу (4.6)).

Запитання 4.6. Результуюча амплітуда коливань в точці P на прямій, яка проходить через точкове джерело і центр круглої діафраги, створюється коливаннями, що проходять через діафрагу з круглим отвором і визначається формулою:

$$A_p = \frac{a_1}{2} \pm \frac{a_k}{2}. \quad (4.7)$$

Поясніть цю формулу.

Відповідь. Див. відповідь на запитання 4.5.

Запитання 4.7. Освітленість в точці P за круглим отвором (рис. 4.3), який відкриває одну зону Френеля у 4 рази більша, ніж при повністю відкритому хвильовому фронті. Якщо збільшити площу отвору у два рази, освітленість у точці P зменшиться до нуля, не дивлячись на подвоєння світлового потоку. Як ці факти узгоджуються з законом збереження енергії?

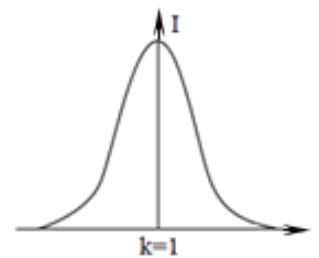


Рис. 4.3

Відповідь. У випадку відкритої однієї центральній зони

Френеля результуюча амплітуда в точці P визначається формулою (4.3):

$$A_p = \frac{a_1}{2} + \frac{a_1}{2} = a_1.$$

В центрі екрану виникне світла смуга (рис. 4.3).

Якщо площу отвору збільшити в два рази, то це означає, що будуть відкриті дві зони Френеля. Тоді:

$$A_p = \frac{a_1}{2} - \frac{a_2}{2}.$$

Оскільки $a_1 \approx a_2$, то при відкритих двох зонах Френеля $A_p = 0$. Проте навколо центральної темної смуги виникне світла смуга (світле кільце) (рис. 4.4). Отже ці факти повністю узгоджуються із законом збереження енергії. Відбувається перерозподіл енергії в просторі: в одних місцях світлові хвилі гасять одна одну, в інших – навпаки, підсилюють одна одну.

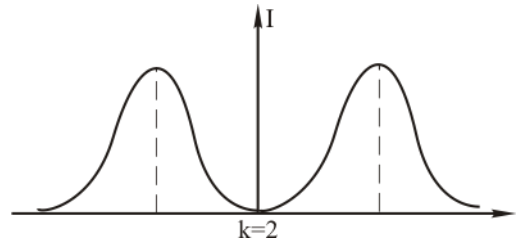


Рис. 4.4

Запитання 4.8. Що описує формула

$$k = \frac{\rho_k^2}{\lambda} \cdot \frac{(R + r_0)}{Rr_0} ? \quad (4.8)$$

В якому випадку формула (4.8) набуває такого вигляду:

$$k = \frac{\rho_k^2}{\lambda r_0}. \quad (4.9)$$

Відповідь. Формула (4.8) визначає число відкритих зон Френеля, якщо на круглий отвір падає сферична хвиля. В формулу (4.8) входять такі величини: k – число відкритих зон Френеля, ρ_k – радіус k -ої зони Френеля, ρ_k одночасно є і радіусом отвору в екрані, R – відстань від джерела S до екрана, r_0 – відстань від екрана до точки спостереження (точки P), λ – довжина світлової хвилі (див. рис. 4.2).

Якщо на екран падає плоска хвиля, то $R = \infty$ і, поділивши чисельник і знаменник формули (4.8) на R , щоб позбутися невизначеності, отримаємо формулу (4.9). Отже формула (4.9) визначає число відкритих зон Френеля, якщо на отвір падає плоска хвиля.

Запитання 4.9. Що таке амплітудна зональна пластинка?

Відповідь. Зональна пластинка – екран, який закриває всі парні або всі непарні зони Френеля. Тоді світлові хвилі від всіх відкритих зон Френеля будуть приходити в точку спостереження в однаковій фазі і в резуль-

таті інтерференції підсилять одна одну. Таку зональну пластинку називають амплітудною.

Для зональної пластинки справедливе співвідношення, що має вигляд формули лінзи:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{R} + \frac{1}{r_0}, \quad (4.10)$$

де f – «фокусна відстань», яка визначається формулою:

$$\frac{1}{f} = \frac{k\lambda}{\rho_k^2}. \quad (4.11)$$

Формула (4.10) отримується із формули (4.8):

$$\rho_k^2 = k\lambda \frac{Rr_0}{R+r_0} \Rightarrow \frac{R+r_0}{Rr_0} = \frac{k\lambda}{\rho_k^2} \Rightarrow \frac{1}{R} + \frac{1}{r_0} = \frac{k\lambda}{\rho_k^2}, \text{ де } \frac{k\lambda}{\rho_k^2} = \frac{1}{f}. \quad (4.12)$$

Величина f – стала величина для даної пластинки. Оскільки $\rho_k \sim \sqrt{k}$, то права частина рівності (4.12) не залежить від k і тоді f визначиться так:

$$\frac{1}{f} = \frac{\lambda}{\rho_k^2}. \quad (4.13)$$

Запитання 4.10. Покажіть, що амплітудна зональна пластинка володіє не одним, а декількома фокусами. Скільки цих фокусів? Як знайти положення фокусів зональної пластини?

Відповідь. На відміну від лінзи, зональна пластинка має не один, а декілька фокусів. Наблизимо точку спостереження P до пластини так, щоб в центральний світлий круг попала не одна зона, а три (1-а, 2-а, 3-я). Наступні три зони (4-а, 5-а, 6-а) будуть перекриті темним кільцем. Потім наступні три зони сумістяться зі світлим кільцем і т.д. Оскільки ми вибрали пластину зі світлим центром, то амплітуда в точці P визначиться алгебраїчною сумою

$$A_p = (a_1 + a_2 + a_3) + (a_7 + a_8 + a_9) + (a_{13} + a_{14} + a_{15}) + \dots \quad (4.14)$$

Оскільки дія двох сусідніх зон практично компенсується, то результуюча амплітуда в точці P буде наближено рівна

$$A_1 = a_1 + a_7 + a_{13} + \dots \quad (4.15)$$

Отже, в точці P отримається максимум (фокус), хоча і більш слабкий, ніж в основному фокусі. «Фокусну відстань» f_1 – знайдено за формулою (4.12):

$$f_1 = \frac{\rho_k^2}{k\lambda} = \frac{\rho_3^2}{3\lambda} = \frac{f}{3}. \quad (4.16)$$

Тут $\rho_k = \rho_3, k = 3$. Аналогічно знаходяться і фокуси вищих порядків:

$$f_n = \frac{f}{2n+1}, \quad (4.17)$$

де n – цілі числа, яким можна надати не тільки додатні, але і від’ємні значення. Від’ємним значенням відповідають розбіжні хвилі і уявні фокуси, які розміщені перед пластинкою, тобто з боку джерела (див. [1], ст.126 – 128).

Виходячи із попередніх міркувань, неважко знайти, що результуюча амплітуда світлових коливань в додаткових фокусах виразиться так:

$$A_1 = \frac{A_0}{6}, \quad A_2 = \frac{A_0}{10}, \quad A_3 = \frac{A_0}{14}, \quad \dots, \quad A_n = \frac{A_0}{4n+2}, \quad (4.18)$$

де A_0 – результуюча амплітуда світлових коливань в основному фокусі, $n = 1, 2, 3 \dots$

Оскільки інтенсивність світла пропорційна квадрату амплітуди світлових коливань ($I \sim A^2$), то інтенсивність світла в фокусі n -го порядку виразиться відношенням:

$$I_n = A_n^2 = \frac{A_0^2}{(4n+2)^2} = \frac{I_0^2}{(4n+2)^2}. \quad (4.19)$$

Тут I – інтенсивність світла в головному фокусі. **Отже інтенсивність світла в основному фокусі зональної пластини у $(4n+2)^2$ більша, ніж у фокусі n -ого порядку.**

Запитання 4.11. Що таке фазова зональна пластинка? Як виготовляють подібні пластинки?

Відповідь. Релей показав, що якщо фази вторинних коливань, які виходять від всіх зон з парними (або непарними) номерами змінити на π , то інтенсивність в точці P збільшиться в чотири рази. Така зональна пластинка називається **фазовою**. Першу таку зональну пластинку виготовив Р. Вуд. Він покрити скло тонким шаром прозорого лаку і вигравірував на ньому зональну пластинку так, щоб оптична товщина непарних зон відрізнялася від товщини парних на величину $\lambda/2$. Світло, яке пройде через таку пластинку прийде в точку P з однією і тією ж фазою і тому результуюча амплітуда різко зросте. Дія такої пластинки цілком еквівалентна дії лінзи, оскільки в обох випадках вторинні хвилі від всіх точок хвильового фронту приходять в точку P в однакових фазах.

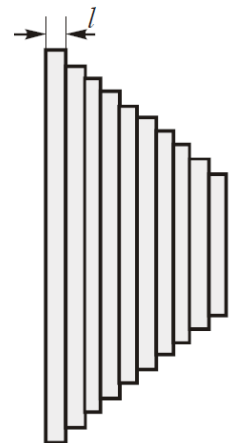


Рис. 4.5

Аналогічний ефект можна отримати, якщо виготовити із однорідного прозорого матеріалу ступінчасту зональну пластинку (рис. 4.5). Якщо товщина сходинки l задовольняє умові:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} l(n-1) = \pi, \quad (4.20)$$

то

$$l = \frac{\lambda}{2(n-1)}. \quad (4.21)$$

Така зональна пластинка також буде змінювати фазу коливань від сусідніх зон на π і коливання в точку P прийдуть в однакових фазах і підсилять одне одного.

Запитання 4.12. Покажіть, що при дифракції на круглому непрозорому екрані в центрі дифракційної картини буде завжди світла смуга (смуга Пуассона). Від чого залежить її інтенсивність?

Відповідь. Якщо між точковим джерелом світла і екраном розмістимо непрозорий круглий екран, то він закrije k перших зон Френеля (рис. 4.6). Амплітуда A_p світлової хвилі в точці P визначиться спільною дією всіх відкритих зон, починаючи з $(k+1)$ -ої:

$$A_p = \frac{a_{k+1}}{2} + \left(\frac{a_{k+1}}{2} - a_{k+2} + \frac{a_{k+3}}{2} \right) + \dots \quad (4.22)$$

Оскільки вирази в дужках можна наближено покласти рівними нулю, (див. [1], ст. 121 – 125), то отримаємо:

$$A_p = \frac{a_{k+1}}{2}. \quad (4.23)$$

Отже, незалежно від розмірів і положення непрозорого екрана в центрі його геометричної тіні в точці P завжди буде світла пляма (максимум). Від розмірів екрана залежить лише інтенсивність центральної світлової плями. Чим більше число зон Френеля закриває екран, тим менша інтенсивність світлої центральної смуги і навпаки.

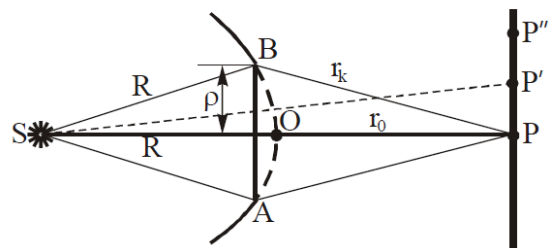


Рис. 4.6

Якщо екран закриває невелике число зон Френеля, то навколо світлої точки утворюються темні і світлі кільця. Якщо екран закриває велику кількість зон Френеля, то чергування темних і світлих кілець спостерігається лише на межі геометричної тіні.

Запитання 4.13. Як виглядатиме дифракційна картина, якщо круглий отвір або непрозорий екран, будуть достатньо великими?

Відповідь. Характер дифракційної картини, у випадку дифракції на круглому отворі, залежить від кількості відкритих отвором зон Френеля. Якщо відкрита лише одна центральна зона, або її частина, то в центрі екрана спостерігається світла смуга, а інтенсивність її зменшується з віддаленням від точки P (рис. 4.7,*a*). Коли отвір відкриває дві зони Френеля, в точці P виникає темна смуга (темний кружок), а навколо неї світле кільце (рис. 4.7,*б*). Із збільшенням числа відкритих зон Френеля число світлих і темних кілець збільшується. Якщо отвір відкриває велике число зон Френеля, то інтенсивність поблизу точки P отримується майже рівномірною і лише біля країв геометричної тіні отвору спостерігається чергування дуже вузьких світлих і темних смуг.

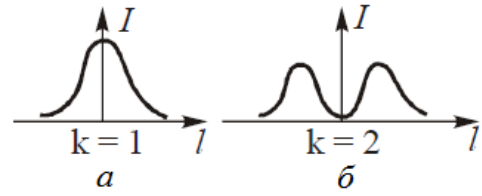


Рис. 4.7

При дифракції на непрозорому круглому екрані спостерігається подібна картина. Коли екран невеликий, то він перекриває невелике число зон Френеля, то в центрі дифракційної картини завжди спостерігається світла смуга (смуга Пуассона), а навколо неї спостерігаються світлі і темні кільця. При збільшенні числа перекритих зон Френеля інтенсивність центральної світлої смуги буде зменшуватися, аж до її зникнення, а світлі і темні кільця будуть спостерігатися тільки на межі геометричної тіні екрана.

Запитання 4.14. Як впливають на дифракційну картину розміри джерела і монохроматичність світла?

Відповідь. Найкраще дифракційну картину спостерігати з використанням точкового джерела світла. У випадку протяжного джерела світло від кожного його елемента дає свою дифракційну картину. В результаті дифракція визначається накладанням дещо зміщених відносно одна одної дифракційних картин від кожного елемента джерела. Тому, для того, щоб на досліді спостерігати дифракцію, розміри джерела повинні бути достатньо малі, щоб темні і світлі смуги картин від його окремих елементів не перекривалися.

Аналогічно і у випадку не монохроматичності світла. Різні його спектральні компоненти створюють свої дифракційні картини, які просторово не співпадають, оскільки розміри зон Френеля залежать від довжини хвилі. Спостережуваний розподіл інтенсивності відповідає накладанню цих дифракційних картин.

Запитання: 4.15. За яких умов відбувається: дифракція Френеля; дифракція Фраунгофера?

Відповідь. Дифракційні явища за своїм характером поділяють на два класи. Перший клас дифракційних явищ відноситься до випадку, коли дифракційна

картина спостерігається на скінченій відстані від екранів, які обмежують падаючу хвилю. До них належать дифракційні явища, коли хвильовий фронт світла сферичний. Явища цього класу вперше були вивчені Френелем і тому називаються **дифракцією Френеля**.

Другий клас явищ відноситься до випадку, коли дифракційна картина локалізується на нескінченній відстані від екранів, які обмежують падаючу хвилю. Цей вид дифракції відбувається в паралельних пучках із застосуванням оптичних інструментів і його прийнято називати **дифракцією Фраунгофера**.

Запитання 4.16. Точкове джерело світла розміщене на відстані R від круглого отвору, а екран – з протилежного боку на відстані r_0 . При яких значеннях радіуса отвору ρ центр спостережуваних на екрані дифракційних кілець буде світлим, а при яких – темним?

Відповідь. Якщо отвір екрана відкриває k зон Френеля, то радіус ρ_k k -ої зони є одночасно і радіусом отвору екрана, який визначається формулою:

$$\rho_k = \sqrt{\frac{k R r_0 \lambda}{R + r_0}}. \quad (4.24)$$

де $k = 1, 2, 3, \dots$ – кількість відкритих зон Френеля. Окрім того, відомо (див. відповідь на запитання 4.5), що якщо k – не парне, то центр дифракційної картини світлий, а якщо k -парне – темний. Тому, якщо в формулу (4.24) підставляти значення $k = 1, 3, 5, \dots$, то отримаємо значення радіуса отвору в екрані, при яких центр дифракційної картини буде світлий, якщо замість k , в формулу (4.24) підставляти $k = 2, 4, 6, \dots$, то отримаємо радіуси отвору, при яких центр дифракційної картини буде темний.

Запитання 4.17. Монохроматичне джерело розміщене на осі зональної пластини на відстані R від неї. Найбільш яскраве зображення джерела отримуємо на відстані r_0 від пластинки. На яких відстанях отримуються інші зображення джерела?

Відповідь. Див. відповідь на запитання 4.10.

Запитання 4.18. Зарисуйте розподіл інтенсивності світла в дифракційній картині, коли відкрито: одну, дві, три, чотири, п'ять зон Френеля.

Відповідь. див. рис. 4.8.

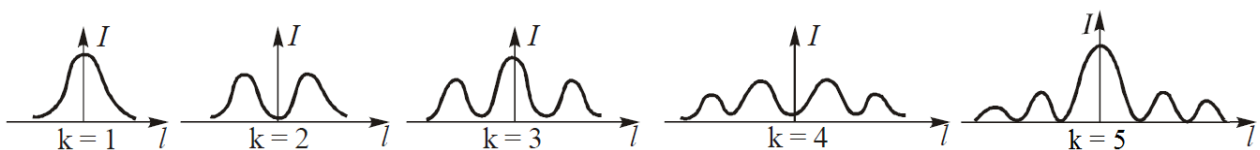


Рис. 4.8

Запитання 4.19. Чим обумовлена відмінність в методах пояснення дифракції на прямолінійному краю непрозорого екрана і круглому отворі?

Відповідь. При поясненні дифракції на прямолінійному краю непрозорого

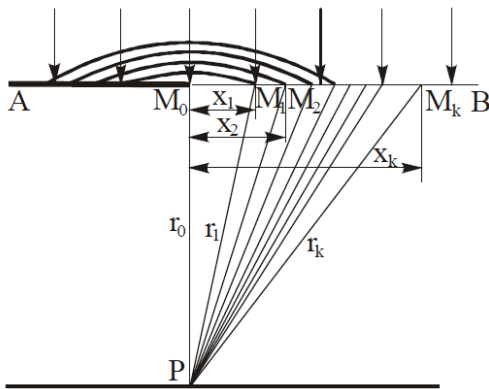


Рис. 4.9

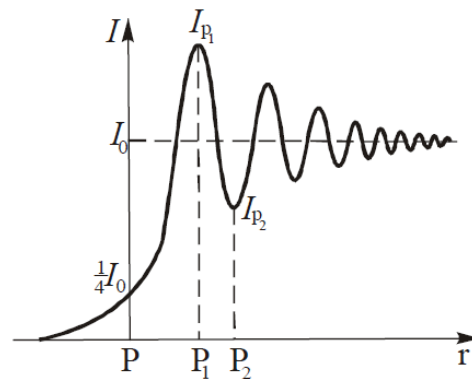


Рис. 4.10

екрана (див. рис. 4.9) розбивати фронт хвилі на кільцеві зони (як це робиться у випадку дифракції на круглому отворі) недоцільно, оскільки півплощина зрізає половину кожної зони, в результаті чого половина зони не братиме участі в дії поза екраном, чим утрудняється врахування дії відкритих половинок зон Френеля. Тому в подібних випадках хвильовий фронт розбивається на зони, які мають вигляд дуже вузьких смужок, паралельних краю екрана (півплощини), які носять назву **зон Шустера** (див. рис. 4.9). Розрахунки показують, що ширини зон Шустера не однакові, вони відносяться як

$$\Delta x_1 : \Delta x_2 : \Delta x_3 : \dots = 1 : 0,41 : 0,32 : \dots \quad (4.25)$$

В таких же співвідношеннях знаходяться і площі зон Шустера. Тому амплітуда коливань, яка створюється в точці P окремими зонами, спочатку спадає дуже швидко, потім це спадання стає повільним. Розподіл інтенсивності при дифракції на прямолінійному краю непрозорого екрана наведено на рис. 4.10 (див. [1], ст. 135 – 138).

Запитання 4.20. З'ясуйте умови виникнення дифракційних максимумів і мінімумів при дифракції на одній щілині.

Відповідь. Якщо на щілину шириною b нормально падає світлова хвиля $E = E_0 \cos \omega t$, то неважко довести (див. [1], ст. 140 – 145), що результуюче коливання в точці P_φ (див. рис. 4.11) має амплітуду:

$$E_\varphi^0 = E_0 \frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi}, \quad (4.26)$$

де E_0 – амплітуда коливань в площині щілини, b – ширина щілини, φ – кут дифракції. Або

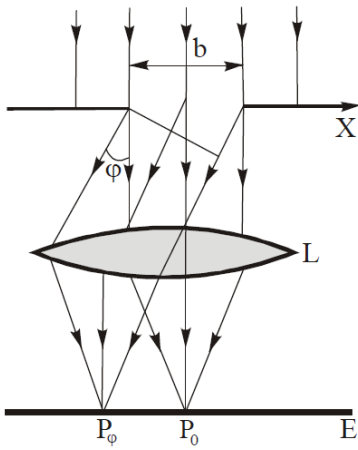


Рис. 4.11

$$E_{\varphi}^0 = E_0 \frac{\sin u}{u}, \quad (4.27)$$

де $u = \frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}$. Враховуючи, що $I_0 \approx E_0^2$, $I \approx (E_{\varphi}^0)^2$ маємо:

$$I_{\varphi} = I_0 \frac{\sin^2 u}{u^2}. \quad (4.28)$$

Дослідивши на екстремум функцію $\sin u / u$ знайдемо, що умовою максимумів інтенсивності в дифракційній картині є

$$b \sin \varphi = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad k \neq 0, \quad k = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (4.29)$$

умовою мінімумів:

$$b \sin \varphi = k \lambda, \quad k \neq 0, \quad k = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (4.30)$$

Запитання 4.21. Що виражає формула

$$E_{\varphi}^0 = E_0 \frac{\sin u}{u} ? \quad (4.31)$$

Як, користуючись формулою (4.31), знайти функцію розподілу інтенсивності в дифракційній картині на екрані від однієї щілини в залежності від кута дифракції? Покажіть графічно цей розподіл.

Відповідь. Формула (4.31) виражає залежність результуючої амплітуди в дифракційній картині на одній щілині від кута дифракції (рис. 4.11). Оскільки $u = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi$, то формулу (4.31) можна переписати в такому вигляді:

$$E_{\varphi}^0 = E_0 \frac{\sin \left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi \right)}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi}. \quad (4.32)$$

Формула (4.32), а значить і формула (4.31), виражає залежність амплітуди E_{φ}^0 результуючого коливання від кута дифракції φ .

Оскільки $I \approx E_0^2$, то піднісши до квадрату ліву і праву частини формули (4.31), отримаємо:

$$I_{\varphi} = I_0 \frac{\sin^2 u}{u^2}. \quad (4.33)$$

Функція (4.33) і є функцією розподілу інтенсивності в дифракційній картині на екрані від однієї щілини в залежності від кута дифракції. На рис. 4.12 наведено розподіл інтенсивності (графік функції

$\frac{\sin^2 u}{u^2}$) при дифракції на одній щілині. Із ри-

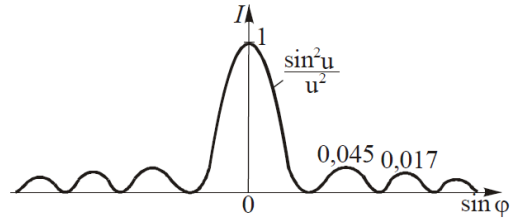


Рис. 4.12

сунка видно, що основна доля світлового потоку зосереджена в центральній дифракційній смузі. Інтенсивності максимумів відносяться:

$$I_{k=0} : I_{k=1} : I_{k=2} : \dots = 1 : 0,045 : 0,017 : \dots$$

Запитання 4.22. Розрахуйте відношення інтенсивностей максимумів у дифракційній картині від однієї щілини, прийнявши інтенсивність центрального максимуму за одиницю.

Відповідь. Для того, щоб знайти відношення I_φ / I_0 , необхідно скористатися формулою (4.33) у вигляді:

$$I_\varphi = I_0 \frac{\sin^2 \left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi \right)}{\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi \right)^2}. \quad (4.34)$$

Далі у формулу (4.34) замість $\sin \varphi$ підставимо його значення, знайдене із умови максимумів (4.29):

$$\sin \varphi = \frac{(2k+1)\lambda}{2b}. \quad (4.35)$$

Тоді

$$\frac{I_\varphi}{I_0} = \frac{\sin^2 \left[\frac{\pi b (2k+1)}{\lambda 2b} \right]}{\left[\frac{\pi b (2k+1)\lambda}{\lambda 2b} \right]^2}. \quad (4.36)$$

Нехай $\varphi = 0$, $\sin \varphi = 0$, $u = 0$ і $\sin u = 0$. При цьому

$$\lim_{u \rightarrow 0} \frac{\sin u}{u} = \lim_{\varphi \rightarrow 0} \frac{\sin \left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi \right)}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi} = 1. \quad (4.37)$$

Отже, із (4.37) видно, що в центрі дифракційної картини завжди буде світла смуга, яка, згідно (4.33), дорівнює I_0 ($I_{\varphi=0} = I_0$).

Якщо $k = 1$, то

$$\frac{I_{\varphi_1}}{I_0} = \frac{\sin^2 \left[\frac{\pi b (2k+1)\lambda}{\lambda \cdot 2b} \right]}{\left[\frac{\pi b (2k+1)\lambda}{\lambda \cdot 2b} \right]^2} = \frac{1}{22,18} = 0,045. \quad (4.38)$$

Якщо $k = 2$, то

$$\frac{I_{\varphi_2}}{I_0} = \frac{\sin^2 \left[\frac{\pi b (2k+1)\lambda}{\lambda \cdot 2b} \right]}{\left[\frac{\pi b (2k+1)\lambda}{\lambda \cdot 2b} \right]^2} = \frac{1}{61,62} = 0,017. \quad (4.39)$$

Отже,

$$I_{\varphi=0} : I_{\varphi_1} : I_{\varphi_2} : \dots = 1 : 0,045 : 0,017 : \dots \quad (4.40)$$

Запитання 4.23. Як змінюватиметься дифракційна картина на екрані у випадку дифракції на одній щілині, якщо: ширину щілини зменшувати (збільшувати).

Відповідь. Перепишемо умову максимумів (4.29) так:

$$\sin \varphi = \frac{(2k+1)\lambda}{2b}. \quad (4.41)$$

Із (4.41) видно, що із зменшенням ширини щілини відстань між максимумами буде зростати (оскільки зростає $\sin \varphi$). При $b \approx \lambda$ на екрані не буде жодного максимуму, окрім центрального, ширина якого прямує до нескінченності з поступовим спадом від центра до країв. Подальше зменшення b призводить до монотонного зменшення освітленості екрана.

При збільшенні ширини щілини спостерігається зворотнє явище. В дослідах з дифракції світла, як правило, використовують щілини, ширина яких $b \gg \lambda$. За цієї умови центральний максимум стає вузьким і яскравим.

Запитання 4.24. Знайдіть умови утворення дифракційних максимумів при падінні світла на щілину під кутом φ_0 .

Відповідь. У випадку, коли світловий пучок падає на щілину нормально, умовою виникнення дифракційних максимумів є:

$$b \sin \varphi_k = (2k+1) \frac{\lambda}{2}, \quad k \neq 0, \quad k = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \quad (4.42)$$

де b – ширина щілини, φ_k – кут дифракції, λ – довжина хвилі, $b \sin \varphi = \Delta$ – різниця ходу променів, які йдуть від країв щілини (рис. 4.11).

Якщо пучок паралельних променів падає похило на щілину від кутом φ_0 (рис. 4.13), повна різниця ходу між крайніми інтерферуючими променями буде рівна:

$$\Delta = \Delta_2 - \Delta_1 = b(\sin \varphi_k - \sin \varphi_0)$$

Тоді умова максимумів матиме такий вигляд:

$$(4.43) \quad b(\sin \varphi_k - \sin \varphi_0) = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad k = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

Якщо кути φ і φ_0 малі, то формулу (4.43) можна записати так:

$$b(\varphi_k - \varphi_0) = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}. \quad (4.44)$$

Напрямки на дифракційні максимуми визначаються із формули (4.43)

$$\sin \varphi_k = \frac{(2k + 1)\lambda}{2b} + \sin \varphi_0, \quad (4.45)$$

або

$$\varphi_k = \frac{(2k + 1)\lambda}{2b} + \varphi_0. \quad (4.46)$$

В останньому випадку кути потрібно виражати в радіанах. Нульовий максимум виникає в напрямку падаючої хвилі ($\varphi = \varphi_0$).

Запитання 4.25. Знайти напрямки на дифракційні мінімуми, якщо плоска хвиля падає на щілину шириною b під кутом φ_0 до нормалі, поставленої до площини щілини.

Відповідь. Якщо світловий пучок падає на площину щілини нормально, умовою мінімумів є

$$b \sin \varphi_k = k\lambda, \quad k \neq 0, \quad k = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \quad (4.47)$$

де b – ширина щілини, φ_k – кут дифракції, λ – довжина світлової хвилі, $b \sin \varphi_k = \Delta$ – різниця ходу променів, які йдуть від країв щілини в напрямку кута φ_k (див. рис. 4.11).

Якщо пучок паралельних променів падає на площину щілини під кутом φ_0 (див. рис. 4.13), повна різниця ходу між крайніми інтерферуючими променями рівна:

$$\Delta = \Delta_2 - \Delta_1 = b(\sin \varphi_k - \sin \varphi_0). \quad (4.48)$$

Тоді умовою мінімумів є

$$b(\sin \varphi_k - \sin \varphi_0) = k\lambda, \quad k \neq 0, \quad k = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \quad (4.49)$$

звідки

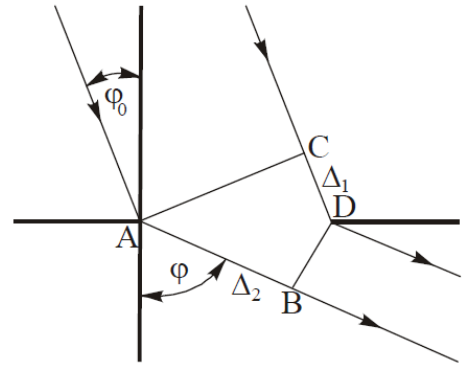


Рис. 4.13

$$\sin \varphi_k = \frac{k\lambda}{b} + \sin \varphi_0. \quad (4.50)$$

Запитання 4.26. Як зміниться дифракційна картина, що виникає на одній щілині, якщо всю установку помістити з повітря у воду?

Відповідь. При переході світла з одного середовища в інше його довжина хвилі змінюється. При переході із повітря у воду довжина хвилі світла зменшується n разів (де n – показник заломлення води). Тоді умова максимумів набуде вигляду:

$$b \sin \varphi = \frac{(2k+1)\lambda}{2n}, \quad k \neq 0, k = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \quad (4.51)$$

Положення дифракційних світлих смуг у воді виразиться так:

$$\sin \varphi = \frac{(2k+1)\lambda}{2nb},$$

у повітрі

$$\sin \varphi = \frac{(2k+1)\lambda}{2b}. \quad (4.52)$$

Тут прийнято, що $n_{\text{нов}} = 1$.

Отже, якщо установку помістити із повітря у воду, то дифракційні смуги змістяться в бік до центра.

Запитання 4.27. Яке призначення лінз L_1 і L_2 в схемі для спостереження дифракційної картини від однієї щілини (рис. 4.14)?

Відповідь. Лінза L_1 перетворює розбіжний світловий пучок, який випромінюється точковим джерелом S , в паралельний. Для цього точкове джерело S необхідно розмістити у фокусі лінзи.

Після лінзи паралельний світловий пучок падає на щілину, на якій він дифрагує. Дифраговане світло після щілини у вигляді паралельних пучків поширюється в різні напрямки (під різними кутами).

Лінза L_2 збирає ці пучки в різних точках її фокальної площини, де вони підсилюються або послаблюються.

В демонстраційних дослідах з використанням лазерного випромінювання необхідність в лінзах L_1 і L_2 відпадає. Щілину вводять безпосередньо в пучок світла лазера. Світлові коливання лазерного пучка когерентні по всьому попе-

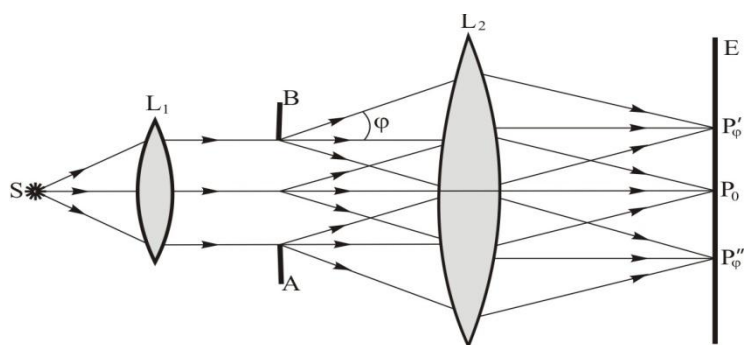


Рис. 4.14

речному перерізу і це дає можливість спостерігати дифракційну картину без будь-яких лінз.

Запитання 4.28. Як виглядає дифракційна картина від однієї щілини при похилому падінні на неї променів? Запишіть умови мінімумів і максимумів при похилому падінні променів на щілину. Вкажіть напрямок на нульовий максимум.

Відповідь. Умовою дифракційних максимумів при падінні світла на щілину під кутом φ_0 є:

$$b(\sin \varphi_k - \sin \varphi_0) = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad k \neq 0, \quad k = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \quad (4.53)$$

умовою мінімумів:

$$b(\sin \varphi_k - \sin \varphi_0) = k\lambda, \quad k \neq 0, \quad k = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \quad (4.54)$$

де b – ширина щілини, φ_k – кут дифракції, φ_0 – кут падіння світлового пучка на площину щілини (див. відповідь на запитання 4.24).

Напрямок на нульовий максимум співпадає з напрямком падаючого світлового пучка (рис. 4.15).

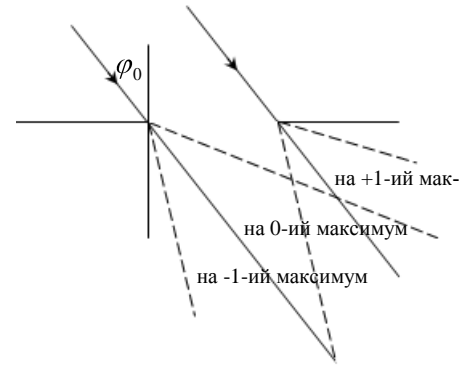


Рис. 4.15

Запитання 4.29. Як зміниться розподіл інтенсивності в дифракційній картині Фраунгофера від отвору, якщо отвір змістити в поперечному напрямку?

Відповідь. Якщо отвір змістити в поперечному напрямку, по відношенню до напрямку пучка світла, то розподіл інтенсивності в дифракційній картині не зміниться. Картина, яка виникає в фокальній площині об'єктива, завжди симетрична по відношенню до його осі, незалежно від положення отвору (див. рис. 4.16).

Запитання 4.30. В чому подібність і відмінність між дифракцією Френеля і Фраунгофера на одній щілині?

Відповідь. В основі дифракції Френеля і дифракції Фраунгофера лежить принцип Гюйгенса-Френеля.

Щоб спостерігати дифракцію Френеля на одній щілині, необхідно, щоб на щілину падала циліндрична хвиля (джерело повинно бути щілинним), вісь якої паралельна до щілини, на якій дифрагує світло. Тоді щілина буде пропускати тільки частину хвильового фронту. Далі знаходження розподілу інтенсивності на екрані користуємось методом зон Френеля. Дифракційні смуги будуть паралельні одна до одної і до щілини, результуюча, амплітуда центральної смуги визначається за формулою

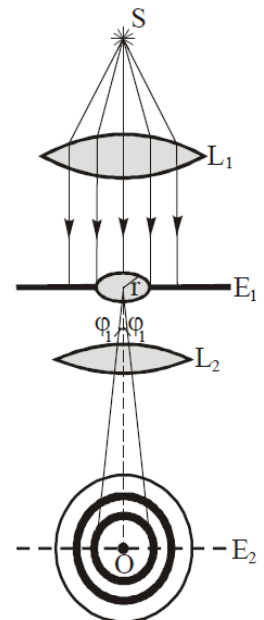


Рис. 4.16

$$A_p = \frac{a_1}{2} \pm \frac{a_k}{2}, \quad (4.55)$$

де a_1 – амплітуда, що вноситься в результуючу амплітуду першою зоною Френеля, a_k – амплітуда, що вноситься в результуючу амплітуду k -ою зоною Френеля.

У випадку дифракції Фраунгофера на одній щілині, світло на щілину падає паралельним пучком і після щілини поширюється в різні напрямки паралельними пучками, тому для спостереження дифракції Фраунгофера використовують лінзи, об'єктиви, труби.

Запитання 4.31. Запишіть і обґрунтуйте формулу розподілу інтенсивності в дифракційній картині, що отримується при дифракції на прямокутному отворі.

Відповідь. Якщо щілина шириною b має довжину l (рис. 4.17,а), то дифракція світла відбуватиметься не тільки в напрямку осі x -ів, тобто в напрямку

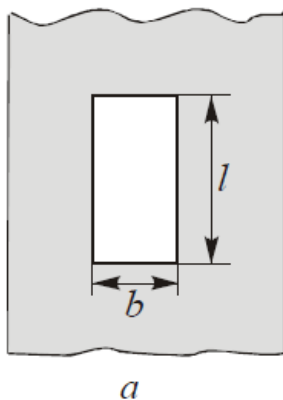


Рис. 4.17

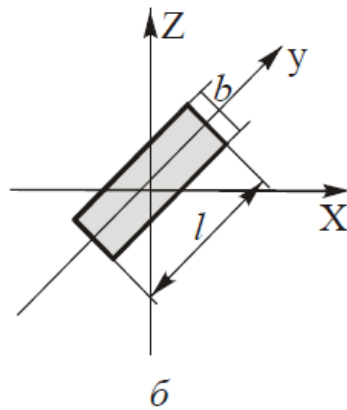
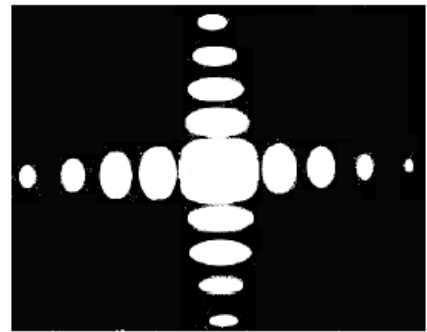


Рис. 4.18



ширини отвору, але і в напрямку осі y -ів (рис. 4.17,б), тобто в напрямку його довжини. Якщо кут φ , як і раніше характеризуватиме розподіл інтенсивності вздовж осі x -ів, кут ψ визначатиме відхилення світлової хвилі вздовж осі y -ів, то формула (4.33), кутового розподілу інтенсивності, виразиться так

$$I(\varphi, \psi) = I_0 \frac{\sin^2 u_1}{u_1^2} \cdot \frac{\sin^2 u_2}{u_2^2}, \quad (4.56)$$

де $u_1 = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi$, $u_2 = \frac{\pi l}{\lambda} \sin \psi$.

Дифракційна картина, отримана від прямокутного отвору, ілюструється рис. 4.18.

Запитання 4.32. Чим цікава дифракція, яка виникає від круглого отвору?

Відповідь. Дифракція Фраунгофера від круглого отвору представляє великий інтерес, оскільки в оптичних приладах оправы лінз і об'єктивів, а також діафрагми, мають, як правило, круглу форму.

Якісно дифракція плоских хвиль на круглому отворі не відрізняється від відповідної дифракції Френеля. Вона також має вигляд концентричних світлих і темних кілець зі світлою плямою в центрі картини (рис. 4.19).

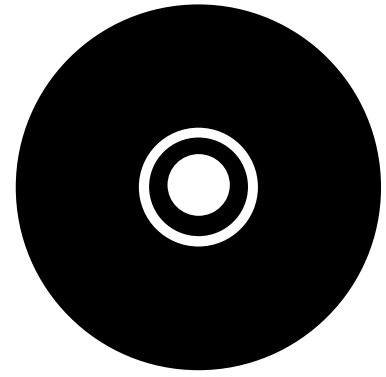


Рис. 4.19

Значення кутових радіусів мінімумів і максимумів і їх відносні інтенсивності наведені в таблиці 4.1.

Таблиця 4.1

Мінімуми	Максимуми	Інтенсивність в максимумах
$\sin \varphi_1 = 0,61 \frac{\lambda}{r}$	$\sin \varphi'_1 = 0$	1,00
$\sin \varphi_2 = 1,12 \frac{\lambda}{r}$	$\sin \varphi'_2 = 0,81 \frac{\lambda}{r}$	0,0175
$\sin \varphi_3 = 1,61 \frac{\lambda}{r}$	$\sin \varphi'_3 = 1,33 \frac{\lambda}{r}$	0,0042
$\sin \varphi_4 = 2,12 \frac{\lambda}{r}$	$\sin \varphi'_4 = 1,85 \frac{\lambda}{r}$	0,0016

Із таблиці 4.1 видно, що інтенсивність максимумів швидко зменшується: уже у найближчому, після центрального, максимумі вона складає менше 2 % від інтенсивності центрального максимуму, на який припадає ≈ 98 % світлового потоку, що проходить через отвір. Тому центральний максимум, який має кутовий радіус $\varphi_1 = 0,61\lambda / r$ (де r – радіус отвору), можна розглядати як зображення точкового джерела, яке дещо розширене дифракцією на круглій діафрагмі радіуса r .

Запитання 4.33. Знайти кутовий розподіл інтенсивності $I(\varphi)$ при дифракції Фраунгофера на щілині шириною b у випадку похилого падіння паралельного пучка світла на площину щілини під кутом φ_0 .

Відповідь. При похилому падінні світла на щілину під кутом φ_0 (рис. 4.20) різниця ходу між крайніми інтерферуючими променями складає $\Delta = b(\sin \varphi - \sin \varphi_0)$, а різниця фаз $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} b(\sin \varphi - \sin \varphi_0)$.

Користуючись методом, який був застосований при виводі формули (4.26), для амплітуди результуючого коливання в тій чи іншій точці

$$(4.57) \quad E_{\varphi}^0 = E_0 \frac{\sin^2\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi\right)^2},$$

(де E_0 – амплітуда коливання в площині щілини, φ – кут дифракції) при нормальному падінні світла на площину щілини, отримаємо формулу амплітуди результуючого коливання в точці P_{φ} при похилому падінні світла під кутом φ_0 :

$$E_{\varphi}^0 = E_0 \frac{\sin^2\left[\frac{\pi b}{\lambda}(\sin \varphi - \sin \varphi_0)\right]}{\left[\frac{\pi b}{\lambda}(\sin \varphi - \sin \varphi_0)\right]^2}. \quad (4.58)$$

Підносячи до квадрату праву і ліву частини формули (4.58), отримаємо кутовий розподіл інтенсивності:

$$I(\varphi) = I_0 \frac{\sin^2\left[\frac{\pi b}{\lambda}(\sin \varphi - \sin \varphi_0)\right]}{\left[\frac{\pi b}{\lambda}(\sin \varphi - \sin \varphi_0)\right]^2}. \quad (4.59)$$

Запитання 4.34. З'ясуйте суть і характер дифракції Фраунгофера на двох щілинах.

Відповідь. При дифракції світла на двох щілинах (рис. 4.21) одночасно мають місце дифракція на кожній із щілин і інтерференція дифрагованого світла на щілинах. Внаслідок цього в певних напрямках дія однієї щілини підсилить дію іншої і виникнуть так звані **головні максимуми**.

Можливі і інші напрямки, в яких коливання щілин взаємно погасять одні одних і виникнуть **додаткові мінімуми**. Можна легко знайти, що розподіл інтенсивності в дифракційній картині від двох щілин виразиться формулою:

$$I_{\varphi} = I_0 \frac{\sin^2 u}{u^2} \sin^2 \nu, \quad (4.60)$$

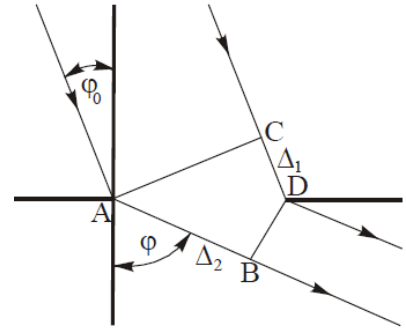


Рис. 4.20

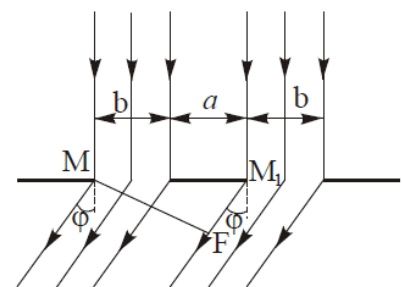


Рис.4.21

де I_φ – інтенсивність дифрагованого світла в напрямку кута φ , $I_0 = 4E_0^2$, E_0 – амплітуда падаючого на щілини світла, $u = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi$, $v = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi$, φ – кут дифракції, b – ширина щілин, $d = a + b$, a – відстань між щілинами. Множник $\frac{\sin^2 u}{u^2}$ характеризує розподіл інтенсивності в результаті дифракції на кожній із щілин (**дифракційний множник**), а множник $\sin^2 v$ враховує інтерференцію між пучками від окремих щілин (**інтерференційний множник**).

Умова головних максимумів:

$$d \sin \varphi = k\lambda, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (4.61)$$

Умова додаткових мінімумів:

$$d \sin \varphi = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (4.62)$$

Запитання 4.35. Як змінюватиметься дифракційна картина від двох щілин при зміні: довжини хвилі світла; ширини щілин; відстані між щілинами?

Відповідь. Оскільки положення головних максимумів пропорційне довжині хвилі

$$\sin \varphi = \frac{k\lambda}{d}, \quad (4.63)$$

то очевидно, що із збільшенням довжини хвилі головні максимуми будуть зсуватися в бік від центра картини. Якщо щілини освітити білим світлом, то кожний головний максимум (окрім центрального) буде забарвлений у всі кольори веселки з фіолетовим кольором з внутрішнього боку, і червоним – із зовнішнього боку.

Відстань між первинними мінімумами (від однієї щілини) залежить від ширини щілини b (див. рис. 4.22). Тому, змінюючи ширину щілин буде змінюватися відстань між первинними мінімумами.

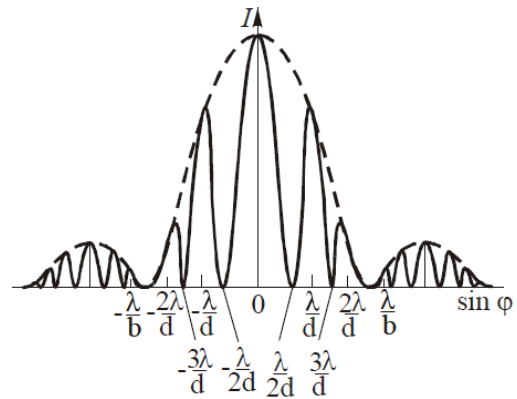


Рис. 4.22

Від відстані між щілинами a , при заданій ширині щілин b , залежить кількість головних максимумів n , які розміщуються між двома сусідніми первинними мінімумами (див. рис. 4.22). Вона визначається формулою:

$$n = 2 \frac{a}{b} + 1. \quad (4.64)$$

Якщо $a = b$, то $n = 3$, якщо $a = 2b$, то $n = 5$, якщо $a = 3b$, то $n = 7$, і т.д. Отже, від величини відстані між щілинами (при заданій ширині щілин) залежить відстань між головними максимумами: **при збільшенні відстані між щілинами, відстань між головними максимумами зменшується.**

Запитання 4.36. З'ясуйте суть формул

$$E_{2\varphi}^0 = 2E_0 \frac{\sin u}{u} \cos \nu, \quad (4.65)$$

$$I_{2\varphi} = I_0 \frac{\sin^2 u}{u^2} \cos^2 \nu. \quad (4.66)$$

Поясніть, які величини входять у формули (4.65) і (4.66).

Відповідь. Формула (4.65) визначає розподіл результуючої амплітуди світлових коливань в залежності від кута дифракції φ на двох щілинах, а формула (4.66) виражає розподіл інтенсивності на екрані в залежності від кута дифракції φ світла на двох щілинах за умови, що світло падає до площини щілин нормально.

У наведені вище формули входять такі величини: $E_{2\varphi}^0$ – результуюча амплітуда світлових коливань в напрямку кута дифракції φ , E_0 – амплітуда коливання падаючого на щілини світла, $I_{2\varphi}$ – результуюча інтенсивність дифрагovanого світла на двох щілинах в напрямку кута φ , $I_0 = 4E_0^2$, $u = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi$, $\nu = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi$, φ – кут дифракції. Множник $\frac{\sin^2 u}{u^2}$ характеризує розподіл інтенсивності в результаті дифракції плоскої світлової хвилі на кожній із щілин (**дифракційний множник**), а множник $\cos^2 \nu$ враховує інтерференцію дифрагovanних пучків (**інтерференційний множник**) і він періодично змінюється (див. відповідь на запитання 4.34).

Запитання 4.37. При переході від дифракції на одній щілині до дифракції на двох щілинах, дифракційна картина суттєво міняється: утворюються так звані головні максимуми і додаткові мінімуми. Завдяки чому (якому механізму) вони утворюються? Яка кількість головних максимумів вкладається між мінімумами першого порядку, що утворюються окремою щілиною?

Відповідь. При дифракції світла на одній щілині виникає дифракційна картина, наведена на рис. 4.23. Розподіл інтенсивності в дифракційній картині від однієї щілини на екрані визначається формулою (4.47)

$$I_{\varphi} = I_0 \frac{\sin^2 u}{u^2}, \quad (4.67)$$

де I_0 – інтенсивність падаючого на щілину світла, $u = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi$, φ – кут дифракції.

Множник $\frac{\sin^2 u}{u^2}$ характеризує розподіл інтенсивності в результаті дифракції плоскої світлової хвилі на щілині. Як видно із рис. 4.23 основна доля світлового потоку зосереджена в центральній дифракційній смузі, тобто між мінімумами першого і мініус першого порядків.

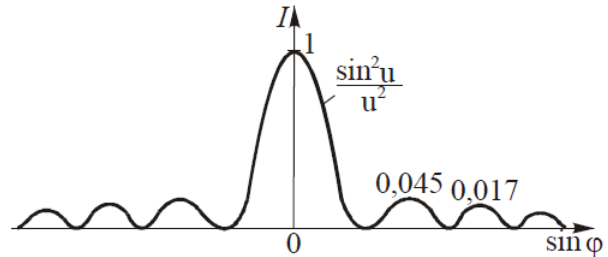


Рис. 4.23

При дифракції на двох щілинах мають місце два явища: дифракція на кожній із щілин і інтерференція дифрагованого світла на щілинах, в результаті якої утворюються так звані головні максимуми і додаткові мінімуми. Умовою головних максимумів є умова (4.61):

$$d \sin \varphi = k \lambda, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \quad (4.67)$$

умовою додаткових мінімумів є (4.62):

$$d \sin \varphi = (2k+1) \frac{\lambda}{2}, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (4.68)$$

Головні максимуми виникають на місці максимумів від однієї щілини. В залежності від співвідношення відстані між щілинами a і шириною щілин b , між двома первинними мінімумами (від $-\lambda/b$ до $+\lambda/b$) може розміститися різна кількість головних максимумів, яку можна розрахувати за формулою (4.64):

$$(4.69) \quad n = 2 \frac{a}{b} + 1.$$

Якщо $a = b$, то $n = 3$, якщо $a = 2b$, то $n = 5$, якщо $a = 3b$, то $n = 7$ і т.д. На рис. 4.24. наведена дифракційна картина від двох щілин шириною b , розміщених на відстані $a = 2b$. (див. відповідь на запитання 4.35).

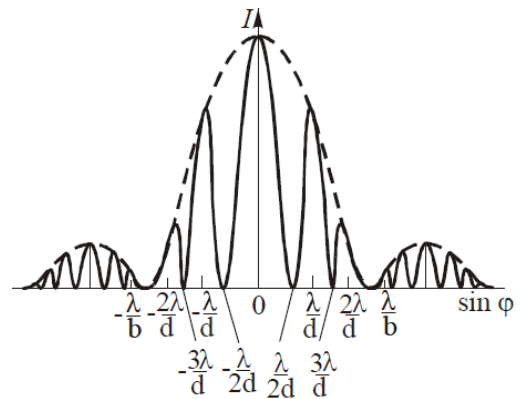


Рис. 4.24

Запитання 4.38. З'ясуйте суть формули

$$n = 2 \frac{a}{b} + 1, \quad (4.70)$$

де b – ширина щілин, a – відстань між щілинами.

Відповідь. Формула (4.70) дає можливість розрахувати кількість головних максимумів, що виникають між первинними мінімумами (від $-\lambda/b$ до $+\lambda/b$) при дифракції на двох щілинах (див. відповіді на запитання 4.35 і 4.37).

Запитання 4.39. За якої умови головні максимуми, що відповідають $k = \pm 2, \pm 4, \pm 6, \dots$ зникають?

Відповідь. Умовою виникнення головних максимумів є:

$$d \sin \varphi = k \lambda, \quad k \neq 0, \quad k = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \quad (4.71)$$

де $d = a + b$, b – ширина щілини, a – відстань між щілинами, φ – кут дифракції.

Якщо $a = b$, то умова головних максимумів (4.71) набуде вигляду:

$$2b \sin \varphi = k \lambda \quad \text{або} \quad b \sin \varphi = \frac{k}{2} \lambda. \quad (4.72)$$

Якщо $k = \pm 2, \pm 4, \pm 6, \dots$, то умова (4.71) перетвориться в умову $b \sin \varphi = k \lambda$, яка визначає положення мінімумів від окремих щілин (див. формулу 4.30). Отже, за умови, що $a = b$, смуги, які відповідають $k = \pm 2, \pm 4, \pm 6, \dots$, зникають.

Якщо $a = 2b$, то умова головних максимумів (4.71) переписеться так:

$$3b \sin \varphi = k \lambda \quad \text{або} \quad b \sin \varphi = \frac{k}{3} \lambda. \quad \text{Тому, за умови, коли } k = \pm 3, \pm 6, \pm 9, \dots, \text{ умова го-}$$

ловних максимумів (4.71) також перетворюється в умову, що визначає положення мінімумів від окремих щілин, внаслідок чого кожний третій головний максимум зникне. **При цьому і в першому і в другому випадку відбудеться перерозподіл енергії, що призведе до зростання інтенсивності інших світ-
лих смуг.**

Запитання 4.40. Знайти кутовий розподіл інтенсивності $I(\varphi)$ при дифракції плоскої монохроматичної хвилі, яка падає нормально на одновимірну дифракційну решітку.

Відповідь. Дифракційною решіткою називають систему N паралельних однакової ширини щілин, розділених однаковими непрозорими проміжками (рис. 4.25).

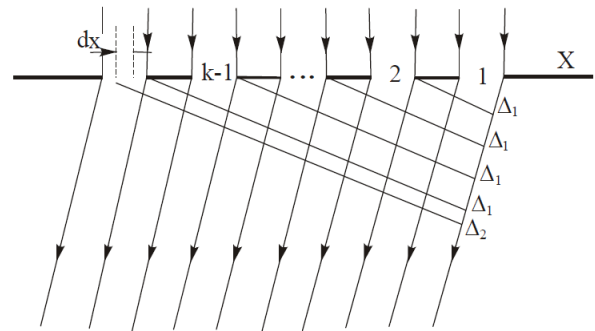


Рис. 4.25

Якщо ширина щілини b , а відстань між щілинами a , то величину $d = a + b$ називають **сталою решітки**. Як і у випадку дифракції світла на двох щілинах розподіл інтенсивності в дифракційній картині, що дає дифракційна решітка, визначається сукупністю двох процесів: **дифракцією світла на кожній із щілин та інтерференцією світла від N щілин**. Неважко показати, що результуюча амплітуда світлових коливань в напрямку φ визначається формулою

$$E_{\varphi} = E_0 \frac{\sin u}{u} \cdot \frac{\sin Nv}{\sin v}, \quad (4.73)$$

де E_0 – амплітуда коливань в площині решітки, $u = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi$, $v = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi$, φ – кут дифракції, N – загальна кількість щілин решітки (вивід формули (4.73) див. в 1, ст. 153–155). Оскільки інтенсивність пропорційна квадрату амплітуди, то

$$I_\varphi = I_0 \frac{\sin^2 u}{u^2} \cdot \frac{\sin^2 Nv}{\sin^2 v}, \quad (4.74)$$

де $I_\varphi = E_\varphi^2$ інтенсивність дифрагованого світла в напрямку кута φ , $I_0 \sim E_0^2$ – інтенсивність падаючого на решітку світла.

Множник $\frac{\sin^2 u}{u^2}$ характеризує кутовий розподіл інтенсивності, в *результаті дифракції плоскої хвилі* на кожній із щілин, а множник $\frac{\sin^2 Nv}{\sin^2 v}$ *враховує інтерференцію дифрагованих пучків*, які йдуть від всіх щілин.

Формула (4.74) і виражає кутовий розподіл інтенсивності світла в дифракційній картині при дифракції на решітці.

Запитання 4.41. З'ясуйте суть формули

$$d \sin \varphi = \left(k + \frac{P}{N}\right) \lambda, \quad (4.75)$$

де d – стала дифракційної решітки, $k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$, $P = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$, N – загальна кількість штрихів решітки.

Відповідь. Формула (4.75) визначає напрямки на додаткові мінімуми, які виникають внаслідок інтерференції дифрагованих пучків на щілинах (штрихах) решітки. Розрахунки показують (а досвід підтверджує), що між сусідніми головними максимумами розміщується $N - 1$ додатковий мінімум.

Запитання 4.42. Від яких параметрів, що характеризують дифракційну решітку, залежить положення головних максимумів дифракційної картини?

Відповідь. Положення головних максимумів визначається формулою:

$$\sin \varphi = \frac{k\lambda}{d}, \quad (4.76)$$

(див. формулу (4.63)). Із формули (4.77) видно, що положення головних максимумів пропорційне довжині світлової хвилі і обернено пропорційне сталій дифракційної решітки.

Окрім того положення головних максимумів залежить і від величини відстані між щілинами a . Якщо відстань між щілинами збільшувати (при заданій ширині щілин), відстань між головними максимумами буде зменшуватися (зміниться їх положення) (див. відповідь на запитання 4.35).

Запитання 4.43. Якими величинами визначається інтенсивність головних максимумів?

Відповідь. Інтенсивність головних визначається формулою:

$$I_k = I_0 \frac{\sin^2 u}{u^2} \cdot \frac{\sin^2 Nv}{\sin^2 v}. \quad (4.77)$$

Оскільки $\frac{\sin^2 Nv}{\sin^2 v} = N^2$ (див. формулу (4.83) в [1], ст. 156), то формула (4.77) набуває вигляду:

$$I_k = I_0 \frac{\sin^2 u}{u^2} N^2. \quad (4.78)$$

Для нульового ($k = 0$, $\varphi = 0$) максимуму $\lim_{\varphi \rightarrow 0} \frac{\sin u}{u} = 1$ і формула (4.78) записується так:

$$I_{k=0} = I_0 N^2. \quad (4.79)$$

Отже, інтенсивність нульового максимуму в дифракційній картині максимальна і пропорційна квадрату загальної кількості штрихів дифракційної решітки. Інтенсивність всіх інших головних максимумів виразиться так:

$$I_k = I_0 N^2 d^2 \frac{\sin^2(\pi b k / d)}{\pi^2 b^2 k^2}. \quad (4.80)$$

Тут використана умова головних максимумів $d \sin \varphi = k \lambda$ і, що $u = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi$.

Із аналізу формули (4.80) можна зробити висновки, що інтенсивність k -ого максимуму пропорційна N^2 (квадрату загальної кількості штрихів дифракційної решітки), обернено-пропорційна квадрату порядку дифракції ($I_k \approx 1/k^2$). Інтенсивність світла в k -ому максимумі суттєво залежить від відношення b/d (b – ширина щілини, d – стала дифракційної решітки). Якщо $(b/d)k = k'$, де k' – ціле число, формула (4.80) перетвориться в нуль, оскільки $\sin\left(\frac{\pi b k}{d}\right) = \sin \pi k' = 0$. Інтенсивність в цьому головному максимумі дорівнює нулю. Так, наприклад, при $\frac{b}{d} = \frac{1}{3}$ випадає кожний третій головний максимум, при $\frac{b}{d} = \frac{1}{4}$ – кожний четвертий. Якщо $\frac{b}{d} = \frac{1}{2}$, випадають всі парні головні максимуми, оскільки вони співпадуть з первинними мінімумами від окремої щілини.

Запитання 4.44. Покажіть, що інтенсивність нульового (центрального) максимуму в дифракційній картині від дифракційної решітки виражається формулою

$$I_{k=0} = I_0 N^2, \quad (4.81)$$

де I_0 – інтенсивність падаючого на решітку світла, N – загальна кількість щілин решітки.

Відповідь. Інтенсивність головних максимумів в дифракційній картині дифракційної решітки виражається формулою:

$$I_k = I_0 \frac{\sin^2 u}{u^2} \cdot \frac{\sin^2 Nv}{\sin^2 v}, \quad (4.82)$$

де $u = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi$, $v = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi$, φ – кут дифракції, b – ширина щілин, d – стала дифракційної решітки. Множник $\frac{\sin^2 u}{u^2}$ характеризує розподіл інтенсивності в результаті дифракції плоскої хвилі на кожній із щілин, а множник $\frac{\sin^2 Nv}{\sin^2 v}$ враховує інтерференцію між дифрагованими на решітці пучками.

Враховуючи, що $\frac{\sin^2 Nv}{\sin^2 v} = N^2$ (див. формулу (4.82) в [1], ст. 156), а для $k = 0$ ($\varphi = 0$) $\lim_{\varphi \rightarrow 0} \frac{\sin u}{u} = 1$, то формула (4.82) набуває вигляду формули (4.81):

$$I_{k=0} = I_0 N^2. \quad (4.83)$$

Запитання 4.45. Якою умовою визначається максимальне значення порядку спектра k_{\max} ?

Відповідь. Порядок спектра можна визначити із умови головних максимумів:

$$d \sin \varphi = k \lambda \Rightarrow k = \frac{d \sin \varphi}{\lambda}. \quad (4.84)$$

Оскільки максимальний кут дифракції (кут відхилення) не може перевищувати $\pi / 2$, то із (4.84) отримуємо:

$$k_{\max} = \frac{d \sin \frac{\pi}{2}}{\lambda}. \quad (4.85)$$

Із (4.85) випливає, що

$$k_{\max} \leq \frac{d}{\lambda}. \quad (4.86)$$

Отже, із (4.86) видно, що чим менше d (стала решітки) при заданому λ , тим менше граничне (максимальне) значення k_{\max} (максимальне значення порядку спектра). При достатньо малому d виявиться можливим лише спектр першого порядку ($k=1$). Очевидно, що дифракційний спектр може спостерігатися лише для довжин хвиль λ , які менші за d ($\lambda < d$).

Запитання 4.46. Максимуми якої максимальної довжин хвилі λ можна спостерігати в спектрі дифракційної решітки з періодом d ?

Відповідь. Максимальну довжину хвилі λ_{\max} , за якої ще можна спостерігати дифракційні максимуми можна визначити із умови максимумів (див. формулу (4.84)), якщо взяти до уваги, що максимальний кут дифракції не може бути більшим $\pi/2$. Тоді із (4.84) маємо:

$$\lambda_{\max} \leq \frac{d}{k}. \quad (4.87)$$

Отже, чим менше k тим більшу довжину хвилі можна спостерігати в спектрі дифракційної решітки з періодом d .

Запитання 4.47. В чому перевага спектрів низьких порядків при використанні решітки в якості диспергуючого елемента?

Відповідь. В спектрах низьких порядків інтенсивність максимумів значно більша, ніж в спектрах вищих порядків ($I_k \sim 1/k^2$, див. формулу (4.80)). Проте у спектрах вищих порядків роздільна здатність більша ($R = kN$).

Запитання 4.48. При якому відношенні ширини щілини b до періоду решітки d в дифракційній картині буде відсутній спектр третього порядку?

Відповідь. Для відповіді на запитання, скористаємось формулою (4.80):

$$I_k = I_0 N^2 d^2 \frac{\sin^2(\pi b k / d)}{\pi^2 b^2 k^2}. \quad (4.88)$$

Із формули (4.88) видно, що інтенсивність в k -ому максимумі суттєво залежить від відношення b/d . Так, якщо $(b/d)k = k'$, де k' – ціле число, вираз (4.88) перетвориться в нуль, оскільки $\sin\left(\frac{\pi k b}{d}\right) = \sin k' = 0$. Інтенсивність в цьому головному максимумі дорівнюватиме нулю. Так, наприклад, при $b/d = 1/3$ випадає кожний третій максимум в дифракційній картині, оскільки $\sin^2 \frac{\pi k}{3} = \sin \pi = 0$ (тут $k = 3$) (див. відповідь на запитання 4.43).

Запитання 4.49. Під яким кутом до дифракційної решітки направлений перший дифракційний максимум, якщо кут падіння паралельного пучка світла

на дифракційну решітку дорівнює φ_0 , стала дифракційної решітки d , довжина світлової хвилі λ ?

Відповідь. Різниця ходу для крайніх променів світлового пучка дорівнює:

$$\Delta = AC - BD = d \sin \varphi_0 - d \sin \varphi$$

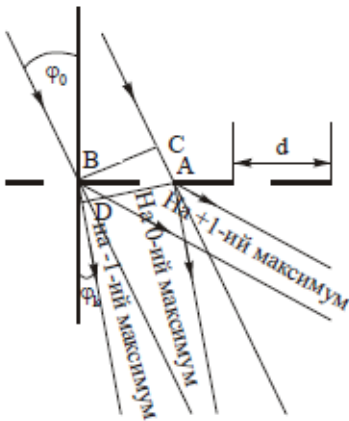
Тут φ_0 – кут падіння, φ – кут дифракції (див. рис. 4.26).

Умова головних максимумів має вигляд:

$$d \sin \varphi_0 - d \sin \varphi = k\lambda, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (4.89)$$

Напрямок на 1-ий максимум ($k = +1$) визначається із рівняння (4.89)

$$\sin \varphi_1 = \frac{d \sin \varphi_0 - \lambda}{d},$$



звідки

$$\varphi_1 = \arcsin\left(\frac{d \sin \varphi_0 - \lambda}{d}\right). \quad (4.90)$$

Рис. 4.26

Запитання 4.50. Чи можна дифракційну решітку назвати інтерференційною? Аргументуйте свою відповідь.

Відповідь. Так. Можна. При дифракції світла на дифракційній решітці мають місце два фізичні процеси: дифракція світла на кожній із N щілин і інтерференція дифрагovanого світла на щілинах, оскільки кожену щілину дифракційної решітки можна розглядати як вторинне когерентне джерело світла. Тому знайдуться такі напрямки, в яких дія однієї щілини підсилить дію інших щілин і в цих напрямках виникнуть так звані **головні максимуми**. Можливі і такі напрямки, в яких коливання від окремих щілин взаємно погасяться і виникнуть **додаткові мінімуми**. Таким чином, дифракційна картина, що виникає на дифракційній решітці, є по суті інтерференційною картиною, а, виходячи із цього, дифракційну решітку можна вважати інтерференційною.

Запитання 4.51. В чому переваги дифракційної решітки з: великою кількістю щілин; малим періодом решітки?

Відповідь. Від загальної кількості щілин N залежить роздільна здатність дифракційної решітки:

$$R = kN, \quad (4.91)$$

де $k = 1, 2, 3, \dots$, – порядок спектра, N – загальна кількість щілин, нанесених на решітку.

Від періоду дифракційної решітки d , який визначає число щілин на одиниці довжини решітки ($N_0 = 1/d$), залежить кутова дисперсія D_φ :

$$D_{\phi} = kN_0 = k \frac{1}{d}. \quad (4.92)$$

Отже, від N , прямо пропорційно, залежить роздільна здатність решітки, від d , обернено пропорційно, залежить кутова дисперсія решітки. Інакше, чим більше N (загальне число щілини), тим різкіші максимуми, чим менше d (стала решітки), тим на більший кут розводяться дифракційні максимуми випромінювання.

Запитання 4.52. Чим відрізняються дифракційні картини від 2-х щілин, розміщених на відстані $a = 10^{-4}$ см одна від одної і дифракційної решітки, яка має 10^4 щілин/см ($N_0 = 10^4 \frac{\text{щілин}}{\text{см}}$).

Відповідь. Якщо припустити, що ширина щілин b однакова в обох системах, а для дифракційної решітки $a = b$, то легко знайти, що $b = 0,5 \cdot 10^{-4}$ см. ($d = a + b \rightarrow d = 2b \rightarrow b = 0,5 \cdot 10^{-4}$ см). Звідси знаходимо, що $a/b = 2$ (для двох щілин) і $a/b = 1$ (для дифракційної решітки). Це означає, що головні максимуми в дифракційній картині від 2-х щілин будуть розміщені густіше, ніж головні максимуми в дифракційній картині від дифракційної решітки.

Окрім того, головні максимуми від 2-х щілин значно ширші і менш інтенсивні, ніж головні максимуми від дифракційної решітки (див. відповідь на запитання 4.35).

Запитання 4.53. Біле світло падає на: дифракційну решітку; тригранну призму. В кожному випадку нижче напрямку падаючого променя на екрані виникає «веселка». Якого кольору верхній край веселки в кожному із цих випадків?

Відповідь. Якщо на дифракційну решітку (або на тригранну призму) падає біле світло, то вона розкладає його на окремі складові (в спектр).

Дифракційна решітка сильніше відхиляє довгі хвилі (червоні промені), оскільки кут дифракції прямо пропорційний довжині хвилі ($\sin \varphi = k\lambda / d$). Отже, верхній край веселки, яка виникає від дифракційної решітки, буде забарвлений в фіолетовий колір. Тригранна призма сильніше відхиляє (заломлює) короткі хвилі (фіолетові промені), тому верхній край веселки буде забарвлений в червоний колір.

Запитання 4.54. Поясніть, чому при освітленні дифракційної решітки монохроматичним світлом між головними максимумами виникають слабкі, іноді ледь помітні, вторинні максимуми? Чому вторинні максимуми такі слабкі?

Відповідь. Як відмічалось у відповіді на запитання 4.50 при дифракції світла на дифракційній решітці мають місце два процеси: дифракція світла на ко-

жній із N щілин і інтерференція дифрагованого світла на всіх щілинах. Напрямки, в яких дія однієї щілини підсилить дію інших щілин, визначаються умовою

$$d \sin \varphi = k\lambda, \quad (4.93)$$

де d – стала дифракційної решітки, φ – кут дифракції, в напрямку якого виникають інтерференційні максимуми, k – порядок дифракції, λ – довжина світлової хвилі. Максимуми, які визначаються умовою (4.93), називаються **головними максимумами**. Між головними максимумами розміщуються додаткові мінімуми, напрямки на які визначаються умовою:

$$d \sin \varphi = \left(k + \frac{P}{N} \right) \lambda, \quad (4.94)$$

де N – загальна кількість щілин решітки, $k = 0, 1, 2, 3 \dots$, $P = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \pm (N - 1)$, і другорядні (додаткові) максимуми, які утворюються внаслідок дифракції світла на кожній із щілин.

Другорядні максимуми дуже слабкі, бо через кожен щілину проходить дуже мала енергія, оскільки, внаслідок перерозподілу енергії при дифракції основна частина енергії припадає на головні максимуми. При великій кількості щілин другорядні максимуми, як правило, не відіграють ніякої ролі і створюють фон, на якому виступають різкі і вузькі головні максимуми, в яких концентрується практично все дифраговане світло.

Запитання 4.55. Знайдіть умови рівності нулю інтенсивності k -ого максимуму для дифракційної решітки з періодом d і шириною щілини b .

Відповідь. Інтенсивність k -ого головного максимуму визначається формулою:

$$I_k = I_0 N^2 d^2 \frac{\sin^2(\pi kb / d)}{\pi^2 b^2 k^2}, \quad (4.95)$$

(див. формулу (4.80)).

Як видно із (4.95), інтенсивність в k -ому максимумі залежить від відношення b/d . Якщо $(b/d) k = k'$, де k' – ціле число, то вираз (4.95) перетворюється в нуль, оскільки $\sin\left(\frac{\pi kb}{d}\right) = \sin \pi k' = 0$.

Отже, інтенсивність в цьому головному максимумі дорівнює нулю. Так, наприклад, при $b/d = 1/2$ випадає кожний другий максимум, при $b/d = 1/3$ – кожний третій, при $b/d = 1/4$ – кожний четвертий і т.д. (див. відповідь на запитання 4.43).

Запитання 4.56. Якщо дифракційну решітку освітити білим світлом, то дифракційна картина за решіткою буде являти собою сукупність чергування максимумів хвиль різної довжини, тобто, отримується спектр, що подібний до

спектра, отриманого за допомогою тригранної призми. Чим відрізняється дифракційний спектр від дисперсійного, отриманого за допомогою тригранної призми?

Відповідь. І дифракційна решітка і тригранна призма розкладають біле світло в спектр. Однак, за допомогою дифракційної решітки отримується спектр в ± 1 -ому, ± 2 -ому, ... $\pm k$ -ому порядках. Призма дає тільки один спектр. Дифракційна решітка сильніше відхиляє довгі хвилі (червоні промені), оскільки положення максимумів пропорційні довжині хвилі λ $\left(\sin \varphi = \frac{k\lambda}{d} \right)$, тому дифракційний спектр будь-якого порядку замикає червоний колір. У призматичному (дисперсійному) спектрі сильніше заломлюються короткі хвилі, тому спектр замикається фіолетовим кольором.

Запитання 4.57. Який максимальний порядок спектра може спостерігатися при дифракції світла з довжиною λ на решітці з періодом d ?

Відповідь. Порядок спектра можна визначити із умови головних максимумів:

$$d \sin \varphi = k\lambda \Rightarrow k = \frac{d \sin \varphi}{\lambda}, \quad (4.96)$$

де φ – кут дифракції.

Оскільки $\sin \varphi$ не може бути більшим за одиницю, то порядок спектра є обмеженим. Якщо покласти, що $\sin \varphi = 1$, то із (4.97) матимемо, що

$$k \leq \frac{d}{\lambda}. \quad (4.97)$$

Отже, чим менше d (період решітки) при заданому λ , тим менше граничне значення k . При достатньо малому d виявиться можливим лише спектр першого порядку ($k = 1$). Звідси ж видно, що дифракційний спектр може спостерігатися тільки для довжин хвиль λ , які менші за d ($\lambda < d$). Якщо $\lambda > d$, то умова (4.96) виконується тільки для $k = 0$.

Приклад. На дифракційну решітку падає паралельний пучок світла з $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$ м. Період решітки $d = 4,95 \cdot 10^{-6}$ м. Визначити максимальний порядок спектра.

Розв'язок. Скориставшись (4.96) маємо:

$$k_{\max} = \frac{d \sin \frac{\pi}{2}}{\lambda} = \frac{d}{\lambda} = \frac{4,95 \cdot 10^{-6}}{0,5 \cdot 10^{-6}} = 9,9$$

Однак, число k повинно бути цілим. В той же час воно не може бути рівним 10, оскільки при цьому значенні $\sin \varphi$ був би більше одиниці, що неможливо. Значить $k_{\max} = 9$.

Запитання 4.58. Опишіть дифракційну картину, що утворюється при дифракції на решітці, якщо її стала (період) рівна: $2b$; $3b$; $4b$ (де b – ширина щілини).

Відповідь. Характер дифракційної картини, отриманої від дифракційної решітки, залежить від відношення a/b (де b – ширина щілини, a – відстань між щілинами) та відношення b/d (де d – період решітки).

Від відношення a/b залежить кількість головних максимумів, які розмістяться між двома первинними мінімумами (від $-\frac{\lambda}{b}$ до $+\frac{\lambda}{b}$), які отримуються від однієї щілини. Кількість головних максимумів визначається формулою:

$$n = 2\frac{a}{b} + 1. \quad (4.98)$$

$$\text{Якщо } d = 2b, a = b, \quad n = 2\frac{a}{b} + 1 = 3.$$

$$\text{Якщо } d = 3b, a = 2b, \quad n = 2\frac{a}{b} + 1 = 5.$$

$$\text{Якщо } d = 4b, a = 3b, \quad n = 2\frac{a}{b} + 1 = 7.$$

Окрім того, виходячи із аналізу формули (4.80)

$$I_k = I_0 N^2 d^2 \frac{\sin^2\left(\frac{2\pi kb}{d}\right)}{\pi^2 b^2 k^2}, \quad (4.99)$$

впливає, що в спектрі, отриманого за допомогою решітки з $d = 2b$, відношення $b/d = 1/2$, а це означає, що кожний другий головний максимум випаде; у випадку, коли $d = 3b$ ($b/d = 1/3$), випаде кожний третій головний максимум; у випадку, коли $d = 4b$ ($b/d = 1/4$), випаде кожний четвертий головний максимум.

Запитання 4.59. Чому нульовий максимум ($k = 0$) в дифракційному спектрі, що виникає при дифракції на дифракційній решітці у білому світлі, завжди є білим?

Відповідь. Положення головних максимумів, які визначаються умовою $d \sin \varphi = k\lambda$, залежать від довжини хвилі λ . Це означає, що хвилі різної довжини відхиляються по різному. Сильніше за всіх відхиляються довгі хвилі (червоні промені) білого світла. Тому дифракційна решітка розкладає біле світло в

спектр. Спектр отримується в 1-ому, 2-ому і т.д. порядках. Виключення складає лише нульовий порядок ($k = 0$), в якому головні максимуми не залежать від довжини хвилі. Тому в нульовому порядку спектра світлові хвилі різних довжин накладаються і в результаті утворюють білу смугу.

Запитання 4.60. Як зміниться дифракційна картина, отримана за допомогою дифракційної решітки, якщо:

- а) збільшити сталу решітки, не змінюючи загального числа штрихів (щілин);
- б) збільшити загальне число штрихів, не змінюючи сталої решітки;
- в) збільшити ширину щілин, залишивши незмінним сталу решітки і число штрихів?

Відповідь. а) Збільшивши сталу решітки, не змінивши загального числа штрихів означає, що збільшиться відстань між штрихами a ($d = a + b$), що призведе до збільшення відношення a/b , від якого залежить кількість головних максимумів, які розмістяться між двома первинними мінімумами (від $-\frac{\lambda}{b}$ до $+\frac{\lambda}{b}$).

Отже, якщо збільшити сталу решітки, не змінивши при цьому загального числа штрихів, збільшиться кількість головних максимумів між первинними мінімумами (від $-\frac{\lambda}{b}$ до $+\frac{\lambda}{b}$). Спектр стане густішим.

б) Якщо збільшити загальне число штрихів, не змінюючи сталої решітки, то це призведе до збільшення інтенсивності головних максимумів, оскільки $I_k \sim I_0 N^2$.

в) Якщо збільшити ширину щілин b , залишивши при цьому незмінними сталу решітки d і загальну кількість щілин N , то це означає, що на скільки ми збільшимо ширину щілини b , настільки зменшимо відстань між щілинами і відношення a/b зменшиться, а значить зменшиться і кількість головних максимумів, які розмістяться між первинними мінімумами (від $-\frac{\lambda}{b}$ до $+\frac{\lambda}{b}$).

Окрім того, якщо зросте ширина щілини, то зросте і відношення b/d . Якщо $(b/d) k = k'$, де k' – ціле число, то вираз (4.80) перетвориться в нуль, оскільки $\sin\left(\frac{\pi kb}{d}\right) = \sin \pi k' = 0$. Інтенсивність в цьому головному максимумі дорівнюватиме нулю (див. відповідь на запитання 4.43).

Запитання 4.61. З'ясуйте умови виникнення головних максимумів та характер розподілу інтенсивності світла при дифракції на дво- і тривимірній решітках.

Відповідь. Під двовимірною решіткою розуміють решітку, в якій на пове-

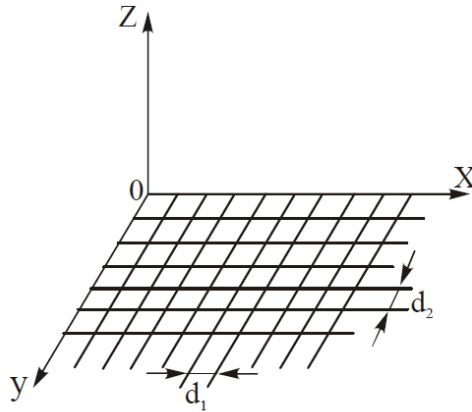


Рис. 4.27

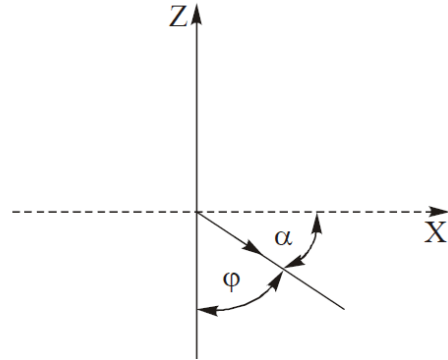


Рис. 4.28

рхні пластинки штрихи нанесені у взаємно перпендикулярних напрямках. Така решітка характеризується двома періодами d_1 і d_2 (див. рис. 4.27). При характеристиці дифракції на такій решітці користуються не кутами дифракції, а доповнювальними кутами α , β , γ , які є кутами між дифрагуючими променями і осями X , Y , Z (рис. 4.28).

Умови головних максимумів в напрямку осей x -ів і y -ів запишуться так:

$$\left. \begin{aligned} d_1 \cos \alpha &= k_1 \lambda, \\ d_2 \cos \beta &= k_2 \lambda, \end{aligned} \right\} \quad (4.100)$$

де k_1 і k_2 – цілі числа, λ – довжина хвилі світла.

Окрім того повинна виконуватися ще одна умова з геометричних міркувань:

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1. \quad (4.101)$$

Якщо світло падає на решітку не під прямим кутом, то умова максимумів набуває такого вигляду:

$$\left. \begin{aligned} d_1 (\cos \alpha - \cos \alpha_0) &= k_1 \lambda, \\ d_2 (\cos \beta - \cos \beta_0) &= k_2 \lambda. \end{aligned} \right\} \quad (4.102)$$

Співвідношення (4.102) залишаються в силі і в цьому випадку.

Тривимірну решітку можна собі уявити як систему двовимірних решіток з періодами d_1 і d_2 , розміщених перпендикулярно до осі Z з періодом d_3 . Таку решітку ще називають **об'ємною (просторовою)**.

У випадку дифракції на об'ємній решітці напрямки, в яких спостерігається максимуми дифракції, визначаються із таких умов:

$$\left. \begin{aligned} d_1 (\cos \alpha - \cos \alpha_0) &= k_1 \lambda, \\ d_2 (\cos \beta - \cos \beta_0) &= k_2 \lambda, \\ d_3 (\cos \gamma - \cos \gamma_0) &= k_3 \lambda. \end{aligned} \right\} \quad (4.103)$$

При цьому повинні виконуватися автоматично і дві геометричні умови:

$$\left. \begin{aligned} \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma &= 1, \\ \cos^2 \alpha_0 + \cos^2 \beta_0 + \cos^2 \gamma_0 &= 1. \end{aligned} \right\} \quad (4.104)$$

Виключаючи із рівнянь (4.103) і (4.104) α , β і γ , знаходимо співвідношення (за умови, що $\alpha_0 = \beta_0 = \pi / 2$ і $\gamma_0 = 0$):

$$\frac{k_1^2 \lambda^2}{d_1^2} + \frac{k_2^2 \lambda^2}{d_2^2} + \frac{(d_3 + k_3 \lambda)^2}{d_3^2} = 1, \quad (4.105)$$

яке визначає довжину хвилі λ . Якщо $d_1 = d_2 = d_3 = d$, то із (4.105) отримаємо:

$$\lambda = \frac{-2dk_3}{k_1^2 + k_2^2 + k_3^2}. \quad (4.106)$$

Для видимого світла здійснити дифракцію на просторовій решітці достатньо важко.

Запитання 4.62. З'ясуйте умови, за яких можна спостерігати дифракцію рентгенівських променів.

Відповідь. Рентгенівські промені на звичайних, механічно виготовлених дифракційних решітках, дифрагувати не можуть, бо стала такої дифракційної решітки велика а довжина хвилі рентгенівського випромінювання дуже мала. Для спостереження дифракції стала дифракційної решітки d і довжина хвилі випромінювання λ повинні бути одного порядку. Тому дифракцію рентгенівських променів можна здійснити на кристалах твердих тіл, які є природними просторовими решітками. Якщо на такий кристал направити пучок рентгенівських променів, то кожний атом, із яких складається кристалічна ґратка, викличе дифракцію рентгенівських променів. Вперше дифракцію рентгенівських променів на кристалічній ґратці спостерігав Макс Лауе.

Запитання 4.63. З'ясуйте фізичний зміст дисперсії та роздільної здатності дифракційної решітки.

Відповідь. Дисперсія визначає кутову або лінійну відстань між двома спектральними лініями, які відрізняються за довжиною хвилі на 1Å .

Кутова дисперсія.

$$D_\varphi = \frac{d\varphi}{d\lambda}, \quad (4.107)$$

де $d\varphi$ – кутова відстань між спектральними лініями одного і того ж порядку, які відрізняються за довжиною хвилі на $d\lambda$.

Диференціюючи умову максимумів $d \sin \varphi = k\lambda$, і, враховуючи, що φ залежить від λ (рис. 4.29), отримаємо:

$$d \cos \varphi d\varphi = kd\lambda \Rightarrow \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{k}{d \cos \varphi}.$$

звідки

$$(4.108) \quad D_\varphi = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{k}{d \cos \varphi}.$$

В межах малих кутів $\cos \varphi \approx 1$. Тоді

$$(4.109) \quad D_\varphi \approx \frac{k}{d}.$$

Якщо враховувати, що $d = 1 / N_0$, де N_0 – число штрихів на одиниці довжини, то

$$D_\varphi \approx kN_0, \quad (4.110)$$

або

$$D_\varphi \approx k \frac{N}{l}, \quad (4.111)$$

де l – довжина робочої ділянки решітки.

Зверни увагу!

При оцінці дисперсії важливим є не загальне число штрихів N , а число штрихів N_0 на одиниці довжини.

Із (4.110) видно, що вигідно працювати у високих порядках дифракції.

Лінійна дисперсія.

$$D_l = \frac{dl}{d\lambda}, \quad (4.112)$$

де dl – лінійна відстань між двома максимумами одного і того ж порядку для хвиль, які відрізняються на $d\lambda$.

При невеликих кутах із рис. 4.29 маємо:

$$dl \approx f d\varphi, \quad (4.113)$$

де f – фокусна відстань лінзи. Розділивши праву і ліву частину рівності (4.113) на $d\lambda$, отримаємо:

$$D_l = \frac{dl}{d\lambda} \approx f \frac{d\varphi}{d\lambda} \quad \text{або} \quad D_l \approx f D_\varphi. \quad (4.114)$$

Використовуючи формули (4.110) (4.111), отримаємо:

$$D_l = f \frac{k}{d} = fkN_0. \quad (4.115)$$

На практиці користуються поняттям оберненої дисперсії $d\lambda / dl$ і виражають її в $\text{Å}/\text{мм}$.

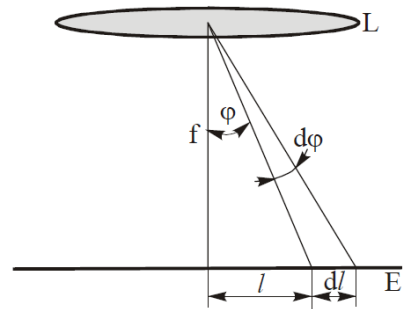


Рис. 4.29

Роздільна здатність – це властивість дифракційної решітки при даній дисперсії розрізняти дві близько розміщені лінії в спектрі. Для кількісної характеристики роздільної здатності існує критерій розділення, який називають критерієм Релея: **дві спектральні лінії однакової інтенсивності із однаковими симетричними контурами будуть розділеними, якщо кутова відстань $d\varphi$ між ними буде дорівнювати кутовій відстані $d\varphi'$ між головним максимумом і найближчим до нього мінімумом** (рис. 4.30).

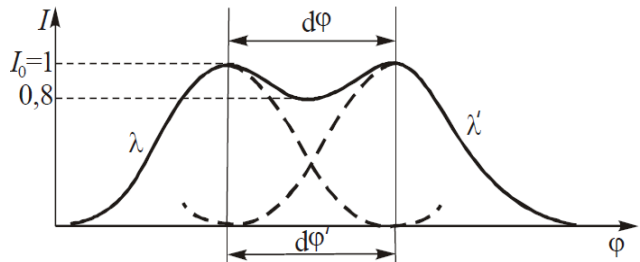


Рис. 4.30

Роздільною здатністю (силою) називають безрозмірну величину

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda}. \quad (4.116)$$

Тут $\delta\lambda = \lambda' - \lambda$ – різниця довжин хвиль між двома максимумами, для яких виконується критерій Релея, λ – середня довжина хвилі, яка відповідає центру провалу в сумарному контурі.

Умова виникнення максимумів k -ого порядку:

$$\left. \begin{aligned} d \sin \varphi_{\max} &= k\lambda, \\ d \sin \varphi_{\max} &= k\lambda'. \end{aligned} \right\} \quad (4.117)$$

Умовою найближчого справа до головного максимуму довжини хвилі λ мінімуму є:

$$d \sin \varphi_{\min} = k\lambda + \frac{\lambda}{N}. \quad (4.118)$$

Тут N – загальна кількість штрихів решітки (див. формулу (4.77) в [1]).

Якщо виконується критерій Релея, то $\varphi'_{\max} = \varphi_{\min}$. Звідси маємо

$$k\lambda + \frac{\lambda}{N} = k\lambda', \quad (4.119)$$

або

$$\frac{\lambda}{\lambda' - \lambda} = kN. \quad (4.120)$$

Поклавши, що $\delta\lambda = \lambda' - \lambda$, отримаємо:

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = kN. \quad (4.121)$$

Зверни увагу!

На відміну від дисперсії, яка залежить від числа штрихів на одиницю довжини решітки N_0 , роздільна здатність решітки визначається загальним числом штрихів решітки N .

Чим більше число штрихів на одиниці довжини решітки N_0 , тим на більший кут розводяться два близькі за довжиною хвилі максимуми випромінювання, а чим більше загальне число штрихів N решітки, тим вони різкіші.

Запитання 4.64. Що виражає формула:

$$D \approx k \frac{N}{l} ? \quad (4.122)$$

Відповідь. Формула (4.122) виражає кутову дисперсію дифракційної решітки. Тут k – порядок спектра, N – загальне число штрихів дифракційної решітки, l – довжина робочої ділянки решітки (див. першу частину відповіді на запитання 4.63).

Запитання 4.65. Що виражає формула:

$$R \leq \frac{l}{\lambda} ? \quad (4.123)$$

Відповідь. Формула (4.123) визначає максимальну роздільну здатність дифракційної решітки. Тут l – довжина робочої частини решітки, λ – довжина світлової хвилі.

Формула (4.123) отримується із формули роздільної здатності дифракційної решітки:

$$R = kN, \quad (4.124)$$

де k – порядок спектра, N – загальна кількість штрихів решітки. Якщо врахувати, що $k_{\max} = \frac{d \sin \varphi_{\max}}{\lambda}$, а $N = l/d$, де l – довжина робочої частини решітки, отримаємо:

$$R = kN = \frac{l}{d} \frac{d \sin \varphi_{\max}}{\lambda} = \frac{l \sin \varphi_{\max}}{\lambda}. \quad (4.125)$$

Оскільки $\sin \varphi_{\max}$ не може бути більше одиниці, то, прийнявши, що $\sin \varphi_{\max} = 1$, отримаємо:

$$R_{\max} \leq \frac{l}{\lambda}. \quad (4.126)$$

Запитання 4.66. Сформулюйте критерій Релея і застосуйте його до знаходження роздільної здатності дифракційної решітки.

Відповідь. Див. третю частину відповіді на запитання 4.63.

Запитання 4.67. Як змінюється роздільна здатність дифракційної решітки при збільшенні кута нахилу пучка променів, що падають на решітку.

Відповідь. При похилому падінні променів на дифракційну решітку умовою максимумів є:

$$d(\sin \varphi_0 - \sin \varphi_k) = k\lambda, \quad (4.127)$$

звідки:

$$k = \frac{d(\sin \varphi_0 - \sin \varphi_k)}{\lambda}, \quad (4.128)$$

де k – порядок дифракційного спектра, d – стала дифракційної решітки, φ_0 – кут падіння променів на решітку, φ_k – кут дифракції, λ – довжина світлової хвилі (див. відповідь на запитання 4.49).

Підставляючи значення k із формули (4.128) в формулу (4.124), маємо:

$$R = N \frac{d(\sin \varphi_0 - \sin \varphi_k)}{\lambda}. \quad (4.129)$$

Із аналізу формули (4.129) випливає, що із збільшенням кута падіння променів на решітку її роздільна здатність збільшується.

Запитання 4.68. Світло, з довжиною хвилі λ , падає нормально на дифракційну решітку шириною l . Чому дорівнює її кутова дисперсія в залежності від кута дифракції?

Відповідь. Кутова дисперсія решітки виражається формулою (4.108):

$$D_\varphi = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{k}{d \cos \varphi}, \quad (4.130)$$

де φ – кут дифракції, k – порядок спектра, d – стала дифракційної решітки.

Порядок спектра визначається із умови головних максимумів дифракційної картини $d \sin \varphi = k\lambda$

$$k = \frac{d \sin \varphi}{\lambda}. \quad (4.131)$$

Тоді

$$D_\varphi = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{\sin \varphi}{\lambda \cos \varphi} = \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\lambda}. \quad (4.132)$$

Запитання 4.69. Чому дорівнює роздільна здатність дифракційної решітки з $N = 10^4$ в спектрі k -ого порядку? Яким параметром решітки визначається максимальна роздільна здатність решітки для довжини хвилі λ ?

Відповідь. Роздільна здатність дифракційної решітки визначається формулою (4.122):

$$R = kN. \quad (4.133)$$

(див. третю частину відповіді на запитання (4.63)).

Зверни увагу!

Роздільна здатність дифракційної решітки прямо пропорційна порядку спектра і загальному числу штрихів, нанесених на решітку.

Максимальна роздільна здатність дифракційної решітки визначається формулою (4.127)

$$R_{\max} \leq \frac{l}{\lambda}. \quad (4.134)$$

*Як видно із (4.134) для довжини хвилі λ максимальна роздільна здатність решітки визначається тільки одним з її параметрів – **робочою довжиною решітки l** .*

Запитання 4.70. В чому перевага дифракційної решітки: з великим числом щілин; з малим періодом решітки?

Відповідь. Від загальної кількості щілин решітки залежить її роздільна здатність: **в спектрі даного порядку k роздільна здатність R решітки визначається тільки загальним числом щілин N :**

$$R = kN. \quad (4.135)$$

(див. третю частину відповіді на запитання 4.63).

Від періоду d дифракційної решітки залежить її дисперсія. Чим менше d , тим більше число штрихів на одиниці довжини ($1/d = N_0$) тим більша дисперсія дифракційної решітки (див. формулу (4.110):

$$D_{\varphi} = \frac{k}{d} = kN_0. \quad (4.136)$$

(детальніше див. відповідь на запитання 4.63).

Запитання 4.71. Світло з довжинами хвиль від $\lambda_1 = 4 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ до $\lambda_2 = 7 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ падає нормально на дифракційну решітку. В яких порядках (якщо такі існують) може мати місце накладання максимумів?

Відповідь. Умови виникнення максимумів для цих довжин хвиль:

$$\left. \begin{aligned} d \sin \varphi_1 &= k_1 \lambda_1, \\ d \sin \varphi_2 &= k_2 \lambda_2. \end{aligned} \right\} \quad (4.137)$$

Оскільки ці максимуми повинні накладатись один на одного, то $\varphi_1 = \varphi_2$. Значить, оскільки ліві частини рівнянь (4.137) рівні, то рівними будуть і праві частини. Тобто

$$k_1 \lambda_1 = k_2 \lambda_2 \Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}, \quad (4.138)$$

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{7 \cdot 10^{-7} \text{ м}}{4 \cdot 10^{-7} \text{ м}} = 1,75.$$

Це означає, що порядки спектра, в яких лінії вказаних довжин хвиль накладаються, є сьомий для довжини хвилі λ_1 і четвертий для довжини хвилі λ_2 ($k_1 = 7$; $k_2 = 4$).

Запитання 4.72. Знайдіть відношення інтенсивності головного максимуму k -ого порядку до інтенсивності центрального (головного) максимуму в дифракційній картині, отриманої від дифракційної решітки.

Відповідь. Значення інтенсивності головних максимумів виражаються формулою (4.78):

$$I_k = I_0 N^2 \frac{\sin^2 u}{u^2}, \quad (4.139)$$

де I_0 – інтенсивність падаючої на решітку світлової хвилі, $u = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi$, b – ширина щілини, φ – кут дифракції, N – загальна кількість щілин решітки.

Для того, щоб знайти вираз для інтенсивності головних максимумів в різних порядках дифракції (залежність I від k), з функцією u зробимо такі перетворення:

$$u = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi = \frac{\pi b}{\lambda} \cdot \frac{k \lambda}{d} = \frac{\pi k b}{d}. \quad (4.140)$$

Тут використано умову максимумів $d \sin \varphi = k \lambda$.

Із врахуванням (4.140) формула (4.139) виразиться так:

$$I_k = I_0 N^2 d^2 \frac{\sin^2 \left(\frac{\pi k b}{d} \right)}{\pi^2 k^2 b^2}. \quad (4.141)$$

Маючи на увазі, що при $k = 0$ ($\varphi = 0$)

$$\lim_{u \rightarrow 0} \frac{\sin u}{u} = 1,$$

інтенсивність головного максимуму нульового порядку

$$I_{k=0} = I_0 N^2. \quad (4.142)$$

Тоді

$$\frac{I_k}{I_{k=0}} = \frac{I_0 N^2 d^2 \frac{\sin^2\left(\frac{\pi kb}{d}\right)}{\pi^2 k^2 b^2}}{I_0 N^2} = d^2 \frac{\sin^2\left(\frac{\pi kb}{d}\right)}{\pi^2 b^2 k^2}. \quad (4.143)$$

Відповідь:

$$\frac{I_k}{I_{k=0}} \approx \frac{1}{k^2}. \quad (4.144)$$

Запитання 4.73. При якій мінімальній кількості штрихів дифракційної решітки з періодом $d = 2,9 \cdot 10^{-6} \text{ м}$ можна розділити компоненти дублета жовтої лінії натрію ($\lambda_1 = 2,89 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ і $\lambda_2 = 5,896 \cdot 10^{-7} \text{ м}$)?

Відповідь. Роздільна здатність R решітки зв'язана із загальною кількістю нанесених на неї штрихів N співвідношенням:

$$R = kN, \quad (4.145)$$

звідки

$$N = \frac{R}{k},$$

або

$$N_{\min} = \frac{R_{\min}}{k_{\max}}. \quad (4.146)$$

Мінімальна роздільна здатність R_{\min} решітки, яка необхідна для розділення дублета, виражається так:

$$R_{\min} = \frac{\lambda}{\lambda_2 - \lambda_1}. \quad (4.147)$$

Максимальний порядок k_{\max} спектра знайдемо із умови максимумів $d \sin \varphi = k\lambda$, поклавши, що $\sin \varphi = 1$:

$$k_{\max} = \frac{d}{\lambda} = \frac{2,9 \cdot 10^{-6} \text{ м}}{5,893 \text{ м}} = 4,921, \quad (k_{\max} = 4). \quad (4.148)$$

У формулах (1.147) і (1.148) λ – середнє значення довжин хвиль λ_1 і λ_2 . При врахуванні (1.147) і (1.148) рівність (1.146) запишеться так:

$$N_{\min} = \frac{\lambda}{k_{\max} (\lambda_2 - \lambda_1)} = \frac{\lambda}{4(\lambda_2 - \lambda_1)} = 2,45 \cdot 10^2 \text{ штрихів}. \quad (4.149)$$

Запитання 4.74. Покажіть, що при нормальному падінні світла на дифракційну решітку величина її роздільної здатності не може перевищувати l / λ , де l – ширина робочої частини решітки, λ – довжина хвилі.

Відповідь. Див. відповідь на запитання 4.65.

Запитання 4.75. Якою буде інтенсивність світла I в фокусі F зональної пластинки, якщо закрити всі зони Френеля, окрім першої? Інтенсивність світла без пластинки I_0 ?

Відповідь. Якщо припустити, що закриті всі зони Френеля, окрім першої, то результуюча амплітуда світлових коливань в фокусі зональної пластинки виразиться формулою (4.3):

$$A_F = \frac{a_1}{2} + \frac{a_1}{2} = a_1, \quad (4.150)$$

де a_1 – амплітуда світлових коливань, які приходять в точку фокуса зональної пластинки від першої зони Френеля. Інтенсивність в точці F буде рівна квадрату результуючої амплітуди. Тобто

$$I_F = a_1^2. \quad (4.151)$$

Амплітуда результуючого коливання в точці F без пластинки:

$$A_0 = \frac{a_1}{2}, \quad (4.152)$$

а інтенсивність світла при цьому в точці F буде:

$$I_0 = \frac{a_1^2}{4}. \quad (4.153)$$

Порівнюючи формули (4.151) і (4.153) знаходимо, що інтенсивність світла в фокусі зональної пластинки, якщо закрити всі зони Френеля, окрім першої, в чотири рази більша за інтенсивність світла в цій же точці без пластинки:

$$I_F = 4I_0. \quad (4.154)$$

Запитання 4.76. Яка інтенсивність світла I в центрі дифракційної картини від круглого непрозорого екрана, якщо він закриває лише першу зону Френеля? Інтенсивність світла при відсутності екрана I_0 ?

Відповідь. Якщо непрозорий екран закриває лише першу зону Френеля, то результуюча амплітуда в точці P виразиться так:

$$A_p = \frac{a_2}{2}, \quad (4.155)$$

де a_2 – амплітуда світлових коливань, що приходять в точку P від другої зони Френеля. Оскільки a_2 мало відрізняється від a_1 , то

$$A_p = \frac{a_1}{2},$$

а інтенсивність в точці P буде рівна

$$I_p = \frac{a_1^2}{4}. \quad (4.156)$$

Оскільки амплітуда в точці P при відкритому фронті хвиль рівна

$$A_p = \frac{a_1}{2},$$

а інтенсивність

$$I_p = \frac{a_1^2}{4} = I_0, \quad (4.157)$$

то, порівнюючи формули (4.156) і (4.157) можна зробити висновок, що інтенсивності в точці P при відкритому фронті хвилі $I_p = I_0$ і при закритій першій зоні

Френеля $I_p = \frac{a_1^2}{4} = I_0$ приблизно однакові (див. відповідь на запитання 4.12).

Запитання 4.77. Знайдіть умову головних дифракційних максимумів при похилому падінні на решітку променів (кут падіння φ_0). Якого вигляду прийме ця умова, якщо $d \gg \lambda$?

Відповідь. Нехай на решітку падає плоска хвиля під кутом φ_0 (рис. 4.31). Повна різниця ходу променів:

$$\Delta = AC - BD = d \sin \varphi_0 - d \sin \varphi_k. \quad (4.158)$$

Умовою утворення головних максимумів є:

$$d(\sin \varphi_0 - \sin \varphi_k) = k\lambda, \quad (4.159)$$

де $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, φ_k – кут дифракції. При малих значеннях кутів φ_0 і φ_k , умова (4.159) переписеться так:

$$d(\varphi_0 - \varphi_k) = k\lambda. \quad (4.160)$$

Для випадку відбивних решіток (рис. 4.32) умовою максимумів буде:

$$d(\sin \varphi_k - \sin \varphi_0) = k\lambda.$$

Останній вираз перетворимо, використавши формулу для різниці синусів. Тоді

$$2d \cos \frac{\varphi_k + \varphi_0}{2} \sin \frac{\varphi_k - \varphi_0}{2} = k\lambda. \quad (4.161)$$

Якщо решітка достатньо груба ($d \gg \lambda$), а світло на неї падає під кутом

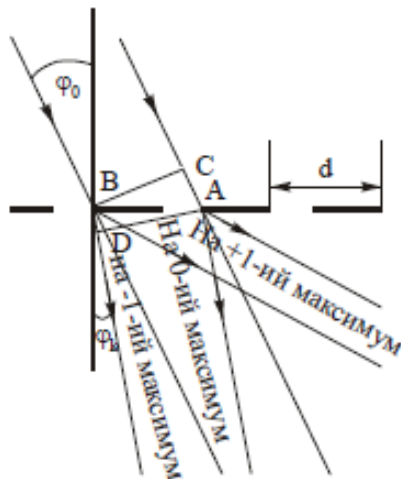


Рис. 4.31

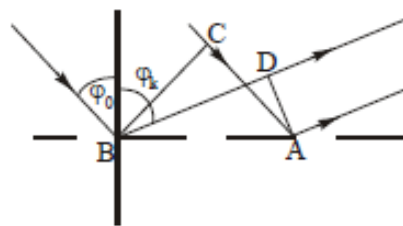


Рис. 4.32

близьким до $\pi/2$, то кути дифракції φ_k мало відрізняються від кута падіння φ_0 . Тоді можна покласти, що

$$\frac{\varphi_k + \varphi_0}{2} \approx \varphi_0 \quad \text{і} \quad \sin \frac{\varphi_k - \varphi_0}{2} \approx \frac{\varphi_k - \varphi_0}{2},$$

і формула (4.161) набуде вигляду:

$$d \cos \varphi_0 (\varphi_k - \varphi_0) = k \lambda. \quad (4.162)$$

Відмінність формули (4.162) від формули (4.160) полягає в тому, що роль періоду в формулі (4.162) відіграє величина $d \cos \varphi_0$, яка може стати дуже малою при збільшенні кута падіння φ_0 . Отже, якщо на дифракційну решітку світло падає під кутом, близьким до $\pi/2$, то можна отримати дифракційну картину від грубих решіток.

Метод ковзаючого падіння променів широко використовують в рентгеновській спектроскопії. Оскільки довжини хвиль рентгеновських променів набагато менші від довжин хвиль видимого світла, то всі штучно побудовані решітки для рентгеновських променів є надто грубими. Метод ковзаючого падіння дозволяє отримувати достатньо якісні дифракційні картини в рентгеновському діапазоні хвиль від звичайних відбивних оптичних решіток.

Запитання 4.78. Знайдіть кутову ширину k -ого головного максимуму в дифракційній картині решітки.

Відповідь. Кутова ширина дифракційного максимуму визначається різницею кутових відстаней найближчих до нього мінімумів справа і зліва (рис. 4.33).

Умова виникнення мінімумів:

$$d \sin \varphi = \left(k + \frac{P}{N} \right) \lambda, \quad (4.163)$$

де $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, $P = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm(N-1)$, N – загальне число штрихів, нанесених на решітку.

Умова найближчого додаткового мінімуму зліва від максимуму:

$$d \sin \varphi_n = k \lambda - \frac{\lambda}{N}, \quad (4.164)$$

справа від максимуму:

$$d \sin \varphi_n = k \lambda + \frac{\lambda}{N}. \quad (4.165)$$

Віднімемо почленно від рівності (4.165) рівність (4.164). Тоді

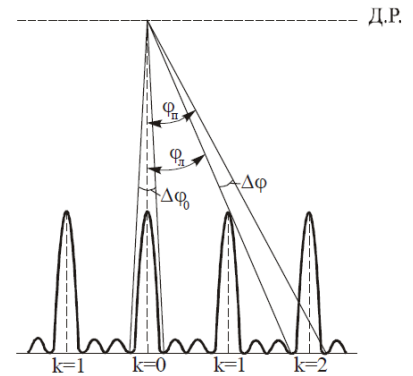


Рис.4.33

$$d(\sin \varphi_n - \sin \varphi_l) = \frac{2\lambda}{N}. \quad (4.166)$$

Останню рівність перетворимо, використавши формулу різниці синусів. Тоді:

$$2d \cos \frac{\varphi_n + \varphi_l}{2} \sin \frac{\varphi_n - \varphi_l}{2} = \frac{2\lambda}{N}. \quad (4.167)$$

Кут $\frac{\varphi_n + \varphi_l}{2}$ замінимо кутом φ (кут, під яким видно k -ий максимум), а

$\sin \frac{\varphi_n - \varphi_l}{2} = \sin \frac{\Delta\varphi}{2}$ замінимо самим кутом $\frac{\Delta\varphi}{2}$, оскільки він є малим. Тоді

$$d \cos \varphi \cdot \Delta\varphi = \frac{2\lambda}{N},$$

звідки

$$\Delta\varphi = \frac{2\lambda}{dN \cos \varphi}. \quad (4.168)$$

Враховуючи, що $\cos \varphi = \sqrt{1 - \sin^2 \varphi}$, а $\sin \varphi = \frac{k\lambda}{d}$, отримаємо:

$$\Delta\varphi = \frac{2\lambda}{Nd \sqrt{1 - \left(\frac{k\lambda}{d}\right)^2}} = \frac{2\lambda}{N \sqrt{d^2 - k^2 \lambda^2}}. \quad (1.169)$$

Запитання 4.79. Зобразіть графічно дифракційну картину (розподіл інтенсивності), що виникає при дифракції на дифракційній решітці із 3-х щілин, якщо відношення періоду решітки до ширини щілини: 2; 3.

Відповідь. Кількість головних максимумів n , які розмістяться між двома первинними мінімумами (від $-\lambda/b$ до $+\lambda/b$), залежить від відношення a/b (де b – ширина щілини, a – відстань між щілинами) і визначається співвідношенням:

$$n = 2 \frac{a}{b} + 1. \quad (1.170)$$

Якщо $d/b = 2$, то $a/b = 1$ ($d = 2b, \Rightarrow a + b = 2b, a = b$) звідси

$$n = 2 + 1 = 3.$$

Отже, між двома первинними мінімумами (від $-\lambda/b$ до $+\lambda/b$) розмістяться

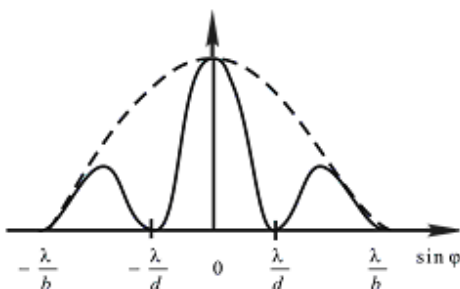


Рис. 4.34

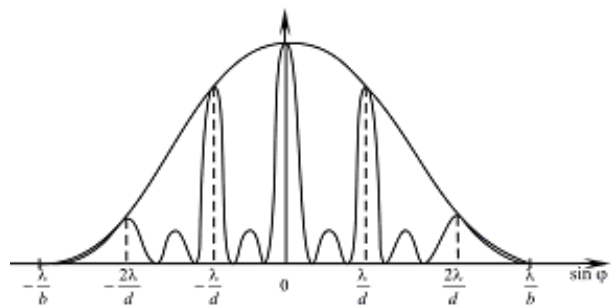


Рис. 4.35

три головні максимуми (рис. 4.34). Оскільки $d = 2b$, а $b/d = 1/2$, то кожний другий головний максимум випаде (див. відповідь на запитання 4.58).

Якщо $d/b = 3$, то $a/b = 2$ ($d = 3b \Rightarrow (\Rightarrow a + b = 3b, a = 2b)$), звідки

$$n = 2\frac{a}{b} + 1 = 5.$$

Отже, між двома первинними мінімумами (від $-\lambda/b$ до $+\lambda/b$) розмістяться п'ять головних максимумів (рис. 4.35). Оскільки $d = 3b$, а $b/d = 1/3$, то кожний третій головний максимум випаде (див. відповідь на запитання 4.58).

Запитання 4.80. При якій ширині щілини (за даної довжини хвилі) дифракційна картина на екрані не спостерігатиметься?

Відповідь. Із формули (4.30) знаходимо, що положення мінімумів залежить від ширини щілини b :

$$\sin \varphi = \frac{k\lambda}{b}. \quad (4.171)$$

Із (4.171) видно, що із зменшенням ширини щілини b центральна світла смуга (вона розміщена між первинними мінімумами від $-\lambda/b$ до $+\lambda/b$) розширюється, охоплюючи все більшу і більшу частину екрана. Якщо $b = \lambda$, то $\varphi_1 = \pi/2$, тобто перший мінімум відповідає куту $\pi/2$; значить він зсунутий на нескінченно віддалений край екрана. Освітленість екрана спадає від центра до країв поступово, асимптотично наближаючись до нуля; ширина центральної світлової смуги безмежно зростає. Таким чином, із зменшенням b освітленість прагне стати рівномірною по всьому екрану; при збільшенні ширини щілини положення перших мінімумів ($-\lambda/b$ і $+\lambda/b$) наближаються ближче і ближче до центра картини, так що центральний максимум стає різкішим і різкішим. При цьому, як видно із (4.36), відносна інтенсивність максимуму залишається незмінною; абсолютна ж величина його зростає, оскільки зростає енергія, яка проходить через розширену щілину. При дуже широкій щілині (в порівнянні з λ) в центрі картини отримується різке зображення джерела (щілини). Отже, при $b \gg \lambda$ дифракційна картина зникає.

Запитання 4.81. Світло з довжиною хвилі λ падає нормально на щілину шириною b . Знайти кутовий розподіл інтенсивності світла та кутове положення максимумів і мінімумів в дифракційній картині.

Відповідь. Схематичне зображення дифракції на одній щілині наведено на рис. 4.36. Для знаходження розподілу інтенсивності на екрані, розіб'ємо відкриту частину хвильової поверхні на елементарні смужки шириною dx .

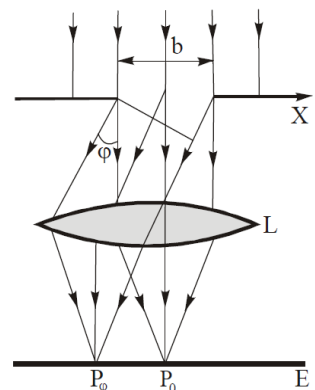


Рис. 4.36

Рівняння світлових коливань в площині щілини для окремої смужки (зони) шириною dx :

$$(4.172) \quad dE = \frac{E_0}{b} dx \cos \omega t,$$

де E_0 – амплітуда коливань в площині щілини, b – ширина щілини, $\frac{E_0}{b} dx$ – амплітуда світлових коливань, які йдуть від окремої зони.

Світлові коливання, які приходять в точку P_φ від двох сусідніх зон, відрізняються тільки фазою. Тому світлові коливання в точці P_φ , які приходять від окремої зони матимуть такий вигляд:

$$dE_\varphi = \frac{E_0}{b} dx \cos(\omega t - \delta), \quad (4.173)$$

де $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta$ – різниця фаз хвиль, Δ – різниця ходу. Якщо коливання в точку P_φ приходять від зони, яка знаходиться на відстані x від початку щілини, то різниця ходу буде рівною $\Delta = x \sin \varphi$, а $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} x \sin \varphi$. Тоді рівняння (4.173) переписеться так:

$$dE_\varphi = \frac{E_0}{b} \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x \sin \varphi\right) dx. \quad (4.174)$$

Результуюче коливання в точці P_φ , яке створюється всією щілиною:

$$\begin{aligned} dE_\varphi &= \int_0^b \frac{E_0}{b} \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x \sin \varphi\right) dx = \\ &= \frac{E_0}{b} \left(-\frac{\lambda}{2\pi \sin \varphi}\right) \left[\sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} b \sin \varphi\right) - \sin \omega t\right]. \end{aligned} \quad (4.175)$$

Після нескладних математичних перетворень маємо:

$$E_\varphi = \left[\frac{E_0 \sin\left(\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}\right)}{b \frac{\pi}{\lambda} \sin \varphi} \right] \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{\lambda} b \sin \varphi\right). \quad (4.176)$$

Із (4.178) видно, що результуюче коливання має амплітуду:

$$E_\varphi^0 = E_0 \frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi}, \quad (4.177)$$

або

$$E_{\varphi}^0 = E_0 \frac{\sin u}{u}. \quad (4.178)$$

Тут $u = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi$.

Оскільки інтенсивність пропорційна квадрату амплітуди, то для кутового розподілу інтенсивності в дифракційній картині отримаємо такий вираз:

$$I_{\varphi} = I_0 \frac{\sin^2 u}{u^2}. \quad (4.179)$$

Щоб знайти кутове положення максимумів і мінімумів скористаємось виразом (4.178). Візьмемо від E_{φ}^0 похідну по u і прирівняємо її до нуля (дослідимо на екстремум):

$$\frac{d}{du} \left(\frac{\sin u}{u} \right) = \frac{\cos u}{u} - \frac{\sin u}{u^2} = \frac{\sin u}{u} \left(\operatorname{ctgu} - \frac{1}{u} = 0 \right).$$

Звідси випливає, що мінімуми ($I_{\varphi} = \min$) спостерігаються при $\sin u / u = 0$, а максимуми ($I_{\varphi} = \max$) – при $\operatorname{tgu} = u$.

Умова $\sin u / u = 0$ виконується, коли $\sin u = 0$, а $u \neq 0$. Це справджується, якщо $u = k\pi$. Тоді

$$u = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi = k\pi, \quad ,$$

звідки

$$b \sin \varphi = k\lambda, \quad \text{де } k \neq 0, k = \pm 1, \pm 2, \dots \quad (4.180)$$

Вираз (4.180) є умовою мінімумів у дифракційній картині від однієї щілини.

В центрі дифракційної картини, тобто при $\varphi = 0$, завжди буде світла смуга ($I_{\varphi=0} = \max$). Якщо $\varphi = 0$, а отже $\sin \varphi = 0$, $u = 0$ і $\sin u = 0$. При цьому

$$\lim_{u \rightarrow 0} \frac{\sin u}{u} = \lim_{\varphi \rightarrow 0} \frac{\sin \left(\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda} \right)}{\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}} = 1.$$

Значить, в центрі дифракційної картини інтенсивність світлої смуги $I_{\varphi=0} = I_0$. Між двома сусідніми мінімумами розміщуються побічні максимуми різних порядків. Їх положення визначаються трансцендентним рівнянням $\operatorname{tgu} = u$, розв'язками якого є: $u = 0; 1,43\pi; 2,46\pi; 3,47\pi; \dots$. Ці значення з добрим наближенням можна виразити формулою:

$$u = \pm \frac{(2k+1)}{2} \pi, \quad k = 1, 2, 3, \dots,$$

оскільки

$$u = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi,$$

отримаємо

$$b \sin \varphi = \pm(2k + 1) \frac{\lambda}{2}. \quad (4.181)$$

Вираз (4.181) є умовою максимумів інтенсивності в дифракційній картині від однієї щілини (див. [1], ст. 141 – 146).

Запитання 4.82. Покажіть, що при заданій довжині хвилі λ і куті дифракції φ роздільна здатність дифракційної решітки залежить лише від повної ширини робочої ділянки решітки.

Відповідь. Роздільна здатність решітки визначається формулою (4.133):

$$R = kN,$$

де k – порядок дифракції, N – загальна кількість штрихів решітки. Порядок спектра визначимо із умови максимумів $d \sin \varphi = k\lambda$:

$$k = \frac{d \sin \varphi}{\lambda}.$$

Тут d – період дифракційної решітки. Тоді

$$R = \frac{dN}{\lambda} \sin \varphi.$$

Добуток $Nd = l$ – повна ширина (робоча ділянка) решітки. Остаточно маємо:

$$R = \frac{l}{\lambda} \sin \varphi. \quad (4.182)$$

Отже, при заданій довжині хвилі λ і заданому куті дифракції φ роздільна здатність дифракційної решітки залежить лише від ширини робочої ділянки решітки l .

Запитання 4.83. Покажіть, що створювані дифракційною решіткою спектри 2-ого і 3-ого порядків білого світла перекриваються.

Відповідь. Дифракційний спектр k -ого порядку обмежений з внутрішнього боку (ближче до центра дифракційної картини) фіолетовим світлом ($\lambda_\phi = 3,8 \cdot 10^{-7} \text{ м}$), а з зовнішнього – червоним ($\lambda_\nu = 7,6 \cdot 10^{-7} \text{ м}$). Щоб переконатися у правильності твердження у запитанні, необхідно знайти кути дифракції червоного світла у 2-ому порядку і фіолетового світла у 3-ому порядку. Отже,

$$\left. \begin{aligned} \sin \varphi_2 &= \frac{k_2 \lambda_2}{d} = \frac{2 \cdot 7,6 \cdot 10^{-7} \text{ м}}{d} = \frac{15,2 \cdot 10^{-7} \text{ м}}{d}, \\ \sin \varphi_3 &= \frac{k_3 \lambda_3}{d} = \frac{3 \cdot 3,8 \cdot 10^{-7} \text{ м}}{d} = \frac{11,4 \cdot 10^{-7} \text{ м}}{d}. \end{aligned} \right\} (*)$$

Результати обрахунків показують, що $\sin \varphi_2$ (2-ий порядок), $>$ $\sin \varphi_3$ (3-ій порядок).

Отже, дифракційні спектри білого світла, створювані дифракційною решіткою, починаючи з 2-ого і 3-ого порядків перекриваються.

Запитання 4.84. Чим відрізняються дифракційні картини, отримані від двох і трьох щілин?

Відповідь. При дифракції світла на одній щілині виникає дифракційна картина, наведена на рис. 4.37.

При дифракції світла на двох щілинах мають місце два явища: дифракція світла на кожній із щілин і інтерференція дифрагованого світла на щілинах, в результаті якої на місці максимумів від одної щілини утворюються так звані головні максимуми. Кількість головних максимумів n можна розрахувати за формулою:

$$n = 2 \frac{a}{b} + 1,$$

де b – ширина щілин, a – відстань між щілинами.

Якщо $a = b$, то $n = 3$; якщо $a = 2b$, то $n = 5$; і т. д. На рис. 4.38 наведено дифракційну картину від двох щілин з $a/b = 2$. Отже, між первинними мінімурами (від $-\lambda/b$ до $+\lambda/b$) розмістилися п'ять головних максимумів, між якими виник один додатковий мінімум.

Дифракційна картина від трьох щілин особливо не відрізняється від дифракційної картини від двох щілин. Якщо a/b залишається таким же, як і для 2-х для щілин, то кількість головних максимумів, що виникнуть між первинними мінімурами залишиться такою ж. Зміни будуть тільки в тому, що між сусідніми

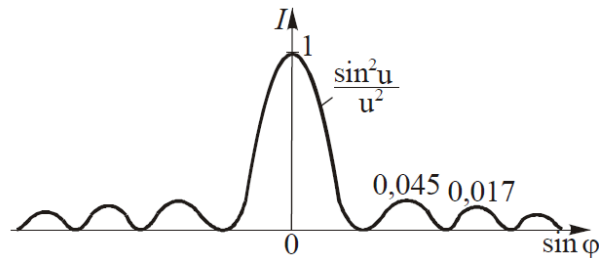


Рис. 4.37

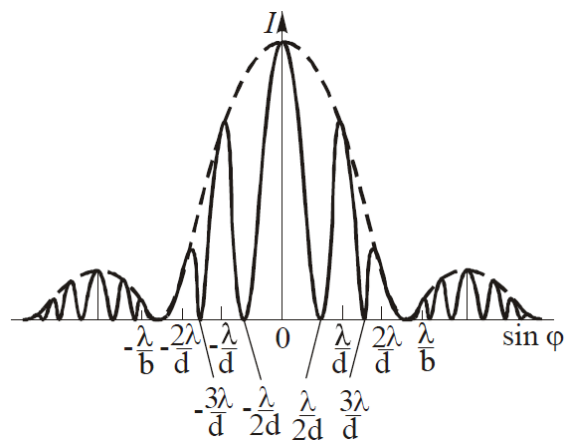


Рис. 4.38

головними максимумами появиться ще один додатковий мінімум і один додатковий максимум невеликої інтенсивності. Головні максимуми стануть вузькими і інтенсивнішими.

Запитання 4.85. Що спостерігатиметься на екрані при дифракції на дифракційній решітці в паралельних променях, якщо стала дифракційної решітки рівна довжині хвилі?

Відповідь. Положення перших мінімумів біля головних максимумів (зліва і справа) визначаються формулою:

$$\sin \varphi_k = \left(k \pm \frac{1}{N}\right) \frac{\lambda}{d}. \quad (4.183)$$

(див. формулу (4.76)).

Із (4.183) видно, що, зменшуючи період решітки, відстань між першими мінімумами збільшуватиметься. Отже, із зменшенням періоду решітки d головні максимуми розширяться все більше і більше. Якщо $d = \lambda$, то ширина головних максимумів стає безмежною і освітленість екрана стає рівномірною по всьому екрану.

Запитання 4.86. Які параметри інтерферометра Фабрі-Перо визначають його роздільну здатність?

Відповідь. Важливою характеристикою інтерферометра Фабрі-Перо є висока його роздільна здатність (сила):

$$\mathfrak{R} = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = 2\pi k \frac{\sqrt{R}}{1-R} = kN, \quad (4.184)$$

де k – порядок інтерференційного максимуму, R – коефіцієнт відбиття, N – кількість ефективних пучків, що інтерферують.

Отже, роздільна здатність інтерферометра Фабрі-Перо прямо пропорційна кількості ефективних пучків, що інтерферують.

Запитання 4.87. Чому порядок дифракційного спектра обмежений?

Відповідь. Положення головних максимумів визначається умовою:

$$d \sin \varphi = k \lambda, \quad (4.185)$$

де k – порядок спектра, d – стала решітки. Із (4.185) маємо:

$$k = \frac{d \sin \varphi}{\lambda}. \quad (4.186)$$

Оскільки $\sin \varphi$ не може бути більшим за одиницю, то порядок спектра є обмеженим. Поклавши, що $\sin \varphi = 1$ маємо:

$$k \leq \frac{d}{\lambda}. \quad (4.187)$$

Окрім того із (4.187) видно, що чим менше d , при заданому λ , тим менше граничне значення k

Зверни увагу!

Порядок дифракційного спектра k обмежується величиною кута дифракції φ . Кут дифракції не може бути більшим $\pi/2$ ($\varphi \leq \pi/2$).

Запитання 4.88. Чому дорівнює кількість максимумів, що дає дифракційна решітка зі сталою $d = 4,95 \cdot 10^{-6}$ м? Довжина світлової хвилі $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$ м.

Відповідь. Спочатку знайдемо максимальне значення порядку спектра k_{\max} , виходячи із того, що кут дифракції не може перевищувати 90° . Скориставшись (4.186), знаходимо, що

$$k_{\max} = \frac{d \sin \pi/2}{\lambda} = \frac{4,95 \cdot 10^{-6} \text{ м}}{5 \cdot 10^{-7} \text{ м}} = 9,9.$$

Однак число k повинно бути обов'язково цілим. В той же час воно не може бути рівним 10, оскільки при цьому значенні числа $k \sin \varphi$ був би більшим за одиницю. Значить $k_{\max} = 9$. Загальне число максимумів в спектрі буде рівне

$$n = 2k_{\max} + 1 = 2 \cdot 9 + 1 = 19. .$$

Дев'ять максимумів справа, дев'ять максимумів зліва і плюс центральний (нульовий) максимум.

Запитання 4.89. Що є вирішальним при оцінці дисперсії дифракційної решітки?

Відповідь. Дисперсія дифракційної решітки визначається формулою:

$$D_\varphi \approx kN_0. \quad (4.188)$$

Із (4.188) видно, що при оцінці дисперсії решітки вирішальним є число штрихів на одиниці довжини N_0 , а не їх загальне число (вивід формули (4.188) див. у відповіді на запитання 4.63).

Запитання 4.90. Опишіть дифракційну картину, яка виникає від дифракційної решітки в білому світлі.

Відповідь. Положення головних максимумів у дифракційній картині решітки визначаються умовою $d \sin \varphi = k\lambda$ і, як видно, вони залежать від довжини хвилі λ . Виключення складають лише максимуми нульового порядку ($k = 0$), положення яких від довжини хвилі не залежить. Якщо на дифракційну решітку падає складне світло, то кожна хвиля певної довжини веде себе незалежно. Тому світлові хвилі різних довжин в фокальній площині лінзи, розміщеної за дифракційною решіткою, зберуться в різних місцях. Для кожного λ має місце не один дифракційний максимум, а декілька, які визначаються числом k . Кожному

значенню k (за виключенням $k = 0$) відповідають максимуми всіх довжин хвиль, які входять в досліджуваний пучок. **Сукупність головних максимумів, при даному k , називають дифракційним спектром. Величину k прийнято називати порядком спектра.**

Якщо дифракційну решітку освітити білим світлом, то кожний порядок спектра (починаючи з першого) буде забарвлений в різні кольори райдуги, причому так, що внутрішній край його буде забарвлений в фіолетовий колір, зовнішній – в червоний. Нульовий максимум буде білий, оскільки в ньому зберуться хвилі всіх довжин і він є зображенням джерела.

Запитання 4.91. Як зміниться дифракційна картина від круглого отвору, якщо його радіус збільшити аж до нескінченності? Фронт хвилі буде практично відкритий.

Відповідь. Дифракція Фраунгофера від круглого отвору представляє великий інтерес, оскільки в оптичних приладах оправи лінз і об'єктивів, а також діафрагми мають, як правило, круглу форму.

Дифракція плоских хвиль на круглому отворі якісно не відрізняється від відповідної дифракції Френеля. Вона також має вигляд концентричних світлих і темних кілець зі світлою плямою в центрі картини. Радіальний розподіл інтенсивності в дифракційній картині від круглого отвору виражається функцією Бесселя:

$$I(u) = I_0 \left[\frac{2J_1(u)}{u} \right]^2, \quad (4.189)$$

де $J_1(u)$ – функція Бесселя, $u = \frac{2\pi r \sin \varphi}{\lambda}$, r – радіус отвору, φ – кут дифракції. Із графіка цієї функції, наведеного на рис. 4.39, видно, що інтенсивність центральної смуги дуже велика. Наступний максимум складає менше 2 % від інтенсивності центрального, на який припадає ~ 84 % прохідного через отвір світлового потоку. Тому центральний максимум (диск Ейрі), який має кутовий радіус

$$\varphi_1 = 0,61 \frac{\lambda}{r}, \quad (4.190)$$

можна розглядати, як зображення точкового джерела, розширене дифракцією на круглому отворі радіуса r .

Із формули (4.190) видно, що збільшуючи радіус отвору, кутовий радіус центрального максимуму зменшується і при $r \rightarrow \infty$ вся енергія, яка проходить через

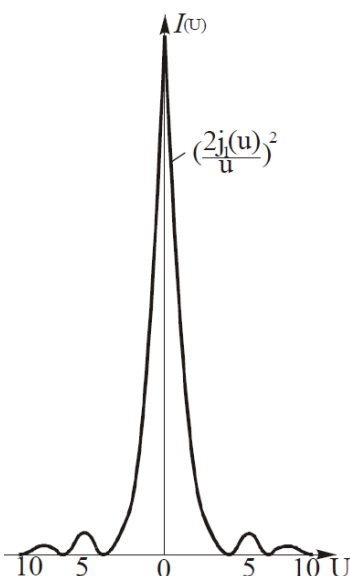


Рис. 4.39

отвір, зосереджується в центрі картини, що є ні чим іншим, як зображенням джерела в фокусі лінзи.

Запитання 4.92. Якою є інтенсивність світла в центрі дифракційної картини від круглого отвору, якщо він відкриває чотири зони Френеля?

Відповідь. Якщо круглий отвір відкриває k -зон Френеля, то результуюча амплітуда в центрі дифракційної картини визначиться формулою:

$$A_{рез} = \frac{a_1 \pm a_k}{2}, \quad (4.191)$$

де a_1 – амплітуда, яка створюється першою зоною Френеля, a_k – амплітуда, яка створюється k -ою відкритою зоною Френеля, знак « $+$ » відповідає непарному k , знак « $-$ » – парному.

Для випадку, коли отвір відкриває чотири зони Френеля, формула (4.191) виразиться так:

$$A_{рез} = \frac{a_1}{2} - \frac{a_4}{2}. \quad (4.192)$$

Оскільки можна прийняти, що $a_1 \approx a_4$, то $A_p = 0$, а значить і інтенсивність в центрі дифракційної картини рівна 0 ($I_{рез} = 0$).

Запитання 4.93. Якою є інтенсивність в центрі дифракційної картини, яка утворюється при дифракції на непрозорому екрані, який для даної точки закриває три зони Френеля? Інтенсивність падаючого на екран світла I_0 .

Відповідь. Результуюча амплітуда світлової хвилі в центрі дифракційної картини залежить від числа закритих екраном зон Френеля і виражається формулою:

$$A_{рез} = \frac{a_{k+1}}{2}, \quad (4.193)$$

(див. [1], ст. 133,134), де k – число закритих зон Френеля.

Для даного випадку $k = 3$, а $k + 1 = 4$, тому:

$$A_{рез} = \frac{a_4}{2}. \quad (4.194)$$

Результуюча інтенсивність буде рівна

$$I_{рез} = \left(\frac{a_4}{2} \right)^2 = \frac{a_4^2}{4}.$$

Оскільки $a_1 \approx a_4$, а $a_1^2 = 4I_0$, то $I_{рез} = I_0$.

Запитання 4.94. Як змінюється інтенсивність головних максимумів у дифракційній картині, отриманій від дифракційної решітки, із зростанням порядку спектра k ?

Відповідь. Інтенсивність k -ого головного максимуму дифракційної картини, отриманої від дифракційної решітки, визначається формулою (4.80):

$$I_k = I_0 N^2 d^2 \frac{\sin^2(\pi b k / d^2)}{\pi^2 b^2 k^2}. \quad (4.195)$$

Із (4.195) видно, що $I_k \approx 1/k^2$, а це означає, що із зростанням порядку дифракції (числа k) інтенсивність головного максимуму зменшується.

Запитання 4.95. Що виражає формула

$$I_\varphi = I_0 \frac{\sin^2 u}{u^2} \cdot \frac{\sin^2 Nv}{\sin^2 v} ? \quad (4.196)$$

Зарисуйте графік залежності I від φ .

Відповідь. Формула (4.196) виражає розподіл інтенсивності в дифракційній картині, отриманої від дифракційної решітки зі сталою решітки d , шириною щілини b та загальною кількістю штрихів решітки N . Цей розподіл наведено на рис. 4.40,в. Окрім того, на рис. 4.40,а на

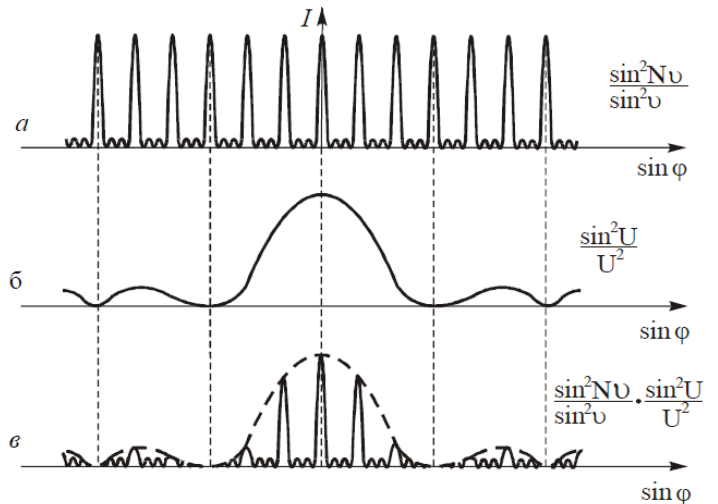


Рис. 4.40

ведено графік функції $\frac{\sin^2 N\nu}{\sin^2 \nu}$, а на рис. 4.40,б – графік функції $\frac{\sin^2 u}{u^2}$ (розподіл інтенсивності в дифракційній картині, отриманої від однієї щілини).

Запитання 4.96. Що виражає формула

$$I_k = I_0 N^2 d^2 \frac{\sin^2(\pi b k / d^2)}{\pi^2 b^2 k^2} ? \quad (4.197)$$

Проаналізуйте її. Поясніть величини, які входять в дану формулу.

Відповідь. Формула (4.197) виражає інтенсивність k -ого головного максимуму від його порядку k ($I_k \approx 1/k^2$). Окрім того інтенсивність головного максимуму будь-якого порядку пропорційна інтенсивності падаючого на решітку світла I_0 , квадрату загальної кількості штрихів нанесених на решітку N^2 , та квадрату сталої дифракційної решітки d . Особливої уваги заслуговує значення відношення b/d , яке входить в аргумент синуса ($\sin^2(\pi b k / d)$). Із формули (4.197) видно, що якщо $b/d = 1/2$, то в спектрі функції $\frac{\sin^2 N\nu}{\sin^2 \nu}$ випаде кожний другий головний максимум; $b/d = 1/3$, то випаде кожній третій головний максимум і т. д. (див відповідь на запитання 4.43).

Запитання 4.97. Скільки штрихів на 1 см довжини має дифракційна решітка, якщо спектр другого порядку відсутній у видимій ділянці спектра?

Відповідь. Головний максимум 2-ого порядку у видимій ділянці спектра буде відсутній, якщо величина відношення $b/d = 1/2$ (де b – ширина щілини решітки, d – стала решітки). Відношення $b/d = 1/2$ має місце тоді, коли $a = b$. Тоді $d = 2b$.

Оскільки $N_0 = 1/d$, а $d = 2b$, то кількість штрихів на 1 см довжини дифракційної решітки буде рівна:

$$N_0 = \frac{1}{d} = \frac{1}{2b}. \quad (4.198)$$

(детальніше див. відповідь на запитання 4.79).

Запитання 4.98. Розрахуйте установку з двома щілинами, щоб при дифракції на ній центральний дифракційний максимум від однієї щілини містив 15 інтерференційних смуг.

Відповідь. Кількість інтерференційних смуг (головних максимумів) n , які утворюються на місці центрального дифракційного максимуму від однієї щілини розраховується за формулою:

$$n = 2 \frac{a}{b} + 1, \quad (4.199)$$

де b – ширина щілини, a – відстань між щілинами. Якщо $a = 7b$, тобто $a/b = 7$, то

$$n = 2 \frac{a}{b} + 1 = 2 \cdot 7 + 1 = 15.$$

Отже, необхідно виготовити решітку із 2-х щілин так, щоб відношення $a/b = 7$ (див. відповідь на запитання 4.37).

Запитання 4.99. Чому дорівнює максимальна ширина щілини, при якій на екрані не буде жодного дифракційного максимуму світла з довжиною хвилі λ ?

Відповідь. Умовою мінімумів дифракційної картини, що виникає при дифракції світла на одній щілині є:

$$b \sin \varphi = k \lambda, \quad k = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \quad (4.200)$$

де b – ширина щілини, φ – кут дифракції, λ – довжина світлової хвилі. Звідки положення мінімумів

$$\sin \varphi = \frac{k \lambda}{b}. \quad (4.201)$$

Із формули (4.201) видно, що при ширині щілини рівної λ ($b = \lambda$), перші мінімуми (мінімуми, що обмежують центральний максимум) будуть знаходитися на нескінченності ($\sin \varphi = 1$). Отже, ми будемо спостерігати більш-менш рівномірно освітлений екран (детальніше див. відповідь на запитання 4.23).

Зверни увагу!

Якщо ширина щілини $b = \lambda$, то на екрані не виникне жодної дифракційної смуги, екран буде більш-менш рівномірно освітленим.

Запитання 4.100. Чи можна дифракційну решітку назвати інтерференційною? Обґрунтуйте відповідь.

Відповідь. Можна (див. відповідь на запитання 4.51).

Запитання 4.101. Чому оптичний мікроскоп не дозволяє спостерігати атоми і молекули?

Відповідь. Сучасні оптичні мікроскопи дозволяють розрізнити (спостерігати) об'єкти, які мають розміри, не менші за $0,5\lambda$. Якщо $\lambda = 5,5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$, то $h_{\min} = 2,75 \cdot 10^{-7} \text{ м}$. Застосовуючи імерсійну рідину (наприклад, кедрове мастило, $n = 1,515$) можна знизити межу розділення приблизно в два рази і (для довжини хвилі $\lambda = 5,5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ вона стане $h_{\min} \approx 2,2 \cdot 10^{-7} \text{ м}$). Звідси випливає, **що деталі**

об'єкта (або самі об'єкти), розміри яких менші за $\approx 0,4\lambda$ ($h_{\min} \approx 2,5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$), принципово не можуть бути виявлені за допомогою оптичного мікроскопа.

Зауважимо, що розміри молекул складають порядку 10^{-10} м , а великих молекул $\approx 4,3 \cdot 10^{-10} \text{ м}$, які майже на три порядки менші за межу розділення оптичного мікроскопа (див. [1], ст. 454 – 459).

Зверни увагу!

Межа розділення визначається довжиною хвилі, тобто хвильовою природою світла і не може бути перевершена ніякими технічними вдосконаленнями. Це пов'язано із дифракцією світла.

Запитання 4.102. У чому подібність і відмінність між дифракцією Френеля на круглому отворі і дифракцією Фраунгофера на одній щілині?

Відповідь. Дифракція Френеля на круглому отворі – це дифракція в збіжних або розбіжних світлових пучках. Розподіл інтенсивності світла в дифракційній картині (зокрема положення максимумів і мінімумів) можна пояснити, виходячи із принципу Гюйгенса-Френеля, і методу зон Френеля (див. відповідь на запитання 4.3 і 4.4).

Дифракція Фраунгофера на одній щілині виникає в паралельних променях з використанням оптичних приладів (лінз, об'єктивів, окулярів).

Положення максимумів і мінімумів у дифракційній картині, отриманій на одній щілині, також можна знайти, використовуючи принцип Гюйгенса – Френеля і методу зон Френеля. Однак, повний розподіл інтенсивності в дифракційній картині від однієї щілини і наслідків, які і при цьому виникають, за допомогою принципу Гюйгенса-Френеля і методу зон Френеля пояснити не можливо.

Запитання 4. 103. При дифракції відбувається відхилення світлових променів від прямолінійного поширення в однорідному середовищі. Чи не заперечує явище дифракції закон прямолінійності поширення світла в однорідному середовищі? Пояснити.

Відповідь. Світло в однорідному середовищі завжди поширюється прямолінійно, якщо фізичні умови середовища не змінюються. Відхилення світлових променів від прямолінійності при дифракції викликано зміною умов проходження світлових хвиль в середовищі з різко вираженими неоднорідностями поблизу меж непрозорих середовищ і отворів в непрозорих середовищах. Отже, явище дифракції не заперечує закон прямолінійності поширення світла в оптично однорідному середовищі.

Запитання 4.104. Чому відстань між дифракційними максимумами одного і того ж монохроматичного випромінювання однакові?

Відповідь. Позначимо відстань від нульового максимуму (точка A) до максимуму 1-ого порядку (точка B) через x ($AB = x$), а відстань від екрана до дифракційної решітки через l (рис. 4.41). Із рисунка маємо:

$$\frac{x}{l} = \operatorname{tg} \varphi,$$

де φ – кут дифракції, який можна знайти із умови максимумів $d \sin \varphi = k\lambda$. При малих кутах $\sin \varphi \approx \operatorname{tg} \varphi$. Тоді

$$\frac{x}{l} = \frac{k\lambda}{d} \quad \text{або} \quad \frac{x}{k} = \frac{l\lambda}{d}.$$

Оскільки l , λ і d величини сталі, то відношення x/k також є величина стала. Якщо відношення двох змінних величин є стала величина, то вони знаходяться в прямій пропорційній залежності, а це означає, що у скільки разів збільшиться k , у стільки ж разів збільшиться і x . Отже, відстань між дифракційними максимумами одного і того ж монохроматичного випромінювання, яке проходить через одну і ту ж дифракційну решітку, однакові.

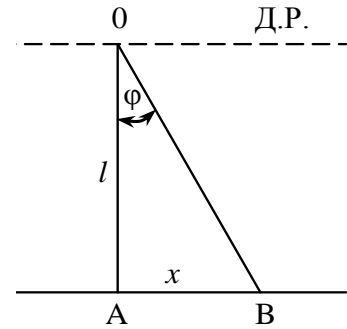


Рис. 4.41

Запитання 4.105. Чому дифракцію звуку можна спостерігати більш чітко, ніж дифракцію світла?

Відповідь. Дифракцію хвиль можна спостерігати більш чітко, якщо лінійні розміри перешкод або отворів сумірні з довжинами хвиль. Із умови максимумів дифракційної решітки $d \sin \varphi = k\lambda$ знайдемо співвідношення: $\sin \varphi = k\lambda / d$. Звідси видно, що $\sin \varphi \leq 1$ при $k\lambda / d \leq 1$. Це свідчить про те, що дифракція є найбільш вираженою, якщо $d \leq \lambda$. Отже, щоб спостерігати дифракцію світла, лінійні розміри перешкод не повинні бути більші за довжину хвилі світла. Звукові ж хвилі, які сприймаються людиною, мають довжини хвиль від 17 мм до 17 м, тому звук повністю огинає всі перешкоди, розміри яких менші за 17 м. За перешкодами, лінійні розміри яких перевершують 17 м, утворюється звукова тінь, хоча в результаті дифракції звук легко заходить за перешкоду. Ось чому ми можемо «чути із-за кута», але не можемо «бачити із-за кута». Для спостереження дифракції світлових хвиль потрібні перешкоди, лінійні розміри яких виражаються нанометрами, а для спостереження дифракції звукових хвиль – перешкоди порядку від декількох міліметрів і до кількох метрів. Ось чому ми буквально на кожному кроці спостерігаємо дифракцію звукових хвиль і практично не спостерігаємо дифракцію світлових хвиль.

5. Фізичні основи голографії

Запитання 5.1. Що розуміють під фізичним поняттям голографія?

Відповідь. Голографією називають метод запису і подальшого відновлення структури світлових хвиль, який ґрунтується на явищах інтерференції і дифракції когерентних пучків світла. Голографія забезпечує можливість запису, зберігання і відтворення зорових образів предметів.

Запитання 5.2. В чому суть основної ідеї голографічного запису зорових образів?

Відповідь. Слово голографія походить від грецьких слів *holos* – весь, повний і *grapho* – пишу, креслю, рисую. В назві підкреслено можливість реєстрації вичерпної інформації про хвильове поле на поверхні приймача світла.

Голографія дозволяє записати і відтворити розсіяні предметом світлові хвилі зі всіма їхніми характеристиками: **напрямом поширення, амплітудою, фазою, довжиною хвилі**. Відтворені голограмою світлові хвилі створюють повну ілюзію реальності спостережуваних предметів.

Голограма є своєрідним вікном, через яке видно всю зазнятую об'ємну сцену у всій її глибині. Далекі і близькі предмети (деталі предметів) видно однаково чітко. Розглядаючи голограму під різними кутами, можна бачити предмети в різних ракурсах.

На голограмі реєструється не оптичне зображення об'єкта, а **інтерференційна картина**, яка виникає при накладанні світлової хвилі, розсіяної предметом (об'єктом), і когерентної з нею опорної хвилі. Ця інтерференція фіксує інформацію про розподіл амплітуд і фаз в предметній хвилі. Освітлення голограми відтворювальною хвилею, ідентичною з тією, що служила опорною хвилею при реєстрації, викликає появу дифрагованих хвиль, одна із яких являє собою більш-менш точну копію хвилі, розсіяної предметом. Попадаючи в око спостерігача, вона створює такі ж відчуття, як і при безпосередньому спостереженні предмета.

Запитання 5.3. Яка різниця між звичайною фотографією і голограмою?

Відповідь. Звичайна фотографія, як і голографія, забезпечує можливість запису, зберігання і відтворення зорових образів предметів. Однак, звичайна фотографія дає плоске зображення об'ємної картини, яке видно з певної точки. Голографія дає зображення об'ємне.

Розглядаючи звичайний фотознімок, неможливо заглянути за предмети, які знаходяться на передньому плані. Такі характеристики звичайного фотознімка викликані тим, що на фотознімку фіксується тільки амплітуда розсіяної предметом світлової хвилі (див. далі відповідь на запитання 5.2).

Запитання 5.4. Що є фізичною основою голографії?

Відповідь. Фізичною основою голографії є когерентна оптика, тобто вчення про хвилі, їх інтерференцію і дифракцію, яке зародилося ще в XVII ст. На початку XIX ст. Юнг, Френель і Фраунгофер були цілком в змозі сформулювати основні принципи голографії. Всі вони прекрасно розуміли, що при освітленні предмета від нього поширюється розсіяна хвиля, яка, відділившись від предмета, зберігає в подальшому незалежне існування і несе повну інформацію про форму і інші властивості предмета. Попадаючи в око або в об'єктив фотоапарата, ця хвиля утворює на сітківці, або фотопластинці, зображення предмета. Якщо будь-яким чином створити таку ж хвилю, очевидно, вона зможе викликати точно такі ж ефекти, що і вихідна хвиля, розсіяна предметом.

На цьому ґрунтується основна ідея голографії. Безсумнівно, що описане вище прекрасно розуміли названі вище фізики. Могли відкрити, але не відкрили.

Чимало фізиків другої половини XIX і початку XX ст. підходили до принципів голографії достатньо близько (Кірхгоф, Релей, Аббе, Брегг). Могли відкрити, але не відкрили.

Запитання 5.5. Хто ж був першовідкривачем ідеї голографії?

Відповідь. У 1920 р. в роботі «Про можливість оптичного зображення молекулярної ґратки» польський фізик Мечислав Вольфке висунув і експериментально перевіряв ідею голографічного методу отримання зображень. Однак, на роботу Вольфке не звернули достатньої уваги і вона була практично забута. Незалежно від Вольфке, ідею голографічного методу отримання зображень знову запропонував і обґрунтував у 1947 р. англійський фізик, угорського походження Денис Габор, якого справедливо вважають засновником голографії. Однак, практичне здійснення голографії затрималось майже на 15 років.

Запитання 5.6. Чому ідея голографії Вольфке не знайшла підтримки серед фізиків того часу і чому після повторного відкриття її Д. Габором ще майже 15 р. прийшлося чекати на її практичне здійснення?

Відповідь. Очевидно, що фізики того часу не змогли оцінити (сприйняти) абсолютно нові ідеї Вольфке. Вони ще неготові були до цього. Окрім того, на той час не було потужних джерел світла, які б володіли високим ступенем часової і просторової когерентності. Саме це і затримало на 15 років практичне здійснення голографії повторно відкритої Д. Габором в 1947 р. Саме такими властивостями володіє випромінювання лазерів. Вперше лазерні голограми були отримані у 1963 р. американськими фізиками Е. Лейтом і Дж. Упатнієксом.

Запитання 5.7. Що принципово нового вніс в розвиток голографії російський фізик радянської доби Денисюк?

Відповідь. У 1962 – 1963 роках Ю.Н. Денисюк запропонував записувати голограми в тривимірних середовищах, на товстошарових фотоемульсіях, що дозволяє відновлювати зображення в білому світлі. З цього часу голографія отримала інтенсивний розвиток.

Запитання 5.8. На звичайній фотографії записується (реєструється) тільки відмінності в амплітуді світлової хвилі, яка відбивається від точок предмета. Яка із характеристик світлової хвилі, що несе інформацію про віддаленість кожної точки предмета від світлочутливого шару повинна бути зареєстрована ним?

Відповідь. На світлочутливому шарі (голограмі), окрім необхідності запису амплітуди відбитої світлової хвилі від кожної точки предмета, необхідно записати і фазу цієї хвилі. Всі приймачі випромінювання реагують, однак, лише на інтенсивність світла, а тому інформація про фазу світлової хвилі безповоротно втрачається. Якщо ми хочемо записати фазу, то необхідно якимось чином передати фазові зміни через відповідні зміни інтенсивності. Ця передача можлива, використавши для цього інтерференцію світла.

Однак прямий аналіз інтерференційної картини займає дуже багато часу і для складного фронту хвилі він практично не годиться. Окрім того, інтерферограма не годиться і для безпосереднього візуального сприйняття інформації із запису.

Д. Габор запропонував інший підхід, він запропонував принцип реконструкції (відтворення) хвильового фронту і обґрунтував таким чином спосіб безпосереднього зчитування всієї оптичної інформації, тобто амплітуди і фази хвилі, з двовимірного запису.

Запитання 5.9. В чому фізична суть реконструкції хвильового фронту?

Відповідь. Суть реконструкції заключається в наступному: інтерференційна картина утворюється при накладанні світлової хвилі, відбитої від предмета (**предметної хвилі**) і когерентної з нею хвилі, яку називають **опорною**. Якщо цю картину зареєструвати на світлочутливій фотопластинці, а потім після хімічної обробки пластинку (яка уже називається **голограмою**) помістити на попереднє місце і освітити її світлом ідентичним зі світлом опорної хвилі, то за голограмою виникне не тільки ця хвиля, але і хвиля, яка є більш-менш точною копією предметної хвилі. Попадаючи в око спостерігача, ця хвиля створює образ предмета.

Записану інтерферограму називають **голограмою**, а метод реконструкції фронту світлових хвиль – **голографією**.

Запитання 5.10. З яких основних етапів складається голографічний процес?

Відповідь. Голографічний процес можна поділити на два етапи (стадії):

- процес виготовлення голограми, яка є не що інше як фотопластинка, за допомогою якої можна відтворити світлову хвилю, розсіяну предметом (об'єктом);
- процес відтворення (реконструкції) цієї хвилі і отримання зображення.

Запитання 5.11. Поясніть фізичну сутність запису і відновлення (реконструкції) голограми на прикладі плоскої хвилі.

Відповідь. Нехай плоска хвиля 1, відбита від предмета A (цю хвилю називають

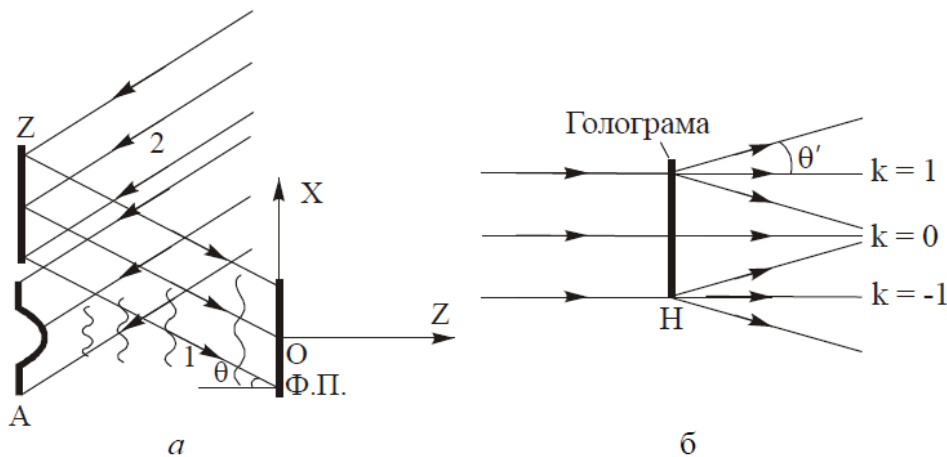


Рис. 5.1

вають предметною або об'єктною), падає на фотопластинку ($\Phi\Pi$) під кутом θ до нормалі (рис. 5.1,а). В цьому випадку світлочутливий шар $\Phi\Pi$, здатний зареєструвати лише середній час експозиції розподілу інтенсивності. За інтенсивністю почорніння $\Phi\Pi$ ми можемо судити лише про амплітуди світлових коливань, інформація про їх фази повністю губиться. Для відтворення хвильового фронту не вистачає інформації про фазу, якою $\Phi\Pi$ не володіє, оскільки ступінь почорніння $\Phi\Pi$ залежить тільки від інтенсивності світла, але не від хвилі.

Необхідну інформацію про фазу можна отримати і записати її на $\Phi\Pi$, якщо її ($\Phi\Pi$) освітити одночасно іншою плоскою хвилею, когерентною з хвилею 1, опорною хвилею 2 (рис. 5.1,а). Ці хвилі інтерферуватимуть і в результаті на поверхні пластинки встановиться стаціонарний перерозподіл освітленості у вигляді системи паралельних світлих і темних смуг, перпендикулярних площині рисунка. Розподіл інтенсивності від координати визначається формулою:

$$I(x) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta(x), \quad (5.1)$$

де I_1 і I_2 – відповідно інтенсивності предметної і опорної хвиль, $\Delta(x) = x \sin \theta$ – різниця ходу між опорною і предметною хвилями, $2\pi / \lambda$ – хвильове число. Із

аналізу (5.1) можна знайти відстань між сусідніми світлими (темними) смугами, яка рівна

$$l = \frac{\lambda}{\sin \theta}. \quad (5.2)$$

При правильному підборі часу експозиції і відповідній хімічній обробці ФП отримаємо голограму, яка є не чим іншим, як дифракційною решіткою з синусоїдальним пропусканням світла. **Структура зареєстрованих на голограмі інтерференційних смуг містить інформацію про розподіл фаз світлових коливань в предметній хвилі.**

За допомогою такої голограми не важко відтворити хвилі, які інтерферували, і, зокрема, предметну хвилю. Для цього голограму необхідно розмістити в те саме місце, в якому вона експонувалася, і освітити її світлом, однаковим з опорною хвилею. Оскільки голограма є синусоїдальною дифракційною решіткою, то в результаті справа від пластинки (голограми) виникнуть три плоскі хвилі з $k = 0$ і $k \pm 1$ (рис. 5.1,б). Дифрагована хвиля з $k = 1$ поширюється точно в тому напрямку, що і предметна хвиля (хвиля 1) під час утворення голограми. Попавши в око спостерігача, ця хвиля викличе появу зображення предмета, як і та, що відбилася безпосередньо від предмета. Зображення є уявним. Дифрагована хвиля $k = -1$ формує ще одне дійсне зображення об'єкта.

При голографуванні складного об'єкта його освітлюють когерентним лазерним пучком. Розсіяне об'єктом хвильове поле можна представити у вигляді сукупності множини плоских хвиль, кожна із яких на ФП дає свою систему інтерференційних смуг з характерними для них параметрами. Після хімічної обробки на голограмі утворюється сукупність дифракційних решіток, кожна із яких при освітленні голограми пучком світла, ідентичного з опорним, сформує плоскі хвилі з напрямками $k = 0$, $k = \pm 1$. Сукупність хвиль, що поширюються в напрямку $k = 1$, попавши в око людини, викличе відчуття зображення предмета.

Запитання 5.12. Як відбувається голографування сферичної хвилі?

Відповідь. Схема досліду голографування сферичної хвилі зображена на рис. 5.2,а. Сферичні хвилі випромінюються точковим джерелом S , опорною хвилею є когерентна до сферичної хвилі плоска хвиля, яка падає на ФП нормально. В результаті на поверхні ФП буде зареєстрована інтерференційна картина у вигляді концентричних кілець подібно до зональної пластинки. Відмінність голограми від зональної пластинки тільки в тому, що зміна інтенсивності на голограмі відбувається за синусоїдальним законом, тобто, плавно.

Для відтворення отриману голограму потрібно освітити плоскою хвилею, ідентичною з опорною (рис. 5.2,б). Як і в попередньому випадку, справа від голограми, внаслідок дифракції виникнуть три хвилі: одна з них плоска, друга –

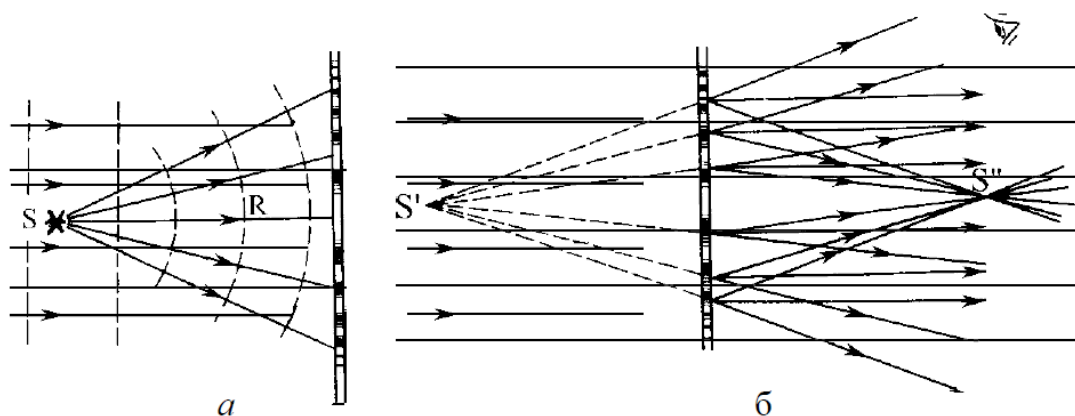


Рис. 5.2

збіжна з вершиною в точці S'' , третя – розбіжна з вершиною в точці S' . Розбіжна хвиля утворює уявне зображення в точці S' , збіжна хвиля утворює в точці S'' дійсне зображення точкового джерела і, якщо в цьому місці розмістити екран, то на ньому утвориться дійсне зображення у вигляді світлового дифракційного кільця. Зображення утворюється без допомоги будь-яких оптичних приладів або їх елементів.

У випадку, якщо когерентне світло розсіюється складним об'єктом, то його можна розглядати як сукупність точкових джерел, випромінюючих сферичні хвилі. Інтерферуючи з опорною хвилею, кожна із них утворить на голограмі свою синусоїдальну решітку. В результаті на голограмі виникне складне мереживо у вигляді накладання елементарних синусоїдальних решіток. При освітленні такої голограми світловою хвилею, подібною до опорної хвилі, кожна елементарна синусоїдальна решітка утворює, крім прямого прохідного пучка, ще два пучки: розбіжний, який дає уявне зображення відповідної точки об'єкта, і збіжний, що утворює дійсне зображення цієї ж точки предмета. Сукупність відповідних пучків формує уявне і дійсне зображення предмета, які можна бачити без будь-яких оптичних пристроїв або їх елементів.

Запитання 5.13. Зарисуйте схему (хоча б одну), яка використовується для голографування предметів з використанням лазера.

Відповідь. Див. рис. 5.3.

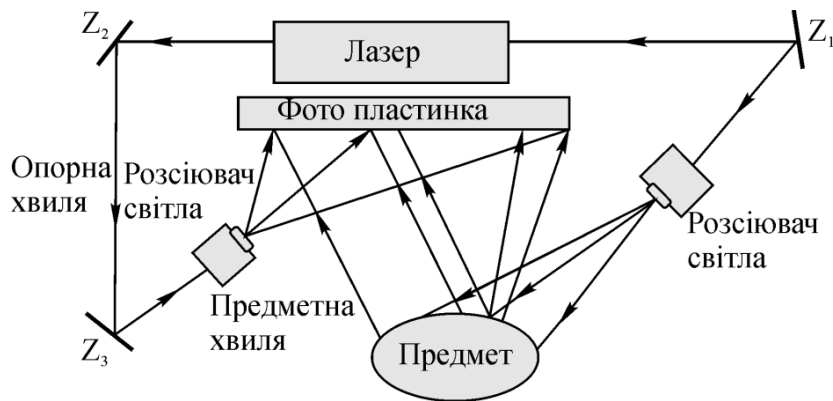


Рис. 5.3. Одна із багатьох сучасних схем голографування з використанням лазера.

Запитання 5.14. Який вигляд мають інтерференційні смуги на голограмі точкового джерела? В чому подібність і відмінність голограми і зональної пластинки?

Відповідь. Точкове джерело випромінює сферичні хвилі. Схема досліду по голографуванню сферичної хвилі наведена на рис. 5.2,а. Опорною хвилею тут служить когерентна сферичній плоска хвиля, яка нормально падає на *ФП*. В результаті на поверхні *ФП* утворюється інтерференційна картина у вигляді концентричних світлих і темних кілець. Радіальний розподіл інтенсивності за синусоїдальним законом, тобто на *ФП* отримується дифракційна решітка з синусоїдальним пропусканням світла. Переміщуючи джерело можна добитися максимальної інтенсивності в центрі картини, що еквівалентно дії зональної пластинки з фокусною відстанню $f = R$. Відмінність голограми точкового джерела від зональної пластинки полягає тільки в тому, що зміна інтенсивності (перехід від світлих кілець до темних) на голограмі відбувається за синусоїдальним законом, тобто плавно.

Запитання 5.15. У відповіді на запитання 5.7 йшлося про ідеї Денисюка Ю.Н. щодо отримання об'ємних голограм. З'ясуйте фізичний механізм цього методу.

Відповідь. Для отримання об'ємних (тривимірних) голограм використовують товстощарові фотоемульсії. В методі Денисюка поєднано принцип голографії і кольорової фотографії Ліппмана. Товщина фотощару складає 15 – 20 *мкм*, тобто 30 – 40 довжин хвиль зеленого кольору. Фотощар настільки

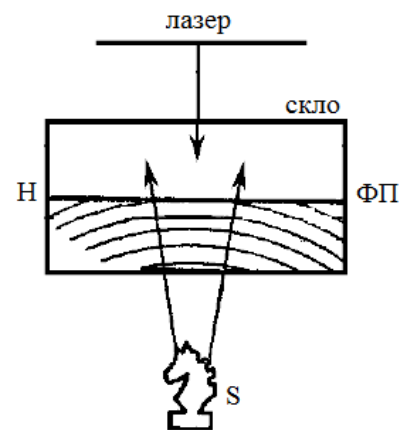


Рис. 5.4

прозорий, що через нього можна освітлювати об'єкт, що голографується. Опорна плоска монохроматична хвиля від лазера падає на фотопластинку з боку скла (рис. 5.4). Пройшовши через пластинку вона освітлює предмет, що голографується. Розсіяна предметом хвиля, поширюється назустріч опорній хвилі і інтерферує з нею в товщі фотоемульсії. Інтерференційна картина представляє стоячі хвилі, на які накладене мереживо дрібних деталей із максимумів і мінімумів. Проявлена і відфіксована фотопластинка і буде голограмою Денисюка. Вона складається із декількох десятків поверхневих голограм, які якщо розглядати окремо, є двовимірними голограмами, розміщених в товщі емульсії.

Метод Денисюка дозволяє отримувати зображення предметів в натуральних кольорах. Для цього предмет при голографуванні необхідно освітити випромінюванням, яке має в своєму спектрі три монохроматичні лінії (червону, зелену і синю), які разом викликають відчуття білого світла. Така голограма діє, як три голограми, що дають при освітленні білим світлом суміщені зображення в трьох спектральних кольорах і сприймається таке зображення як одне об'ємне зображення в натуральних кольорах.

Запитання 5.16. Перерахуйте властивості (характеристики) голограми.

Відповідь. • Зображення, які отримуються методом голографії, є тривимірні (об'ємні) – звичайна ж фотографія є плоскою.

- Будь-яка частина голограми може відтворювати хвильовий фронт: частина голограми діє як ціле. Щоправда, від частини голограми зображення буде менш чітке.

- Голографічний запис інформації володіє великою густиною. На пластинці площею в декілька квадратних сантиметрів можна записати зміст великої книги.

- Голографічний запис володіє високою надійністю. Голограма слабо чутлива до порошинок, невеликих подряпин, дрібних дефектів.

- Голографічний метод дозволяє на одній фотопластинці послідовно реєструвати декілька зображень і при відтворенні одне зображення не заважає іншому.

- Голограма має здатність компенсувати спотворення, які можуть виникати при голографуванні предметів, якщо і предметний, і опорний пучки проходять через одну і ту ж неоднорідність.

- При відтворенні зображення предмета воно завжди отримується позитивним.

- Голографія – це універсальний метод, який може бути застосований для запису будь-яких хвильових процесів, незалежно від їх природи.

Можна отримувати кольорові голограми на чорно-білій фотопластинці.

Запитання 5.17. Якими характеристиками повинні володіти реєструючі середовища, які використовуються в голографії?

Відповідь. • Висока дифракційна ефективність голограми, записаної на даному матеріалі.

- Висока фоточутливість.
- Висока роздільна здатність.
- Можливість багаторазового стирання і перезапису без будь-якого погіршення характеристик матеріалу.
- Тривале і стає зберігання інформації.
- Неруйнівність інформації, що зберігається.
- Неруйнівність реєструючого середовища при необмеженій кількості зчитувань інформації, що зберігається.
- Об'ємне зберігання інформації.
- Проста технологія їх виготовлення.

Запитання 5.18. Як треба розуміти словосполучення «дифракційна ефективність голограми»?

Відповідь. Це – коефіцієнт корисної дії голограми. Дифракційна ефективність голограми характеризує яскравість відтвореного зображення і виражається відношенням величини світлового потоку Φ_1 , відновленої хвилі, до величини повного світлового потоку Φ_0 , падаючого на голограму:

$$\eta = \frac{\Phi_1}{\Phi_0}. \quad (5.2)$$

Дифракційна ефективність залежить від товщини реєструючого середовища.

Теоретичні значення максимальної ефективності

Двовимірні голограми		Об'ємні голограми	
Амплітудні	Фазові	Амплітудні	Фазові
6,25 %	33,9 %	7,2 %	100 %

Запитання 5.19. Що треба розуміти під словосполученням «чутливість реєструючого середовища»?

Відповідь. Це – мінімальне значення експозиції (енергії), потрібне для одержання максимального значення дифракційної ефективності голограми. Густина енергії не повинна перевищувати $1,0 \text{ мкДж/мм}^2$.

Запитання 5.20. Які голограми називають амплітудними, які – фазовими?

Відповідь. Амплітудні голограми здійснюють переважно амплітудну модуляцію хвилі, що відтворюється. Вона діє як амплітудна дифракційна решітка. Амплітудний коефіцієнт поглинання τ амплітудної голограми є функцією різниці фаз $\Phi_2 - \Phi_1$ інтерферуючих хвиль:

$$\tau = f(\Phi_2 - \Phi_1). \quad (5.3)$$

Амплітудні голограми отримують шляхом добору експозиції і процесу проявлення $\Phi\Pi$. На такій голограмі розподіл коефіцієнта пропускання (поглинання) відповідає розподілу інтенсивності падаючого світла.

Фазовою голограмою називають голограму, в якій інтерференційне мереживо зафіксовано не в змінах коефіцієнта пропускання, а в змінах показника заломлення реєструючого середовища, оскільки фаза Φ світлової хвилі визначається різницею ходу δ :

$$\Phi = \frac{2\pi}{\lambda_n} \delta = \frac{2\pi}{\lambda} n\delta, \quad (5)$$

де λ_n – довжина світлової хвилі в реєструючому середовищі, λ – довжина світлової хвилі у вакуумі, n – показник заломлення реєструючого середовища. Це досягається шляхом відбілювання уже проявленої і відфіксованої $\Phi\Pi$ в спеціальному розчині. Пластика стає прозорою, і тільки зміни показника заломлення несуть записану на ній інформацію. Така голограма призводить до просторової фазової модуляції відновлюючої хвилі, внаслідок чого виникають дифраговані хвилі.

Запитання 5.21. Обґрунтуйте, яким чином невелика частина голограми може працювати як ціла, тобто може відтворювати хвильовий фронт?

Відповідь. При голографуванні предмета (експонуванні), як правило, всі частини (вся площа) фотопластинки зазнають дію світла, розсіяного всіма точками предмета. Тому в кожній точці голограми зберігається в закодованій формі зображення всього предмета, тобто інформація, яка реєструється голограмою, рівномірно розподіляється по всій площі голограми. Тому, якщо скористатися окремим шматком розбитої голограми, то ми зможемо відтворити зображення предмета, щоправда, чіткість дещо погіршиться і зменшиться відчуття об'ємності. Це пов'язано з тим, що зменшиться величина світлового потоку, що проходить через голограму.

Запитання 5.22. Однією із властивостей голографії є її *універсальність*. Як це розуміти?

Відповідь. Універсальність методу означає, що він може бути використаний для запису будь-яких хвильових процесів незалежно від їх природи. Це можуть бути електромагнітні коливання будь-якого діапазону чи, наприклад,

звукові (акустичні) хвилі. Щоправда, в оптичному діапазоні голографія має найбільше практичних застосувань.

Запитання 5.23. Перерахуйте напрямки застосування голографії.

Відповідь. • *Образотворча голографія.* Голографічні відтворення об'ємних зображень творів мистецтва, історичних і архітектурних пам'яток, цінних археологічних знахідок тощо. Використання голограм в музеях, на виставках, в рекламній справі, в навчальному процесі.

- Застосування голографії в наукових дослідженнях і техніці (див. [1], ст. 205 – 211). Наприклад, метод голографічної інтерферометрії застосовують для дослідження вібрацій, деформацій предметів, різних видів руху, для контролю якості поверхонь оптичних деталей і виробів.

- Голограма як зображувальний оптичний елемент (голограмні дифракційні решітки).

- Голограма, як носій і засіб збереження інформації.

- Перспективи застосування голографії в кіно і телебаченні (детальніше див [1], ст. 209 – 217).

Запитання 5.24. Що означає поняття «динамічна голографія».

Відповідь. У відповідях на попередні запитання йшла мова про статичну голографію. Статична голографія не фіксує змін характеристик об'єкта з часом. Для отримання статичних голограм користуються звичайними *ФП* або плівками, в яких процеси запису і зчитування проводяться почергово. При цьому, приховане зображення, яке виникає в реєструючому середовищі, не впливає на світлові пучки в процесі запису.

В динамічній голографії використовують реєструючі середовища (речовини), в яких зміна показників заломлення n і поглинання κ відбувається у відповідності з розподілом інтерференційної картини, яка виникає при накладанні предметної і опорної хвиль. Запис зображень виникає без хімічної обробки реєструючого середовища. При цьому процеси запису і зчитування відбуваються одночасно і взаємозв'язані в часі. Якщо в процесі запису об'єкт змінюється, то відповідно змінюється і зміст самої голограми.

Основною властивістю динамічної голограми є зворотний вплив голограми на записуюче поле, тобто хвилі, які створюють цю голограму змінюються під час запису.

Зображення, записане на динамічній голограмі раніше, не змінюється, а стирається. Стирання може відбуватися спонтанно і під впливом змінних світлових полів, що створюють голограму (детальніше див. [1], ст. 199 – 200).

Запитання 5.25. Інтерференційна картина сферичної хвилі, що виходить із точкового джерела, на голограмі має вигляд концентричних світлих і темних смуг. Як виглядатиме інтерференційна картина на голограмі від протяжного предмета?

Відповідь. Складний об'єкт, який розсіює лазерне світло, можна розглядати як сукупність точкових джерел, випромінюючих сферичні хвилі. В результаті їх інтерференції з опорною хвилею, на голограмі виникає складне мереживо у вигляді накладання елементарних синусоїдальних решіток (див. відповідь на запитання 5.13 і 5.14). На етапі відновлення при освітленні голограми опорним пучком світла кожна така решітка формує справа від голограми три світлові пучки: прямий (прохідний) пучок, розбіжний, який дає уявне зображення відповідної точки предмета, і збіжний, що утворює дійсне зображення цієї ж точки предмета (див. рис. 5.2,б). Сукупність відповідних пучків (збіжних і розбіжних) формує уявне і дійсне зображення об'єкта.

Запитання 5.26. Які вимоги пред'являються в голографії до джерела світла?

Відповідь. В залежності від величини об'єкта, що піддається голографуванню, підбираються лазери різної потужності. При голографуванні предметів розміром порядку 1 дм^3 потужність лазера повинна складати від 1 до 100 *мВт*.

При голографуванні предметів великих розмірів потужність джерела світла потрібно збільшити. При цьому використовують лазери неперервної дії, або імпульсні.

При запису голограми джерела повинні володіти високою просторово-часовою когерентністю. Такою властивістю володіє випромінювання лазерів.

При реконструкції (відтворенні) до випромінювання пред'являються більш м'які вимоги, ніж при запису. Світловий потік, утворюючий зображення, пропорційний потужності відновлювальної хвилі, а когерентні властивості падаючого випромінювання можуть бути на декілька порядків нижче, ніж при запису. При реконструкції при відсутності спеціальних джерел можна використовувати класичні (теплові) джерела.

Запитання 5.27. Чи можливе створення голографічного кіно і телебачення?

Відповідь. На шляху проблеми застосування голографії в кіно і телебаченні існують серйозні труднощі:

- створення імпульсних лазерів червоного, синього і зеленого випромінювань з енергією в кілька джоулів і високим ступенем когерентності;
- створення голографічних кіноплівок для зйомки і тиражування фільмів;
- створення спеціальних голографічних екранів;

- особливою проблемою є голографування на природі.

Перераховані вище труднощі привели вчених у цьому питанні до думки, що голографія практично немає шансів на широке застосування в якості масового видувища. Існує думка, що професійний кінематограф розвиватиметься в іншому напрямку. Дія буде реєструватися методами звичайної фотографії, а голографія буде використовуватися тільки для того, щоб записати систему зображень в компактному вигляді на кіноплівку. На цій основі буде синтезовано об'ємне зображення, яке проектуватиметься на великий екран.

Ще більші труднощі виникають при розробці голографічного телебачення.

Запитання 5.28. Чому вигідно використовувати похиле падіння опорної хвилі на голограму?

Відповідь. Якщо опорна хвиля падає на $\Phi\Pi$ під кутом θ , а предметна – приблизно по нормалі, то сусідні інтерференційні максимуми розмістяться на відстані $d = \lambda/\sin \theta$ один від одного. **Щоб при відновленні (реконструкції) пряма хвиля ($k = 0$) (рис. 5.1,б) не заважала спостереженню уявного зображення, кут θ повинен бути достатньо великим.** Уже при $\theta = 20^\circ$ відстань між смугами $d \approx 2$ мкм, тобто 500 смуг на 1 мм довжини. Збільшення кута падіння опорної хвилі на $\Phi\Pi$ призводить до збільшення числа смуг на 1 мм. Фотоматеріали, які застосовуються у звичайній фотографії, дозволяють зареєструвати біля 100 штрихів на 1 мм. Щоб розмір зерна фотоемульсії не обмежував роздільної здатності голограм, спеціально для голографії розроблені дрібнозернисті фотоемульсії, які реєструють декілька тисяч ліній (смуг) на 1 мм.

Цікаво знати...

За створення голографії Д. Габору у 1971 р. була присуджена Нобелівська премія з фізики.

За створення методу запису тривимірних голограм Ю. Денисюк був удостоєний Ленінської премії СРСР у 1970 р.

6. Геометрична оптика

Запитання 6.1. В якому граничному випадку хвильова оптика переходить в геометричну? Наведіть приклади, коли умови застосування геометричної оптики не виконуються.

Відповідь. Закони геометричної оптики можна отримати із хвильової оптики в граничному випадку надзвичайно коротких хвиль $\lambda \rightarrow 0$, коли хвильова природа світла стає неістотною. Хвильові ефекти за цієї умови спостерігати практично неможливо. Умови геометричної оптики реалізуються і в тому випадку, коли розміри предметів, на яких дифрагує світло, великі, оскільки довжина хвилі набагато менша розмірів лінз, дзеркал, діафрагм тощо. Отже, умова $\lambda \rightarrow 0$ є головним критерієм переходу від хвильової оптики до геометричної. Обумовлені хвильовою природою світла відхилення від простих законів геометричної оптики виявляють себе в явищах дифракції (рис. 6.1)

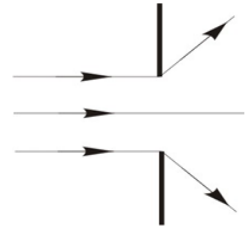


Рис. 6.1

Запитання 6.2. Умова переходу від хвильової оптики до геометричної факт експериментальний. Чи можна цю умову обґрунтувати теоретично?

Відповідь. Має місце і те і друге. Обґрунтувати умови реалізації законів геометричної оптики можна, виходячи із аналізу дифракції світла на круглому отворі або щілині. При цьому аналізі обов'язково вказується діаметр отвору (ширина щілини) ρ та довжина хвилі λ і відстані R від джерела до отвору і від отвору до екрана спостереження r_0 . Від r_0 залежить кількість відкритих отвором зон Френеля. Якщо лінійні розміри отвору того ж порядку, що і розміри зон Френеля, то виникне дифракційна картина, як прояв хвильових властивостей світла і відхилення від прямолінійності поширення світла. Радіус 1-ої зони Френеля

$$\rho_1 = \sqrt{\frac{r_0 R \lambda}{R + r_0}}. \quad (6.1)$$

Якщо припустити, що $R = r_0 = l$, то

$$\rho_1 = \sqrt{\frac{l \lambda}{2}}. \quad (6.2)$$

Отже, умову дифракції характеризують три величини: **розмір перешкоди D і величин l і λ , які визначають розміри зон Френеля.** Ці величини і є визначальними при переході від хвильової оптики до геометричної. Для характеристики співвідношення між l , D і λ вводиться поняття параметра дифракції:

$$P = \frac{\sqrt{l\lambda}}{D}. \quad (6.3)$$

Якщо $D \gg \sqrt{l\lambda}$, то $P \rightarrow 0$. В цьому випадку ($P \ll 1$) можна говорити про дотримання законів геометричної оптики. Тут λ відіграє основну роль. При $\lambda \rightarrow 0$, завжди $D \gg \sqrt{l\lambda}$ і хвильові ефекти спостерігати неможливо. **Отже умова $\lambda \rightarrow 0$ є основним критерієм переходу від хвильової оптики до геометричної.** Іншим критерієм переходу від хвильової оптики до геометричної є $D \rightarrow \infty$. При великих отворах (розмірах перешкод) можна також користуватися принципами геометричної оптики.

Запитання 6.3. Сформулюйте означення світлового променя.

Відповідь. Під променем потрібно розуміти лінію, нормальну до хвильової поверхні, вздовж якої переноситься енергія. Поняття променя є одним з основних понять геометричної оптики.

Запитання 6.4. Який світловий пучок називають: **гомоцентричним; стигматичним; астигматичним?**

Відповідь. Пучок, промені якого мають одну спільну точку перетину, називають **гомоцентричним**. Якщо промені розбігаються із точки перетину (спільного центра), то пучок називають **розбіжним гомоцентричним пучком**; якщо ж промені йдуть в напрямку до центра, то пучок називається **збіжним гомоцентричним пучком**. Частинним випадком гомоцентричності є пучок пара-

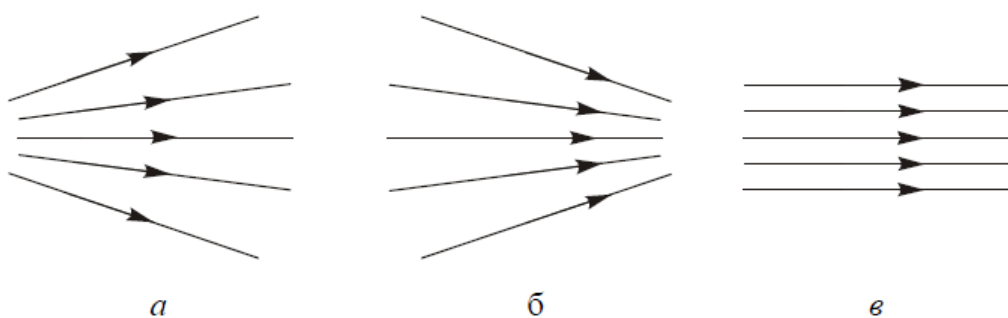


Рис. 6.2.

а) розбіжний гомоцентричний пучок; б) збіжний гомоцентричний пучок;
в) пучок паралельних променів.

лельних променів (рис. 6.2).

Пучок, який після проходження через оптичну систему зберігає гомоцентричність, називається **стигматичним**.

Пучок, промені якого після виходу із оптичної системи не перетинаються в одній точці, називається **астигматичним**.

Запитання 6.5. Сформулюйте основні закони геометричної оптики.

Відповідь. Закон прямолінійного поширення світла: світло в однорідному середовищі поширюється по прямій лінії. Цей закон порушується, якщо явищем дифракції знехтувати не можна.

Закон незалежності поширення світлових пучків: якщо в просторі зустрічаються два або більше світлових пучків, які поширюються в різних напрямках, то вони не впливають один на одного. Сумарна дія цих пучків в точці їх накладання дорівнює сумі дій кожного пучка зокрема.

Закон відбивання світла: падаючий і відбитий промені та перпендикуляр до поверхні поділу в точці падіння лежать в одній площині. При цьому

$$r_1 = r, \quad (6.4)$$

де r – кут падіння, r_1 – кут відбивання. Падаючий і відбитий промені зворотні (рис. 6.3).

Закон заломлення світла: падаючий і заломлений промені та нормаль до поверхні поділу в точці падіння лежать в одній площині (рис. 6.3). При цьому має місце співвідношення:

$$\frac{\sin r}{\sin k} = n_{21}, \quad (6.5)$$

де k – кут заломлення, n_{21} – стала для даної пари середовищ величина, яку називають **відносним показником заломлення другого середовища відносно першого**.

Падаючий і заломлений промені зворотні. Для цього випадку маємо:

$$\frac{\sin k}{\sin r} = n_{12}. \quad (6.6)$$

Тут n_{12} – відносний показник заломлення першого середовища відносно другого. Із порівняння (6.5) і (6.6) маємо:

$$n_{12} = \frac{1}{n_{21}} \quad (6.7)$$

Величини n_{12} і n_{21} є взаємообернені.

Запитання 6.6. З'ясуйте фізичний зміст відносного показника заломлення; абсолютного показника заломлення.

Відповідь. В теорії електромагнітного поля Максвелл отримав закон зв'язку між оптичними, електричними і магнітними константами:

$$n = \sqrt{\varepsilon\mu} = \frac{c}{v}, \quad (6.8)$$

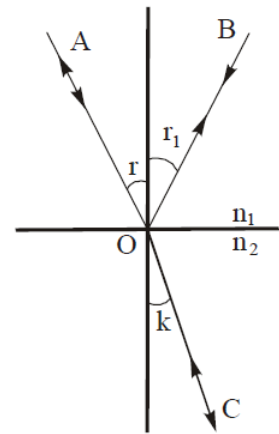


Рис. 6.3

де n – абсолютний показник заломлення середовища, ε – відносна діелектрична проникність, μ – відносна магнітна проникність, c – швидкість поширення світла у вакуумі, v – швидкість поширення світла у середовищі. Формулу (6.8) називають **законом Максвелла**.

- Із закону Максвелла видно, що абсолютний показник заломлення n речовини показує у скільки разів швидкість світла у вакуумі c більша за швидкість світла у середовищі (речовині) v .

- Відносний показник заломлення n_{12} (n_{21}) показує у скільки разів швидкість поширення світла в одному середовищі більша (менша) за швидкість поширення світла в другому середовищі:

$$n_{21} = \frac{v_2}{v_1} \quad \text{або} \quad n_{12} = \frac{v_1}{v_2}. \quad (6.9)$$

Тут v_1 і v_2 – відповідно швидкість поширення світла в першому і другому середовищах.

Запитання 6.7. Доведіть справедливість такого співвідношення:

$$\frac{\sin r}{\sin k} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}. \quad (6.10)$$

Тут r і k – відповідно кути падіння і заломлення променя на межі розділу двох середовищ з показниками заломлення n_1 і n_2 , v_1 і v_2 – відповідно швидкості поширення світла в першому і другому середовищі, λ_1 і λ_2 – довжина хвилі світла в першому і другому середовищі відповідно.

Відповідь. Нехай промінь світла проходить через дві щільно притиснуті одна до одної пластинки різних речовин з показниками заломлення n_1 і n_2 відповідно. Промінь на систему падає із повітря і виходить у повітря (рис. 6.4).

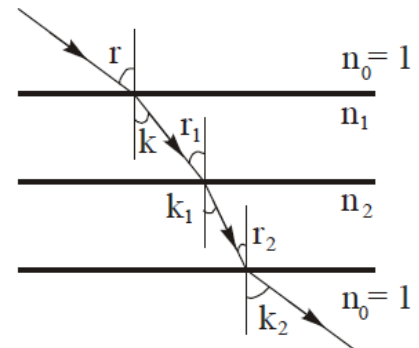


Рис. 6.4

Досвід показує, що $k_2 = r$. Застосовуючи закон заломлення до кожної межі розділу, отримуємо:

$$\frac{\sin r}{\sin k} = n_1, \quad \frac{\sin r_1}{\sin k_1} = n_{21}, \quad \frac{\sin k_2}{\sin r_2} = n_2. \quad (6.11)$$

Поділивши третю рівність на першу, отримуємо:

$$\frac{\sin k_2}{\sin r_2} \frac{\sin k}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1}. \quad (6.12)$$

Враховуючи, що $k_2 = r$, $k_1 = r_2$ і $k = r_1$, на основі другого рівняння рівнянь (6.11), отримуємо:

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1}. \quad (6.13)$$

Відносний показник заломлення двох середовищ (речовин) дорівнює відношенню їх абсолютних показників заломлення.

Закон заломлення світла на межі розділу двох середовищ, після цього, запишеться так:

$$\frac{\sin r_1}{\sin k_1} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}, \quad (6.14)$$

або

$$n_1 \sin r_1 = n_2 \sin r_2, \quad (6.15)$$

або

$$n_1 \sin r_1 = n_2 \sin r_2 = n_3 \sin r_3 = \dots = n_k \sin r_k. \quad (6.16)$$

Добуток показника заломлення на синус кута між променем і нормаллю при кожному заломленні є величина стала і називається оптичним інваріантом.

Враховуючи, що $n = c/v$, $\lambda_1 = \lambda_0/n_1$, $\lambda_2 = \lambda_0/n_2$, формулу(6.14) перепишемо так:

$$\frac{\sin r_1}{\sin k_1} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}. \quad (6.17)$$

Тут v_1 і v_2 – швидкості поширення світла у першому і другому середовищах відповідно, λ_1 і λ_2 – довжини хвиль світла відповідно в першому і другому середовищах, λ_0 – довжина світлової хвилі у вакуумі.

Запитання 6.8. Користуючись принципом Гюйгенса, виведіть закони відбивання і заломлення на межі двох середовищ.

Відповідь. 1) Нехай плоска хвиля, обмежена променями AM і CF , падає на межу поділу двох середовищ і відбивається (рис. 6.5).

Фронт хвилі в будь-який момент часу є площина. Щоб визначити напрямок поширення відбитої хвилі треба побудувати фронт хвилі відбитого пучка для будь-якого моменту часу. Побудуємо фронт хвилі для моменту часу, коли промінь CF досягає межі поділу.

Фронтом хвилі буде огинаюча вторинних сферичних хвиль, побудованих із точок відбивання падаючих променів пучка світла. Як видно із рис. 6.5, радіуси таких сферичних хвиль різні, а огинаючою поверхнею до таких сферичних хвиль є площина, проекцією якої в даний момент часу є пряма $D'F$. Із побудо-

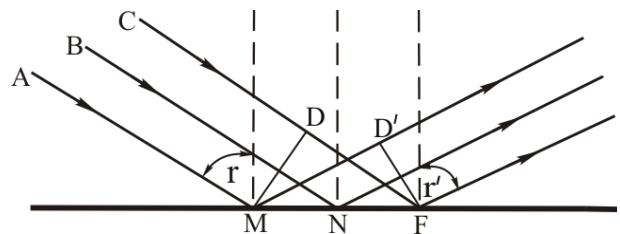


Рис. 6.5

ви $FD = MD'$. Із рівності трикутників MDF і $MD'F$ (у них сторона MF спільна, а $MD = FD'$) видно, що кут падіння r дорівнює куту відбивання r' .

2) Якщо хвилі переходять із одного середовища в інше, то в загальному випадку їх напрямок змінюється, тобто хвилі заломлюються. Нехай плоска хвиля, обмежена паралельними променями AM і CF (рис. 6.6), поширюється в першому середовищі із швидкістю v_1 . У другому середовищі заломлена хвиля поширюватиметься зі швидкістю v_2 . Скористаємось принципом Гюйгенса і побудуємо фронт заломленої хвилі на момент часу, коли промінь CF досягне межі поділу в точці F . Положення фронту хвилі в момент дотику крайнього променя AM було MD на відстані DF від точки F . Таку відстань хвиля пройде за час $t = DF / v_1$. За такий же час вторинна сферична хвиля точки M пройде в другому середовищі зі швидкістю v_2 відстань $ML = tv_2$. Дотична, проведена до сфери такого радіуса і точку F , є нічим іншим, як площина, проекцією якої є пряма LF . Із прямокутного трикутника MLF маємо:

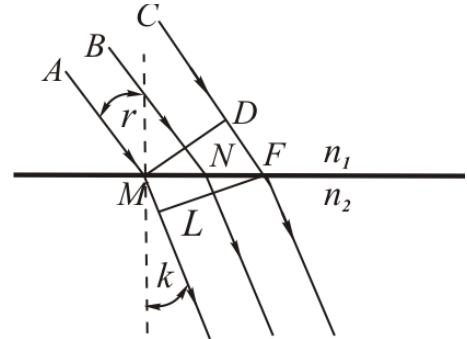


Рис. 6.6

$$\sin k = \frac{ML}{MF} = \frac{tv_2}{MF} = \frac{DF}{MF} \cdot \frac{v_2}{v_1}.$$

Тут використано співвідношення $t = DF / v_1$.

Але $\frac{DF}{MF} = \sin r$, отже

$$\frac{\sin r}{\sin k} = \frac{v_1}{v_2}. \quad (6.18)$$

Із теорії Максвелла відомо, що

$$v_1 = \frac{c}{n_1}, \quad v_2 = \frac{c}{n_2}.$$

Тоді закон заломлення запишеться

$$\frac{\sin r}{\sin k} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}. \quad (6.19)$$

Тут використано співвідношення (6.13).

Запитання 6.9. В який бік викривлятиметься промінь в середовищі, в якому показник заломлення залежить від координати ($n = f(h)$)?

Відповідь. При переході світлового променя із оптично менш густого середовища в оптично більш густе заломлений промінь нахилиється до перпендикуляра (рис. 6.7).

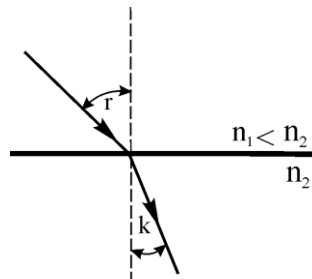


Рис. 6.7

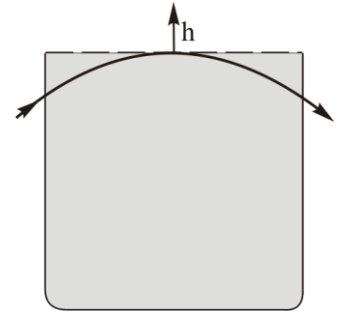


Рис. 6.8

В силу цього, якщо в посудині з рідиною (розчином), показник заломлення якої з висотою зменшується, світловий промінь буде викривлятися в бік шарів рідини з більшим показником заломлення (рис. 6.8).

Запитання 6.10. Як можна визначити швидкість поширення світла в твердому прямокутному прозорому об'єкті, якщо він знаходиться у повітрі? Показник заломлення речовини об'єкта n .

Відповідь. Спробуйте показати це самі.

Запитання 6.11. На рис. 6.9 показано хід променя через межу двох середовищ. В якому з цих середовищ швидкість світла більша?

Відповідь. При переході світлового променя із оптично менш густого середовища в оптично більш густе (наприклад, із води в скло) світловий промінь нахилиється до перпендикуляра і навпаки. Із сказаного випливає, що в даному випадку верхнє середовище більш оптично густе, а нижнє – менш оптично густе, тобто $n_1 > n_2$. З другого боку закон заломлення світла зв'язує між собою кути падіння і заломлення, показники заломлення середовищ та швидкості поширення в них світла:

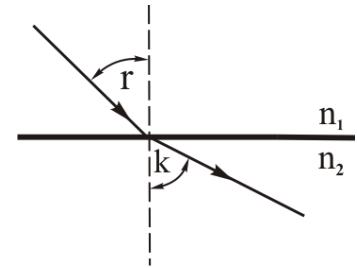


Рис. 6.9

$$\frac{\sin r}{\sin k} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}, \quad (6.20)$$

звідки

$$v_2 = v_1 \frac{n_1}{n_2}. \quad (6.21)$$

Оскільки для даного випадку $n_1 > n_2$, то $v_2 > v_1$. Отже, **швидкість світла в другому середовищі більша швидкості світла в першому середовищі.**

Запитання 6.12. З'ясуйте суть явища повного внутрішнього відбивання. Що таке граничний кут? Як він залежить від показників заломлення середовищ?

Відповідь. Нехай світловий промінь переходить із оптично більш густого середовища в оптично менш густе ($n_1 > n_2$). В цьому випадку заломлений промінь буде віддалятися від перпендикуляра ($r < k$) (рис. 6.10,а).

Збільшуючи кут падіння r , буде збільшуватися і кут заломлення k і врешті решт наступить момент, що при певному значенні кута падіння r кут заломлення буде дорівнювати $\pi/2$, а $\sin k = 1$ (рис. 6.10,б), тобто заломлений промінь буде ковзати по межі поділу середовищ. Досліди показують, що подальше збільшення кута падіння призведе до того, що заломлений промінь зникне: все падаюче світло буде відбиватися.

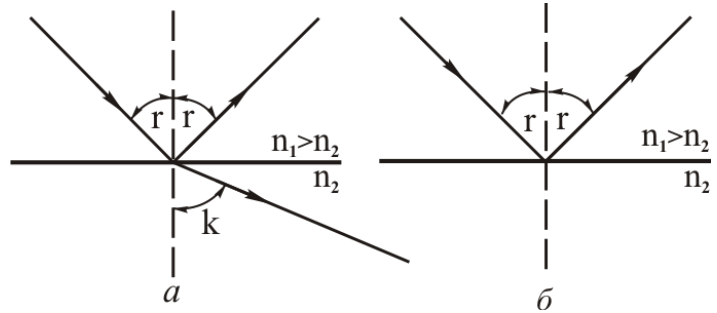


Рис. 6.10

Це явище називають **повним внутрішнім відбиванням**. Кут падіння r , якому відповідає $k = \pi/2$, називають **граничним кутом** r_{ep} . **повного внутрішнього відбивання**. Тоді

$$\frac{\sin r_{ep}}{\sin \frac{\pi}{2}} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \sin r_{ep} = \frac{n_2}{n_1}. \quad (6.22)$$

Якщо $n_2 = 1$, то

$$\sin r_{ep} = \frac{1}{n}, \quad (6.23)$$

де n – показник заломлення середовища (наприклад, води, скла тощо).

Запитання 6.13. Поясніть суть принципу Ферма.

Відповідь. П'єр Ферма у 1630 р. запропонував принцип, відповідно якого світло при поширенні із однієї точки в іншу вибирає шлях, якому відповідає найменший час поширення.

Для проходження ділянки шляху ds (рис. 6.11) світлу потрібний час $d\tau = ds/v$, де v – швидкість світла в даному середовищі. Враховуючи, що $n = c/v$, отримаємо:

$$\tau = \frac{1}{c} \int_1^2 n ds, \quad (6.24)$$

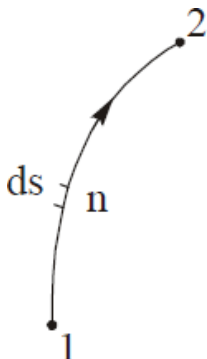


Рис. 6.11

де τ – час, необхідний для проходження світлом шляху від точки 1 до точки 2. Відповідно принципу Ферма час τ повинен бути мінімальним, значить мінімальною повинна бути величина

$$L = \int_1^2 n ds, \quad (6.25)$$

оскільки c – величина стала. Величина L є не що інше, як оптична довжина шляху. В однорідному середовищі

$$L = nS. \quad (6.26)$$

Отже, принцип Ферма стверджує, що **світло поширюється по такому шляху, оптична довжина якого мінімальна.**

У наведеній формі принцип Ферма не завжди виконується для променів, що відбиваються або заломлюються на вгнутих поверхнях. Більш загальним є таке формулювання принципу Ферма: **світло поширюється шляхом, оптична довжина якого екстремальна, тобто вона є або мінімальною, або максимальною, або однаковою для всіх можливих шляхів між розглядуваними точками.**

Умова екстремальної оптичної довжини шляху зводиться до вимоги, щоб варіація від інтеграла (6.25) дорівнювала нулю:

$$\delta \int_1^2 n ds = 0. \quad (4.27)$$

Отже, виходячи із сказаного, світло, при поширенні між двома точками може «вибирати» не тільки шлях, який вимагає мінімального часу, а й шлях, який вимагає максимального часу, або шляхи, які вимагають однакового часу. Прямолінійне поширення світла в однорідному середовищі є прямим наслідком принципу Ферма.

Приклад. Вивід закону відбивання.

Із точки A промінь світла падає на дзеркальну поверхню A_1B_1 (рис. 6.12). Відбитий промінь від дзеркала досягає точки B . Користуючись принципом Ферма, визначимо шлях, який, вимагає мінімального часу для поширення світла із точки A в точку B . Час, необхідний для поширення світла із точки A в точку B , за умовою відбивання від дзеркальної поверхні виразиться так (рис. 6.12):

$$\tau = \frac{AO}{v} + \frac{OB}{v} = \frac{\sqrt{h_1^2 + x^2}}{v} + \frac{\sqrt{h_2^2 + (a-x)^2}}{v}, \quad (6.28)$$

де v – швидкість поширення світла. Із (6.28) видно, що час поширення світла залежить від положення точки O , тобто від змінної x . Тоді, умовою, яка визна-

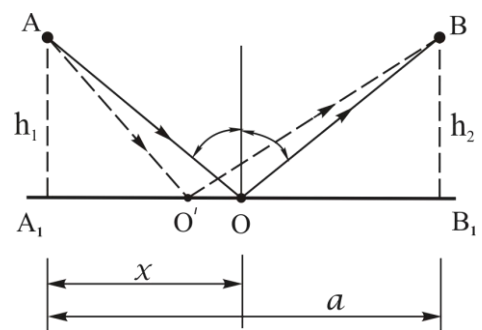


Рис. 6.12

час, при якому значенні x цей час буде мінімальним, є рівність нулю $d\tau/dx$. Із нього випливає, що

$$d\tau = \frac{1}{v} \cdot \frac{x}{AO} + \frac{1}{v} \cdot \frac{a-x}{OB} = \frac{1}{v} (\sin r + \sin r') = 0. \quad (6.29)$$

Звідси $\sin r + \sin r' = 0$ і $r = -r'$. Знак « $-$ » показує, що кути r і r' розміщені по різні сторони нормалі до поверхні. Отже, мінімальним є шлях, при якому має місце відомий закон відбивання.

Прикладом стаціонарного значення часу служить випадок відбивання променів від внутрішньої поверхні еліпсоїда обертання, в одному із фокусів якого розміщена світна точка P (рис. 6.13).

Зображення Q отримується в іншому фокусі, причому відповідно властивості еліпсоїда величина $PO + OQ$ є стала для будь-яких положень O . Як видно із рис. 6.13, пучок відбитих променів від поверхні еліпсоїда утворює в точці Q (в фокусі) стигматичне зображення точки P . Це означає, що гомоцентричний пучок променів, який виходить із першого фокуса (точки P), після відбивання знову перетворюється в гомоцентричний.

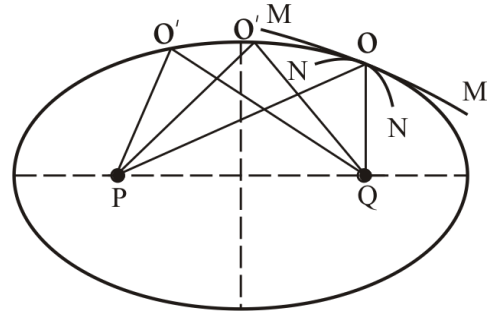


Рис. 6.13

Запитання 6.14. Поясніть, чому широкий пучок паралельних променів світла, входячи похило в воду, розширюється?

Відповідь. Нехай пучок світла, обмежений променями 1 і 2, падає на поверхню води під кутом r (рис. 6.14).

Ширина падаючого пучка AC , ширина заломленого пучка BD . Із рисунка. маємо:

$$(6.30) \quad \begin{cases} AC = AB \cos r, \\ BD = AB \cos k. \end{cases}$$

Оскільки $r > k$, то $\cos r < \cos k$, а значить $AC < BD$.

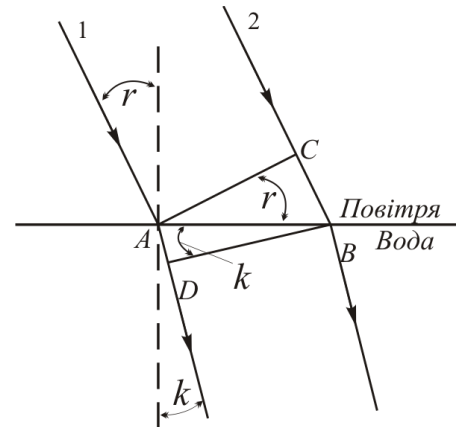


Рис. 6.14

Запитання 6.15. Що дозволяє «побачити» круглу краплю води на столі, якщо вода прозора і безколірна?

Відповідь. Поверхню краплі можна розглядати як своєрідне невелике «опукле дзеркало», яке розсіює падаючі на неї промені. Продовження відбитих від поверхні краплі променів зберуться в уявному фокусі краплі («опуклого дзеркала»), який можна розглядати як «дзеркало» розсіяного світла. Крапля буде світитися.

Запитання 6.16. Промінь світла входить із менш оптично густої середовища в більш оптично густе під граничним кутом. Під яким кутом цей промінь поширювався в першому середовищі?

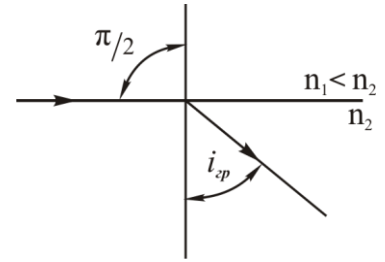


Рис. 6.15

Відповідь. В першому середовищі цей промінь ковзав по межі поділу середовищ (рис. 6.15) (див. відповідь на запитання 6.12).

Запитання 6.17. Граничний кут повного відбиття при переході світла із води в повітря $\approx 49^\circ$. Якою є швидкість світла у воді?

Відповідь. Граничний кут зв'язаний з показником заломлення води співвідношенням (6.25):

$$\sin i_{cp} = \frac{1}{n}$$

Згідно закону Максвелла

$$n = \frac{c}{v}$$

Тоді

$$\sin i_{cp} = \frac{v}{c},$$

звідки

$$v = c \sin i_{cp} = 3 \cdot 10^8 \frac{M}{c} \sin 49^\circ \approx 2,26 \cdot 10^8 \frac{M}{c}.$$

Запитання 6.18. Що таке дзеркало?

Відповідь. Дзеркало – оптична деталь, виготовлена із скла, металу або пластмаси, одна із поверхонь якої володіє правильною формою, покритта відбиваючим шаром і має шорховатість не більше сотих долей довжини хвилі світла.

В залежності від форми відбиваючої поверхні дзеркала поділяють на **плоскі, сферичні, циліндричні, параболічні** тощо. Дзеркала служать для зміни напрямку світлових пучків, величини світлових потоків та отримання зображень об'єктів.

Якщо у дзеркала відбиваючою стороною є площина, то таке дзеркало називають **плоским**.

Сферичні дзеркала мають форму сферичного сегмента. Сферичні дзеркала бувають **вгнуті і опуклі**.

У параболічних дзеркал відбиваючою поверхнею є параболічна поверхня, а у циліндричних – циліндрична поверхня.

Запитання 6.19. Поясніть механізм утворення зображень в плоскому дзеркалі: точкового предмета; предмета, який має конечні розміри.

Відповідь. На плоске дзеркало падає розбіжний гомоцентричний пучок, який виходить з точки S (рис. 6.16,а). Після відбивання відбиті промені також утворять гомоцентричний пучок з центром в точці S' . Точка S' лежить на продовженні перпендикуляра SA , опущеного з точки S на площину дзеркала.

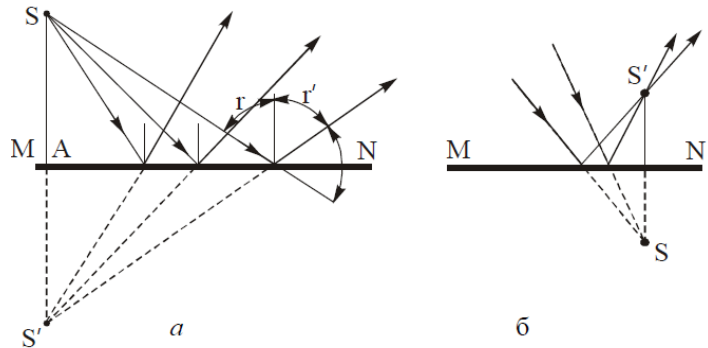


Рис. 6.16

Із геометричної побудови з використанням закону відбивання видно, що $SA = AS'$ а також, що точка S' є уявним зображенням точки S . Спостерігачу здається, що відбиті від дзеркала промені ніби виходять з точки S' .

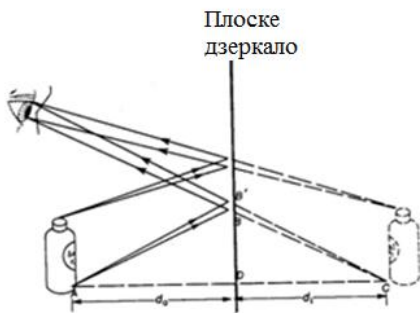


Рис. 6.17

Якщо на дзеркало падає збіжний пучок світла, то плоске дзеркало дасть дійсне зображення, розміщене перед дзеркалом. В цьому випадку предметна точка уявна, тобто центр падаючого пучка знаходиться за дзеркалом (рис. 6.16,б).

На рис. 6.17 показано формування зображення плоским дзеркалом предмета конечних розмірів. Із кожної точки предмета промені виходять по багатьом напрямкам, але на рис. 6.17 показані лише ті, які попадають в око із двох різних точок (крайніх точок). Здається, що промені, які попадають в око виходять із точок, розміщених за дзеркалом. Точка, із якої, як нам здається, виходять промені, і є точкою зображення. Сукупність точок зображення утворюють зображення предмета (уявного зображення). На основі закону відбивання легко довести, що уявне зображення утворюється в натуральну величину і на тій самій відстані за дзеркалом, на якій предмет знаходиться перед дзеркалом. Оскільки промені в дійсності не сходяться в зображенні, то, помістивши листок бі-

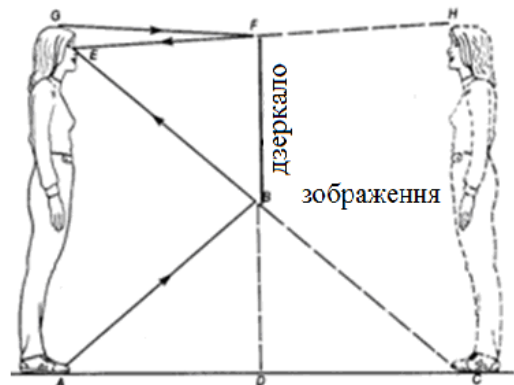


Рис. 6.18

лого паперу або фотоплівку в місце знаходження зображення, ми не отримаємо ніякого зображення.

На рис. 6.18 показано механізм утворення зображення людини у весь зріст.

Зверни увагу!

Уявне зображення спроектувати на екран або сфотографувати неможна.

Для того, щоб людина побачила себе у весь зріст достатній розмір дзеркала в половину зросту людини (доведіть це).

Плоске дзеркало міняє місцями праве і ліве, однак не міняє місцями низ і верх.

Запитання 6.20. На який кут повернеться відбитий від плоского дзеркала промінь, якщо дзеркало повернути на кут α ?

Відповідь. Нехай промінь AO падає на плоске дзеркало MN під кутом r (рис. 6.19). Кут відбивання $r' = r$, а відбитий промінь OB складає з падаючим променем AO кут $2r$. При повороті дзеркала на кут α нормаль OO' також повернеться на кут α . Кут падіння при цьому стане рівним $r + \alpha$, а відбитий промінь OB' складе з падаючим променем кут $2r = 2\alpha$. Оскільки до повороту дзеркала відбитий промінь OB складав з падаючим променем AO кут $2r$, то, значить, що він повернувся на кут 2α .

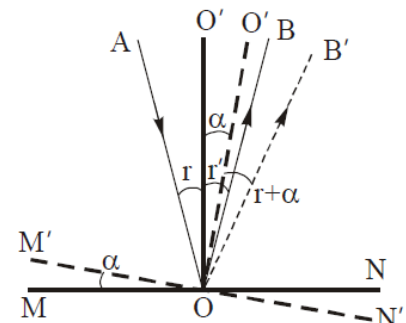


Рис. 6.19

Зверни увагу!

Наведений вище експериментальний факт широко використовується в оптичних приладах, наприклад, в дзеркальних гальванометрах.

Запитання 6.21. Покажіть хід променів і утворення зображення предметів: вгнутих дзеркалом; опуклим дзеркалом.

Відповідь. Зображення у вгнутому дзеркалі.

Предмет знаходиться за центром кривизни дзеркала. Зображення дійсне, перевернуте, зменшене (рис. 6.20).

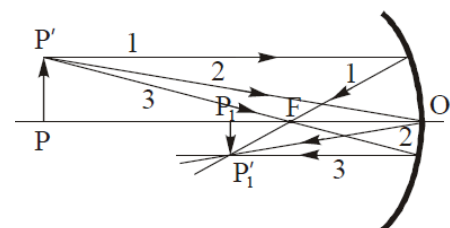


Рис. 6.20

Предмет знаходиться між центром кривизни дзеркала і його фокусом.

Зображення дійсне, перевернуте, збільшене (рис. 6.21).

Предмет знаходиться між фокусом і дзеркалом. Зображення уявне, пряме, збільшене (рис. 6.22).

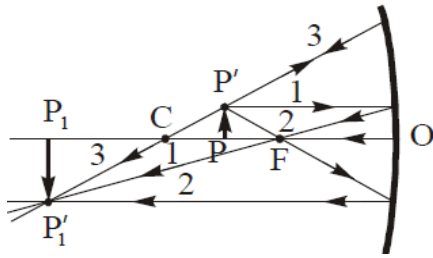


Рис. 6.21

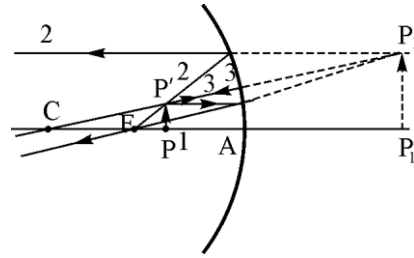


Рис. 6.22

Зображення в опуклому дзеркалі.

Зображення уявне, зменшене, пряме (рис. 6.23).

Запитання 6.22. Виведіть формулу сферичного дзеркала.

Відповідь. Для знаходження положення зображення об'єкта скористаємось рис. 6.24, де об'єктом є точка P , а зображенням її точка P' . Для зручності точку P взято на головній оптичній осі. Із рис. 6.24 маємо:

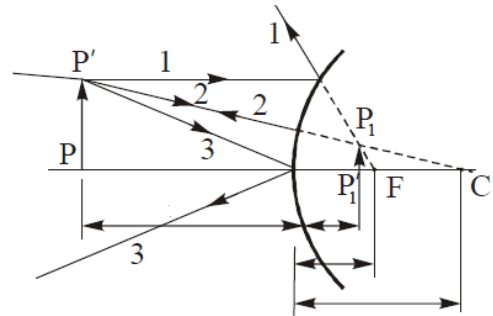


Рис. 6.23

$$\gamma = \alpha + 2\theta, \text{ а } \beta = \alpha + \theta. \tag{6.31}$$

γ – зовнішній кут трикутника $PP'N$.

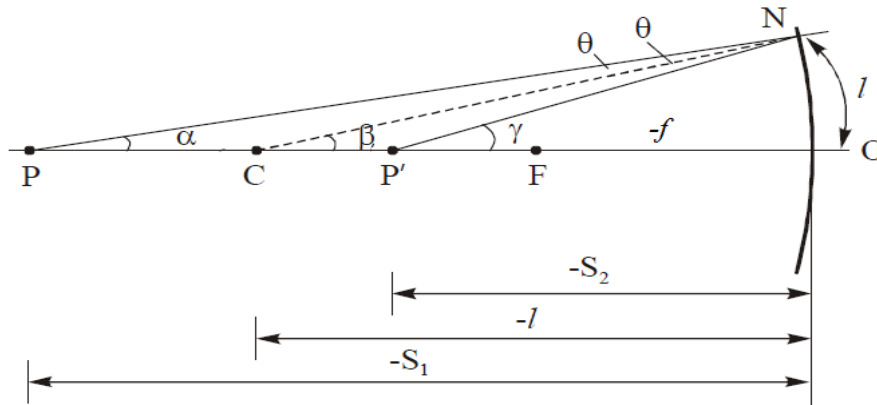


Рис. 6.24

Виключаючи із рівнянь (6.31) θ , маємо:

$$\alpha + \gamma = 2\beta, \tag{6.32}$$

де β – зовнішній кут трикутника PCN .

Якщо кути α , β і θ малі, то, користуючись рис. 6.24, співвідношення (6.32) з доброю точністю запишеться так:

$$\frac{l}{S_1} + \frac{l}{S_2} = \frac{2l}{R}. \tag{6.33}$$

Тут S_1 і S_2 – відстань від об'єкта до дзеркала і відстань від зображення до дзеркала відповідно, R – радіус кривизни дзеркала. Оскільки $R/2 = f$ (це фокусна відстань дзеркала), то формула (6.33) набуде вигляду:

$$\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} = \frac{1}{f}. \quad (6.34)$$

Формула (6.34) є **формулою вгнутого дзеркала**.

Формула (6.34) справджується і для опуклого дзеркала, потрібно тільки врахувати, що для опуклого дзеркала величини S_2 і R мають протилежні знаки. Тоді

$$\frac{1}{S_1} - \frac{1}{S_2} = -\frac{1}{f}. \quad (6.35)$$

Фокус опуклого дзеркала уявний. Формули (6.34) і (6.35) можна об'єднати і записати так:

$$\frac{1}{S_1} \pm \frac{1}{S_2} = \pm \frac{1}{f}. \quad (6.36)$$

Тут знак « + » відноситься до випадку вгнутого дзеркала, знак « - » – до випадку опуклого дзеркала.

Запитання 6.23. Доведіть, що фокусна відстань сферичного дзеркала дорівнює половині радіуса кривизни дзеркала ($f = R/2$).

Відповідь. Фокусом сферичного дзеркала називають точку F , де сходяться відбиті промені (або їх продовження), що падають паралельно до голов-

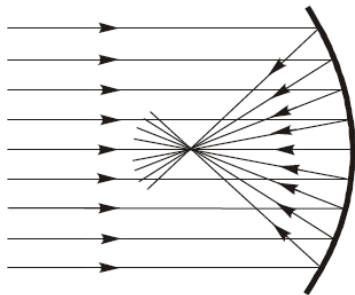


Рис. 6.25

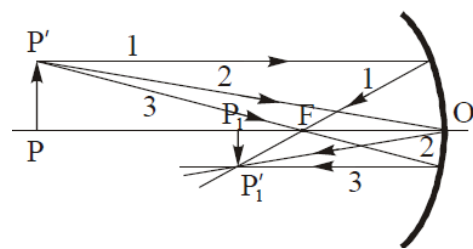


Рис. 6.26

ної оптичної осі на поверхню сферичного дзеркала (рис. 6.25 і 6.26).

Для знаходження фокусної відстані сферичного дзеркала скористаємось рис. 6.27. Будемо вважати, що на поверхню дзеркала падають параксіальні промені (промені, розташовані поблизу головної оптичної осі і утворюють з нею малі кути). Розглянемо промінь, який падає на поверхню дзеркала в точці A . Точка C – центр кривизни дзеркала ($CA = R$). Відповідно до законів відбивання і геометрії три кути, які позначені θ , рівні. Отже, трикутник CAF рівнобедрений. Значить $CF = FA$. Оскільки ми допустили, що промені параксіальні, то

довжина відрізка FA мало відрізняється від довжини відрізка FO . Тому, в цьому наближенні $FO = FC$, а $CO = 2FO = R$. Отже,

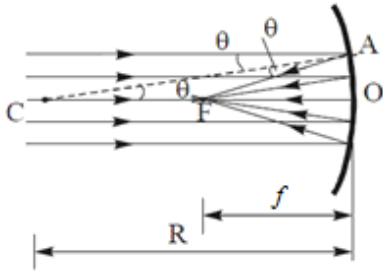


Рис. 6.27

$$FO = f = \frac{R}{2}. \quad (6.37)$$

Фокусна відстань сферичного дзеркала дорівнює половині радіуса кривизни поверхні дзеркала.

Запитання 6.24. Чи обов'язково дійсне зображення у вгнутому дзеркалі буде перевернутим?

Відповідь. Обов'язково (див. відповідь на запитання 6.21).

Запитання 6.25. Якої форми повинно бути сферичне дзеркало, щоб отримати: стигматичне зображення точки; зображення нескінченно віддаленого точкового джерела.

Відповідь. І в одному і в другому випадках сферичне дзеркало повинно бути вгнутим. Спробуйте це довести самі. Це не важко.

Запитання 6.26. Світловий промінь проходить через плоско паралельну пластинку. Знайдіть поперечне зміщення променя.

Відповідь. На рис. 6.28 показано хід променя через плоско паралельну пластинку. Із рисунка видно, що поперечним зміщенням є відрізок $O'M = d$ (зміщення паралельно самому собі). Величину $O'M$ визначимо із $\triangle OO'M$:

$$O'M = d = OO' \sin(r - k),$$

а OO' із $\triangle BOO'$:

$$OO' = \frac{BO}{\cos k} = \frac{t}{\cos k}.$$

Тоді

$$d = \frac{t \sin(r - k)}{\cos k}. \quad (6.38)$$

Перетворимо цю формулу, використавши формулу синуса різниці двох кутів. Тоді

$$d = t \frac{\sin(r - k)}{\cos k} = t \frac{(\sin r \cos k - \cos r \sin k)}{\cos k}.$$

Далі використаємо відомі співвідношення:

$$\cos k = \sqrt{1 - \sin^2 k} \quad \text{і} \quad \frac{\sin r}{\sin k} = n. \quad (*)$$

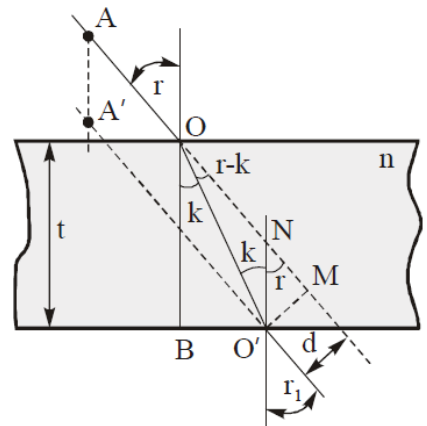


Рис. 6.28

Тоді

$$\cos k = \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 r}}{n}. \quad (**)$$

Використовуючи (*) і (**), отримаємо:

$$d = \frac{t(\sin r \sqrt{n^2 - \sin^2 r} - \cos r \sin r)}{\sqrt{n^2 - \sin^2 r}},$$

звідки

$$d = t \sin r \left(1 - \frac{\cos r}{\sqrt{n^2 - \sin^2 r}} \right). \quad (6.39)$$

Запитання 6.27. Деяку оптичну деталь називають призмою. Що це таке? Яку призму називають оптичним клином?

Відповідь. Оптичну деталь, виготовлену із прозорої речовини, обмежену двома заломлюючими непаралельними поверхнями, називають призмою. Лінію перетину заломлюючих площин називають ребром призми. Кут θ між двома гранями, через які входить і виходить світло, називають заломним кутом призми, а грані заломними гранями. Грань, протилежна заломному куту θ , називається основою призми (рис. 6.29).

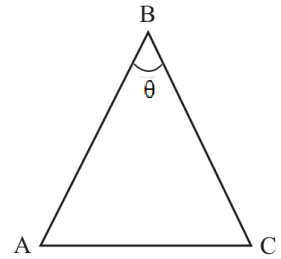


Рис. 6.29

Заломлююча призма з малим заломним кутом називається **оптичним клином**.

Запитання 6.28. В якості чого застосовують призму в оптичних приладах?

Відповідь. Тригранну призму використовують для зміни напрямку пучка світла (променя) (рис. 6.30,а,б), для перевертання зображення (рис. 6.30,в), для

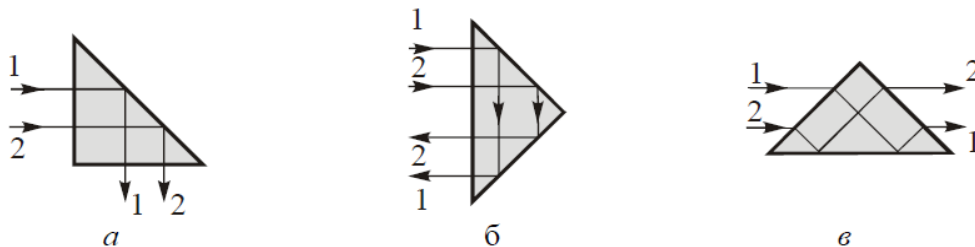


Рис. 6.30

розкладання складного світла в спектр, для вимірювання показників заломлення.

Запитання 6.29. Як зв'язаний показник заломлення речовини призми з її заломним кутом?

Відповідь. На рис. 6.31 показано хід променя через призму у випадку симетричного його ходу. Кут δ – кут повного відхилення променя при проходженні його через призму. Із рисунка маємо, що $\delta = (r - k) + (k_1 - r_1)$. Оскільки $r = k_1$, а $k = r_1$, то $\delta = 2r - 2k$. Із $\triangle OO'E$ маємо, що $\theta = k + r_1$, або $\theta = 2k$, звідки:

$$(*) \quad k = \frac{\theta}{2},$$

тоді

$$\delta = 2r - \theta \quad \text{або} \quad r = \frac{\delta + \theta}{2}. \quad (**)$$

Враховуючи закон заломлення і використовуючи формули (*) і (**), отримаємо:

$$n = \frac{\sin r}{\sin k} = \frac{\sin \frac{\delta + \theta}{2}}{\sin \frac{\theta}{2}}. \quad (6.40)$$

Формулу (6.40) використовують для визначення показників заломлення речовин.

Зверни увагу:

Величина кута відхилення променя оптичним клином розраховується за формулою:

$$\delta = \theta(n - 1), \quad (6.41)$$

де n – показник заломлення речовини клина, θ – заломний кут оптичного клина (вивід формули див. [1], ст. 405).

Запитання 6.30. Сформулюйте правила знаків.

Відповідь. • За додатний напрямок світла приймають напрямок зліва направо.

- Лінійні відрізки вважаються додатними, якщо напрямок їх відліку від оптичної системи (деталі) співпадає з напрямком поширення світла і навпаки (рис. 6.32).

- Радіус кривизни поверхні вважається додатним, якщо центр кривизни знаходиться справа від поверхні і навпаки (рис. 6.33).

- Величини товщин оптичних деталей та повітряних проміжків між заломними поверхнями завжди вважають додатними.

- Величини предметів та їх зображень додатні, якщо вони знаходяться над оптичною віссю, і навпаки (рис. 6.34).

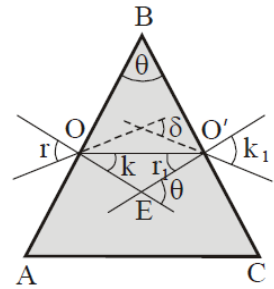


Рис.6.31

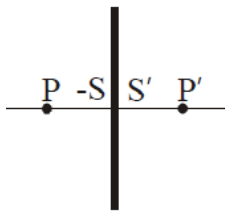


Рис. 6.32

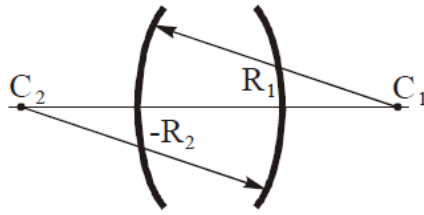


Рис. 6.33

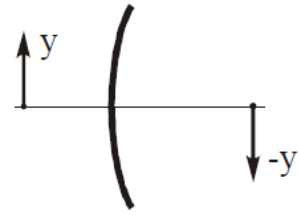


Рис. 6.34

• Кут променя з оптичною віссю (кути u' і $-u$) вважаються додатними, якщо для суміщення осі з променем вісь потрібно обертати за годинниковою стрілкою, і навпаки (рис. 6.35).

• Кути між променем і нормаллю до поверхні в точці падіння променя вважаються додатними, якщо для суміщення нормалі і променя нормаль потрібно обертати за годинниковою стрілкою, і навпаки (кути $-r$ і $-k$, (рис. 6.35).

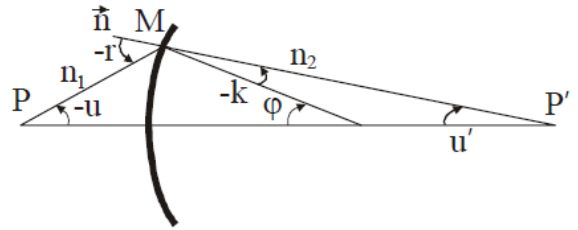


Рис. 6.35

Запитання 6.31. Що описує нижче наведене рівняння

$$\frac{n_2}{S_2} - \frac{n_1}{S_1} = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad (6.42)$$

Як називають це рівняння? Які величини входять в нього?

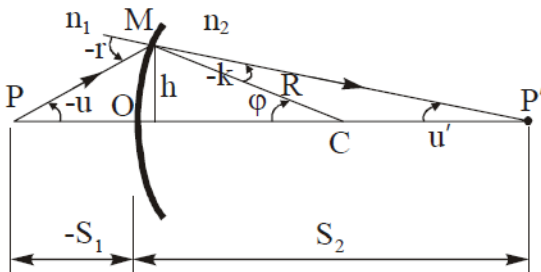


Рис. 6.36

Відповідь. Рівняння (6.42) називають рівнянням **нульового променя**. Воно дає можливість розрахувати положення зображення точки P , яке створює сферична поверхня за умови, що всі інші величини, які входять в рівняння (6.42), відомі: n_1 і n_2 – відповідно показники заломлення першого і другого середовищ, R – радіус кривизни поверхні, S_1 – відстань від точки P до сферичної поверхні (рис. 6.36). Слід пам'ятати, що рівняння (6.42) отримано в наближенні параксіальних променів.

Зауважимо, що в праву частину рівняння (6.42) входять величини, які є сталими для даної пари речовин, тому вона є також сталою і називають її **оптичною силою поверхні**. Позначають оптичну силу поверхні через Φ .

$$\Phi = \frac{n_1 - n_2}{R} \quad (6.43)$$

Враховуючи (6.43), рівняння (6.42) запишеться так:

$$\frac{n_2}{S_2} - \frac{n_1}{S_1} = \Phi. \quad (6.44)$$

Отже, при заданому положенні об'єкта (точки) P (заданому S_1), отримується певне положення точки P' , яка є зображенням точки P .

Запитання 6.32. Що називають переднім (заднім) фокусом заломлюючої сферичної поверхні?

Відповідь. Користуючись рівнянням (6.42) можна знайти положення точки, де збереться після заломлення на сферичній поверхні пучок заломлених променів. Для цього покладемо, що точка P знаходиться на нескінченності ($S_1 = -\infty$) (рис. 6.37). Тоді відповідно (6.42)

$$(6.45) \quad S_2 = \frac{n_2 R}{n_2 - n_1}$$

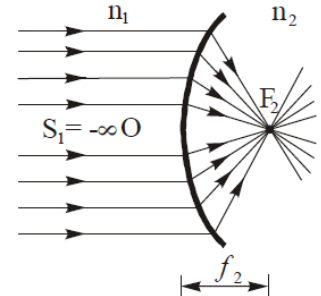


Рис. 6.37

Точку, де перетинається пучок паралельних променів після заломлення на сферичній поверхні, називають **другим (заднім) фокусом**, а відстань від заломлюючої поверхні до точки F називають **другою (задньою) фокусною відстанню** f_2 . Для f_2 маємо:

$$f_2 = \frac{n_2 R}{n_2 - n_1}. \quad (6.46)$$

Аналогічно знаходимо точку, яку називають **першим (переднім) фокусом**. Для цього необхідно покласти, що $S_2 = \infty$ (рис. 6.38). Тоді

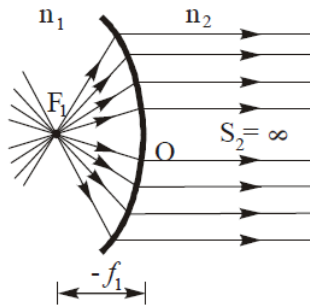


Рис. 6.38

$$S_1 = -\frac{n_1 R}{n_2 - n_1}. \quad (6.47)$$

Перша (передня) фокусна відстань

$$f_1 = -\frac{n_1 R}{n_2 - n_1}. \quad (6.48)$$

Розділивши почленно (6.46) на (6.48), отримаємо:

$$\frac{f_2}{f_1} = -\frac{n_2}{n_1}. \quad (6.49)$$

Отже, фокусні відстані пропорційні показникам заломлення речовин, в яких знаходяться фокуси. Знак « $-$ » вказує на те, що фокуси лежать по різні сторони заломлюючої поверхні.

Запитання 6.33. Що описує наведене нижче рівняння

$$\frac{f_2}{S_2} + \frac{f_1}{S_1} = 1? \quad (6.50)$$

Відповідь. Рівняння (6.50) можна отримати із рівняння (6.42), якщо кожний його член розділимо на $(n_2 - n_1)/R$. Тоді

$$\frac{n_2}{S_2} \cdot \frac{R}{n_2 - n_1} - \frac{n_1}{S_1} \cdot \frac{R}{n_2 - n_1} = 1$$

Враховуючи (6.46) і (6.48), отримаємо:

$$\frac{f_2}{S_2} + \frac{f_1}{S_1} = 1. \quad (6.51)$$

Цей вираз називають **формулою (рівнянням) сферичної поверхні**. Ця формула дає можливість знайти положення зображення за умови, що відомі S_1 , f_1 і f_2 . Для цієї ж мети служить ще одне рівняння, яке називають **формулою Ньютона**:

$$x_1 x_2 = f_1 f_2. \quad (6.52)$$

Формулу (6.52) легко вивести із рівняння (6.51), якщо покласти, що $S_2 = f_2 + x_2$, $-S_1 = -f_1 - x_1$ (див. рис. 6.39). Тоді

$$\frac{f_2}{f_2 + x_2} + \frac{f_1}{f_1 + x_1} = 1$$

звідки отримуємо формулу Ньютона (6.52).

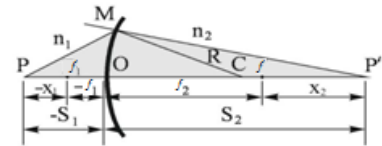


Рис. 6. 39

Запитання 6.34. Які промені називають параксіальними?

Відповідь. Промені, які виходять із однієї точки, що лежить на головній оптичній осі і складають з нею такі малі кути, синуси і тангенси яких можна замінити самими кутами, а косинуси цих кутів можна вважати рівними одиниці, називають **параксіальними**.

Запитання 6.35. Що таке оптична система? Яку оптичну систему називають центрованою?

Відповідь. Оптичною системою називають сукупність відбиваючих і заломлюючих поверхонь, які відділяють одне від одного оптично однорідні середовища. Якщо центри кривизни поверхонь оптичної системи лежать на одній прямій, то таку оптичну систему називають **центрованою**.

Центрована оптична система, як і одна сферична поверхня, володіє двома **фокусами** і двома **фокальними площинами**. У центрованій оптичній системі є такі дві площини, перпендикулярні до головної оптичної осі, в яких лінійне збільшення предмета дорівнює 1, тобто $\beta = +1$. Це означає, що зображення предмета в цих площинах рівне самому предмету і пряме. Ці площини називаються **головними площинами** центрованої системи. Точки перетину головних площин системи з її головною оптичною віссю називаються **головними точками оптичної системи**. Відстані від головних точок системи (їх дві – передня і зад-

ня) до її фокусів називають **фокусними відстанями**. Фокальні і головні площини називають **кардинальними площинами**.

Запитання 6.36. Які площини центрованої оптичної системи називають: фокальними; головними?

Відповідь. Точку на головній оптичній осі, в якій сходиться пучок паралельних променів, що падають на оптичну систему паралельно до головної оптичної осі називають **фокусом**. Площина, перпендикулярна до головної оптичної осі системи і проходить через фокус, називається **фокальною площиною**. Або: фокальна площина – це сукупність точок, в яких сходяться пучки паралельних світлових променів, які падають на систему під різними кутами.

Головні площини центрованої оптичної системи – це площини, перпендикулярні до головної оптичної осі системи, в яких лінійне збільшення предмета дорівнює 1, тобто $\beta = +1$ (див. відповідь на запитання 6.35).

Запитання 6.37. Що таке: простір предметів; простір зображень?

Відповідь. Весь простір, в якому поширюються пучки променів, поділяють на дві частини. Простір, в якому знаходяться точки предметів, називається **простором предметів**; простір, в якому розміщені точки зображень, називається **простором зображень**. Зображення предмета отримують шляхом побудови зображень його окремих точок. Якщо після проходження через оптичну систему пучки променів зберігають гомоцентричність, то кожній точці предмета відповідає одна і тільки одна точка зображення. Такі зображення називаються **точковими** або **стигматичними**. Дві точки, одна із яких є зображенням іншої, називаються **спряженими**. Кожному променю пучка, який виходить із точки предмета, відповідає один певний промінь, який проходить через спряжену точку – точку зображення. Ці промені називаються **спряженими**. Із сказаного вище випливає ще одне положення: будь-якій площині в просторі предметів відповідає **спряжена площина** в просторі зображень.

Запитання 6.38. Що таке: спряжені точки; спряжені промені; спряжені площини?

Відповідь Див. відповідь на запитання 6.37.

Запитання 6.39. Як знайти в просторі зображень площину, спряжену з певною площиною в просторі предметів?

Відповідь. Для прикладу візьмемо оптичну центровану систему, яка складається із двох поверхонь (рис. 6.40).

Нехай промінь 1 проходить через передній фокус системи і падає на першу поверхню L_1 в точці A . Після проходження системи він пройде паралельно до головної оптичної осі (це промінь $1'$). Промінь 2 після проходження системи пройде через задній фокус (це промінь $2'$). Точками перетину променів 1 і 2 та

$1'$ і $2'$ є точки P_1 і P_2 відповідно. Оскільки ідеальна система не порушує гомоцентричності пучків, то будь-який промінь, що пройде через точку P_1 пройде і через точку P_2 . Точки P_1 і P_2 є спряженими. Проведемо через ці точки площини N_1 і N_2 , перпендикулярні до головної оптичної осі. Тоді відрізок H_2P_2 в площині N_2 є зображенням відрізка

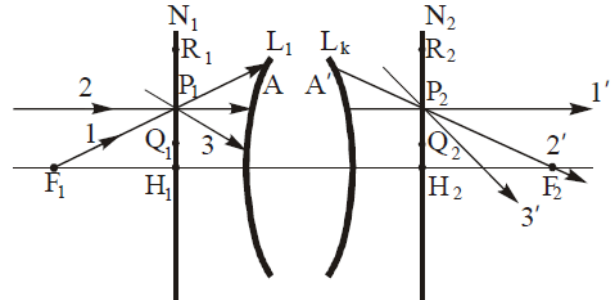


Рис. 6.40

H_1P_1 , що лежить в площині H_1 . Виходячи із вище наведеного, можна зробити висновок, що площини N_1 і N_2 є спряженими. Точки H_1 і H_2 та відрізки H_2P_2 і H_1P_1 також спряжені.

Запитання 6.40. За якої умови створюване оптичною системою зображення тривимірному предмету геометрично подібне самому собі?

Відповідь. Щоб дати відповідь на це питання, потрібно спершу дати відповідь на питання: що таке лінійне поперечне збільшення предмета? Якщо величину предмета позначити через y_1 , а його зображення через y_2 (рис. 6.41), то відношення

$$\beta = \frac{y_2}{y_1} \quad (6.53)$$

називають **лінійним поперечним збільшенням**.

Окрім цього потрібно врахувати, що предмети володіють певними об'ємами, в результаті чого окремі їх точки знаходяться на різних відстанях від головної площини системи. Виходячи із цього, поряд із поперечним збільшенням користуються і так званим поздовжнім збільшенням, яке ми позначимо через α і воно вимірюється оберненим значенням відношення довжини розміщеного вздовж головної оптичної осі системи малого відрізка Δx_1 предмета до довжини зображення Δx_2 цього ж відрізка, тобто

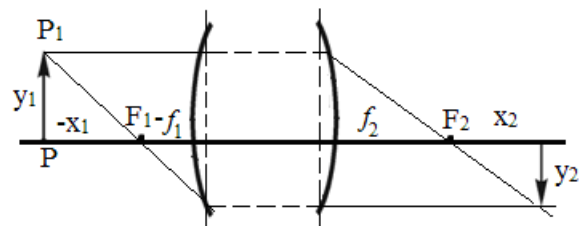


Рис. 6.41

$$\alpha = \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1}$$

Оскільки $x_1 x_2 = f_1 f_2$ (див. формулу (6.52)), то маємо

$$x_1 \Delta x_1 + x_2 \Delta x_2 = 0,$$

звідки

$$\alpha = \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = -\frac{x_2}{x_1} = -\beta^2 \frac{f_2}{f_1}. \quad (6.54)$$

Тут використано співвідношення: $x_1 = -f_1 / \beta$ і $x_2 = -\beta f_2$, які легко можна знайти із рис. 6.41 (вивід формули (6.54) див. [2], ст. 299).

Отже із (6.54) видно, що поздовжнє збільшення пропорційне (у випадку тонкої лінзи рівне) квадрату поперечного збільшення ($\alpha \sim \beta^2$), тому завдяки цій умові зображення просторового предмета зберігає геометричну подібність самому собі.

Запитання 6.41. Яку оптичну деталь називають: лінзою; тонкою лінзою?

Відповідь. Лінза – оптична деталь, виготовлена із прозорої речовини, обмежена двома заломлюючими сферичними поверхнями з центрами кривизни на одній прямій, яку називають головною оптичною віссю. Якщо одна із заломлюючих поверхонь лінзи є площина, то її слід розглядати як частковий випадок сферичної поверхні з радіусом кривизни, який рівний нескінченності. Лінза називається **тонкою**, якщо її товщина значно менша її діаметра.

Запитання 6.42. Які лінзи називають: збиральними (додатними); розсіювальними (від’ємними)?

Відповідь. Якщо фокуси лінзи дійсні ($f_2 > 0$), то паралельні промені після заломлення в лінзі сходяться, і лінза називається **збиральною** або **додатною**.

Якщо фокуси лінзи уявні ($f_2 < 0$), паралельні промені після заломлення в лінзі стають розбіжними. Такі лінзи називають **розсіювальними** або **від’ємними**.

Як додатні так і від’ємні лінзи поділяють на такі групи:

- Лінзи, знаки радіусів кривизни яких різні. До таких лінз відносяться **двоопуклі і двовгнуті**;
- Лінзи, у яких одна із заломлюючих поверхонь плоска ($R = \infty$). До них відносяться **плоско-опуклі** ($R_1 > 0$; $R_2 = \infty$) і **плоско-вгнуті** ($R_1 < 0$; $R_2 = \infty$).
- Лінзи з радіусами кривизни одного знаку. Такі лінзи називаються **менісками**.

Запитання 6.43. Що виражає наведена нижче формула

$$\frac{1}{S_2} - \frac{1}{S_1} = (N - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)? \quad (6.55)$$

Виведіть цю формулу.

Відповідь. Для виводу формули (6.55) скористаємось рис. 6.42. Будемо вважати, що зліва від лінзи середовище з показником заломлення n_1 а справа –

з показником заломлення n_2 . Показник заломлення лінзи n . Запишемо рівняння нульового променя (6.42) для першої поверхні

$$(6.56) \quad \frac{n}{S} - \frac{n_1}{S_1} = \frac{n - n_1}{R_1};$$

для другої поверхні

$$\frac{n_2}{S_2} - \frac{n}{S} = \frac{n_2 - n}{R_2}. \quad (6.57)$$

Покладемо, що $n_1 = n_2$. Тоді формула (6.57) запишеться так:

$$\frac{n_1}{S_2} - \frac{n}{S} = \frac{n_1 - n}{R_2}. \quad (6.57,a)$$

Додамо почленно формули (6.56) і (6.57,a). Тоді

$$\frac{n_1}{S_2} - \frac{n_1}{S_1} = (n - n_1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right),$$

або

$$\frac{1}{S_2} - \frac{1}{S_1} = (N - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right). \quad (6.58)$$

Оце і є формула (6.55). Тут $N = n/n_1$ – відносний показник заломлення речовини лінзи. Формула (6.56) називається **загальною формулою тонкої лінзи**. Ця формула дає можливість знайти положення зображення точки P за умови, що S_1 , R_1 , R_2 і N відомі.

Запитання 6.44. Дайте визначення переднього (заднього) фокуса тонкої лінзи. Запишіть відповідні формули для фокусних відстаней лінзи. Покажіть названі величини на рисунку.

Відповідь. Якщо світну точку P , що лежить на головній оптичній осі, віддаляти від лінзи (S_1 за абсолютною величиною зростає), то зображення переміщується до лінзи (величина S_2 зменшується). Положення зображення, яке відповідає граничному випадку нескінченної відстані джерела (точки P) від лінзи (промені падають на лінзу паралельним пучком), носить назву **заднього головного фокуса** F_2 (рис. 6.43,a). Точка, в яку необхідно помістити світну точку, щоб світловий пучок після заломлення лінзою поширювався паралельним пучком, носить назву **переднього головного фокуса** F_1 (рис. 6.43,б). Відстані від лінзи до фокусів F_1 і F_2 відповідно називаються **передньою і задньою фокусними відстанями** (рис. 6.43).

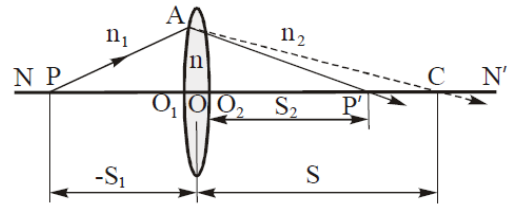


Рис. 6.42

Площини, які проходять через фокуси, перпендикулярно до головної оптичної осі, називають **фокальними площинами** (рис. 6.43).

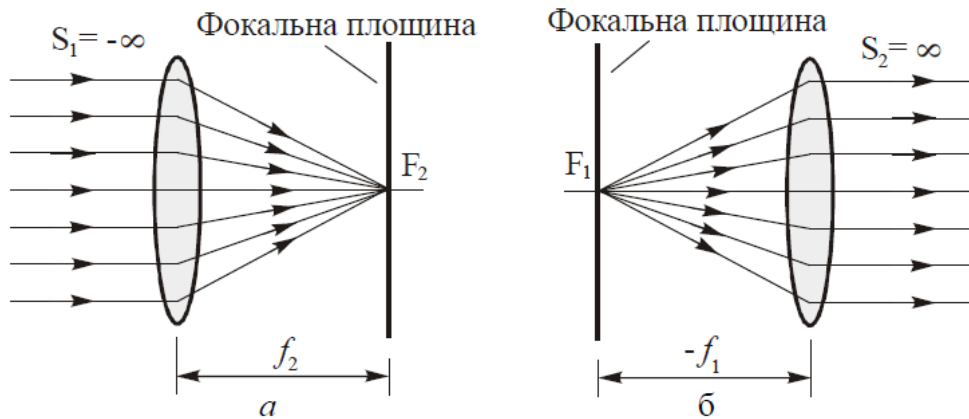


Рис. 6.43

Якщо паралельний пучок променів падає на лінзу під деяким кутом до головної оптичної осі, то вони (або їх продовження) перетинаються в одній із точок фокальної площини (рис. 6.44).

Отже, фокальна площина – сукупність точок, де перетинаються про-

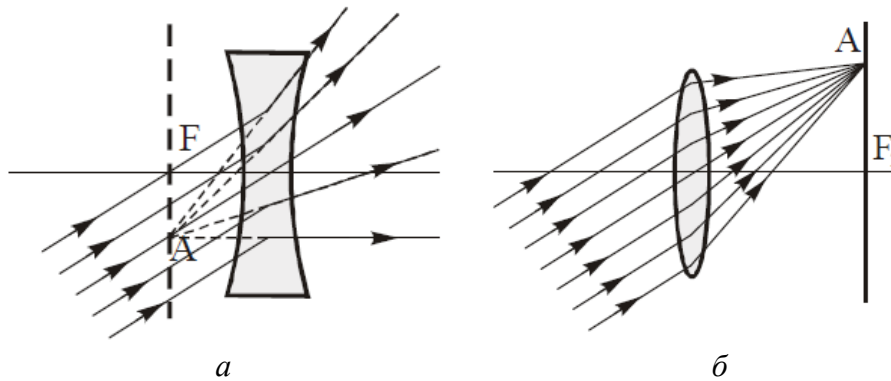


Рис. 6.44

мені паралельних пучків, заломлених лінзою, що падають на неї під різними кутами.

Для визначення фокусних відстаней лінзи скористаємось формулою (6.58) для випадку, якщо лінза поміщена в однорідне середовище. Тоді, при:

$$S_1 = \infty$$

$$S_2 = f_2 = \frac{1}{(N-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)}, \quad (6.59)$$

$$S_2 = -\infty$$

$$S_1 = f_1 = -\frac{1}{(N-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)}. \quad (6.60)$$

Враховуючи (6.59) і (6.60), формула (6.58) набуде такого вигляду:

$$\frac{1}{S_2} - \frac{1}{S_1} = \frac{1}{f}, \quad (6.61)$$

або

$$\frac{1}{f} = (N - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right). \quad (6.62)$$

Із (6.59) і (6.60) випливає, що якщо зліва і справа лінзи одне і те ж середовище ($n_1 = n_2$), то $f_1 = -f_2$. Тобто фокусні відстані однакові за величиною і різні за знаком. Якщо ж $n_1 \neq n_2$, то має місце співвідношення

$$\frac{f_1}{f_2} = -\frac{n_1}{n_2}. \quad (6.63)$$

Запитання 6.45. Запишіть формулу лінзи для нижче наведених профілів лінз (рис. 6.45). Лінзи знаходяться в повітрі.

Відповідь. Формула (6.58) справедлива для лінзи будь-якої форми, але

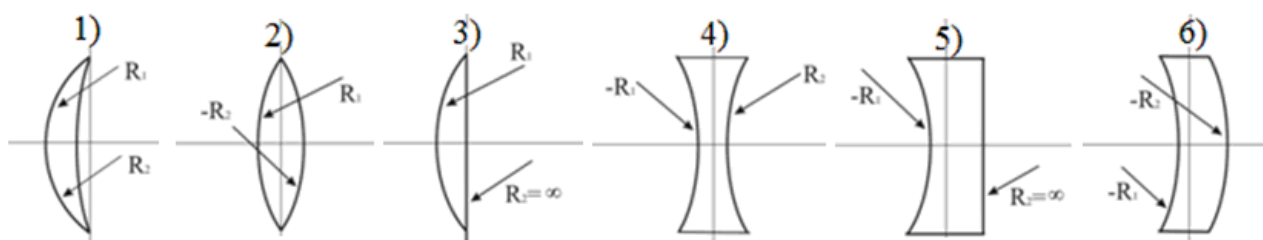


Рис. 6.45

вона потерпає змін, у відповідності з правилами знаків, в залежності від форми лінзи.

Профілям різних видів лінз, наведених на рис. 6.45, відповідають варіанти формули (6.58), наведених нижче:

$$1) \frac{1}{S_2} - \frac{1}{S_1} = (N - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right); \quad 2) \frac{1}{S_2} - \frac{1}{S_1} = (N - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right);$$

$$3) \frac{1}{S_2} - \frac{1}{S_1} = \frac{(N - 1)}{R_1}; \quad 4) \frac{1}{S_2} - \frac{1}{S_1} = (N - 1) \left(-\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right);$$

$$5) \frac{1}{S_2} - \frac{1}{S_1} = -\frac{N - 1}{R_1}; \quad 6) \frac{1}{S_2} - \frac{1}{S_1} = (N - 1) \left(-\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right).$$

Запитання 6.46. Які площини називаються фокальними? Чому?

Відповідь. Див. відповідь на запитання 6.44.

Запитання 6.47. За яких умов двоопукла лінза є: збиральною; розсіювальною?

Відповідь. Двоопукла лінза є збиральною, якщо показник заломлення речовини лінзи n_l більший за показник заломлення середовища n_c ($n_l > n_c$) в яке вона занурена.

Якщо показник заломлення лінзи n_l менший за показник заломлення середовища n_c ($n_l < n_c$), то двоопукла лінза буде розсіювальною. Спробуйте довести вище сказане.

Запитання 6.48. Що таке оптична сила лінзи? В яких одиницях вона вимірюється?

Відповідь. Пригадаймо формулу (6.62)

$$\frac{1}{f} = (N - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right).$$

Для даної лінзи N – відносний показник заломлення, R_1 і R_2 – радіуси кривизни сферичних поверхонь лінзи є величини задані. Величину $1/f$ позначають через Φ , тому

$$\Phi = \frac{1}{f} = (N - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (6.64)$$

Із (6.64) видно, що Φ є сталою величиною для даної лінзи і її називають **оптичною силою лінзи**. Оптичну силу лінзи, яка знаходиться в повітрі ($n_1 = n_2 = 1$), визначають через задню фокусну відстань:

$$\Phi = \frac{1}{f_2}. \quad (6.65)$$

Одиницею оптичної сили є діоптрія ($дп$). **Діоптрія – оптична сила лінзи в повітрі, фокусна відстань якої дорівнює 1 м.** Розмірність діоптрії $м^{-1}$. Оптична сила лінзи визначає заломлюючу здатність лінзи.

Запитання 6.49. Що виражає формула

$$f_c = -\frac{f_1 f_2}{\Delta} = -\frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - l} ? \quad (6.66)$$

Відповідь. Формула (6.66) визначає фокусну відстань оптичної системи, яка складається із двох лінз. Якщо дві лінзи, розміщені так, як показано на рис. 6.46, то оптична сила системи виразиться так:

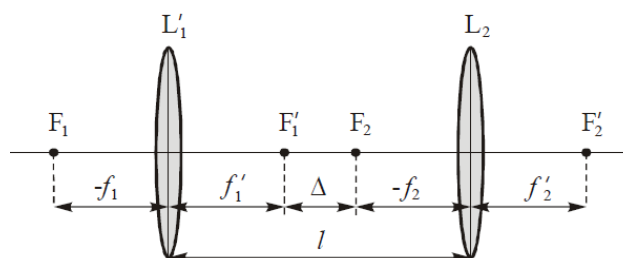


Рис. 6.46

$$\Phi_c = \frac{1}{f_c} = \frac{f_1 + f_2 - l}{f_1 f_2} = \frac{1}{f_2} + \frac{1}{f_1} - \frac{l}{f_1 f_2},$$

звідки

$$\Phi_c = \Phi_1 + \Phi_2 - l\Phi_1\Phi_2, \quad (6.67)$$

де Φ_1 і Φ_2 – оптичні сили відповідно першої і другої лінз.

Якщо простір між лінзами заповнений речовиною з показником заломлення n , то

$$\Phi_c = n\Phi_1 + \Phi_2 - nl\Phi_1\Phi_2. \quad (6.68)$$

Якщо лінзи знаходяться впритул одна до одної ($l = 0$), то

$$\Phi_c = \Phi_1 + \Phi_2. \quad (6.69)$$

Запитання 6.50. Що таке лінійне (поперечне) збільшення лінзи?

Відповідь. Якщо

y_1 – лінійні розміри предмета,

y_2 – лінійні розміри зображення,

$-S_1$ – відстань від предмета до лінзи,

S_2 – відстань від лінзи до зображення предмета,

$-f_1$ і f_2 – передня і задня відповідно фокусні відстані лінзи,

$-x_1$ і x_2 – відповідно відстані від предмета до точки F_1 і від точки F_2 до зображення (рис. 6.47),

то лінійним збільшенням будемо називати відношення лінійних розмірів зображення до лінійних розмірів предмета:

$$\beta = \frac{y_2}{y_1} = \frac{S_2}{S_1}. \quad (6.70)$$

або

$$\beta = \frac{y_2}{y_1} = -\frac{x_2}{f_2} = -\frac{f_1}{x_1} = -\frac{x_2}{x_1} = -\frac{f_1}{f_2}, \quad (6.71)$$

звідки

$$x_1 x_2 = f_1 f_2. \quad (6.72)$$

Запитання 6.51. Що таке поздовжнє збільшення лінзи?

Відповідь. Для того, щоб охарактеризувати зміну розмірів зображення в порівнянні з розмірами предмета вздовж оптичної осі, користуються поняттям **поздовжнього збільшення** α . Це відношення відрізка, розміщеного вздовж оп-

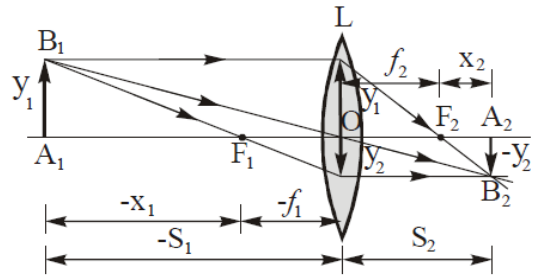


Рис. 6.47

тичної осі в просторі зображень, до спряженого з ним відрізка в просторі предметів, але оскільки поздовжнє збільшення для різних точок сильно відрізняється, в якості поздовжнього збільшення розглядають границю відношення відрізків Δx_2 і Δx_1 (рис. 6.48):

$$(6.73) \quad \alpha = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = \frac{dx_2}{dx_1}.$$

Використовуючи формулу (6.72),

$$x_1 x_2 = f_1 f_2$$

отримаємо

$$x_1 \Delta x_1 + x_2 \Delta x_2 = 0,$$

звідки

$$\alpha = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = -\frac{x_2}{x_1}. \quad (6.74)$$

Оскільки $x_1 = -f_1 / \beta$, а $x_2 = -\beta / f_2$, то отримаємо, що

$$\alpha = \frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{x_2}{x_1} = -\beta^2 \frac{f_2}{f_1} = \beta^2 \frac{n_2}{n_1}. \quad (6.75)$$

У формулі (6.75) використано формулу (6.73). Якщо предмет і зображення знаходяться в одному і тому ж середовищі ($n_1 = n_2$, $f_1 = -f_2$), то

$$\alpha = \beta^2. \quad (6.76)$$

Якщо виконується умова (6.74), то та лінза створює зображення тривимірного предмета геометрично подібне самому собі.

Запитання 6.52. Де потрібно розмістити предмет по відношенню до збиральної лінзи, щоб зображення отрималося уявним? Чи можна уявне зображення, що дає лінза, спроектувати на екран; сфотографувати?

Відповідь. Щоб збиральна лінза утворила уявне зображення предмета потрібно предмет розмістити між лінзою і її фокусом (рис. 6.49).

В цьому випадку лінза виступає в якості лупи. Лупа створює збільшене, пряме і уявне зображення. Оскільки зображення утворюється внаслідок перетину уявних променів, то його не можна ні спроектувати на екран, ні сфотографувати.

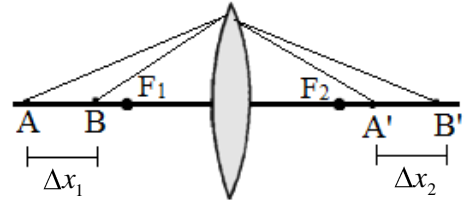


Рис. 6.48

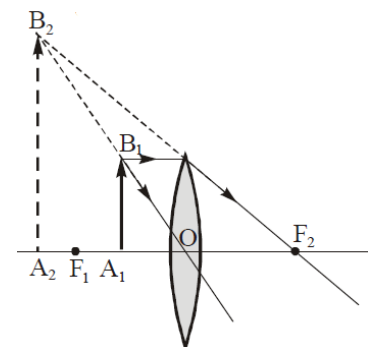


Рис. 6.49

Запитання 6.53. За яких умов реальну оптичну систему можна назвати ідеальною?

Відповідь. Ідеальною оптичною системою називають таку систему, яка будь-яку точку простору предметів зображує стигматично, тобто ідеальна оптична система не порушує гомоцентричності пучків.

Теорія ідеальної оптичної системи ґрунтується на таких положеннях:

- кожній точці в просторі предметів відповідає одна і тільки одна точка в просторі зображень. Такі дві точки називаються **спряженими**;
- кожній лінії в просторі предметів відповідає одна і тільки одна спряжена лінія в просторі зображень;
- якщо яка-небудь точка в просторі предметів лежить на прямій, то спряжена з нею точка в просторі зображень також лежить на прямій;
- будь-якій площині в просторі предметів відповідає спряжена площина в просторі зображень;
- якщо площина в просторі предметів перпендикулярна до оптичної осі, то і спряжена площина в просторі зображень також перпендикулярна до оптичної осі.

Запитання 6.54. Яку поверхню називають каустичною? Що таке каустична крива?

Відповідь. Каустична поверхня (каустика) – поверхня, що огинає сукупність променів заломленого пучка. Переріз каустичної поверхні будь-якою площиною, яка проходить через промінь, називається каустичною кривою (рис. 6.50 і 6.51). Якщо пучок при проходженні через оптичну систему зберігає гомоцентричність, то каустика вироджується в точку, яка є вершиною гомоцентрич-

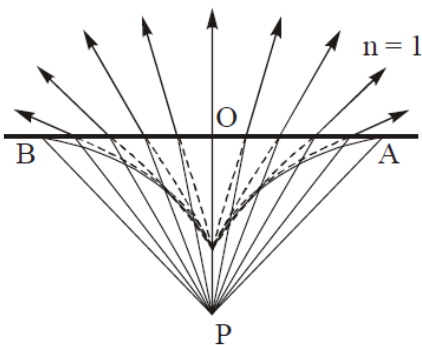


Рис. 6.50. Переріз каустичної поверхні (каустична крива) для пучка променів, що виходить із води.

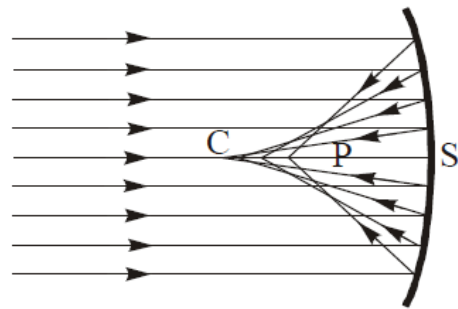


Рис. 6.51. Переріз каустичної поверхні (каустична крива), відбитого пучка променів від вгнутого дзеркала.

ного пучка. Порушення гомоцентричності призводить до спотворення каустичної поверхні в порівнянні з цим простим випадком.

Запитання 6.55. Точкове джерело світла S знаходиться під водою на глибині h . Знайти (зарисувати графічно) каустичну поверхню пучка заломлених променів, що виходять із води.

Відповідь. Зарисуйте самі.

Запитання 6.56. Яке фізичне (оптичне) явище називають: сферичною аберацією; хроматичною аберацією? Яке зображення виникає при наявності вказаних видів аберацій?

Відповідь. Сферична аберація проявляється для широкого пучка променів від точки, яка знаходиться на оптичній осі. Якщо скористатися параксіальними променями, то всі вони перетнуть головну оптичну вісь в одній точці S_0 , яка і буде зображенням точки S (рис. 6.52).

Промені, які складають з головною оптичною віссю більші кути, перетнуть оптичну вісь в різних точках $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n$ внаслідок сильнішого заломлення їх лінзою. Якщо екран E , розміщений перпендикулярно до оптичної осі, пересувати вліво

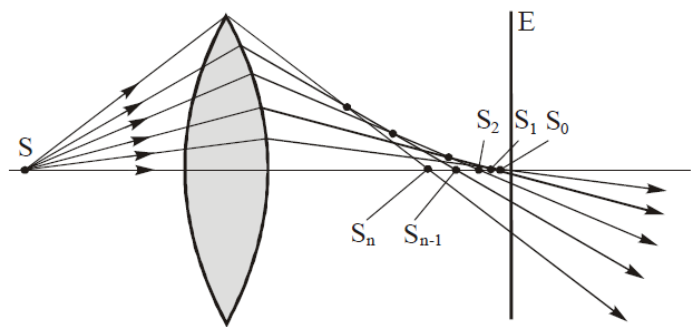


Рис. 6.52

від точки S_0 , то, замість стигматичного точкового зображення, отримується розмита смуга, так званий кружок розсіяння. Такий недолік, пов'язаний із спотворенням сферичної поверхні світлової хвилі, і називається **сферичною аберацією**.

За міру сферичної аберації приймають відстань δS між крайніми точками S_0 і S_n (рис. 6.52), яку називають **поздовжньою сферичною аберацією**:

$$\delta S = S_n - S_0, \quad (6.77)$$

де S_0 – відстань від лінзи до зображення в параксіальних променях, S_n – в периферійних променях. Для різних частин лінзи поздовжня сферична аберація різна і є функцією висоти: $\delta S = f(h)$. Додатні (збиральні) лінзи створюють від'ємну аберацію ($\delta S < 0$), від'ємні лінзи мають додатну аберацію ($\delta S > 0$).

Сферична аберація відноситься до так званих **монохроматичних (геометричних) аберацій**. Вона має місце навіть при освітленні системи монохроматичним світлом. Якщо ж на систему падає немонохроматичне світло, то виникає новий вид аберації – **хроматична аберація**, яка зумовлена дисперсією світла. Оскільки показник заломлення є функцією довжини хвилі [$n = f(\lambda)$], а фокусна відстань залежить від показника заломлення (див. формулу (6.59)), то зрозуміла неминучість виникнення хроматичної аберації: тобто спотворення, вна-

слідок якого навіть параксіальні промені перетинають головну оптичну вісь в різних точках (рис. 6.53).

Якщо екран E розмістити в положення I , то на ньому буде видно розмитий кружок, обрамлений червоною смужкою, з лілуватим забарвленням в центрі. В положенні II на екрані буде видно кружок, обрамлений фіолетовою смужкою з червонуватим забарвленням в центрі. Спотворення зображення при хроматичній аберациї в багато разів більше за відповідний ефект при сферичній аберациї. Отже, хроматична аберация призводить не тільки до розмиття зображення, але це розмите зображення ще й підфарбовується в різні кольори.

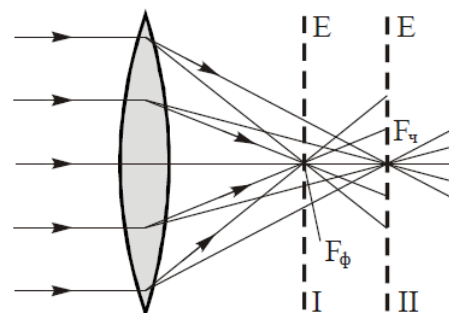


Рис. 6.53

Запитання 6.57. Яким чином зменшують сферичну і хроматичну аберациї в лінзових об'єктивах?

Відповідь. Оскільки для додатних лінз характерна від'ємна аберация ($\delta S < 0$), а для від'ємних – додатна аберация ($\delta S > 0$), то, комбінуючи додатні та від'ємні лінзи, можна істотно зменшити сферичну аберацию оптичних систем. Однак, величина сферичної аберациї залежить від кривизни поверхонь лінзи, показника заломлення та від того, якою поверхнею лінза повернута до предмета. Тому при комбінациї додатних і від'ємних лінз останні фактори необхідно враховувати.

На рис. 6.54 показано виправлення сферичної аберациї комбінациєю збиральних і розсіювальних лінз.

Їх, як правило, склеюють (рис. 6.55).

Окрім того, існує ще один спосіб зменшення аберациї – це метод зменшення діаметра вхідного зрачка системи (це, як правило, діаметр оправы лінзи).

Тим самим пучок світла, який пройшов через вхідний зрачок невеликого діаметра буде за своїми властивостями близьким до параксіального. Щоправда, при цьому зменшиться величина світлового потоку через систему.

Для зменшення хроматичної аберациї комбінують додатні і від'ємні лінзи, виготовлені з різних сортів скла з різними дисперсіями. Шляхом підбору різних лінз добиваються, щоб фокуси і головні площини для різних ділянок спектра співпали. Однак, повного співпадання фокусів для всіх ділянок спектра домог-

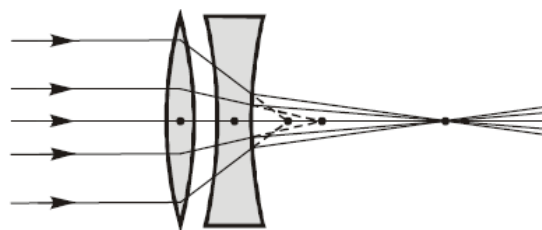


Рис. 6.54

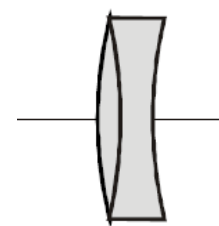


Рис. 6.55

тися неможливо. Тому у простішому випадку розрахунок проводять так, щоб в одній точці співпали фокуси червоних і синіх променів. З'єднавшись в одному місці, зображення різних кольорів дадуть практично білу точку, тобто хроматична аберация буде усунена. Якщо виконується остання умова, то говорять, що система **ахроматизована**.

Застосовують також лінзи, де з'єднані фокуси трьох сортів променів – **апохромати**. Такі апохроматичні системи використовуються в мікроскопії.

Запитання 6.58. Яка різниця між сферичною аберацией і аберацией «кома»?

Відповідь. Сферична аберация виникає в широких пучках променів, які виходять із світної точки, яка знаходиться на головній оптичній осі. Зображення в цьому випадку отримується у вигляді кружка розсіяння. Якщо широкий світловий пучок падає на лінзу похило, то виникає новий вид аберации, яку називають **комою**.

На рис. 6.56 наведено утворення зображення в широкому світловому пучку, що падає похило на лінзу. Зображення виникає у вигляді несиметричної плями розсіяння, яка нагадує комету з хвостом (кома). Кома викликана відсутністю симетрії верхніх і нижніх променів пучка, внаслідок чого умова синусів Аббе $n \sin u = n' \sin u'$ не виконується. Це означає, що оптичні шляхи променів пучка неоднакові. Звести до мінімуму вплив на формування зображення коми можна шляхом підбору відповідних частин оптичної системи.

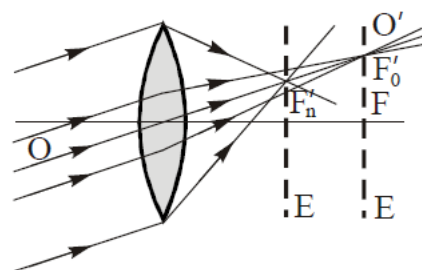


Рис. 6.56

Запитання 6.59. В чому суть аберации астигматизму? Яким чином виправляється астигматизм?

Відповідь. Астигматизм – аберация вузького пучка променів, що падає похило до головної оптичної осі. В цьому випадку пучок втрачає гомоцентричність і він не дасть стигматичного зображення точки. Замість однієї точки виникнуть дві фокальні лінії P_m і P_c ,

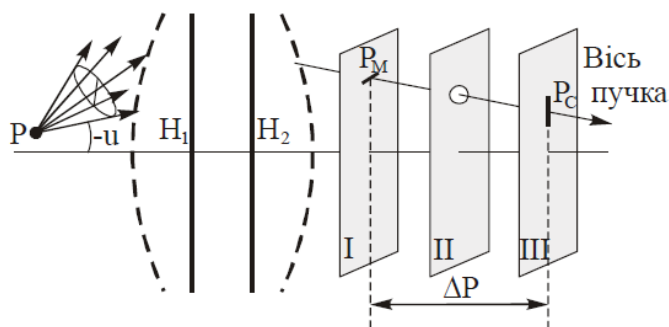


Рис. 6.57

розташовані перпендикулярно одна до одної на різних відстанях від головної площини системи (рис. 6.57). Така аберация називається **астигматизмом**. Причиною астигматизму є те, що промені неосьового пучка заломлюються системою неоднаково в різних площини-

нах.

Якщо джерелом служить не точка, а відрізок лінії, то її зображення може вийти цілком задовільним в одній із фокальних площин *I* або *III*. Якість зображення залежить від орієнтації зображуваного відрізка.

Для виправлення астигматизму будують складні оптичні системи, складові частини яких підбирають так, щоб вони взаємно компенсували астигматизм, зумовлений, кожною із них. Сучасні фотооб'єктиви, виправлені на астигматизм, дають добре зображення при кутах $50^{\circ} - 70^{\circ}$.

Усунення астигматизму ще не ліквідує недоліку, який називають **кривизною поля**. Об'єкту у вигляді площини, перпендикулярної до осі системи, відповідає зображення у вигляді частини кривої поверхні. Ця аберация за своєю природою тісно зв'язана з астигматизмом. Виправлення цього недоліку дуже важливо для фотооб'єктивів, оскільки у фотографії вимагається отримання різкого зображення на плоскій світлочутливій плівці.

Запитання 6.60. Як проявляється аберация «кома»? В яких пучках вона проявляється? Від чого залежить ступінь прояву аберации «кома»?

Відповідь. Аберация «кома» проявляється при відображенні точок предмета широкими, похилими до головної оптичної осі (див. відповідь на питання 6.59). Ступінь прояву аберации «кома» залежить від ступеня виконання умови синусів Аббе. У систем, які задовольняють умові синусів Аббе, $n y \sin u = n' y' \sin u'$, де n і n' – показники заломлення середовищ в просторі предметів і в просторі зображень відповідно, y і y' – відповідно величини предмета і зображення, u і u' – кути нахилу променів до оптичної осі, падаючих на систему і заломлених системою відповідно), аберация «кома» відсутня. Виконання умови синусів Аббе свідчить про те, що оптичні шляхи променів між двома парами спряжених точок предмета і його зображення однакові. В цьому випадку зображення предмета буде різким.

Запитання 6.61. Яка із абераций спотворює форму шкал і сіток (порушення подібності між предметом і зображенням)?

Відповідь. Аберация в оптичних системах, при якій порушується геометрична подібність між предметом і його зображенням носить назву **дисторсії**. Відбуватися це може тому, що лінійне збільшення в різних частинах зображення різне. Умова, за якої лінійне збільшення по всьому

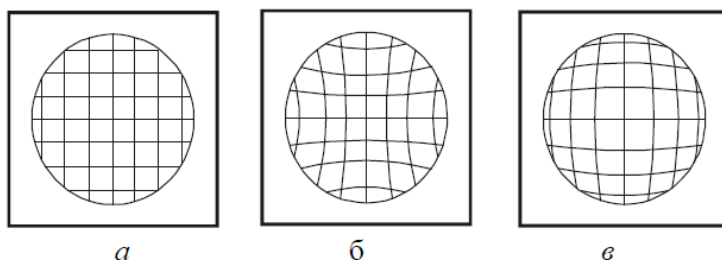


Рис. 6.58

полю зображення однакове, називають **умовою ортоксопії**. Порушення цієї умови викликає дисторсію. Характерним прикладом спотворення зображення в результаті дисторсії є спотворення форми правильної сітки. На рис. 6.58,*а* показано вигляд сітки. Якщо система володіє дисторсією, то зображення отримується у вигляді, зображеного на рис. 6.58,*б* або 6.58,*в*. У першому випадку дисторсія називається **бочкоподібною**, або **від'ємною**, в другому – **подушкоподібною**, або **додатною**.

Кількісно величина дисторсії виражається формулою:

$$V_{\omega} = \frac{\beta_{\omega} - \beta_0}{\beta_0} = \frac{\beta_{\omega}}{\beta_0} - 1, \quad (6.78)$$

де β_{ω} – лінійне збільшення для якогось скінченного кута поля, β_0 – для параксіальної області.

Формулу (6.78) можна записати і так:

$$V_{\omega} = \frac{y_{\omega} - y_0}{y_0} = \frac{\Delta y}{y_0}, \quad (6.79)$$

де y_{ω} і y_0 – відповідно величини дійсного і ідеального зображення. Величину V_{ω} називають **відносною дисторсією**. Дисторсія є найбільш небажаною в оптичних системах, призначених для вимірювань в геодезії і аерофотограмметрії.

Запитання 6.62. Яку вимогу називають апланатизмом?

Відповідь. Ліквідація сферичної аберації для осьової точки P ще не гарантує, що елементарна площадка, перпендикулярна до головної оптичної осі в точці P , зобразиться різко і без спотворень. Для правильного зображення потрібно, щоб різні зони системи давали однакове збільшення. Ця вимога виконується, якщо задовольняється умова синусів:

$$n_1 y_1 \sin u_1 = n_2 y_2 \sin u_2, \quad (6.80)$$

або

$$\frac{n_1 \sin u_1}{n_2 \sin u_2} = \frac{y_2}{y_1} = \beta, \quad (6.81)$$

де n_1 і n_2 – показники заломлення середовищ з боку предмета і зображення відповідно, y_1 і y_2 – величина предмета і його зображення, u_1 і u_2 – відповідно кути нахилу променів до оптичної осі (рис. 6.59). Зазначену вимогу називають **апланатизмом**. При невиконанні умови апланатизму зображення точок, які лежать поза головною оптичною віссю, будуть недосконалі.

Запитання 6.63. Довести, що в оптичній системі, яка створює різке зображення площини предмета на площину в просторі зображень, оптичні дов-

жини шляхів від точки предмета до її зображення однакові для всіх пар спряжених точок.

Відповідь. Нехай зображенням предмета $P_1 P_1'$ довжиною $y_1 \in P_2 P_2'$ довжиною y_2 (рис. 6.59). Розглянемо два паралельні промені 1 і 2, які виходять із точок P_1 і P_1' під довільним кутом u_1 до оптичної осі. Після заломлення ці промені перетнуться в точці F_2' , яка лежить у фокальній площині, і пройдуть через спряжені з P_1 і P_1' точки P_2 і P_2' .

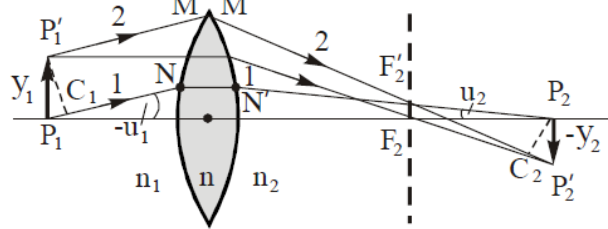


Рис. 6.59

Опустимо з точок P_1' і P_2 на промені 1 і

2 перпендикуляри $P_1' C_1$ і $P_2 C_2$. Якщо б через точки P_1' і C_1 проходила плоска хвиля, то вона після заломлення на системі (лінзі) зійшлася б у фокальній точці F_2' в одній фазі. Це означає, що оптичні шляхи двох спряжених точок $P_1 - P_2$ і $P_1' - P_2'$ будуть однаковими, якщо будуть рівні оптичні довжини відрізків $P_1' C_1$ і $P_2' C_2$, тобто

$$n_1 P_1' C_1 = n_2 P_2' C_2, \quad (6.82)$$

оскільки при малій величині y_2 $F_2' P_2 = F_2' C_2$. Із трикутників $P_1' P_1 C_1$ і $P_2 P_2' C_2$ (рис. 6.59) маємо:

$$P_1' C_1 = y_1 \sin u_1 \text{ і } P_2 C_2 = y_2 \sin u_2. \quad (6.83)$$

При врахуванні (6.83) формула (6.82) набуде такого вигляду:

$$n_1 y_1 \sin u_1 = n_2 y_2 \sin u_2. \quad (6.84)$$

Умову (6.84) називають **умовою синусів Аббе**.

Отже, за виконання умови синусів Аббе (саме за виконання цієї умови оптичні шляхи двох спряжених точок однакові) точки, які лежать поблизу осі, зображуються широкими пучками різко, тобто у системи ліквідована аберація «кома».

Відступ від закону синусів характеризується виразом

$$\delta\beta = \beta_k - \beta_0. \quad (6.85)$$

Тут β_0 – лінійне збільшення для параксильної області, β_k – лінійне збільшення для k -ого меридіального променя, який виходить із точки на оптичній осі.

Умова, за якої для будь-якої пари спряжених точок предмета і зображення одночасно виконується закон синусів і ліквідована сферична аберація, називається **умовою апланатизму**. Оптичні системи, в яких за рахунок відповідного

підбору компонентів виконана умова апланатизму, називають **апланатами**, або **апланатичними системами**.

Запитання 6.64. Які оптичні системи називають: анастигматами; ахроматами; апохроматами?

Відповідь. Анастигматами називають оптичні системи, виправлені на астигматизм. Нагадаємо, що якщо вузькі світлові пучки при проходженні через оптичну систему складають значні кути з оптичною віссю системи, то вони втрачають гомоцентричність і стають астигматичними. Такі пучки замість одного фокуса (однієї точки) дають дві фокальні лінії P_M і P_C , розташовані перпендикулярно одна до одної на різних відстанях від головної площини оптичної системи (див. відповідь на запитання 6.60, рис. 6.57).

Якщо на оптичну систему падає біле світло, то виникає так звана хроматична аберация, яка зумовлена дисперсією світла (див. відповідь на запитання 6.57, рис. 6.53). Оптичні системи (наприклад, об'єктиви) в яких, хроматизм частково ліквідований за рахунок суміщення фокусів якихось двох променів (для двох довжин хвиль) називаються **ахроматами**.

Якщо в оптичній системі суміщені три різні промені спектра (трьох довжин хвиль), то така система називається **апохроматом**. В мікроскопію апохромати ввів Аббе в 1886 р. (див. відповідь на запитання 6.58).

Запитання 6.65. Для чого служать компенсаційні окуляри? Коли ними користуються?

Відповідь. Для тонких лінз співпадання положень фокусів для різних довжин хвиль означає співпадання і фокусних відстаней. Співпадання фокусів для товстих лінз ще не означає співпадання фокусних відстаней, оскільки останні відраховуються від головних площин, положення яких для різних довжин хвиль може бути різним. Відмінність у величині фокусних відстаней призведе до виникнення відмінностей у збільшенні зображення для різних довжин хвиль. Значить, зображення одного і того ж відрізка, що утворюється променями різних довжин хвиль, будуть відрізнятися за величиною, тому зображення буде мати кольорове обрамлення. Така хроматична похибка називається **хроматичною аберациєю збільшення**. Для ліквідації хроматичної аберациї збільшення, що ще залишилася, застосовують спеціальні **компенсаційні окуляри**.

Запитання 6.66. На рис. 6.60 показано хід променів світлового пучка в деякому середовищі. Вони ніби відбиваються від умовної площини AB . Пояснить, в яких середовищах таке можливе?

Відповідь. Хід променів, показаний на рис 6.60, можливий в тому випад-

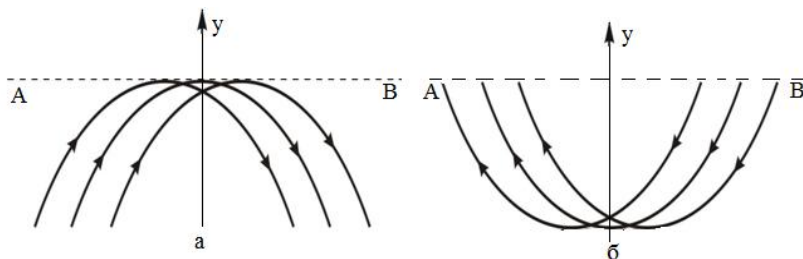


Рис. 6.60

ку, коли світлові промені поширюються в неоднорідному середовищі, в якому густина (а значить і показник заломлення) зменшується по вертикалі знизу вгору. Якщо в такому середовищі промені поширюються під деяким кутом до

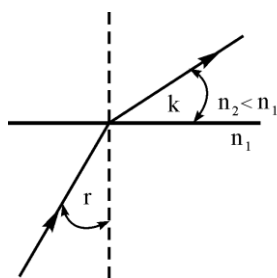


Рис. 6.61

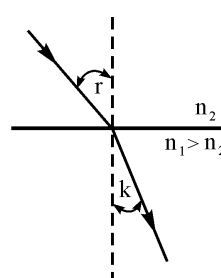


Рис. 6.62

вертикалі (ліва частина рис. 6.60,а), то при переході променя в шари середовища з меншим показником заломлення кут променя з вертикаллю (кут заломлення) буде зростати (рис. 6.61). Оскільки показник заломлення середовища зменшується поступово, то світловий промінь буде просто вигинатися і його напрямок буде наближатися до горизонтального.

Далі, якщо промінь, направлений під деяким кутом до вертикалі зверху вниз (права частина рис. 6.60,б), то при переході променя в шари з більш високим показником заломлення, кут променя з вертикаллю (кут заломлення) буде зменшуватися (рис. 6.62) і промінь буде вигинатися вниз.

І на кінець випадок, коли промінь входить в середовище горизонтально. Здавалось би, що він повинен би так і поширюватись горизонтально. Однак, і тут досвід підказує, що промінь вигинається вниз, в бік зростання показника заломлення.

Нехай на середовище падає паралельний пучок світла, обмежений променями 1 і 2, хвильовою поверхнею якого є площина Σ_s . В неоднорідному середовищі, у якого показник заломлення збільшується зверху вниз по вертикалі, плоска хвильова поверхня буде повертатися в бік зростання показника заломлення, тобто зверху вниз, приймаючи положення Σ'_s , Σ''_s і т.д (рис. 6.63). Це пояснюється тим, що швидкість світла в середовищі залежить від показника заломлення $v = c/n$, а тому промінь 1 в середовищі буде поширюватись швид-

ше променя 2 внаслідок того, що вони поширюються в шарах середовища з різними показниками заломлення ($n_2 > n_1$). Оскільки світлові промені завжди перпендикулярні до хвильових поверхонь, то разом з поворотом хвильової поверхні відбувається і поворот променів 3, яких утворений світловий пучок.

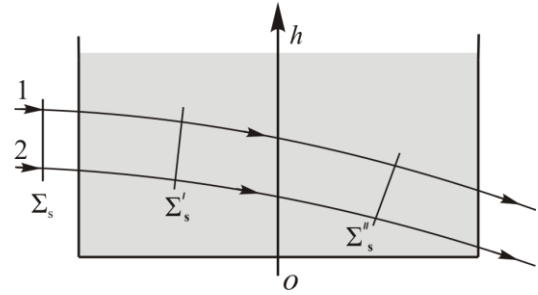


Рис. 6.63

Отже, досвід дозволяє зробити висновок: **якщо світло поширюється в середовищі, показник заломлення якого зменшується в напрямку знизу вверх, то незалежно від початкового напрямку променя він завжди буде викривлятися так, щоб його траєкторія була обернена випуклістю вверх (рис. 6.60,а).** Якщо б показник заломлення середовища зменшувався в напрямку зверху вниз, то тоді випуклий бік зігнутого світлового променя був би обернений вниз (рис. 6.60,б).

Запам'ятай правило!

В оптично неоднорідному середовищі світловий промінь згинається так, що його траєкторія завжди виявляється обернена випуклістю в бік зменшення показника заломлення середовища.

Запитання 6.67. Чому дорівнює радіус кривизни світлового пучка в оптично неоднорідному середовищі і від чого він залежить?

Відповідь. Нехай паралельний світловий пучок шириною dy поширюється в оптично неоднорідному середовищі перпендикулярно осі y , вздовж якої змінюється показник заломлення (показник заломлення зменшується в напрямку знизу вверх, рис. 6.64). Нехай показник заломлення в точці B дорівнює n , а в точці A дещо менший і дорівнює $(n - dn)$. Пучок світла згинається в бік від менших до більших значень показника заломлення. Радіус кривизни пучка $R = OB = OB'$. Будемо вважати, що $R \gg dy$. Кут φ вибираємо достатньо малим, щоб вважати, що показник заломлення в точках B і B' однаковий. Дугу AA' світловий промінь проходить за час

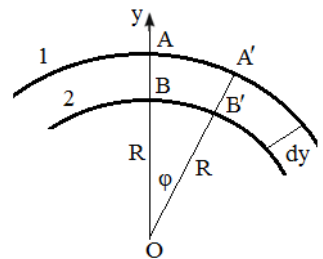


Рис. 6.64

$$\tau_1 = \frac{\varphi(R + dy)}{v_A},$$

а дугу BB' за час

$$\tau_2 = \frac{\varphi R}{v_B}.$$

Ці часи рівні ($\tau_1 = \tau_2$), то

$$\frac{\varphi(R + dy/)}{v_A} = \frac{\varphi R}{v_B}. \quad (*)$$

Оскільки

$$v_A = \frac{c}{(n - dn)}, \quad v_B = \frac{c}{n},$$

$(R + dy)(n - dn) = Rn$, звідки

$$R = \frac{n}{dn/dy}. \quad (6.86)$$

Відношення dn/dy характеризує швидкість зміни показника заломлення середовища з відстанню (градієнт показника заломлення. У даному випадку мова йде про градієнт показника заломлення у вертикальному напрямку). Із формули (6.86) видно, що чим більший градієнт показника заломлення dn/dy , тим менший радіус кривизни R пучка, і значить, тим крутіше згинається світловий пучок.

Запитання 6.68. Поясніть фізичну причину виникнення міражів. Чому говорять про нижній і верхній міражі?

Відповідь. Якщо повітря біля поверхні землі сильно нагріте, і, значить його густина відносно мала, то показник заломлення біля поверхні землі буде менший, ніж в більш високих повітряних шарах. У відповідності з встановленим правилом (див. відповідь на запитання 6.67), світлові промені поблизу поверхні землі будуть в даному випадку вигинатися так, щоб траєкторія була обернена випуклістю до Землі (вниз) (рис. 6.65).

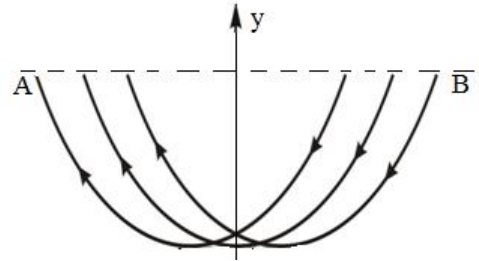


Рис. 6.65

Нехай в точці A знаходиться спостерігач (рис. 6.66,а). Світловий промінь

від деякої ділянки неба падає в око спостерігача, піддавшись вказаному викривленню. Це означає, що спостерігач побачить ділянку небосхилу не над лінією горизонту, а нижче неї (див. штрихову пряму на рис. 6.66,а). Йому буде здаватися, що він бачить воду,

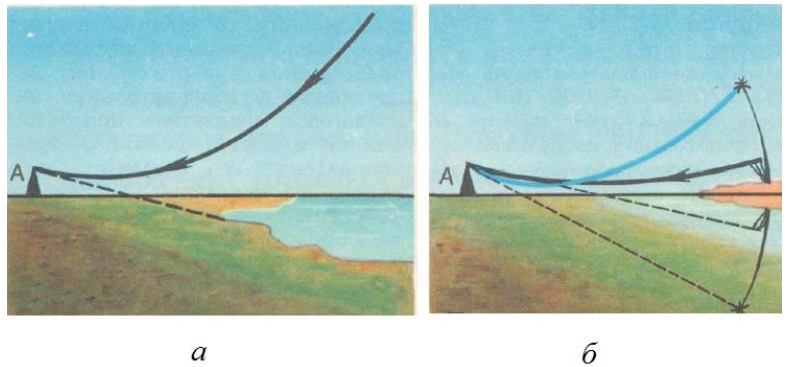


Рис. 6.66

ду, хоча насправді перед ним зображення голубого неба. Якщо біля лінії горизон-

нту знаходяться дерева або інші об'єкти, то завдяки викривленню променів спостерігач побачить їх перевернутими (рис. 6.66, б) і сприйме їх як відображення відповідних об'єктів в неіснуючій воді. Так виникає ілюзія, яка представляє собою **нижній (озерний) міраж**.

Далі припустимо, що повітря біля поверхні землі або води не нагріте, а навпроти, холодне в порівнянні з більш високими повітряними шарами, тобто показник заломлення з висотою зменшується. Це означає, що у відповідності з встановленим правилом (див. відповідь на запитання 6.67), світлові промені

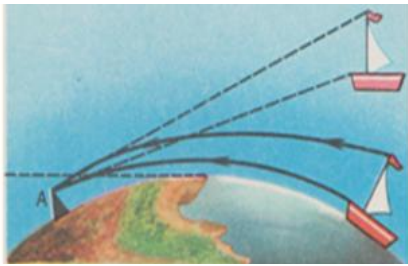


Рис. 6.67

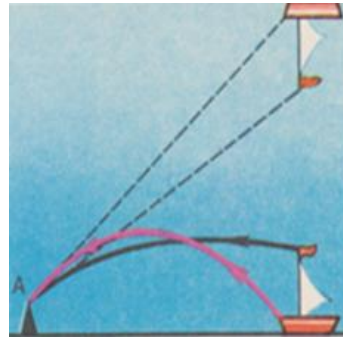


Рис. 6.68

згинаються так, що їх траєкторія обернена випуклістю вгору. Тому зараз спостерігач може спостерігати об'єкти, які знаходяться за горизонтом, причому він бачитиме їх вгору, ніби вони висять над лінією горизонту (рис. 6.67). Такі міражі називають **верхніми**.

Верхній міраж може давати як пряме (рис. 6.67), так і обернене зображення. Пряме зображення виникає, коли показник заломлення повітря з висотою зменшується **відносно повільно**. При швидкому зменшенні показника заломлення утворюється перевернуте зображення (рис. 6.68).

Запитання 6.69. Покажіть хід променів при утворенні зображення в лупі.

Відповідь. Лупа – проста оптична система (одна або кілька лінз) з невеликою фокусною відстанню (від 100 до 10 мм), яка розміщується між розглядуваним предметом і оком. Хід променів і утворення зображення лупою показано на рис. 6.69.

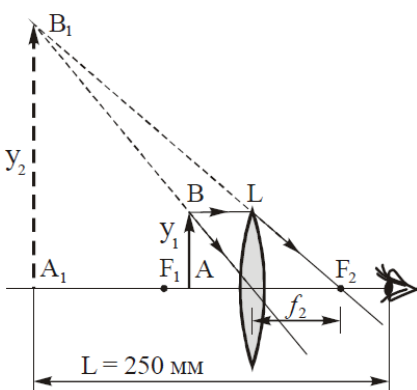


Рис. 6.69

Як видно із рисунка предмет розміщується між переднім фокусом і лінзою (лінза тут виконує роль лупи). Отже, в такому разі лупа дає збільшене, пряме і уявне зображення. Збільшення лупи визначається формулою:

$$\beta = \frac{tgu'}{tgu}, \quad (6.87)$$

де u' – кут, під яким видно предмет через лупу, u – кут, під яким видно предмет неозброєним оком,

якщо його розмістити на відстані найкращого зору $L = 250$ мм. Легко можна довести, що

$$\beta = \frac{L}{f} \left(1 + \frac{d}{L} \right), \quad (6.88)$$

де $L = 250$ мм – відстань найкращого зору, f – фокусна відстань лупи, d – відстань від заднього фокуса F_2 до зіниці ока. Якщо припустити, що зіниця ока розміщена в фокусі F_2 лінзи ($d = 0$), то

$$\beta = \frac{L}{f} = \frac{250}{f}. \quad (6.89)$$

Якщо предмет розмістити в передньому фокусі лупи F_1 , то зображення буде на нескінченності ($L = \infty$). Формула (6.88) також набуде вигляду (6.89).

Запитання 6.70. Що виражає формула

$$\beta = \frac{250}{f}?$$

Відповідь. Наведена формула виражає збільшення лупи для випадку, коли зіницю ока спостерігача розмістити в задньому фокусі F_2 лупи (див. відповідь на запитання 6.70).

Запитання 6.71. Назвіть основні характеристики лупи?

Відповідь. Основними характеристиками лупи є видиме збільшення β , яке визначається формулою (6.89) (див. відповідь на запитання 6.70) і **лінійне поле зору**. Лінійне поле зору визначається за формулою

$$2U = D_{cv} - D_z,$$

де D_{cv} – світловий діаметр лупи, D_z – діаметр зіниці ока, U – найбільший допустимий кут, під яким видно предмет.

Запитання 6.72. Якого максимального збільшення можна отримати за допомогою сучасної лупи?

Відповідь. Теоретично збільшення лупи нічим не обмежене. Так лупа з фокусною відстанню $f = 0,25$ мм мала б збільшення $\beta = 100$. Однак, виготовлення таких луп пов'язано зі значними труднощами. Окрім того, для таких луп властиві дуже великі геометричні і хроматичні аберації. Тому максимальну кратність збільшення однолінзові лупи дають до 7^x і то зі значними аберациями; багатолінзові лупи дають кратність збільшення до 40^x .

Запитання 6.73. Покажіть хід променів і утворення зображення у мікроскопі?

Відповідь. Хід променів в оптичній системі мікроскопа показано на рис. 6.70.

Мікроскоп складається із двох оптичних систем – об'єктива Ob і окуляра Ok , які знаходяться на значній відстані одне від одного, в порівнянні з їх фокусними відстанями. Об'єктив мікроскопа забезпечує отримання дійсного, обер-

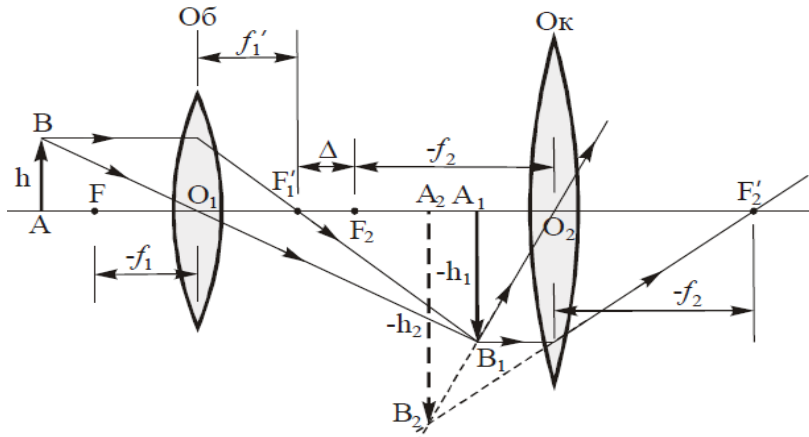


Рис. 6.70

неного і збільшеного зображення, яке утворюється між оптичним центром окуляра і його переднім фокусом (практично у фокальній площині окуляра). Окуляр разом з оком працює за тим же принципом, що і лупа. Зображення, яке дає об'єктив, є предметом по відношенню до окуляра.

Запитання 6.74. Назвіть основні характеристики мікроскопа?

Відповідь. Основними оптичними характеристиками мікроскопа є його **видиме збільшення, числова апертура і роздільна здатність.**

Видиме збільшення мікроскопа визначається збільшенням предмета об'єктивом і окуляром

$$\beta_m = \beta_{ob} \beta_{ok}. \quad (6.91)$$

Збільшення окуляра, який діє як лупа, на основі формули (6.89) можна подати як

$$\beta_{ok} = \frac{250}{f_{ok}}.$$

Тоді

$$\beta_m = \frac{250}{f_{ok}} \beta_{ob}. \quad (6.92)$$

Збільшення мікроскопа можна виразити через величину Δ , яка виражає відстань між заднім фокусом об'єктива і переднім фокусом окуляра (рис. 6.70):

$$\beta_m = \frac{250}{f_{jr}} \cdot \frac{\Delta}{f_{ob}}, \quad (6.93)$$

де $\Delta / f_{ob} = \beta_{ob}$. Формулу (6.93) використовують для сухих (без імерсійних) мікроскопів. При наявності імерсійного середовища з показником заломлення n праву частину формули (6.93) потрібно домножити на n .

Числова апертура мікроскопа характеризує його світлосилу і роздільну здатність. Числовою апертурою A називають добуток показника заломлення імерсійного середовища на синус апертурного кута u_A :

$$A = n \sin u_A. \quad (6.94)$$

Апертурний кут – це кут, який складає промінь з головною оптичною віссю.

Відповідні розрахунки показують, що діаметр вихідної зіниці D' мікроскопа

$$D' = \frac{500A}{\beta_m}, \quad (6.95)$$

де A – числова апертура, β_m – збільшення мікроскопа. Отже, діаметр вихідної зіниці мікроскопа прямо пропорційний числовій апертурі і обернено пропорційний збільшенню мікроскопа.

Світлосила мікроскопа – це відношення освітленості зображення, створеного системою мікроскопа, до яскравості зображуваного предмета. Діаметр вихідної зіниці обумовлює величину світлосили мікроскопа.

Роздільна здатність мікроскопа – це найменша відстань h_{\min} – між двома точками розглядуваного предмета, при якій їх ще видно роздільно. Роздільна здатність мікроскопа визначається за формулою:

$$h_{\min} = 0,61 \frac{\lambda}{A}, \quad (6.96)$$

де λ – довжина хвилі монохроматичного світла, в якому спостерігається предмет, A – числова апертура мікроскопа.

Із (6.96) видно, що підвищити роздільну здатність можна двома шляхами: зменшуючи довжину хвилі і збільшуючи числову апертуру об'єктива мікроскопа $n \sin u$, яку можна збільшити, якщо простір між предметом і фронтальною лінзою заповнити імерсійною рідиною (вода, гліцерин, нафталін тощо) з показником заломлення $n > 1$.

Запитання 6.75. Що виражають нижче наведені формули:

$$\beta = \frac{-L}{f_{ок}} \frac{\Delta}{f_{об}}, \quad (6.97)$$

$$A = n \sin u_A? \quad (6.98)$$

Відповідь. Формула (6.97) визначає збільшення мікроскопа. Величини, які в неї входять, мають наступний зміст: $L = 250 \text{ мм}$ – відстань найкращого зору, $f_{ок}$ – фокусна відстань окуляра, $L / f_{ок} = \beta_{ок}$ – збільшення окуляра, Δ – відстань між заднім фокусом об'єктива і переднім фокусом окуляра. Величину Δ

ще часто називають **оптичною довжиною тубуса**, $f_{об}$ – фокусна відстань об'єктива, $\Delta / f_{об} = \beta_{об}$ – збільшення об'єктива.

Формула (6.98) виражає числову апертуру об'єктива мікроскопа. Тут n – показник заломлення імерсійного середовища, u_A – апертурний кут (див. відповідь на запитання 6.75)

Запитання 6.76. Чому для мікроскопів використовуються короткофокусні, а для телескопів – довгофокусні об'єктиви?

Відповідь. Збільшення мікроскопа визначається формулою

$$\beta_m = \frac{\Delta}{f_{об}} \frac{L}{f_{ок}}, \quad (6.99)$$

де $f_{ок}$ і $f_{об}$ – відповідно фокусні відстані об'єктива і окуляра, Δ – оптична довжина тубуса мікроскопа (див. рис. 6.69), $L = 250$ мм – відстань найкращого зору.

Як видно із (6.99) збільшення мікроскопа обернено пропорційне величині фокусної відстані об'єктива $f_{об}$. Отже, чим менша величина фокусної відстані об'єктива тим більше збільшення мікроскопа. Величина Δ , як правило, лежить в межах 150 – 200 мм, а величина фокусної відстані окуляра складає 8 – 10 мм. Фокусна відстань об'єктива при найбільших збільшеннях мікроскопа (100 – 120) складає не менше 1,5 мм.

У телескопічних системах збільшення визначається формулою

$$\beta_{т.с} = \frac{f_{об}}{f_{ок}}, \quad (6.100)$$

де $f_{об}$ і $f_{ок}$ – відповідно фокусні відстані об'єктива і окуляра. Отже, із (6.100) видно, що збільшення телескопічної системи прямо пропорційне величині фокусної відстані об'єктива.

Запитання 6.77. Які максимальні збільшення можна отримати в оптичному мікроскопі?

Відповідь. При достатньо великих значеннях Δ (див. відповідь на запитання 6.76) можна отримати збільшення до 2500 – 3000 разів без сильного зменшення $f_{об}$ і $f_{ок}$. Однак, такі збільшення не є корисними. Пояснимо чому.

Збільшення мікроскопа є відношення кута u' , під яким видно об'єкт в мікроскопі, до кута u , під яким об'єкт був би видний неозброєним оком з відстані найкращого зору, тобто

$$\beta_m = \frac{u'}{u}. \quad (6.101)$$

Нехай h_{\min} – мінімальна відстань між двома точками, розрізняювана мікроскопом. Кут, під яким видно об'єкт неозброєним оком з відстані найкращого бачення рівний

$$u = \frac{h_{\min}}{L}. \quad (6.102)$$

В мікроскопах цю відстань видно під кутом

$$u' = \beta_m u. \quad (6.103)$$

Для розділення потрібно, щоб цей кут (u') був не менший за величиною від мінімального кута, що розрізняється оком

$$\psi_{\text{ока}} = 1,22 \frac{\lambda}{d}, \quad (6.104)$$

де d – діаметр зіниці ока, тобто

$$u' = \beta_m u \geq \psi_{\text{ока}}.$$

Використовуючи формули (6.103), (6.104) та формулу для $h_{\min} = 0,61 \frac{\lambda}{n \sin u}$ (див. [1], формулу (14.43), ст.455), отримаємо:

$$\beta_m \geq \frac{2Ln \sin u}{d}. \quad (6.105)$$

Знаку рівності в (6.105) відповідає так зване «нормальне збільшення»:

$$\beta_{\text{норм}} = \frac{2Ln \sin u}{d}. \quad (6.106)$$

Нормальне збільшення мікроскопа – найменше збільшення, при якому може бути використана вся роздільна здатність об'єктива. Якщо покласти, що для нормального ока $L = 250$ мм, для сухих систем $n = 1$, для імерсійних $n = 1,5$, діаметр зіниці ока $d = 2$ мм, то отримаємо такі граничні значення нормальних збільшень:

$$\text{для сухих систем } \beta_{\text{норм}} = 250,$$

$$\text{для імерсійних систем } \beta_{\text{норм}} = 375.$$

Беручи до уваги деякі фізіологічні особливості, є зміст переходити до де-що більших збільшень. Однак, будувати мікроскопи із збільшенням, більшим, ніж 1000 – 1500 раз недоцільно.

Запитання 6.78. З якою метою в сильних мікроскопах застосовують імерсію?

Відповідь. Роздільна здатність мікроскопа визначається не діаметром об'єктива, а кутом розхилу $2u_A$ конуса променів, які виходять від предмета. Числова

апертура $A = n \sin u_A$, яка знаходиться в знаменнику формули (6.96) повинна бути як найбільша, щоб досягти високого розділення. В кращих об'єктивах апертура наближається до своєї теоретичної межі $2u_A = \pi$. Для збільшення числової апертури застосовують імерсійну рідину з високим показником заломлення n , яка вводиться між покривним склом і передньою лінзою об'єктива. Якщо максимальне значення апертури 1,5, то у відповідності з формулою (6.96)

$$h_{\min} = \frac{0,61\lambda}{A} = \frac{0,61\lambda}{n \sin u_A},$$

звідки $h_{\min} = 0,4\lambda$. Ця межа розділення обумовлена хвильовою природою світла і ніякі технічні вдосконалення мікроскопа не дозволяють її подолати. Для видимого світла ($\lambda \approx 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$) $h_{\min} = 2 \cdot 10^{-7} \text{ м}$. Покращити розділення можна в ультрафіолетових променях, але це вимагає використання кварцових об'єктивів і переходу до фотографічної реєстрації

Запитання 6.79. Які основні вимоги, що ставляться, до об'єктива мікроскопа?

Відповідь. Основними вимогами, які ставляться до об'єктивів мікроскопів є наступні: **висока числова апертура, виправлення сферичної аберації для всього широкого пучка, виконання умови синусів для цього ж пучка і ахроматизація.**

Найбільш досконалими сучасними об'єктивами є **апохромати**, розроблені Аббе ще у 1886 р. Це імерсійний об'єктив, який складається із 10 лінз. Фокусна відстань апохромата Аббе $f = 2 \text{ мм}$, числова апертура $n \sin u_A = 1,4$. У апохромата Аббе можна вважати досягнуто межі роздільної здатності, яка визначається хвильовою природою світла.

Запитання 6.80. Чи існують певні вимоги, які ставляться до окулярів мікроскопів?

Відповідь. Так, існують. В окулярі мікроскопа повинні бути ліквідовані астигматизм в похилих променях, дисперсія та проведена ахроматизація.

Окуляри, які сьогодні застосовуються в мікроскопах і телескопах це **окуляр Гюйгенса і окуляр Рамсдена.**

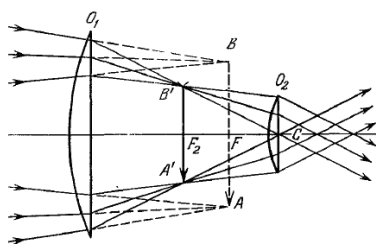


Рис. 6.71

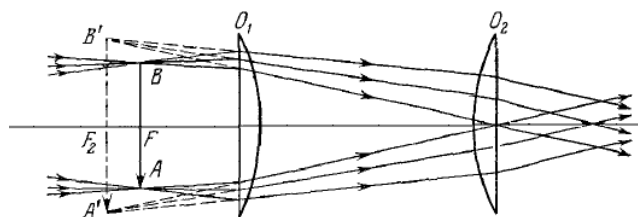


Рис. 6.72

Окуляр Гюйгенса складається із двох плоско-опуклих лінз різного діаметра, які розміщуються випуклими поверхнями в бік падаючих променів. На рис. 6.71 наведено хід променів і утворення зображення в окулярі Гюйгенса.

Окуляр Рамсдена складається також із двох плоско-опуклих лінз з однаковими фокусними відстанями ($f_1 = f_2$), повернутими опуклими поверхнями одна до одної. На рис. 6.72 наведено хід променів в окулярі Рамсдена.

З окуляром Гюйгенса не можна робити точних вимірювань, для цієї мети годиться окуляр Рамсдена.

На рис. 6.73 наведено хід променів в мікроскопі з окуляром Гюйгенса.

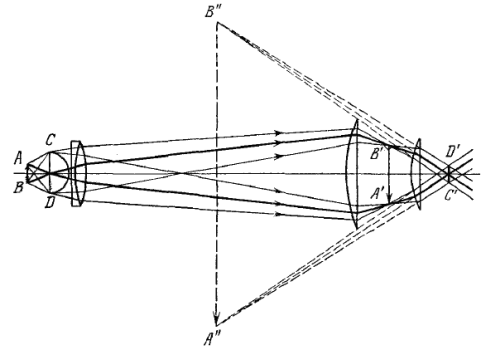


Рис. 6.73

Запитання 6.81. Коли два однакові точкові джерела вважаються (за Релеєм) на зображенні розділеними? В чому суть умовності критерію Релея?

Відповідь. Із теорії дифракції світла випливає, що створюване, навіть ідеальною системою, зображення світної точки (точкового джерела) являє собою дифракційну картину, яка складається із концентричних кілець, що оточують центральний світлий кружок. Розподіл інтенсивності в такій картині наведено на рис. 6.74. Основна доля світлового потоку ($\approx 84\%$) припадає на центральний дифракційний кружок. Цей кружок і буде зображенням світної точки, якщо знехтувати енергією, яка припадає на кільця, що його оточують. Цей кружок називають **кружком Ейрі**.

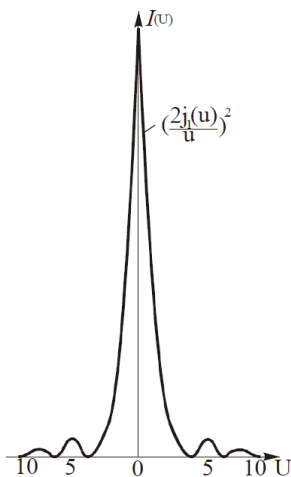


Рис. 6.74

Нехай ми маємо систему, яка складається із двох світних точок (наприклад, дві зірки) S_1 і S_2 (рис. 6.75).

Кожна світна точка дасть свою дифракційну картину. Якщо відстань між центрами кружків Ейрі від цих джерел мала в порівнянні з розмірами самих кружків, то розподіл інтенсивності світла в дифракційній картині (в зображенні) мало буде відрізнятися від того, яке б отрималося тільки від одного джерела. В цьому випадку говорять, що око не може вирішити чи об'єкт є точковим, чи він складається з двох або більше точок. Світні точки не розділяються приладом. При збільшенні відстані між S_1 і S_2 буде збільшуватися і відстань між центрами кружків Ейрі S'_1 і S'_2 (розміри самих кружків при цьому не змінюються). Починаючи з деякого мінімального значення $l = l_{\min}$, на кривій розподілу інтенсивності в її центрі появиться провал, який може бути зареєстрований оком або іншим приймачем світла (рис. 6.76), у цьому випадку говорять, що

світні точки S_1 і S_2 розділяються оптичним приладом (оком). Величина l_{\min} називається **роздільною відстанню приладу** (об'єктива, ока) а обернена до

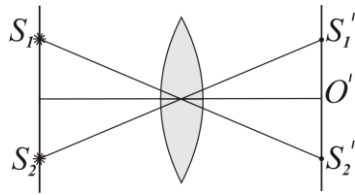


Рис. 6.75

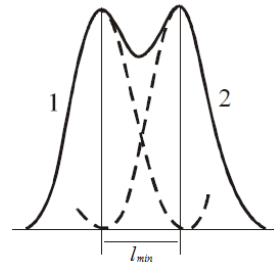


Рис.6.76

нього величина $1/l_{\min}$ – **роздільною здатністю (силою)**.

Точно вказати величину l_{\min} неможливо, оскільки вона в значній мірі залежить від індивідуальних особливостей ока, або іншого приймача світла. Мова може йти тільки про раціональну оцінку. Такий умовний кількісний критерій був запропонований Релеєм: як і у випадку вузьких спектральних ліній (див. відповідь на запитання 4.63), **два точкові некогерентні джерела вважаються розділеними, якщо центр дифракційної картини від одного з них співпадає з найближчим до центру мінімумом картини іншого**. Це відповідає відстані l_{\min} між центрами зображень, яка рівна радіусу кружка Ейрі (рис. 6.76). Викладене вище відноситься до випадку, коли джерела некогерентні.

Розглянемо випадок, коли точкові джерела світла когерентні. Це можуть бути два маленькі отвори в непрозорому екрані, який освітлюється когерентним світлом (рис. 6.77). Такі отвори дають когерентне світло. Різниця фаз між променями, які падають під кутом φ ,

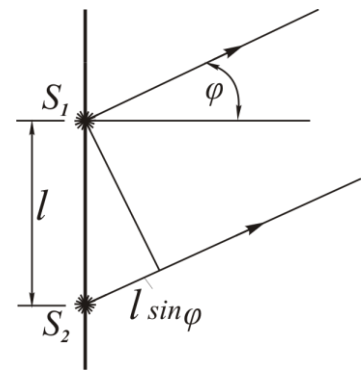


Рис. 6.77

буде $\Delta\Phi = \frac{2\pi}{\lambda} l \sin \varphi$. Також різниця фаз між коливан-

нями буде і в центрі дифракційної картини в точці C . Інтенсивність світла в цій точці виразиться так

$$I_C = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \Delta\Phi = 2I_0 (1 + \cos \Delta\Phi) = 4I_0 \cos^2 \frac{\Delta\Phi}{2}. \quad (6.107)$$

Тут прийнято, що $I_1 = I_2 = I_0$.

Принципова відмінність від випадку некогерентних джерел світла є в появі додаткового інтерференційного члена. Це відіб'ється на критерії розділення і на роздільній здатності об'єктива. Міняючи кут φ , можна підвищити роздільну здатність об'єктива.

Якщо світло падає на екран нормально, то $\Delta\Phi = 0$ і $I_C = 4I_0$. Припустимо, що відстань між центрами дифракційних кружків Ейрі дорівнює радіусу одного кружка, тобто l_{\min} , яка вимагається критерієм Релея для розділення. Інтенсивність за цих умов I_0 складає 37 % від максимальної інтенсивності, яку створює в центрі кружка одне джерело. Тому результуюча інтенсивність в центрі дифракційної картини, згідно (6.107), буде рівна $4 \cdot 37 = 148$ % від тієї ж максимальної інтенсивності (рис. 6.76). Результуюча інтенсивність суцільна крива. Вона має єдиний максимум: ніякого розділення світних точок не спостерігається. Зауважимо, що у випадку некогерентного світла, розділення мало місце.

Далі припустимо, що промені падають на екран під таким кутом, що $\Delta\Phi = \pi/2$, а різниця ходу між променями $\Delta = \lambda/2$, $\cos \Delta\Phi = 0$. Інтерференційний член в (6.107) пропадає і отримується сумарний розподіл інтенсивності світла в дифракційній картині такий же, як і у випадку некогерентних світних точок. Якщо

$\Delta\Phi = \pi$, а це можливо при $l = \frac{\lambda}{2 \sin \varphi}$, то в центрі дифракційної картини завжди отримується нульова інтенсивність, тому розділення виражається особливо чітко. Отже, застосування похилого освітлення призводить до підвищення роздільної здатності. При ковзаючому падінні роздільна здатність зростає майже вдвічі, в порівнянні з випадком некогерентних світних точок.

Зверни увагу!

Роздільна відстань змінюється зі зміною умов освітлення і повинна розглядатися як орієнтовною.

Запитання 6.82. Чому дорівнює мінімальна кутова відстань між однаковими зірками, які розділяються об'єктивом телескопа з діаметром D ? Чому вона не залежить від фокусної відстані об'єктива?

Відповідь. Із-за великої віддаленості зірок від Землі зірки можна вважати точковими джерелами світла, не дивлячись на їхні гігантські розміри. Зображення зірки у фокальній площині об'єктива телескопа представляє собою дифракційну картину, яка створюється круглою оправою об'єктива (див. § 4,9 [1]). Перше темне кільце задовольняє умові

$$D \sin \varphi = 1,22\lambda \quad (6.108)$$

де D – діаметр об'єктива.

Якщо в телескоп розглядати дві зірки, то, виходячи із критерію Релея (див. відповідь на запитання 6,82) кут φ і є кутовою відстанню між розглядуваними зірками. Тоді роздільовальна кутова відстань між зірками визначається із умови (6.108)

$$\sin \varphi = 1,22 \frac{\lambda}{D}. \quad (6.109)$$

Оскільки кут φ малий, то рівність (6.109) можна записати так:

$$\varphi = 1,22 \frac{\lambda}{D} = 0,61 \frac{\lambda}{R}, \quad (6.110)$$

де R – радіус об'єктива. Величину, обернену до граничного кута $1/\varphi_{\min}$, називають **роздільною здатністю**, або **роздільною силою**:

$$\frac{1}{\varphi_{\min}} = \frac{R}{0,61\lambda}. \quad (6.111)$$

Формула (6.111) застосовна і до ока. Якщо прийняти, що діаметр зіниці ока $d = 2 \text{ мм}$, а $\lambda = 5500 \text{ \AA}$, то знайдемо, що

$$\varphi_{\min} = 1,22 \frac{\lambda}{d} = 3,555 \cdot 10^{-4} \text{ рад} \approx 1,15''$$

Запитання 6.83. Чому в телескопі зірки видно вдень, коли їх спостереження незброєним оком неможливе?

Відповідь. При розгляді віддалених предметів (зірок в тому числі) око діє, так як і об'єктив телескопа: світло від точкового джерела утворює на сітківці ока дифракційну картину, кутовий радіус центрального кружка якої визначається формулою (6.110), якщо в ній замінити D на діаметр зіниці ока. Однак, зображення дифракційної картини, яка утворюється в фокальній площині об'єктива телескопа або сітківки ока, залежить і від його освітлення. Величина світлового потоку, яка припадає на центральний дифракційний кружок, а, значить, і освітленість зображення при спостереженні в телескоп в багато разів більша, ніж при спостереженні зірки незброєним оком. Ця різниця визначається відношенням площі отвору об'єктива телескопа до площі зіниці ока.

Запитання 6.84. Чи можна за допомогою мікроскопа виявити частинки, розміри яких менші за довжину світлової хвилі?

Відповідь. Сухий мікроскоп (коли об'єкт знаходиться в повітрі) дозволяє розрізнити об'єкти, які знаходяться один від одного на відстані $\approx \lambda/2$, тобто

$$h_{\min} \approx \frac{\lambda}{2}$$

Якщо $\lambda = 5,55 \cdot 10^{-5} \text{ см}$, то $h_{\min} = 2,78 \cdot 10^{-5} \text{ см}$. При використанні імерсійних середовищ з $n = 1,5$, то $h_{\min} = 0,61\lambda/1,5 = 0,4\lambda$. Якщо знову покласти $\lambda = 5,55 \cdot 10^{-5} \text{ см}$, то $h_{\min} = 2,2 \cdot 10^{-5} \text{ см}$. Деталі об'єкта, розміри яких менші за $\approx 0,4\lambda$, принципово не можуть бути виявлені. Сам об'єкт може бути виявлений, якщо його яскравість буде високою, однак визначити його форму неможливо. Отже,

$h_{min} \approx 0,4\lambda$ – це межа розділення оптичного мікроскопа, яка обумовлена хвильовою природою світла і ніякими технічними вдосконаленнями її подолати не можна.

Запитання 6.85. З'ясуйте механізм виникнення «місячної доріжки» на поверхні водойми в ясну місячну ніч. Від чого залежить довжина місячної доріжки? Дати пояснювальний рисунок.

Відповідь. Місячна доріжка на поверхні води виникає внаслідок відбивання світла від дрібних хвиль на воді, що розходяться в різних напрямках. Кожна окрема хвиля дає зображення Місяця, а всі освітлені хвилі разом утворюють одну фігуру, яка являє собою довгу світлу пляму. Нехай N і N_1 крайні положення дрібних хвиль, від яких відбите світло ще попадає в око (рис. 6.78).

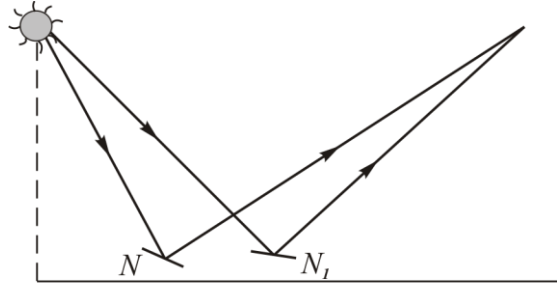


Рис. 6.78

Відстань між N і N_1 буде довжиною місячної доріжки, яка залежить від висоти Місяця (чим нижче Місяць, тим більша довжина місячної доріжки) та від крутості хвиль на поверхні води.

Запитання 6.86. Що виражає формула

$$E = \frac{k\pi B}{4} \left(\frac{D}{f} \right)^2 ? \quad (6.112)$$

Відповідь. Формулу (6.112) називають **світлосилою об'єктива**. Тут B – яскравість предмета, D – діаметр об'єктива, f – його фокусна відстань. Величину D/f називають **відносним отвором об'єктива**. Дана формула визначає освітленість зображення предмета, яке утворюється в фокальній площині об'єктива.

Запитання 6.87. Що таке корисне збільшення мікроскопа?

Відповідь. Існує поняття «**нормальне збільшення**» мікроскопа, яке визначається формулою:

$$\beta_{\text{норм}} = \frac{2Ln \sin u}{d}, \quad (6.113)$$

де $L = 250$ мм – відстань найкращого зору, $n \sin u$ – числова апертура, d – діаметр зіниці ока.

Нормальне збільшення мікроскопа є найменше збільшення, при якому може бути використана вся роздільна здатність мікроскопа. Для сухих мікроскопів $\beta_{\text{норм}} = 250$, для імерсійних $\beta_{\text{норм}} = 375$. При доброму освітленні предмета $\beta_{\text{норм}}$ можна збільшити в 2 – 4 рази, однак при цьому виявити нові деталі пре-

дмета, що розглядається, не можна. Тому нормальне збільшення $\beta_{\text{норм}}$ можна ще назвати **корисним** (див. відповідь на запитання 6.78).

Запитання 6.88. Чому повне відбивання не може виникнути при переході світла із води в скло?

Відповідь. Вода по відношенню до скла є оптично менш густе середовище ($n_g < n_c$). Досвід показує, що при переході світлового променя із оптично менш густого в оптично більш густе, заломлений промінь наближається до перпендикуляра, тобто кут падіння променя завжди більший за кут заломлення. Тому, якщо кут падіння буде рівним $\pi/2$, кут заломлення буде меншим за $\pi/2$ і повного внутрішнього відбивання не наступить (див. відповідь на запитання 6.12).

Зверни увагу!

Повне внутрішнє відбивання можливе тільки при переході світла із оптично більш густого середовища в оптично менш густе.

Запитання 6.89. Якої форми повинна бути відбиваюча поверхня дзеркала, щоб від неї паралельні світлові промені збиралися строго в одній точці?

Відповідь. Для зміни величини світлового потоку використовують вгнуті і опуклі дзеркала, які частіше за все мають форму сферичного сегмента. Якщо відбиваючою поверхнею сферичного дзеркала є зовнішня поверхня, то таке сферичне дзеркало називають **опуклим**. Сферичне дзеркало називається **вгнути**, якщо відбиваючою поверхнею служить внутрішня поверхня дзеркала. Опукле сферичне дзеркало розсіює світло, вгнуте – збирає світло. Якщо на вгнуте сферичне дзеркало падає паралельний пучок світла, то відбитий пучок збереться в точці, яку називають фокусом F сферичного дзеркала (рис. 6.79). Отже, фокус можна **визначити, як зображення світлого об'єкта, розміщеного нескінченно далеко на головній оптичній осі**.

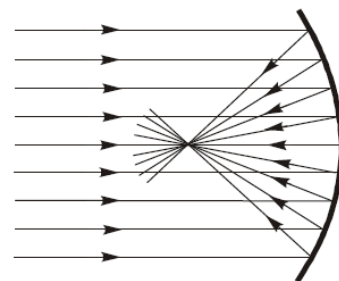


Рис. 6.79

Однак, твердження, що всі відбиті промені проходять через точку F , виконується наближено, і чим більші розміри дзеркала, тим гірше наближення і тим більш розпливчастим виявляється зображення предмета. Цей дефект називають сферичною аберацією (див. відповідь на запитання 6.57).

Строго в фокусі збирає відбиті від внутрішньої поверхні промені параболічне дзеркало. Однак, параболічні дзеркала складні у виготовленні, а тому коштують дорожче, і для більшості цілей використовують сферичні дзеркала.

Запитання 6.90. Світна точка P знаходиться в фокальній площині збиральної лінзи на деякій відстані від головної оптичної осі. Позаду лінзи, перпендикулярно до головної оптичної осі, розміщено дзеркало. Де буде знаходитися зображення світної точки?

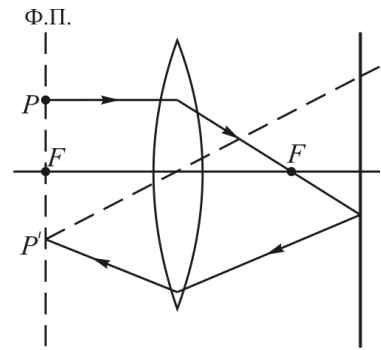


Рис. 6.80

Відповідь. Хід променів і утворення зображення системою показано на рис. 6.80. Будь-який промінь точки P , пройшовши через лінзу і відбившись від дзеркала, пройде через точку P' , яка є зображенням точки P .

Запитання 6.91. Як розмістити дві лінзи так, щоб паралельні промені, пройшовши через обидві лінзи, залишилися паралельними? Зробити це: для випадку двох збиральних лінз; для випадку однієї збиральної і однієї розсіювальної лінз? Якими повинні бути лінзи, щоб переріз світлового пучка: збільшився; зменшився?

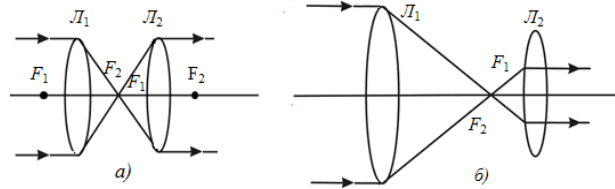


Рис. 6.81

Відповідь. На рис. 6.81 показано оптичні системи, складені із двох збиральних лінз.

Для того, щоб система не порушила паралельності пучка, задній фокус першої лінзи повинен співпадати з переднім фокусом другої лінзи. Якщо фокусні відстані лінз однакові ($f_1 = f_2$), то діаметр світлового пучка не зміниться (рис. 6.81,а). Якщо $f_1 > f_2$, то світловий пучок після системи звужиться (діаметр його зменшиться рис. 6.81,б) і навпаки.

На рис. 6.82 показано оптичні системи складені із розсіювальної і збиральної лінз. Для того, щоб система зберегла паралельність пучка фокуси лінз системи повинні співпадати. Якщо співпадають

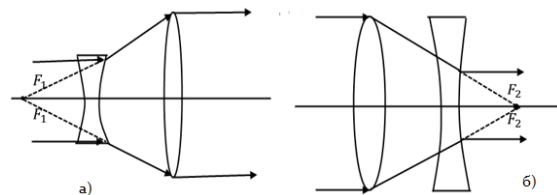


Рис. 6.82

передні фокуси обох лінз і $|f_{розс.л}| < f_{зб.л}$, то система світловий пучок розширить (рис. 6.82,а). Якщо ж лінзи поміняти місцями (за умовами, що $|f_{розс.л}| < f_{зб.л}$), то система звужить паралельний пучок світла.

Запитання 6.92. На якій відстані від збиральної лінзи потрібно розмістити предмет, щоб відстань від предмета до його дійсного зображення була найменшою?

Відповідь. Якщо предмет розмістити в передньому фокусі, то зображення утвориться уявне і на нескінченності (рис. 6.83).

Якщо предмет знаходиться між переднім подвійним фокусом і переднім фокусом, то зображення утвориться за подвійним заднім фокусом (рис. 6.84).

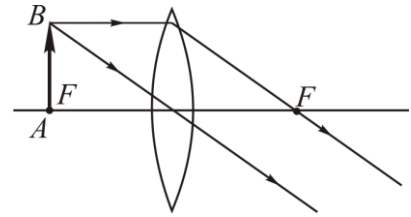


Рис. 6.83

Якщо предмет помістити в передньому подвійному фокусі, то зображення співпаде з заднім подвійним фокусом. В цьому випадку відстань між предметом і його зображенням буде найменшим і дорівнюватиме $4f$ (рис. 6.85).

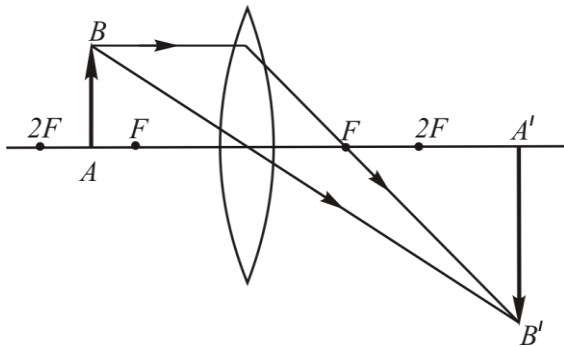


Рис. 6.84

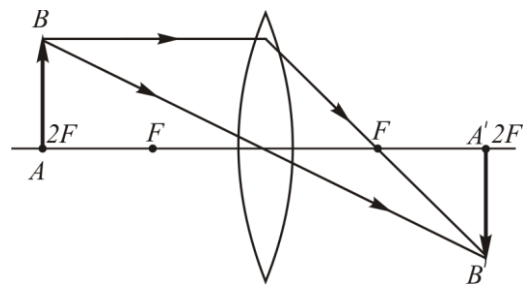


Рис. 6.85

Отже, щоб відстань від предмета до його дійсного зображення була найменшою, предмет потрібно розмістити на відстані подвійної фокусної відстані від лінзи.

Запитання 6.93. На збиральну лінзу падає пучок променів з точки S , розміщеної в фокальній площині лінзи (рис. 6.86). Як підуть ці промені після заломлення лінзою?

Відповідь. На рис. 6.86 показано хід променів після заломлення на лінзі.

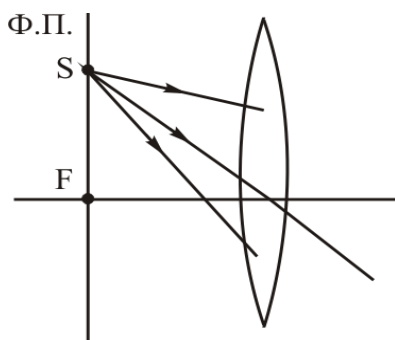


Рис. 6.86

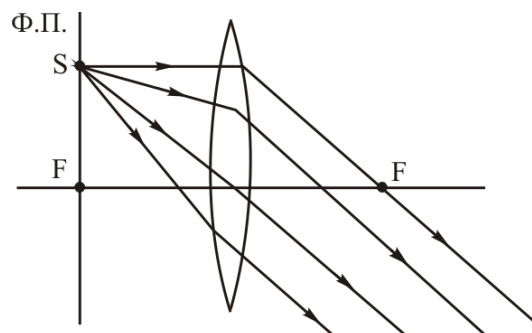


Рис. 6.87

Після лінзи утвориться пучок паралельних променів, паралельних центральному променю SO , він лінзою не заломлюється.

Запитання 6.94. На розсіювальну лінзу падає пучок променів з точки S , розміщеної у фокальній площині (рис. 6.88). Як підуть промені після заломлення їх лінзою?

Відповідь. Промінь, який поширюється від точки S паралельно до головної оптичної осі після заломлення лінзою поширюватиметься так, що продовження його пройде через фокус F . Точка, в якій перетнуться продовження вка-

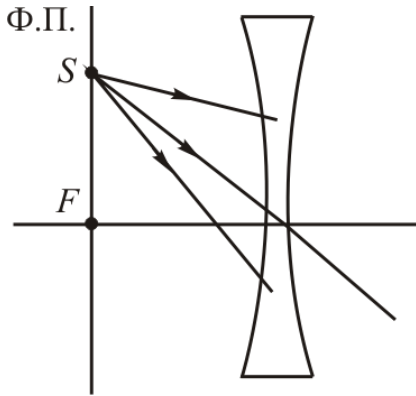


Рис.6.88

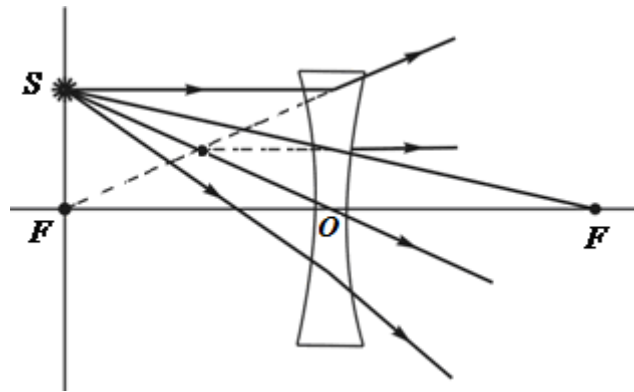


Рис 6.89

заного променя з центральним променем SO буде зображенням точки S в якій перетнуться продовження і всіх інших променів, заломлених лінзою (рис. 6.89).

Запитання 6.95. За якої умови зображення предмета, яке дає збиральна лінза, буде уявним? Чи можна бачити це зображення? Чи можна спроектувати його на екран? Чи можна його сфотографувати?

Відповідь. Уявне зображення предмета, яке дає збиральна лінза, отримується у випадку, якщо предмет розмістити між лінзою і її переднім фокусом або в її передньому фокусі (рис. 6.90).

В першому випадку зображення отримується на відстані найкращого зору, а в другому на нескінченності. В першому випадку лінза працює як лупа. Зображення отримується пряме, збільшене і уявне. Уявне зображення предмета, яке дає лінза (лупа), ми бачимо, оскільки воно формується на сітківці ока. Однак, спроектувати його на екран не можна, оскільки воно утворюється уявними променями. Сфотографувати його можна, оскільки на фотографічній плівці в об'єктиві фотоапарата виникає дійсне зображення.

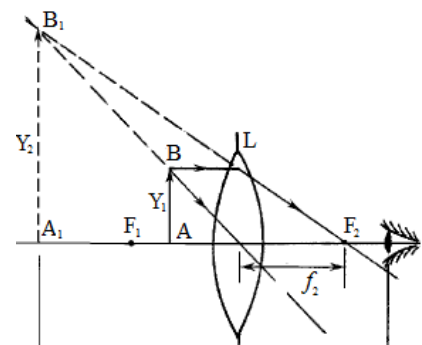


Рис. 6.90

Запитання 6.96. Розрахуйте дволінзовий мікроскоп з 100-кратним збільшенням. Зробіть в масштабі рисунок головних променів.

Відповідь. Збільшення мікроскопа визначається формулою:

$$\beta_m = \beta_{об} \beta_{ок} = \frac{\Delta}{f_{об}} \cdot \frac{250 \text{ мм}}{f_{ок}}, \quad (6.114)$$

де $\beta_{об}$ і $\beta_{ок}$ – відповідно збільшення об'єктива і окуляра, $f_{об}$ і $f_{ок}$ – фокусні відстані об'єктива і окуляра відповідно, Δ – оптична довжина тубуса мікроскопа. Якщо покласти, що $\Delta = 100 \text{ мм}$, а $f_{об} = 10 \text{ мм}$, то

$$\beta_{об} = \frac{100 \text{ мм}}{10 \text{ мм}} = 10.$$

Оскільки за умовою задачі $\beta_m = 100$, то $f_{ок}$ визначимо за формулою (6.114):

$$100 = 10 \frac{250 \text{ мм}}{f_{ок}} \Rightarrow f_{ок} = 25 \text{ мм}.$$

Отже, для побудови мікроскопа з 100-кратним збільшенням необхідно дві

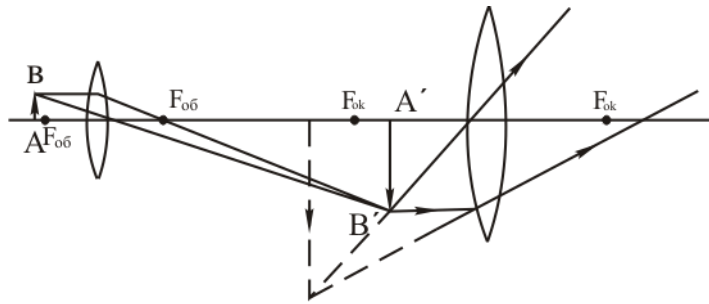


Рис. 6.91

лінзи з $f_{об} = 10 \text{ мм}$ і $f_{ок} = 25 \text{ мм}$ та трубу певного діаметра довжиною 135 мм (рис. 6,91).

Зауваження

Запропонуйте свій варіант мікроскопа за умовою задачі.

Запитання 6.97. Як зміниться зображення, отримане за допомогою лінзи, якщо половину лінзи заклеїти чорним папером? Як зміниться зображення лінзи, якщо, не змінюючи положення лінзи, поміняти місцями предмет і екран?

Відповідь. Якщо половину лінзи заклеїти чорним папером, то частина світлового потоку, який йде від предмета і бере участь в утворенні зображення, також буде перекрита і освітленість, а значить, і яскравість суттєво зменшаться (рис. 6.92). Світло, яке падає від предмета на чорний папір, у виникненні зображення не бере.

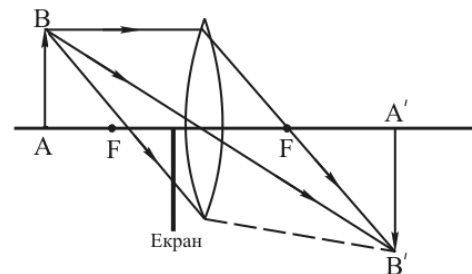


Рис. 6.92

На рис. 6.93,а показано хід променів і утворення зображення збиральною лінзою: зображення збільшене, обернене і дійсне. Якщо предмет і екран поміняти місцями (рис. 6.93,б), то зображення буде дійсним, оберненим і зменшеним.

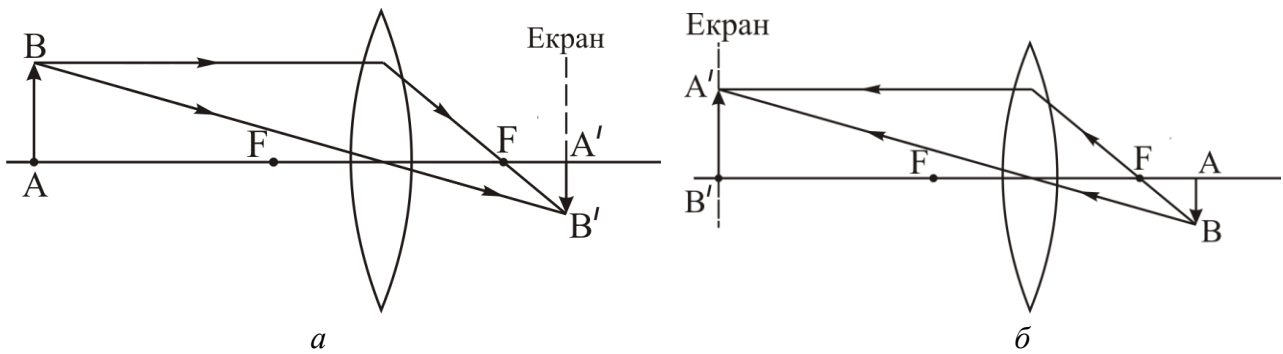


Рис. 6.93

Запитання 6.98. Чому, для того, щоб отримати зображення, короткозорий примружує очі?

Відповідь. В передній частині ока розміщений кришталик – прозоре хрящовидне тіло з певним показником заломлення, який має форму двоопуклої лінзи. Кільцевидний м'яз, яким охоплений кришталик, рефлекторно напружуючись і розслабляючись, може змінювати кривизну поверхонь кришталіка. Цим здійснюється зміна оптичної сили, тобто акомодация, що дозволяє фокусувати зображення на сітківці.

У короткозорого ока в напруженому стані паралельні промені сходяться перед сітківкою. Бачити чітко віддалені предмети, наприклад, зірки, короткозоре око не здатне.

Примружуючи очі, короткозора людина цим самим за допомогою кільцеподібного м'яза (напружуючи його) зменшує кривизну поверхні кришталіка ока, що призводить до збільшення глибини різкості.

Запитання 6.99. Які окуляри слід приписати людині, яка у воді бачить добре?

Відповідь. Якщо око знаходиться у воді, то це означає, що світлові промені переходитимуть із оптично більш густого середовища в оптично менш густе ($n_{\text{води}} = 1,5$, $n_{\text{кришт}} = 1,4$), тому промені будуть відхилятися від головної оптичної осі ока, і, якщо людина у воді бачить добре, то це означає, що око даної людини короткозоре і цій людині потрібні розсіюючі окуляри, тобто окуляри з від'ємною оптичною силою.

Запитання 6.100. З'ясуйте будову і основні характеристики ока.

Відповідь. На рис. 6.94 наведено горизонтальний переріз правого ока.

Око перетворює енергію оптичних випромінювань в зорові відчуття. Діаметр ока ≈ 25 мм. Ззовні очне яблуко покрите еластичною оболонкою – **склеорою 6**. Передня частина склери високо прозора і називається **роговою оболонкою 1 (рогівка)**. Через рогівку світлові промені проникають в передню камеру,

яка заповнена **камерною вологою**. Під склерою розміщена **судинна оболонка 8**, яка складається із кровоносних судин. В передній частині ока судинна оболонка переходить в **райдужну оболонку 4**, яка у різних людей забарвлена в різний колір і має посередині отвір, який відіграє роль діафрагми і називається **зіницею**.

За райдужною оболонкою міститься **задня камера**, в передній частині якої розміщений **кришталік 2**. Кришталік – прозоре тіло з показником заломлення $n = 1,4$, яке має форму двоопуклої лінзи. Під дією кільцевидного м'яза, яким охоплений кришталік, він може змінювати кривизну його поверхонь. Порожнина ока між кришталіком і задньою стінкою заповнена прозорою драглистою речовиною, що називається **скловидним тілом 7**.

Заднє дно ока покрито сітчастою оболонкою, яка називається **сітківкою 9**. Саме на сітківці утворюється зображення предметів (рис. 6.94). Сітківка дуже складна система, яка складається із нервових закінчень (більш детально про будову ока див. 1, ст.545 – 548).

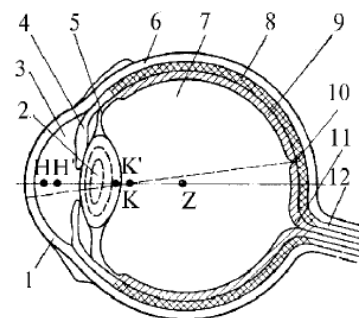


Рис. 6.94

Запитання 6.101. Що таке «акомодація ока»?

Відповідь. Кришталік ока (він виконує роль двоопуклої лінзи) забезпечує тонке фокусування ока на різні відстані. Це фокусування досягається завдяки скороченню кільцевидного м'яза, яким охоплений кришталік, в результаті якого відбувається зміна кривизни поверхонь кришталіка і, значить, його фокусної відстані.

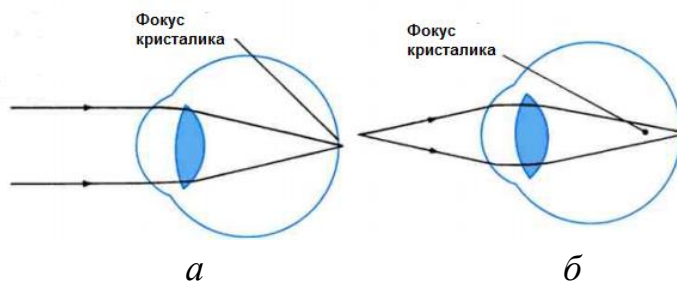


Рис. 6.95

При фокусуванні на дальній об'єкт кільцевидні м'язи розслабляються і кришталік стає тонким (рис. 6.95,а).

При фокусуванні на близький предмет кільцевидний м'яз напружується, викликаючи потовщення кришталіка в його центрі (рис. 6.95,б) і, значить, фокусна відстань кришталіка скорочується. Подібне самовільне юстування називається **окомодацією**.

Найбільш віддалену точку, зображення якої на сітківці ока в результаті дії його оптичної системи отримується без акомодації, називають **дальньою точкою** і позначають її літерою *D* (рис. 6.96).

Точку, зображення якої отримується на сітківці ока при максимальній акомодатії, називають **ближньою точкою** ока і позначають літерою B (рис. 6.97).

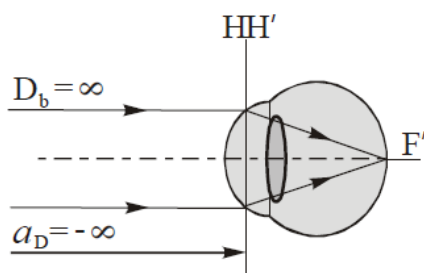


Рис. 6.96. Положення дальньої точки D для нормального ока.

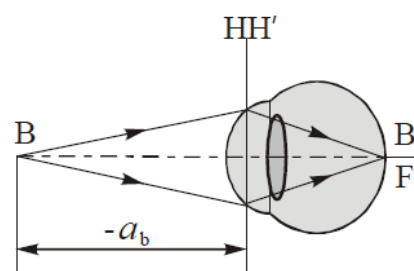


Рис. 6.97. Положення ближньої точки B для нормального ока.

Оскільки око швидко втомлюється при акомодатії на ближню точку, то близькі предмети прийнято розглядати на звичній для нормального ока відстані – 250 мм, яку називають **відстанню найкращого зору**. З віком здатність до акомодатії знижується, і відстань найкращого зору зростає.

Запитання 6.102. Що таке дальня точка ока; ближня точка ока?

Відповідь. Див. відповідь на запитання 6.101.

Запитання 6.103. На якій відстані (теоретично) знаходиться дальня точка ясного зору нормального ока? Яка розрахункова величина відстані найкращого зору?

Відповідь. Для будь-якого ока існують певні межі, в яких око може чітко бачити предмети. Ці межі визначають так звану область акомодатії ока. Найбільш віддалена точка, яку око може бачити чітко при розслабленому кільцевидному м'язі, називається **дальньою**. В ненапруженому стані нормальне око акомодоване на розгляд нескінченно віддалених предметів, тобто воно збирає паралельні промені в точці на його сітківці. Отже, дальня точка ясного бачення нормального ока знаходиться на нескінченності.

Ближня межа, яку око здатне чітко бачити при максимально напруженому кільцевидному м'язі, називається **ближньою точкою ясного бачення**. У віці до десяти років ближня точка нормального ока лежить на відстані 7 – 8 см від ока. У молодих людей ближня точка нормального ока складає 250 мм і називають її **відстанню найкращого зору**. З віком здатність до акомодатії знижується і відстань найкращого зору зростає. **Око, для якого відстань найкращого зору рівна 250 мм, називають нормальним оком** (див. відповідь на запитання 6.102).

Запитання 6.104. Що таке гострота зору?

Відповідь. Важливішою властивістю ока є його роздільна здатність (гострота зору). Під роздільною здатністю ока розуміють його **властивість бачити роздільно два близько розміщені предмети (об'єкти), наприклад дві світні точки або лінії.** Той найменший кут, під яким око ще бачить дві точки роздільно, називають **граничним кутом розділення** $\psi_{\text{ока}}$ або **межею розділення ока.**

Середня величина граничного кута розділення ока $\psi_{\text{ока}} = 1'$. Якщо предмет розглядають з відстані найкращого зору – 250 мм то в лінійній мірі ця величина відповідає відрізку AB (рис. 6.98). Із рис. 6.98 видно, що $AB = 250 \text{tg} \psi_{\text{ока}} = 250 \text{tg} 1' = 250 \cdot 0,0003 = 0,075 \approx 0,1 \text{ мм}$. Гостротою зору називають величину, обернену граничному куту розділення, тобто

$$\chi = \frac{1}{\psi_{\text{ока}}}. \quad (6.115)$$

Умовно вважають, що $\chi = 1$, якщо $\psi_{\text{ока}} = 1'$, при $\psi_{\text{ока}} = 30''$ гострота зору $\chi = 2$, при $\psi_{\text{ока}} = 2'$ $\chi = 0,5$ і т. д. Є люди, які володіють дуже високою гостротою зору, наприклад $\chi > 3$.

Запитання 6.105. В чому суть адаптації ока?

Відповідь. Око людини реагує на світлові випромінювання в широкому діапазоні яскравостей: від $2 \cdot 10^{-6}$ (найменша) до $2 \cdot 10^5$ кД/м^2 (найбільша засліплююча). **Здатність ока пристосовуватися до різних яскравостей називають адаптацією.** Розрізняють темнову адаптацію, при переході спостерігача із світлого приміщення в темне, і світлову, при переході із темного приміщення в світле. Адаптація відбувається не миттєво, оскільки оку потрібен певний час для переадаптації.

Запитання 6.106. Що таке роздільна здатність нормального ока?

Відповідь. Див. відповідь на запитання 6.104.

Запитання 6.107. Що таке еметропія ока?

Відповідь: Нормальним або **еметропічним** називають око, у якого зображення віддаленого об'єкта отримується на сітківці різко без акомодатії. Дальня точка у нормального (еметропічного) ока знаходиться на нескінченності, а задній фокус співпадає з сітківкою. Область акомодатії для нормального ока простягається від ближньої точки до нескінченності. Тому таке око здатне чітко бачити зірки без акомодатії. Якщо да-

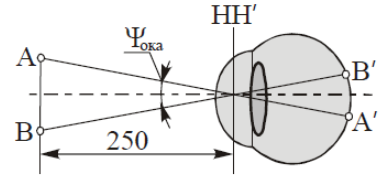


Рис. 6.98

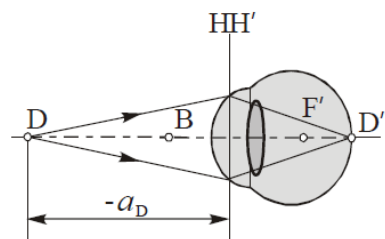


Рис. 6.99

льня точка не знаходиться на нескінченності, то говорять, що око володіє аметропією, і таке око називається **аметропічним**. В аметропічному оці зображення віддалених предметів не співпадає з сітківкою. Аметропію розрізняють двох видів:

- **дальня точка знаходиться перед оком.** Таке око називають **короткозорим** (рис. 6.99).
- **дальня точка розміщена за оком.** Таке око називається **далекозорим** (рис. 6.100).

Короткозоре око без акомодациї бачить різко предмети, розміщені перед ним на скінченній відстані. Таке око не може бачити чітко віддалені предмети, наприклад, зірки. Задній фокус F' короткозорого ока лежить всередині ока, перед сітківкою (рис. 6.99).

Якщо дальня точка розміщена позаду ока, то таке око називають **далекозорим**. Для того, щоб далекозоре око бачило чітко віддалені предмети, йому необхідна деяка акомодация. У далекозорого ока паралельні промені сходяться за сітківкою. Задній фокус далекозорого ока розміщений також позаду сітківки (рис. 6.100).

Причиною короткозорості може бути більша, а далекозорості – менша довжина ока в порівнянні з довжиною нормального ока. Неправильна форма рогівки або кришталіка, асиметричне розміщення їх заломлюючих поверхонь також можуть бути причиною виникнення аметропії.

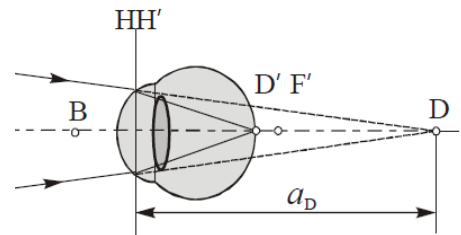


Рис. 6.100

Запитання 6.108. Яким чином корегують недоліки зору (короткозорість і далекозорість)?

Відповідь. Короткозорість і далекозорість корегуються за допомогою окулярних лінз. Для корекції короткозорого ока застосовують від'ємні (розсіювальні) лінзи (рис. 6.101), а для далекозорого ока – додатні (збиральні) лінзи (рис. 6.102).

Співпадання заднього фокуса F'_n корегуючої лінзи L з дальньою точкою

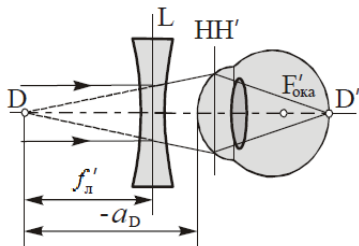


Рис. 6.101

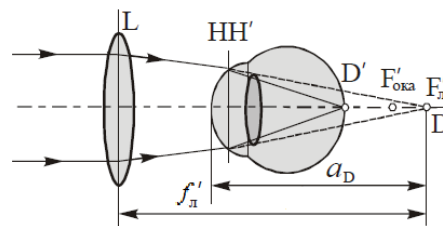


Рис. 6.102

ока D є обов'язковою умовою правильної корекції аметропії.

Запитання 6.109. З'ясуйте механізм (суть) кольорового зору.

Відповідь. На сьогодні немає закінченої теорії кольорового зору, але існує кілька різних підходів до пояснення природи кольорового бачення. Відповідно теорії Юнга-Гельмгольца світлоприймаючими елементами сітківки є закінчення зорового нерва, які мають вигляд паличок і колбочок. Палички більш світлочутливі, але не реагують на кольори; колбочки забезпечують кольорове сприйняття. Частина колбочок найбільш чутлива до червоної частини спектра, друга частина більш чутлива до зеленого світла, третій вид колбочок має максимум чутливості в синій частині спектра.

Якщо на око падає монохроматичне випромінювання із червоної ділянки спектра, то збуджуються колбочки, які чутливі до червоного кольору і т. д. У випадку, коли на око падає складне світло, збуджуються всі колбочки, але по-різному змішуючись, виникає той чи інший колір або відтінок.

Запитання 6.110. Яке зображення дає об'єктив мікроскопа?

Відповідь. Об'єктив мікроскопа дає збільшене, обернене і дійсне зображення (див. відповідь на запитання 6.74).

Запитання 6.111. Чому в телескопічних системах застосовують довгофокусні об'єктиви?

Відповідь. Телескопічні системи – це оптичні системи, призначені для спостереження віддалених предметів. Об'єктиви телескопічних систем є додатними оптичними системами і, в переважній більшості випадків, мають відносно великі фокусні відстані. Чим більша фокусна відстань об'єктива, тим більше збільшення телескопічної системи.

Окуляри, як правило, також мають додатну фокусну відстань, за виключенням окуляра труби Галілея. Для фокусних відстаней окулярів встановлений нормальний ряд значень: 10, 15, 20, 30, 35, 40 і 50 мм. Найбільше поширення мають окуляри з фокусною відстанню від 20 до 30 мм.

На рис. 6.103 наведено хід променів в зоровій трубці Кеплера. Зображення в трубці Кеплера утворюється на нескінченності.

Видиме збільшення труби Кеплера можна визначити через відношення задньої фокусної відстані об'єктива $f_{об}$ до передньої фокусної відстані окуляра $f_{ок}$:

$$|\beta| = \frac{f_{об}}{f_{ок}}. \quad (6.116)$$

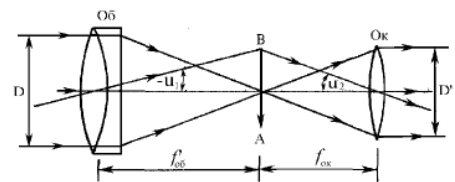


Рис. 6.103

Виходячи із цього об'єктиви труби Кеплера роблять довгофокусними (10 – 20 м), а окуляри короткофокусними (20 – 40 мм).

Запитання 6.112. Чому дорівнює роздільна сила (здатність) ока? Діаметр зіниці при нормальній освітленості $d = 2$ мм.

Відповідь. Див. відповідь на запитання 6.82 та 6.104.

Запитання 6.113. Уявна глибина водойми h' . Яка справжня глибина водойми? Показник заломлення води n .

Відповідь. Продовження заломлених променів на межі вода-повітря, які йдуть від точки A дна водойми, перетнуться а точці A' , яка є уявним зображенням точки A , а відстань h' – уявною глибиною (рис. 6.104).

Закон заломлення світла для точки N запишеться так:

$$\frac{\sin r}{\sin k} = \frac{n_{\text{нов}}}{n_{\text{є}}} = \frac{1}{n_{\text{є}}}.$$

Із рис. 6.104 маємо:

$$\operatorname{tgr} \approx \sin r = \frac{x}{h},$$

$$\operatorname{tgk} \approx \sin k = \frac{x}{h'},$$

або

$$\frac{\sin r}{\sin k} = \frac{h'}{h} = \frac{1}{n_{\text{є}}} \Rightarrow h' = \frac{h}{n_{\text{є}}}.$$

Запитання: 6.114. На дні посудини, наповненої водою, лежить плоске дзеркало Z . Людина, нахилившись над посудиною, бачить зображення свого ока на відстані d , коли відстань від ока до поверхні води h . Яка глибина посудини? Показник заломлення води n .

Відповідь. Оскільки дзеркало знаходиться у воді, то воно буде видно на уявній глибині H' (рис. 105). Зображення ока буде спостерігатися в дзеркалі Z' на відстані

$$d = 2 h + H' ,$$

де $H' = H / n_{\text{є}}$ (див. відповідь на запитання 6.114). Тоді

$$2H' = d - 2h \Rightarrow \frac{2H}{n} = d - 2h,$$

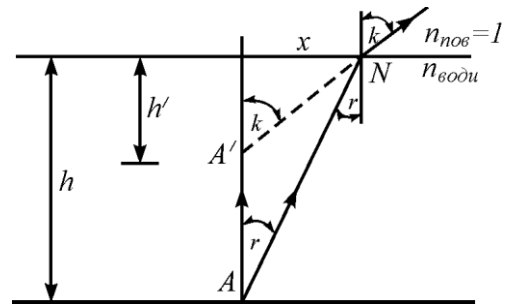


Рис. 6.104

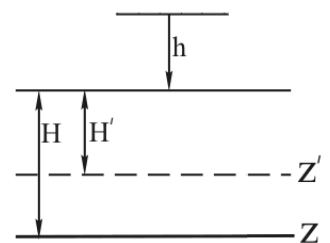


Рис. 6.105

звідки

$$H = \frac{d - 2h}{2} n.$$

Запитання 6.115. Якою повинна бути найменша висота H вертикально розміщеного дзеркала, щоб людина могла себе бачити у весь зріст, не змінюючи положення голови? Зріст людини h . Зробити пояснювальний рисунок.

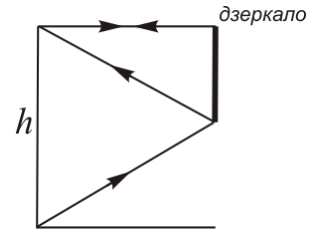


Рис. 6.106

Відповідь. Висота дзеркала повинна дорівнювати половині зросту людини (див. рис. 6.106):

$$H = \frac{h}{2}.$$

Запитання 6.116. В кімнаті довжиною L і висотою H висить на стіні плоске дзеркало. Людина, яка знаходиться на відстані l від нього, дивиться в дзеркало. Якою повинна бути найменша висота дзеркала, щоб людина могла бачити стіну, яка знаходиться за її спиною, по всій висоті?

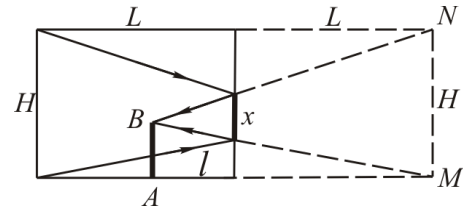


Рис. 6.107

Відповідь. Якщо висота дзеркала x , $MN = H$ – висота стінки і її зображення, то із рис. 6.107 маємо

$$\frac{H}{x} = \frac{L+l}{l} \Rightarrow x = \frac{Hl}{L+l}.$$

Запитання 6.117. На якій відстані від лінзи знаходиться предмет, якщо відстань між предметом і його зображенням мінімальна? Фокусна відстань лінзи f .

Відповідь. На відстані $2f$ (див. відповідь на запитання 6.93).

Запитання 6.118. Короткозора людина чітко бачить предмети, які знаходяться на відстані не дальше 0,5 м. Які окуляри їй потрібно порекомендувати, щоб вона могла бачити зірки?

Відповідь. Короткозорій людині потрібні окуляри з від'ємними (розсіювальними) лінзами. Скористаємось формулою лінзи:

$$-\frac{1}{f} = \frac{1}{S_1} - \frac{1}{S_2},$$

де f – фокусна відстань лінзи, $S_2 = -\infty$. Тоді

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{S_1} = \frac{1}{0,5\text{ м}} = -2 \text{ дп.}$$

Отже, короткозорій людині в даному випадку потрібні окуляри з оптичною силою $D = -2 \text{ дп.}$

Запитання 6.119. Далекозора людина різко бачить предмети, які розміщені не ближче 1 м від неї. Які окуляри їй потрібно рекомендувати, щоб читати книгу, яка знаходиться на відстані 25 см ?

Відповідь. Далекозорій людині слід рекомендувати окуляри з додатними (збиральними) окулярними лінзами. Окуляри повинні бути такими, щоб давали зображення на відстані не ближче 1 м від ока з того ж боку від лінзи, де знаходиться предмет.

Скористаємось формулою лінзи

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{S_1} - \frac{1}{S_2}$$

звідки

$$D = \frac{1}{f} = \frac{S_2 - S_1}{S_1 S_2} = \frac{1\text{ м} - 0,25\text{ м}}{1\text{ м} \cdot 0,25\text{ м}} = +3 \text{ дп.}$$

Тут $S_1 = 0,25 \text{ м}$, $S_2 = 1 \text{ м}$. Отже, окулярні лінзи повинні мати оптичну силу $+3 \text{ дп.}$

Запитання 6.120. Зорова труба встановлена для спостереження Місяця. Щоб розглянути в ній предмети, що розміщені на відстані $L = 100 \text{ м}$, окуляр необхідно перемістити на $\Delta l = 2,5 \text{ см}$. Знайти фокусну відстань об'єктива.

Відповідь. Будемо вважати, що зорова труба встановлена на нескінченність (відстань від Землі до Місяця $L = 3,84 \cdot 10^8 \text{ м}$). Зображення Місяця отримується у фокальній площині об'єктива (рис. 6.108). Якщо предмет знаходиться на

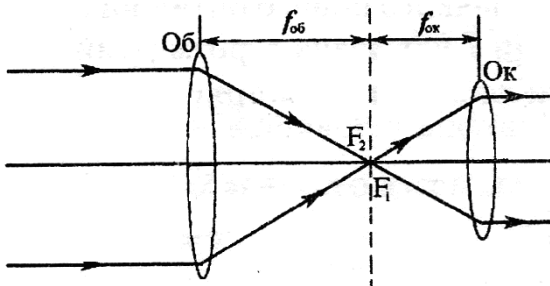


Рис. 6.108

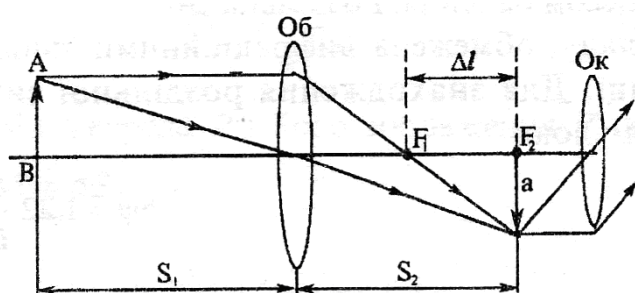


Рис. 6.109

скінченній відстані, то його зображення отримано на відстані Δl справа від фокальної площини об'єктива. У зв'язку з цим, окуляр потрібно пересунути вправо так, щоб зображення співпало з переднім фокусом окуляра (рис. 6.109).

Тоді

$$\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} = \frac{1}{f_{об}} \quad \text{або} \quad \frac{1}{S_1} + \frac{1}{f_{об} + \Delta l} = \frac{1}{f_{об}}, \quad (*)$$

де $S_2 = f_{об} + \Delta l$ – відстань від об'єктива до зображення, Δl – відстань від заднього фокуса F_1 об'єктива до зображення предмета, S_1 – відстань від предмета до об'єктива, $f_{об}$ – фокусна відстань об'єктива. Із формули (*) отримаємо:

$$f_{об}^2 + f_{об}\Delta l - S_1\Delta l = 0,$$

звідки

$$f_{об} = 158,2 \text{ см.}$$

Запитання 6.121. Чим товща двоопукла лінза в центрі в порівнянні з краями, тим коротша фокусна відстань лінзи при заданому діаметрі. Поясніть.

Відповідь. Фокусна відстань двоопуклої лінзи визначається формулою:

$$f = \frac{1}{n-1 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)},$$

а для симетричної двоопуклої лінзи

$$f = \frac{R}{2(n-1)}, \quad (*)$$

де $R = R_1 = R_2$ – радіус кривизни поверхонь лінзи, n – показник заломлення. Чим менший радіус кривизни поверхонь лінзи, тим вона товща в центрі в порівнянні з краями. Тому із формули (*) зрозуміло, що чим менший радіус кривизни поверхонь лінзи, тим менша її фокусна відстань.

Запитання 6.122. Доведіть, що дійсне зображення, яке створюється тонкою лінзою, завжди перевернуте, якщо об'єкт реальний.

Відповідь. Дійсне зображення утворюється в дійсних променях, а дійсні промені завжди виходять з реального предмета.

На рис. 6.110 показано хід променів і утворення зображення збиральною лінзою. Оскільки, зображення B' є перетином променів, які виходять з точки B , і воно утворюється під головною оптичною віссю, то зображення предмета AB є перевернутим. Зображення обернене, збільшене і дійсне.

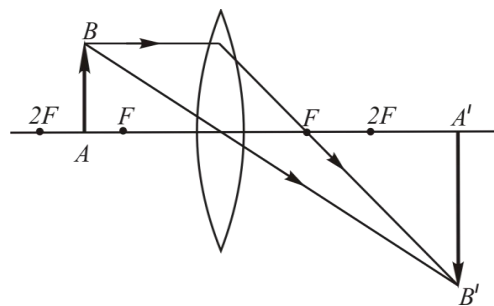


Рис. 6.110

Запитання 6.123. Чи можна спроектувати дійсне зображення на екран? А уявне? Чи можна сфотографувати ці зображення?

Відповідь. Дійсне зображення виникає в дійсних променях, тому, якщо в місці, де воно виникає, розмістити екран, то на екрані ми будемо спостерігати зображення предмета. Окрім того, дійсне зображення можна спроектувати на екран за допомогою об'єктива, якщо об'єктів розмістити в місці виникнення дійсного зображення.

Уявне зображення предмета виникає в уявних променях. Помістивши в місці виникнення уявного зображення білий аркуш паперу (екран), ми не отримаємо ніякого зображення. Уявне зображення з цих же причин спроектувати на екран не можна. Однак, зображення, яке виникає, наприклад, в мікроскопі легко сфотографувати, оскільки в фокальній площині об'єктива фотоапарата утворюють зображення дійсні промені, продовження яких в протилежному напрямку утворюють зображення уявне.

Запитання 6.124. Тонку збиральну лінзу наблизили до предмета. Чи зміниться при цьому положення і величина зображення? Якщо зміниться, то як саме?

Відповідь. Якщо предмет знаходиться надто далеко від лінзи, то можна вважати, що промені, які виходять із будь-якої точки предмета, входять в лінзу паралельними пучками, тому зображення предмета в лінзі утвориться зменшене, обернене і дійсне в фокальній площині лінзи. При наближенні лінзи до предмета (предмета до лінзи) величина зображення предмета буде збільшуватися і віддалятися від лінзи. Коли предмет буде знаходитися на відстані $2f$ від лінзи, зображення виникне також на відстані $2f$ з протилежного боку лінзи в натуральну величину ($|\beta| = 1$). При подальшому зменшенні відстані від лінзи до предмета, величина його зображення буде збільшуватися і коли предмет попаде в фокальну площину лінзи, його зображення виникне на нескінченності в паралельних променях. При відстані лінзи до предмета менше f зображення стане збільшеним, уявним і прямим з боку, де знаходиться предмет.

Запитання 6.125. Опишіть умови, за яких збиральна лінза створює: зображення більше за об'єкт; уявне зображення; зображення $\beta = 1$.

Відповідь. Див. відповідь на запитання 6.124.

Запитання 6.126. Чи може розсіювальна лінза за певних умов створювати дійсне зображення? Дати пояснення.

Відповідь. Може, якщо вона буде «працювати» в комбінації, наприклад, зі збиральною лінзою. Підтвердженням цього може бути труба Галілея (див. 1, ст. 446).

Запитання 6.127. Чи залежить (і як, якщо залежить) фокусна відстань лінзи від оточуючого її середовища?

Відповідь. Формула тонкої лінзи

$$\frac{1}{S_2} - \frac{1}{S_1} = N - 1 \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

виведена за умови, що зліва і справа лінзи, одне і те ж середовище, тобто $n_1 = n_2$. Тут $N = 1/n$ – відносний показник заломлення речовини лінзи, а n – показник заломлення речовини лінзи (див. відповідь на запитання 6.43 і 6.44). Тому фокусні відстані лінзи виражаються формулами:

$$f_1 = -\frac{1}{N - 1 \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)}, \quad f_2 = \frac{1}{N - 1 \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)},$$

де f_1 і f_2 – відповідно передня і задня фокусні відстані лінзи. Отже, $f_1 = -f_2$.

Якщо середовища справа і зліва від лінзи різні ($n_1 \neq n_2$), то має місце рівність

$$\frac{f_1}{f_2} = -\frac{n_1}{n_2}. \quad (6.117)$$

Спробуйте отримати (це нескладно) формулу (6.117) (див. [1] і відповіді на запитання 6.43 і 6.44).

Запитання 6.128. За яких умов двоопукла лінза буде розсіювальною?

Відповідь. Двоопукла лінза буде розсіювальною за умови, якщо показник заломлення речовини лінзи буде меншим за показник заломлення середовища ($n_l < n_c$), в яке вона занурена (див. відповідь на запитання 6.47).

Запитання 6.129. Чи буде короткозора людина, яка носить корегуючі окуляри, чітко бачити з ними під водою? Поясніть.

Відповідь. У короткозорої людини задній фокус кришталіка ока знаходиться перед сітківкою ока, тому вона погано бачить віддалені предмети. Для корекції короткозорого ока застосовують від'ємні (розсіювальні) окулярні лінзи. Якщо людина в таких окулярах потрапить під воду, то окулярні лінзи будуть оточені не повітрям, з показником заломлення $n = 1$, а водою з показником заломлення $n = 1,33$, тому фокус окулярних лінз зміниться, а, значить, зміниться і чіткість бачення предметів людиною (див. відповідь на запитання 6.100).

Запитання 6.130. Яке зображення утворюється на сітківці ока: пряме чи обернене? Дійсне чи уявне? Що слідує із цього для нашого сприйняття об'єктів?

Відповідь. Заломлююча система ока в цілому подібна до збиральної лінзи. Роль лінзи в оці виконує кришталик, а зображення предмета виникає на сітківці.

Зображення виникає обернене, зменшене і дійсне. Сприймається зображення світлочутливими елементами – паличками і колбочками. В паличках і колбочках світло спричиняє первинні подразнення, які перетворюються в електричні імпульси. Такі імпульси передаються через ряд проміжних клітин і виходять із сітківки по волокнах зорового нерва. Волокна (число їх кілька мільйонів) передають сигнали в підкоркові центри, а звідти – в кору головного мозку. Отже, правильне враження про предмет створюється за рахунок роботи головного мозку.

Запитання 6.131. Які із аберацій, властивих простим лінзам, відсутні або сильно послаблені у людського ока?

Відповідь. Оку властиві всі аберації звичайних оптичних систем. Однак, сферичні і хроматичні аберації дуже слабо помітні, оскільки око використовує особливі засоби зниження їх негативної дії. Так, в оці використовуються асферичні заломлюючі поверхні, а кришталик є особливою лінзою, показник заломлення якого безперервно зростає до центра. Це послаблює сферичну аберацию і кому. Дисторсія майже непомітна. Викривлення поверхні зображення компенсується сферичною формою сітківки. Оскільки сітківка чутлива тільки до порівняно вузької частини спектра, хроматична аберация також майже непомітна. В деяких випадках проявляє себе астигматизм, який зв'язаний з несферичністю рогівки або кришталика. Внаслідок цього, зображення точкового об'єкта має вигляд короткої лінії. Астигматизм виправляють за допомогою корегуючої циліндричної лінзи. Якщо людина володіє ще і далекозорістю або короткозорістю, то корегуючі лінзи виготовляють у вигляді комбінації сферичних і циліндричних поверхонь, тому радіус кривизни корегуючої лінзи в різних площинах різний.

Запитання 6.132. Поясніть, чому хроматичні аберації спостерігаються у тонких лінз, але відсутні у дзеркал?

Відповідь. Хроматичні аберації є наслідком залежності показника заломлення речовини лінзи від довжини хвилі ($n = f(\lambda)$), тому проходження світла через лінзу обов'язково супроводжується хроматичною аберацией. У випадку дзеркал подібне не спостерігається, оскільки кут відбивання не залежить від довжини хвилі, а показник заломлення дзеркала взагалі не має ніякого відношення до процесу відбивання світла.

Запитання 6.133. Поясніть, чому, при проходженні через плоске віконне скло, біле світло не розкладається на складові кольори, як при проходженні через призму?

Відповідь: При заломленні світлового пучка на поверхні скла світлові хвилі різних довжин заломляться по-різному – фіолетовий промінь наближається до перпендикуляра сильніше, а червоний менше за всіх. Однак, при заломленні на другій поверхні (скло-повітря) ці самі промені також відхиляться від перпендикуляра на різні кути, в результаті вийдуть із пластинки під одним і тим же кутом, тобто накладуться один на одного.

Запитання 6.134. Поясніть, що є причиною обмеження збільшення мікроскопа?

Відповідь. При характеристиці мікроскопа користуються поняттям «нормального збільшення», яке виражається формулою:

$$\beta_{\text{норм}} = \frac{2Ln \sin u}{d}, \quad (6.118)$$

де $L = 250 \text{ мм}$ – відстань найкращого зору, n – показник заломлення імерсійного середовища, u – кут, під яким був би видний об'єкт неозброєним оком з відстані найкращого зору, d – діаметр зіниці ока.

Нагадаємо, що нормальне збільшення мікроскопа є найменше збільшення, при якому може бути використана вся роздільна здатність об'єктива (див. відповідь на запитання 6.88). Для сухих систем $\beta_{\text{норм.}} = 250$; для імерсійних систем $\beta = 375$. Оскільки роздільна здатність обмежується хвильовою природою світла, то хвильова природа також є причиною обмеження збільшення мікроскопа.

Запитання 6.135. Як потрібно розмістити об'єктив і окуляр мікроскопа, щоб через них можна бачити зірки?

Відповідь. Зорові труби, які призначені для спостереження віддалених предметів складаються, як і мікроскоп, із об'єктива і окуляра. Однак, об'єктиви зорових труб довгофокусні, а окуляри короткофокусні (див. відповідь на запитання 6.76). У мікроскопі навпаки. Тому, щоб через об'єктив і окуляр мікроскопа можна було спостерігати зірки потрібно їх поміняти місцями.

Запитання 6.136. Яка із характеристик лупи вважається однією із основних?

Відповідь. Характеристиками лупи є: лінійне збільшення, поле зору, роздільна здатність, фокусна відстань, діаметр лупи. Однак, однією із основних характеристик лупи є її лінійне збільшення (див. відповідь на запитання 6.71).

Запитання 6.137. Що таке гострота зору?

Відповідь. Величина, обернена до роздільної здатності ока (див. відповідь на запитання 6.104).

Запитання 6.138. Як можна отримати на екрані зображення, яке дає мікроскоп?

Відповідь. Наявність дійсного зображення, яке дає об'єктив мікроскопа, дозволяє робити точні вимірювання розмірів об'єкта. Для цього в фокальну площину окуляра поміщають шкалу, нанесену на прозору пластинку. Щоб отримати проекцію зображення мікроскопа на екран, необхідно окуляр зсунути так, щоб зображення, яке дає об'єктив, виявилось між заднім фокусом об'єктива і переднім фокусом окуляра або замінити окуляр короткофокусною додатною лінзою (об'єктивом).

Запитання 6.139. Ви маєте дві додатні лінзи з фокусними відстанями 3 см і 15 см. Розмістіть лінзи так, щоб отримати зорову трубу. Яка із лінз буде відігравати роль об'єктива? Яке збільшення матиме ця труба?

Відповідь. Див. відповідь на запитання 6.111.

Запитання 6.140. Вкажіть положення зображення в тонкій лінзі, якщо джерело знаходиться на головній оптичній осі: на нескінченності; на подвійній фокусній відстані; в головному фокусі; між головним фокусом і лінзою.

Відповідь. • В головному фокусі справа.

• На подвійній фокусній відстані справа.

• На нескінченності.

• За головним фокусом зліва.

Зарисуйте хід променів в кожному із цих випадків.

Запитання 6.141. Спробуйте придумати (якщо можна) таку оптичну систему (дзеркала, призми, лінзи), через яку один спостерігач бачив би другого, а другий спостерігач не бачив би першого.

Відповідь.?

Запитання 6. 142. Які зміни відбуваються зі світловими пучками при відбиванні їх від плоского дзеркала?

Відповідь. Змінюються їх напрямки, але не змінюється їх структура, тобто збіжні, паралельні або розбіжні пучки не можуть перетворюватися один в одного. **Плоске дзеркало не змінює структури пучка.**

Запитання 6.143. Які зміни відбуваються зі світловими пучками при відбиванні їх від сферичних дзеркал?

Відповідь. Змінюються напрямки і структура світлових пучків. При відбиванні від опуклих сферичних дзеркал будь-які світлові пучки перетворюються в розбіжні, а при відбиванні від вгнутих – в розбіжні, збіжні або паралельні, в залежності від відстані між джерелом світла і дзеркалом.

Запитання 6.144. Які характерні світлові промені зручно застосовувати при побудові оптичних зображень предметів в сферичних вгнутих дзеркалах і як вони проходять після відбивання від дзеркал.

Відповідь. • Промінь, паралельний до головної оптичної осі дзеркала після відбивання від дзеркала проходить через його фокус.

• Промінь, який проходить через фокус дзеркала після відбивання від дзеркала проходить паралельно до його оптичної осі.

• Промінь, що проходить через центр кривизни дзеркала після відбивання проходить у зворотному напрямку тим самим шляхом.

• Промінь, який падає в точку полюса дзеркала після відбивання від дзеркала йде в напрямку, симетричному до падаючого променя відносно головної оптичної осі дзеркала.

Запитання 6. 145. Чому не настає темнота відразу після того, як Сонце сховається за горизонтом?

Відповідь. Сонце, яке сховалося за горизонтом, деякий час освітлює верхні шари атмосфери, і сонячні промені, відбившись і розсіявшись від цих шарів, освітлюють поверхню Землі, тому темнота і не настає відразу ж після заходу Сонця.

Запитання 6.146. Знаючи показник заломлення речовини, знайдіть умову, за якої кут заломлення світлового пучка буде у два рази менший кута падіння.

Відповідь. Згідно закону заломлення $\sin r / \sin k = n$, r – кут падіння, k – кут заломлення, n – абсолютний показник заломлення речовини. Відповідно умови задачі $2r = k$, тобто

$$\frac{\sin r}{\sin k} = \frac{\sin 2k}{\sin k} = \frac{2 \sin k \cos k}{\sin k} = 2 \cos k = n \Rightarrow \cos k = \frac{n}{2}.$$

Отже, щоб кут падіння був у два рази більший кута заломлення, необхідно виконати умову, щоб косинус кута заломлення був рівний половині абсолютного показника заломлення речовини.

Запитання 6.147. Чому туман, який складається із прозорих крапель води, є непрозорим?

Відповідь. Промені світла, попадаючи на дрібні краплі води, з яких складається туман, частково відбиваються, частково проходять через них і залом-

люються під різними кутами. В результаті відбувається сильне розсіяння світла, від чого туман і є непрозорий.

Запитання 6.148. Який фізичний та геометричний зміст головного фокуса збиральної лінзи?

Відповідь. **Фізичний зміст головного фокуса:** головний фокус – точка з найбільшою концентрацією енергії випромінювання, яка поширюється у світловому пучку. **Геометричний зміст головного фокуса:** головний фокус – точка перетину пучка променів паралельних до головної оптичної осі після заломлення їх лінзою.

Запитання 6.149. Які характерні світлові промені зручно використовувати при побудові оптичних зображень предметів у лінзах? Як вони (промені) поширюються після проходження лінзи?

Відповідь. • Світловий промінь, паралельний до головної оптичної осі, після заломлення лінзою проходить через фокус.

• Промінь, що проходить через фокус лінзи, після заломлення лінзою проходить паралельно до головної оптичної осі.

• Світловий промінь, що проходить через оптичний центр лінзи, не заломлюється. Всі ці три промені перетнуться в точці, яка є зображенням відповідної точки предмета, з якої вийшли промені.

Запитання 6.150. Що називають оптичною силою лінзи і який її фізичний зміст?

Відповідь. Оптичною силою лінзи називають величину, яка характеризує ступінь заломлення лінзою світлових променів (пучків). Чим більша за модулем оптична сила лінзи, тим сильніше вона заломлює світлові промені, збираючи або розсіюючи їх. Позначають оптичну силу лінзи літерою D і вона є оберненою величиною до фокусної відстані f ($D = 1/f$). Одиницею оптичної сили є діоптрія (дп). **Діоптрія – оптична сила лінзи, фокусна відстань якої в повітрі дорівнює 1 м.**

Запитання 6.151. Що називають головною оптичною віссю; побічними оптичними осями лінзи?

Відповідь. Пряму, яка проходить через оптичні центри кривизни поверхонь лінзи, називають **головною оптичною віссю** лінзи. Прямі, які проходять через оптичний центр лінзи і не співпадають з головною оптичною віссю, називають **побічними оптичними осями** лінзи.

Запитання 6.152. Яка лінза може служити лупою?

Відповідь. Збільшення лупи визначається формулою $\beta_{\text{лупи}} = 250 / f$. Це збільшення може бути більше одиниці тільки за умови, якщо $f < 250$ мм. Отже, лупою може служити будь-яка збиральна лінза з фокусною відстанню меншою 250 мм. Якщо фокусна відстань збиральної лінзи буде більшою 250 мм, то при акомодатії ока на відстань найкращого зору, лінза буде давати зменшене зображення предмета (при $f > 250$ мм, $f_{\text{лупи}} < 1$).

Запитання 6.153. Що називають адаптацією ока і яка її фізична природа?

Відповідь. Здатність ока створювати зорове відчуття на сітківці при різній освітленості предметів називають **адаптацією ока**. Недостатня, або надто велика, освітленість предметів призводить до швидкої втомлюваності ока. Однак, око володіє рядом природних пристосувань, які автоматично регулюють його чутливість до світла. Це здійснюється шляхом зміни діаметра кришталика. Діаметр кришталика може змінюватися в чотири рази (від 2 до 8 мм), а площа його – в шістнадцять разів, відповідно змінюється і кількість світлової енергії, яка потрапляє на сітківку ока. Чутливість ока до світла регулюється також переміщенням непрозорих клітин сітківки, захищаючи світлочутливі елементи зорового нерва від надмірного впливу світла. Окрім того, самі світлочутливі елементи здатні змінювати свою чутливість до світла в десятки тисяч разів. Ці фактори в загальному можуть змінювати чутливість ока до світла в 200000 разів. Око – один із найчутливіших оптичних приладів.

Запитання 6.154. Що називається граничним кутом зору і чому він дорівнює?

Відповідь. Найменший кут зору, при якому око сприймає дві точки предмета роздільно, називається **граничним кутом зору ока**. Якщо предмет розглядати під кутом меншим граничного, то розміри його на сітківці ока зливатимуться в одну точку і зображення предмета практично не виникне. Для чіткого бачення предмета необхідно, щоб кут зору був більший граничного. Граничний кут зору ока наближено дорівнює $1'$.

Запитання 6.155. Предмет знаходиться перед плоским дзеркалом. Чи є в дзеркалі зображення, якщо спостерігач не дивиться в нього?

Відповідь. Плоске дзеркало не змінює структури світлових пучків, тому розбіжні світлові пучки, які йдуть від предмета до дзеркала, відбиваються від нього розбіжними пучками. Якщо ці світлові пучки не попадають в око спостерігача, коли він не дивиться в дзеркало, то ніякого зображення в дзеркалі не має. Око людини здатне перетворювати розбіжні світлові пучки в збіжні, внаслідок чого і виникає на сітківці ока зображення, яке ми сприймаємо як зобра-

ження в дзеркалі. Об'єктив фотоапарата, аналогічно зіниці ока, перетворює розбіжні світлові пучки в збіжні, завдяки чому можливе фотографування зображень в дзеркалі. Отже, саме дзеркало зображень не дає. Тільки оптична системи дзеркало-око або дзеркало-фотоапарат дають зображення предметів в дзеркалі.

Запитання 6.156. Чи можуть «різноколірні» світлові хвилі, наприклад червоного і зеленого випромінювань, мати однакові довжини хвиль? Якщо можуть, то за яких умов? Виконайте розрахунок для червоного $\lambda_{\text{ч}} = 7,60 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ і зеленого $\lambda_{\text{з}} = 5,70 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ випромінювань.

Відповідь. Колір світлової хвилі залежить від її частоти, а не від довжини хвилі. Оскільки довжина хвилі червоного світла $\lambda_{\text{ч}}$ більша довжини хвилі зеленого світла $\lambda_{\text{з}}$, то, якщо пропустити промінь червоного світла через середовище з оптичною густиною більшою повітря, то отримаємо, $\lambda_{\text{ч}} = \lambda'_{\text{ч}} n$, де n – показник заломлення середовища, $\lambda'_{\text{ч}}$ – довжина хвилі червоного світла в середовищі. За умовою задачі необхідно, щоб $\lambda_{\text{з}} = \lambda_{\text{ч}}$. Тоді

$$n = \frac{\lambda_{\text{ч}}}{\lambda_{\text{з}}} = \frac{7,600 \cdot 10^{-7} \text{ м}}{5,700 \cdot 10^{-7} \text{ м}} = 1,33.$$

Отже, якщо червоне світло поширюється у воді ($n_{\text{води}} = 1,33$), то його довжина хвилі дорівнюватиме довжині хвилі зеленого світла в повітрі.

Запитання 6.157. Чи може відбутися зміна довжини світлової хвилі з $\lambda = 5,000 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ на $\lambda = 4,000 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ при переході світлового променя із середовища, відмінного від вакууму у вакуум?

Відповідь. Ні! При переході світлової хвилі із середовища відмінного від вакууму у вакуум, її швидкість збільшується і відповідно повинна збільшуватися і довжина хвилі, а згідно умови задачі довжина хвилі зменшується.

Запитання 6.158. Чи можуть «різноколірні» випромінювання мати однакову частоту? однакову довжину хвилі?

Відповідь. За своєю природою електромагнітне випромінювання не має ніякого кольору, весь Всесвіт безколірний. Колірність світлових променів є наслідком фізіологічного сприйняття людиною різних частот випромінювання. Отже колір випромінювання визначається його частотою. Частота випромінювань залишається сталою і не залежить від середовища, в якому вони поширюються. При переході випромінювання із одного середовища в інше змінюється тільки його довжина хвилі.

Запам'ятай!

Різноколірні випромінювання не можуть мати однакові частоти, але можуть мати однакові довжини хвиль.

Запитання 6.159. Чи змінюється енергія фотона при переході його з одного середовища в інше?

Відповідь. Не змінюється, оскільки не змінюється частота електромагнітного випромінювання.

7. Поляризація світла

Запитання 7.1. Обґрунтуйте твердження, що електромагнітні (світлові) хвилі поперечні.

Відповідь. Світло є електромагнітні коливання. Звідси безпосередньо випливає, що світлові хвилі поперечні. Вся сукупність законів електромагнетизму і електромагнітної індукції приводить до висновку, що зміна в часі напруженості електричного поля \vec{E} супроводжується появою змінного магнітного поля \vec{H} , напрямленого перпендикулярно до вектора \vec{E} і навпаки. Таке змінне електромагнітне поле не є нерухомим у просторі, а поширюється зі швидкістю світла вздовж лінії, перпендикулярної до векторів \vec{E} і \vec{H} , утворюючи електромагнітні, зокрема, світлові хвилі. Отже, вектори \vec{E} , \vec{H}

і вектор швидкості поширення \vec{v} взаємно перпендикулярні і утворюють праву систему. Інакше кажучи, напрямки векторів \vec{E} і \vec{H} перпендикулярні до напрямку поширення, тобто **електромагнітна хвиля поперечна** (рис. 7.1). Якщо задано напрямок одного із векторів, наприклад \vec{E} , то

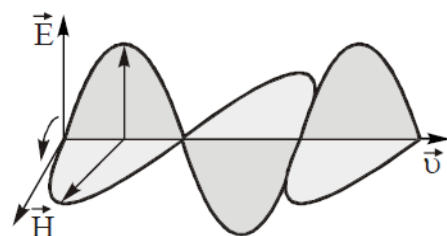


Рис. 7.1

напрямок вектора \vec{H} визначається однозначно. Однак «хрест» векторів \vec{E} і \vec{H} може бути орієнтований відносно напрямку поширення довільно. Вперше припущення про поперечність світлових хвиль висловив Юнг після дослідів Араго та Френеля над інтерференцією поляризованих променів (1816 р.). Френель також, незалежно від Юнга, висунув концепцію поперечності світлових хвиль, обґрунтувавши її численними важливими дослідями.

Запитання 7.2. В якому випадку говорять, що світлова хвиля лінійно поляризована?

Відповідь. Світло, в якому електричний вектор \vec{E} коливається в одній площині, називають **лінійно поляризованим**. Площина в якій коливається вектор \vec{E} називається **площиною коливань**, а площина, перпендикулярна до площини коливань, називається **площиною поляризації**.

Запитання 7.3. Чому поперечну хвилю можна поляризувати, а поздовжню ні?

Відповідь. Це можна дуже просто показати експериментально на прикладі хвилі, біжучої по мотузці. Мотузку можна заставити колитися в будь-якій площині і, в якій би площині мотузка не коливалася, хвиля завжди є лінійно поляризованою, тобто всі коливання відбуваються в одній площині. Якщо на шляху поширення такої хвилі, коливання якої відбуваються у вертикальній площині, поставити перегородку з вертикальною щілиною (рис. 7.2,а), то вер-

тикально поляризована хвиля вільно пройде через щілину. Якщо щілину повернути на 90^0 , то коливання будуть погашені повністю (рис.7.2,б). Якщо на подібну щілину направити позовжню хвилю, у якої коливання здійснюються вздовж напрямку поширення хвилі, ніяка механічна щілина її погасити не зможе.

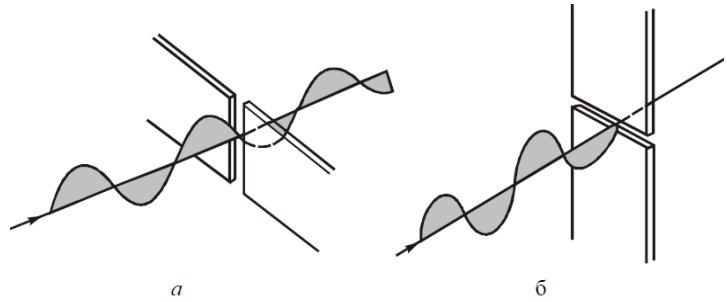


Рис. 7.2

Якщо коливання в біжучій по мотузці хвилі здійснюються під кутом до щілини, то це коливання розкладеться на дві складові: паралельну і перпендикулярну до осі щілини. Паралельна складова безперешкодно пройде через щілину, а перпендикулярна затримається. В результаті за щілиною будуть здійснюватися коливання паралельно щілині. Отже, якщо на щілину будуть падати хвилі з різною орієнтацією вектора коливань, то через щілину пройдуть тільки паралельні до щілини складові, тобто за щілиною буде поширюватися лінійно поляризована хвиля.

Зверни увагу!

Поляризація може існувати тільки у поперечних хвиль, але не у позовжніх.

Запитання 7.4. Який висновок про природу світла можна зробити на основі його поляризації?

Відповідь. Оскільки поляризація може існувати тільки у поперечних хвиль, то якщо ті чи інші хвилі піддаються поляризації можна зробити однозначний висновок: **дані хвилі поперечні.**

Запитання 7.5. Чим відрізняється лінійно поляризоване світло від природного?

Відповідь. Лінійно поляризоване світло – це світло, у якого електричний вектор світлових коливань лежить в одній площині (рис. 7.3). У природного світла напрямки коливань світлового вектора \vec{E} окремих хвиль найрізноманітніші по відношенню до напрямку поширення світла (рис. 7.4).

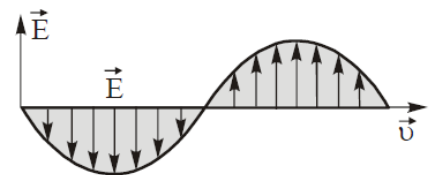


Рис. 7.3

Запитання 7.6. Чому випромінювання джерела, яке містить велике число атомів, є неполяризоване, незважаючи на те, що цуги хвиль, випромінювані окремими атомами, характеризуються певним станом поляризації?

Відповідь. Електромагнітні хвилі (а значить і світлові) поперечні. Однак, разом з тим, світлові хвилі в звичайних умовах не виявляють асиметрії відносно напрямку поширення променя (рис. 7.4). Це зумовлено тим, що світлові хвилі, які випромінюються тілами, є результуючими тих окремих хвиль, які випромінюються його атомами (елементарними вібраторами). Оскільки окремі атоми безперервно змінюють свою просторову орієнтацію, то змінюються з великою частотою і напрямки коливань вектора \vec{E} окремих хвиль світлового променя. Вектор \vec{E} багато мільярдів разів за секунду міняє напрямок своїх коливань. Тому в результуючій хвилі коливання різних напрямків представлені з однаковою імовірністю. Таке світло випромінюють полум'я свічки, електрична дуга і лампа, Сонце тощо. Описане світло називається **природним** або **неполяризованим**. Отже, в природному світлі коливання вектора \vec{E} різних напрямків швидко і безладно змінюють один одного.

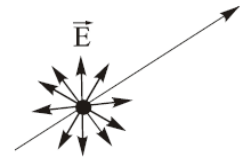


Рис. 7.4

Запитання 7.7. Який оптичний прилад називають поляризатором; аналізатором?

Відповідь. Будь-який пристрій, за допомогою якого можна отримати поляризоване світло, називається **поляризатором**. Для перевірки ступеня поляризації світла використовують також поляризатор, тільки в цьому випадку його називають **аналізатором**. Отже, між поляризатором і аналізатором ніякої суттєвої різниці немає. Це один і той же прилад, тільки, коли його використовують для поляризації світла, його називають поляризатором, а коли його використовують для аналізу поляризованого світла, то його називають аналізатором. Поляризатором, а значить і аналізатором, є стопа Столетова, поляризаційні призми, звичайний шматок скла, оскільки при відбиванні від нього (і заломленні в ньому) світла, воно поляризується.

Запитання 7.8. Яке світло називають частково поляризованим?

Відповідь. Світло, у якого коливання світлового вектора відбуваються у всіх можливих напрямках, але якийсь один із них переважає над іншими (рис. 7.5), називають **частково поляризованим**.

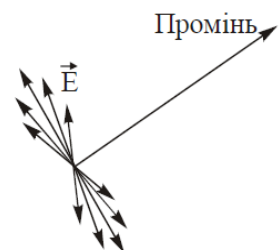


Рис. 7.5

Запитання 7.9. Охарактеризуйте метод отримання лінійно поляризованого світла при відбиванні і заломленні світла на межі двох діелектриків (наприклад, повітря-скло).

Відповідь. Нехай природний світловий промінь падає на поверх-

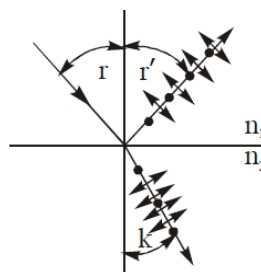


Рис. 7.6

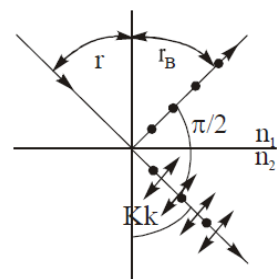


Рис. 7.7

ню скляної пластинки. Якщо кут падіння променя відмінний від нуля, то відбитий і заломлений промені виявляться частково поляризованими. У відбитому промені переважають коливання електричного вектора \vec{E} , перпендикулярні до площини падіння (на рис. 7.6, ці коливання позначені точками), а в заломленому – коливання паралельні площині падіння (на рис. 7.6 вони зображені двосторонніми стрілками). Досвід показує, що ступінь поляризації обох променів залежить від кута падіння. При куті падіння, який задовольняє умові

$$\operatorname{tgr} r_B = n_{21} = \frac{n_2}{n_1}, \quad (7.1)$$

де n_1 і n_2 – відповідно абсолютні показники заломлення 1-ого і 2-ого середовищ, n_{21} – відносний показник 2-ого середовища відносно 1-ого, відбитий промінь повністю поляризований (він містить тільки коливання, перпендикулярні до площини падіння (рис. 7.7)). Співвідношення (7.1) носить назву **закону Брюстера**, а кут r_B називають кутом Брюстера або кутом повної поляризації.

При виконанні закону Брюстера (7.1) заломлений промінь максимально поляризований, але не повністю. Якщо частково поляризований заломлений промінь пропустити через 8 – 10 скляних пластинок, то він стане повністю лінійно поляризованим. Група таких пластинок, яку прийнято називати стопою Столетова, може служити в якості поляризатора.

Запитання 7.10. Доведіть, що при виконанні умови (7.1) кут між відбитим і заломленим променями дорівнює 90° .

Відповідь. Умова 7.1 записується так :

$$\operatorname{tgr} r_B = n_{21} \quad \text{або} \quad \frac{\sin r_B}{\cos r_B} = n_{21}. \quad (7.2)$$

З другого боку

$$\frac{\sin r_B}{\sin k} = n_{21}. \quad (7.3)$$

Формула (7.3) є математичним виразом закону заломлення світла.

Із (7.2) і (7.3) маємо

$$\frac{\sin r_B}{\sin k} = \frac{\sin r_B}{\cos r_B}. \quad (7.4)$$

Рівність (7.4) має місце тільки за умови, якщо

$$k = \frac{\pi}{2} - r_B,$$

звідки

$$k + r_B = \frac{\pi}{2}.$$

Отже, при виконанні умови (7.1) кут між відбитим і заломленим променями дорівнює $\pi/2$.

Запитання 7.11. З'ясуйте фізичну суть поляризації світла при відбиванні і заломленні його на межі двох діелектриків.

Відповідь. Нехай на межу прозорого діелектрика (наприклад, скла) (рис 7.8,а) падає промінь природного світла (1). На межі він розділяється на два

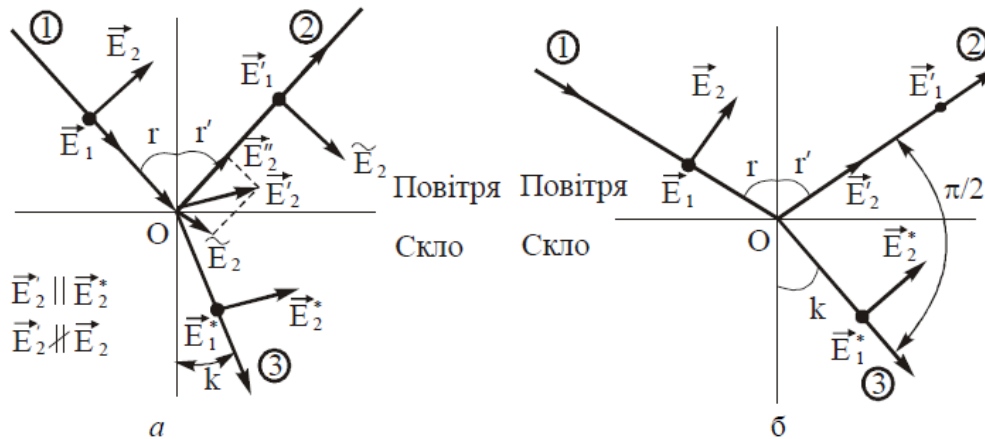


Рис. 7.8

промені – відбитий (2) і заломлений (3). Причиною виникнення в точці O відбитого і заломленого променів є взаємодія падаючого світла із середовищем. Падаюча світлова хвиля, проникаючи в діелектрик, змушує електричні заряди, які входять до складу атомів, здійснювати вимушені коливання. Заряди, що здійснюють вимушені коливання, випромінюють електромагнітні (світлові) хвилі, які називають вторинними. Поза діелектриком вторинні хвилі, накладаючись одна на одну, дають відбиту хвилю. Всередині діелектрика вторинні хвилі, складаючись з падаючою (первинною), дають заломлену хвилю.

Відомо, що хаос всіх можливих напрямків коливань електричного вектора \vec{E} в природному світлі можна замінити сукупністю двох рівних взаємно перпендикулярних компонент. Нехай вектор \vec{E}_2 лежить в площині падіння, а вектор \vec{E}_1 – перпендикулярний до неї (від цієї компоненти на рис. 7.8,а видно тільки слід у вигляді точки). Компонента електричного вектора заломленої хвилі \vec{E}_1^* перпендикулярна до площини падіння і паралельна \vec{E}_1 . Але компонента \vec{E}_2^* вже не паралельна \vec{E}_2 , оскільки заломлений промінь не паралельний падаючому. При цьому істотно, що вектори \vec{E}_1^* і \vec{E}_2^* нерівноправні до відбитого променя: вектор \vec{E}_1^* поперечний по відношенню до площини падіння і може з однаковою імовірністю поширюватися як у заломленому, так і у відбитому променях

(\vec{E}_1^* і \vec{E}_1'), бо вони паралельні. Цього не можна сказати про вектор \vec{E}_2' (це вектор \vec{E}_2^*). Розкладемо вектор \vec{E}_2' в свою чергу на компоненти \vec{E}_2'' і \vec{E}_2 . Внаслідок поперечності світлових хвиль тільки вектор \vec{E}_2 може поширюватися у відбитому промені. В той же час для поширення компоненти \vec{E}_2^* в заломленому промені перешкод немає. Звідси і випливає, що і відбитий, і заломлений промені частково поляризовані, причому у відбитому переважаючим напрямком коливань вектора \vec{E} є напрямок, перпендикулярний до площини падіння (\vec{E}_1'), у заломленому – лежить у площині падіння (\vec{E}_2^*). У випадку, коли кут між відбитим і заломленим променями дорівнює 90° (рис. 7.8,б) вектор \vec{E}_2' співпадає з напрямком відбитого променя, а це означає, що він зовсім не може поширюватися в цьому напрямку. Відбитий промінь повністю поляризований. Заломлений промінь поляризований лише частково.

Запитання 7.12. Що описує формула

$$\operatorname{tgr} r_B = n_{21} = \frac{n_2}{n_1} ? \quad (7.5)$$

Відповідь. При відбиванні світла від межі двох діелектриків відбитий і заломлений промені частково поляризовані. Ступінь поляризації обох променів залежить від кута падіння r . При куті падіння, який задовольняє умові (7.5), відбитий промінь повністю поляризований. Тут r_B – кут Брюстера (кут повної поляризації), n_{21} – відносний показник заломлення другого середовища відносно першого, n_1 і n_2 – відповідно абсолютні показники заломлення 1-го і 2-го середовищ. Формулу (7.5) називають **законом** або **умовою Брюстера** (див. відповідь на запитання 7.9)

Запитання 7.13. Як за допомогою скляної пластинки переконатися, що світло, відбите під кутом Брюстера від такої ж скляної пластинки, лінійно поляризоване?

Відповідь. Для того, щоб переконатися, що світло, відбите під кутом Брюстера від скляної пластинки лінійно поляризоване, можна скористатися іншою такою ж пластинкою, розмістивши її на шляху відбитого променя також під кутом Брюстера. При цьому потрібно дотриматися однієї умови: компонента вектора \vec{E} , яка була перпендикулярна до площини падіння у відбитому промені першої пластинки повинна стати паралельною до площини падіння другої пластинки. Якщо пластинки розмістити достатньо точно, то інтенсивність відбитого променя від другої

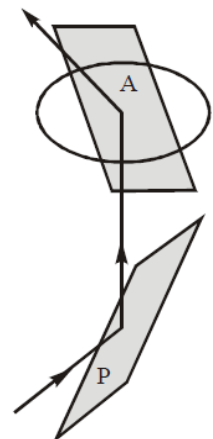


Рис. 7.9

пластинки дорівнюватиме нулю (рис. 7.9). При такому відносному розміщенні двох поляризаційних приладів (в даному випадку це скляні пластинки) називають **схрещеними**.

Запитання 7.14. Опишіть будову та з'ясуйте принцип дії поляризатора (поляризаційної призми) з використанням просвітлення оптики.

Відповідь. Інтенсивність відбитого від поверхні діелектрика світлового променя невелика навіть при виконанні умови Брюстера. Тому метод поляризації світла при відбиванні і заломленні не знайшов широкого застосування. Однак, інтенсивність відбитого і прохідного світла можна суттєво підсилити, якщо скористатись явищем інтерференції світла, зокрема, просвітленням оптики.

Поляризатор, з використанням просвітлення оптики, складається із двох склеєних прямокутних призм, на гіпотенузну грань якої наносять по чергово тонкі діелектричні шари з високим і низьким показниками заломлення (рис. 7.10). Світло, яке падає на таку систему діелектричних шарів під кутом Брюстера розділяється на два промені – відбитий і прохідний, які поляризовані у взаємно перпендикулярних напрямках. Із збільшенням числа діелектричних шарів інтенсивність коливань світлового вектора, які перпендикулярні до площини падіння, у відбитому світлі, швидко зростає і наближається до одиниці ($R_{\perp} = 1$), а інтенсивність коливань, які паралельні площині падіння, швидко зменшуються до нуля ($R_{\parallel} = 0$). В прохідному світлі мають місце обернені співвідношення.

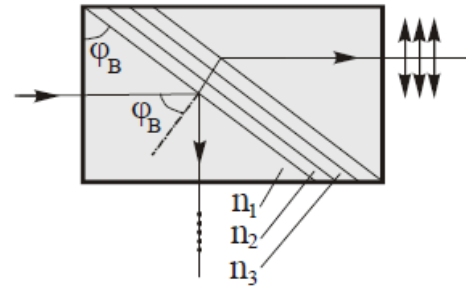


Рис. 7.10

Матеріалом для виготовлення таких призм служить кварц або різні сорти оптичного скла. Діелектричні шари виготовляють, як правило, із двооксидів титану, кремнію або торію.

Зауваження.

Умова $n_i l_i = \lambda / 4$ (оптична товщина шару), яка використовується в просвітленні оптики, тут замінена більш складними співвідношеннями, які отримуються на основі спеціальних розрахунків і експериментальних оцінок.

Запитання 7.15. З'ясуйте фізичну суть та основні характеристики явища подвійного променезаломлення.

Відповідь. Якщо світлова хвиля падає на межу анізотропного середовища, то в ньому виникають дві хвилі, які поширюються від межі в двох напрямках з різними швидкостями. Це явище отримало назву **подвійного променеза-**

ломлення. Воно було відкрито Бартоліном в 1870 р. на кристалі ісландського шпату і в подальшому детально вивчене Гюйгенсом, який дав наступне пояснення явищу подвійного променезаломлення: **падаюча світлова хвиля породжує в кристалі елементарні вторинні світлові хвилі двох видів: сферичні (звичайні) і еліптичні (незвичайні), швидкість яких залежить від напрямку.**

Якщо на грань кристала ісландського шпату (CaCO_3) направити пучок природного світла, то із протилежної грані вийдуть два пучки, які мають напрямки, паралельні початковому (рис. 7.11). Один із них є продовженням первинного, а інший, зміщений вбік, тобто для нього кут заломлення відмінний від нуля, не дивлячись на те, що кут падіння дорівнює нулю. Саме ця обставина дала привід назвати другий пучок – **незвичайним (e)**, а перший, який підкоряється закону заломлення – **звичайним (o)**.

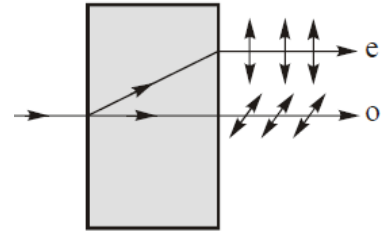


Рис. 7.11

У будь-якого кристала, який має властивість подвійного променезаломлення, існує, принаймні, один напрямок, вздовж якого подвійне променезаломлення відсутнє. Цей напрямок називається **оптичною віссю кристала**.

Кристали, які мають лише один напрямок, вздовж якого не відбувається подвійного променезаломлення, називають **одновісними** (кварц, ісландський шпат). Існують кристали, які мають два напрямки, вздовж яких подвійне променезаломлення відсутнє. Такі кристали називаються **двовісними**.

Будь-яка площина (таких площин є безліч), яка проходить через оптичну вісь кристала, називається **головним перерізом** або **головною площиною**.

Цікавою властивістю звичайного і незвичайного променів є те, що вони обидва лінійно поляризовані. Електричні вектори їх коливаються у взаємно перпендикулярних площинах (рис. 7.11).

Зверни увагу!

Площина коливань звичайного променя перпендикулярна до головного перерізу кристала.

У незвичайному промені коливання світлового вектора здійснюються в площині, яка співпадає з головним перерізом.

Запитання 7.16. Яку поляризацію має світло, яке поширюється: вздовж оптичної осі кристала; перпендикулярно до оптичної осі кристала?

Відповідь. Світло, яке поширюється вздовж оптичної осі кристала своєї поляризації не змінює. Якщо на кристал падає лінійно поляризоване світло, то воно і вийде із кристала лінійно поляризованим. Якщо на кристал падає природне світло, то воно таким залишиться і після виходу із кристала.

Якщо кристалічна пластинка вирізана паралельно до оптичної осі і світловий промінь падає перпендикулярно до грані кристала, то він розіб'ється на два промені (звичайний і незвичайний), які поширюватимуться в одному напрямку (з різними швидкостями), але просторово не розділяючись. Оскільки звичайний і незвичайний промені в кристалі поширюються з різними швидкостями, то на виході із кристала між ними виникне різниця фаз і в результаті, якщо падаюче світло лінійно поляризоване, після кристала отримається в загальному випадку світло, поляризоване по еліпсу.

Запитання 7.17. Яке оптичне явище використано в призмах Ніколя, Волластона, Фуко, Аренса тощо, для отримання лінійно поляризованого світла?

Відповідь. Для отримання лінійно поляризованого світла в якості поляризаторів використовують спеціальні поляризаційні призми, в яких використовуються явище подвійного променезаломлення. Тому для їх виготовлення використовують кристали ісландського шпату, кварцу, натронної селітри тощо, які володіють подвійним променезаломленням. Однак, у вказаних кристалів лінійне розходження звичайного і незвичайного променів дуже мале, тому прості кристали для поляризації світла не використовують. Із таких кристалів виготовляють призми спеціальної геометрії, за допомогою яких можна або повністю розділяти звичайний і незвичайний промені, або розвести їх на таку відстань, щоб їх можна було використати для практичних цілей.

Поляризаційні призми поділяють на **однопроменеві** і **двопроменеві**. У однопроменевих призмах отримується один лінійно поляризований промінь (пучок), у двопроменевих – два, поляризованих у взаємно перпендикулярних площинах.

Запитання 7.18. З'ясуйте будову і принцип дії призми Ніколя.

Відповідь. У 1828 р. шотландський фізик У. Ніколь вперше запропонував поляризаційну однопроменеву призму, схематичне зображення якої наведено на (рис. 7.12). Вона являє собою призму, виготовлену із ісландського шпату, розрізаної по малій діагоналі і склеєної канадським бальзамом. Показник заломлення канадського бальзаму ($n_{к.б} = 1,55$) має проміжне значення між показниками заломлення звичайного і незвичайного променів у призмі ($n_o > n_{к.б} > n_e$). Тому на межі склеєного прошарку звичайний промінь переходить із більш оптично густого середовища в менш оптично густе і, відповідно, при вибраному куті падіння він терпить повне відбивання на межі ісландський шпат – канадський бальзам. Далі звичайний промінь падає на

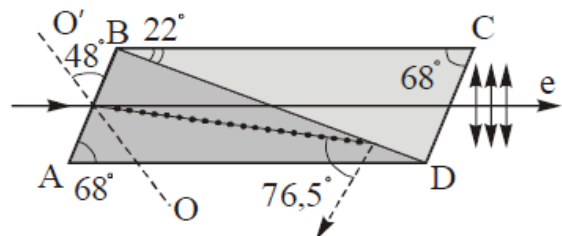


Рис. 7.12

зачорнену китайською тушшю бокову поверхню призми і повністю нею поглинається. Незвичайний промінь при будь-якому куті падіння проходить крізь призму, таким чином із призми виходить лінійно поляризоване світло (рис. 7.12).

Зверни увагу!

Геометрія призми вибрана так, щоб забезпечити виконання умови повного відбивання звичайного променя в призмі.

Запитання 7.19. Чому на діагональній площині призми Волластона відбувається розщеплення падаючого променя на два?

Відповідь. Призма Волластона відноситься до двопробеневої призми. Вона виготовлена із двох тригранних призми ісландського шпату, які вирізані паралельно до оптичної осі і складені так, щоб їхні осі були взаємно перпендикулярні (рис. 7.13). У призми 1 оптична вісь паралельна площині рисунка, а у призми 2 – перпендикулярна до його площини. Промінь світла, який падає на бокову грань призми, розділяється в ній на звичайний і незвичайний, які поширюються в призмі з різними швидкостями, не розділяючись просторово. Переходячи із призми 1 в призму 2, промені міняються місцями; звичайний промінь стає незвичайним і навпаки. В результаті один промінь (звичайний) переходить із оптично більш густого середовища в оптично менш густе, другий (незвичайний) – навпаки. Тому один промінь на межі заломиться вгору, а другий – настільки ж вниз, і із призми симетрично вийдуть два лінійно поляризовані промені, розведені настільки, що кожен із них можна використати для практичних цілей.

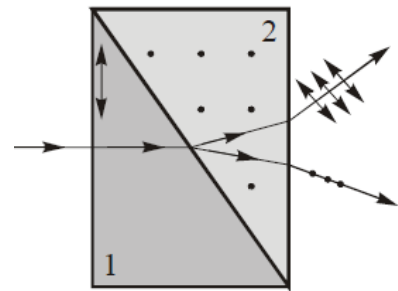


Рис. 7.13

Запитання 7.20. Яке явище називають лінійним дихроїзмом? Назвіть речовини, які володіють даним явищем.

Відповідь. В деяких двозаломлюючих кристалах, один із променів поглинається сильніше. Тобто, в таких кристалах поглинання залежить від напрямку коливання світлового вектора променя (анізотропія поглинання). Про такі кристали говорять, що вони володіють **лінійним дихроїзмом**. Це явище було відкрито П. Кордье у 1809 р. на мінералі, який отримав назву **кордиєрита**.

Сильним дихроїзмом володіє кристал турмаліну, в якому звичайний промінь повністю поглинається кристалом турмаліну товщиною 1 мм. Такий кристал пропускає тільки незвичайний промінь. Отже, така пластинка може служити поляризаційним пристроєм (поляризатором). Недоліком турмаліну є те, що він володіє селективним (вибірковим) поглинанням.

Кристали сірчаноокислого йодхініну (герапатиту) ще яскравіше проявляють дихроїзм, які при товщині 0,3 мм повністю поглинають один із променів. Однак, кристали герапатиту дуже малі. Тому, щоб виготовити поляризатор з великою площею поверхні, застосовують целулоїдні плівки, в які вводять велике число однаково орієнтованих кристалів герапатиту. Такі плівки називаються **поляроїдами**.

Запитання 7.21. Окрім поняття «лінійний дихроматизм» існують ще поняття «коловий дихроматизм» та «еліптичний дихроматизм». Що це таке?

Відповідь. До двозаломлюючих речовин можна віднести і речовини, в яких лінійно поляризований промінь розділяється на два промені, поляризовані по правому і лівому колу, або по правому і лівому еліпсу. І якщо в такій речовині один із променів поглинається сильніше іншого, то говорять, що така речовина володіє **коловим (еліптичним) дихроїзмом**.

Запитання 7.22. Чому дихроїчні речовини по різному забарвлені, якщо їх спостерігати під різними напрямками?

Відповідь. Різна забарвленість дихроїчних речовин пояснюється залежністю коефіцієнта поглинання від довжини світлової хвилі. Назва «**дихроїзм**» походить від грецького слова – **двоколірний**.

Запитання 7.23. Які середовища називають оптично ізотропними; оптично анізотропними?

Відповідь. Середовища, оптичні властивості яких не залежать від напрямку поширення в них світла, називаються **оптично ізотропними**. За звичайних умов газоподібні, рідкі і тверді аморфні діелектрики є оптично ізотропні.

Середовища, в яких оптичні властивості залежать від напрямку поширення світла, є **оптично анізотропними**. Зокрема, в таких середовищах від напрямку залежить діелектрична проникність ε середовища. Із анізотропії ε випливає, що електромагнітним хвилям з різними напрямками \vec{E} відповідають різні значення показника заломлення n . Тому швидкість поширення світлових хвиль в таких середовищах залежить від напрямку поляризації світлового вектора \vec{E} .

Запитання 7.24. Як визначити показник заломлення непрозорого діелектрика? Які для цього необхідні прилади?

Відповідь. Показник заломлення діелектрика можна визначити за допомогою закону Брюстера:

$$\operatorname{tgr}_B = n.$$

Однак, для цього необхідно виміряти кут Брюстера. Щоб визначити кут Брюстера необхідно мати джерело світла, яке дає достатньо вузький і інтенсивний пучок світла, аналізатор для встановлення, що відбитий промінь повністю лінійно поляризований, при певному значенні кута падіння і пристрій для вимірювання кутів (хоча б транспортер). За отриманим значенням кута Брюстера знайдемо n діелектрика.

Запитання 7.25. Визначіть кут Брюстера при відбиванні світла від дна скляної посудини наповненої водою. Показник заломлення скла $n = 1,5$.

Відповідь. Для визначення величини кута Брюстера скористаємось законом Брюстера:

$$\operatorname{tgr} r_B = \frac{n_2}{n_1},$$

де r_B – кут Брюстера, n_1 – показник заломлення води (прийmemo, що $n_1 = 1,33$), n_2 – показник заломлення скла. Тоді

$$\operatorname{tgr} r_B = \frac{1,5}{1,33} \Rightarrow r_B = 49^\circ 24'.$$

Запитання 7.26. Покажіть, що із закону Брюстера випливає перпендикулярність відбитого і заломленого променів.

Відповідь. Див. відповідь на запитання 7.10

Запитання 7.27. Відомо, що електричні вектори звичайного \vec{E}_o і незвичайного \vec{E}_e променів коливаються у взаємно перпендикулярних площинах. Чим є ці площини?

Відповідь. Будь-яка площина, яка проходить через оптичну вісь двозаломлюючого кристала, називається **головною площиною**, або **головним перерізом** (див. відповідь на запитання 7.15). Електричний вектор звичайного променя коливається перпендикулярно до головної площини (головного перерізу) кристала, у незвичайному промені електричний вектор коливається в площині головного перерізу.

Запитання 7.28. Чи завжди у двозаломлюючому кристалі незвичайний промінь поширюється зі швидкістю $v_e = c / n_e$?

Відповідь. Ні. Не завжди. Під показником заломлення незвичайного променя прийнято розуміти показник заломлення незвичайного променя для напрямку поширення, який перпендикулярний до оптичної осі кристала. В цьому напрямку показник заломлення незвичайного променя у додатного кристала

найбільший, а швидкість поширення незвичайного променя найменша $v = c/n_e$. У всіх інших напрямках показник заломлення буде меншим, а в напрямку оптичної осі кристала є мінімальним, а швидкість поширення незвичайного променя у додатного кристала буде максимальною. Отже, незвичайний промінь в двозаломлюючому кристалі може поширюватися не тільки зі швидкістю $v_e = c/n_e$, вона залежить від напрямку поширення його в кристалі. У від'ємних кристалів все буде навпаки.

Запитання 7.29. Що виражають формули

$$I_p = \frac{1}{2} k_p I_0 \quad (7.6)$$

$$I_a = k_a I_0 \cos^2 \alpha = \frac{1}{2} k_a k_p I_0 \cos^2 \alpha. \quad (7.7)$$

Відповідь. Якщо пучок природного світла інтенсивністю I_0 падає на поляризатор P_1 (рис. 7.14), то після поляризатора отримується лінійно поляризоване світло, інтенсивність якого визначається формулою 7.6, де k_p – прозорість поляризатора. Досвід показує, що інтенсивність світла після проходження його через поляризатор P_1 не змінюється при обертанні поляризатора навколо напрямку поширення променя. Від положення поляризатора залежить лише орієнтація площини поляризації світла. Формула (7.6) є прямим наслідком того, що в природному світлі жодний із напрямків коливань електричного вектора не переважає.

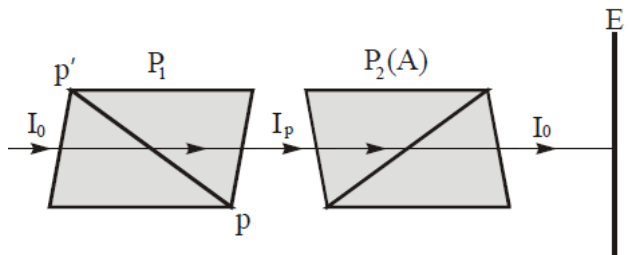


Рис. 7.14

Інтенсивність світла, яке пройде через аналізатор (поляризатор P_2), залежатиме від кута α між головними площинами аналізатора ($a - a'$) і поляризатора ($p - p'$) (рис. 7.15). Якщо \vec{E}_p^0 – амплітуда вектора лінійно поляризованого світла, яке пройшло через поляризатор, то на вході в аналізатор цей вектор розкладеться на два вектори: \vec{E}_1^0 – перпендикулярний до головної площини аналізатора, і \vec{E}_2^0 – паралельний до головної площини аналізатора. Із рис. 7.15 маємо

$$\vec{E}_1^0 = \vec{E}_p^0 \sin \alpha \quad \text{і} \quad \vec{E}_2^0 = \vec{E}_p^0 \cos \alpha.$$

Перший із них не пройде через аналізатор, оскільки він перпендикулярний до головної площини аналізатора. Через аналізатор повністю пройде тільки вектор \vec{E}_2^0 . Тоді

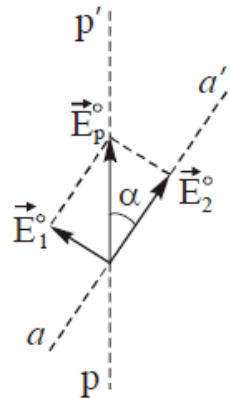


Рис. 7.15

$$\vec{E}_a^0 = \vec{E}_2^0 = \vec{E}_p^0 \cos \alpha.$$

Оскільки інтенсивність світла пропорційна квадрату амплітуди ($I \sim (E^0)^2$), то останнє співвідношення перепишеться так:

$$I_a = I_p \cos^2 \alpha, \quad (7.8)$$

або

$$I_a = k_a I_p \cos^2 \alpha, \quad (7.8, a)$$

де k_a – коефіцієнт прозорості аналізатора. Якщо врахувати формулу (7.6), то формула (7.8, a) запишеться так :

$$I_a = \frac{1}{2} k_p k_a I_0 \cos^2 \alpha. \quad (7.9)$$

Це є не що інше, як формула (7.7), яка виражає залежність інтенсивності лінійно поляризованого світла при проходженні його через аналізатор від кута α між напрямком коливання електричного вектора світла і головною площиною аналізатора. Формула (7.7) носить назву **закону Малюса**.

Із (7.9) видно, що якщо $\alpha = 0$ (поляризатор і аналізатор паралельні), $\cos \alpha = 1$ і $I_a = I_p$, тобто освітленість екрана після аналізатора буде максимальна. При $\alpha = 90^\circ$ (поляризатор і аналізатор схрещені, $\cos \alpha = 0$), освітленість екрана після аналізатора рівна нулю ($I_a = 0$).

Запитання 7.30. Що виражає формула :

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} ? \quad (7.10)$$

Відповідь. Частково поляризоване світло (див. відповідь на запитання 7.8) характеризується величиною, яка називається **ступенем поляризації P** , що визначається формулою (7.10).

Якщо на шляху частково поляризованого світла поставити аналізатор (рис. 7.16), то, обертаючи його навколо напрямку поширення світла, інтенсивність світла на екрані буде змінюватися від I_{\max} до I_{\min} і навпаки через кожні 90° . Максимальна інтенсивність I_{\max} на екрані отримується, коли оптична вісь аналізатора співпадає з переважаючим напрямком коливань електричного вектора світлової хвилі (на рис. 7.16 це напрямок OO'). Повернувши аналізатор на 90° , на екрані отримаємо мінімальну інтенсивність I_{\min} . Отже, для визначення ступеня поляризації світ-

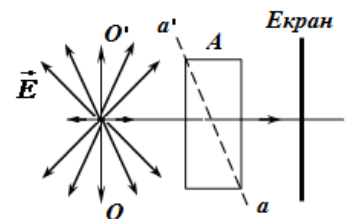


Рис. 7.16

ла необхідно скористатися аналізатором і екраном. Для лінійно поляризованого світла $I_{\min} = 0$, а значить $P = 1$, або 100 %; для природного світла $I_{\max} = I_{\min}$ (освітленість екрана не змінюється при повороті аналізатора), а $P = 0$.

Запитання 7.31. Обертаючи аналізатор навколо напрямку поширення світла, освітленість на екрані змінюється від $I_{\min} = 0$ до I_{\max} і навпаки, через кожні 90° . Яке світло падає на аналізатор? Обґрунтуйте відповідь.

Відповідь. Спробуйте дати відповідь самі.

Запитання 7.32. Яку поляризацію світла називають: коловою; еліптичною?

Відповідь. Якщо кінець електричного вектора світлової хвилі з часом описує коло (в перерізі), то таку поляризацію називають **коловою (циркулярною)**

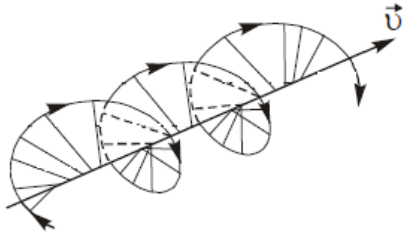


Рис. 7.17

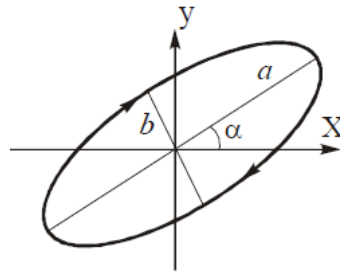


Рис. 7.18

ною) (рис. 7.17). При коловій поляризації величина вектора \vec{E} з часом не змінюється. Тому, якщо на шляху поляризованого по колу світла розмістити аналізатор, то інтенсивність на екрані після аналізатора не мінятиметься при повертанні його навколо напрямку поширення світла. Теж саме ми будемо спостерігати, якщо на аналізатор падатиме природне світло.

Якщо кінець електричного вектора світлової хвилі з часом описує еліпс, то таку поляризацію називають **еліптичною** (рис. 7.18). При еліптичній поляризації величина вектора \vec{E} змінюється з часом від $\vec{E}_{\min} = b/2$ (половині малої піввісі еліпса) до $\vec{E}_{\max} = a/2$ (половина великої піввісі еліпса). Тому, якщо на шляху поляризованого світла по еліпсу розмістити аналізатор, то інтенсивність світла на екрані після аналізатора буде змінюватися від I_{\max} до I_{\min} в залежності від положення оптичної осі аналізатора. Якщо оптична вісь співпадає з напрямком великої піввісі еліпса, то інтенсивність світла на екрані буде максимальною (I_{\max}), а якщо оптична вісь співпадає з малою піввіссю, то інтенсивність на екрані буде мінімальною (I_{\min}). Подібну картину можна спостерігати і при аналізі частково поляризованого світла.

Запитання 7.33. Яку колову (еліптичну) поляризацію називають: правою; лівою?

Відповідь. Поляризація називається **правоколовою (правоеліптичною)**, якщо кінець електричного вектора \vec{E} обертається за годинниковою стрілкою, якщо спостерігач дивиться назустріч поширення світла (і навпаки).

Запитання 7.34. Яким чином можна отримати світло поляризоване: по колу; по еліпсу?

Відповідь. Світло, поляризоване по колу, можна отримати шляхом додавання двох хвиль, напрямки коливань векторів \vec{E}_1 і \vec{E}_2 яких здійснюються у взаємно перпендикулярних площинах (напрямах). При цьому необхідно дотриматись певних умов: амплітуди цих хвиль повинні бути рівними $\vec{E}_{01} = \vec{E}_{02}$, а їхня різниця фаз повинна дорівнювати $\delta = \pi / 2$ (або різниця ходу $\Delta = \lambda / 4$).

За дотримання наведених умов в результаті додавання хвиль отримається світлова хвиля, поляризована по колу (рис. 7.19). При цьому, як видно із рис. 7.19, світлова хви-

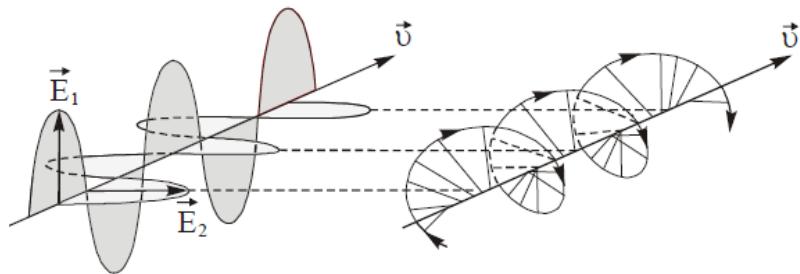


Рис. 7.19

ля, яка утворилася, є лівополяризованою, тобто кінець вектора \vec{E} описує лівогвинтову лінію на поверхні колового циліндра. Якщо б перша хвиля випередила другу на ту ж саму величину (на $\pi / 2$), то отрималась би правоколова поляризація.

Світло, поляризоване по еліпсу, також можна отримати шляхом додавання двох лінійно поляризованих світлових хвиль, вектори \vec{E}_1 і \vec{E}_2 яких коливаються у взаємно перпендикулярних площинах. В загальному випадку при довільній різниці фаз кінець електричного вектора результуючої хвилі буде описувати еліптичну гвинтову лінію, і, проекційна картина буде еліпсом (рис 7.20).

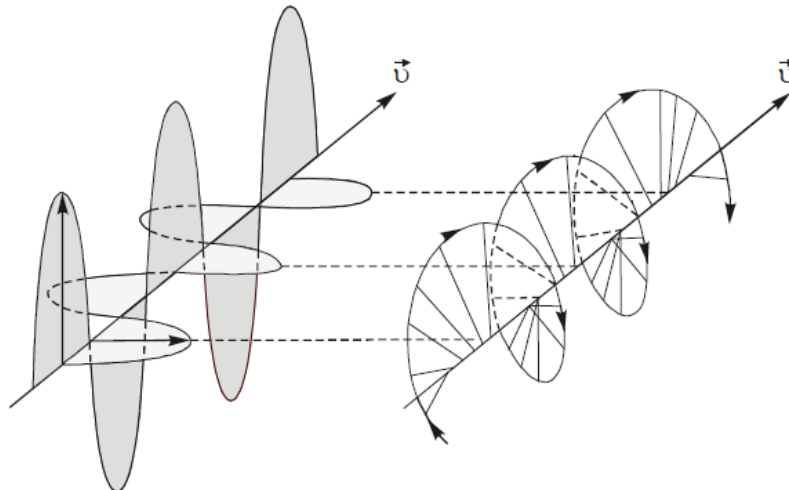


Рис. 7.20

Еліптичну поляризацію можна отримати і при додаванні хвиль з різницею фаз $\pi/2$, за умови, що амплітуди цих хвиль будуть різними.

Зверни увагу!

В загальному випадку, якщо різниця фаз хвиль $\delta = (2k + 1)\frac{\pi}{2}$ і, $\vec{E}_{01} = E_{02}$,

утворюється світло, поляризоване по колу.

Якщо різниця фаз хвиль $\delta = k\pi$, утворюється лінійно поляризоване світло.

У всіх інших випадках утворюється світло, поляризоване по еліпсу.

Запитання 7.35. Що таке: чвертьхвильова пластинка (пластинка в $\lambda/4$); пластинка в півхвилі ($\lambda/2$); пластинка, товщиною λ ?

Відповідь. Чвертьхвильова пластинка – це пластинка, вирізана із двозаломлюючого кристала (наприклад, кварцу), паралельно оптичній осі з оптичною товщиною $\lambda/4$. Це означає, що звичайний і незвичайний промені, які утворюються в чверть хвильовій пластинці, на виході із неї будуть мати різницю ходу $\lambda/4$, або різницю фаз $\delta = \pi/2$.

Виготовлення таких тонких пластинок важке завдання, тому на практиці виготовляють більш товсті пластинки, які дають різницю ходу $\Delta = \left(k + \frac{1}{4}\right)\lambda$

або $\delta = \left(2k + \frac{1}{2}\right)\pi$, де $k = 0, 1, 2, 3, \dots$ – стале ціле число.

Пластинка в півхвилі $\lambda/2$ так само вирізається із двозаломлюючого кристала паралельно оптичній осі з оптичною товщиною $\lambda/2$. Різниця фаз між звичайним і незвичайним променями на виході із пластинки буде дорівнювати π . На практиці виготовляють пластинки з різницею ходу променів

$\Delta = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda$ або різницею фаз $\delta = \left(2k + \frac{1}{2}\right)\pi$, де k

$= 0, 1, 2, 3, \dots$ – стале ціле число.

Пластинка, товщиною λ , вирізається із двозаломлюючого кристала паралельно оптичній осі оптичною товщиною $k\lambda$. Різниця фаз між звичайним і незвичайним променями на виході із пластинки $\delta = 2k\pi$, де $k = 1, 2, 3, \dots$ – стале ціле число (рис. 7.21).

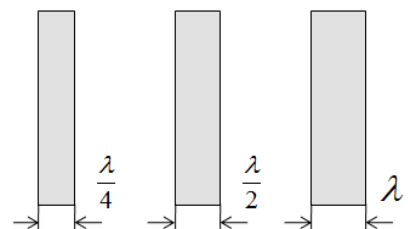


Рис. 7.21

Запитання 7.36. Як, і за допомогою яких приладів, можна отримати світло, поляризоване: по колу; по еліпсу?

Відповідь. Поляризоване світло по колу можна отримати за допомогою чвертьхвильової пластинки і поляризатора (рис. 7.22). Поляризатор служить для отримання лінійно поляризованого світла. Далі лінійно поляризоване світло падає на чвертьхвильову пластинку. Звичайний і незвичайний промені на виході із пластинки набудуть різниці ходу

$$\Delta = d(n_0 - n_e) = \left(k + \frac{1}{4}\right)\lambda,$$

різницю фаз

$$\delta = \left(2k + \frac{1}{2}\right)\pi.$$

Додаючись на виході утвориться поляризоване світло по колу, в чому можна пересвідчитися за допомогою аналізатора. Якщо чвертьхвильова пластинка вирізана із додатного двозаломлюючого кристала, то на виході із нього утвориться правополяризоване світло, а якщо чвертьхвильова пластинка вирізана з від'ємного двозаломлюючого кристала, то утвориться лівополяризоване світло.

Зверни увагу!

Для того, щоб на виході із чвертьхвильової пластинки отрималось поляризоване світло по колу, поляризатор і чвертьхвильову пластинку слід розмістити так, щоб їхні оптичні осі утворювали кут $\alpha = \pi/4$. За виконання цієї умови, яка є обов'язковою, амплітуди звичайного і незвичайного променів будуть однаковими ($E_0^0 = E_e^0$)

Поляризоване світло по еліпсу отримується так само, як і поляризоване світло по колу, однак кут між оптичними осями поляризатора і чвертьхвильової пластинки не повинен дорівнювати $\pi/2$. За виконання цієї умови амплітуди звичайного і незвичайного променів не дорівнюватимуть одна одній ($E_0^0 \neq E_e^0$) і, навіть при різниці фаз $\delta = (2k + 1)\frac{\pi}{2}$, утвориться поляризоване світло по еліпсу.

Запитання 7.37. Які двозаломлюючі кристали називають: додатними (позитивними); від'ємними (негативними)?

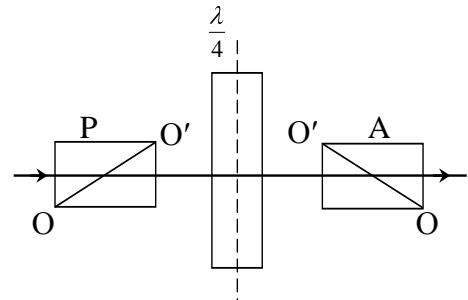


Рис. 7.22

Відповідь. Кристали, в яких швидкість поширення звичайного променя більша швидкості незвичайного променя ($v_o > v_e$), називають **додатними (позитивними)**. Якщо швидкість світла звичайного променя в кристалі менша за швидкість світла незвичайного ($v_o < v_e$), то такі кристали називають **від'ємними**. Від співвідношення швидкостей звичайного і незвичайного променів в кристалі на виході із нього буде залежати різниця фаз між світловими хвилями, від чого залежатиме утвориться світло поляризоване по правому, чи по лівому колу (еліпсу).

Запитання 7.38. Як відрізнити лівополяризоване по колу світло від правополяризованого?

Відповідь. Поляризоване світло по колу отримується внаслідок пропускання лінійно поляризованого світла через чвертьхвильову пластинку. Оскільки звичайний і незвичайний промені, які утворюються в чвертьхвильовій пластинці, поширюються з різними швидкостями, то на виході із пластинки між ними виникне різниця фаз $\delta = \pi/2$ і в результаті додавання утвориться світло, поляризоване по колу (див. відповідь на запитання 7.36). Якщо це світло ще раз пропустити через пластинку в чверть хвилі, то звичайний і незвичайний промені набудуть додаткової різниці фаз, рівної $\pi/2$, і загальна різниця фаз між ними стане π , що призведе до утворення після пластинки лінійно поляризованого світла.

Якщо електричний вектор, утвореного після фазової пластинки, лінійно поляризованого світла, коливатиметься в першому і третьому квадрантах, то світло було поляризоване по правому колу (рис. 7.23,а), якщо ж електричний вектор, утвореного після фазової пластинки лінійно поляризованого світла, коливатиметься в другому і четвертому квадрантах (рис. 7.24,б), то світло було поляризоване по лівому колу. В цьому легко переконатися, якщо лінійно поляризоване світло пропустити через аналізатор.

Запитання 7.39. Як відрізнити : частково поляризоване світло від світла поляризованого по еліпсу; природне світло від суміші природного світла зі світлом, поляризованим по колу?

Відповідь. Для аналізу названих видів світла необхідно світловий пучок пропустити через чвертьхвильову пластинку і аналізатор (рис. 7.24). Якщо при повертанні аналізатора навколо

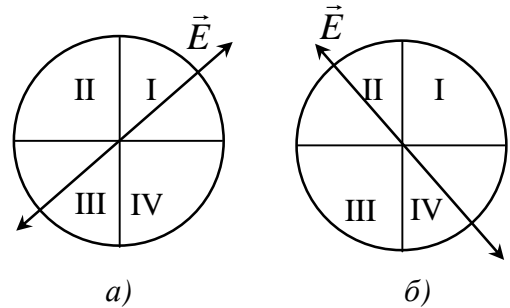


Рис. 7.23

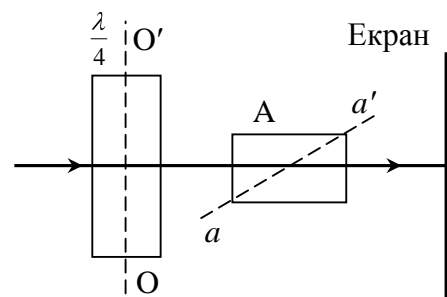


Рис. 7.24

напрямку поширення світла при будь-якому положенні чвертьхвильової пластинки інтенсивність світла, що пройшло через систему, не змінюється, світло природне; якщо інтенсивність світла змінюється від I_{\max} до $I_{\min} = 0$, то світло поляризоване по колу, оскільки чвертьхвильова пластинка поляризоване світло по колу перетворює в лінійно поляризоване. Якщо інтенсивність світла після аналізатора змінюється, але не падає до нуля ($I_{\min} \neq 0$), то світло поляризоване по еліпсу, або є сумішшю природного світла зі світлом, поляризованим по колу. Для того, щоб відрізнити останні два види світла, необхідно зафіксувати чвертьхвильову пластинку так, щоб її оптична вісь співпала з великою або малою піввіссю еліпса. Якщо після цього при повертанні аналізатора інтенсивність світла, яке пройшло через систему, буде змінюватися від I_{\max} до $I_{\min} = 0$, то світло, поляризоване по еліпсу (світло поляризоване по еліпсу, перетворюється в лінійно поляризоване); якщо інтенсивність світла при повертанні аналізатора змінюється, але не падає до нуля ($I_{\min} \neq 0$), то світло є сумішшю природного і поляризованого по колу (див. відповідь на запитання 7.38).

Запитання 7.40. Відомо, що відбите від поверхні води світло частково лінійно поляризоване. Визначте, в якій частині дня поляризація сонячних променів, відбитих від поверхні водойми, максимальна. Що для цього потрібно знати? Як у цьому пересвідчитися на практиці?

Відповідь. Світлові хвилі, відбиті від поверхні води будуть максимально поляризовані за виконання умови Брюстера: $\operatorname{tg} r_B = n_g$, де r_B – кут Брюстера. Оскільки $n_g = 1,33$, то $r_B = 53^\circ$. Отже, щоб відбите від поверхні водойми світло було максимально поляризоване, Сонце повинно знаходитися над горизонтом на висоті $\alpha = 90^\circ - 53^\circ = 37^\circ$. Це буде в другій половині дня, близько до заходу Сонця.

Щоб переконатися, що відбите від поверхні водойми світло максимально поляризоване, потрібно скористатися аналізатором (рис. 7.25). Обертаючи аналізатор навколо напрямку світлового пучка відбитого від поверхні водойми можна знайти його положення, коли аналізатор світла не пропустить. Це станеться тоді, коли оптична вісь аналізатора стане перпендикулярною до напрямку коливання електричного вектора відбитого світла.

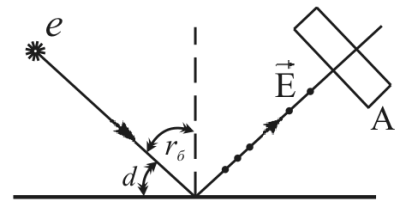


Рис. 7.25

Запитання 7.41. Якої поляризації отримається світло, якщо товщина кристалічної пластинки така, що вона створює різницю ходу між звичайним і незвичайним променями рівну $(3/2)\lambda$? На пластинку падає лінійно поляризоване світло.

Відповідь. Якщо на виході із двозаломлюючої пластинки різниця ходу між звичайним і незвичайним променями $\Delta = \frac{3}{2}\lambda = \lambda + \frac{1}{2}\lambda$, що відповідає різниці фаз $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{3}{2}\lambda = 3\pi$, то результуючою хвилею буде лінійно поляризована хвиля, вектор \vec{E} якої коливатиметься в другому і четвертому квадрантах.

Запитання 7.42. Яке світло отримується при проходженні природного світла через кристалічну пластинку в: $\lambda/4$; $\lambda/2$?

Відповідь. а) Природне світло можна собі уявити як сукупність численних хвиль, лінійно поляризованих у всіх можливих напрямках. Якщо таке світло направити на чвертьхвильову пластинку, то на виході із неї, кожна із елементарних лінійно поляризованих хвиль перетвориться в еліптично поляризовану хвилю, і, як наслідок, із пластинки вийде світло, яке буде представляти собою сукупність численних еліптично поляризованих хвиль без будь-якої переважаючої орієнтації еліпсів, тобто **світло залишиться природним**. Отже, чвертьхвильова пластинка вносить зміни у його внутрішню структуру (мікроструктуру), перетворюючи природне світло, яке складається із сукупності довільно орієнтованих лінійно поляризованих хвиль, також у природне світло, але яке складається із довільно орієнтованих еліптично поляризованих хвиль.

б) Виходячи із тих же самих міркувань, що і в пункті а, кристалічна пластинка в $\lambda/2$ не призведе до якогось іншого виду поляризації світла, навіть не зміниться внутрішня структура світла, зміняться тільки напрямки коливань вектора \vec{E} , численних лінійно поляризованих хвиль з яких складається світло. Світло і в цьому випадку залишиться природним.

Запитання 7.43. Яким чином експериментально можна виявити внутрішню структуру світла?

Відповідь. Вперше зміни у внутрішній структурі світла були виявлені російським фізиком радянської доби С.І. Вавиловим. Вавилов же ввів в оптику термін «**мікроструктура світла**».

Схема досліду С.І. Вавилова для виявлення внутрішньої структури природного світла наведена на рис. 7.26. Пучки світла 1 і 2 лінійно поляризовані і когерентні, а це означає, що вони, накладаючись, будуть інтерферувати. Якщо на шляху одного із пучків (наприклад, пучка 1) розмістити *КП* пластинку в $\lambda/2$ (для компенсації різниці ходу, яка утворилася

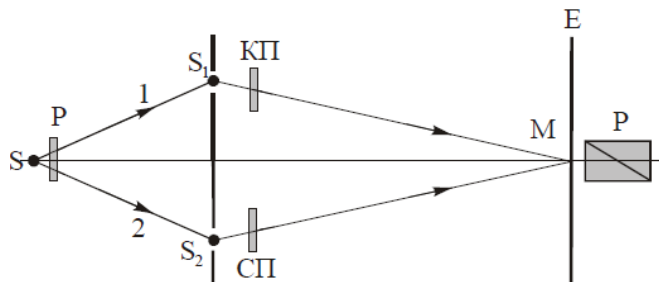


Рис. 7.26

на шляху другого пучка, ставиться відповідно підібрана скляна пластинка ($СП$), то хоча пучки залишаються когерентними, але очікуваної інтерференційної картини не дадуть. Поле виявиться однорідно освітленим.

Суть змін, які відбуваються на досліді, в наступному. В обох пучках світла після поляризатора електричні вектори світлових хвиль коливаються в одному напрямку (рис. 7.27,а). В світловому пучку, який проходить через пластинку в $\lambda/2$, світло залишається лінійно поляризованим, але відбувається зміна напрямку поляризації із 1 – 3 квадрантів в 2 – 4 квадранти (рис. 7.27,б). Тобто завдяки дії кристалічної пластинки на один

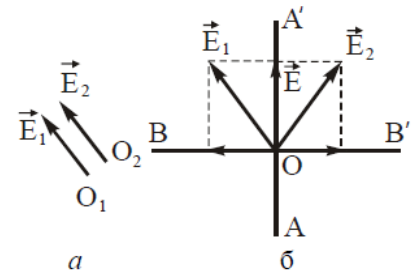


Рис. 7.27

із пучків вектори \vec{E}_1 і \vec{E}_2 будуть коливатися в різних напрямках, тому результат інтерференції залежатиме від кута між векторами $O\vec{E}_1$ і $O\vec{E}_2$ так, що в середньому не буде ні максимумів, ні мінімумів. Разом з тим, це не буде також безладна картина, як при накладанні некогерентних променів.

Якщо розкласти кожний із світлових векторів на дві складові по AA' і BB' (рис. 7.27,б), то виявиться, що складові по AA' зберегли попередню різницю фаз, тоді як складові по BB' мають протилежні напрямки, тобто зсунуті додатково за фазою на π .

Тому перші дають інтерференційну картину із максимумом в центрі поля, другі – інтерференційну картину з мінімумом в центрі поля. А оскільки інтенсивності обох компонент в середньому однакові, то обидві однаково яскраві і зсунуті на $1/2$ смуги інтерференційні картини не дадуть видимої інтерференційної картини.

Цю «приховану» інтерференційну картину можна виявити, якщо її розглядати через поляризатор. Якщо поляризатор орієнтувати паралельно напрямку AA' , то він погасить всі компоненти, які напрямлені паралельно BB' , і дозволить бачити інтерференційну картину з максимумом в центрі поля. Повернувши поляризатор паралельно BB' , ми затримаємо всі коливання паралельні AA' , і побачимо другу інтерференційну картину з мінімумом в центрі поля. Якщо поляризатор розмістити під кутом 45° до AA' , то інтерференційна картина, як і раніше, помітна не буде.

Запитання 7.44. Яким умовам повинні задовольняти дві лінійно поляризовані хвилі, які поширюються в одному напрямку, щоб при їх додаванні утворилася хвиля: поляризована по еліпсу; поляризована по колу; лінійно поляризована?

Відповідь. Поляризована хвиля по еліпсу утвориться за таких умов: за довільної різниці фаз; за різниці фаз $\delta = (2k + 1/2)\pi$ при $\vec{E}_{01} \neq \vec{E}_{02}$, $k = 0, 1, 2, \dots$

Поляризоване світло по колу утвориться за умови, що $\vec{E}_{01} = \vec{E}_{02}$, а різниця фаз $\delta = (2k + 1/2)\pi$, $k = 0, 1, 2, \dots$

Лінійно поляризоване світло утвориться за умови, що $\delta = k\pi$.

Запитання 7.45. В яких випадках тонка кристалічна пластинка, вирізана перпендикулярно до оптичної осі і розміщена між схрещеними ніколями, здається темною в монохроматичному світлі?

Відповідь. Система, складена із двох паралельних ні колів, вільно пропускає світло інтенсивністю $I = I_0 / 2$. Якщо між ніколями системи розмістити кристалічну пластинку, вирізану перпендикулярно оптичної осі і система світла не пропустить, то це означає, що кристалічна пластинка повертає площину поляризації лінійно поляризованого світла, яке на неї падає після першого ніколя, на кут $\alpha = \pi / 2$, або в загальному випадку на кут $\alpha = (k + 1/2)\pi$, де $k = 0, 1, 2, \dots$, і другий ніколь світла не пропустить.

Запитання 7.46. Як розуміти твердження: **кристалічна пластинка вирізана паралельно оптичній осі; перпендикулярно до оптичної осі.**

Відповідь. Перше твердження означає, що оптична вісь кристалічної пластинки проходить через торці кристала, а світло, при її використанні, поширюється перпендикулярно до оптичній осі. Друге твердження означає, що оптична вісь пластинки перпендикулярна до її площини, а світло, при її використанні, поширюється паралельно до оптичній осі.

Запитання 7.47. Що виражає формула :

$$\varphi = \alpha d ? \quad (7.11)$$

Відповідь. Формула (7.11) виражає величину кута повертання площини поляризації світла твердими кристалічними тілами.

Вперше повертання площини поляризації було виявлено в 1811 р. Д. Араго. При проходженні лінійно поляризованого світла крізь кристал кварцу вздовж його оптичної осі площина поляризації поверталася навколо напрямку поширення променя.

Зверніть увагу!

При поширенні світла в кристалі в напрямку його оптичної осі, подвійне променезаломлення відсутнє.

Речовини, які здатні повертати площину поляризації, називаються **оптично активними**. Якщо дивитися назустріч променю і речовина повертає площину поляризації за годинниковою стрілкою, то таку речовину (тіло) назива-

ють **правообертаючою**. **Лівообертаючі** речовини обертають площину поляризації проти годинникової стрілки.

Деякі оптично активні речовини існують в двох модифікаціях, які відрізняються одна від одної зовнішньою формою і внутрішньою структурою. Як наслідок одна із цих модифікацій повертає площину поляризації вправо, інша – вліво. Це явище отримало назву **енантоморфізму**.

Коефіцієнт α в формулі (7.11) називається **питомим повертанням** і чисельно дорівнює куту повороту φ площини поляризації шаром оптично активної речовини одиничної товщини (1 мм).

Коефіцієнт α сильно залежить від довжини хвилі і температури. Так для кварцової пластинки для червоного світла ($\lambda_{\text{ч}} = 7,6 \cdot 10^{-6} \text{ м}$) $\alpha = 15 \text{ град/мм}$, для жовтого ($\lambda_{\text{ж}} = 5,6 \cdot 10^{-7} \text{ м}$) $\alpha = 27 \text{ град/мм}$, для синього ($\lambda_{\text{с}} = 4,5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$) $\alpha = 33 \text{ град/мм}$, для фіолетового ($\lambda_{\text{ф}} = 3,8 \cdot 10^{-7} \text{ м}$) $\alpha = 51 \text{ град/мм}$. Для деяких рідких кристалів α може сягати до $4 \cdot 10^4 \text{ град/мм}$.

Запитання 7.48. Що виражає формула

$$\varphi = \alpha_0 C d ? \quad (7.12)$$

Відповідь. Формула (7.12) виражає величину кута повороту площини поляризації світла розчинами. Коефіцієнт α_0 в формулі (7.12) носить назву **сталого повертання**, або **питомого повертання**, C – концентрація оптично активної речовини в розчині.

Визначивши дослідно значення величин φ і d , користуючись формулою (7.12), можна вирахувати концентрацію речовини в розчині.

Стала повертання α_0 визначається величиною кута (в градусах) повороту площини поляризації, який викликаний шаром розчину товщиною в один дециметр, при концентрації розчину в 1 г/см^3 .

Зверни увагу!

Питоме повертання α_0 виражають в градусах, d – в дециметрах, C – в

$$\text{г/см}^3, \text{ тобто } \alpha_0 = \left[\frac{\text{град}}{\frac{\text{г}}{\text{см}^3} \text{ дм}} \right].$$

Запитання 7.49. Покажіть, що будь-яку лінійно поляризовану хвилю з довільним напрямком поляризації можна представити як суперпозицію двох хвиль з правою і лівою коловою поляризацією, які поширюються в одному напрямку. Як зв'язані амплітуди цих хвиль з амплітудою вихідної хвилі?

Відповідь. Будь-яку лінійно поляризовану хвилю (в тому числі і світло-ву) можна представити як суперпозицію двох хвиль з правою і лівою коловою поляризацією (рис. 7.28). Щоб вектор \vec{A} залишався в одній і тій же площині, кінці векторів \vec{A}_1 і \vec{A}_2 повинні обертатися з однією і тією ж частотою і бути однако-вими. Вектори \vec{A} , \vec{A}_1 і \vec{A}_2 цих хвиль зв'язані між собою співвідношенням $\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2$. Проекції векторів \vec{A}_1 і \vec{A}_2 , на напрямок коливання вектора \vec{A} , змінюються за гармонічним законом, змінюючи і величину вектора \vec{A} .

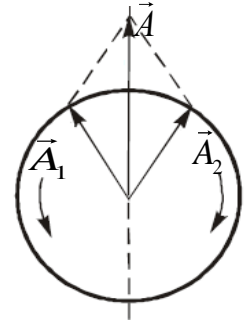


Рис. 7.28

Зверни увагу!

Лінійно поляризовану хвилю (будь-яку) завжди можна розкласти на дві складові, поляризовані по правому і лівому колу і навпаки. Додаючи дві хвилі з правою і лівою поляризацією, які поширюються в одному напрямку, можна отримати лінійно поляризовану хвилю.

Запитання 7.50. З'ясуйте фізичну суть повороту площини поляризації оптично активною речовиною.

Відповідь. Лінійно поляризована хвиля \vec{E} в оптично активному середовищі розкладається на дві хвилі, поляризовані по правому \vec{E}_d і лівому \vec{E}_g колу ($d - droit$ (правий), $g - gauche$ (лівий)). Вектори \vec{E} , \vec{E}_d , \vec{E}_g зв'язані між собою співвідношенням $\vec{E} = \vec{E}_d + \vec{E}_g$ (див. відповідь на запитання 7.49). Якщо $|\vec{v}_d| = |\vec{v}_g|$, то вектори \vec{E}_d і \vec{E}_g в будь-який момент часу будуть симетрично розміщені відносно площини AA , яка є площиною коливань вектора \vec{E} (рис. 7.29,а). В оптично активній речовині $|\vec{v}_d| \neq |\vec{v}_g|$. Тому, якщо, наприклад, $|\vec{v}_d| > |\vec{v}_g|$ (правообертаюча речовина), то лівополяризована хвиля дійде до деякої точки в речовині з деяким відставанням за фазою в порівнянні з правополяризованою хвилею. В розглядуваній точці електричний вектор \vec{E}_d правополяризованої хвилі повернеться вправо на більший кут, ніж повернеться вліво вектор \vec{E}_g , лівополяризованої хвилі; значить площиною симетрії буде не площина AA а площина $A'A'$, яка повернута вправо на кут φ . Отже площина коливань результуючої лінійно поляризованої хвилі повернулася вправо на кут φ . Із рис. 7.29,б отримаємо, що

$$\varphi = \frac{\varphi_d - \varphi_g}{2} = \frac{\Delta\varphi}{2}, \quad (7.13)$$

Оскільки $|\vec{v}| = \frac{c}{n}$, то $|\vec{v}_d| = \frac{c}{n_d}$ а

$|\vec{v}_g| = \frac{c}{n_g}$, де n_d і n_g – відповідно показ-

ники заломлення правоколової і лівоко-

лової поляризації хвиль в речовині. Отже, в речовинах, для яких $n_g > n_d$ ($|\vec{v}_d| > |\vec{v}_g|$), площина поляризації повертається вправо ($\varphi_d > \varphi_g$), а в речовинах, для яких $n_g < n_d$ ($|\vec{v}_d| < |\vec{v}_g|$) – вліво ($\varphi_d < \varphi_g$).

До речі...

Гіпотеза про те, що в основі явища повертання площини поляризації лежить відмінність швидкостей поширення світла в оптично активному середовищі для променів, поляризованих по правому і лівому колу, належить О. Френелю (1817 р.).

Запитання 7.51. Виразіть кут повороту площини поляризації через показники заломлення циркулярно поляризованих хвиль?

Відповідь. Кут повороту площини поляризації виражається формулою (7.13):

$$\varphi = \frac{\varphi_d - \varphi_g}{2} = \frac{\Delta\varphi}{2},$$

де φ_d і φ_g – відповідно кути повороту вектора \vec{E}_d правообертаючої і вектора \vec{E}_g лівообертаючої хвиль в оптично активному середовищі (див. відповідь на запитання 7.50).

Якщо φ_d і φ_g виразити через час t , а довжину оптичного шляху через l , то отримаємо такий кінцевий вигляд для φ :

$$\varphi_g = \omega \left(t - \frac{l}{v_g} \right) \quad \text{і} \quad \varphi_d = \omega \left(t - \frac{l}{v_d} \right),$$

і

$$\varphi = \frac{\varphi_d - \varphi_g}{2} = \frac{\omega l}{2c} (n_g - n_d) = \frac{\pi l}{\lambda_0} (n_g - n_d). \quad (7.14)$$

Тут $v_d = c/n_d$ – швидкість поширення правополяризованого світла, $v_g = c/n_g$ – швидкість поширення лівополяризованого світла, $\omega = 2\pi c/\lambda_0$ – циклічна частота світлової хвилі, λ_0 – довжина світлової хвилі у вакуумі, $c = 3 \cdot 10^8$ м/с – швидкість світла у вакуумі.

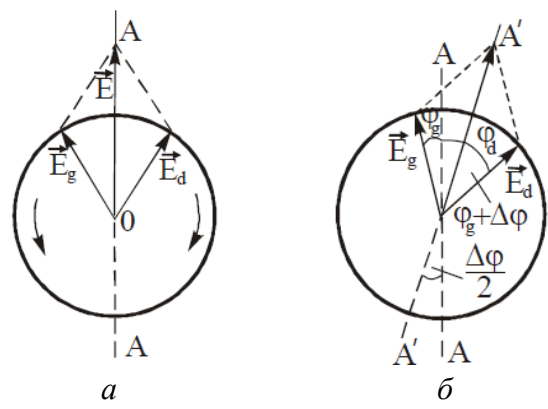


Рис. 7.29

Запитання 7.52. З'ясуйте будову та принцип дії призми Френеля

Відповідь. Можливість існування в оптично активному середовищі циркулярно поляризованих хвиль, які поширюються з різними швидкостями, було безпосередньо показано експериментально Френелем за допомогою спеціально виготовленої складної призми (рис. 7.30), яка складається із трьох призм: двох торцевих із правообертаючого кварцу D і середньої з тупим заломленим кутом із лівообертаючого кварцу G . Оптичні осі всіх трьох призм паралельні основі. Падаюче на торцеву грань лінійно поляризоване світло розщеплюється на два пучки з правою і лівою коловою поляризаціями. В правообертаючому кварці $n_d < n_g$, а в лівообертаючому, навпаки, $n_d > n_g$. Тому промінь правої колової поляризації при заломленні на внутрішніх гранях відхиляється в бік основи середньої призми (на рис. 7.30 вверх), а лівої – в бік вершини (на рис. 7.30 вниз). Стан колової поляризації пучків, що виходять із призми Френеля, безпосередньо перевіряється за допомогою чвертьхвильової пластинки і аналізатора.

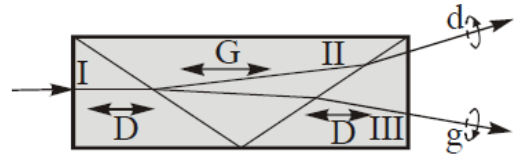


Рис. 7.30

Запитання 7.53. Лівополяризоване по колу світло при проходженні через чвертьхвильову пластинку перетворюється в лінійно поляризоване світло. Яким буде напрямок коливань вектора \vec{E} цього світла?

Відповідь. Лівополяризоване світло по колу можна отримати, якщо лінійно поляризоване світло пропустити через чвертьхвильову пластинку, виготовлену із від'ємного кристала ($v_e > v_o$) за умови, що оптична вісь чвертьхвильової пластинки утворює з напрямком коливання вектора \vec{E} лінійно поляризованого світла кут 45° . Якщо лівополяризоване світло ще раз пропустити через таку ж чвертьхвильову пластинку, то воно перетвориться в лінійно поляризоване світло, в якого електричний вектор коливатиметься в другому і четвертому квадрантах (див. відповіді на запитання 7.36 і 7.38).

Запитання 7.54. Якої поляризації світло, що падає на аналізатор, якщо при будь-якому положенні аналізатора інтенсивність поля зору на екрані не змінюється?

Відповідь. При обертанні аналізатора навколо напрямку світлового пучка інтенсивність поля зору на екрані не змінюється в двох випадках: якщо світло, яке падає на аналізатор, є природним, або світло є поляризованим по колу.

Для того, щоб відрізнити природне світло від поляризованого по колу необхідно скористатися окрім аналізатора ще чверть хвильовою пластинкою. Якщо світло поляризоване по колу, то чвертьхвильова пластинка перетворить його

го в лінійно поляризоване, то, обертаючи аналізатор навколо напрямку пучка такого світла, інтенсивність поля зору буде змінюватися від I_{\max} до $I_{\min} = 0$ і навпаки, через кожні 90° .

Якщо ж світло природне, то чверть хвильова пластинка вплине тільки на його внутрішню мікроструктуру, перетворить безліч елементарних лінійно поляризованих хвиль в еліптично поляризовані. Світло після чверть хвильової пластинки залишиться природним і обертання аналізатора навколо напрямку пучка такого світла на інтенсивність поля зору не впливатиме.

Запитання 7.55. Паралельний пучок поляризованого на правому колу світла падає на пластинку в півхвилі. Який буде характер поляризації світла, яке вийде із пластинки?

Відповідь. При падінні на фазову пластинку в $\lambda/2$ промінь світла, поляризований по правому колу, розіб'ється на звичайний і незвичайний промені з різницею фаз $\delta_1 = \pi/2$. При виході із пластинки звичайний і незвичайний промені набудуть додаткової різниці фаз $\delta_2 = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\lambda}{2} = \pi$, де $\Delta = \lambda/2$ – різниця ходу, якої набувають промені, поширюючись в пластинці. Загальна різниця фаз звичайного і незвичайного променів на виході із пластинки дорівнюватиме $\delta = \pi/2 + \pi = 3\pi/2$. Це означає, що в результаті додавання звичайного і незвичайного променів з різницею фаз $3\pi/2$, утвориться також поляризоване світло по лівому колу. (див. відповідь на запитання 7.38).

Отже, якщо поляризоване світло на правому колу пропустити через фазову пластинку в $\lambda/2$, то нових станів поляризації не виникне, світло залишиться поляризоване по колу, зміниться тільки напрямок обертання кінця вектора \vec{E} на протилежний.

Запитання 7.56. Як, і за допомогою яких приладів, можна відрізнити еліптично поляризоване світло від частково поляризованого?

Відповідь. Відрізнити еліптично поляризоване світло від частково поляризованого лише за допомогою одного аналізатора неможливо, оскільки, обертаючи аналізатор навколо напрямку поширення світла, інтенсивність поля зору в обох випадках буде змінюватися однаково: від I_{\max} до $I_{\min} \neq 0$ і навпаки через кожні 90° .

Для того, що відрізнити ці поляризаційні стани світла необхідно скористатися чвертьхвильовою пластинкою, яка перетворить еліптично поляризоване світло в лінійно поляризоване, що можна перевірити за допомогою аналізатора, розмістивши його після чвертьхвильової пластинки. Якщо обертання аналізатора змінює інтенсивність поля зору I_{\max} до $I_{\min} = 0$ і навпаки через кожні 90° , то

світло, що падає на чвертьхвильову пластинку, еліптично поляризоване. Якщо цього зробити не вдалося, то світло або є сумішшю лінійно поляризованого світла з природним (частково лінійно поляризоване), або сумішшю еліптично поляризованого світла з природним. Щоб відрізнити одне від одного останні два випадки, на шляху поширення світла спершу потрібно поставити один аналізатор і встановити його на мінімум інтенсивності ($I_{\min} \neq 0$) прохідного світла. Потім перед аналізатором розмістити чвертьхвильову пластинку. Обертанням пластинки знову необхідно досягти мінімуму інтенсивності. Якщо цей мінімум досягається при попередньому положенні аналізатора (або при повороті його на 180°), то ми маємо частково лінійно поляризоване світло. Якщо ж для отримання мінімуму потрібно аналізатор повернути на деякий кут, то частково еліптично поляризоване світло.

Запитання 7.57. Чому в призмі Френеля (рис. 7.30) пучок лінійно поляризованого світла розщепляється на два пучки, поляризованих по колу?

Відповідь. Досліди показали, що оптично-активні кристали існують у вигляді двох різновидностей – правообертаючі і лівообертаючі. Призма Френеля виготовляється із право- і лівообертаючого кварцу (див. рис. 7.30).

Пучок лінійно поляризованого світла напрямлено падає на торцеву призму і розщеплюється на два пучки з правою і лівою коловою поляризаціями. Це особливий тип подвійного променезаломлення, яким володіє кварц. В правообертаючому кварці $n_d < n_g$, а в лівообертаючому, навпаки, $n_d > n_g$. Тому промінь світла правої поляризації при заломленні на внутрішніх гранях відхиляється в бік основи середньої призми, а лівої – в бік вершини. В результаті із призми вийдуть два промені: один з правим, а другий з лівим напрямками поляризації.

Запитання 7.58. Під яким кутом до горизонту повинно знаходитися Сонце, щоб його промені, відбиті від поверхні водойми, були максимально поляризовані?

Відповідь. Див. відповідь на запитання 7.40.

Запитання 7.59. Що виражає формула

$$\varphi = VBd? \quad (7.15)$$

Відповідь. Формула (7.15) виражає величину повороту площини поляризації лінійно поляризованого світла оптично неактивними речовинами під дією магнітного поля. Тут B – індукція магнітного поля, d – довжина шляху світла в речовині, V – стала величина, яка характерна для даної речовини і носить назву **сталі Верде**. Коефіцієнт V залежить від природи речовини, її фізичного стану і довжини хвилі λ .

Це явище було відкрите у 1845 р. М. Фарадеєм. Схема установки для спостереження явища Фарадея наведена на рис. 7.31

Явище Фарадея практично безінерційне. Час запізнення $t \approx 10^{-9}$ с. Це дає змогу використовувати явище Фарадея для створення точних оптичних затворів та для модуляції світла.

Якщо в магнітне поле внести речовину, яка володіє природною здатністю повертати площину поляризації лінійно поляризованого світла, то до неї додається здатність повертати площину поляризації, яка виникла під дією магнітного поля.

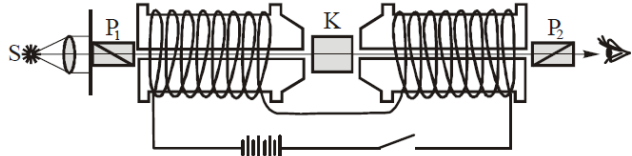


Рис. 7.31

Запитання 7.60. В чому фізична суть повороту площини поляризації при поширенні світла вздовж магнітного поля?

Відповідь. Фізична природа магнітного повертання площини поляризації була з'ясована після відкриття явища Зеємана і його пояснення Лоренцом. Припустимо, що у відсутності магнітного поля речовина випромінює тільки одну спектральну лінію з частотою ω_0 . При внесенні в магнітне поле з індукцією \vec{B} у осциляторів речовини спостерігаються дві нові лінії з резонансними частотами $\omega_0 \pm \Omega$ (де $\Omega = \frac{e}{2m} B$ – ларморова частота), які відповідають коловим

рухам електрона. Ці частоти проявляються не тільки при випромінюванні (прямий ефект Зеємана), але і при поглинанні світла (обернений ефект Зеємана).

Частота ω_0 проявляється тільки при поширенні світла перпендикулярно до магнітного поля і під кутом до нього. Хвилі з частотами $\omega = \omega_0 \pm \Omega$, які можуть поширюватися вздовж магнітного поля, поляризовані по колу. Коли напрямки поширення світла і магнітного поля співпадають, більшій власній частоті $\omega' = \omega_0 + \Omega$ відповідає обертання за годинниковою стрілкою, а меншій $\omega'' = \omega_0 - \Omega$ – проти, якщо дивитися в напрямку магнітного поля.

Оскільки власні частоти ω' і ω'' різні, швидкості поширення обох, поляризованих по колу хвиль, також різні. При додаванні таких поляризованих по колу хвиль отримується хвиля, у якої площина поляризації обертається. Кут повороту площини поляризації знаходиться за формулою (7.14):

$$\varphi = \frac{\omega l}{2c} (n' - n'') = \frac{\pi l}{\lambda_0} (n' - n'').$$

де n' і n'' – показники заломлення відповідно для хвиль з власними частотами ω' і ω'' .

Запитання 7.61. Від яких факторів залежить напрямок повертання площини поляризації магнітним полем?

Відповідь. Різні тіла повертають площину поляризації в різних напрямках. Речовини, які повертають площину поляризації вправо для спостерігача, який дивиться вздовж магнітного поля, називають **правообертаючими або позитивними** ($V > 0$) і навпаки: речовини, які повертають площину поляризації вліво для спостерігача, який дивиться вздовж магнітного поля, називають **лівообертаючими або негативними** ($V < 0$).

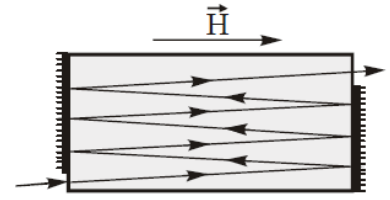


Рис. 7.32

Напрямок повертання даної речовини визначається напрямком магнітного поля і не залежить від напрямку поширення світла. Ця обставина дозволяє збільшити кут повороту при магнітному повертанні, якщо змусити світло багатократно відбитися від внутрішніх поверхонь зразка, які для збільшення відбиваючої здатності посріблюють (рис. 7.32).

Запитання 7.62. В чому відмінність природного обертання площини поляризації від магнітного обертання?

Відповідь. Напрямок повертання площини поляризації під дією магнітного поля визначається лише напрямком поля і не залежить від напрямку поширення світла. Саме цим магнітне повертання і відрізняється від природного, напрямок якого залежить від того, як ми його спостерігаємо: вздовж чи назустріч поширенню світлового пучка (див. відповідь на запитання 7.47).

Запитання 7.63. В якому випадку оптично активне середовище називають: правообертаючим; лівообертаючим?

Відповідь. Див. відповідь на запитання 7.47.

Запитання 7.64. З'ясуйте будову і принцип дії компенсатора Бабіне.

Відповідь. Для аналізу стану поляризації світла окрім фазових пластинок використовують прилади, які називаються компенсаторами. Точність вимірювання різниці фаз компенсаторів досягає $2\pi \cdot 10^{-5}$.

Компенсатор Бабіна складається із двох клинів, які виготовлені із одного кристала (як правило із кварцу) і розташовані так, щоб їх оптичні осі були орієнтовані під прямим кутом одна до одної (рис. 7.33). Промінь світла в загальному випадку проходить в клинах різні шляхи: d_1 і d_2 . Оскільки оптичні осі клинів взаємно перпендикулярні, то зви-

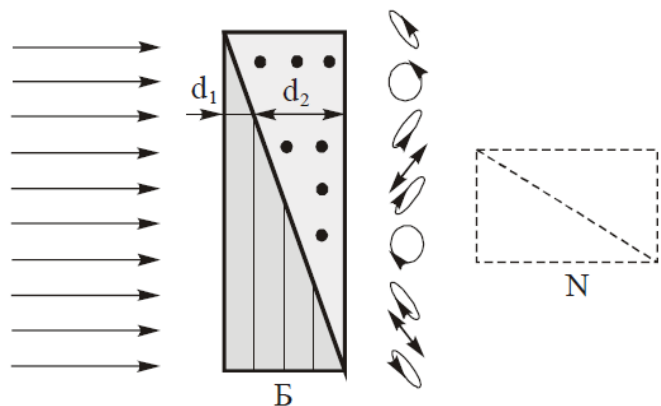


Рис. 7.33

чайний промінь у першому клині стає незвичайним у другому, і навпаки. Додаткова різниця ходу, що виникає між звичайним і незвичайним променями, після проходження клинів, дорівнюватиме:

$$\Delta = (n_0 - n_e)d_1 + (n_e - n_0)d_2 = (n_0 - n_e)(d_1 - d_2). \quad (7.16)$$

Різниця фаз, що відповідає різниці ходу (7.16), буде

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} (n_0 - n_e)(d_1 - d_2). \quad (7.17)$$

В компенсаторі, виготовленого із додатного кристала, для світла, яке проходить по лінії де $d_1 < d_2$, між компонентами виникне від'ємна різниця фаз, в місцях де $d_1 = d_2$ різниця фаз дорівнює нулю, а при $d_1 > d_2$ різниця фаз між компонентами додатна, причому вона лінійно зростає з відстанню при зміщенні променя вниз.

Якщо на компенсатор падає еліптично поляризоване світло, то на виході із нього різниця фаз буде рівною $\delta = (2k + \frac{1}{2})\pi$, $k = 0, 1, 2, 3, \dots$, то світло стане поляризоване по колу. Коли повна різниця фаз після компенсатора буде рівна $\delta = 2k\pi$ ($k = 0, 1, 2, 3, \dots$), світло буде поляризоване лінійно. При всіх інших можливих різницях фаз світло, яке вийде із компенсатора, залишиться поляризованим по еліпсу, але форма еліпса коливань в кожному випадку буде іншою. За допомогою мікрометричного гвинта можна переміщати один із клинів, то при незмінному положенні променя буде змінюватися і додаткова різниця фаз δ . Недоліком компенсатора Бабіне є те, що при його використанні приходиться працювати з дуже вузькими пучками.

Запитання 7.65. З'ясуйте умови, за яких лінійно поляризовані світлові хвилі, в яких коливання вектора \vec{E} здійснюється у взаємно перпендикулярних напрямках, можуть інтерферувати?

Відповідь. Нехай на двозаломлюючий кристал падає лінійно поляризоване світло. В кристалі воно розділяється на дві хвилі, які поширюються в ньому в різних напрямках і з різними швидкостями (рис. 7.34). Із кристала вийдуть два промені 1 і 2, паралельні падаючому і поляризовані у взаємно перпендикулярних площинах. Оптична різниця ходу між ними виразиться так :

$$(*) \quad \Delta = ACD - AB = ACn_2 + CD - ABn_1,$$

де n_1 і n_2 – відповідно показники заломлення

розглядуваних хвиль. Якщо h товщина пластинки, то із рис 7.34, отримаємо

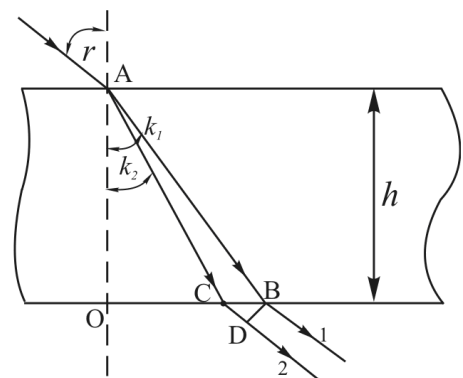


Рис. 7.34

$$AC = \frac{h}{\cos k_2}, AB = \frac{h}{\cos k_1}, CD = h \operatorname{tg} k_1 - \operatorname{tg} k_2 \sin r. \quad (**)$$

Згідно закону заломлення $\sin r = n_1 \sin k_1 = n_2 \sin k_2$. Тоді, використовуючи останні вирази (**), різниця ходу хвиль (*) виразиться так:

$$\Delta = h(n_2 \cos k_2 - n_1 \cos k_1). \quad (7.18)$$

Це є не що інше, як різниця ходу між променями, і вона, як видно із (2.18), обумовлена двома обставинами: різницею показників заломлення n_1 і n_2 і різницею кутів заломлення k_1 і k_2 .

У більшості випадків другою обставиною можна знехтувати і користуватися наближеним виразом:

$$\Delta = h \cos k (n_2 - n_1). \quad (7.19)$$

Тут кут k має будь-яке проміжне значення між k_1 і k_2 .

Різницю ходу (7.19) можна використати для отримання інтерференції променів 1 і 2. Якщо світло, що падає на пластинку, було природним, то інтерференція була б неможливою, оскільки промені 1 і 2 були б не скореговані. Во-

ни будуть скореговані тільки в тому випадку, якщо падаюче на пластинку світло буде лінійно або еліптично поляризоване. Однак, і в цьому випадку промені 1 і 2 не зможуть інтерферувати, оскільки вони поляризовані у взаємно перпендикулярних напрямках. Потрібно звести коливання в цих променях до одного напрямку, тобто пропустити їх через аналізатор. У випадку плоскопаралельних пластинок або пластинок змінної товщини, промені зводяться разом в фокальній площині лінзи. В першому випадку отримуються смуги рівного нахилу, в другому – смуги рівної товщини.

• Інтерференція в паралельних променях лінійно поляризованого світла

В цьому випадку плоскопаралельну двозаломлюючу пластинку розміщують між поляризатором і аналізатором (рис. 7.35). Лінійно поляризоване світло, після проходження через пластинку, перетвориться в еліптично поляризоване, а після проходження через аналізатор P_2 , перетвориться знову в лінійно поляризоване. Інтенсивність прохідного світла залежить від орієнтації аналізатора. Різниця фаз, що виникає між променями при проходженні через пластинку, рівна $\delta = 2\pi \frac{\Delta}{\lambda}$, тобто

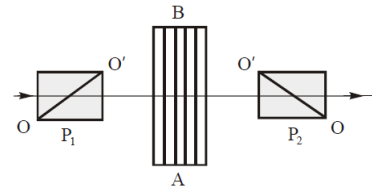


Рис. 7.35

залежить від довжини хвилі λ . При нерухомому аналізаторі вона різна для різних довжин хвиль і, з цієї причини інтерференційна картина буде забарвлена. При обертанні аналізатора забарвлення міняється. Якщо оптичні осі поляризатора і пластинки будуть паралельні або перпендикулярні між собою, то через пластинку пройде тільки один промінь (у першому випадку незвичайний, у другому – звичайний) і інтерференції не буде. Аналізатор змінюватиме тільки інтенсивність білого світла, а забарвлення зникне. В інших випадках аналізатор пропускає тільки певні компоненти обох променів, що вийдуть із пластинки, коливання яких зведені в одну площину. Такі промені будуть інтерферувати.

Поляризатори схрещені. В промені, який пройшов через перший поляризатор P_1 , електричний вектор здійснює коливання в напрямку оптичної осі поляризатора P_1 . Амплітуда цих коливань на рис. 7.36 представлена вектором \vec{E}^0 . Оптична вісь пластинки OO' складає кут α з оптичною віссю першого поляризатора P_1 . На пластинці промінь розділиться на два промені – звичайний і незвичайний, які поширюються в одному на-

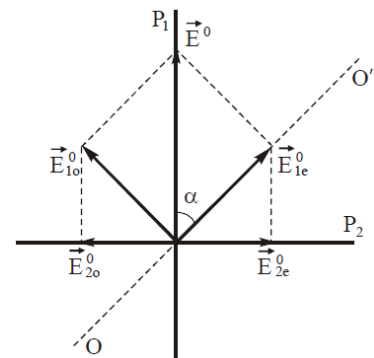


Рис. 7.36

тому напрямку.

прямку, але з різними швидкостями. Вектор амплітуди звичайного променя \vec{E}_{10}^0 коливається в напрямку, перпендикулярному до оптичної осі кристала, у незвичайному промені вектор \vec{E}_{1e}^0 коливається в напрямку оптичної осі пластинки (рис. 7.36). Із рис. 7.36

$$\left. \begin{aligned} E_{1e}^0 &= E^0 \cos \alpha, \\ E_{10}^0 &= E^0 \sin \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (7.20)$$

Між коливаннями цих променів виникне різниця ходу $\Delta = (n_0 - n_e)d$, якій відповідає різниця фаз

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} (n_0 - n_e)d. \quad (7.21)$$

Поляризатор P_2 (аналізатор) пропустить лише коливання, які є проекцією коливань E_{10}^0 і E_{1e}^0 на напрямок оптичної осі поляризатора P_2 (рис. 7.36):

$$\left. \begin{aligned} E_{2e}^0 &= E_{1e}^0 \sin \alpha = E^0 \sin \alpha \cos \alpha, \\ E_{20}^0 &= E_{10}^0 \cos \alpha = E^0 \sin \alpha \cos \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (7.22)$$

Отже, амплітуди E_{20}^0 і E_{2e}^0 чисельно рівні, а коливання когерентні, бо утворилися з одного лінійно поляризованого променя і можуть інтерферувати. Оскільки вектори E_{20}^0 і E_{2e}^0 напрямлені в протилежні сторони, то між відповідними їм коливаннями, крім різниці фаз, яка визначається співвідношенням (7.21), додасться ще додаткова різниця фаз, яка рівна π . Отже, сумарна різниця фаз, яка визначає інтерференційну картину, буде

$$\delta_1 = \frac{2\pi}{\lambda} (n_0 - n_e)d + \pi. \quad (7.23)$$

Якщо $\delta_1 = 2k\pi$, де $k = 1, 2, 3, \dots$, то на екрані буде максимум інтенсивності. При $\delta_1 = (2k + 1)\pi$ коливання повністю погасять один одного, і поле виявиться темним.

Поляризатори паралельні. Із рис. 7.37 маємо

$$\left. \begin{aligned} E_{2e}^0 &= E_{1e}^0 \cos \alpha = E^0 \cos^2 \alpha, \\ E_{20}^0 &= E_{10}^0 \sin^2 \alpha = E^0 \sin^2 \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (7.24)$$

Обидва вектори \vec{E}_{20}^0 і \vec{E}_{2e}^0 одного напрямку і різниця фаз) між відповідними їм коливаннями дорівнює:

$$\delta_2 = \frac{2\pi}{\lambda} (n_0 - n_e)d, \quad (7.25)$$

тобто відрізняється на π від δ_1 . При будь-якому значенні α , окрім $\alpha = \pm(k + \frac{1}{2})\frac{\pi}{2}$, $k = 0, 1, 2, 3, \dots$, коли $E_{20}^0 = E_{2e}^0$, і, значить, при жодній товщині пластинки коливання не зможуть повністю погасити одне одного, тобто за цієї умови в мінімумах не буде повної темноти. В білому світлі поле на екрані завжди буде забарвлене в якийсь колір.

Якщо товщина d пластинки в різних місцях буде різна, а $n_0 - n_e = const$, то значення δ будуть також різними. Тому при спостереженні такої пластинки через другий поляризатор в монохроматичному світлі на її поверхні буде видно систему світлих і темних інтерференційних смуг, які відповідають ділянкам пластинки однакової товщини. В білому світлі ця пластинка набуває химерного різноколірного забарвлення, причому кожна різноколірна інтерференційна лінія (ізохромата) проходить через ті точки пластинки, де її товщина однакова. Аналогічна картина спостерігається в пластинці, коли $d = const$, а різниця показників заломлення різна для різних точок пластинки. В цьому випадку ізохромати сполучають точки, для яких різниця показників заломлення $n_0 - n_e$ однакові.

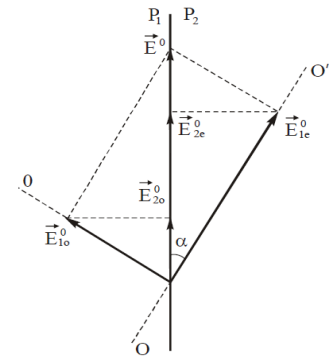


Рис. 7.37

Запитання 7.66. Яке явище називають **хроматичною поляризацією**? В чому його фізична суть?

Відповідь. Явище інтерференції поляризованих променів вперше виявив Араго у 1811 р., яке отримало назву **хроматичної поляризації** (див. відповідь на запитання 7.65).

Запитання 7.67. Яку роль виконує аналізатор у випадку спостереження інтерференції поляризованого світла?

Відповідь. Схема установки для спостереження інтерференції поляризованих паралельних променів наведена на рис. 7.38. Лінійно поляризоване світло після поляризатора P_1 падає на пластинку, яка його перетворює в еліптично поляризоване світло. В аналізаторі P_2 це світло знову перетворюється в лінійно поляризоване, в якому електричні вектори звичайного і незвичайного променів коливаються в одній площині. Ці промені когерентні і можуть інтерферувати. В кристалічній пластинці і на виході з неї, електричні вектори звичайного і незвичайного променів коливаються у взаємно перпендикулярних площинах і інтерферувати не мо-

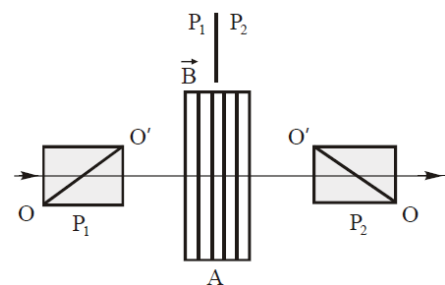


Рис. 7.38

жуть. Отже, аналізатор зводить коливання електричних векторів звичайного і не звичайного променів в одну площину.

Запитання 7.68. Схрещені поляроїди сонячного світла не пропускають. Що відбудеться, коли між двома схрещеними поляроїдами розмістити третій поляроїд, вісь якого утворює з осями двох інших кут 45° ? На систему світло падає природне інтенсивністю I_0 .

Відповідь. Після першого поляроїда світло стане лінійно поляризованим, а його інтенсивність буде рівною:

$$I_1 = \frac{I_0}{2}.$$

Другий поляроїд стану поляризації не змінить, а інтенсивність його буде, згідно закону Малюса, рівна:

$$I_2 = I_1 \cos^2 \alpha = \frac{I_0}{2} \cos^2 \alpha,$$

де $\alpha = 45^\circ$ – кут між оптичними осями першого і другого поляроїдів.

Третій поляроїд стану поляризації також не змінить, а інтенсивність світла після нього буде:

$$I_3 = I_2 \cos^2 \alpha = \frac{I_0}{2} \cos^4 \alpha = \frac{I_0}{2} \cos^4 45^\circ = \frac{I_0}{8}.$$

Отже, якщо між схрещеними поляроїдами встановити третій, оптична вісь якого утворює кут 45° з оптичними осями інших двох, то така система світла пропустить, але інтенсивність його буде у вісім разів менше інтенсивності падаючого на систему світла (див. відповідь на запитання 7.29).

Зверни увагу!

Якщо третій поляроїд розмістити перед першими двома (під будь-яким кутом до оптичних осей поляроїдів), то система світла не пропустить, оскільки останні два поляроїди схрещені.

Запитання 7.69. Лінійно поляризоване світло спостерігають через ніколь-аналізатор. Чи зміниться інтенсивність світла, якщо на шляху поширення світла перед аналізатором розмістити нормально до напрямку поширення світла “пластинку в півхвилі”, оптична вісь якої перпендикулярна до головної оптичної осі аналізатора?

Відповідь. Лінійно поляризоване світло в півхвильовій кристалічній пластинці розділиться на дві складові: звичайний і незвичайний промені. Нагадаємо, що електричний вектор незвичайного променя коливається паралельно до оптичної осі пластинки, звичайного – перпендикулярно до її оптичної осі. Оскі-

льки пластинка орієнтована перпендикулярно до оптичної осі аналізатора, то через аналізатор пройде тільки звичайний промінь, інтенсивність якого $I_0 = I_p \sin^2 \alpha$ (I_p – інтенсивність лінійно поляризованого світла, що падає на пластинку, α – кут між оптичною віссю пластинки і напрямком коливання вектора \vec{E} поляризованого світла). Отже, інтенсивність світла після аналізатора зменшиться, а величина його залежатиме від кута α .

Запитання 7.70. Як визначити напрямок оптичної осі в чвертьхвильовій пластинці?

Відповідь. Чвертьхвильову пластинку виготовляють таким чином, щоб її оптична вісь була паралельна її великій грані. Але, якщо напрямок оптичної осі невідомий, то для її виявлення потрібно скласти систему із поляризатора, чвертьхвильової пластинки і аналізатора (рис. 7.39).

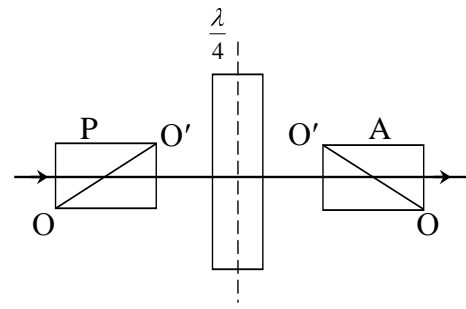


Рис. 7.39

Якщо оптична вісь пластинки орієнтована, так, як показано на рисунку і під кутом 45° до оптичної осі поляризатора, то із пластинки вийде поляризоване світло по колу, в чому можна пересвідчитись за допомогою аналізатора. Якщо ж оптична вісь пластинки буде паралельна напрямку поширення світла, то така система світла не пропустить.

Запитання 7.71. На шляху пучка природного світла розміщений поляризатор. Як буде змінюватися (і чому) інтенсивність світла, що падає на екран після поляризатора при обертанні його навколо напрямку поширення пучка? Як буде змінюватися інтенсивність світла, якщо між екраном і поляризатором розмістити аналізатор і обертати його навколо пучка, залишаючи поляризатор нерухомим?

Відповідь. Досвід показує, що якщо на поляризатор падає природне світло, то його інтенсивність після поляризатора не змінюється при обертанні поляризатора навколо напрямку поширення світла. Це є прямим наслідком того, що в природному світлі жодний із напрямків вектора \vec{E} не переважає. Очевидно, що

$$I_p = \frac{I_0}{2}.$$

де I_0 – інтенсивність падаючого променя природного світла, I_p – інтенсивність світла після поляризатора.

Після поляризатора світло є лінійно поляризованим, електричний вектор якого коливається в напрямку оптичної осі поляризатора. Якщо таке світло пропустити через аналізатор, то інтенсивність світла буде змінюватися від I_{\max}

(коли напрямок коливання вектора \vec{E} лінійно поляризованого світла співпадає з оптичною віссю аналізатора) до $I_{\min} = 0$ (коли вектор \vec{E} складає кут 90° з оптичною віссю аналізатора). Отже, інтенсивність світла на екрані залежить від положення аналізатора і визначається законом Малюса:

$$I_a = I_p \cos^2 \alpha = \frac{I_0}{2} \cos^2 \alpha,$$

де I_a – інтенсивність світла після аналізатора, I_p – інтенсивність світла після поляризатора, α – кут між оптичними осями поляризатора і аналізатора (кут між напрямком коливання електричного вектора \vec{E} лінійно поляризованого світла і оптичною віссю аналізатора).

Запитання 7.72. Пластинка кварцу, вирізана перпендикулярно до оптичної осі. Як визначити з ліво – чи з правообертаючого кварцу виготовлена пластинка, маючи у своєму розпорядженні два ніколі і джерело монохроматичного світла?

Відповідь. Для цього потрібно скласти систему, схема, якої наведена на (рис. 7.40). Після першого ніколя-поляризатора світло стане лінійно поляризованим. Кварцова пластинка поверне площину поляризації вліво або вправо. Якщо аналізатор, щоб досягти максимуму прохідного світла, потрібно повернути вправо (за годинниковою стрілкою), то кварц є правообертаючим, якщо навпаки, то лівообертаючим. Слід мати на увазі, що потрібно дивитися назустріч світлу. Якщо аналізатор має шкалу в градусах, то можна виміряти відразу і кут повороту площини поляризації.

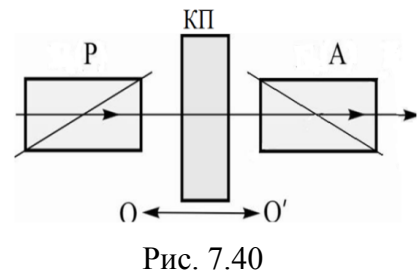


Рис. 7.40

Запитання 7.73. Як відрізнити пластинку кварцу, вирізану перпендикулярно до оптичної осі, від пластинки кварцу, вирізану паралельно осі, маючи у своєму розпорядженні два ніколі і джерело білого світла?

Відповідь. Для цього потрібно скласти оптичну систему (див. рис. 7.40). Якщо кварцова пластинка не міняє стану поляризації падаючого на неї світла, а лише повертає площину поляризації лінійно поляризованого світла, яке утворилося після ніколя-поляризатора, то вона вирізана перпендикулярно до оптичної осі. В цьому можна переконатися за допомогою ніколя-аналізатора (див. відповідь на запитання 7.72.)

Якщо ж кварцова пластинка міняє стан поляризації падаючого на неї світла, то ця пластинка, вирізана паралельно до оптичної осі кристала. В цьому можна переконатися також за допомогою ніколя-аналізатора.

Запитання 7.74. Чому при повертанні аналізатора пластинка кварцу, вирізана паралельно до оптичної осі, міняє свій колір?

Відповідь. Пластина кварцу перетворює лінійно поляризоване світло, яке вийшло з поляризатора P в еліптично поляризоване, а аналізатор A це світло знову перетворює в лінійно поляризоване (рис. 7.38). Інтенсивність прохідного світла залежить від орієнтації аналізатора. При повертанні останнього інтенсивність буде змінюватися. Різниця фаз, яка виникає між звичайним і незвичайним променями в кристалічній пластинці, рівна $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta$, тобто, залежить від

довжини хвилі λ . При нерухомому аналізаторі вона різна для різних довжин хвиль λ . З цієї причини інтерференційна картина отримується забарвленою. При обертанні аналізатора забарвлення змінюється. При повороті аналізатора на 90° забарвлення змінюється на доповнювальне – світлі місця стають темними і навпаки. Якщо головні перерізи пластинки і аналізатора паралельні або перпендикулярні, то через аналізатор проходить тільки один промінь. Інтерференція не можлива і забарвлення зникне. Всі ці явища отримали назву (не дуже вдалу) **хроматичної поляризації**. (див. відповідь на запитання 7.65).

Запитання 7.75. Лінійно поляризоване світло падає під кутом Брюстера на металічне дзеркало, покрите тонким фотошаром. В одному випадку вектор \vec{E} лежить в площині падіння, а в іншому – перпендикулярний до площини падіння. В якому випадку фотошар почорніє?

Відповідь. Фотошар почорніє у першому випадку, коли електричний вектор \vec{E} коливається в площині падіння. Цей промінь проникає в фотошар і далі поглинається ним. У випадку, коли електричний вектор \vec{E} коливається в напрямку, перпендикулярному до площини падіння, світло повністю відбивається від поверхні фотошару і з ним не взаємодіє (див. відповідь на запитання 7.9).

Запитання 7.76. Чи спостерігатимуться кільця Ньютона, якщо на плоскоопуклу лінзу, яка лежить на скляній поверхні, під кутом Брюстера падає світло поляризоване: в площині падіння; перпендикулярно до площини падіння?

Відповідь. Якщо світло поляризоване в площині падіння, то кільця Ньютона будуть спостерігатися тільки в прохідному світлі.

У випадку, коли світло поляризоване в напрямку, перпендикулярному до площини падіння, кільця Ньютона будуть спостерігатися у відбитому світлі (див. відповіді на запитання 7.3 і 7.9).

Запитання 7.77. Який висновок про природу світла можна зробити на основі поляризації світла?

Відповідь. На основі явища поляризації світла можна зробити висновок про поперечність світлових хвиль. Тільки поперечні хвилі можна поляризувати (див. відповідь на запитання 7.3 і 7.4)

Запитання 7.78. Два поляроїди орієнтовані так, що пропускають максимум світла. На який кут потрібно повернути один із них, щоб інтенсивність світла зменшилася на половину?

Відповідь. Інтенсивність світла, яке пройшло через систему із двох поляроїдів визначається законом Малюса:

$$I_a = I_p \cos^2 \alpha = \frac{I_0}{2} \cos^2 \alpha,$$

де I_a – інтенсивність світла після другого поляроїда (аналізатора), I_p – інтенсивність світла після першого поляроїда, I_0 – інтенсивність природного світла, що падає на перший поляроїд, α – кут між оптичними осями поляроїдів. Якщо $\alpha = 0$ (поляроїди паралельні), то

$$I_{\max} = \frac{I_0}{2}.$$

Згідно умови задачі один з поляроїдів (наприклад, другий) потрібно повернути на такий кут, щоб інтенсивність світла, яке пропускає система, зменшилась вдвічі. Тобто

$$\frac{I_{\max}}{2} = \frac{I_0}{4} = \frac{I_0}{2} \cos^2 \alpha,$$

звідки

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \alpha = 45^\circ.$$

Запитання 7.79. Як, і за допомогою яких приладів, відрізнити правополяризоване світло від лівополяризованого по колу світла?

Відповідь. В поляризованому по колу світлі між його компонентами існує різниця фаз $\pm\pi/2$. Пропускаючи досліджуване світло через чвертьхвильову пластинку, ми додаємо до цієї різниці фаз ще $\pm\pi/2$, тобто компенсуємо цю різницю фаз, перетворивши її в нуль або в π . Таким чином, досліджуване світло перетвориться в лінійно поляризоване. Причому, якщо світло правополяризоване по колу, то світловий вектор лінійно поляризованого світла коливатиметься в першому і третьому квадрантах (рис. 7.41,а), для світла

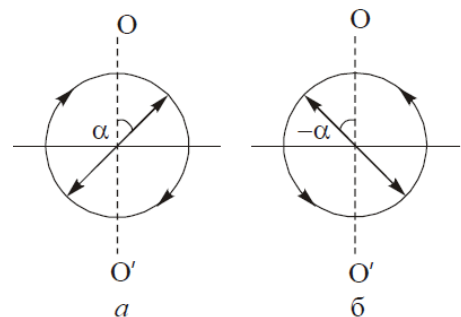


Рис. 7.41

лівополяризоване по колу, то світловий вектор лінійно поляризованого світла коливатиметься в другому і четвертому квадрантах (рис. 7.41,б), для світла

лівополяризованого по колу електричний вектор буде коливатися в другому і четвертому квадрантах (рис. 7.41,б)

В цьому можна переконатися за допомогою аналізатора. При цьому застережень, щодо орієнтації чверть хвильової пластинки, ніяких немає.

Отже, щоб відрізнити правополяризоване по колу світло від лівополяризованого, потрібно скористатися чвертьхвильовою пластинкою і аналізатором.

Запитання 7.80. Який характер поляризації має плоска електромагнітна хвиля, проекція вектора \vec{E} якої на осі x і y , перпендикулярних до напрямку її поширення визначаються такими рівняннями:

$$a) E_x = E_0 \cos(\omega t - kz), \quad E_y = E_0 \sin(\omega t - kz);$$

$$б) E_x = E_0 \cos(\omega t - kz), \quad E_y = E_0 \cos(\omega t - kz + \frac{\pi}{4});$$

$$в) E_x = E_0 \cos(\omega t - kz), \quad E_y = E_0 \cos(\omega t - kz + \pi).$$

Відповідь. Для того, щоб дати відповідь на запитання в кожному із трьох випадків, необхідно знайти рівняння результуючого коливання і його вигляд покаже характер поляризації електромагнітної хвилі.

а) Рівняння 1-го випадку перепишемо так:

$$\frac{E_x}{E_0} = \cos(\omega t - kz), \quad \frac{E_y}{E_0} = \sin(\omega t - kz). \quad (1)$$

Піднесемо до квадрату ці рівняння і почленно їх додамо. Тоді:

$$\frac{E_x^2}{E_0^2} + \frac{E_y^2}{E_0^2} = \sin^2(\omega t - kz) + \cos^2(\omega t - kz), \quad (2)$$

звідки

$$E_x^2 + E_y^2 = E_0^2. \quad (3)$$

Рівняння (3) є рівнянням кола, тобто у випадку (а) електромагнітна хвиля поляризована по колу: кінець вектора \vec{E} , якого описує коло. Цей випадок зображено на рис. 7.42, із якого видно, що це лівоколова поляризація.

Для того, щоб дати відповідь для другого і третього випадків, розглянемо загальний випадок.

Ці рівняння запишемо так:

$$E_x = E_0 \cos(\omega t - kz), \quad E_y = E_0 \cos(\omega t - kz + \alpha). \quad (4)$$

Далі рівняння (4) запишемо так:

$$\frac{E_x}{E_0} = \cos(\omega t - kz), \quad (5)$$

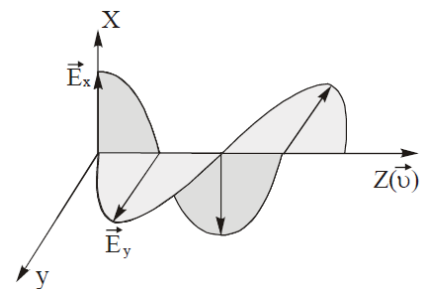


Рис. 7.42

$$\frac{E_y}{E_0} = \cos(\omega t - kz + \alpha). \quad (6)$$

У правій частині рівняння (6) врахуємо відому формулу тригонометрії:

$$\frac{E_y}{E_0} = \cos(\omega t - kz) \cos \alpha - \sin(\omega t - kz) \sin \alpha, \quad (7)$$

і далі рівняння (7) перепишемо так:

$$\sin(\omega t - kz) \sin \alpha = \cos(\omega t - kz) \cos \alpha - \frac{E_y}{E_0}. \quad (8)$$

Із врахуванням (5) рівність (8) набуде такого вигляду:

$$\sin(\omega t - kz) \sin \alpha = \frac{E_x}{E_0} \cos \alpha - \frac{E_y}{E_0}. \quad (9)$$

Ліву і праву частини рівності (9) помножимо на $\sin \alpha$ і отримаємо :

$$\cos(\omega t - kz) \sin \alpha = \frac{E_x}{E_0} \sin \alpha. \quad (10)$$

Рівності (9) і (10) піднесемо до квадрату, почленно їх додамо і отримаємо:

$$\sin^2 \alpha \left[\sin^2(\omega t - kz) + \cos^2(\omega t - kz) \right] = \frac{E_x^2}{E_0^2} \cos^2 \alpha - 2 \frac{E_x E_y}{E_0^2} \cos \alpha + \frac{E_x^2}{E_0^2} \sin^2 \alpha + \frac{E_y^2}{E_0^2}. \quad (11)$$

Після нескладних перетворень маємо:

$$\frac{E_x^2}{E_0^2} - 2 \frac{E_x E_y}{E_0^2} \cos \alpha + \frac{E_y^2}{E_0^2} = \sin^2 \alpha. \quad (12)$$

Рівняння (12) є рівнянням еліпса, осі якого орієнтовані відносно координат осей X і Y довільно. Орієнтація еліпса і величини його півосей залежать лише від кута α .

б) Нехай $\alpha = \pi / 4$. Рівняння (12) після підстановки значення α залишається рівнянням еліпса. Отже, електромагнітна хвиля, проекції вектора \vec{E} якої на осі X і Y визначаються рівняннями (б), поляризована по еліпсу (кінець вектора \vec{E} обертається за годинниковою стрілкою (рис. 7.43)).

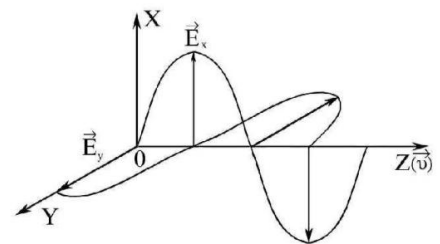


Рис. 7.43

в) Нехай $\alpha = \pi$. Після підстановки в рівняння (12) значення α воно перетворюється в рівняння прямої

$$E_x + E_y = 0. \quad (13)$$

Тобто, світло є лінійно поляризованим (рис. 7.47,а), а вектор \vec{E} коливається у другому і четвертому квадрантах.

Запитання 7.81. Ступінь поляризації частково поляризованого світла $P = 0,25$. Знайти відношення інтенсивності поляризованої складової цього світла до інтенсивності природної складової.

Відповідь. Частково поляризоване світло можна розглядати як суміш природного і поляризованого світла. Тобто,

$$I_{ч.п} = I_{np} + I_{пол}.$$

Якщо таке світло пропустити через аналізатор, який обернути навколо напрямку поширення світла, то його інтенсивність буде змінюватися від I_{max} до I_{min} і навпаки, через кожні 90^0 . Користуючись законом Малюса, отримаємо

$$I_{max} = \frac{I_{np}}{2} + I_{пол} \quad \text{і} \quad I_{min} = \frac{I_{np}}{2}.$$

Далі скористаємося формулою (7.10):

$$P = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} = \frac{\frac{I_{np}}{2} + I_{пол} - \frac{I_{np}}{2}}{\frac{I_{np}}{2} + I_{пол} + \frac{I_{np}}{2}} = \frac{I_{пол}}{I_{np} + I_{пол}},$$

звідки $\frac{I_{пол}}{I_{np}} = \frac{P}{1 - P} = 0,3$.

Запитання 7.82. Пучок поляризованого по колу світла інтенсивністю I_0 падає на ніколь-аналізатор. Охарактеризуйте природу світла, що вийде з ніколя-аналізатора і визначте його інтенсивність.

Відповідь. Поляризоване по колу світло ніколь-аналізатор перетворить в лінійно поляризоване світло з інтенсивністю, рівною інтенсивності світла падаючого на ніколь-аналізатор. Оскільки падаюче на ніколь-аналізатор світло поляризоване по колу, то його інтенсивність після ніколя-аналізатора від положення останнього не залежить.

Запитання 7.83. Природне світло падає на два схрещені поляроїди. Якої інтенсивності світло пройде через них. Яка частина світла пройде, якщо між схрещеними поляроїдами розмістити третій, вісь якого утворює з оптичними осями інших поляроїдів кут 45^0 . Що відбудеться, якщо третій поляроїд розмістити перед першими двома?

Відповідь. Див. відповідь на запитання 7.68.

Запитання 7.84. Чи може бути звукова хвиля: лінійно поляризована; поляризована по колу?

Відповідь. Звукова хвиля не може бути поляризована ні лінійно ні по колу. Поляризувати можна тільки поперечну хвилю, а звукова хвиля поздовжня.

Запитання 7.85. Як визначити, чи володіє світловий пучок циркулярною поляризацією?

Відповідь. Потрібно досліджуване світло пропустити через чвертьхвильову пластинку. Тоді до різниці ходу $\pm\pi/2$, що існує між компонентами, циркулярно поляризованого світла добавиться ще $\pm\pi/2$, тобто різниця фаз, яка уже існує перетвориться в нуль або в π і досліджуване світло перетвориться в лінійно поляризоване, що легко перевірити за допомогою аналізатора. Отже, якщо обертаючи аналізатор, інтенсивність світла після нього змінюватиметься від I_{\max} до $I_{\min} = 0$, то досліджуване світло циркулярно поляризоване.

Запитання 7.86. Відомо, що електричні вектори звичайного E_0 і незвичайного \vec{E}_e променів коливаються у взаємно перпендикулярних площинах. Чим є ці площини?

Відповідь. При проходженні світла через двозаломлюючі кристали, промінь світла розділяється на два, які отримали назву звичайний і не звичайний. Електричний вектор E_e незвичайного променя, коливається в площині головного перерізу, а звичайного E_0 в площині, перпендикулярній до головного перерізу. Отже, вони коливаються у взаємно перпендикулярних напрямках, тобто вони є лінійно поляризовані. Головний переріз (головна площина) – це будь-яка площина, яка проходить через оптичну вісь кристала.

8. Оптика анізотропних середовищ

Запитання 8.1. Які середовища називають оптично анізотропними.

Відповідь. Середовища, оптичні властивості яких залежать від напрямку поширення світла в них і напрямку коливання світлового вектора (напрямку поляризації), називають **оптично анізотропними**.

Запитання 8.2. Чим зумовлено існування оптично анізотропних середовищ?

Відповідь. Добре встановлено, що закономірності поширення світла в будь-якому середовищі в кінцевому рахунку визначаються інтерференцією первинної і вторинних хвиль, які випромінюються молекулами, атомами або іонами середовища внаслідок їх електронної поляризації під дією електричного поля світлової хвилі. Тому оптичні властивості середовища повністю зумовлені електричними властивостями цих елементарних випромінювачів, їх взаємним розміщенням і взаємодією. Окремі атоми і молекули середовища, в залежності від структури, можуть бути електрично ізотропними або анізотропними, у першому випадку їх поляризованість не залежить від напрямку у просторі, у другому – істотно залежить від напрямку.

Однак, оптичні властивості окремих атомів або молекул середовища ще не повністю визначають оптичні властивості всього середовища. Можна навести приклади (гази, рідини, аморфні тіла), коли окремі молекули, з яких складається дане середовище анізотропні, а середовище є оптично ізотропним. Причина тут криється в повній хаотичності орієнтації молекул в газах, рідинах, аморфних тілах. Будь-яка впорядкованість орієнтації анізотропних молекул в цих середовищах під дією зовнішніх чинників призведе до виникнення оптичної анізотропії середовища.

Якщо середовище знаходиться в кристалічному стані, то його складові частинки (атоми, молекули, іони), розміщуються в строгому порядку, утворюючи кристалічну ґратку. Кожна частинка при цьому взаємодіє з найближчими сусідами ґратки. Тому випромінювання вторинних хвиль частинками речовини в кристалічному стані залежить не лише від електричних властивостей самих частинок, а й від силової взаємодії з іншими частинками. Звідси впливає, що оптична анізотропія кристала може бути зумовлена як електричною анізотропією його складових частинок, так і анізотропією поля сил взаємодії між частинками, яка залежить від ступеня симетрії ґратки. Так, наприклад, кристали кубічної системи (наприклад, $NaCl$), які мають дуже високу ступінь симетрії ґратки, є оптично ізотропними; вуглекислий кальцій ($CaCO_3$) існує у вигляді двох кри-

сталічних форм *ісландського шпату* і *арагоніту*, які відрізняються взаємним розміщенням своїх елементів, у зв'язку з чим мають різні оптичні властивості.

Запитання 8.3. Яке оптичне явище називають явищем подвійного променезаломлення?

Відповідь. Явище подвійного променезаломлення є яскравим прикладом оптичної анізотропії. Деякі прозорі немагнітні кристали при проходженні через них світлового променя (пучка) розділяють його на два промені, які називають **звичайним** і **незвичайним**. Цікаво, що обидва промені лінійно поляризовані у взаємно перпендикулярних площинах (рис. 8.1).

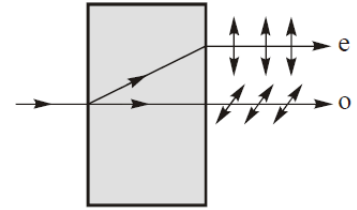


Рис. 8.1

Запитання 8.4. Що називають оптичною віссю двозаломлюючого кристала?

Відповідь. У будь-якого кристала, який володіє властивістю подвійного променезаломлення, існує, принаймні один напрямок, вздовж якого звичайний і незвичайний промені поширюються не розділяючись і з однаковою швидкістю. Отже, в цьому напрямку подвійне променезаломлення відсутнє. Цей напрямок називається **оптичною віссю кристала**. Якщо такий напрямок в кристалі один, то такий кристал називають **одновісним**, якщо два – то кристал називають **двовісним** (див. відповідь на запитання 7.15).

Запитання 8.5. В яких напрямках коливаються електричні вектори звичайного \vec{E}_o і незвичайного \vec{E}_e променів?

Відповідь. Звичайний і незвичайний промені лінійно поляризовані. Електричні вектори їх коливаються у взаємно перпендикулярних площинах. У звичайного променя електричний вектор \vec{E}_o коливається у напрямку, перпендикулярному до головної площини (головного перерізу); у незвичайного променя електричний вектор \vec{E}_e коливається в головній площині (головному перерізі) кристала (рис. 8.2). Головна площина (головний переріз) кристала – це площина, яка проходить через оптичну вісь кристала. Будь-яка площина, яка проходить через оптичну вісь кристала є головною площиною (головним перерізом).

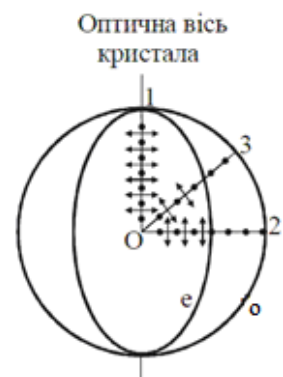


Рис. 8.2

Зверни увагу!

Оскільки в звичайному промені електричний вектор \vec{E}_0 коливається в напрямку, перпендикулярному до головного перерізу кристала, то при будь-якому напрямку поширення світла, вектор \vec{E}_0 утворює з оптичною віссю кристала прямий кут, а це означає, що швидкість поширення світлової хвилі звичайного променя v_0 є однаковою в різних напрямках (рис. 8.2)

У незвичайному промені вектор \vec{E}_e утворює різні кути з оптичною віссю кристала. Якщо незвичайний промінь в кристалі поширюється в напрямку оптичної осі, то вектор \vec{E}_e перпендикулярний до оптичної осі, якщо ж він поширюється перпендикулярно до оптичної осі, то вектор \vec{E}_e , паралельний до оптичної осі кристала (рис. 8.2). Це означає, що швидкість поширення незвичайного променя v_e в різних напрямках різна, оскільки вона залежить від напрямку коливання вектора \vec{E}_e . На рис. 8.2 напрямки коливань вектора \vec{E}_0 позначені точками, а напрямки коливань вектора \vec{E}_e – двосторонніми стрілками.

Запитання 8.6. Які оптичні властивості середовища є анізотропними, тобто вони залежать від напрямку поширення світла і напрямку коливання електричного вектора \vec{E} .

Відповідь. В кристалах не кубічної симетрії від напрямку поширення світла виявляє залежність діелектрична проникність ε . В одновісних кристалах в напрямку оптичної осі і в напрямках, перпендикулярних до неї, має різні значення ε_{\parallel} і ε_{\perp} (ε_{\parallel} – максимальне, ε_{\perp} – мінімальне). В інших напрямках ε має проміжні значення. Оскільки діелектрична проникність ε і показник заломлення світла n зв'язані між собою співвідношенням Максвелла

$$n = \sqrt{\varepsilon}, \quad (8.1)$$

оптичну анізотропію в анізотропних кристалах проявляє і показник заломлення. Отже із анізотропії ε випливає, що електромагнітним хвилям з різними напрямками коливань вектора \vec{E} відповідають різні значення показника заломлення n , а оскільки

$$n = \frac{c}{v}, \quad (8.2)$$

то різним значенням n відповідають різні значення швидкості поширення світла v . Пригадай, що

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}} = \frac{c}{n}. \quad (8.3)$$

Запитання 8.7. Якої поляризації світло вийде із двозаломлюючого кристала, якщо воно в кристалі поширюється вздовж оптичної осі?

Відповідь. При поширенні світла в двозаломлюючому кристалі вздовж оптичної осі, подвійного променезаломлення не спостерігається: падаючий пучок світла не роздвоюється і його стан поляризації не змінюється.

Запитання 8.8. Якої поляризації світло вийде з двозаломлюючого кристала, якщо світло в кристалі поширюється в напрямку, перпендикулярному до оптичної осі?

Відповідь. При поширенні світла в двозаломлюючому кристалі в напрямку, перпендикулярному до оптичної осі, світловий промінь розбивається на звичайний і незвичайний промені, однак вони просторово не розділяються, а поширюються в одному напрямку з різними швидкостями. В результаті між світловими хвилями звичайного і незвичайного променів виникне певна різниця фаз δ , від якої і залежить стан поляризації світла, яке вийде із кристала, а різниця фаз залежить від товщини кристала d та різниці показників заломлення звичайного і незвичайного променів $n_o - n_e$:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} n_o - n_e d.$$

Нехай на кристал падає природне світло, яке можна уявити собі як сукупність численних лінійно поляризованих хвиль у всіх можливих напрямках. Кожна із цих хвиль в кристалі розіб'ється на дві лінійно поляризовані хвилі (звичайну і незвичайну), електричні вектори \vec{E}_e і E_o , яких, коливаються у взаємно перпендикулярних площинах. В результаті із кристала, в залежності від його товщини, вийде світло, яке складається із сукупності еліптично або лінійно поляризованих хвиль, тобто світло залишиться природним. Кристалічна пластинка не змінює стану поляризації а призводить лише до зміни внутрішньої мікроструктури світла.

Якщо на кристал падає світло **лінійно поляризоване**, то в залежності від товщини кристала, від якої залежить різниця фаз між звичайним і незвичайним променями, після кристала утвориться поляризоване світло по еліпсу або лінійно поляризоване.

Запитання 8.9. Якій умові задовольняють головні діелектричні проникності одновісного кристала? Кристали яких систем є одновісними?

Відповідь. Якщо для будь-якого кристала обрати три взаємно перпендикулярні напрямки (осі декартової системи координат), то тензор діелектричної проникності ε_{ij} матиме такий вигляд діагональної матриці

$$\varepsilon_{ij} = \begin{pmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{pmatrix}.$$

Такі напрямки називають **головними діелектричними осями** кристала, а величини ε_x , ε_y , ε_z – **головними діелектричними проникностями**. Для кубіч-

ного кристала головні діелектричні проникності співпадають $\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z$. Кристал називають **одновісним**, якщо співпадають дві головні проникності, наприклад, $\varepsilon_x = \varepsilon_y \neq \varepsilon_z$, а вибір головних осей обмежений тим, що дві з них повинні бути в площині XU . Якщо всі три головні проникності різні $\varepsilon_x \neq \varepsilon_y \neq \varepsilon_z$ і відсутня довільність у виборі головних осей, то такий кристал називають **двовісним**. Наприклад, ісландський шпат є одновісним кристалом, а арагоніт – двовісним.

До оптично одновісних кристалів відносяться всі кристали тетрагональної, гексагональної і тригональної систем. Кристали більш низької симетрії (триклинна, моноклінна, ромбодрічна) можна віднести до двовісних кристалів. Кристали кубічної симетрії ($NaCl$ – кам'яна сіль, CaF_2 – флюорит, алмаз) оптично ізотропні, у них діелектричні проникності однакові $\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z$.

До речі...

Те, що кубічні кристали є ізотропними у відношенні оптичних властивостей не означає, що вони є ізотропними і у відношенні інших властивостей. Наприклад, у відношенні пружних властивостей кубічні кристали є анізотропними.

Запитання 8.10. Як залежать від напрямку променя променеві швидкості звичайної і незвичайної хвиль? Як ці хвилі поляризовані?

Відповідь. Швидкість поширення світла визначається законом Максвелла:

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}} = \frac{c}{n},$$

звідси для звичайного променя

$$v_0 = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_{\parallel}}} = \frac{c}{n_0},$$

для незвичайного променя

$$v_e = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_{\perp}}} = \frac{c}{n_e}.$$

Показник заломлення n_0 звичайного променя від напрямку променя не залежить, оскільки напрямок коливання електричного вектора \vec{E}_0 у всіх напрямках є перпендикулярним до головного перерізу. Це означає, що і швидкість поширення звичайного променя у всіх напрямках однакова.

Зображуючи швидкість звичайного променя у вигляді відрізків, відкладених від точки O в різних напрямках, отримаємо сферичну поверхню, яка є не що інше, як хвильовою поверхнею звичайного променя в кристалі (рис. 8.3).

Показник заломлення n_e незвичайного променя залежить від напрямку променя в кристалі, оскільки напрямок коливання електричного вектора \vec{E}_e незвичайної хвилі різний в різних напрямках.

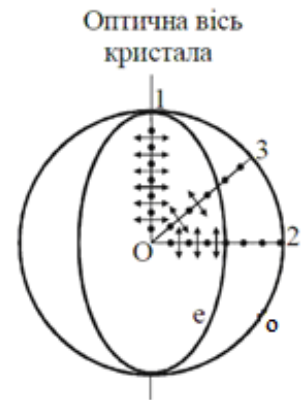


Рис. 8.3

Коливання вектора \vec{E}_e незвичайного променя здійснюється в головному перерізі. Тому для різних напрямків незвичайного променя напрямки коливань вектора \vec{E}_e (на рис. 8.3 ці напрямки зображені різного напрямку двосторонніми стрілками), утворюють з оптичною віссю різні кути α . Для променя 1 кут $\alpha = \pi / 2$, внаслідок чого швидкість незвичайного променя $v_e = v_0 = \frac{c}{n_e} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_{\parallel}}}$,

для променя 2 кут $\alpha = 0$, і швидкість $v_e = \frac{c}{n_e} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_{\perp}}}$. Для променя 3 швидкість

v_e має проміжне значення. Отже, поверхня променевих швидкостей незвичайних променів є еліпсоїд обертання, розміщений в додатному кристалі всередині сферичної хвильової поверхні звичайного променя.

Зверни увагу!

Звичайний і незвичайний промені лінійно поляризовані.

Електричний вектор \vec{E}_o звичайного променя коливається перпендикулярно до головного перерізу, а електричний вектор \vec{E}_e незвичайного променя коливається в головному перерізі, тобто звичайний і незвичайний промені поляризовані у взаємно перпендикулярних площинах.

Запитання 8.11. Які анізотропні кристали називають додатними, які від'ємними?

Відповідь. В залежності від того, яка із швидкостей, v_o або v_e більша, розрізняють додатні і від'ємні кристали. У додатних кристалів $v_o > v_e$ ($n_o < n_e$), у від'ємних кристалів навпаки $v_e > v_o$ ($n_e < n_o$). У додатних кристалів еліпсоїд променевих швидкостей витягнутий по вертикалі (рис. 8.4,а), а у від'ємних – по горизонталі (рис. 8.4,б).

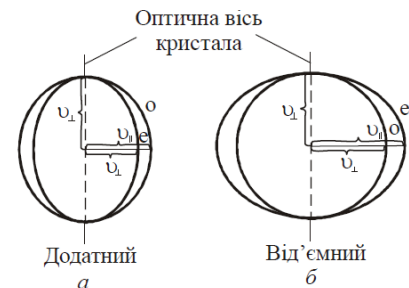


Рис. 8.4

Запитання 8.12. Як зв'язані між собою променева і фазова швидкості світла?

Відповідь. При поширенні світла в ізотропному середовищі промінь і нормаль до фронту хвилі співпадають. Отже, напрямок поширення фази хвилі (вздовж напрямку нормалі до хвильової поверхні) і напрямок поширення (переносу) енергії хвилі співпадають. Для характеристики поширення світла в анізотропних середовищах користуються поняттями фазової v_{ϕ} і променевої v_{np} швидкостей.

Фазова швидкість – це швидкість з якою переміщається площина рівних фаз вздовж нормалі до хвильової поверхні.

Променева швидкість – це швидкість переміщення площини рівних фаз в напрямку променя (променеву швидкість ще називають швидкістю переносу енергії). У звичайній хвилі напрямки фазової і променевої швидкостей співпа-

дають ($v_\phi = v_{np}$). У незвичайної хвилі напрямки v_ϕ і v_{np} співпадають тільки у випадках, коли хвиля поширюється вздовж оптичної осі середовища або перпендикулярно до неї. У всіх інших випадках напрямок фазової швидкості відрізняється від напрямку променевої і фазова швидкість дорівнює проекції променевої швидкості на напрямках нормалі до хвильової поверхні:

$$v_\phi = v_{np} \cos \alpha. \quad (8.5)$$

Тут α – кут між напрямком нормалі до хвильової поверхні і напрямком променя (променевого вектора).

Запитання 8.13. Як, користуючись принципом побудови Гюйгенса визначити хвильові фронти і напрямки звичайного і незвичайного променів?

Відповідь. Нагадаємо як виконується побудова Гюйгенса у випадку ізотропного середовища (рис. 8.5). Коли хвильова поверхня плоскої падаючої хвилі досягає точки O на межі середовищ, вторинна хвиля від точки O' уже досягла точки B . Огинаючою всіх вторинних хвиль є OB , яка є поверхнею рівних фаз заломленої хвилі.

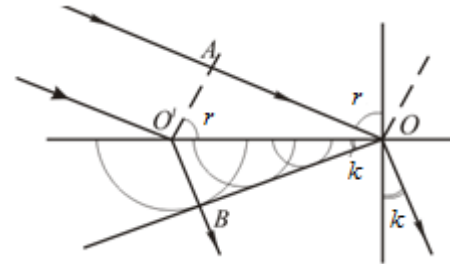


Рис. 8.5

Враховуючи, що вторинна хвиля, яка поширюється зі швидкістю $v = c/n$ проходить відстань $O'B$, що і падаюча хвиля відстань AO , із трикутників $OO'B$, і $OO'A$ отримуємо закон заломлення:

$$\sin r = n \sin k \quad \Rightarrow \quad \frac{\sin r}{\sin k} = n. \quad (8.6)$$

У випадку анізотропного середовища в ньому утворюється звичайний і незвичайний промені, які поширюються в різних напрямках (в залежності від напрямку оптичної осі середовища) і з різними променевими швидкостями.

а) Світло падає під кутом до поверхні кристала ($v_o > v_e$) і під кутом до оптичної осі кристала. Оптична вісь не лежить в площині падіння. На рис. 8.6 побудовані променеві поверхні звичайного і незвичайного променів з центром в точці 2, яка лежить на поверхні кристала. Побудова виконана для моменту часу, коли хвильовий фронт падаючого на кристал світла, досягає точки 1.

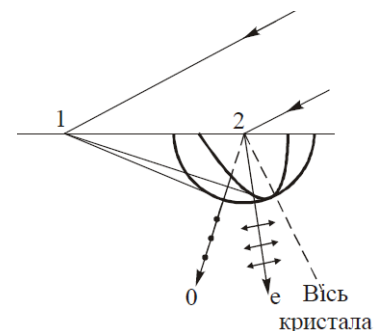


Рис. 8.6

Фронтом хвиль (поверхнею хвильових векторів) для звичайного і незвичайного променів є площини, дотичні до променевих поверхонь вторинних хвиль. Заломлений промінь (о або е), який виходить із точки 2, проходить через точку дотику огинаючої (площини) з відповідною променевою поверхнею. Це напрямок поширення енергії звичайної і незвичайної хвиль (напрямки променевих швидкостей хвиль) (див. відповідь на запитання 8.12). Виходячи із цього, у випадку анізотропних середовищ, **під променем розуміють напрямок, в якому переноситься світлова енергія.**

б) Світло падає на поверхню кристала нормально, оптична вісь кристала лежить в площині падіння. Тут можуть мати місце три випадки.

Світло падає в напрямку оптичної осі кристала (рис. 8.7,а). В цьому випадку звичайний і незвичайний промені поширюються вздовж оптичної осі з однією і тією ж швидкістю $v_o = v_e$ і просторово не розділяються. Випадок б (рис. 8.7) свідчить, що навіть, коли світло на поверхню кристала падає нормально, але під кутом до оптичної осі, незвичайний промінь відхиляється від нормалі до цієї поверхні.

У випадку, коли оптична вісь кристала паралельна до заломлюючої поверхні (рис.8.7,в) при нормальному падінні світла на кристал звичайний і незвичайний промені поширюються в одному і тому ж напрямку, але з різними швидкостями, внаслідок чого між ними виникає зростаюча різниця ходу (фаз). Просторово звичайний і незвичайний промені в цьому випадку не розділяються.

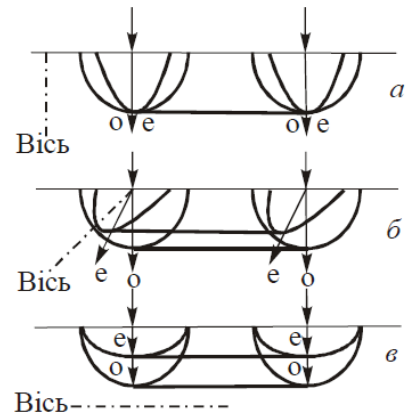


Рис. 8.7

Запитання 8.14. За яких умов заломлений промінь залишається в площині падіння світла, а за яких – виходить із неї ?

Відповідь. Звичайний промінь за будь-яких умов (за будь-якої орієнтації оптичної осі кристала і за будь-якого напрямку падіння світла на кристал) залишається в площині падіння світла. Якщо оптична вісь кристала лежить в площині падіння, то незвичайний промінь також лежить в площині падіння. Якщо ж оптична вісь не лежить в площині падіння (наприклад, перпендикулярна до неї), то незвичайний промінь вийде із площини падіння.

Запитання 8.15. Чи завжди в анізотропному середовищі незвичайний промінь поширюється зі швидкістю $v = c / n_e$?

Відповідь. Ні. Не завжди. В одновісному кристалі хвильовою (променевою) поверхнею звичайного променя є сфера. Це означає, що звичайна хвиля поширюється у всіх напрямках з однаковою швидкістю $v_o = c / n_o$. Хвильовою поверхнею незвичайної хвилі є поверхня еліпсоїда обертання. В додатному кристалі хвильова поверхня незвичайної хвилі розміщується в середині сфери, поверхня якої є хвильовою поверхнею звичайної хвилі. Ці поверхні дотикаються в місцях перетину з оптичною віссю (рис. 8.3). Отже, в напрямку, паралельному до оптичної осі обидві хвилі поширюються з однаковою швидкістю $v_o = v_e = c / n_o$. В напрямку, перпендикулярному до оптичної осі незвичайна хвиля поширюється зі швидкістю $v_e = c / n_e < v_o$. Саме під показником заломлення незвичайної хвилі n_e розуміють показник заломлення незвичайного променя для напрямку поширення, перпендикулярного до оптичної осі. У всіх інших напрямках швидкість незвичайної хвилі в кристалі $v_e < v_o$ (рис. 8.3). У від'ємному кристалі навпаки $v_o < v_e$.

Запитання 8.16. Чому деякі середовища, які зазвичай є оптично ізотропними, стають оптично анізотропними при зовнішніх на них впливах (механічних деформаціях, електричних і магнітних полів)?

Відповідь. Оптичні властивості середовища зумовлені електричними властивостями його складових (атомів, іонів, молекул), які є електричними випромінювачами вторинних світлових хвиль, їх взаємним розміщенням і взаємодією. Окремі атоми і молекули середовища, в залежності від їх структури, можуть бути ізотропними або анізотропними. Однак, оптичні властивості окремих складових середовища (атомів і молекул) ще не визначають повністю оптичних властивостей середовища. Є чимало прикладів (гази, рідини, аморфні тіла), коли окремі молекули, з яких складається середовище в цілому, є оптично анізотропними, а середовище в цілому є оптично ізотропне. Причина цього в повній хаотичності орієнтації анізотропних молекул в таких середовищах. Будь-яке впорядкування орієнтації анізотропних молекул в цих середовищах під дією зовнішніх впливів веде до виникнення оптичної анізотропії середовища. Такими зовнішніми впливами (факторами) можуть бути механічні деформації (розтяг, стиск), електричні і магнітні поля (див. відповідь на запитання 8.2).

Запитання 8.17. В чому фізична суть оптичної анізотропії, викликаній механічними деформаціями?

Відповідь. У 1813 р. Т. Зеебек і у 1815 р. Д. Брюстер виявили, що подвійне променезаломлення може виникати в прозорих ізотропних тілах при їх механічній деформації. Це явище отримало назву **фотопружності** або **штучної оптичної анізотропії**. Для спостереження оптичної анізотропії досліджуване тіло розміщують між схрещеними поляризаторами (рис. 8.8). Якщо досліджуваним тілом є скляна або плексигласова пластинка, то така система світла не пропустить. Однак, якщо досліджуване тіло піддати односторонньому розтягу або стиску, виникнуть звичайний і незвичайний промені, між якими на виході із пластинки виникне певна різниця фаз і екран просвітиться.

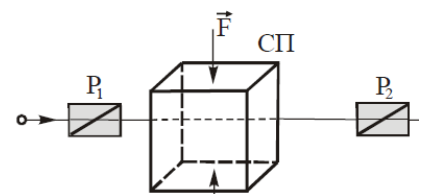


Рис. 8.8

Дослід показує, що вимірювана різниця показників заломлення $n_o - n_e$, яку розглядають мірою оптичної анізотропії, пропорційна механічній напрузі, що прикладена до деформованого тіла:

$$n_o - n_e = k\sigma, \quad (8.7)$$

де k – коефіцієнт пропорційності, характерний для даної речовини (стала Брюстера), $\sigma = F/S$ – механічна напруга. Різниця показників заломлення $n_o - n_e$ може бути як додатною так і від'ємною, в залежності від матеріалу. Деформоване тіло веде себе з точки зору оптичних властивостей, подібно одновісному

кристалу, оптична вісь якого співпадає з напрямком прикладеної сили. Різниця фаз між звичайним і незвичайним променями, які вийшли з деформованого тіла

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d (n_o - n_e) = \frac{2\pi}{\lambda} dk\sigma, \quad (8.8)$$

де d – товщина тіла (пластинки), $d (n_o - n_e) = \Delta$ – різниця ходу. При двосторонньому розтягу або стиску, зразок стає оптично двовісним.

Запитання 8.18. Чому величину $n_o - n_e$ вважають мірою оптичної анізотропії?

Відповідь. Від різниці показників заломлення звичайної і незвичайної хвиль $n_o - n_e$ залежить різниця ходу $\Delta = d (n_o - n_e)$ між цими хвилями, а від неї залежить стан поляризації світла, яке вийде із деформованого тіла. Отже, чим більша різниця $n_o - n_e$, тим більше проявить себе явище штучної анізотропії. Зауважимо, що $n_o - n_e$ пропорційна механічній напрузі.

Запитання 8.19. Які практичні застосування явища штучної оптичної анізотропії під дією деформації?

Відповідь. 1) Оскільки $\Delta n = n_o - n_e \sim F$ (де F – сила, прикладена до тіла при деформації), то вимірюючи Δn можна оцінити навантаження, яке діє на досліджуване тіло. Це дозволило створити оптичний метод дослідження розподілу напруг в різних системах. Очевидно, що він застосовний тільки до прозорих тіл, однак він дозволяє моделювати із прозорого матеріалу механічну систему і

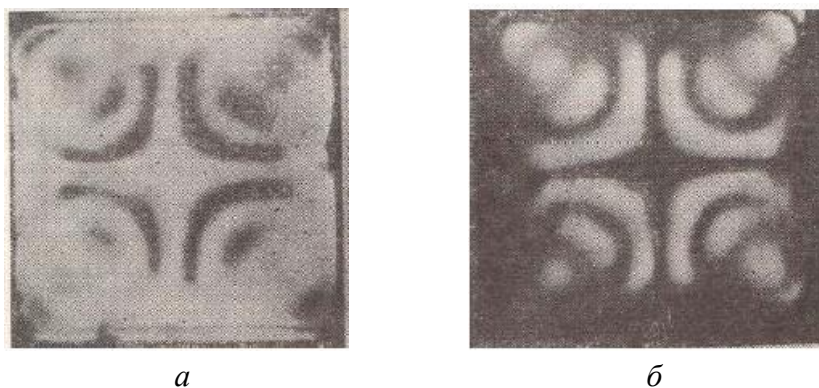


Рис. 8.9. Картини, які створюються оптичними напругами в поляризованому світлі. Загартований скляний кубик між паралельними поляроїдами (а) і між схрещеними поляроїдами (б).

по ній оцінювати напруги в різних її частинах. Цей метод значно полегшує роботу з розрахунку нових конструкцій.

2) Оптичний метод також широко використовується для дослідження напруг в оптичному склі, які можуть виникнути при його виготовленні. Всі деталі відповідних оптичних вузлів, як правило просвічують поляризованим світлом

для виявлення в них можливих залишкових напруг. На рис. 8.9 наведені ефективні досліди із загартованими склами, в яких напруги утворилися при термічній обробці.

Оскільки $\Delta n = n_o - n_e$ залежить від довжини хвилі, то при освітленні такого скла монохроматичним світлом картина в поляризованому світлі отримується різноколірною.

Запитання 8.20. Яка фізична причина оптичної анізотропії, що виникає під дією зовнішнього електричного поля?

Відповідь. Виникнення оптичної анізотропії під дією зовнішнього електричного поля виявлено у 1875 р. Дж. Керром.

Ефект Керра простіше спостерігати в газах, рідинах і аморфних тілах, хоча перші спостереження відносилися до твердих тіл. Схема експерименту спостереження ефекту Керра наведена на рис. 8.10, де P_1 і P_2 – схрещені поляризатори,

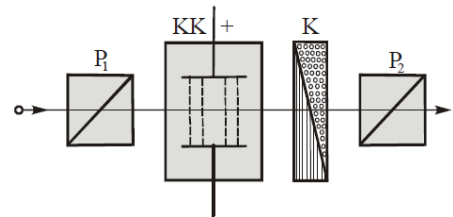


Рис. 8.10

KK – так звана комірка Керра – кювета з досліджуваною речовиною, в яку занурено обкладинки плоского конденсатора.

При накладанні електричного поля речовина, яка знаходиться в кюветі стає оптично анізотропною, тобто вона набуває властивостей одновісного кристала з оптичною віссю вздовж зовнішнього електричного поля. Дослід показує, що різниця показників заломлення n_o і n_e пропорційна квадрату напруженості електричного поля E^2 :

$$n_o - n_e = kE^2, \quad (8.9)$$

k – коефіцієнт пропорційності. Внаслідок квадратичної залежності $n_o - n_e$ від E , подвійне променезаломлення в електричному полі від напрямку поля не залежить.

На шляху d між звичайним і незвичайним променями виникає різниця фаз

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} d n_o - n_e = \frac{2\pi}{\lambda} dkE^2 = 2\pi BdE^2. \quad (8.10)$$

Тут $\Delta = d n_o - n_e$ – оптична різниця ходу, $B = k / \lambda$ – коефіцієнт (стала) Керра, характерний для даної речовини. Із відомих речовин найбільшим значенням B володіє нітробензол $C_6H_5NO_2$. Для нього $B = 2,2 \cdot 10^{-7} \text{ м} / B^2$. При $d = 5 \text{ см}$, відстані між обкладинками конденсатора $l = 1 \text{ мм}$, при напрузі 1500 В різниця фаз досягає значення $\delta = \pi / 2$, тобто комірка Керра за цих умов діє як чверть хвильова пластинка. У інших рідинах, особливо у газів, стала Керра значно мен-

ша, що вимагає використання великих напруг і чутливих методів вимірювання різниці фаз.

Причина виникнення оптичної анізотропії речовини в електричному полі криється в оптичній анізотропії молекул самої речовини. При відсутності зовнішнього електричного поля анізотропні молекули орієнтовані хаотично так, що середовище в цілому виявляється ізотропним. Під дією зовнішнього електричного поля анізотропні молекули речовини повертаються так, щоб в напрямку поля були орієнтовані або їх дипольні електричні моменти (у полярних молекул) або їх напрямки найбільшої поляризованості (у неполярних молекул). В результаті речовина (наприклад, рідина) стає **анізотропною**. Орієнтуючій дії поля протистоїть тепловий рух молекул. Цим пояснюється спостережуване на досліді зменшення сталої Керра B з підвищенням температури.

Запитання 8.21. Чому величина $n_o - n_e$, тобто міра анізотропії в рідині в електричному полі, пропорційна квадрату напруженості поля?

Відповідь. Досвід показує, що для монохроматичного світла з довжиною хвилі λ різниця показників заломлення $n_o - n_e$ пропорційна квадрату напруженості зовнішнього електричного поля:

$$n_o - n_e = kE^2.$$

Такий характер залежності $n_o - n_e$ від напруженості поля пояснюється тим, що $\Delta n = n_o - n_e$ не може залежати від напрямку вектора \vec{E} , тому розклад $n_o - n_e$ в ряд за степенями напруженості поля, повинен містити тільки парні степені. В слабких електричних полях, якими є всі поля, що застосовуються в дослідах, можна зберегти тільки перший квадратичний член цього розкладу. Тому,

$$n_o - n_e = kE^2.$$

де $k = \frac{n-1}{5} \cdot \frac{\beta}{kT}$ – стала, яка залежить тільки від даної речовини і її стану, а також від довжини хвилі, n – показник заломлення ізотропної речовини (без зовнішнього поля), β – поляризованість молекул речовини, k – стала Больцмана, T – абсолютна температура.

Запитання 8.22. Які практичні застосування ефекту Керра?

Відповідь. Вимірювання тривалості τ_0 ефекту Керра з використанням потужних газових імпульсів тривалістю порядку 10^{-12} c дають для сірководню $5 \cdot 10^{-11} \text{ c}$. Отже, ефект Керра практично безінерційний. Саме ця властивість обумовила його велике прикладне значення. Так, комірку Керра поміщену між

схрещеними поляризаторами, використовують в якості швидкодіючого **оптичного затвора**, який керується короткочасними імпульсами електричного поля. Якщо замість електричного імпульсу використати короткий потужний лазерний імпульс, то час τ_0 можна довести до 10^{-12} с.

Подаючи на обкладинки конденсатора комірки Керра змінну напругу U ($0 < U < U_0$), можна моделювати інтенсивність світла, яке проходить через аналізатор. Цей принцип використав П.Г. Тагор у першій системі радянського звукового кіно для запису звуку на кіноплівці. Окрім того, затвори і модулятори на ефекті Керра застосовуються для керування режимом роботи лазерів з метою отримання надкоротких імпульсів великої потужності. Такі "гігантські" імпульси необхідні для досліджень в нелінійній оптиці.

Запитання 8.23. Що таке електрооптичний ефект Поккельса? Чим він відрізняється від ефекту Керра? Що в них спільного?

Відповідь. Зміну оптичних характеристик (властивостей) двозаломлюючого одновісного кристала під дією зовнішнього електричного поля називають **електрооптичним ефектом Поккельса**. В одновісному кристалі поширення звичайного і незвичайного променів вздовж оптичної осі відбувається з однією і тією ж швидкістю $v_o = v_e = c / n_o$. Якщо кристал не володіє центром симетрії, то при накладанні електричного поля вздовж цієї осі, швидкість звичайного і незвичайного променів стають різними $v_o \neq v_e$. Це означає, що у одновісного кристала під дією поля появляється ще одна індукована оптична вісь, перпендикулярна до напрямку поширення світла (перпендикулярна до напрямку природної осі). На відміну від ефекту Керра, квадратичного по напруженості зовнішнього електричного поля, в електрооптичному ефекті Поккельса різниця показників звичайного і незвичайного променів $n_o - n_e$ пропорційна напруженості поля E (ефект Поккельса лінійний):

$$n_o - n_e = aE, \quad (8.11)$$

де a – стала величина.

Ефект Поккельса виникає не тільки при накладенні електричного поля вздовж оптичної осі кристала, але і в напрямку, перпендикулярному до неї. В першому випадку говорять про **поздовжній ефект Поккельса**, в другому – про **поперечний**. Однак, в обох випадках промінь світла повинен поширюватися в напрямку природної оптичної осі кристала.

Для створення комірок Поккельса поперечний ефект має певні переваги перед поздовжнім. По-перше, електроди розміщуються паралельно пучку світла, а це дає можливість робити відстань між ними достатньо малою, а довжину вздовж променя – достатньо великою. Тому півхвильову комірку можна ство-

рити при порівняно невеликій різниці потенціалів між електродами. По-друге, технічно простіше здійснити комірку з поперечним ефектом, ніж з поздовжнім. Тому, як правило, низьковольтні комірки Поккельса виготовляють з використанням поперечного ефекту. Однак, для створення високошвидкісних комірок використовують поздовжній ефект, оскільки в цьому випадку електроди мають малі розміри і меншу електроємність, що полегшує досягнення високих швидкостей зміни потенціалів.

Запитання 8.24. Які практичні застосування ефекту Поккельса?

Відповідь. Із механізму явища випливає, що ефект Поккельса такий же безінерційний, як і ефект Керра. Тому він, поряд з ефектом Керра, знайшов застосування (наприклад, в техніці лазерів) в якості оптичних затворів і високочастотних модуляторів світла. Вирізана перпендикулярно до оптичної осі пластинка КДР (дігідрофосфату калію) розміщується між схрещеними поляризаторами. Інтенсивність світла, яке пропускається такою коміркою Поккельса, залежить від прикладеної напруги U за законом

$$I \approx \sin^2 \frac{\pi U}{2U_{\lambda/2}}, \quad (8.12)$$

де $U_{\lambda/2}$ – мінімальна напруга, при якій зсув фаз звичайної і не звичайної хвиль дорівнює π (для КДР $U_{\lambda/2} \approx 8$ кВ).

Зверни увагу!

Ефект Керра – це явище виникнення оптичної анізотропії у ізотропного за звичайних умов середовища при накладанні зовнішнього електричного поля.

Ефект Поккельса – це виникнення другої індукованої оптичної осі у одновісного кристала при дії на нього зовнішнього електричного поля.

Ефект Керра – квадратичний ефект: $n_o - n_e = kE^2$.

Ефект Поккельса – лінійний: $n_o - n_e = kE$.

Запитання 8.25. Ефекти Керра і Поккельса – це виникнення оптичної анізотропії під впливом постійного зовнішнього електричного поля. Чи можливе виникнення оптичної анізотропії під дією зовнішнього змінного електричного поля?

Відповідь. Так. Можливо. Явище Керра може спостерігатися і в змінному електричному полі і навіть під дією поля світлової хвилі. Завдяки розвитку лазерної техніки появилась можливість отримувати оптичне випромінювання, в якому напруженість електричного поля досягає дуже великих значень. В перших дослідах Майєра і Жире (1964 р.) тривалість імпульсу складала $5,5 \cdot 10^{-8}$ с,

а його енергія $0,14 \text{ Дж}$. Принципова схема досліду наведена на рис. 8.11. Після світлофільтра і поляризатора P_1 монохроматичне світло $\lambda \approx 0,5 \text{ мкм}$ проходить через комірку Керра, заповненої досліджуваною ізотропною речовиною. Відбившись від пластинки B світло проходить через поляризатор P_2 і попадає на фотоелектронний помножувач ΦEP . Однак, при схрещених поляризаторах система світла на ΦEP не пропустить. Після ввімкнення лазера (світло від лазера проходить у зворотному напрямку) система пропустить світло, оскільки потужний лазерний імпульс викличе в рідині подвійне променезаломлення. Зрозуміло, що ефект у змінному полі менший ніж у статичному. Так, у нітробензолі у змінному полі він у 100 разів менший ніж у статичному.

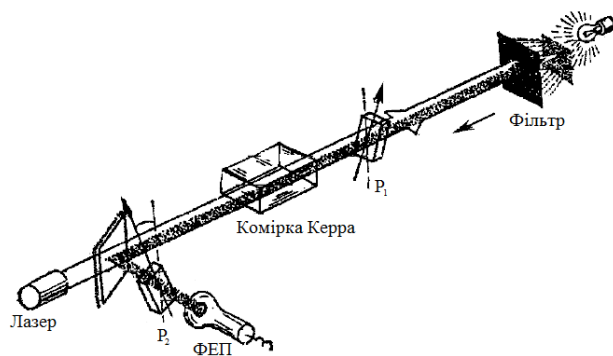


Рис. 8.11

Запитання 8.26. Який фізичний механізм виникнення подвійного променезаломлення у змінних електричних полях?

Відповідь. Якщо молекули, з яких складається середовище, полярні, то в одну половину періоду їх сталі дипольні моменти стараються орієнтуватися в напрямку зовнішнього електричного поля. В наступну половину періоду, коли зовнішнє поле змінить напрямок на протилежний, виникне така ж, але протилежно направлена орієнтація. Ефекти орієнтації, викликані такими полями, віднімаються. В низькочастотних полях (в радіодіапазоні) в кожний момент часу встановлюється орієнтація, яка відповідає миттєвому значенню електричного поля. В цих випадках явище протікає так само, як і в статичних полях.

У високочастотних полях (з $\lambda < 1 \text{ см}$) орієнтація сталих дипольних моментів практично припиняється і вони вже не можуть відігравати відповідної ролі у виникненні анізотропії, а з нею і подвійного променезаломлення середовища. В цьому випадку орієнтація обумовлена тільки індукованими дипольними моментами. В першу половину періоду індуковані дипольні моменти створюють моменти сил, які стараються наблизити осі найбільшої поляризованості молекул до напрямку електричного поля. В наступну половину періоду напрямки всіх моментів міняються на протилежні. Однак, вони також будуть наближати осі найбільшої поляризованості молекул до того ж напрямку зовнішнього поля. Це означає, що напрямок діючого на молекулу моменту сил при зміні напрямку зовнішнього поля на протилежний не змінюється. Обидва напрямки осі найбільшої поляризованості молекули еквівалентні. Отже, ефекти орієнтації осей найбільшої поляризованості молекули в сусідні половини періоду, не дивлячись

на протилежні напрямки, вектори \vec{E} в ці півперіоди, будуть додаватися, а не відніматися. Хоча за кожний півперіод орієнтація зовсім мала, завдяки такому додаванню за час релаксації анізотропії τ_0 , виникає достатня орієнтація, щоб викликати подвійне променезаломлення.

Запитання 8.27. Що таке явище Коттона-Мутона?

Відповідь. У 1907 р. Е. Коттон і Х. Мутон виявили явище виникнення оптичної анізотропії речовини під впливом сильного магнітного поля (ефект Коттона-Мутона). Якщо молекули середовища анізотропні і володіють сталими магнітними моментами, то вони можуть переважно орієнтуватися постійним магнітним полем. В достатньо сильних магнітних полях виникає анізотропія і зв'язане з нею подвійне променезаломлення середовища. Середовище веде себе подібно одновісному кристалу, оптична вісь якого паралельна магнітному полю. Різниця показників заломлення звичайного n_0 і незвичайного n_e променів визначається формулою, аналогічній формулі (8.9) для ефекту Керра:

$$n_0 - n_e = C\lambda H^2, \quad (8.13)$$

де C – стала Коттона-Мутона, яка залежить від природи речовини, λ – довжина падаючої світлової хвилі, H – напруженість магнітного поля. Схема досліду аналогічна схемі, яка застосовується для спостереження ефекту Керра. Для спостереження ефекту Коттона-Мутона необхідно створювати сильні магнітні поля у великих об'ємах.

Запитання 8.28. Що виражає формула

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} dk\sigma? \quad (8.14)$$

Відповідь. Формула (8.14) виражає величину різниці фаз між звичайним і незвичайним променями, яка виникає при виникненні штучної анізотропії під дією механічної деформації. В формулі (8.14) входять такі величини: λ_0 – довжина світлової хвилі у вакуумі, d – товщина деформованої пластинки, k – коефіцієнт пропорційності, характерний для даної речовини, $\sigma = F/S$ – механічна напруга, F – деформуюча сила, S – площа поперечного перерізу пластинки. Отже, із формули (8.14) видно, що різниця фаз між звичайним і незвичайним променями, які вийшли із деформованої пластинки, прямопропорційна величині прикладеної до пластинки механічної напруги.

Запитання 8.29. Чому в рідинах з полярними молекулами при переході до високих частот зовнішнього електричного поля стала Керра зменшується?

Відповідь. Причиною оптичної анізотропії речовини в електричному полі є анізотропія самих молекул. При відсутності зовнішнього електричного поля

анізотропні молекули орієнтовані хаотично так, що середовище макроскопічно виявляється ізотропним. У зовнішньому електричному полі дипольні молекули переважно орієнтуються своїми дипольними моментами вздовж поля і середовище стає оптично анізотропним. Якщо зовнішнє електричне поле змінне, то при невеликих частотах, молекули, ще встигають орієнтуватися відповідно поля і механізм виникнення штучної анізотропії приблизно той, що і у постійному електричному полі. Однак, у випадку змінного поля з оптичними частотами дипольні молекули рідини не встигають переорієнтуватися в такт зі змінами напрямку напруженості зовнішнього поля і стала Керра зменшується (у нітробензолу в 100 разів) (див. відповідь на запитання 8.21 і 8.26).

Запитання 8.30. Що виражає формула

$$\delta = 2\pi B d E^2 ? \quad (8.15)$$

Відповідь. Формула (8.15) виражає різницю фаз між звичайним і незвичайним променями, які виникають при виникненні штучної анізотропії під дією зовнішнього електричного поля. Величини, які входять у формулу(8.15): $B = k / \lambda$ – стала Керра, k – коефіцієнт пропорційності, характерний для даної речовини, d – довжина пластинок конденсатора, E – напруженість зовнішнього електричного поля.

До речі...

В наслідок квадратичної залежності δ від E , подвійне променезаломлення в електричному полі від напрямку поля не залежить.

Запитання 8.31. На рис. 8.10 (див. відповідь на запитання 8.20) зображено схему експерименту спостереження ефекту Керра. Яку роль в експерименті відіграє компенсатор K (компенсатор Бабіне)?

Відповідь. За допомогою компенсатора Бабіне визначають різницю фаз, що виникає між звичайним і незвичайним променями на виході їх із комірки Керра.

Запитання 8.32. Що пояснює рис. 8.12?

Відповідь. На рисунку 8.12 зображено переріз променевих поверхонь звичайного і незвичайного променів, що виникають в оптично анізотропному середовищі (кристалі). Оскільки, в даному кристалі $\nu_o > \nu_e$ ($n_o < n_e$), даний кристал відноситься до класу додатних кристалів (див. відповідь на запитання 8.10 і 8.11).

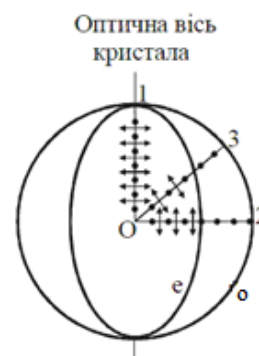


Рис. 8.12

Запитання 8.33. Кристали кубічної системи оптично ізотропні. В них швидкість поширення світла у всіх напрямках однакова. Чи справедливе це твердження для звукових хвиль?

Відповідь. Ні. Те, що середовище у відношенні оптичних властивостей є ізотропним не означає, що вони є ізотропними у відношенні інших властивостей (механічних, магнітних, теплових тощо). Наприклад, у відношенні пружних механічних властивостей кубічні кристали є анізотропними. Чому? Зробіть висновок самі.

Запитання 8.33. Чи можна комірку Керра використати для отримання світла, поляризованого по колу?

Відповідь. Можна. Якщо комірка Керра заповнена нітробензолом ($B = 2,5 \cdot 10^{-12} \text{ м} / \text{В}^2$), довжина обкладинок конденсатора $d = 5 \text{ см} = 0,05 \text{ м}$, напруженість поля між обкладинками конденсатора $E = 10^6 \text{ В} / \text{м}$, то різниця фаз, яка виникне між звичайним і незвичайним променями, буде рівна:

$$\delta = 2\pi B d E^2 = 2\pi \left(5 \cdot 10^{-12} \frac{\text{м}}{\text{В}^2} \right) 0,05 \text{ м} \left(10^6 \frac{\text{В}}{\text{м}} \right)^2 = \frac{\pi}{2}.$$

Висновок.

У даному випадку комірка Керра діятиме як чвертьхвильова пластинка. Вона лінійно поляризоване світло перетворить в світло поляризоване по колу.

9. Відбивання і заломлення світла на межі поділу двох діелектриків

Запитання 9.1. Що треба розуміти, коли мова йде про взаємодію електромагнітної хвилі з речовиною?

Відповідь. Це питання обширне і складне, однак в загальних рисах взаємодія електромагнітної хвилі (світла) з середовищем полягає в тому, що атоми і молекули середовища під дією світла приходять в збуджений стан і стають вторинними джерелами випромінювання. Вимушені коливання заряджених частинок середовища (електронів, іонів) відбуваються з частотою падаючої хвилі. Інтерференція вторинних хвиль з хвилею, яка падає на середовище, призводить до виникнення відбитої та заломленої хвиль, а у всіх інших напрямках на межі однорідних ізотропних середовищ хвилі не виникають.

Класична електромагнітна теорія світла дає можливість просто і послідовно обґрунтувати закони відбивання і заломлення світла. Окрім того, електромагнітна теорія світла дає змогу розрахувати амплітуди і фази відбитих і заломлених хвиль, які пройшли через межу поділу, поляризацію відбитого і заломленого світла тощо. Якщо середовище є прозорим і однорідним, то ці задачі можна розв'язати, спираючись на макроскопічні рівняння Максвелла і граничні умови для векторів \vec{E} і \vec{H} електромагнітного поля.

Запитання 9.2. На чому будується формальна електромагнітна теорія відбитого і заломленого світла на межі поділу двох середовищ?

Відповідь. Формальна теорія відбиття і заломлення світла на межі поділу двох ізотропних середовищ будується на основі граничних умов, яким задовольняють вектори електричного і магнітного полів електромагнітної хвилі на межі поділу двох середовищ. Вона визначає величини, які характеризують відбиту і заломлену хвилі, але нічого не говорить про виникнення цих хвиль. На останнє запитання дає відповідь молекулярна теорія відбивання і заломлення.

Запитання 9.3. Яким умовам повинні задовольняти вектори електричного і магнітного полів на межі поділу двох середовищ?

Відповідь. Задача щодо фізичних явищ, які мають місце при взаємодії електромагнітної хвилі на межі поділу двох середовищ, зводиться до використання граничних умов для векторів \vec{E} і \vec{H} . Ці граничні умови записуються у вигляді рівності тангенціальних складових векторів \vec{E} і \vec{H} на межі поділу:

$$\begin{aligned}\vec{E}_{\tau_1} &= \vec{E}_{\tau_2}, \\ \vec{H}_{\tau_1} &= \vec{H}_{\tau_2}.\end{aligned}$$

Властивості середовищ задаються макроскопічними характеристиками – діелектричною ε і магнітною μ проникностями.

Запитання 9.4. Знайдіть амплітуди електричних векторів відбитої \vec{E}_{01} і заломленої \vec{E}_{02} хвиль при нормальному падінні світла на межу поділу двох не-провідних середовищ (діелектриків)?

Відповідь. Нехай ми маємо два середовища з ε_1 і ε_2 , μ_1 і μ_2 , фазова швидкість хвилі в першому середовищі $v_1 = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_1}}$, в другому середовищі $v_2 =$

$= \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_2}}$. Світлова хвиля падає нормально на межу

поділу двох середовищ (рис. 9.1). Частоти падаючої, відбитої і заломленої хвиль відповідно ω , ω_1 і ω_2 .

Припускаємо, що $\omega \neq \omega_1 \neq \omega_2$.

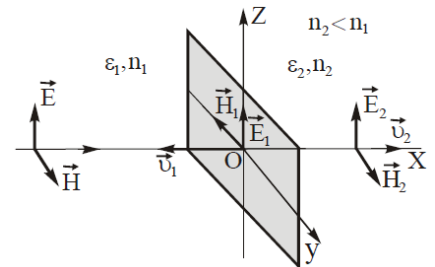


Рис. 9.1

Рівняння лінійно поляризованих хвиль – падаючої (\vec{E}, \vec{H}) , відбитої (\vec{E}_1, \vec{H}_1) , і заломленої (\vec{E}_2, \vec{H}_2) :

$$\left. \begin{aligned} E &= E_{00} \exp \left[i\omega \left(t - \frac{x}{v_1} \right) \right], & H &= n_1 E, \\ E_1 &= E_{01} \exp \left[i\omega_1 \left(t - \frac{x}{v_1} \right) \right], & H_1 &= n_1 E_1, \\ E_2 &= E_{02} \exp \left[i\omega_2 \left(t - \frac{x}{v_2} \right) \right], & H_2 &= n_2 E_2. \end{aligned} \right\} \quad (9.1)$$

Граничні умови для цих хвиль в будь-який момент часу запишуться так:

$$E + E_1 = E_2, \quad H - H_1 = H_2. \quad (9.2)$$

У граничних умовах враховано, що вектори \vec{E} , \vec{E}_1 і \vec{E}_2 мають один і той же напрямок, вектор \vec{H}_1 протилежний векторам \vec{H} і \vec{H}_2 (див. рис. 9.1).

Граничні умови записані для $x = 0$, і повинні виконуватися для будь-якого значення t , тобто

$$E_{00} \exp(i\omega t) + E_{01} \exp(i\omega_1 t) = E_{02} \exp(i\omega_2 t). \quad (9.3)$$

Щоб умова (9.3) виконувалась в будь-який момент часу необхідно і достатньо, щоб виконувалась рівність:

$$\omega = \omega_1 = \omega_2. \quad (9.4)$$

На основі (9.3) і (9.4) граничні умови запишуться через амплітуди хвиль:

$$\left. \begin{aligned} E_{00} + E_{01} &= E_{02}, & H_{00} &= n_1 E_{00}, \\ H_{00} - H_{01} &= H_{02}. & H_{01} &= n_1 E_{01}, \\ & & H_{02} &= n_2 E_{02}. \end{aligned} \right\} \quad (9.5)$$

Після елементарних перетворень отримаємо:

$$\left. \begin{aligned} E_{00} + E_{01} &= E_{02}, \\ E_{00} - E_{01} &= \frac{n_2}{n_1} E_{02}, \end{aligned} \right\} \quad (9.6)$$

звідки

$$E_{01} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} E_{00}, \quad (9.7)$$

$$E_{02} = \frac{2n_1}{n_1 + n_2}. \quad (9.8)$$

Зверніть увагу!

Якщо $n_1 > n_2$, то знаки E_{00} і E_{01} співпадають, а це означає, що вектори \vec{E} і \vec{E}_1 на межі поділу середовищ коливаються синфазно, а вектори \vec{H} і \vec{H}_1 відрізняються на π (випадок зображений на рис. 9.1).

Якщо $n_2 > n_1$, то знаки E_{01} і E_{00} протилежні. Це означає, що при відбиванні має місце зміна фази на π вектора \vec{E}_1 , а вектори \vec{H}_1 і \vec{H}_0 коливаються синфазно.

Вектор \vec{E}_2 завжди синфазний вектору \vec{E} . Аналогічно ведуть себе і вектори \vec{H}_2 і \vec{H} .

Зауваження.

При аналізі фазових співвідношень потрібно виходити із того, що зміна знака амплітуди еквівалентна зміні фази відповідного коливання на π . Якщо знаки у відношенні амплітуди не змінюються, то має місце випадок, зафіксований на рис. 9.1, а, коли знаки змінюються, то напрямки векторів потрібно змінити на обернені.

Запитання 9.5. Що виражають формули:

$$R = \frac{\langle W_1 \rangle}{\langle W \rangle} = \frac{E_{01} H_{01}}{E_{00} H_{00}}, \quad (9.9)$$

$$T = \frac{\langle W_1 \rangle}{\langle W \rangle} = \frac{E_{02} H_{02}}{E_{00} H_{00}} ? \quad (9.10)$$

Відповідь. Формули (9.9) і (9.10) виражають коефіцієнти відбиття R і пропускання T світла на межі поділу середовищ. В них входять такі величини: $\langle W \rangle = c\sqrt{\varepsilon_1} E_{00} H_{00}$, $\langle W_1 \rangle = c\sqrt{\varepsilon_1} E_{01} H_{01}$, $\langle W_2 \rangle = c\sqrt{\varepsilon_2} E_{02} H_{02}$ – середні значення потоків енергії відповідно падаючої, відбитої і заломленої хвиль E_{00} , H_{00} , E_{01} , H_{01} , E_{02} , H_{02} – амплітудні значення напруженостей електричного і магнітного полів падаючої, відбитої і заломленої хвиль відповідно. Якщо у формули (9.9) і (9.10) підставити значення E_{01} і E_{02} із (9.7) і (9.8) та H_{00} , H_{01} із (9.5), то отримаємо, що

$$R = \left(\frac{E_{01}}{E_{00}} \right)^2 = \frac{(n_1 - n_2)^2}{(n_1 + n_2)^2}, \quad (9.11)$$

$$T = \frac{n_2}{n_1} \left(\frac{E_{02}}{E_{00}} \right)^2 = \frac{4n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2}. \quad (9.12)$$

При відсутності поглинання:

$$R + T = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2 + \frac{4n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2} = 1. \quad (9.13)$$

Запитання 9.6. Знайдіть коефіцієнт відбиття світла на межі поділу повітря ($n_{\text{пов}} = 1$) – скло ($n = 1,5$)?

Відповідь. Для розрахунку коефіцієнта відбиття світла скористаємось формулою (9.11):

$$R = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2 = \left(\frac{1 - 1,5}{1 + 1,5} \right)^2 \approx 0,04 \text{ або } R = 4 \%,$$

тоді як

$$T = \frac{4n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2} = 96 \%.$$

Запитання 9.7. Як зв'язані (в точках межі поділу) фази відбитої і заломленої хвиль з фазою падаючої хвилі у випадку нормального падіння світла?

Відповідь. Див. відповідь на запитання 9.4.

Запитання 9.8. Виведіть формули для амплітуд магнітного вектора відбитої \vec{H}_{01} і заломленої \vec{H}_{02} хвиль для випадку нормального падіння світла на межу поділу двох діелектриків ?

Відповідь. Граничні умови для даної задачі через амплітуди хвиль запишуться так (див. відповідь на запитання 9.1 і 9.4):

$$\left. \begin{aligned} E_{00} + E_{01} &= E_{02}, \\ H_{00} - H_{01} &= H_{02}. \end{aligned} \right\} \begin{aligned} H_{00} &= n_1 E_{00}, \\ H_{01} &= n_1 E_{01}, \\ H_{02} &= n_2 E_{02}. \end{aligned} \quad (9.14)$$

Використовуючи зв'язок магнітних векторів з електричними (права частина рівняння (9.14)), граничні умови переписуться так:

$$\left. \begin{aligned} H_{00} + H_{01} &= \frac{n_1}{n_2} H_{02}, \\ H_{00} - H_{01} &= H_{02}, \end{aligned} \right\} \quad (9.15)$$

звідки

$$\left. \begin{aligned} H_{01} &= \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} H_{00}, \\ H_{02} &= \frac{2n_2}{n_1 + n_2} H_{00}. \end{aligned} \right\} \quad (9.16)$$

Зверніть увагу!

Якщо $n_1 > n_2$, то знаки H_{00} і H_{01} співпадають (не змінюються), це означає, що має місце випадок зафіксований на рис. 9.1, тобто вектори H_{00} і H_{01} відрізняються на π . Інакше говорять так: якщо світло відбивається на межі поділу більш оптично густе – менш оптично густе середовище ($n_1 > n_2$), то магнітний вектор міняє свій напрямок на протилежний (електричний вектор в цьому випадку напрямку не міняє).

Якщо $n_1 < n_2$, то знаки H_{00} і H_{01} не змінюються. Це означає, що напрямок вектора H_{01} на рис. 9.1 потрібно змінити на протилежний. Отже, якщо світло відбивається від межі менш оптично густе – більш оптично густе середовище ($n_1 < n_2$), то магнітний вектор свого напрямку не змінює (в цьому випадку на протилежний напрямок міняє електричний вектор).

Запитання 9.9. Що виражають формули :

$$(E_{01})_{\parallel} = \frac{\operatorname{tg}(r - k)}{\operatorname{tg}(r + k)} (E_{00})_{\parallel}, \quad (9.17)$$

$$(E_{02})_{\parallel} = \frac{2 \sin k \cos r}{\sin(r+k) \cos(r-k)} (E_{00})_{\parallel}, \quad (9.18)$$

$$(E_{01})_{\perp} = -\frac{\sin(r-k)}{\sin(r+k)} (E_{00})_{\perp}, \quad (9.19)$$

$$(E_{02})_{\perp} = \frac{2 \sin k \cos r}{\sin(r+k)} (E_{00})_{\perp}. \quad (9.20)$$

Відповідь. Формули (9.17 – 9.20) називають **формулами Френеля**. Френель вивів ці формули на основі теорії, в якій світло розглядається як коливання спеціального пружного середовища – ефіру. Формули Френеля дозволяють визначати амплітуду (інтенсивність) і стан поляризації відбитої та прохідної хвиль в залежності від кутів падіння і заломлення та показників заломлення середовищ. Окрім того, на основі аналізу формул Френеля можна отримати інформацію про співвідношення між фазами падаючої, відбитої і прохідної хвиль в залежності від кута падіння, а також дослідити залежність енергетичного коефіцієнта відбиття від кута падіння.

В формули входять такі величини: $(E_{00})_{\parallel}$, $(E_{01})_{\parallel}$ і $(E_{02})_{\parallel}$ – амплітуди відповідно падаючої, відбитої і прохідної хвиль, поляризованих в площині падіння (так звана паралельна складова), $(E_{00})_{\perp}$, $(E_{01})_{\perp}$ і $(E_{02})_{\perp}$ – амплітуди відповідно падаючої, відбитої і прохідної хвиль, поляризованих в напрямку, перпендикулярному до площини падіння (так звана перпендикулярна складова), r і k – відповідно кути падіння і заломлення променя.

Запитання 9.10. Виведіть формули Френеля для електричного вектора відбитої і прохідної хвиль для випадків, коли світло поляризоване в площині падіння і в площині, перпендикулярній до площини падіння.

Відповідь. Падаюче природне світло розкладемо на дві монохроматичні плоскі хвилі, які поширюються в одному і тому ж напрямку з однаковою фазовою швидкістю v_1 , але поляризовані у двох взаємно перпендикулярних напрямках. Напрямки коливань електричного вектора зручно позначати так: $(\vec{E})_{\parallel}$ – коливання електричного вектора, які лежать в площині падіння (**паралельна компонента**) і $(\vec{E})_{\perp}$ – коливання електричного вектора, які лежать в площині перпендикулярній до площини падіння

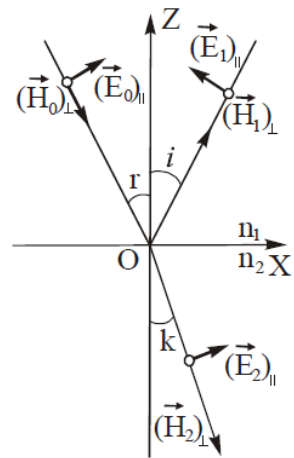


Рис. 9.2

(перпендикулярна компонента). Задачу розглянемо окремо для паралельної та перпендикулярної компонент.

• Вектор \vec{E} лежить в площині падіння електромагнітної хвилі (рис. 9.2).

Граничні умови тангенціальних складових амплітуд напруженостей електричного і магнітного полів (проекцій векторів):

$$\left. \begin{aligned} (E_{00})_{\parallel} \cos r - (E_{01})_{\parallel} \cos i &= (E_{02})_{\parallel} \cos k, \\ (H_{00})_{\perp} + (H_{01})_{\perp} &= (H_{02})_{\perp}. \end{aligned} \right\} \quad (9.21)$$

Враховуючи, що $(H_{01})_{\perp} = n_1(E_{01})_{\parallel}$, $(H_{02})_{\perp} = n_2(E_{02})_{\parallel}$,

а також, що $\frac{\sin r}{\sin k} = \frac{n_2}{n_1}$, $i = r$, отримаємо:

$$\left. \begin{aligned} E_{00\parallel} - (E_{01})_{\parallel} &= (E_{02})_{\parallel} \frac{\cos k}{\cos r}, \\ (E_{00})_{\parallel} + (E_{01})_{\parallel} &= (E_{02})_{\parallel} \frac{n_2}{n_1} = (E_{02})_{\parallel} \frac{\sin r}{\sin k}. \end{aligned} \right\} \quad (9.22)$$

Розділивши першу рівність на другу, матимемо :

$$\frac{(E_{00})_{\parallel} - (E_{01})_{\parallel}}{(E_{00})_{\parallel} + (E_{01})_{\parallel}} = \frac{\sin k \cos k}{\sin r \cos r} = \frac{\sin 2k}{\sin 2r}, \quad (9.23)$$

звідки

$$(E_{01})_{\parallel} = \frac{\sin 2r - \sin 2k}{\sin 2r + \sin 2k} (E_{00})_{\parallel} = \frac{2 \sin(r-k) \cos(r+k)}{2 \sin(r+k) \cos(r-k)} (E_{00})_{\parallel},$$

або

$$(E_{01})_{\parallel} = \frac{\operatorname{tg}(r-k)}{\operatorname{tg}(r+k)} (E_{00})_{\parallel}. \quad (9.24)$$

Амплітуду паралельної складової прохідної хвилі також визначимо з рівнянь (9.22), додавши їх почленно. Тоді отримаємо:

$$2(E_{00})_{\parallel} = (E_{02})_{\parallel} \left(\frac{\cos k}{\cos r} + \frac{\sin r}{\sin k} \right) = \frac{\sin 2k + \sin 2r}{2 \sin k \cos r} (E_{02})_{\parallel},$$

звідки

$$(E_{02})_{\parallel} = \frac{2 \sin k \cos r}{\sin(r+k) \cos(r-k)} (E_{00})_{\parallel}. \quad (9.25)$$

• Вектор \vec{E} перпендикулярний до площини падіння (рис. 9.3.)

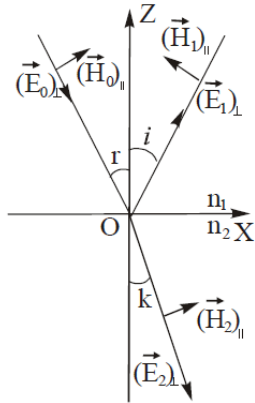


Рис. 9.3

Граничні умови:

$$\left. \begin{aligned} (E_{00})_{\perp} + (E_{01})_{\perp} &= (E_{02})_{\perp}, \\ (H_{00})_{\parallel} \cos r - (H_{01})_{\parallel} \cos i &= (H_{02})_{\parallel} \cos k. \end{aligned} \right\} \quad (9.26)$$

Враховувавши, що $(H_{00})_{\parallel} = n_1(E_{00})_{\perp}$, $i = r$, а також, що

$$\frac{\sin r}{\sin k} = \frac{n_2}{n_1}, \text{ граничні умови запишуться так:}$$

$$\left. \begin{aligned} (E_{00})_{\perp} + (E_{01})_{\perp} &= (E_{02})_{\perp}, \\ (E_{00})_{\perp} - (E_{01})_{\perp} &= (E_{02})_{\perp} \frac{n_2 \cos k}{n_1 \cos r} = (E_{02})_{\perp} \frac{\sin r \cos k}{\sin k \cos r}. \end{aligned} \right\} \quad (9.27)$$

Додавши праві і ліві частини рівностей, отримаємо:

$$(E_{02})_{\perp} = \frac{2 \sin k \cos r}{\sin k \cos r + \sin r \cos k} (E_{00})_{\perp},$$

або

$$(E_{02})_{\perp} = \frac{2 \sin k \cos r}{\sin(r+k)} (E_{00})_{\perp}. \quad (9.28)$$

Підстановка $(E_{02})_{\perp}$ в перше рівняння (9.27) дає :

$$(E_{01})_{\perp} = -\frac{\sin(r-k)}{\sin(r+k)} (E_{00})_{\perp}. \quad (9.29)$$

Формули (9.24), (9.25), (9.28), (9.29) і є **формулами Френеля**.

Запитання 9.11. Користуючись формулами Френеля запишіть амплітудні коефіцієнти відбиття r_{\perp} і r_{\parallel} та пропускання τ_{\perp} і τ_{\parallel} для хвиль лінійно поляризованих у взаємно перпендикулярних площинах.

Відповідь. Амплітудний коефіцієнт відбиття r паралельної компоненти:

$$r_{\parallel} = \frac{(E_{01})_{\parallel}}{(E_{00})_{\parallel}} = \frac{\operatorname{tg}(r-k)}{\operatorname{tg}(r+k)}. \quad (9.30)$$

Амплітудний коефіцієнт відбиття r_{\perp} перпендикулярної компоненти:

$$r_{\perp} = \frac{(E_{01})_{\perp}}{(E_{00})_{\perp}} = -\frac{\sin(r-k)}{\sin(r+k)}. \quad (9.31)$$

Амплітудний коефіцієнт пропускання τ_{\parallel} паралельної компоненти:

$$\tau_{\parallel} = \frac{(E_{02})_{\parallel}}{(E_{00})_{\parallel}} = \frac{2 \sin k \cos r}{\sin(r+k) \cos(r-k)}. \quad (9.32)$$

Амплітудний коефіцієнт пропускання τ_{\perp} перпендикулярної компоненти:

$$\tau_{\perp} = \frac{(E_{02})_{\perp}}{(E_{00})_{\perp}} = \frac{2 \sin k \cos r}{\sin(r+k)}. \quad (9.33)$$

Запитання 9.12. Доведіть за допомогою формул Френеля, що падаюча і прохідна хвилі завжди співфазні, тобто, що $(E_{00})_{\parallel}$ і $(E_{02})_{\parallel}$ та $(E_{00})_{\perp}$ і $(E_{02})_{\perp}$ завжди співпадають за знаками.

Відповідь. Для цього скористаємось рівняннями Френеля (9.25) і (9.28):

$$(E_{02})_{\parallel} = \frac{2 \sin k \cos r}{\sin(r+k) \cos(r-k)} (E_{00})_{\parallel} \quad \text{і} \quad (E_{02})_{\perp} = \frac{2 \sin k \cos r}{\sin(r+k)} (E_{00})_{\perp}. \quad (9.34)$$

Аналіз формул (9.34) показує, що якщо $0 < (r+k) < \pi$, то і $\sin(r+k) > 0$, і $\cos(r-k) > 0$ незалежно від того, який кут більший. Значить вектори $(\vec{E}_2)_{\parallel}$ і $(\vec{E}_0)_{\parallel}$ та $(\vec{E}_2)_{\perp}$ і $(\vec{E}_0)_{\perp}$ завжди співфазні, тобто знаків своїх не міняють.

Запитання 9.13. Користуючись формулами Френеля з'ясуйте фазові співвідношення між відбитою і падаючою хвилями.

Відповідь. Для відбитої хвилі слід розглядати два випадки.

Випадок 1-ий. Світло відбивається від межі менш оптично густе – більш оптично густе середовище ($n_2 > n_1$). Цьому випадку відповідає $r > k$ (кут падіння $>$ кута заломлення). Із формули (9.24)

$$(E_{01})_{\parallel} = \frac{\operatorname{tg}(r-k)}{\operatorname{tg}(r+k)} (E_{00})_{\parallel} \quad (9.35)$$

видно, що коли $r+k < \frac{\pi}{2}$, то $\operatorname{tg}(r+k) > 0$. Це означає, що знак відношення не змінюється і вектори $(\vec{E}_0)_{\parallel}$ і $(\vec{E}_1)_{\parallel}$ в точці дотику є протилежними за фазою (згідно рис. 9.2). Якщо $r+k > \frac{\pi}{2}$, то $\operatorname{tg}(r+k) < 0$, а це означає, що знак відношення амплітуд $(\vec{E}_{01})_{\parallel}$ і $(\vec{E}_{00})_{\parallel}$ змінюється, а значить змінюється і знак вектора $(\vec{E}_1)_{\parallel}$ порівняно з рис. 9.2. Вектори $(\vec{E}_1)_{\parallel}$ та $(\vec{E}_0)_{\parallel}$ збігаються за фазою.

Зв'язок між амплітудами $(E_{01})_{\perp}$ та $(E_{00})_{\perp}$ виражається формулою (9.29)

$$(E_{01})_{\perp} = -\frac{\sin(r-k)}{\sin(r+k)} (E_{00})_{\perp}, \quad (9.36)$$

з якої видно, що вони протилежні за знаком.

Для $r+k > \frac{\pi}{2}$ і $r+k < \frac{\pi}{2}$ відношення амплітуд не змінюється. Отже вектори $(\vec{E}_1)_\perp$ та $(\vec{E}_0)_\perp$ відрізняються за фазою на π .

Випадок 2-ий. Світло відбивається на межі більш оптично густе – менш оптично густе середовище ($n_2 < n_1$). Цьому випадку відповідає $r < k$.

Із аналізу формули (9.35) випливає, що вектори $(\vec{E}_1)_\parallel$ та $(\vec{E}_0)_\parallel$ при $r+k < \frac{\pi}{2}$ співфазні, бо змінюється знак відношення $\frac{(\vec{E}_{01})_\parallel}{(\vec{E}_{00})_\parallel}$ порівняно з рис. 9.3.

Коли $r+k > \frac{\pi}{2}$ знак відношення амплітуд $\frac{(\vec{E}_{01})_\parallel}{(\vec{E}_{00})_\parallel}$ не змінюється і, отже вектори $(\vec{E}_1)_\parallel$ та $(\vec{E}_0)_\parallel$ змінюються в протилежних фазах відповідно рис. 9.2.

Вектори $(\vec{E}_0)_\perp$ та $(\vec{E}_1)_\perp$ при $r+k > \frac{\pi}{2}$ та $r+k < \frac{\pi}{2}$ збігаються за фазами, бо згідно з (9.36) знак відношення амплітуд змінюється на « + », тобто амплітуди мають однаковий знак. Аналогічно можна проаналізувати і поведінку фаз магнітного вектора (спробуйте це самі зробити).

Запитання 9.14. У відповіді на запитання 9.13 проведено аналіз фазових співвідношень паралельної і перпендикулярної компонент відбитої хвилі зі зміною кута падіння ($r+k < \pi/2$ і $r+k > \pi/2$) і нічого не сказано про поведінку компонент відбитої хвилі при $r+k = \pi/2$.

Відповідь. Аналіз формул (9.35) та (9.36) показує, що компоненти відбитої хвилі $(\vec{E}_1)_\parallel$ і $(\vec{E}_1)_\perp$ змінюються по різному зі зміною кута падіння. Спостерігається цікавий випадок, коли $r+k = \pi/2$. Якщо $r+k = \pi/2$, то $\operatorname{tg} r+k = \infty$, а $(E_{01})_\parallel = 0$. Це означає, що при будь-якій орієнтації електричного вектора падаючої хвилі компонента $(E_{01})_\parallel$ буде відсутня. Із (9.36) видно, що при $r+k = \pi/2$, $\sin(r+k) = 1$, а $(E_{01})_\perp \neq 0$, що означає, що за цієї умови існує лише відбита хвиля, вектор напруженості електричного поля якої перпендикулярний до площини падіння.

Зверни увагу!

Випадок, коли $r+k = \pi/2$ відповідає умові Брюстера. За цієї умови відбитий промінь постійно лінійно поляризований.

Запитання 9. 15. Що виражають формули

$$R_{\parallel} = (r_{\parallel})^2 = \frac{\operatorname{tg}^2(r-k)}{\operatorname{tg}^2(r+k)}, \quad (9.37)$$

$$R_{\perp} = (r_{\perp})^2 = \frac{\sin^2(r-k)}{\sin^2(r+k)}? \quad (9.38)$$

Відповідь. Величину, яку позначають через R , називають **енергетичним коефіцієнтом відбиття**, який рівний квадрату амплітудного коефіцієнта відбиття. Оскільки падаюче природне світло на межу поділу двох діелектриків було розкладено на дві компоненти – паралельну та перпендикулярну, то користуються коефіцієнтом відбиття паралельної складової R_{\parallel} , яка дорівнює квадрату амплітудного коефіцієнта відбиття цієї ж складової r_{\parallel} (див. формулу (9.30)) і перпендикулярної складової R_{\perp} , яка дорівнює квадрату амплітудного коефіцієнта відбиття цієї ж складової r_{\perp} (див. формулу (9.31)). Оскільки для природного (неполяризованого) світла середні значення $\langle (E_{00})_{\parallel}^2 \rangle = \langle (E_{00})_{\perp}^2 \rangle$, то сумарний коефіцієнт відбиття R світла є сукупністю двох середніх потоків із взаємно перпендикулярними напрямками коливання електричних векторів. Тоді середня інтенсивність відбитого світла

$$I_{\text{відб}} = \frac{1}{2} I_0 \left[\frac{\operatorname{tg}^2(r-k)}{\operatorname{tg}^2(r+k)} + \frac{\sin^2(r-k)}{\sin^2(r+k)} \right] = R I_0, \quad (9.39)$$

де

$$R = \frac{1}{2} \left[\frac{\operatorname{tg}^2(r-k)}{\operatorname{tg}^2(r+k)} + \frac{\sin^2(r-k)}{\sin^2(r+k)} \right]. \quad (9.40)$$

Тут R є середнім арифметичним R_{\parallel} і R_{\perp} , I_0 – інтенсивність падаючого природного світла.

$$I_{\text{прох}} = \frac{1}{2} I_0 \left[\frac{4 \sin^2 k \cos^2 r}{\sin^2(r+k) \cos^2(r-k)} + \frac{4 \sin^2 k \cos^2 r}{\sin^2(r+k)} \right], \quad (9.41)$$

де

$$T = T_{\parallel} + T_{\perp} = \tau_{\parallel}^2 + \tau_{\perp}^2 = \frac{1}{2} \left[\frac{4 \sin^2 k \cos^2 r}{\sin^2(r+k) \cos^2(r-k)} + \frac{4 \sin^2 k \cos^2 r}{\sin^2(r+k)} \right]. \quad (9.42)$$

Тут T_{\parallel} та T_{\perp} – енергетичні коефіцієнти пропускання паралельної і перпендикулярної компонент світла, відповідно τ_{\perp} та τ_{\parallel} – амплітудні коефіцієнти пропускання паралельної і перпендикулярної компонент світла (див. формули (9.32), (9.33)).

Графічно залежність коефіцієнтів відбиття R і пропускання T в залежності від кута падіння r при переході світла із повітря ($n_{\text{пов}} = 1$) в скло $n_c = 1$ наведено на рис. 9.4.

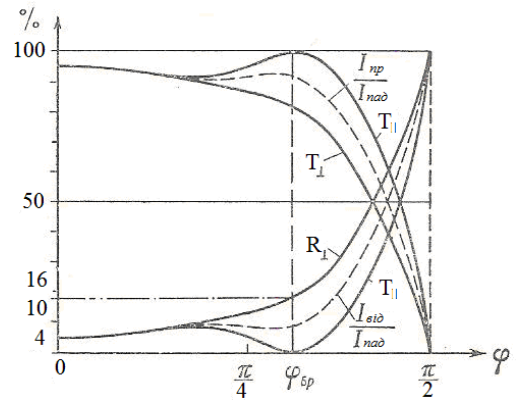


Рис. 9.4

Запитання 9.16. Чому при похилому падінні природного світла при $r \neq r_B$ відбите світло лише частково поляризоване?

Відповідь. Причиною цього є відмінність в залежності R_{\perp} і R_{\parallel} від кута падіння. Оскільки $R_{\perp} > R_{\parallel}$ (за виключенням нормального падіння світла при $r = 0$, і ковшуючого при $r = \pi/2$), то у відбитому світлі завжди переважає напрямок коливання електричного вектора, який перпендикулярний до площини падіння, а при виконанні умови Брюстера відбитий промінь повністю лінійно поляризований.

До речі...

Для кількісної характеристики частково поляризованого світла користуються поняттям ступеня поляризації:

$$P = \frac{I_{\perp} - I_{\parallel}}{I_{\perp} + I_{\parallel}}, \quad (9.43)$$

де I_{\perp} і I_{\parallel} – відповідно інтенсивність перпендикулярної і паралельної компонент відбитого і прохідного світла.

Запитання 9.17. Яким повинен бути заломний кут θ тригранної призми із скла з показником заломлення $n = 1,5$, щоб лінійно поляризоване світло могло пройти через неї без втрат на відбивання.

Відповідь. Щоб лінійно поляризоване світло пройшло через тригранну призму без втрат на відбивання потрібно виконання двох умов:

1) Електричний вектор лінійно поляризованого світла, що падає на призму, повинен коліватися в площині падіння.

2) Світловий промінь і на грань AB і на грань BC призми повинен падати під кутом Брюстера. Тільки за цих умов втрати на відбивання будуть рівні нулю. Із рис. 9.5

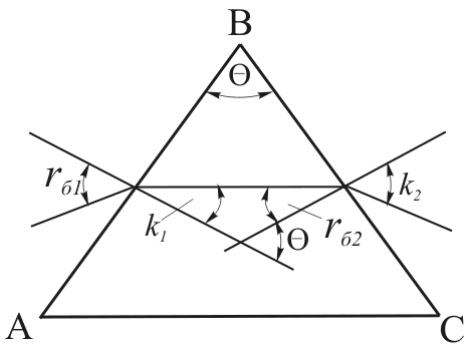


Рис. 9.5

$$\theta = k_1 + r_{B_2}. \quad (*)$$

За визначенням

$$\operatorname{tg} r_{B_1} = n = 1,5 \Rightarrow r_{B_1} = 56,32^\circ.$$

Далі

$$\operatorname{tg} r_{B_2} = \frac{1}{n} = \frac{1}{1,5} = 0,667 \Rightarrow r_{B_2} = 33,69^\circ.$$

Використовуючи закони заломлення маємо:

$$\sin k_1 = \frac{\sin 56,31^\circ}{1,5} = 0,555 \Rightarrow k_1 = 36,69^\circ.$$

Отже, $k_1 = r_{B_2}$. Світло через призму проходить симетрично.

Висновок. Заломний кут призми повинен бути рівним

$$\theta = k_1 + r_{B_2} = 2r_{B_2} = 67,38^\circ$$

Запитання 9.18. Які відхилення від формул Френеля спостерігаються на досліді?

Відповідь. Вимірювання коефіцієнтів відбиття від чистих поверхонь при різних кутах падіння і різних видах поляризації падаючого світла, дають значення, які добре узгоджуються з формулами Френеля. Виключення складає лише випадок відбивання світла під кутом Брюстера, в якому спостерігається незначні відхилення від формул Френеля. Ретельні досліді показали, що закон Брюстера виконується не строго: коефіцієнт відбиття R_{\parallel} ні для якого кута падіння не перетворюється в нуль, а досягає мінімуму при $r = r_B$, хоча в мінімумі R_{\parallel} і дуже мале. Окрім того лінійно поляризоване світло, яке падає під кутом до площини падіння, при відбиванні під кутом Брюстера (і в його околі) стає еліптично поляризованим, хоча за формулами Френеля воно повинно залишатися лінійно поляризованим. Це означає, що між компонентами $(E_{01})_{\parallel}$ і $(E_{01})_{\perp}$ існує різниця фаз, відмінна від 0 і 180° .

Ці аномалії німецький фізик П. Друде пояснив наявністю на поверхні відбиваючого середовища тонкого перехідного шару, який рівний декільком міжатомних відстаней. Фізичні причини виникнення перехідного шару не з'ясовані, але зрозумілим є те, що для чистих речовин вони обумовлені молекулярною структурою самого відбиваючого середовища поблизу її поверхні.

Запитання 9.19. Як, користуючись формулами Френеля, отримати енергетичний коефіцієнт відбиття для випадку нормального падіння світла на межу поділу двох діелектриків (формула 9.11)?

Відповідь. Енергетичний коефіцієнт відбиття паралельної складової відбитого світла визначається формулами (9.37):

$$R_{\parallel} = \frac{tg^2(r-k)}{tg^2(r+k)}.$$

При малих кутах тангенс цих кутів замінимо самими кутами:

$$R_{\parallel} = \frac{tg^2(r-k)}{tg^2(r+k)} \approx \frac{(r-k)^2}{(r+k)^2} = \frac{(n_{21}-1)^2}{(n_{21}+1)^2} = \frac{(n_2-1)^2}{(n_2+1)^2}. \quad (9.44)$$

Тут $r/k \approx n_{21} = n_2/n_1$.

З енергетичним коефіцієнтом відбиття перпендикулярної компоненти поступимо аналогічно:

$$R_{\perp} = \frac{\sin^2(r-k)}{\sin^2(r+k)} \approx \frac{(r-k)^2}{(r+k)^2} = \frac{(n_{21}-1)^2}{(n_{21}+1)^2} = \frac{(n_2-n_1)^2}{(n_2+n_1)^2}. \quad (9.45)$$

Отже, при нормальному падінні світла (природного чи поляризованого)

$$R = R_{\parallel} = R_{\perp} = \frac{(n_2 - n_1)^2}{(n_2 + n_1)^2}. \quad (9.46)$$

(див. формулу (9.14))

Запитання 9.20. Природне світло падає під кутом Брюстера із повітря на поверхню скла з показником заломлення $n = 1,5$. Знайти інтенсивність I_r відбитого світла. Інтенсивність падаючого світла I_0 .

Відповідь. Оскільки світло падає на поверхню скла під кутом Брюстера, то відіб'ється тільки перпендикулярна компонента, амплітуду $(E_{01})_{\perp}$ якої знайдемо за допомогою формули (9.29):

$$(E_{01})_{\perp} = -\frac{\sin(r-k)}{\sin(r+k)}(E_{00})_{\perp}. \quad (9.47)$$

Оскільки $I \sim nE^2$, $(I_{01})_{\perp} = n_1(E_{01})_{\perp}^2$, $(I_{00})_{\perp} = n_1(E_{00})_{\perp}^2$, то

$$\begin{aligned} (I_{01})_{\perp} &= \frac{\sin^2(r_B - k)}{\sin^2(r_B + k)}(I_{00})_{\perp} = \sin^2(r_B - k)(I_{00})_{\perp} = \cos^2 2r_B (I_{00})_{\perp} = \\ &= (2\cos^2 r_B - 1)(I_{00})_{\perp} = \left(\frac{2}{1 + tg^2 r_B} - 1 \right)^2 (I_{00})_{\perp} = \left(\frac{1 - n^2}{1 + n^2} \right)^2 (I_{00})_{\perp}. \end{aligned}$$

Тут n_1 упущено, оскільки $n_1 = 1$ (повітря).

Оскільки для природного світла $(I_{01})_{\perp} = (I_{01})_{\parallel} = \frac{I_{np}}{2} = \frac{I_0}{2}$, то

$$(I_{01})_{\perp} = \left(\frac{1-n^2}{1+n^2} \right)^2 \cdot \frac{I_0}{2} = \left(\frac{1-1,5^2}{1+1,5^2} \right)^2 \cdot \frac{I_0}{2} = 0,074I_0, \text{ або } \frac{I_{01\perp}}{I_0} = 7,4\%.$$

Запитання 9.21. Знайти кут Брюстера для світла, відбитого від скла з показником заломлення $n_c = 1,5$ та ступінь поляризації заломленого світла при цьому ж куті падіння.

Відповідь. а) Кут Брюстера знайдемо із умови Брюстера:

$$\operatorname{tg} r_B = n \Rightarrow \operatorname{tg} r_B = 1,5 \Rightarrow r_B = 59,3^\circ.$$

б) Ступінь поляризації заломленого світла знайдемо за формулою (9.43):

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{(I_{02})_{\parallel} - (I_{02})_{\perp}}{(I_{02})_{\parallel} + (I_{02})_{\perp}}. \quad (9.48)$$

де $(I_{02})_{\parallel}$ і $(I_{02})_{\perp}$ – відповідно інтенсивності паралельної і перпендикулярної компонент прохідного світла. Для знаходження $(I_{02})_{\parallel}$ і $(I_{02})_{\perp}$ скористаємось формулами Френеля (9.25) і (9.28):

$$(E_{02})_{\parallel} = \frac{2 \sin k \cos r}{\sin(r+k) \cos(r-k)} (E_{00})_{\parallel},$$

$$(E_{02})_{\perp} = \frac{2 \sin k \cos r}{\sin(r+k)} (E_{00})_{\perp}.$$

Спростимо ці вирази, врахувавши, що $r = r_B$.

$$\left. \begin{aligned} (E_{02})_{\parallel} &= \frac{2 \sin k \cos r_B}{\sin(r_B+k) \cos(r_B-k)} (E_{00})_{\parallel} = \frac{2 \cos^2 r_B}{\sin^2 r_B} (E_{00})_{\parallel} = \frac{\cos r_B}{\sin r_B} (E_{00})_{\parallel} = \\ &= \frac{(E_{00})_{\parallel}}{n_c}, \\ (E_{02})_{\perp} &= \frac{2 \sin k \cos r_B}{\sin(r_B+k)} (E_{00})_{\perp} = 2 \sin k \cos r_B (E_{00})_{\perp} = 2 \cos^2 r_B (E_{00})_{\perp} = \\ &= \frac{2(E_{00})_{\perp}}{1 + \operatorname{tg}^2 r_B} = \frac{2(E_{00})_{\perp}}{1 + n^2}. \end{aligned} \right\} (9.49)$$

Тут використано, що $\sin(r_B+k) = 1$, оскільки $r+k = 90^\circ$ і $\frac{\sin r_B}{\cos r_B} = \operatorname{tg} r_B = n_c$.

Оскільки $I \sim nE^2$, то

$$\begin{aligned} (I_{02})_{\parallel} &\sim n_c (E_{02})_{\parallel}^2 \\ (I_{02})_{\perp} &\sim n_c (E_{02})_{\perp}^2, \end{aligned}$$

$$(I_{00})_{\parallel} \sim n_{\text{nos}} (E_{00})_{\parallel}^2,$$

$$(I_{00})_{\perp} \sim n_{\text{nos}} (E_{00})_{\perp}^2, \quad (n_{\text{nos}} = 1).$$

Враховуючи (9.49), маємо:

$$\left. \begin{aligned} (I_{02})_{\parallel} &= \frac{(I_{00})_{\parallel} n_c}{n_c^2} = \frac{I_{np}}{2n_c}, \\ (I_{02})_{\perp} &= \frac{(I_{00})_{\perp} n_c}{(1+n_c^2)^2} = \frac{2I_{np}}{(1+n_c^2)^2}. \end{aligned} \right\} \quad (9.50)$$

Тут використано відношення $(I_{00})_{\parallel} = (I_{00})_{\perp} = \frac{I_{np}}{2}$ для природного світла.

Тоді

$$P = \frac{(I_{02})_{\parallel} - (I_{02})_{\perp}}{(I_{02})_{\parallel} + (I_{02})_{\perp}} = \frac{\frac{I_{np}}{2n_c} - \frac{2I_{np}n_c}{(1+n_c^2)^2}}{\frac{I_{np}}{2n_c} + \frac{2I_{np}n_c}{(1+n_c^2)^2}} = \frac{(1+n_c^2)^2 - 4n_c^2}{(1+n_c^2)^2 + 4n_c^2} = 0,0798,$$

або

$$P = 0,0798 \cdot 100\% = 7,98\% .$$

Запитання 9.22. З'ясуйте фізичну суть закону Брюстера.

Відповідь. Світло, яке падає на межу поділу двох середовищ, збуджує в середовищі 2 (рис. 9.6) коливання електронів, які стають джерелами вторинних хвиль, які і дають відбите світло. Коливання електрона можна собі уявити як суму двох коливань, одне із яких (α) – лежить в площині падіння світла (площина рисунка) і інше (β) – перпендикулярне до цієї площини. Далі уявимо собі, що світло падає на межу поділу під кутом Брюстера. Для цього випадку $(r+k) = \pi/2$. Промені OB і OC перпендикулярні один до одного. Відомо, що заряд, який коливається, не випромінює електромагнітних хвиль вздовж напрямку свого руху. Тому випромінювач α не випромінює вздовж напрямку OB . В напрямку OB поширюється світло, яке випромінює випромінювач β , напрямком коливання якого перпендикулярний до OB , тобто перпендикулярний до площини рисунка. Іншими словами, відбите світло лінійно поляризоване, і коливання вектора напруженості електричного поля в ньому перпендикулярне до площини падіння. Це і є закон Брюстера.

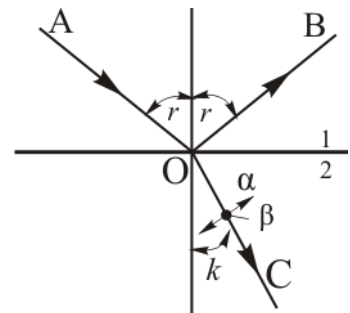


Рис. 9.6

Якщо кут падіння буде відрізнятись від кута Брюстера, то вздовж OB може поширюватися не тільки хвиля, випромінювана випромінювачем β , але і

хвиля, випромінювана випромінювачем α , і відбите світло буде частково поляризоване. Ступінь поляризації зростатиме в міру наближення до кута Брюстера.

Запитання 9.23. З'ясуйте суть явища повного внутрішнього відбивання.

Відповідь. Із закону заломлення світла слідує, що при проходженні світлової хвилі із оптично менш густого середовища в більш оптично густе, заломлений промінь наближається до перпендикуляра. І, навпаки, коли світло переходить із оптично більш густого середовища в оптично менш густе, заломлений промінь віддаляється від нормалі (рис. 9.7). В останньому випадку кут заломлення завжди більший кута падіння. Виходячи із цього експериментального факту, очевидно, що при деякому строго визначеному для даних середовищ куті падіння, кут заломлення стане рівним 90° , тобто заломлений промінь буде ковзати по поверхні поділу. Значення кута падіння, якому відповідає кут падіння рівний 90° , називають **граничним кутом** (r_{sp}). Якщо промінь падає під кутом, більшим за граничний, то заломленого променя не буде, тобто наступить **повне внутрішнє відбивання** від межі поділу. Значення граничного кута визначимо із закону заломлення:

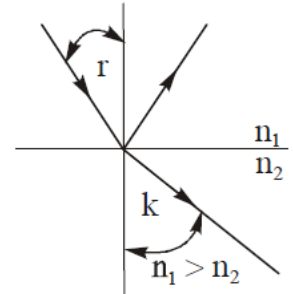


Рис. 9.7.

$$\frac{\sin r_{sp}}{\sin \frac{\pi}{2}} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21} \Rightarrow \sin r_{sp} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}. \quad (9.51)$$

Якщо середовище межує з вакуумом, то

$$\sin r_{sp} = \frac{1}{n}, \quad (9.52)$$

де n – абсолютний показник заломлення середовища.

Приклад. На межі поділу скло-повітря ($n_c = 1,5$, $n_{нов} = 1$) $r_{sp} = 41,8^\circ$.

Графіки залежності R_{\parallel} і R_{\perp} від кута падіння для $n_1 > n_2$ побудовані за формулами Френеля (9.37) і (9.38) наведені на рис. 9.8. Для цих кривих характерним є те, що в точці дотику $r = r_{sp}$ криві мають вертикальну дотичну.

Існування повного внутрішнього відбивання впливає із формул Френеля. При $\sin r = \sin r_{sp} = n_{21}$ за законом заломлення $k = \pi/2$, звідки за формулами Френеля (9.24) і (9.29) відбивання стає повним:

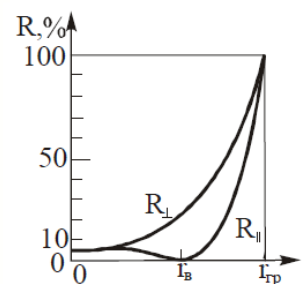


Рис. 9.8

$$R_{\parallel} = \frac{(E_{01})_{\parallel}^2}{(E_{00})_{\parallel}^2} = \frac{\operatorname{tg}^2\left(r_{zp} - \frac{\pi}{2}\right)}{\operatorname{tg}^2\left(r_{zp} + \frac{\pi}{2}\right)} = 1,$$

$$R_{\perp} = \frac{(E_{01})_{\perp}^2}{(E_{00})_{\perp}^2} = \frac{\sin^2\left(r_{zp} - \frac{\pi}{2}\right)}{\sin^2\left(r_{zp} + \frac{\pi}{2}\right)} = 1.$$

Запитання 9.24. Твердження, що потік електромагнітної енергії не попадає в друге середовище, повністю відбиваючись від межі поділу, не можна вважати точним. Як це розуміти?

Відповідь. Доведено, що при повному відбиванні ($r > r_{zp}$) в другому середовищі появляється електромагнітна хвиля, яка поширюється вздовж межі поділу. Теоретичні дослідження показали, що амплітуда хвилі, яка поширюється в другому середовищі, швидко (експоненціально) зменшується по мірі проникнення в друге середовище. Практично це є неоднорідна хвиля, яка існує лише в поверхневому шарі другого середовища, товщина якого приблизно рівна довжині хвилі досліджуваного випромінювання. Потік енергії в другому середовищі поширюється паралельно межі поділу, весь час знову проникаючи зворотню назад в перше середовище. Отже, при повному внутрішньому відбиванні енергія в друге середовище не переходить, але коливання проникають в нього в межах вузького пограничного шару (рис. 9.9).

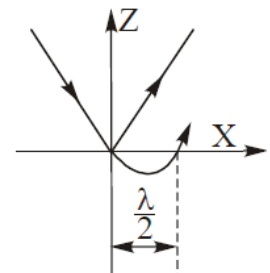


Рис. 9.9

Запитання 9.25. Наведіть приклади експериментального підтвердження проникнення в друге середовище неоднорідної електромагнітної хвилі при повному відбиванні.

Відповідь. 1) Експериментальна перевірка проникнення світла в друге середовище при повному відбиванні є достатньо складним завданням через малу глибину проникнення хвилі.

Одними з перших, хто експериментально спостерігали названий вище ефект, були Шеффер і Гросс. Вони використали для цього електромагнітні хвилі з $\lambda = 15$ см і спостерігали їх повне внутрішнє відбивання за допомогою парафінової призми. Розміщуючи детектор достатньо близько до поверхні парафіну, вони змогли переконатись в існуванні неоднорідної хвилі в середовищі повітря.

2) Зі світловими хвилями подібний дослід здійснив Квінке. Схема досліду наведена на рис. 9.10. Якщо зазор d

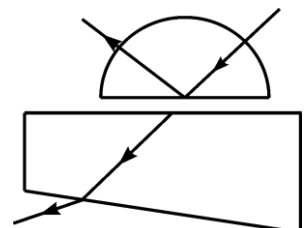


Рис. 9.10

буде більшим $\lambda/2$, то випромінювання у другу скляну призму не попаде. Якщо ж зазор буде рівним $\lambda/2$ і меншим, то світло буде попадати в другу скляну призму. Причому, чим менше зазор d , тим більше світла пройде через нього в другу призму. Змінюючи товщину d , можна змінювати кількість світла, яке проходить через систему, тобто модулювати його інтенсивність.

Запитання 9.26. На рис. 9.11 наведено схему одного із оптичних дослідів проведених незалежно Мандельштамом і Зелені (дослід Мандельштама-Зелені). Яке фізичне явище він демонструє?

Відповідь. Цей дослід, яскраво підкреслює факт проникнення світла в друге середовище при повному відбиванні: світловий пучок падає на межу поділу скло-рідина під кутом, більшим за граничний кут ($r > r_{cp}$) повного відбивання. В рідині розчинено невелику кількість флуоресціюючої речовини. Якщо б проникнення світла в друге середовище (рідину) було відсутнє, то після повного відбивання світло поширювалось би тільки в напрямку відбивання (див. рис.

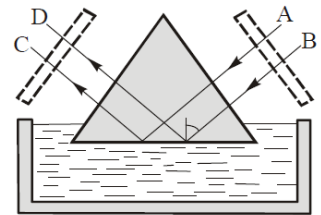


Рис. 9.11

9.11). Проте, досвід свідчить, що при повному відбиванні спостерігається світло зеленуватого кольору в напрямках, відмінних від вказаного на рисунку 9. 11.

Причина цього криється в тому, що світло, проникнувши в друге середовище, збуджує флуоресценцію в тонкому шарі рідини, в результаті чого має місце випромінювання зміненого за спектральним складом світла в усіх напрямках.

Запитання 9.27. Назвіть хоча би один приклад практичного використання проникнення світлової хвилі в друге середовище при повному відбиванні.

Відповідь. Дане явище використано на практиці при створенні світлового телефону, запатентованого фірмою Цейсс (Німеччина). Роль одного із середовищ відіграє прозора мембрана, яка коливається під дією падаючого на неї звуку. Світло, яке пройшло через зазор, змінює свою інтенсивність у відповідності зі зміною сили звуку. Падаючи на фотоелемент, воно (світло) збуджує змінний струм, сила якого також відображає характер зміни сили звуку. Цей струм підсилюється і подальше використовується.

Зверніть увагу!

Явище проходження хвиль через тонкі зазори не специфічні для оптики. Вони мають місце і для хвиль будь-якої природи, однак, краще вони реалізуються для довгих хвиль.

Запитання 9.28. Світло падає нормально на одну із граней алмазу ($n = 2,5$): яка доля падаючого випромінювання відіб'ється? Який кут Брюстера для алмазу?

Відповідь. Якщо позначити падаючий світловий потік через Φ_0 , то величина відбитого світлового потоку буде рівна:

$$\Phi = R\Phi_0, \quad (9.53)$$

де R – коефіцієнт відбиття. Доля відбитого світлового потоку буде рівна:

$$\frac{\Phi}{\Phi_0} = R = \frac{(n_1 - n_2)^2}{(n_1 + n_2)^2} = \frac{(1 - 1,25)^2}{(1 + 1,25)^2} \cong 0,64 \quad \text{або} \quad \frac{\Phi}{\Phi_0} \cong 64 \%$$

Тут використаємо формулу (9.11).

Кут Брюстера для алмазу:

$$\operatorname{tgr}_B = n \Rightarrow \operatorname{tgr}_B = 2,5 \Rightarrow r_B = 68,2^\circ.$$

Запитання 9.29. Необхідно знайти показник заломлення відполірованої пластинки з чорного абсидіану. Опишіть ваші дії.

Відповідь. Для цього скористаємось законом Брюстера:

$$\operatorname{tg} r_B = n.$$

Кут r_B необхідно знайти експериментально. Якщо пучок світла направити на пластинку абсидіану під кутом Брюстера, то відбитий промінь буде лінійно поляризованим. Обертаючи аналізатор навколо відбитого променя інтенсивність світла буде мінятися від 0 до I_{\max} через кожні 90° . За знайденим значенням r_B розрахуєте показник заломлення абсидіану, скориставшись законом Брюстера.

Запитання 9.30. Яка інтенсивність відбитого світла, якщо на ізотропний діелектрик під кутом Брюстера падає лінійно поляризоване світло, електричний вектор \vec{E} якого перпендикулярний до площини падіння; лежить в площині падіння?

Відповідь. Припустимо, що інтенсивність падаючого на пластинку світла I_0 . а) Оскільки світло на пластинку падає під кутом Брюстера (згідно умови задачі), а електричний вектор коливається перпендикулярно до площини падіння, то світловий потік від пластини відіб'ється повністю. Інтенсивність відбитого світла буде рівна I_0 . б) Якщо електричний вектор падаючого світла лежить в площині падіння, то інтенсивність відбитого світла дорівнюватиме нулю.

Зверни увагу!

Оскільки на діелектричну пластинку падає лінійно поляризоване світло, то пластинка виконує роль аналізатора, у якого оптична вісь паралельна до напрямку коливання електричного вектора (випадок а) і у якого оптична вісь перпендикулярна до напрямку коливання електричного вектора (випадок б).

Запитання 9.31. Світло падає на поверхню середовища з показником заломлення n під кутом Брюстера. Знайдіть амплітудний коефіцієнт відбиття r_{\perp} .

Відповідь. Оскільки світло на поверхню середовища падає під кутом Брюстера, то відбите світло буде повністю лінійно поляризоване з напрямком коливання вектора \vec{E} перпендикулярно до площини падіння. Для знаходження амплітудного коефіцієнта відбиття скористаємось формулою (9.31):

$$r_{\perp} = \frac{(E_{01})_{\perp}}{(E_{00})_{\perp}} = -\frac{\sin(r-k)}{\sin(r+k)},$$

де $(E_{01})_{\perp}$ і $(E_{00})_{\perp}$ – відповідно амплітуди перпендикулярної компонент відбитої і падаючої хвиль. Далі скористаємось тим, що світло на поверхню середовища падає під кутом Брюстера. Тоді

$$r_{\perp} = -\frac{\sin(r_B - k)}{\sin(r_B + k)} = -\sin(r_B - k) = \cos 2r_B = 2\cos^2 r_B - 1 = \frac{2}{1 + \operatorname{tg}^2 r_B} - 1 = \frac{2}{1 + n^2} = \frac{1 - n^2}{1 + n^2}.$$

Тут використано умову: $r_B + k = \pi/2$, $k = \pi/2 - r_B$.

Запитання 9.32. Природне світло падає з повітря під кутом Брюстера на поверхню діелектрика з показником заломлення n . Знайдіть амплітуду $(E_{02})_{\parallel}$ заломленої хвилі, якщо амплітуда падаючої хвилі тієї ж поляризації $(E_{00})_{\parallel}$.

Відповідь. Для знаходження амплітуди $(E_{02})_{\parallel}$ паралельної компоненти заломленої хвилі скористаємось формулою (9.25)

$$(E_{02})_{\parallel} = \frac{2\sin k \cos r}{\sin(r+k)\cos(r-k)}(E_{00})_{\parallel},$$

тоді

$$E_{02 \parallel} = \frac{2\sin k \cos r_B}{\sin(r_B + k)\cos(r_B - k)}(E_{00})_{\parallel} = \frac{2\cos^2 r_B}{\sin 2r_B}(E_{00})_{\parallel} = \frac{\cos r_B}{\sin r_B}(E_{00})_{\parallel} = \frac{(E_{00})_{\parallel}}{n}.$$

Тут використано умову $r_B + k = \pi/2$, $k = \pi/2 - r_B$ і $\operatorname{tgr}_B = n$.

Запитання 9.33. Як узгоджується з законом збереження енергії повне відбивання падаючої хвилі і наявність потоку енергії, що переноситься поверхневою хвилею другого середовища?

Відповідь. Теоретично і експериментально доведено, що при повному відбиванні електромагнітна хвиля проникає в друге середовище. Причому її амплітуда зменшується.

літуда зменшується за експоненціальним законом, у зв'язку з чим хвиля проникає на невелику глибину ($\approx \lambda/2$). Тому говорити про цю хвилю, як про заломлену, у звичайному змісті не можна. Не можна говорити і про її поглинання, оскільки допускається, що середовища абсолютно прозорі. Тому затухання амплітуди хвилі в другому середовищі означає, що потік енергії в другому середовищі поширюється паралельно межі поділу, весь час знову повертаючись в перше середовище. Отже, закон збереження енергії при повному внутрішньому відбиванні виконується.

Запитання 9.34. Що таке волоконна оптика? Яке оптичне явище використовується у волоконній оптиці?

Відповідь. Волоконна оптика – розділ оптики, в якому вивчаються явища поширення оптичного випромінювання по волоконним світлопроводам та явища, які при цьому виникають. Волоконний світлопровід в простому варіанті представляє собою довгу гнучку нитку, серцевина якої виготовлена із високопрозорого діелектрика (наприклад, кварцового скла) з показником заломлення n_1 і оточена оболонкою з показником заломлення $n_2 < n_1$.

Поширення світла по волоконному світлопроводу обумовлене повним внутрішнім відбиванням на межі серцевина-оболонка. Промені, які падають на межу серцевина-оболонка під кутом $r < r_{cp}$ ($\sin r_{cp} = \frac{1}{n_1} \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$) повністю відби-

ваються, що призводить до зигзагоподібного поширення світла вздовж світлопроводу (рис. 9.12), при цьому кут падіння на торець світлопроводу складає $n_1 r$.

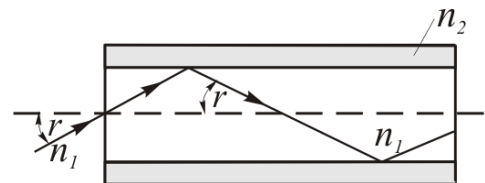


Рис. 9.12

Світловий пучок після численних відбивань виходить через торець трубки-світлопровода (волокна). Тому торець трубки можна використовувати для освітлення важкодоступних ділянок.

Світлопроводи використовують для передачі інформації та передачі зображень. Матеріали, з яких виготовляють світлопроводи підбирають у відповідності з довжиною хвилі світла, яке буде при цьому використовуватись. Світлопроводи використовуються також в електронно-променевих трубках, електронно-оптичних перетворювачах, в електронно-обчислюваних машинах тощо.

Запитання 9.35. Як і чому змінюється стан поляризації світла при повному його відбиванні?

Відповідь. Відомо, що при $r > r_{ep}$ весь потік падаючої енергії повертається в перше середовище. Це означає, що енергетичні коефіцієнти відбиття перпендикулярної і паралельної компонент відбитої хвилі рівні одиниці. Тобто

$$\left. \begin{aligned} R_{\parallel} &= \frac{(E_{01})_{\parallel}}{(E_{00})_{\parallel}} = \frac{tg^2(r-k)}{tg^2(r+k)} = 1, \\ R_{\perp} &= \frac{(E_{01})_{\perp}}{(E_{00})_{\perp}} = \frac{\sin^2(r-k)}{\sin^2(r+k)} = 1. \end{aligned} \right\} \quad (9.54)$$

Цікавою властивістю явища повного внутрішнього відбивання є зміна поляризації випромінювання – лінійно поляризована хвиля стає еліптично поляризованою. Це пов'язано з тим, що при повному відбиванні відбувається стрибок фази хвиль в порівнянні з падаючою хвилею, причому стрибок не дорівнює 0 або π .

Якщо хвиля поляризована в площині падіння, то стрибок фази рівний

$$tg \frac{\delta_{\parallel}}{2} = \frac{\sqrt{\sin^2 r - n_{12}^2}}{n_{12}^2 \cos r}, \quad (9.55)$$

де r – кут падіння, n_{21} – відносний показник заломлення середовищ.

Аналогічно, для хвилі, поляризованої перпендикулярно до площини падіння,

$$tg \frac{\delta_{\perp}}{2} = \frac{\sqrt{\sin^2 r - n_{12}^2}}{\cos r}. \quad (9.56)$$

Із (9.56) видно, що стрибки фаз при переході із середовища в середовище не однакові ($\delta_{\parallel} \neq \delta_{\perp}$) і відбита хвиля буде еліптично поляризована. Якщо в падаючій хвилі різниця фаз між $(E)_{\parallel}$ та $(E)_{\perp}$ дорівнює 0 $\delta = 0$, то у відбитій хвилі $\delta = \delta_{\parallel} - \delta_{\perp}$. Тоді скориставшись (9.55) і (9.56), отримаємо наступну залежність різниці фаз від кута падіння:

$$tg \frac{\delta}{2} = \frac{\cos r \sqrt{\sin^2 r - n_{12}^2}}{\sin^2 r}. \quad (9.57)$$

Звідси видно, що $tg \frac{\delta}{2} > 0$, тобто δ лежить в межах від 0 до π . Очевидно, що величина δ перетворюється в нуль двічі: при $r > r_{ep}$, оскільки $\sin r_{ep} = n_{21}$ і при $r = \pi/2$, оскільки $\cos \pi/2 = 0$. Між цими межами різниця фаз повинна досягати максимуму.

Диференціюючи (9.57) по r і прирівнюючи $\frac{\partial}{\partial r} \left(\operatorname{tg} \frac{\delta}{2} \right)$ до нуля, отримаємо умову екстремуму:

$$\sin^2 r_{\max} = \frac{2n_{12}}{1+n_{12}^2}, \quad (9.58)$$

де r_{\max} значення кута падіння, при якому різниця фаз між паралельною і перпендикулярною компонентами максимальна (рис. 9.13). Підставляючи (9.58) в (9.57) знаходимо, що

$$\operatorname{tg} \frac{\delta_{\max}}{2} = \frac{1-n_{12}^2}{2n_{12}}. \quad (9.59)$$

Звідси випливає, що чим більша різниця в показниках заломлення двох середовищ ($n_{21} = n_2 / n_1$, $n_2 < n_1$), тим більша різниця фаз між двома коливаннями. Для отримання колової поляризації відбитого світла амплітуди цих коливань повинні бути рівними між собою, а різниця фаз повинна дорівнювати $\pi/2$. Перша умова виконується, якщо напрямок коливання вектора \vec{E} лінійно поляризованої хвилі утворює кут 45° з нормаллю до площини падіння. Другу умову можна задовольнити тільки при $\frac{1-n_{12}^2}{2n_{12}} = 1$. Із цієї умови знаходимо, що $n_{12} = 0,4$, звідки $n = 1/n_{12} = 2,5$. У видимій ділянці спектра такий великий показник заломлення має тільки алмаз.

Для переходу скло-повітря ($n_c = 1,5$) максимальна різниця фаз досягається при $r = 51,33^\circ$ і вона складає $\delta = 45,93^\circ$. При двох значеннях кута падіння $r = 48,62^\circ$ і $\varphi = 54,62^\circ$, $\delta = \pi/2$.

Двократне відбиття під одним із цих кутів дає різницю фаз $\pi/2$. Цією властивістю скористався Френель і сконструював призму, яка перетворює лінійно поляризоване світло в світло, поляризоване по еліпсу. Лінійно поляризоване світло падає по нормалі до грані призми і після двократного відбиття на гранях в середині призми виходить через протилежну грань (рис. 9.14). Якщо площина поляризації падаючого світла складає з площиною падіння кут 45° , то світло, яке вийде із призми Френеля, буде поляризоване по колу.

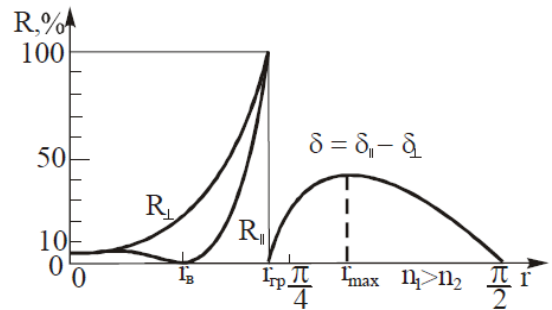


Рис. 9.13

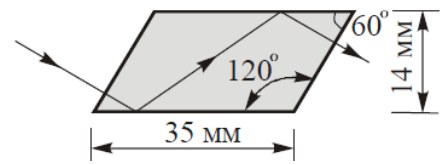


Рис. 9.14

Запитання 9.36. При якому значенні показника заломлення призма Френеля має гострий кут 45° ?

Відповідь. При виході світла із призми Френеля між паралельною і перпендикулярною компонентами різниця фаз $\delta = \pi/2$. Різниця фаз при одному відбиванні повинна дорівнювати 45° . Значить $\operatorname{tg} \frac{\delta}{2} = \operatorname{tg} \frac{45^\circ}{2} = 0,414$. Тоді

$$\frac{1 - n_{12}^2}{2n_{12}} = 0,414,$$

Звідки $n_{21} = 0,668$ або $n_{21} = 1/n \Rightarrow n = 1/n_{21} = 1,5$.

Запитання 9.37. Що виражає формула

$$R = \frac{(n-1)^2 + n^2 \varkappa^2}{(n+1)^2 + n^2 \varkappa^2} ? \quad (9.60)$$

Відповідь. Формула (9.60) виражає коефіцієнт відбиття природного світла від поверхні металів. Тут n — показник заломлення, \varkappa — показник згасання. Слід мати на увазі, що формули Френеля (9.24) (9.25) (9.28) (9.29) застосовні і для металів, якщо під $\sin k$ і $\cos k$ розуміти комплексні величини (k — кут заломлення).

Запитання 9.38. Що таке еліпсометрія?

Відповідь. Оскільки для металів показник заломлення є величина комплексна $\tilde{n} = n - i\varkappa$, то згідно формул Френеля, амплітуди відбитої і заломленої хвиль також будуть комплексними. Це означає, що між перпендикулярною і паралельною компонентами відбитої і заломленої хвиль виникне різниця фаз. Причому ця різниця фаз різна для компонент електричного вектора, які лежать в площині падіння і в перпендикулярній до неї. Тому, якщо на поверхню метала падає лінійно поляризоване світло, то між компонентами \vec{E}_{\parallel} і \vec{E}_{\perp} виникне різниця фаз і відбите світло буде поляризоване по еліпсу. Оскільки різниця фаз визначається оптичними параметрами n і \varkappa , то очевидно, що характер поляризації (ексцентриситет і положення еліпса) визначаються якраз цими параметрами. Отже, вивчаючи характер поляризації світла при відбиванні чи заломленні його металом можна високочутливими поляризаційними оптичними методами вивчати стан поверхні металів, зокрема меж поділу. Цей метод дослідження поверхонь і меж поділу різних середовищ отримав назву **еліпсометрія**. Схема однієї

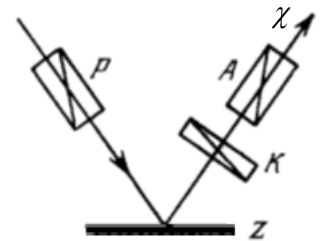


Рис 9.15

із установок для вимірювання оптичних констант наведена на (рис. 9.15). Паралельний пучок лінійно поляризованого світла падає на металічне дзеркало Z .

Відбите від дзеркала світло аналізується за допомогою аналізатора A і компенсатора K .

Зверни увагу!

Метод еліпсометрії був запропонований Друде.

Оскільки n і κ зв'язані зі станом поляризації відбитого від поверхні металу світла, то, вивчаючи ексцентриситет і положення осей еліпса коливань, можна визначати оптичні константи металу.

*Найбільша чутливість методу досягається при певному куті падіння світла. Цей кут іноді називають **головним кутом падіння**, який відіграє при відбиванні і падінні ту ж роль, що і кут Брюстера при відбиванні світла від прозорих тіл.*

Запитання 9.39. З'ясуйте механізм відбивання і поглинання світла металами.

Відповідь. Відбивання світла від металічної поверхні пов'язане з наявністю в металі вільних електронів, відповідальних за його електропровідність. Вимушені коливання вільних електронів під дією поля падаючої на поверхню металу електромагнітної хвилі, які відбуваються в дуже тонкому шарі поверхні, створюють сильну відбиту хвилю. Її інтенсивність часто наближається до інтенсивності падаючої хвилі. Внаслідок великої густини вільних електронів (біля 10^{23} см^{-3}) навіть дуже тонкі шари металу відбивають більшу частину падаючого на них світла і тому вони практично не прозорі в оптичному діапазоні. У зв'язку з високою відбивальною здатністю поверхні деяких металів служать прекрасними дзеркалами.

Часткове проникнення світла в метал створює струми провідності. З ними пов'язане виділення ленцджоулевої теплоти, тобто поглинання світла – незворотне перетворення електромагнітної енергії в енергію хаотичного теплового руху.

Зверніть увагу:

Чим вища провідність металу, тим менша доля падаючого світла проникає в метал і поглинається там.

В ідеальному провіднику, якому формально відповідає нескінченно велика провідність, втрати на ленцджоулеву теплоту взагалі відсутні, оскільки падаюче світло повністю відбивається.

Запитання 9.40. Чому метали сильно поглинають світло, а електроліти, які володіють високою провідністю, практично прозорі?

Відповідь. Основними носіями електричного струму в металах є вільні електрони, які, коливаючись в тонкому приповерхневому шарі металу, створюють сильну відбиту хвилю (див. відповідь на запитання 9.39). Основними носіями струму в електролітах є позитивні і негативні іони речовини. Іони з великою масою, не можуть здійснювати коливань під дією електромагнітної хвилі подібно до електронів а, значить, не можуть створити достатньої інтенсивності відбиту хвилю, внаслідок чого електроліти є прозорими.

Запитання 9.41. В яких випадках відбите від металічного дзеркала світло залишається лінійно поляризоване?

Відповідь. Відбите від поверхні металевого дзеркала світло залишається лінійно поляризованим, якщо падаюче світло поляризоване в площині падіння або в площині, перпендикулярній до площини падіння. При довільному напрямку лінійної поляризації падаючого світла, відбите світло залишається лінійно поляризованим, при нормальному ($r = 0$) і при ковзаючому ($r = \pi / 2$) падінні. В цих випадках напрямок поляризації в просторі залишається незмінним.

Запитання 9.42. В чому відмінність поверхневого забарвлення середовищ, які володіють сильним і слабким поглинанням?

Відповідь. Перш за все зауважимо, що термінологія, яка використовується для характеристики поглинаючих середовищ, часто призводить до непорозумінь. Поглинання називають слабким, якщо глибина проникнення випромінювання набагато більша за довжину хвилі – амплітуда поступово зменшується на протязі багатьох довжин хвиль. Зрозуміло, що «слабо» поглинаючі речовини при достатній товщині можуть поглинути всю енергію випромінювання, яке на них падає. «Сильно» поглинаючі речовини, наприклад, метали, здатні поглинати лише малу долю енергії падаючого на них світла: більша частина енергії відбивається. Загальне правило: якщо речовина володіє сильним поглинанням на якійсь частоті, то відбиття світла даної частоти цією ж речовиною дуже велике і лише дуже мала доля енергії попадає в середину і поглинається.

Приклад Якщо на поверхню скляної пластинки нанести шар фіолетових чорнил, то пластинка буде мати однакоє фіолетове забарвлення як у відбитому, так і в прохідному світлі, оскільки забарвлення в слабо поглинаючої речовини (розчин барвника), обумовлене вибірконим поглинанням світла в товщині шару. Коли чорнила висохнуть, вони перетворяться в середовище з сильним поглинанням. В прохідному світлі пластинка, як і раніше, буде мати фіолетове забарвлення. У відбитому світлі засохлі чорнила будуть золотистого металічного блиску, який обумовлений вибірконим відбиванням світла від поверхні для тих довжин хвиль, які сильно поглинаються шаром барвника.

Це важливо...

Поверхнєве забарвлення деяких металів обумовлене залежністю їх оптичних характеристик від довжини хвилі. Оскільки метал є середовищем з сильним поглинанням, тонкі плівки металу при спостереженні на просвіт мають додаткове забарвлення. Наприклад, дуже тонкі плівки золота, які мають жовтий колір, в прохідному світлі здаються зеленими.

10. Дисперсія світла

Запитання 10.1. Що таке дисперсія речовини?

Відповідь. Дисперсією речовини називають величину, яка показує, як швидко змінюється показник заломлення n зі зміною довжини світлової хвилі λ . Отже, показник заломлення речовини є функцією довжини хвилі λ :

$$n = f(\lambda). \quad (10.1)$$

Знання залежності показника заломлення речовини від довжини (частоти) хвилі є важливим, оскільки від нього залежить цілий ряд оптичних характеристик, зокрема фазова швидкість монохроматичної хвилі. Тому визначення дисперсії можна дати і так: **дисперсія – це залежність фазової швидкості від частоти (довжини) хвилі**. Наявність дисперсії дозволяє експериментально «розсортувати» монохроматичні компоненти складної хвилі, оскільки при похилому падінні на межу речовини ці компоненти в заломленому випромінюванні поширюються в різних напрямках. На цьому принципі діють призмові спектрографи і монохроматори.

Запитання 10.2. Що означає поняття «дисперсія» в широкому розумінні?

Відповідь. Слово «дисперсія» означає розкид, відхилення, розсіяння. Це поняття використовується для означення різних понять. Наприклад, в статистиці так називають середню квадратичну похибку або міру розкиду значень випадкових величин від середньої. В оптиці під дисперсією розуміють коло явищ, які беруть свій початок від відомих дослідів Ньютона: різного заломлення променів різних кольорів призмою. І, як уже відзначалося вище, у вузькому розумінні це залежність показника заломлення середовища від довжини (частоти) хвилі.

Запитання 10.3. Що потрібно розуміти під середньою дисперсією?

Відповідь. Нехай довжині світлової хвилі λ_1 відповідає показник заломлення n_1 , а довжині хвилі λ_2 – показник заломлення n_2 . Тоді:

$$\langle D \rangle = \frac{n_2 - n_1}{\lambda_2 - \lambda_1} = \frac{\Delta n}{\Delta \lambda}, \quad (10.2)$$

де $\langle D \rangle$ – середня дисперсія речовини на ділянці довжин хвиль від λ_1 до λ_2 . Якщо перейти до нескінченно малого інтервалу довжин хвиль, то співвідношення (10.2) набуде такого вигляду:

$$D = \frac{d}{d\lambda} f(\lambda), \quad (10.3)$$

де D – значення дисперсії поблизу даної довжини хвилі λ .

Запитання 10.4. Як змінюється показник заломлення прозорих речовин із довжиною хвилі?

Відповідь. На рис. 10.1 наведено залежність показника заломлення n речовини від довжини хвилі λ : 1 – скло (легкий флінт); 2 – кварц; 3 – флюорит. Із рисунка видно, що коефіцієнт заломлення зростає із зменшенням довжини хвилі, особливо це зростання сильне в області коротких хвиль.

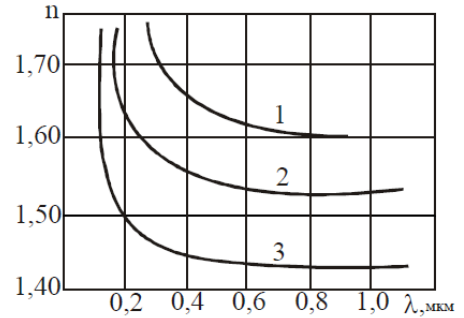


Рис. 10.1

Зверни увагу!

Фіолетові промені заломлюються сильніше зелених, а зелені сильніше червоних. Цей експериментальний факт дозволяє розкласти біле світло на його монохроматичні складові. Саме це дозволило у 1662 р. І. Ньютону розкласти за допомогою тригранної призми біле світло в спектр. Кольорову смужку, що утворюється на екрані, називають **оптичним спектром** (рис. 10.2 і 10.3).

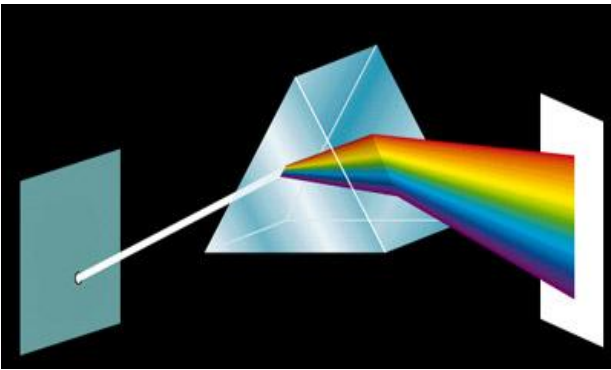


Рис. 10.2

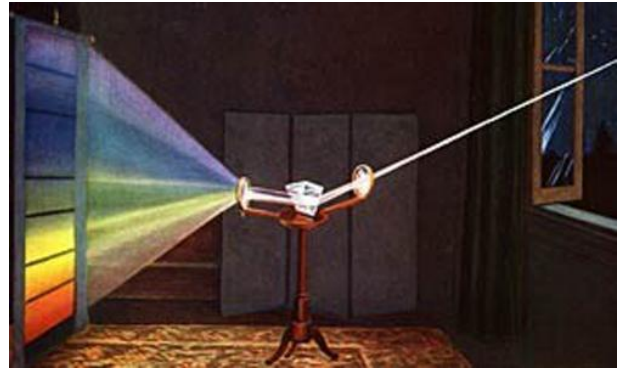


Рис. 10.3

Запитання 10.5. Що виражає формула

$$D = \frac{dn}{d\lambda_0} = -\frac{2B}{\lambda^3} \quad (10.4)$$

Відповідь. В першій половині XIX ст. французький математик Коші зробив спробу отримати аналітичний вираз функції (10.1), яка виражала б залежність n від λ . Виходячи із уявлень Френеля про вплив молекул на частинки ефіру, Коші запропонував таку формулу:

$$n = A + \frac{B}{\lambda_0^2} + \frac{C}{\lambda_0^4} + \dots \quad (10.5)$$

Тут A , B , C , ... – сталі величини, які визначаються експериментально, λ_0 – довжина світлової хвилі у вакуумі. Для більшості випадків можна обмежитися першими двома членами. Тоді

$$n = A + \frac{B}{\lambda_0^2}. \quad (10.6)$$

Враховуючи (10.3), дисперсія речовини виразиться так:

$$D = \frac{dn}{d\lambda_0} = -\frac{2B}{\lambda_0^3}. \quad (10.7)$$

Це і є формула (10.4), яка виражає дисперсію речовини.

Зверни увагу!

При $B > 0$ $\frac{dn}{d\lambda_0} < 0$ або $\frac{dn}{d\nu} > 0$. Таку дисперсію називають **нормальною**.

Якщо $\frac{dn}{d\lambda_0} > 0$ ($\frac{dn}{d\nu} < 0$), то дисперсію називають **аномальною**. Аномальну дисперсію вперше спостерігав на парах йоду Ф. Леру у 1862 р.

Запитання 10.6. В яких випадках дисперсію називають нормальною, а в яких – аномальною?

Відповідь. Якщо значення показника заломлення зростає із зменшенням довжини світлової хвилі, то це нормальна дисперсія, якщо навпаки, то має місце аномальна дисперсія. На рис. 10.4 наведено хід дисперсійної кривої для розчину ціаніну на ділянці смуги поглинання. Крива *AB* відповідає аномальній дисперсії.

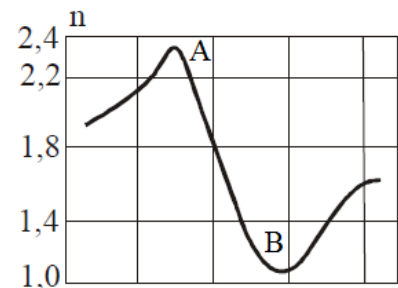


Рис. 10.4

Зверни увагу!

Аномальна дисперсія спостерігається на ділянках спектра (частот), де речовина сильно поглинає світло.

Запитання 10.7. Що таке діелектрична сприйнятливість; діелектрична проникність?

Відповідь. При поширенні світла в ізотропному середовищі відбувається його поляризація, під дією поля $\vec{E}(t)$. Якщо амплітуда \vec{E}_0 напруженості поля хвилі набагато менша напруженості внутрішньоатомних електричних полів, то відгук середовища на поле можна вважати лінійним. Це означає, що поляризованість середовища однорідна і частинка її здійснює коливання під дією поля $\vec{E}(t)$ за гармонічним законом з частотою зовнішнього поля ω і амплітудою поля \vec{P}_0 , яка пропорційна \vec{E}_0 :

$$\vec{P} t = \vec{P}_0 e^{-i\omega t} = \epsilon_0 \chi \omega \vec{E}_0 e^{-i\omega t}. \quad (10.8)$$

Напрямок вектора \vec{P} в ізотропному середовищі, співпадає з напрямком вектора \vec{E} . Коефіцієнт пропорційності $\chi(\omega)$ між \vec{P} і \vec{E} називається **діелектричною сприйнятливістю**, і в ізотропному середовищі він є скаляром.

Діелектрична сприйнятливість характеризує здатність середовища поляризуватися. Діелектрична сприйнятливість залежить від частоти хвилі $\chi(\omega)$. Вигляд функції $\chi(\omega)$ визначається структурою речовини. Про залежність діелектричної сприйнятливості від частоти говорять як про закон дисперсії.

Діелектрична проникність $\varepsilon(\omega)$ є коефіцієнтом пропорційності між векторами \vec{D} (вектор зміщення) і \vec{E} . Тобто

$$\vec{D} = \varepsilon(\omega) \vec{E} = \varepsilon_0 \varepsilon(\omega) \vec{E} e^{-i\omega t}. \quad (10.9)$$

Нагадаємо, що модуль електричного зміщення $|\vec{D}|$ дорівнює поверхневій густині заряду σ . Вектор \vec{D} також пов'язаний з поляризацією середовища, яка є причиною електричного зміщення. Діелектрична проникність $\varepsilon(\omega)$ і діелектрична сприйнятливість $\chi(\omega)$ зв'язані між собою співвідношенням:

$$\varepsilon(\omega) = 1 + \chi(\omega). \quad (10.10)$$

Зверніть увагу!

В ізотропному середовищі $\varepsilon(\omega)$, як і $\chi(\omega)$, є скаляром і не залежить від просторових координат.

*Величину, яка показує у скільки разів збільшується електрична індукція в речовині, називають **електричною сприйнятливістю** χ .*

Запитання 10.8. Яка модель середовища розглядається в класичній теорії дисперсії?

Відповідь. Класична теорія дисперсії виходить із деякої ідеалізованої моделі речовини. Найбільшою простотою відрізняється модель газоподібного середовища, оскільки в ній в першому наближенні можна не враховувати взаємодію атомів або молекул і, окрім того, можна вважати, що діюче на окремий атом поле співпадає з середнім полем електромагнітної хвилі. В таких умовах для отримання матеріального рівняння достатньо розглянути дію поля хвилі на ізольований атом.

Електрони, які входять до складу атома, поділяють на зовнішні (оптичні) і електрони внутрішніх оболонок. З випромінюванням оптичного діапазону взаємодіють практично тільки зовнішні електрони. Власні частоти внутрішніх електронів настільки великі, що поле світлової хвилі на них практично не впливає і тільки для рентгенівського випромінювання внутрішні електрони стають істотними. Оптичний електрон в атомі розглядається як згасаючий дипольний ос-

цилятор, який характеризується власною частотою ω і сталою (коефіцієнтом згасання γ).

Запитання 10.9. Користуючись моделлю середовища, описаної вище (див. відповідь на запитання 9.8), виведіть класичну формулу дисперсії на основі електронної теорії будови речовини.

Відповідь. Дисперсію формально можна розглядати як наслідок залежності діелектричної проникності середовища ε від частоти падаючого світла ω . Тобто

$$\varepsilon = 1 + \chi = 1 + \frac{\vec{P}_e}{\varepsilon_0 \vec{E}}, \quad (10.11)$$

де χ – діелектрична сприйнятливність середовища, \vec{P}_e – проекція вектора поляризації на напрямок вектора напруженості електричного поля світлової хвилі, \vec{E} – вектор напруженості електричного поля світлової хвилі, $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф} \cdot \text{м}^{-1}$ – електрична стала. Враховуючи формулу Максвелла $\varepsilon = n^2$ маємо:

$$n^2 = 1 + \frac{\vec{P}_e}{\varepsilon_0 \vec{E}}. \quad (10.12)$$

Оскільки поляризація середовища зумовлена тільки заміщенням електронів (електронів поляризації), то для однорідного діелектрика (середовища) вектор поляризації дорівнює

$$\vec{P}_e = N \vec{p}_e. \quad (10.13)$$

Тут N – число атомів в одиниці об'єму, $\vec{p}_e = e\vec{Z}$ – наведений дипольний момент одного атома. Якщо припустити, що поляризація зумовлена тільки зовнішніми оптичними електронами, і всі N атомів є атомами одного сорту, то для атома з одним оптичним електроном (допускаємо, що атоми не взаємодіють між собою)

$$\vec{P}_e = -Ne\vec{Z}, \quad (10.14)$$

$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$ – величина заряду електрона, \vec{Z} – зміщення електрона під дією електричного поля світлової хвилі. Знак « $-$ » вказує, що \vec{P}_e і \vec{p}_e протилежного напрямку. При врахуванні (10.14) рівність (10.12) набуде вигляду :

$$n^2 = 1 - \frac{Ne\vec{Z}}{\varepsilon_0 \vec{E}}. \quad (10.15)$$

Зміщення \vec{Z} електрона знайдемо при врахуванні всіх сил, що діють на електрон в атомі.

Збуджуюча сила, яка діє збоку електричного поля світлової хвилі:

$$\vec{F}_{\text{зб}} = -e\vec{E} = -e\vec{E}_0 \cos \omega t, \quad (10.16)$$

де \vec{E}_0 – амплітуда напруженості \vec{E} електричного поля світлової хвилі, $\omega = 2\pi\nu$ – циклічна частота світлової хвилі.

Повертаюча квазіпружна сила взаємодії оптичного електрона з іншою частиною атома:

$$\vec{F}_{\text{нов}} = -k\vec{Z} = -m_0\omega_0^2\vec{Z}, \quad (10.17)$$

де ω_0 – власна частота коливань оптичного електрона, $k = m_0\omega_0^2$ – коефіцієнт квазіпружності, m_0 і ω_0 – маса і власна частота коливання електрона відповідно.

Диференціальне рівняння руху електрона при вимушених коливаннях має вигляд:

$$m_0 \frac{d^2\vec{Z}}{dt^2} = -m_0\omega_0^2\vec{Z} - e\vec{E}_0 \cos \omega t, \quad (10.18)$$

Розв'язком рівняння (10.18) є

$$\vec{Z} = -\frac{e\vec{E}_0 \cos \omega t}{m_0(\omega_0^2 - \omega^2)} = -\frac{e\vec{E}}{m_0(\omega_0^2 - \omega^2)}. \quad (10.19)$$

Підстановка значення \vec{Z} із (10.19) в (10.15) дає

$$n^2 = 1 + \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m_0 (\omega_0^2 - \omega^2)}. \quad (10.20)$$

Це і є аналітичний вираз залежності n від ω .

Запитання 10.10. Виходячи з класичних міркувань, залежність показника заломлення середовища від частоти падаючого на нього світла задається функцією (10.20). Зарисуйте графік залежності показника заломлення n від ω та поясніть причину неспроможності, користуючись формулою (10.20) дати правильне пояснення залежності n від ω .

Відповідь. Із аналізу формули (10.20) видно, що із збільшенням ω від 0 до ω_0 абсолютний показник заломлення n середовища монотонно зростає від величини статичного показника заломлення

$n_0 = \sqrt{1 + \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m_0 (\omega_0^2 - \omega^2)}} = 1$ до ∞ . При

$\omega = 0$, $n_0 = 1$. При $\omega = \omega_0$ функція терпить розрив і стрибкоподібно змінюється від $+\infty$ до $-\infty$ а з подальшим збільшенням ω від ω_0 до ∞ показник заломлення знову монотонно зростає від $-\infty$ до 1 (див. рис. 10.5).

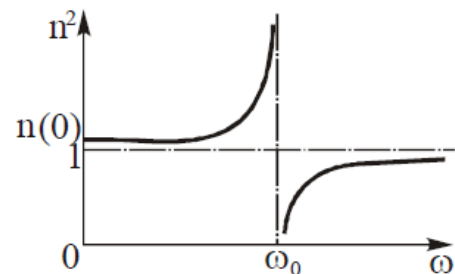


Рис. 10.5

Зростання n до нескінченності при $\omega \rightarrow \omega_0$ не має фізичного змісту і пояснюється тим, що у вище наведених міркуваннях ми не брали до уваги втрат енергії, зумовлених випромінюванням вторинних електромагнітних хвиль, співударями між атомами тощо, іншими словами, не враховано поглинання світла.

Запитання 10.11. Яким чином можна врахувати втрати енергії, вказані у відповіді на запитання 10.10?

Відповідь. Втрати, пов'язані з поглинанням світла, наближено можна врахувати, якщо припустити, що на коливний електрон діє додаткова сила опору, яка пропорційна його швидкості

$$\vec{F}_{on} = -r \frac{d\vec{Z}}{dt}, \quad (10.21)$$

де r – коефіцієнт опору. Диференціальне рівняння вимушених коливань оптичного електрона з врахуванням згасання матиме вигляд:

$$\frac{d^2\vec{Z}}{dt^2} = -\gamma \frac{d\vec{Z}}{dt} - \omega_0^2 \vec{Z} - \frac{e}{m_0} \vec{E}_0 e^{i\omega t}, \quad (10.22)$$

де $\gamma = r / m_0$ – коефіцієнт згасання. Розв'язком рівняння (10.22) є:

$$\vec{Z} = \vec{Z}_0 e^{i\omega t}. \quad (10.23)$$

Підстановка $\frac{d\vec{Z}}{dt} = i\omega \vec{Z}_0 e^{i\omega t}$ і $\frac{d^2\vec{Z}}{dt^2} = -\omega^2 \vec{Z}_0 e^{i\omega t}$ в (10.22) дає:

$$\vec{Z}_0 (-\omega^2 + i\gamma\omega + \omega_0^2) = -\frac{e}{m_0} \vec{E},$$

звідки

$$\vec{Z}_0 = -\frac{e\vec{E}}{m_0 [(\omega_0^2 - \omega^2) + i\gamma\omega]}. \quad (10.24)$$

Підставляючи в рівняння (10.15) значення Z_0 із рівняння (10.24), отримаємо:

$$n^2 = 1 + \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m_0} \frac{1}{[(\omega_0^2 - \omega^2) + i\gamma\omega]}, \quad (10.25)$$

або

$$n^2 = 1 + N\beta(\omega), \quad (10.26)$$

де $\beta(\omega) = \frac{e^2}{\varepsilon_0 m_0 [(\omega_0^2 - \omega^2) + i\gamma\omega]}$ – поляризованість атома.

Із формули (10.25) видно, що показник заломлення (а значить і діелектрична проникність) є величини комплексні. Це пов'язано із врахуванням згасання

електронного осцилятора в середовищі. Якщо ввести комплексний показник заломлення, представивши його у вигляді: $\tilde{n} = n + i\kappa$, де n і κ дійсні величини, які залежать від ω , то формула (10.25) набуде такого вигляду:

$$n^2 - 2in\kappa - \kappa^2 = 1 + \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m_0} \frac{(\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega^2)}{[(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega^2]}. \quad (10.27)$$

Розділяючи дійсну і уявну частини, отримуємо:

$$n^2 - \kappa^2 = 1 + \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m_0} \frac{(\omega_0^2 - \omega^2)}{[(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega^2]}, \quad (10.28)$$

$$2n\kappa = \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m_0} \frac{\gamma\omega}{[(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega^2]}. \quad (10.29)$$

Оскільки для газів $\kappa < n$, то співвідношення (10.28) визначає залежність показника заломлення n від частоти ω падаючого світла, а співвідношення (10.29) визначає залежність показника поглинання κ від частоти ω .

Запитання 10.12. На рис. 10.6 наведені криві залежності певних фізичних величин від частоти ω випромінювання. Що це за величини? Поясніть ці криві.

Відповідь. На рис. 10.4 наведені криві зміни показника заломлення n се-

редовища $n^2 - \kappa^2$, (крива 1) та його показника поглинання $2n\kappa$ (крива 2) зі зміною частоти падаючого світла. Із рисунка видно, що на ділянках AB і CD показник заломлення зростає, на ділянці BC показник заломлення різко спадає із зростанням частоти падаючого світла. Останнє пов'язано з тим, що згасання істотно впливає на залежність n від ω лише на ділянці частот, близьких до ω_0 ,

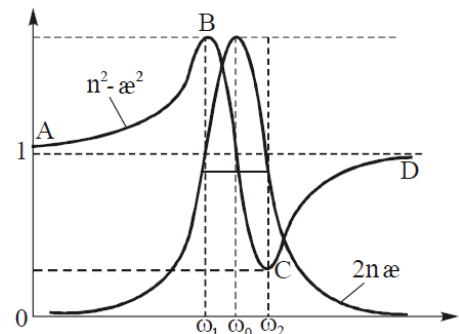


Рис. 10.6

тобто в області сильного поглинання світла (кр. 2 на рис. 10.6) у зв'язку з чим в області сильного поглинання світла спостерігається різке зменшення показника заломлення (ділянка BC на рис. 10.6). Це явище отримало назву **аномальної дисперсії**. За межами смуги поглинання $\gamma^2\omega^2 \ll (\omega_0^2 - \omega^2)$, тому доданком $\gamma^2\omega^2$ у знаменнику формули (10.28) можна знехтувати і вона перетворюється в формулу (10.20), яка описує хід кривої, що характеризує нормальну дисперсію (рис. 10.6, ділянки AB і CD). Окрім того, з рис. 10.6 видно, що область аномальної дисперсії (ділянка BC) співпадає зі смугою поглинання, максимум якої припадає на ω_0 , а сама смуга поглинання вузька.

Запитання 10.13. Поясніть фізичний зміст окремих членів у наведеному нижче рівнянні:

$$m_0 \frac{d^2 \vec{Z}}{dt^2} = -m_0 \omega_0^2 \vec{Z} - e \vec{E}_0 \cos \omega t. \quad (10.30)$$

Відповідь. Рівняння (10.30) є диференціальним рівнянням руху електрона при вимушених його коливаннях під дією електричного поля світлової хвилі. В рівняння входять такі члени і величини: $\vec{F}_{зб} = -e\vec{E} = -e\vec{E}_0 \cos \omega t$ – збуджуюча сила, яка діє на електрон збоку електричного поля світлової хвилі, $\vec{F}_{нов} = -m_0 \omega_0^2 \vec{Z}$ – повертаюча квазіпружна сила взаємодії електрона з іншою частиною атома, ω – циклічна частота світлової хвилі, m_0 – маса спокою електрона, ω_0 – власна частота коливань оптичного електрона. Розв'язком рівняння (10.30) є рівняння (10.19):

$$\vec{Z} = -\frac{e\vec{E}_0 \cos \omega t}{m_0(\omega_0^2 - \omega^2)} = -\frac{e\vec{E}_0}{m_0(\omega_0^2 - \omega^2)}. \quad (10.31)$$

Запитання 10.14. Поясніть фізичний зміст окремих членів у наведеному нижче рівнянні:

$$\frac{d^2 \vec{Z}}{dt^2} = -\gamma \frac{d\vec{Z}}{dt} - m_0 \omega^2 \vec{Z} - \frac{e}{m_0} \vec{E}_0 e^{i\omega t}. \quad (10.32)$$

Відповідь. Рівняння (10.32) є диференціальним рівнянням вимушених коливань оптичного електрона з врахуванням згасання. В рівняння входять такі величини: $F_{зб} = -e\vec{E}_0 e^{i\omega t}$ – збуджуюча сила, яка діє на електрон збоку електричного поля світлової хвилі, $\vec{F}_{нов} = -m_0 \omega_0^2 \vec{Z}$ – повертаюча квазіпружна сила взаємодії електрона з іншою частиною атома, $\vec{F}_{он} = r \frac{d\vec{Z}}{dt}$ – сила опору, $\gamma = \frac{r}{m_0}$ – коефіцієнт згасання, r – коефіцієнт опору, ω – частота падаючого на середовище світла, m_0 – маса спокою електрона, ω_0 – власна частота коливань оптичного електрона. Розв'язком неоднорідного рівняння (10.32) є:

$$\vec{Z} = -\frac{e\vec{E}}{m_0 [(\omega_0^2 - \omega^2) + i\gamma\omega]}. \quad (10.33)$$

Запитання 10.15. На рис. 10.7 наведено криву залежності n від ω . Поясніть її.

Відповідь. Формула (10.28) отримана при припущенні, що речовина характеризується лише однією власною циклічною частотою ω_0 вільних коливань оптичних електронів. Насправді, атоми реального середови-

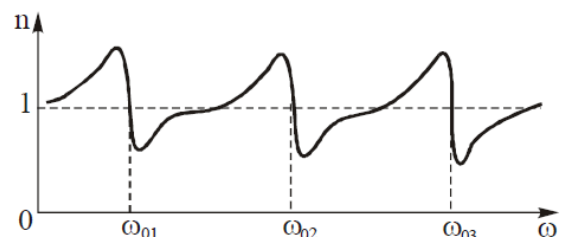


Рис. 10.7

ща характеризуються не однією циклічною (резонансною) частотою ω_0 , а мають їх багато, що відповідає великій кількості осциляторів з різними масами і зарядами (m_k, q_k) і, як наслідок, з різними власними частотами ω_{0k} . З врахуванням сказаного формула (10.28) набуде вигляду:

$$n^2 - \varkappa^2 = 1 + \frac{N}{\varepsilon_0} \sum_k \frac{q_k^2}{m_{0k}} \frac{(\omega_{0k}^2 - \omega^2)}{[(\omega_{0k}^2 - \omega^2)^2 + \gamma_k^2 \omega^2]}, \quad (10.34)$$

або

$$n^2 - \varkappa^2 = 1 + \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m_0} \sum_k f_k \frac{(\omega_{0k}^2 - \omega^2)}{[(\omega_{0k}^2 - \omega^2)^2 + \gamma_k^2 \omega^2]}, \quad (10.35)$$

де γ_k – коефіцієнт згасання осцилятора k -ого сорту, f_k – безрозмірний коефіцієнт

$$f_k = \left(\frac{q_k}{e} \right)^2 \frac{m_0}{m_{0k}}, \quad (10.36)$$

що носить назву сили k -го осцилятора, який характеризує ефективність поглинання осцилятором речовини світла з циклічною частотою ω_{0k} і його визначають із експериментальних даних.

Отже, на рис. 10.7 наведено криву залежності n від ω за формулою (10.35), яка добре узгоджується із експериментом.

Запитання 10.16. Що виражає формула

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{Ne^2}{3\varepsilon_0 m_0} \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2)}? \quad (10.37)$$

Відповідь. У всіх розглянутих вище випадках (див. відповідь на запитання 10.9 – 10.11) вважалось, що на осцилятори (електрони) діє лише поле світлової хвилі і не враховувався вплив внутрішнього поля, яке створюють поляризовані, під дією поля світла, навколишні молекули. Цей вплив тим більший, чим менша середня відстань між молекулами.

Г. Лоренц і Л. Лоренц, врахувавши це, отримали формулу залежності n від ω , якою і є формула (10.37). Ця формула застосовна до середовищ з однією власною частотою ω_0 і коефіцієнтом згасання $\gamma_k = 0$ і вона описує залежність n від ω для газів при великих тисках. Формулу (10.37) часто називають **формулою Лоренца-Лоренца**.

Запитання 10.17. Що виражає формула

$$R = \frac{n^2 - 1}{(n^2 + 2)} \cdot \frac{1}{\rho} = \text{const}? \quad (10.38)$$

Відповідь. Формула (10.38) виражає **питому рефракцію речовини**. Її можна легко отримати із формули (10.37), розділивши праву і ліву частини формули (10.37) на m , (m – маса молекули або атома). Тоді отримаємо:

$$R = \frac{n^2 - 1}{(n^2 + 2)} \cdot \frac{1}{Nm} = \frac{e^2}{3\varepsilon_0 m_0 m} \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2)}, \quad (10.39)$$

Оскільки для даної речовини e , m_0 , ω_0 величини сталі, то права частина рівності (10.39) також буде сталою. Отже

$$R = \frac{n^2 - 1}{(n^2 + 2)} \cdot \frac{1}{\rho} = const. \quad (10.40)$$

Тут $\rho = Nm$ – густина речовини, N – кількість атомів (молекул) в одиниці об'єму, m – маса атома (молекули). Питома рефракція не змінюється навіть при переході речовини з одного агрегатного стану в інший. Отже, питома рефракція R є характеристикою самого атома (молекули). Для суміші вона визначається за формулою:

$$100R = C_1R_1 + C_2R_2 + C_3R_3 + \dots \quad (10.41)$$

де C_1, C_2, C_3, \dots – процентний склад, а R_1, R_2, R_3, \dots – питомі рефракції окремих компонент відповідно. Добуток питомої рефракції R на молекулярну M (атомну A) вагу називають **молекулярною MR (атомною AR) рефракцією**:

$$MR = \frac{n^2 - 1}{(n^2 + 2)} \frac{M}{\rho} = \frac{N_A \beta}{3}, \quad (10.42)$$

де $\beta(\omega) = \frac{e^2}{\varepsilon_0 m_0} \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2)}$ – поляризованість атома, N_A – число Авогадро.

Як видно із (10.42), молекулярна рефракція має розмірність об'єму і за порядком величини співпадає з об'ємом всіх молекул одному в одному молі.

Молярна рефракція суміші

$$\langle R \rangle = \frac{n^2 - 1}{(n^2 + 2)} \frac{\langle M \rangle}{\rho} = f_1R_1 + f_2R_2 \dots, \quad (10.43)$$

де $\langle R \rangle$ – середня молярна рефракція молекули, $\langle M \rangle$ – молярна вага, f_1, f_2, f_3, \dots , молекулярні концентрації окремих компонент, R_1, R_2, \dots – молекулярні рефракції компонент суміші.

Запитання 10.18. Для яких речовин притаманна аномальна дисперсія?

Відповідь. Відомо, що показник заломлення є функцією від частоти ($n = f(\omega)$). Якщо показник заломлення зростає із зростанням частоти випромінювання, то таку дисперсію називають **нормальною**, і, навпаки, якщо показник заломлення зменшується із зростанням частоти, то таку дисперсію називають **аномальною** (див. відповіді на запитання 10.12).

Взагалі то, аномальну дисперсію можна спостерігати у будь-яких речовин на ділянці частот, де речовина сильно поглинає електромагнітне випромінювання. Очевидно, що не для кожної речовини аномальна дисперсія спостерігається у видимому діапазоні електромагнітних хвиль. У видимому світлі аномальна дисперсія спостерігається тільки у тих речовин, які сильно поглинають світло, і тільки на ділянці видимого спектра, точніше поблизу лінії поглинання. Так, наприклад, для розчину ціаніну аномальна дисперсія спостерігається на ділянці частот приблизно від $3,6 \cdot 10^{-15} \text{ c}^{-1}$ до $2,9 \cdot 10^{-15} \text{ c}^{-1}$. Саме на цю ділянку частот припадає смуга поглинання світла ціаніном.

Запитання 10.19. Як змінюється показник заломлення даної речовини при зміні її густини?

Відповідь. Якщо скористатися формулою (10.40), то із неї знайдемо, що

$$n^2 = \frac{1 + 2\rho C}{1 - \rho C}, \quad (10.44)$$

де ρ – густина речовини, $C = \text{const}$ – стала величина. Отже, із збільшенням густини речовини, її показник заломлення буде зростати і навпаки.

Запитання 10.20. Як експериментально можна виявити ділянку аномальної дисперсії?

Відповідь. Для експериментального дослідження дисперсії світла використовують метод схрещених призм. Схема цього дослідження наведена на рис. 10.8.

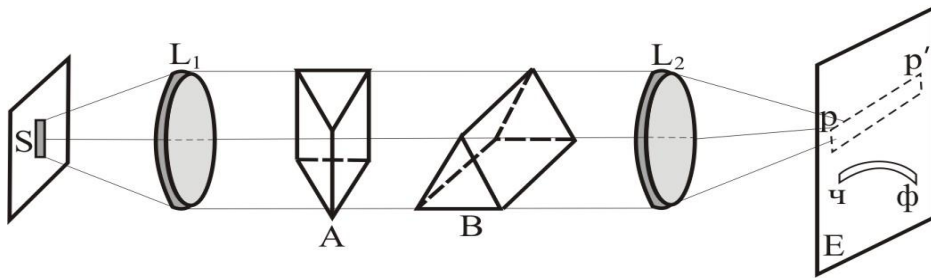


Рис. 10.8. Метод схрещених призм Ньютона.

Біле світло від вертикально розміщеної щілини проходить через лінзу і падає на дві призми A і B , заломні ребра яких взаємно перпендикулярні. За наявності тільки однієї призми A на екрані E отримується горизонтальний суцільний спектр, який на екрані зображений пунктирною смужкою PP' . При наявності другої призми (призми B) кожний промінь буде відхилений вниз і тим сильніше, чим більший для нього коефіцієнт заломлення призми B . Очевидно, що найбільше відхилитимуться фіолетові промені, найменше червоні. В результаті вся смужка PP' буде зігнута вниз і наочно відтворить хід дисперсії призми B .

Якщо другу призму B виготовити з іншого матеріалу, ніж призма A , то спектр на екрані відтворить дисперсію другої призми. Якщо призму виготовити

з речовини, яка має смугу поглинання в області видимого діапазону спектра, то матиме місце аномальна дисперсія. Викривлений спектр складатиметься з двох частин (рис. 10.9). Місце розриву відповідає поглинанню певних довжин хвиль світла, а, значить, і аномальній дисперсії. Найбільш точно дисперсію можна досліджувати на газах і за допомогою двопроменевого інтерферометра (метод гаків Рождественського, який добре описаний в [1], ст. 311 – 314).

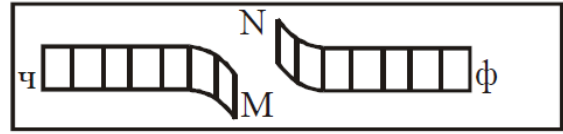


Рис. 10.9

Запитання 10.21. З'ясуйте недоліки класичної теорії дисперсії і переваги квантової теорії.

Відповідь. Класична дисперсійна формула (10.28)

$$n^2 - \varkappa^2 = \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m_0} \sum_k f_k \frac{(\omega_{0k}^2 - \omega^2)}{[(\omega_{0k}^2 - \omega^2)^2 + \gamma_k^2 \omega^2]},$$

для розріджених газів з великою точністю описує спостережувану на досліді залежність показника заломлення від частоти в широкій області спектра, яка містить декілька спектральних ліній на частотах ω_{0k} . Сила осцилятора

$f_k = \left(\frac{q_k}{e}\right)^2 \frac{m_0}{m_{0k}}$ характеризує ефективність поглинання осцилятором речовини

світла з циклічною частотою ω_{0k} і її визначають із експериментальних даних.

До такої ж дисперсійної формули приводить і квантова теорія. Однак у квантовій теорії власні частоти уже не розглядаються як емпіричні сталі, які визначаються з досліду (самої кривої дисперсії), а набувають цілком певного фізичного змісту. В квантовій теорії при відсутності зовнішніх полів атом має деякий набір стаціонарних станів, в яких його енергія набуває дискретних значень W_1, W_2, W_3, \dots . Ці рівні енергії можуть бути розраховані методами квантової механіки. При переході атома з одного стаціонарного стану в інший відбувається випромінювання (або поглинання) світла з частотою, яка визначається правилами частот Бора:

$$\omega_{ki} = \frac{W_k - W_i}{\hbar}. \quad (10.45)$$

На відміну від класичного осцилятора, атом, навіть якщо він має один електрон, випромінює не одну частоту ω_0 , а цілий спектр частот – двовимірну сукупність ω_{ki} , які в квантовій теорії і відіграють роль власних частот атома. В квантовій теорії замість “сили осцилятора” f_k вводиться “сила осцилятора” f_{ki} , яка має ясний фізичний зміст: **вона пропорційна імовірності переходу атома**

із k -го в i -ий стан, і чим більша ця імовірність, тим більша частина атомів, які знаходяться в k -ому стані, перейде в i -ий стан, тобто тим ефективніше даний перехід бере участь в явищі. Вклад в дисперсію вносять як не збуджені, так і збуджені атоми. Не збуджені атоми можуть брати участь лише в переходах з нижчих рівнів на вищі ($i \rightarrow k$), тобто в переходах з поглинанням світла. Для таких переходів сили осциляторів вважаються додатними. Атоми, які знаходяться в збудженому стані, можуть брати участь в переходах двох типів: переходи на більш високі енергетичні рівні (з поглинанням світла) і переходи на рівні з меншою енергією (з випромінюванням світла). Переходи останнього типу змінюють показник заломлення в протилежному напрямку в порівнянні з поглинанням світла. В цьому випадку осциляторам приписують від'ємний знак.

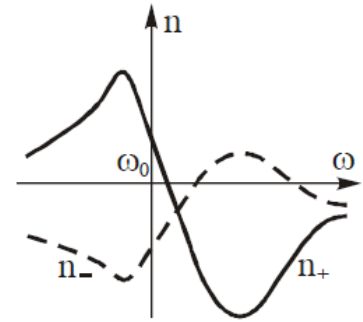


Рис. 10.10

На відміну від класичної теорії, де f_k завжди додатні, у квантовій теорії f_{ki} можуть бути як додатні, так і від'ємні. Цим самим квантова механіка передбачила, що дисперсія може бути як додатною, так і від'ємною (рис. 10.10). У випадку від'ємної дисперсії коефіцієнт згасання γ також від'ємний, тобто при поширенні світла в такому середовищі має місце його підсилення, а не послаблення.

Зверни увагу!

Від'ємна дисперсія і поглинання не знаходять пояснення в рамках класичної теорії дисперсії.

Явище від'ємної дисперсії було добре досліджене у зв'язку з вивченням властивостей лазерів, в яких воно відіграє важливу роль.

Запитання 10.22. В чому особливість дисперсії в іонних кристалах?

Відповідь. Для прикладу візьмемо іонний кристал повареної солі $NaCl$. Цей кристал має кубічну ґратку, яка утворена додатними іонами натрію (Na^+) і від'ємними іонами хлору (Cl^-). Під дією електричного поля світлової хвилі Na^+ і Cl^- зміщуються зі своїх рівноважних положень у вузлах кристалічної ґратки в протилежні сторони. В результаті кожен елемент об'єму набуває дипольного моменту. Тому в іонних кристалах (а також в будь-якій речовині, яка містить молекули з іонним зв'язком), вклад в поляризованість (див. відповідь на запитання 10.11) дають не лише оптичні електрони, але і самі іони, зміщуючись, як ціле із своїх рівноважних положень.

Враховуючи сили, які діють на іони (без врахування згасання), неважко отримати диференціальне рівняння руху іонів:

$$\frac{d^2 \vec{Z}}{dt^2} = \frac{e\vec{E}}{\mu} - \omega_i^2 \vec{Z}, \quad (10.46)$$

де \vec{Z} – зміщення іонів, e – заряд іонів, $\mu = \frac{1}{M^+} + \frac{1}{M^-}$ – зведена маса двох іонів протилежного знаку, M^+ і M^- – маси додатного і від'ємного іонів, ω_i – частота власних коливань іонів. Розв'язуючи рівняння (10.46) для монохроматичного поля частоти ω , отримуємо, що \vec{Z} а, значить, і дипольний момент $\vec{p}_e = -e\vec{Z}$, пропорційні \vec{E} . Іонна поляризованість $\beta(\omega)$ – (в розрахунку на пару іонів) має такий самий вигляд, як і для оптичних електронів, тільки замість маси електрона m_0 в $\beta(\omega)$ входить зведена маса μ іонів, замість власної частоти ω_0 електрона, (яка припадає, як правило, на ультрафіолетову частину спектра) входить ω_i частота оптичних коливань іонів (яка, як правило, припадає на інфрачервону частину спектра 10^{13} Гц) :

$$\beta(\omega) = \frac{e^2}{\mu \epsilon_0 (\omega_0^2 - \omega^2)}. \quad (10.47)$$

Із (10.47) видно, що інфрачервоне випромінювання з частотами ω близькими до ω_i викликають особливо сильну іонну поляризацію, тобто сильно взаємодіють з оптичними коливаннями кристалічної ґратки.

Зверни увагу!

Вклад в поляризованість (а значить, в дисперсію) дають як оптичні електрони, так і іони, з яких складається кристалічна ґратка іонних кристалів.

Для більш точного опису резонансу в рівняння (10.46) потрібно ввести член, який враховує згасання в русі іонів.

Враховуючи вклади електронів і іонів в поляризацію середовища, замість формули (10.37) отримаємо такий вираз:

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{N_e e^2}{3\epsilon_0 m_0 (\omega_0^2 - \omega^2)} + \frac{N_i e^2}{3\epsilon_0 \mu (\omega_i^2 - \omega^2)}, \quad (10.48)$$

де N_e – кількість атомів в елементі об'єму, N_i – кількість пар іонів в елементі об'єму.

Користуючись формулою (10.48), можна отримати статичне значення $n(0)$, а значить і $\epsilon(0)$ допустивши, що

$$\frac{n(0)^2 - 1}{n(0)^2 + 2} = \frac{N_e e^2}{3\epsilon_0 m_0 \omega_0^2} + \frac{N_i e^2}{3\epsilon_0 \mu \omega_i^2}. \quad (10.49)$$

Оскільки $\omega_i \ll \omega_0$, основну роль тут відіграє член з ω_i , тобто основний вклад в $n(0)$ обумовлений іонною поляризованістю.

Запитання 10.23. Деякі іонні кристали мають характерне забарвлення. Чим це пояснюється?

Відповідь. Деякі іонні кристали в цілому прозорі у видимій ділянці спектра, однак мають характерне забарвлення. Таке забарвлення свідчить про наявність відносно вузьких смуг поглинання у видимій частині спектра. Причиною цих смуг є наявність домішкових іонів і різні точкові дефекти. Яскравим прикладом може служити, забарвлений в рожевий колір, кристал корунду (рубіну) Al_2O_3 , в якому деякі іони алюмінію Al^{3+} заміщені іонами Cr^{3+} . Забарвлення рубіну пов'язане зі смугами поглинання домішкового іона (чистий корунд безколірний).

До речі...

Рубінові стрижні використовуються в якості активного середовища в деяких твердотільних лазерах.

В лужно-галоїдних кристалах типу $NaCl$ смуги поглинання виникають при наявності вакансій. Вакансії можуть виникнути при нагріванні кристала $NaCl$ в атмосфері парів натрію. Це призводить до деякого надлишку іонів натрію і вакантних вузлів в підгратці хлору. При швидкому охолодженні вакансії “заморожуються”. На місце відсутнього від'ємного іона хлору може бути захоплений електрон. Власна частота цього електрона припадає на видиму ділянку спектра. В результаті кристал $NaCl$ забарвлюється в жовто-коричневий, а KCl – в голубий колір. Центри забарвлення в лужно-галоїдних кристалах можуть бути створені також опромінюванням зразка рентгенівськими або γ -променями.

Запитання 10.24. Що таке релаксаційна (орієнтаційна) дисперсія?

Відповідь. Орієнтаційна дисперсія проявляється в середовищах з полярними молекулами в рідинах і розчинах. Полярні молекули володіють дипольним моментом, який обумовлений несиметричним розподілом електричного заряду в середині молекули. При відсутності електричного поля дипольні моменти молекул середовища орієнтовані хаотично, тобто поляризованість середовища β рівна нулю. При накладанні електричного поля дипольні моменти молекул стараються орієнтуватися вздовж поля. Тепловий рух перешкоджає цій орієнтації. В середньому отримується переважаючий напрямок моментів за полем і поляризованість буде відмінна від нуля, а при слабких полях пропорційна

напруженості поля. Зрозуміло, що розглядуваний механізм поляризації дає сильну залежність ε , χ і, зрозуміло n від температури. У змінному електричному полі частоти ω орієнтаційна поляризованість буде змінюватися з тією ж частотою. Поки частота поля невелика, значення $\varepsilon(\omega)$ а, значить, і $n(\omega)$ такі ж, як і в сталому полі. Однак, при збільшенні частоти переорієнтація середнього дипольного моменту не встигає відбутися за один період. Тоді $\varepsilon(\omega)$ а, значить, і $n(\omega)$ буде менше від свого статичного значення. Тому в області високих частот виникає залежність ε , а значить і n , від частоти, тобто має місце дисперсія. При цьому поворот дипольних моментів відбувається з “тертям” і супроводжується виділенням теплоти, тобто має місце поглинання світла. Так, наприклад, для води при частотах $\omega \ll \omega^{10} \text{ Гц}$ (сантиметрові радіохвилі), $n = \sqrt{\varepsilon} = 9$ ($\varepsilon_{\text{води}} = 81$) Однак, при переході до оптичних частот значення діелектричної проникності зменшується до 1,77, а $n = \sqrt{\varepsilon} = 1,33$. Отже, при оптичних частотах і вище, орієнтаційний механізм дисперсії ніякої ролі не відіграє.

Запитання 10.25. Чи може показник заломлення бути меншим одиниці?

Відповідь. Так, може. Показник заломлення рентгенівських променів металів менше одиниці, хоча і дуже мало відрізняється від неї.

В металах існують так звані “вільні” електрони, які відповідальні за електричну провідність металів. На відміну від електронів в атомах діелектриків на вільні електрони в металах діє “квазіпружна” сила, яка прив’язує електрони до певного атома, але сила «тертя», яка характеризує опір руху електронів, залишається. Тому рівняння (10.22)

$$\frac{d^2 \vec{Z}}{dt^2} = -\gamma \frac{d\vec{Z}}{dt} - \omega_0^2 \vec{Z} - \frac{e}{m_0} \vec{E}_0 e^{-i\omega t},$$

класичної теорії дисперсії і всі наслідки, які із нього випливають, можна застосувати до вільних електронів поклавши, що власна частота електрона $\omega_0 = 0$ (зауважимо, що власна частота обумовлюється квазіпружною силою, яка в даному випадку відсутня). Застосовавши міркування, які були застосовані в класичній теорії дисперсії (див. відповідь на запитання 10.10) і поклавши, що $\omega_0 = 0$, отримаємо,

$$\varepsilon(\omega) = n^2(\omega) = 1 - \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m \omega^2}. \quad (10.50)$$

Застосовність формули (10.50) починається від далекого ультрафіолету і рентгенівських частот більш важких елементів. Отже, із (10.50) видно, що показник заломлення рентгенівських променів менше одиниці. Його можна вимі-

ряти, спостерігаючи граничний кут повного відбивання рентгенівських променів при переході з повітря в середовище. Для $\lambda \approx 0,1 \text{ нм}$ в склі $n = 1 - 5 \cdot 10^{-7}$.

Запитання 10.26. Якою властивістю рентгенівських променів обумовлено їх широке застосування в медицині?

Відповідь. Широке застосування рентгенівських променів в медицині і техніці обумовлено тим, що показник заломлення для них практично не відрізняється від одиниці. Глибина проникнення цих променів в металах більша, ніж для видимого світла. Однак, є чимало речовин, які сильно поглинають рентгенівське випромінювання і вільно пропускають видиме випромінювання. Так, земна атмосфера повністю поглинає рентгенівське випромінювання, яке приходить до нас із космосу, пропускаючи, при цьому видимий діапазон світла. Тому рентгенівська астрономія стала можливою тільки при виведенні телескопів на супутниках за межі атмосфери. Видиме світло, у якого $n = 1,5$, наприклад, на м'язах та інших частинах організму, дифузно розсіюються. Це робить ці середовища непроникними для видимого світла. Рентгенівські промені, для яких $n = 1$, глибоко проникають в частини організму, поглинаючись ними по-різному.

Запитання 10.27. Чим пояснюється, що співвідношення $n = \sqrt{\varepsilon}$ так різко порушується для води в оптичній ділянці електромагнітного спектра?

Відповідь. Див. відповідь на запитання 10.24.

Запитання 10.28. Показник заломлення прозорої речовини для невеликої ділянки довжин хвиль, подалі від лінії поглинання, зв'язаний з довжиною хвилі співвідношенням:

$$n = A + \frac{B}{\lambda_0^2}. \quad (10.51)$$

Визначте дисперсію світла ($A, B > 0$).

Відповідь. Дисперсія речовини

$$D = \frac{dn}{d\lambda}.$$

Диференціюючи рівняння (10.51), отримаємо:

$$D = \frac{dn}{d\lambda} = -\frac{2B}{\lambda_0^3}.$$

Отже, при $B > 0$ дисперсія від'ємна ($D < 0$) і є нормальною.

Запитання 10.29. В чому криється фізична причина поглинання інфрачервоного випромінювання іонними кристалами?

Відповідь. Дисперсійна формула для іонних кристалів складається з двох доданків:

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \underbrace{\frac{N_e e^2}{3\varepsilon_0 m_0 (\omega_0^2 - \omega^2)}}_I + \underbrace{\frac{N_i e^2}{3\varepsilon_0 \mu (\omega_i^2 - \omega^2)}}_{II},$$

(див. відповідь на запитання 10.22). Перший доданок враховує вклади в поляризованість середовища електронів, другий доданок враховує вклади в поляризованість середовища іонів. Власні частоти ω_0 коливання електронів іонних кристалів, як правило, відповідають ультрафіолетовій ділянці спектра, а власні частоти ω_i коливання іонів іонних кристалів, які набагато менші ω_0 , відповідають інфрачервоній ділянці спектра. Тому іонні кристали, як правило, прозорі у видимій ділянці спектра, оскільки резонансні частоти ω_0 і ω_i знаходяться відповідно в ультрафіолетовій і інфрачервоній ділянках спектра. Отже, смуги поглинання іонних кристалів знаходяться в ультрафіолетовій і інфрачервоній ділянках спектра. Випромінювання видимого діапазону іонними кристалами не поглинається. В цій частині спектра кристали прозорі.

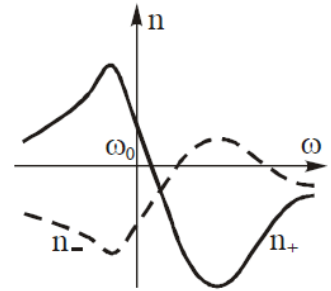


Рис. 10.11

Запитання 10.30. Що ілюструє рис. 10.11?

Відповідь. Див. відповідь на запитання 10.21.

Запитання 10.31. На основі якого закону ґрунтується експериментальне вимірювання показника заломлення?

Відповідь. На основі закону заломлення світла

$$(10.52) \quad \frac{\sin r}{\sin k} = n,$$

де n – показник заломлення речовини, r – кут падіння, k – кут заломлення.

На рис. 10.12 наведено схему проходження променя через призму. При симетричному проходженні променя через призму виконується співвідношення

$$n = \frac{\sin \frac{\delta + \theta}{2}}{\sin \frac{\theta}{2}}, \quad (10.53)$$

де θ – заломний кут призми, δ – кут найменшого відхилення променя. Щоб знайти показник заломлення потрібно знати заломний кут призми і виміряти кут найменшого відхилення. Є і інші методи експериментального вимірювання показника заломлення речовини.

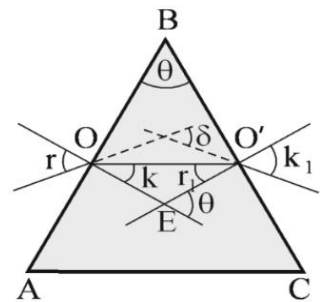


Рис. 10.12

Запитання 10.32. Що називають поглинанням (абсорбцією) світла?

Відповідь. Поглинанням (абсорбцією) світла називають втрату енергії світловою хвилею, яка проходить через речовину, внаслідок перетворення енергії хвилі в різні види внутрішньої енергії речовини або в енергію вторинного випромінювання.

Поглинання світла може супроводжуватися нагріванням та іонізацією речовини, збудженням атомів та молекул середовища, фотохімічними процесами, деформаціями, розсіянням світла тощо.

Однією із причин поглинання світла є те, що атоми, всередині яких відбуваються коливання, здійснюючи теплові рухи, стикаються один з одним. При кожному зіткненні різко і неправильно змінюються амплітуди і фази гармонічних коливань, відбувається перехід в тепло енергії регулярних коливань, тобто поглинання світла. При цьому затухання інтенсивності відбувається по експоненціальному закону.

Серед інших причин затухання світлової хвилі є вплив на випромінюючий атом різних силових полів, в першу чергу електричних полів, які створюються оточуючими атомами. Іншою причиною затухання є зміна частоти випромінювання світла внаслідок ефекту Доплера .

Запитання 10.33. Яка різниця між згасанням і істинним поглинанням світла?

Відповідь. В класичній теорії дисперсії поглинання (згасання) випромінювання враховується формально за допомогою гальмівної сили $\vec{F} = -r \frac{d\vec{z}}{dt}$, де $r = \gamma m_0$ – коефіцієнт опору, γ – коефіцієнт згасання. Завдяки цьому амплітуда коливань зменшується з часом за експоненціальним законом. Щоправда, фізична природа гальмуючої сили при цьому залишається не з'ясованою.

Пізніше було доведено М. Планком, що осцилятор (електрон), який коливається, рухаючись прискорено, неперервно втрачає енергію на випромінювання. Отже, випромінювання проявляється так, ніби на заряд, що коливається, діє гальмівна сила $-\gamma m_0 \frac{d\vec{z}}{dt}$. Згасання, обумовлене випромінюванням, називається природним. Однак, це відноситься до випромінювання ізольованого атома. Якщо середовище суцільне, то потрібно мати на увазі, що атоми не тільки втрачають енергію на випромінювання, але й отримують енергію, яку випромінюють інші атоми. Тому, якщо б середовище було однорідним, то ці два процеси компенсували б один одного. У відсутності інших причин згасання коливання атома були б не згасаючими.

Якщо однорідність середовища порушується за рахунок включень різних частинок або за рахунок теплових флуктуацій, втрата енергії атома на випромі-

нювання при поширенні хвилі буде призводити до згасання. Однак, це не є істинне поглинання. Істинне поглинання має місце, коли енергія хвилі перетворюється в інші її форми (наприклад, в тепло) (див. відповідь на запитання 10.32).

Розсіяння світла, яке також призводить до згасання хвилі, також не є істинним поглинанням.

Запитання 10.34. Що виражає формула

$$I = I_0 e^{-\alpha x} ? \quad (10.54)$$

Відповідь. Формула (10.54) є не що інше, як **закон поглинання світла (закон Бугера-Ламберта)** (вивід формули (10.54) див. [1], ст. 229 – 232). В формулу входять величини: I_0 – інтенсивність падаючого на речовину світла, I – інтенсивність світла після проходження через речовину, α – коефіцієнт пропорційності, який носить назву **коефіцієнта поглинання**, x – товщина шару поглинаючої речовини,

Якщо покласти, що товщина шару речовини $x = 1/\alpha$, то $I/I_0 = e = 2,718$.

Отже, коефіцієнт поглинання дорівнює оберненій величині товщини шару речовини, в якому інтенсивність світла зменшується в e разів.

Запитання 10.35. Що виражає формула

$$I = I_0 e^{-\frac{2\omega\kappa}{c}x} ? \quad (10.55)$$

Відповідь. Формула (10.55) – є той самий закон поглинання світла речовиною (формула 10.54), тільки виражений через показник поглинання κ .

У відповіді на запитання 10.11 введено комплексний показник заломлення $\tilde{n} = n + i\kappa$, де n і κ – дійсні величини, які є відповідно показниками заломлення і поглинання середовища. Якщо ввести комплексне хвильове число

$\tilde{k} = \left(\frac{\omega}{c}\right)\tilde{n}$, то рівняння результуючої хвилі в середовищі, яка поширюється в напрямку осі x -ів виразиться так:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\omega t - \tilde{k}x)} = \vec{E}_0 e^{i\omega(t - \frac{\tilde{n}}{c}x)} = \vec{E}_0 e^{-\frac{\omega\kappa}{c}x} e^{i\omega(t - \frac{n}{c}x)}. \quad (10.56)$$

де c – швидкість світла у вакуумі, $x \geq 0$. Величина $\vec{E}_0 e^{-\frac{\omega\kappa}{c}x}$ – амплітуда, яка зменшується експоненціально з глибиною проникнення хвилі в середовище. Оскільки інтенсивність світла пропорційна квадрату амплітуди, то закон зміни інтенсивності при поглинанні виразиться так:

$$I = I_0 e^{-\frac{2\omega\kappa}{c}x}. \quad (10.57)$$

Отже, порівнюючи праві частини формул (10.54) і (10.57), отримуємо, що:

$$\alpha = \frac{2\omega}{c} \kappa = \frac{4\pi}{\lambda} \kappa. \quad (10.58)$$

Зверни увагу!

Оскільки коефіцієнт поглинання залежить від довжини світлової хвилі ($\alpha \sim 1/\lambda$), то поглинання носить селективний (вибірковий) характер. Цим пояснюється забарвленість в кольори поглинаючих середовищ.

Середовище, яке не поглинає світло всіх довжин хвиль у видимій ділянці, абсолютно прозоре.

Якщо середовище поглинає світло всіх довжин хвиль, що на нього падає, то воно здається темним. У всіх інших випадках середовище набуває кольору тих довжин хвиль, які не поглинаються ним.

Запитання 10.36. Як залежить коефіцієнт поглинання розчини від її концентрації?

Відповідь. Бугер і незалежно від нього Бер (1852 р.) встановили, що поглинання світла розчинами (в непоглинаючому розчиннику) пропорційне молекулярній концентрації C розчиненої речовини. Коефіцієнт поглинання $\alpha = \alpha_0 C$, де α_0 – коефіцієнт поглинання, характерний для молекули розчиненої речовини, але від концентрації речовини не залежить. Тоді

$$I = I_0 e^{-\alpha_0 C x}. \quad (10.59)$$

Закон (10.59) справедливий для газів і розчинів малої концентрації.

Запитання 10.37. Чому поглинання носить селективний (вибірковий) характер?

Відповідь. Відомо, що поглинання залежить від довжини хвилі, а раз так,

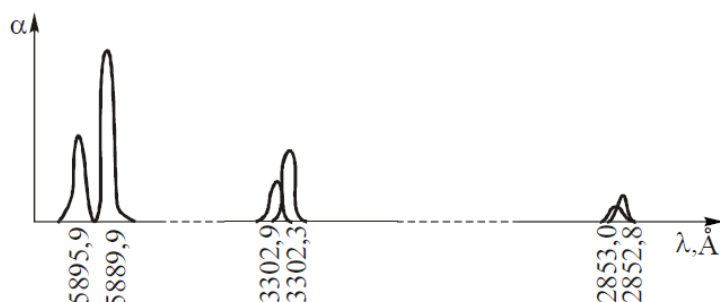


Рис. 10.13. Спектр поглинання парів натрію.

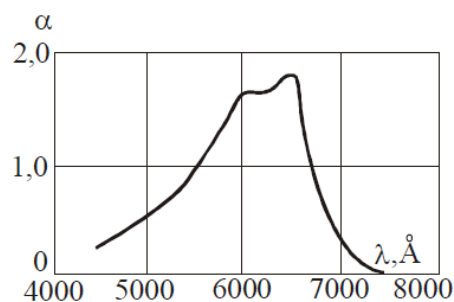


Рис. 10.14

то воно носить селективний характер. Щоправда, це відноситься до середовищ, які знаходяться в атомарному стані (наприклад, пара металу). В цьому випадку атоми розміщені на великих відстанях один від одного, і залежність коефіцієнта поглинання зображається у вигляді сукупності спектральних ліній, які відповідають частотам власних коливань електронів в атомах (рис. 10.13).

Спектри поглинання рідин, як правило, дають широкі смуги (рис. 10.14), хоча окремі речовини (солі рідкоземельних елементів) дають вузькі лінії. Спектр поглинання твердих тіл суцільний.

Запитання 10.38. Чому лінії випромінювання і лінії поглинання одного і того ж хімічного елемента співпадають?

Відповідь. Згідно квантової теорії атом є квантово-механічною системою, яка може набувати (поглинати) або віддавати (випромінювати) енергію тільки у вигляді квантів. Величина цієї енергії визначається умовою Бора $\hbar\omega_{ki} = W_k - W_i$. Якщо відбувається перехід атома з k -го рівня на i -ий ($W_k > W_i$), то атом випромінить квант енергії величиною $\hbar\omega_{ki} = W_k - W_i$ (рис. 10.15). Якщо ж відбудеться зворотний перехід між цими ж рівнями, то атом поглине такий же квант енергії.

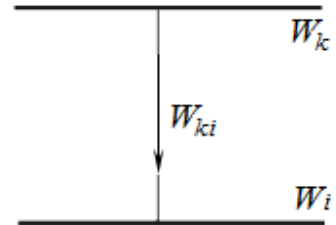


Рис. 10.15

Фотон, який випромінюється атомом і фотон, який поглинається атомом при переході між одними і тими ж рівнями енергій однакові за величиною енергії, а значить і за частотою (за довжиною хвилі λ). Тому лінії однієї частоти (довжини хвилі) в спектрах випромінювання і поглинання співпадають.

Запитання 10.39. Як довідатися чи є на Сонці кисень?

Відповідь. Спектр випромінювання Сонця суцільний (неперервний). Однак, при проходженні сонячного випромінювання через атмосферу Сонця і атмосферу Землі електромагнітні хвилі окремих довжин поглинаються атомами і молекулами, які входять до складу атмосфери Сонця і Землі. Тому на фоні неперервного спектра виникнуть темні лінії – лінії поглинання. Оскільки атоми і молекули випромінюють і поглинають електромагнітні хвилі (світло) однієї і тієї ж частоти (довжини хвилі), то лінії поглинання співпадають з характерними лініями випромінювання атомів одних і тих же хімічних елементів (рис. 10.6). Якщо при співставленні сонячного спектра поглинання зі спектром випромінювання атомів кисню виявиться, що лінії поглинання в сонячному спектрі співпадуть з лініями випромінювання атомів кисню, то це є свідченням наявності кисню на Сонці.

Рис. 10.16. Лінії випромінювання і лінії поглинання D -лінії (дублета) натрію.

До речі...

Повітря біля поверхні Землі складається із 78,08 % азоту, 20,95 % кисню, 0,93 % аргону і $3 \cdot 10^{-2}$ % вуглекислого газу.

Ретельний аналіз спектрів поглинання показав, що в атмосфері Сонця присутні близько двох третин всіх хімічних елементів.

Саме за спектрами поглинання сонячного випромінювання був відкритий гелій (He) на Сонці.

Темні лінії (лінії поглинання) в сонячному спектрі вперше спостерігав і пояснив у 1815 р. німецький фізик Й. Фраунгофер. Ці лінії сьогодні називають його іменем – фраунгоферові лінії. Використовуючи явище дифракції, він виміряв довжини хвиль, які відповідають цим лініям.

Запитання 10.40. Які середовища випромінюють лінійчатий, а які – суцільний спектр?

Відповідь. Див. відповідь на запитання 10.37

Запитання 10.41. Як залежить коефіцієнт поглинання світла речовиною від довжини хвилі?

Відповідь. Коефіцієнт поглинання α з показником поглинання κ і довжиною світлової хвилі λ , зв'язані таким співвідношенням:

$$\alpha = \frac{2\pi}{\lambda} \kappa.$$

Отже, коефіцієнт поглинання обернено пропорційний довжині світлової хвилі (див. відповідь на запитання 10.35).

Запитання 10.42. З'ясуйте фізичну суть від'ємного поглинання світла.

Відповідь. В основі теорії дисперсії і абсорбції світла, лежать лінійні рівняння. З цієї причини показники заломлення n і поглинання κ в цій теорії сталі, тобто вони не залежать від інтенсивності світла. Інтенсивність світла при його поширенні в середовищі змінюється за законом Бугера-Ламберта:

$$I = I_0 e^{-\alpha x}.$$

Сутність цього закону в тому, що для монохроматичного світла коефіцієнт поглинання α не залежить від інтенсивності світла. С.І. Вавилов (рос. фізик радянської доби) піддав перевірці закон Бугера-Ламберта і встановив, що він виконується в достатньо широких межах зміни інтенсивності світла, при чому для багатьох речовин. Однак, для спеціально підібраних речовин С.І. Вавилов спостерігав, при достатньо великих інтенсивностях світла, зменшення коефіцієнта поглинання. Зокрема, в 1925 р. С.І. Вавилов разом з В.А. Левшиним на урановому склі експериментально показали, що за певних умов коефіцієнт поглинання може стати від'ємним, тобто може мати місце від'ємне поглинання світла. Іншими словами, середовище за вказаних умов не тільки не поглинає світло, а саме підсилює його.

На таке поглинання звернув увагу у 1939 р. і інший російський фізик В.А. Фабрикант. Це явище пояснюється достатньо просто. За рахунок поглинання енергії потужного випромінювання частина атомів (молекул) середовища переходить в збуджений стан. Поглинальна здатність збуджених атомів (молекул) зменшується. Це означає, що зменшується і кількість атомів (молекул), які здатні поглинати енергію. Цей ефект підсилюється, коли атоми (молекули) середовища можуть перебувати в збудженому стані тривалий час ($> 10^{-8}$ с). І коли в середовищі більшість атомів (молекул) будуть знаходитися в збудженому стані, то таке середовище під дією зовнішнього випромінювання стане саме джерелом випромінювання.

Це було першим прикладом, де порушувався принцип суперпозиції. Дальші дослідження призвели до відкриття цілого ряду подібних явищ, які складають сьогодні великий розділ оптики – **нелінійну оптику**.

Запитання 10.43. За якої умови згасання хвилі обумовлено поглинанням енергії?

Відповідь. Див. відповідь на запитання 10.32 і 10.33.

11. Швидкість світла

Запитання 11.1. Чому швидкість поширення світла у вакуумі є однією із важливих світових констант?

Відповідь. Відповідно сучасним уявленням важливість значення цієї універсальної сталої обумовлене тим, що вона визначає граничну швидкість поширення будь-яких взаємодій і сигналів, будь-яких силових полів незалежно від їх фізичної природи. Ця швидкість однакова у всіх системах відліку і обумовлена структурою простору і часу, а не конкретним видом носіїв сигналу електромагнітними хвилями. Зокрема, вона визначає і швидкість гравітаційних хвиль у вакуумі.

Універсальний характер швидкості світла у вакуумі знаходиться у протиріччі з класичними уявленнями про простір і час. Відповідно класичним уявленням, при переході від однієї системи відліку до іншої, швидкість будь-якого руху змінюється на величину відносної швидкості цих систем. Встановлення абсолютної швидкості вимагають зміни поглядів на простір і час, що є предметом спеціальної теорії відносності.

Запитання 11.2. Хто є автором першої ідеї відносно методу визначення швидкості поширення світла? В чому зміст цієї ідеї?

Відповідь. У 1638 р. Г. Галілей запропонував поставити простий експеримент. Два експериментатори розміщуються на двох пагорбах в межах прямої видимості з ліхтарями. Перший експериментатор посилає світловий сигнал другому експериментатору. Другий експериментатор, сприйнявши його, посилає зворотний сигнал першому експериментатору. Час, за який світловий сигнал пройшов до другого експериментатора і назад, фіксується першим експериментатором. Якщо цей час дорівнює Δt , а відстань між експериментаторами L , то швидкість поширення світла визначається за формулою:

$$c = \frac{2L}{\Delta t}. \quad (11.1)$$

Очевидно, що експеримент у вигляді запропонованого Г. Галілеєм, не міг бути реалізований, оскільки час, необхідний людині для того, щоб свідомо виконати всі операції під час експерименту (відкривання ліхтаря, фіксування часу тощо), складає доли секунди, а світло, володіючи швидкістю $c = 3000000 \text{ км/с}$, проходить відстань, рівну діаметру Землі ($\sim 13000 \text{ км}$) за соті доли секунди ($\Delta t = 4,3 \cdot 10^{-2} \text{ с}$).

Запитання 11.3. Хто, коли і як, вперше виміряв швидкість поширення світла?

Відповідь. Вперше значення швидкості світла було отримане на основі експериментальних даних в 1676 р. датським астрономом Я. Ремером в Паризькій обсерваторії. Ремер, вивчаючи характеристики супутників Юпітера, помітив, що період затемнення одного із його супутників (супутника Іо) дещо змінюється, в залежності від відносного руху Землі і Юпітера. Коли Земля віддалялась від Юпітера, період затемнення супутника Іо збільшувався на 15 – 20 с в порівнянні із середнім значенням періоду 42 год 27 хв 32 с. Коли Земля наближалась до Юпітера, період затемнення на стільки ж зменшувався. Ремер ці зміни зв'язав з кінцевим значенням швидкості світла: в першій половині року, світло, яке, поширюючись від супутника Іо доганяє Землю, у другій половині року – світло поширюється назустріч Землі (див. рис. 11.1).

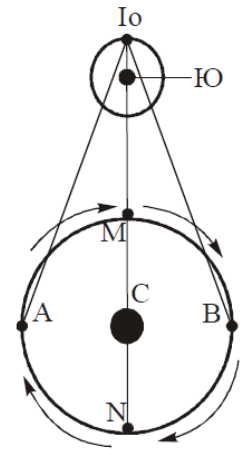


Рис. 11.1

Якщо

c – швидкість поширення світла,

$T' = T_0 + \Delta t$ – період затемнення супутника Іо в першій половині року,

$T'' = T_0 - \Delta T$ – період затемнення супутника Іо в другій половині року,

$T_0 = 42 \text{ год } 27 \text{ хв } 32 \text{ с}$ – період затемнення супутника Іо визначений Галілеєм,

$\Delta t = \frac{S}{c} = \frac{vT_0}{c}$ – час, що затрачається світлом на пробіг шляху S , який Земля

встигає пройти за час T_0 ,

$v = 30 \text{ км/с}$ – швидкість руху Землі по орбіті,

то

$$c = \frac{T' + T''}{T' - T''} v. \quad (11.2)$$

За даними T' і T'' , які на той час були, Ремер знайшов, що $c = 215000 \text{ км}$, $\Delta c / c \approx 30\%$. Пізніші точніші вимірювання T' і T'' дозволили знайти більш точне значення $c = 301000 \text{ км/с}$.

Запитання 11.4. З'ясуйте суть методу зоряної аберації визначення швидкості поширення світла.

Відповідь. У 1728 р. було вставлено (Дж. Бредлі), що координати «нерухомих зірок» періодично змінюються: зірки на небосхилі описують на протязі земного року еліпс з однією і тією ж для всіх зірок великою піввіссю, яку видно під кутом $\Delta\varphi = 40,9''$ (рис. 11.2). Це явище отримало назву **зоряної аберації** і воно зумовлене скінченою швидкістю світла.

Якщо

$v = 30 \text{ км/с}$ – швидкість руху Землі по орбіті,

$\Delta\varphi = 40,9''$ – кутова величина великої піввісі еліпса,

c – швидкість світла,

то

$$(11.3) \quad c = \frac{2v}{\Delta\varphi}.$$

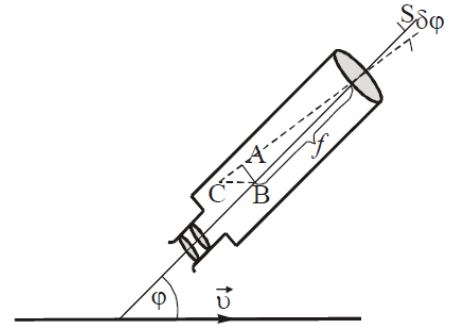


Рис. 11.2.

(Вивід формули (11.3) див. в [1], ст. 464). Було отримано, що $c = 303000 \text{ км/с}$.

Запитання 11.5. З'ясуйте суть класичних лабораторних методів визначення швидкості світла.

Відповідь. Метод Фізо. Вимірювання швидкості світла у лабораторних умовах було виконано Фізо у 1849 р. Пучок світла переривався зубчатим колесом, яке оберталося перед джерелом світла, і відбивався від плоского дзеркала Z. Якщо за час руху світлового імпульсу до дзеркала і назад колесо повернеться на такий кут, що на місці просвіту виявиться зубець, світло, яке повернулося назад не попаде в око (окуляр) і поле зору виявиться темним. При в двічі більшій кутовій швидкості колеса світловий імпульс пройде через наступний провіт і спостерігач побачить джерело (рис. 11.3).

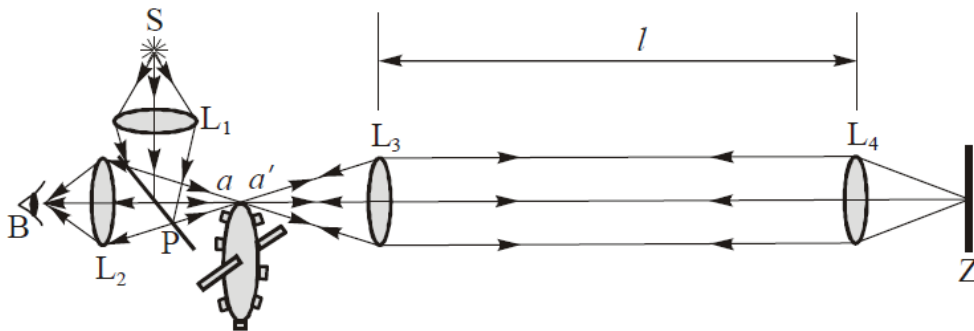


Рис. 11.3.

Якщо

c – швидкість світла,

n – число зубців колеса,

ν – частота обертання колеса,

l – відстань між лінзами L_3 і L_4 .

$\Delta t = \frac{1}{4n\nu}$ – час, за який колесо повернеться на один зубець,

то

$$c = \frac{2l}{\Delta t} = 4nl\nu. \quad (11.4)$$

При $2l = 14$ км Фізо отримав $c = 315000$ км/с. При $2l = 45$ км, $c = 299870 \pm 50$ км/с.

Метод Фуко (1862 р.). В якості механізму переривання світлового променя Фуко використав обертове дзеркало Z_1 , вісь обертання якого лежить в площині дзеркала і перпендикулярна площині рисунка (рис. 11.4). Суть методу Фуко заключається в наступному. Оскільки швидкість світла скінчена, то при великій швидкості обертання дзеркала Z_1 , поки відбитий від нього світловий промінь пройде до дзеркала Z_2 і назад, дзеркало Z_1 повернеться на деякий кут $\Delta\varphi$, а зображення S' зміститься на ΔS . Величина зміщення зображення ΔS цілком вимірювана.

Якщо

c – швидкість світла,

l – відстань від лінзи L до місця утворення зображення S' ,

ω – кутова швидкість обертового дзеркала Z_1 ,

L – відстань від дзеркала Z_1 до дзеркала Z_2 ,

ΔS – зміщення зображення джерела,

то

$$c = \frac{4\omega Ll}{\Delta S}. \quad (11.5)$$

(Більш детальний опис експерименту див. [1], ст. 467 – 469.)

При $L = 4$ м дзеркало робило 800 обертів за секунду, значення швидкості світла отрималось $c = 298000 \pm 500$ км/с.

Запитання 11.6. З'ясуйте суть сучасних методів визначення швидкості світла.

Відповідь. Основним вузлом в будь-якому із лабораторних методів визначення швидкості світла є вузол переривання світлового пучка. Сьогодні для цієї мети використовується комірка Керра, за допомогою якої можна переривати світловий пучок з частотою порядку 10^{-7} с⁻¹. Цей метод дає можливість проводити вимірювання в лабораторних умовах при відстанях між джерелом і дзеркалом в кілька метрів.

Ідея іншого методу ґрунтується на зв'язку швидкості поширення світла, частоти і довжини світлової хвилі:

$$c = \nu\lambda \quad (11.6)$$

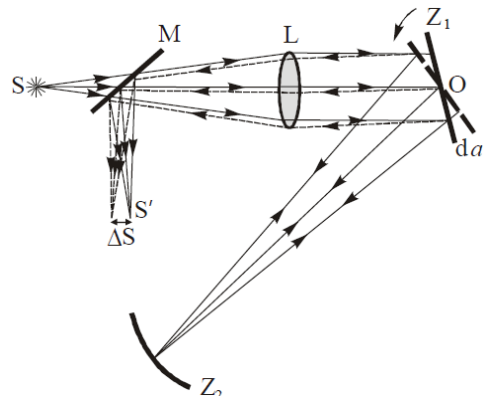


Рис. 11.4

Це співвідношення справедливе для будь-яких електромагнітних хвиль. Вимірявши ν і λ для однієї і тієї ж хвилі, можна за формулою (11.6) розрахувати швидкість її поширення. Знайдене за цим методом значення швидкості поширення світла у вакуумі рівне $c = 299792456,2 \pm 1,0 \text{ м/с}$. Відносна похибка цього результату складає $\Delta c / c = 3,7 \cdot 10^{-9}$ (детальніше див. [1], ст. 470 – 472).

Запитання 11.7. Який фізичний зміст фазової швидкості?

Відповідь. Нехай біжуча плоска монохроматична хвиля поширюється в додатному напрямку осі x -ів в однорідному середовищі. Рівняння такої хвилі:

$$\vec{E} = E_0 \cos \omega \left(t - \frac{x}{\nu} \right), \quad (11.7)$$

де $\nu = c / \sqrt{\epsilon} = c / n$.

Щоб з'ясувати зміст швидкості поширення хвилі розглянемо рівняння

$$\omega \left(t - \frac{x}{\nu} \right) = \text{const}. \quad (11.8)$$

Це є не що інше, як рівняння площини, перпендикулярної до осі x -ів. На цій площині фаза хвилі стала. Рівняння (11.8) є рівнянням поверхні рівних фаз. Диференціюючи рівняння (11.8) знаходимо, що

$$\nu = \nu_\phi = \frac{dx}{dt}. \quad (11.9)$$

Рівняння (11.8) запишемо ще так:

$$\omega t - kx = \text{const}, \quad (11.10)$$

звідки

$$\nu_\phi = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda}{T}, \quad (11.11)$$

де $k = 2\pi / \lambda$ – хвильове число.

Отже, ω / k є швидкість поширення сталої фази, яка раніше позначалася через ν (див. формулу (11.7)). З такою швидкістю поширюється синусоїдальна хвиля без зміни своєї форми, тобто з фазовою швидкістю поширюється монохроматична хвиля. Якщо хвиля поширюється у вакуумі, то $\nu_\phi = c$.

Зверни увагу!

Монохроматична хвиля, яка поширюється з фазовою швидкістю не переносить енергії або інформації, тобто не може бути фізичним сигналом і тому фазова швидкість може бути більшою швидкості світла у вакуумі (див. відповідь на запитання 11.10).

Запитання 11.8. Який фізичний зміст групової швидкості?

Відповідь. Якщо б середовище не володіло дисперсією, то про будь-яку іншу відмінну від фазової швидкість, не було б потреби говорити. Всі хвилі в такому середовищі поширювались би з однією і тією ж фазовою швидкістю. Форма поверхні складного коливання (збурення) залишалась би з часом незмінною. Зовсім інше буде при наявності дисперсії. В середовищі з дисперсією збурення в процесі поширення деформується, поняття швидкості стає невизначеним. Наприклад, для хмари, яка весь час міняє свою форму, не існує однозначного поняття швидкості: можна говорити про швидкість переднього краю «фронту», про швидкість його центра ваги тощо. Аналогічно маємо і зі швидкістю хвильового руху у диспергуючому середовищі. Тут приходиться вводити ряд понять: швидкість групи, швидкість енергії, швидкість фронту, швидкість сигналу тощо. В будь-якому досліді (в тому числі і в дослідах по вимірюванню швидкості світла в середовищі) завжди мають справу зі складним імпульсом, або іноді говорять з «хвильовим пакетом», який обмежений в просторі і в часі. Якщо для певних умов деформація хвильового пакета проходить повільно, то можемо говорити про його швидкість як про швидкість якоїсь точки пакета, наприклад, точки максимальної амплітуди. Таку швидкість називають **груповою**. Отже, під **груповою швидкістю** слід розуміти **швидкість поширення максимуму амплітуди коливань складного коливного процесу (складного збурення, хвильового пакета), який виникає при накладанні одне на одного окремих коливань**.

Нехай наше збурення складається з двох хвиль: однієї з довжиною хвилі λ та швидкістю v , другої з довжиною $\lambda' = \lambda + \Delta\lambda$ і швидкістю $v' = v + \Delta v$. В даний момент часу ці хвилі співпадають горбами в точці A , в якій і буде розміщений максимум результуючого коливання (рис. 11.5). Нехай $v' > v$. Тоді через деякий час друга хвиля обгонить першу на $d\lambda$ і їх горби співпадуть у точці B . Це означає, що максимум амплітуди результуючого коливання зміститься відносно першої хвилі на відрізок, рівний λ назад (рис. 11.5). Тому швидкість поширення максимуму результуючого коливання (групова швидкість) виявиться меншою, ніж швидкість поширення першої хвилі на величину $\lambda / \Delta\lambda$, і буде рівною:

$$u = v - \frac{\lambda}{\Delta t}. \quad (11.12)$$

Відносна швидкість хвилі рівна $v' - v$. Тоді

$$\Delta t = v - \lambda \frac{d\lambda}{v' - v} = \frac{d\lambda}{dv}. \quad (11.13)$$

Скориставшись (11.13), рівність (11.12) набуде вигляду:

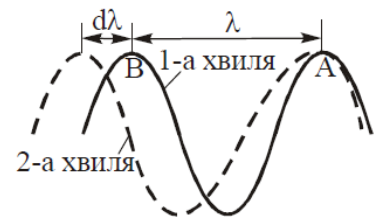


Рис. 11.5

$$u = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}, \quad (11.14)$$

де $dv/d\lambda$ – дисперсійна здатність речовини.

Формула (11.14) вперше була отримана Релеєм і носить його ім'я. Ним же вперше було введено поняття **групової швидкості**.

Формулі (11.14) можна надати іншого вигляду, якщо врахувати, що $v = \frac{c}{n}$, а $\frac{dv}{d\lambda} = -\frac{c}{n^2} \frac{dn}{d\lambda}$. Тоді

$$u = v \left(1 + \frac{\lambda}{n} \frac{dn}{d\lambda} \right). \quad (11.15)$$

Формула (11.15) корисна тоді, коли властивості середовища характеризуються показником заломлення, заданим як функція $n = n(\lambda)$.

Із формул (11.14) і (11.15) випливає, що коли швидкість монохроматичних хвиль v не залежить від довжини хвилі (тобто відсутня дисперсія) $\frac{dv}{d\lambda} = 0$

$\left(\frac{dn}{d\lambda} = 0 \right)$, групова швидкість співпадає з фазовою. При **нормальній дисперсії**

$\frac{dv}{d\lambda} > 0$ $\left(\frac{dn}{d\lambda} < 0 \right)$ групова швидкість менша фазової ($u < v_\phi$). На ділянці **ано-**

мальної дисперсії $\frac{dv}{d\lambda} < 0$ $\left(\frac{dn}{d\lambda} > 0 \right)$ формули (11.12) і (11.15) дають $u > v_\phi$.

Формула (11.14) зручна у тому випадку, коли фазова швидкість задана як функція довжини хвилі: $u = v(\lambda)$. Однак, часто буває корисно замість використати хвильове число k , а замість v частоту ω . Якщо $v = \omega/k$ (див. формулу 11.11), а $\lambda = 2\pi/k$, то групова швидкість виразиться так:

$$u = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda} = \frac{\omega}{k} - \frac{2\pi}{k} \frac{d\left(\frac{\omega}{k}\right)}{d\left(\frac{2\pi}{k}\right)} = \frac{\omega}{k} + k \frac{d\left(\frac{\omega}{k}\right)}{dk} = \frac{\omega}{k} - \frac{\omega}{k} + \frac{d\omega}{k} = \frac{d\omega}{k}.$$

Отже, для групової швидкості маємо:

$$u = \frac{d\omega}{dk}. \quad (11.16)$$

Запитання 11.9. Хто вперше висловив ідею про існування так званої групової швидкості?

Відповідь. Вперше таку ідею висловив Релей. Саме Релей показав, що у всіх відомих методах (окрім методу аберації) вимірювання швидкості світла, ми

вимірюємо не фазову, а групову швидкість. Релей отримав формулу групової швидкості, яка носить його ім'я. Пізніше Еренфест показав, що у випадку спостереження аберації також вимірюється групова швидкість.

Запитання 11.10. З якою швидкістю зв'язаний перенос енергії?

Відповідь. Нехай у середовищі поширюється монохроматична хвиля. Енергія хвилі пропорційна квадрату напруженості електричного поля хвилі $W \sim E^2$. Оскільки однакові значення напруженості переміщуються з фазовою швидкістю, то здавалось би, що з цією ж швидкістю повинна поширюватися і енергія. Однак, таке твердження беззмислове, оскільки воно не може бути перевірене експериментально. При поширенні необмеженої у просторі монохроматичної хвилі середня за період енергія довільного елемента об'єму буде залишатися сталою і ні про який потік енергії говорити не можна. Про зміну енергії в якомусь об'ємі можна говорити тільки тоді, коли ми маємо обмежену групу хвиль (хвильовий пакет). Тому рух енергії слід ототожнювати з переміщенням **зміни амплітуди**, і в тих випадках, коли групова швидкість має смисл, вона співпадає зі швидкістю переносу енергії:

$$\langle S \rangle = \langle W \rangle u, \quad (11.17)$$

де $\langle S \rangle$ – середнє значення потоку енергії, $\langle W \rangle$ – середнє значення енергії, u – групова швидкість.

Зверни увагу!

Оскільки групова швидкість u характеризує поширення максимуму амплітуди модульованої хвилі, вона зв'язана з переносом енергії хвильовим пакетом в просторі і часі не може перевищувати швидкості світла у вакуумі ($u \leq c$) у відповідності з вимогами спеціальної теорії відносності.

Фазова швидкість $v = c/n$ може перевищувати швидкість світла у вакуумі, оскільки з фазовою швидкістю v поширюється не модульована хвиля, яка не є носієм енергії або інформації. Фазова швидкість тільки встановлює зв'язок між фазами коливань в різних точках простору. Такий зв'язок може існувати і без передачі енергії.

Запитання 11.11. Яка швидкість визначається формулою

$$v = \frac{c}{n} ? \quad (11.18)$$

Відповідь Формула (11.18) визначає фазову швидкість. Фазову швидкість іншими методами визначити не можна. Величини c і n визначаються експериментально.

Запитання 11.12. Чому всі експериментальні методи визначення швидкості світла дають значення групової швидкості?

Відповідь. Дійсно, всі методи вимірювання швидкості світла, які ґрунтуються на перериванні світла, тобто на використанні сигналів, які передаються за допомогою модульованих світлових хвиль, дають не фазову швидкість електромагнітних хвиль, а швидкість світлового імпульсу, швидкість групи хвиль – групову швидкість. В цьому можна легко переконатися, виходячи з основних уявлень електронної теорії. Згідно цієї теорії будь-яке середовище можна розглядати як вакуум, в який вкраплені атоми і молекули речовини. Світло поширюється у вакуумі між атомами і молекулами речовини завжди зі швидкістю c . Коли світлове збурення досягає якогось атома або молекули, електрони і атомні ядра приходять в коливання і самі стають центрами випромінювання нових електромагнітних хвиль. Ці вторинні хвилі накладаються на первинну хвилю і утворюється складений електромагнітний імпульс, швидкість поширення якого і визначають за допомогою експериментальних методів.

Запитання 11.13. За яких умов групова швидкість: менша за фазову; більша за фазову; дорівнює фазовій швидкості?

Відповідь. Групова швидкість визначається формулою

$$u = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda} \quad \text{або} \quad u = v \left(1 + \frac{\lambda}{n} \frac{dn}{d\lambda} \right), \quad (11.19)$$

де v – фазова швидкість електромагнітної хвилі, λ – довжина хвилі, n – показник заломлення середовища, в якому поширюється хвиля. Із формул (11.19) видно, що величина групової швидкості залежить від знака $\frac{dv}{d\lambda}$ або $\frac{dn}{d\lambda}$. Отже,

якщо $\frac{dv}{d\lambda} > 0$ $\left(\frac{dn}{d\lambda} < 0 \right)$, групова швидкість менша за фазову ($u < v$). Це випадок

нормальної дисперсії. Якщо ж $\frac{dv}{d\lambda} < 0$ $\left(\frac{dn}{d\lambda} > 0 \right)$, групова швидкість більша за

фазову ($u > v$). Це випадок **аномальної дисперсії.** Якщо $\frac{dv}{d\lambda} = 0$ $\left(\frac{dn}{d\lambda} = 0 \right)$, гру-

пова швидкість дорівнює фазовій ($u = v$). Цей випадок має місце у вакуумі: **дисперсія відсутня.**

Запитання 11.14. Доведіть еквівалентність формул:

$$u = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}, \quad u = v \left(1 + \frac{\lambda}{n} \frac{dn}{d\lambda} \right), \quad u = \frac{d\omega}{dk}. \quad (11.20)$$

Відповідь. Див. відповідь на запитання 11.8.

Запитання 11.15. Показник заломлення прозорої речовини для невеликого інтервалу довжин хвиль поодаль від лінії поглинання, зв'язаний з довжиною хвилі співвідношенням

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2}, \quad (A, B > 0). \quad (11.21)$$

Визначте: фазову швидкість; групову швидкість.

Відповідь. Фазова швидкість світла у речовині

$$v = \frac{c}{n}.$$

Враховуючи (11.21), маємо:

$$v = \frac{c}{A + \frac{B}{\lambda^2}} = \frac{c\lambda^2}{A\lambda^2 + B}. \quad (11.22)$$

Групова швидкість

$$u = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}. \quad (11.23)$$

Диференціюючи (11.22), отримаємо:

$$\frac{dv}{d\lambda} = \frac{2\lambda cB}{(A\lambda^2 + B)^2}. \quad (11.24)$$

Підставляючи значення v із (11.22) і $\frac{dv}{d\lambda}$ із (11.24) в (11.23) маємо:

$$u = \frac{c\lambda^2(A\lambda^2 + B)}{(A\lambda^2 + B)^2}. \quad (11.25)$$

Запитання 11.16. Як групова швидкість виражається через фазову швидкість монохроматичних хвиль?

Відповідь. Біжуча плоска монохроматична хвиля вигляду

$$E = E_0 \cos \omega \left(t - \frac{x}{v} \right), \quad (11.26)$$

поширюється у просторі зі сталою швидкістю, яка називається **фазовою швидкістю** i , вона є не що інше, як швидкість поширення сталої фази (швидкість поширення плоскої поверхні у кожній точці якої фаза стала). Саме з такою швидкістю поширюється синусоїдальна хвиля (11.26), без зміни своєї форми.

Якщо б середовище не володіло дисперсією, то про будь-яку іншу швидкість говорити б не прийшлося. Дійсно, будь-яке довільне збурення можна уявити у вигляді суперпозиції монохроматичних хвиль вигляду (11.26). При відсутності дисперсії всі ці хвилі мали б одну і ту ж фазову швидкість, і форма збурення залишалася б весь час однією і тією ж. Збурення в цілому поширюва-

лось би вперед зі швидкістю, рівної тієї ж фазової швидкості. При наявності дисперсії монохроматичні хвилі різних частот будуть поширюватися вперед з різними швидкостями, внаслідок чого форма збурення буде **безперервно деформуватися** (форма самих монохроматичних хвиль залишиться незмінною). В цих умовах поняття швидкості поширення дещо змінюється. Тому, для характеристики поширення складного збурення (хвильового пакету світлового імпульсу) вводиться поняття **групової швидкості: це швидкість поширення максимуму амплітуди складного колективного процесу (складного збурення, хвильового пакета), який виникає при накладанні одне на одного окремих монохроматичних коливань**. Отже, про групову швидкість поширення світла слід говорити для середовищ, які володіють дисперсією. У слабо диспергуючих середовищах фазова і групова швидкості мало відрізняються. Для таких середовищ показник заломлення n визначається із співвідношення c/v , а визначений іншими методами знаходиться в доброму узгодженні (наприклад, для води $n = c/v = 1,3$). Для середовищ, які володіють великим проявом дисперсії $n = \frac{c}{v}$ і n , визначене звичайними методами, спостерігаються достатньо великі розбіжності. Наприклад, для сірководню $n = c/v = 1,75$ а визначене іншими методами $n = 1,64$.

Запитання 11.17. Що виражають формули

$$v = \frac{\omega}{k} \quad \text{і} \quad v = \frac{\lambda}{T} ? \quad (11.27)$$

Відповідь. Див. відповідь на запитання 11.12.

Запитання 11.18. Які методи визначення швидкості світла дають значення фазової, а які групової швидкості?

Відповідь. Всі експериментальні методи визначення швидкості світла дають значення групової швидкості. Щоправда, у вакуумі групова і фазова швидкості співпадають.

Фазову швидкість визначають за допомогою співвідношення $v = c/n$, попередньо визначивши іншим методом (наприклад, методом заломлення), показник заломлення n .

Запитання 11.19. З якою швидкістю відбувається перенос енергії електромагнітною хвилею?

Відповідь. Перенос енергії електромагнітною хвилею відбувається з швидкістю, характерної для хвильового пакета, тобто з груповою швидкістю. (дивись відповідь на запитання 11.10).

Запитання 11.20. Що виражає формула:

$$c = \frac{T' + T''}{T' - T''} v ? \quad (11.28)$$

Відповідь. Користуючись формулою (11.28) датський астроном О. Ремер у 1676 р. вперше розрахував швидкість поширення світла на основі аналізу даних спостереження за супутником Юпітера Іо (див. відповідь на запитання 11.3).

Запитання 11.21. Фазова швидкість електромагнітних хвиль в речовині з $n < 1$ перевищує швидкість світла у вакуумі. Чи не суперечить цей факт принципу спеціальної теорії відносності?

Відповідь. Ні. Не суперечить. Якщо електромагнітна хвиля поширюється у середовищі з $n < 1$ (наприклад, показник заломлення рентгенівських променів з $\lambda \approx 10^{-4}$ мкм для скла $n = 0,999995$, то $v_\phi = c/n > c$), то, це не суперечить теорії відносності, оскільки з фазовою швидкістю в середовищі поширюється немодульована хвиля, яка не може бути фізичним сигналом, тобто носієм енергії або інформації, бо для гармонічної хвилі певної частоти і амплітуди, кожний наступний цикл коливань є точною копією попереднього.

Запитання 11.22. З якою властивістю швидкості зв'язана можливість введення єдиного еталону довжини і часу?

Відповідь. У 1872 р. значення швидкості світла було визначено в Національному бюро стандартів США К. Івенсоном із співробітниками на основі незалежних вимірювань довжини хвилі λ і частоти ν світла ($c = \nu\lambda$). (див. відповідь на запитання 11.6). В якості джерела служив стабілізований He-Ne – лазер, який генерував монохроматичне інфрачервоне випромінювання з $\lambda = 3,39$ мкм. Частота цього випромінювання вимірювалась шляхом порівняння з цезієвим еталоном частоти. Довжина хвилі λ цього випромінювання вимірювалась з великою точністю інтерференційним порівнянням з еталоном довжини, тобто з довжиною хвилі оранжевої лінії кріптона-86. Цим методом (метод не із легких) вдалося отримати значення швидкості світла у вакуумі з великою точністю: $c = \nu\lambda = (299792456,2 \pm 1,0)$ м/с. Цей метод можна розглядати як порівняння частоти випромінювання оранжевої лінії кріптона (довжина хвилі якого лежить в основі еталона довжини) з частотою еталона часу цезію-133. Пізніше довжина хвилі λ випромінювання еталонного джерела була покладена в основу визначення одиниці довжини, а частота (період) – в основу одиниці часу. Тому числове значення c буде отримано не як результат вимірювань, а введено за визначенням на основі міжнародної угоди.

Зверни увагу!

Метр – довжина рівна 1650763,73 довжин хвилі у вакуумі випромінювання, яке відповідає переходу між рівнями $2P_{10}$ і $5d_{10}$ атома кріптона-86.

Секунда – час, рівний 9192631770 періодам випромінювання, яке відповідає переходу між двома надтонкими рівнями основного стану атома цезію-133.

12. Розсіяння світла

Запитання 12.1. В прозорому однорідному середовищі світло поширюється вздовж вихідної хвилі (вздовж прямої) і не терпить розсіяння в інші напрямки. Чому так?

Відповідь. Це можна пояснити на основі хвильової теорії. Уявно розділимо середовище на однакові елементарні об'єми, які містять достатньо велике число молекул, щоб середовище в них можна було розглядати як суцільне, але розміри яких були б малі порівняно з довжиною хвилі. Монохроматична хвиля індукує в цих об'ємах дипольні моменти, зміна яких в часі призводить до випромінювання когерентних вторинних електромагнітних хвиль з однаковою амплітудою.

Нехай елементарний об'єм V_1 (рис. 12.1) випромінює в довільному напрямку (під кутом φ до напрямку первинного пучка) вторинну хвилю з певною амплітудою і фазою.

На площині AB , перпендикулярній до напрямку поширення первинної хвилі, завжди можна виділити елементарний об'єм V_2 , який в тому ж напрямку φ випромінює вторинну світлову хвилю, тієї ж амплітуди, зсунутої за фазою на π . Зрозуміло, що ці хвилі є когерентні і вони при додаванні погасять одна одну.

За цих умов, для цього необхідно, як видно із рис. 12.1, щоб відстань l між об'ємами V_1 і V_2 була рівною $\lambda / 2 \sin \varphi$. Оскільки всі об'єми на площині можна розділити на подібні пари, то стає ясно, що поширення світла в цьому напрямку, тобто, його розсіяння, не буде. Подібні міркування справедливі і для будь-яких інших значень φ (інших напрямків), окрім $\varphi = 0$,

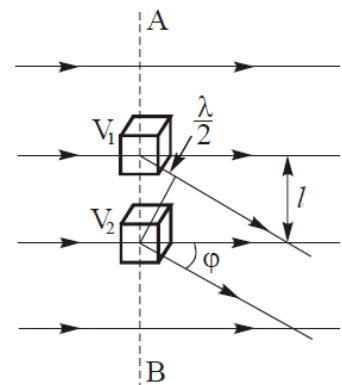


Рис. 12.1

оскільки в напрямку поширення падаючої хвилі вторинні хвилі додаються синфазно і утворюють прохідну хвилю. Цим доводиться, що в однорідному середовищі світло поширюється тільки в одному напрямку і розсіяння світла відсутнє.

Зверни увагу!

Однорідність середовища і когерентність вторинних хвиль – необхідні і достатні умови, щоб не могло виникнути розсіяного світла.

Світло не розсіюють тільки ідеально однорідні середовища.

Запитання 12.2. Які середовища називають каламутними?

Відповідь. Умови, за яких відсутнє розсіяння світла, з'ясовані у відповіді на запитання 12.1, виконуються для ідеально однорідних середовищ і в них розсіяння світла не повинно би відбуватися. З макроскопічної точки зору розсіяння світла може бути зумовлено тільки неоднорідностями середовища. Такими неоднорідностями можуть бути включення сторонньої речовини у вигляді частинок пилу, диму, колоїдних частинок, крапель рідини тощо. Розсіяння світла відбувається і тоді, коли частинки мають розміри, менші довжини хвилі видимого світла, і тому недостатні прямому спостереженню. Такі середовища називають **оптично каламутними**.

В однорідних середовищах, які вільні від включень сторонніх речовин, оптична неоднорідність виникає завдяки флуктуаціям густини, анізотропії, концентрації в розчині, які спричиняються тепловим рухом атомів і молекул речовини. Величина флуктуацій залежить від температури, збільшуючись при її підвищенні. Відповідно і інтенсивність розсіяного світла також збільшується. Розсіювання світла спричинене тепловим рухом атомів і молекул, називається **молекулярним розсіянням**.

Запитання 12.3. Сформулюйте визначення розсіяння світла.

Відповідь. Процес розсіяння світла полягає в запозиченні частинкою, або молекулою, енергії у електромагнітної хвилі, яка поширюється в середовищі, з подальшим випромінюванням цієї енергії в тілесний кут, вершиною якого є частинка, або молекула. За своїм фізичним змістом розсіяння є дифракцією світлової хвилі на неоднорідностях середовища.

Запитання 12.4. Яке розсіяння називається розсіянням Релея?

Відповідь. Характер розсіяння в першу чергу залежить від співвідношення між довжиною хвилі світла і розміром розсіюючих частинок. Якщо лінійні розміри частинок менші за $1/15$ довжини хвилі, то таке розсіяння називається **релеєвським**. При великих розмірах розсіюючих частинок говорять про розсіяння Мі. І перший і другий тип розсіяння відбувається без зміни довжини хвилі (так зване “пружне розсіяння”).

Запитання 12.5. Яке розсіяння називають розсіянням Мандельштама-Бріллюена?

Відповідь. Оптичні неоднорідності в середовищі може викликати звукова хвиля, яка поширюється в середовищі. Під дією звукової хвилі в середовищі виникає гармонічний просторовий розподіл оптичної неоднорідності і гармонічна зміна оптичних властивостей в часі. На цих гармонічних оптичних неоднорідностях виникає розсіяння світла, яке отримало назву **розсіяння Мандельштама-Бріллюена**. Воно було відкрито незалежно Л. І. Мандельштамом

(СРСР) і Бріллюеном (Франція). Цей тип розсіяння супроводжується зміною довжини хвилі (так зване «непружне розсіювання»).

Запитання 12.6. Яке розсіяння називають розсіянням Мі?

Відповідь. Розсіяння світла великими сферичними частинками називають розсіянням Мі. Теорія розсіяння світла на сферичних частинках, розміри яких можуть бути порядку, або більші довжини хвилі, була розроблена у 1908 р. Густавом Мі. Розсіяння Мі можна розглядати, як дифракцію плоскої хвилі на однакових однорідних сферах, хаотично розподілених в однорідному середовищі і знаходяться одна від одної на відстанях, більших в порівнянні з довжиною хвилі.

Розсіяння Мі має чимало практичних застосувань: вивчення атмосферних потоків і аерозолів, вплив хмар і туману на поширення світла, теорія веселки тощо. Вимірювання характеристик розсіяння світла лежить в основі оптичних методів дослідження колоїдних суспензій (**нефелометрія**).

Запитання 12.7. Коли і хто, зробив першу спробу експериментального вивчення розсіяння світла? Опишіть ці експерименти і сформулюйте висновки, які були зроблені на основі отриманих дослідних даних.

Відповідь. Основні закономірності розсіяння світла в каламутних середовищах вперше були досліджені В. Тіндалем у 1869 р. Схема досліду Тіндаля наведена на (рис. 12.2). Пучок білого світла пропускався вздовж осі скляної труби (довжиною ≈ 1 м, діаметром ≈ 7 см), всередині якої знаходилась невелика кількість малих, в порівнянні з довжиною хвилі, $[d \leq (0,1 - 0,2)\lambda]$ частинок. На основі спостережень Тіндалем встановив такі закономірності:

1) Світло, розсіяне під кутом до первинного пучка (в боковому напрямку), виявляє синьо-голубий відтінок, іншими словами, розсіяння в цьому випадку відбувається в короткохвильовій частині спектра.

2) Світло, розсіяне під кутом до первинного пучка природного світла, повністю (якщо розсіюючі частинки ізотропні) або майже повністю, лінійно поляризоване.

3) Індикатриса (полярна діаграма) розсіяння симетрична відносно напрямку первинного пучка і напрямку перпендикулярного до нього (рис. 12.3), тобто

$$I_{\varphi} = \frac{\pi}{2}(1 + \cos^2 \varphi), \quad (12.1)$$

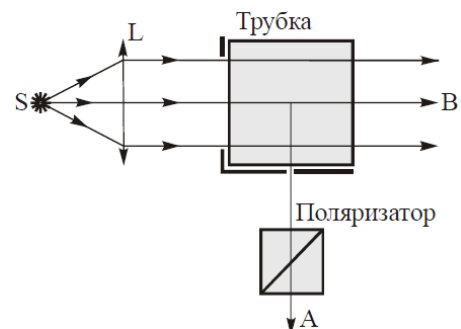


Рис. 12.2

де φ – кут між напрямками первинного і розсіяного пучків, I_φ і $I_{\pi/2}$ – інтенсивність розсіяного світла, відповідно під кутами φ і $\pi/2$. При обертанні такої кривої навколо осей симетрії (AA' або BB') дістають просторову діаграму (полярну) діаграму інтенсивності розсіяного світла.

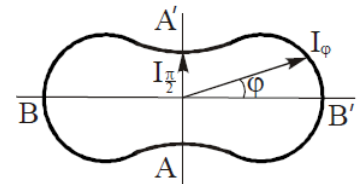


Рис. 12.3

До речі...

Вираз (12.1) визначає залежність інтенсивності розсіяного світла від кута розсіяння, якщо падаючий первинний пучок світла є природним (не поляризованим).

Запитання 12.8. Хто вперше побудував теорію розсіяння світла? В чому суть цієї теорії?

Відповідь. Перша теорія розсіяння світла була побудована англійським фізиком Релеєм у 1869 р. Він розглядав розсіяння світла на сферичних частинках, вкраплених в суцільне середовище. Допускалось, що діелектрична проникність середовища ε_0 , діелектрична проникність розсіюючих світло частинок ε , середнє число частинок в одиниці об'єму (1 см^3) N , об'єм однієї частинки (розсіюючий об'єм) V , відстань між частинками r . В результаті розрахунків Релей отримав наступну формулу для інтенсивності розсіяного світла:

$$I_\varphi = I_0 \frac{9\pi^2 \varepsilon_0^2 N V^2 (\varepsilon - \varepsilon_0)^2}{2r^2 \lambda^4 (\varepsilon + \varepsilon_0)^2} (1 + \cos^2 \varphi), \quad (12.2)$$

де I_φ – інтенсивність розсіяного світла під кутом φ до первинного пучка, I_0 – інтенсивність падаючого світла.

Запитання 12.9. Які висновки можна зробити із аналізу формули Релея(12.2)?

Відповідь. • Інтенсивність розсіяного світла обернено пропорційна четвертому степеню довжини хвилі, що відповідає результатам досвіду $I_\varphi \cong 1/\lambda^4$. Цим Релей пояснив голубий колір неба, червоний колір Сонця при сході і заході.

• Інтенсивність розсіяного світла пропорційна квадрату об'єму розсіюючої частинки або шостому степеню радіуса сферичної частини, що також підтверджується досвідом.

• Якщо $\varepsilon = \varepsilon_0$, оптична неоднорідність зникає і разом з нею зникає і розсіяне світло ($I_\varphi = 0$).

Зверни увагу!

Розглянуті закономірності перестають бути справедливими, якщо

розміри розсіюючих частинок більші за довжину хвилі λ .

Запитання 12.10. Чому тумани мають білий колір?

Відповідь. Туман є не що інше, як скупчення дрібних крапель води, які виникають за певних обставин безпосередньо біля поверхні землі або водної поверхні.

Якого кольору туман? Легкий туманний димок над морем має голубуватий колір. Щоправда, густі тумани не голубі, а білі. Колір туману визначається світловими хвилями, які, розсіюючись, на краплях води, попадають в наше око. Краплі діаметром багато більше мікрметра ($\lambda \ll d$) практично однаково розсіюють світло у всьому інтервалі довжин хвиль видимого діапазону. Цим пояснюється білий колір густих туманів. Якщо ж водяні краплі малі (менші 1 мкм або $d < \lambda/15$), то вони розсіюють більш короткі світлові хвилі (у відповідності з законом Релея). Тому не надто густі тумани, а тим більше туманний димок забарвлені в сині і голубі відтінки. Однак, бувають випадки, коли тумани забарвлені в червоний колір. Це так звані **вечірні тумани**. Це відбувається внаслідок розсіювання великими краплями туману червоних променів, які приходять до нас від Сонця, що заходить.

Запитання 12.11. Чому небо голубе, а Сонце червоне при сході і заході? Чому ранішня зоря червона?

Відповідь. Ще Тіндаль спостерігав, що біле світло при розсіянні стає голубуватим. На основі цих спостережень Тіндаль висловив думку, що синій колір неба визначається розсіянням сонячного світла на дрібних частинках пороку, які завжди є в достатній кількості в атмосфері.

Якби не було розсіювання світла, то небо було б зовсім чорним. На чорному фоні зірки і інші світила виділялись би більш яскраво і контрастно. При наявності атмосфери значна частина прямого сонячного випромінювання розсіюється вбік. Вона тим більша, чим коротша довжина хвилі світла ($I_{\phi} \cong \lambda^{-4}$). Саме цим пояснюється, що розсіяне світло, збагачене короткими хвилями, цим же пояснюється і синій колір неба.

При сході і заході Сонця пряме сонячне світло проходить через велику товщу атмосфери, втрачаючи при цьому більшу частину короткохвильового випромінювання на розсіювання. Із прямого світла до поверхні Землі доходять переважно лише червоні промені. Ось в цьому і криється причина, що при сході і заході Сонце червоне. Аналогічно пояснюється і червоний колір зорі.

Спостереження у високогірних обсерваторіях показали, що чим чистіше повітря, тим насиченіше випромінювання неба синіми променями. На цій основі Релей дійшов висновку, що тут розсіювання викликається не сторонніми ча-

стинками, а самими молекулами повітря. Таке розсіяння світла називають **релеєвським** або **молекулярним**.

До речі!

Ось як описав побачене з космосу перший космонавт планети Ю.О. Гагарін: «Небо зовсім чорне. Зірки на ньому виглядають яскравіше і чіткіше ніж із Землі. Земля має красивий голубий ореол...»;

В книзі «Про малярство» Леонардо да Вінчі в XIV ст. писав: «Блакить неба походить завдяки товщі освітлених частинок повітря, яка розміщена між Землею і чорнотою, що знаходиться вверху»

Запитання 12.12. Як залежать інтенсивність і поляризація розсіяного світла від напрямку, якщо падаюче світло: природне; лінійно поляризоване?

Відповідь. Ще Тіндаль експериментально встановив, що інтенсивність розсіяного світла визначається формулою:

$$I_{\varphi} = I_{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos^2 \varphi), \quad (12.3)$$

де φ – кут між напрямками первинного і розсіяного пучків, I_{φ} і $I_{\pi/2}$ – інтенсивність розсіяного світла, відповідно під кутами φ і $\pi/2$.

Полярна діаграма (індикатриса) розсіяння симетрична відносно напрямку первинного пучка і напрямку перпендикулярного до нього (рис.12.4).

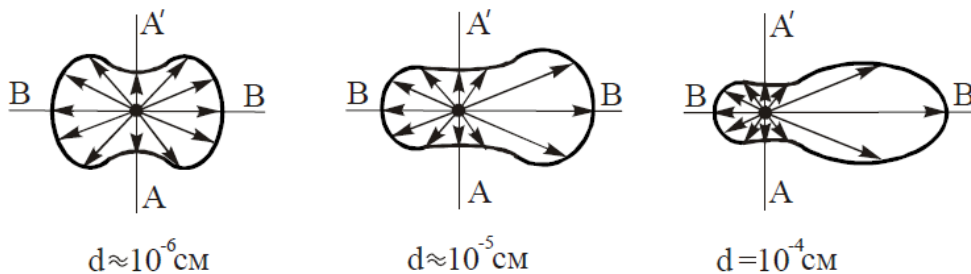


Рис. 12.4

При повертанні плоскої полярної діаграми відносно осей симетрії AA' або BB' на 180° отримаємо просторову діаграму інтенсивності розсіяного світла.

В одному із висновків, зроблених Тінделем на основі експериментальних даних, сказано: **світло, розсіяне під прямим кутом до первинного пучка природного світла, повністю (якщо розсіюючі частинки ізотропні) або майже повністю лінійно поляризоване.**

Якщо природне світло розсіює ізотропна молекула (частинка), то спостерігаючи розсіяне світло в напрямку осі OY (під кутом $\varphi = 90^\circ$), до нас будуть приходити тільки ті коливання, які перпендикулярні до осі OY (рис. 12.5) внаслідок поперечності світлових хвиль.

Отже, при розсіянні природного світла на ізотропних молекулах в напрямку, перпендикулярному до початкового напрямку падаючого світла ($\varphi = \pi / 2$), відбувається лінійна поляризація.

Принципових змін не відбувається, якщо падаюче світло лінійно поляризоване. Єдина відмінність в цьому випадку буде тільки в тому, що якщо вектор

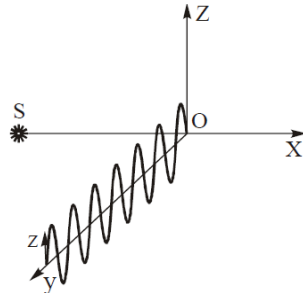


Рис. 12.5

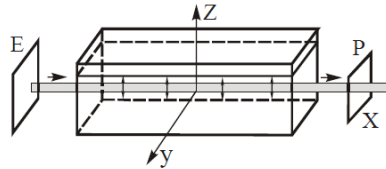


Рис. 12.6

лінійно поляризованого світла коливається в напрямку осі Z (рис.12.6), то в напрямку осі Y буде спостерігатися максимум розсіяного світла ($I_y = \max$) а, в напрямку осі Z – мінімум розсіяного світла ($I_z = \min = 0$). Це пов'язано з тим, що коливання ізотропної молекули будуть здійснюватись в тому ж напрямку, що і вектор \vec{E} . Поширення світла в напрямку осі Z неможливе.

Запитання 12.13. Що характеризує формула

$$P = \frac{I_z - I_x}{I_z + I_x} ? \quad (12.4)$$

Відповідь. Досліди показали, що поляризація розсіяного світла, як правило, не є повною. Співвідношення (12.4) визначає ступінь поляризації розсіяного світла. Тут I_z – інтенсивність світла, коливання електричного вектора \vec{E} якого здійснюється вздовж осі OZ , I_x – інтенсивність світла з коливанням вектора \vec{E} вздовж осі OX .

Запитання 12.14. Які практичні застосування знань про поляризацію розсіяного світла?

Відповідь. Вивчення поляризації розсіяного світла дає можливість отримати інформацію про анізотропію молекул, а останнє використовується для висновків відносно структури молекул. В цьому відношенні найбільш придатні вимірювання в парах і газах, оскільки в рідинах поляризованість молекул сильно змінюється внаслідок значної взаємодії між ними, яку поки що достатньо повно врахувати при вивченні поляризації розсіяного світла не вдається.

Запитання 12.15. Що таке індикатриса розсіяння? Від чого залежить її форма?

Відповідь. Індикатриса розсіяння – це полярна діаграма, яка характеризує інтенсивність розсіяного світла в залежності від кута φ між напрямками первинного і розсіяного пучків (рис. 12.3). Форма індикатриса розсіяння світла залежить від розмірів d розсіюючих частинок. Якщо $d < [(0,1 - 0,2)\lambda]$, то індикатриса симетрична відносно осей симетрії AA' або BB' (рис. 12.3). При збільшенні розмірів розсіюючих частинок індикатриса розсіяння світла стає не симетричною відносно напрямку AA' (рис. 12.4) і в залежності від форми, розмірів і природи розсіюючих частинок та оточуючого середовища вона може набувати складного вигляду, зберігаючи симетрію відносно напрямку первинного пучка.

Запитання 12.16. В чому відмінність молекулярного розсіяння світла від розсіяння світла на завислих механічних частинках?

Відповідь. Середовища, в яких зустрічаються неоднорідності у вигляді завислих частинок пилу, водяних крапель, колоїдних частинок тощо, називаються каламутними. Ці механічні включення є центрами розсіяння світла. Вперше експериментально це явище було вивчено, як відомо, Д. Тіндалем (див. відповідь на запитання 12.7). Релей знайшов, що інтенсивність розсіяного світла обернено пропорційна четвертому степеню довжини хвилі ($I_\varphi \cong 1/\lambda^4$). Однак, знайдені закономірності розсіяння світла перестають бути справедливими, якщо розміри частинок стають більшими за довжину хвилі. При $d/\lambda \gg 10$ (де d – розміри частинок, λ – довжина світлової хвилі) інтенсивність розсіяного світла перестає залежати від довжини хвилі.

Молекулярне розсіяння світла – це розсіяння світла середовищами ідеально чистими, середовищами, які очищені від всіляких механічних включень. У 1892 р. Релей висловив гіпотезу, згідно якої центрами, які розсіюють світло, є самі молекули. Пізніше, уже в першій половині ХХ ст., завдяки працям М. Смолуховського, А. Ейнштейна і Л.І. Мандельштама, було встановлено, що в ідеально чистих середовищах світло розсіюється не на самих молекулах, а на флуктуаціях густини (критична опалесценція), на флуктуаціях концентрації та на «зіпсованій» поверхні (див. відповіді на запитання 12.17, 12.18 і 12.19). Молекулярне розсіяння сильно залежить від температури, розсіяння на частинках механічних включень від температури не залежить.

Запитання 12.17. Які фізичні причини розсіяння світла ідеально чистими середовищами?

Відповідь. Досвід показує, що розсіяння світла відбувається не тільки в каламутних середовищах, а і в ретельно очищених від сторонніх домішок або включень рідинах і газах. Очевидно, що розсіяння в чистих середовищах (речовинах) слабе. Фізична причина оптичної неоднорідності в ідеально чистих середовищах була вказана польським фізиком-теоретиком М. Смолуховським. У 1908 р. Смолуховський звернув увагу, що внаслідок хаотичного теплового руху молекул в середовищі можуть виникати флуктуації густини ρ , значить, флуктуації показника заломлення. Такий тип розсіяння світла називають **молекулярним**. Флуктуації густини особливо великі поблизу **критичної температури**, де стисливість середовища дуже велика. Тому при критичній температурі рідини чи газу спостерігається інтенсивне розсіяння світла. Це явище було названо **критичною опалесценцією**.

Зверни увагу!

М. Смолуховський пояснив явище критичної опалесценції порушенням оптичної однорідності і вказав, що в чистих середовищах, в тому числі і в конденсованих, розсіяння відбувається внаслідок флуктуації густини.

Інтенсивність розсіяння природного світла газовими середовищами можна описати формулою, раніше отриманою Релеєм:

$$I_{\varphi} = I_0 \frac{2\pi^2}{r^2 \lambda^4} (n-1)^2 \frac{V}{N} (1 + \cos^2 \varphi), \quad (12.5)$$

де n – показник заломлення світла в газах, N – концентрація молекул, V – розсіюючий об'єм, φ – кут розсіяння, r – відстань від центра розсіяння до точки спостереження. Ця формула досить добре узгоджується з експериментом, хоча Релей отримав її з деякими помилковими допущеннями. Зокрема, він вважав, що світло розсіюється на молекулах, які поводять себе, як кульки сторонньої речовини. Флуктуації при цьому не враховувалися. Вторинні випромінювання вважалися некогерентними. Але так, чи інакше, формула (12.5) виявилася правильною.

Запитання 12.18. Які причини розсіяння світла окремими розчинами?

Відповідь. Розчин – це суміш двох (і більше) сортів молекул, кожний із яких, характеризується своїм значенням поляризованості. За звичайних умов молекули розчиненої речовини і молекули розчинника перемішуються настільки рівномірно, що розчин в оптичному відношенні поводить себе, як однорідне середовище, наприклад, як звичайна рідина. Флуктуації концентрації в такому розчині малі, а це означає, що і мале розсіяння світла. Однак, відомо ряд комбінацій речовин, які при звичайній температурі лише частково розчиняються од-

на в одній, але при підвищенні температури здатні змішуватися одна з одною в будь-яких співвідношеннях.

Температура, вище за яку спостерігається таке змішування, називається **критичною температурою змішування**. При критичній температурі дві такі рідини змішуються повністю лише в певних вагових співвідношеннях. Так, наприклад, сірководень і метиловий спирт при 40 °С дають однорідну суміш при таких співвідношеннях компонент: 20 вагових частин сірководню і 80 вагових частин метилового спирту. При температурі, нижчій за критичну, така рідина розділяється на дві рідини. При критичній температурі спостерігаються значні флуктуації концентрації, що викликає порушення оптичної неоднорідності, подібно до того, що має місце при флуктуації густини поблизу критичної точки. І дійсно, в таких сумішах при критичній температурі змішування має місце інтенсивне розсіяння світла.

У 1910 р. А. Ейнштейн побудував теорію розсіяння світла на флуктуаціях концентрації в бінарних розчинах. Він отримав таку формулу:

$$I_{\text{конц}} = I_0 \frac{\pi^2 V}{2r^2 \lambda^4} \frac{C\mu}{N_A} \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial c} \right)^2 (1 + \cos^2 \varphi), \quad (12.6)$$

де $I_{\text{конц}}$ – інтенсивність світла, розсіяного внаслідок флуктуацій концентрації, C – концентрація, μ – молекулярна маса розчиненої речовини, N_A – число Авогадро. Формула (12.6) справедлива для невеликих концентрацій і вона дає змогу достатньо надійно визначити молекулярну масу і розміри молекул розчиненої речовини. Можна навіть визначити значення числа Авогадро.

До речі...

Світло, розсіяне внаслідок флуктуацій густини і флуктуацій концентрації, повністю лінійно поляризоване.

Запитання 12.19. З'ясуйте фізичну причину розсіяння світла поверхнею поділу двох рідин.

Відповідь. Правильна поверхня рідини є дзеркалом, і світло, яке на неї падає, дзеркально відбивається. Однак, в силу молекулярного руху поверхня рідини повинна б безперервно «псуватися». Коли розміри нерівностей стануть близькими до довжини хвилі світла, то поверхня стає матовою.

Однак, за звичайних умов матовість поверхні виражена дуже слабо, оскільки тепловій дії молекул, яка є основною причиною «псування» поверхні, протидіють сили міжмолекулярного зчеплення, які стараються зберегти вільну поверхню мінімальною. Внаслідок цього інтенсивність розсіяння світла на вільній поверхні мала і експериментально спостерігати його важко, хоча і можливо.

Було з'ясовано, що на межі двох рідин капілярні сили, як правило, менші ніж на межі рідина – газ. Вони особливо малі при температурах, близьких до критичної температури змішування. За таких умов спостерігається сильне молекулярне розсіяння світла. Подібне розсіяння у 1913 р. спостерігав Л.І. Мандельштам на межі метилового спирту і сірководню. Щоправда, закони поверхневого розсіяння дещо відрізняються від законів об'ємного розсіяння: **інтенсивність розсіяного світла поверхнею є обернено пропорційною другому степеню довжини хвилі, а не четвертому, як при розсіянні світла на флуктуаціях.**

Запитання 12.20. Яким повинно бути середовище, щоб воно не розсіювало світла?

Відповідь. Якщо середовище ідеально однорідне, то воно не повинно розсіювати світло. Однак, в силу існування теплового руху молекул, виникають флуктуації густини, анізотропії, концентрації в розчині тощо, які спричиняють розсіяння світла. Таке розсіяння світла називають **молекулярним**. Отже, будь-яке середовище, навіть ідеальне, розсіює світло, тільки по-різному.

Запитання 12.21. Які причини розсіяння світла кристалами?

Відповідь. Розсіяння світла кристалами є молекулярним. На користь цього механізму свідчить той факт, що інтенсивність розсіяного світла кристалами залежить від температури: **з підвищенням температури інтенсивність розсіяного світла зростає**. Дослідження розсіяння світла на кристалах можуть принести користь при вивченні фазових перетворень.

Запитання 12.22. В чому фізична суть розсіяння світла Мандельштама-Бріллюена?

Відповідь. Причиною розсіяння світла є або каламутність середовища, або зміна його оптичних неоднорідностей. У випадку молекулярного розсіяння світла флуктуації густини, складу тощо, розподіляються хаотично і тому, при розсіянні світла зміна довжини хвилі не спостерігається. Однак, якщо створити умови, щоб густина середовища змінювалась закономірно, то часові зміни оптичних неоднорідностей призведуть до зміни амплітуди і фази розсіяного світла за законом, якому підкоряються зміни оптичних неоднорідностей. Зміна амплітуди і фази світлової хвилі призведе до зміни спектрального складу розсіяного світла відносно падаючого. Отже, закономірна зміна оптичних неоднорідностей призведе до нового явища в розсіянні світла, яке отримало назву – **розсіяння Мандельштама-Бріллюена**.

Періодичну зміну густини (числа атомів в одиниці об'єму) може спричинити акустична хвиля, яка поширюється в середовищі. Тоді періодична зміна числа атомів ΔN об'єму змінюватиметься за законом

$$\Delta N = \Delta N_0 \cos(\omega_a \vec{q} \vec{r}), \quad (2.7)$$

де ΔN_0 – амплітудне значення числа атомів в одиниці об'єму, ω_a – циклічна частота акустичної хвилі, \vec{q} – її хвильовий вектор. Якщо в цьому ж середовищі поширюється світлова хвиля

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - \vec{Q} \vec{r}), \quad (12.8)$$

то амплітуда розсіяної світлової хвилі на неоднорідностях буде пропорційна $N \vec{E}$, що дає

$$N \vec{E} = (N_0 + \Delta N) \vec{E} = N_0 \vec{E}_0 \cos(\omega t - \vec{Q} \vec{r}) + \frac{1}{2} \vec{E} \Delta N_0 \left\{ \cos \left[(\omega + \omega_a) t - (\vec{q} + \vec{Q}) \vec{r} \right] + \cos \left[(\omega - \omega_a) t - (\vec{q} - \vec{Q}) \vec{r} \right] \right\}. \quad (12.9)$$

Отже, із (12.9) видно, що в спектрі розсіяного світла поряд з частотою ω , падаючого світла, спостерігаються і два сателіти (компоненти) Мендельштама-Бріллюена з частотами $\omega_2 = \omega \pm \omega_a$. Зміна частоти оптичної хвилі, як видно із (12.9) при розсіянні дорівнює частоті акустичної хвилі ω_a .

Розрахунки показують, що

$$\omega_2 = \omega \left(1 \pm 2 \frac{\nu_a}{\nu} \right) \sin \frac{\theta}{2}, \quad (12.10)$$

де ω – частота падаючої світлової хвилі, ν_a і ν , відповідно, швидкість поширення акустичної і світлової хвилі в середовищі, θ – кут розсіяння світлової хвилі. Знак « + » в формулі (12.10) відповідає випадку, коли акустична хвиля поширюється назустріч оптичній, а мінус – випадку, коли вона поширюється в тому самому напрямку, що і оптична. Відносна зміна частоти в дублеті Мендельштама-Бріллюена рівна

$$\pm \frac{\Delta \omega}{\omega} = 2 \frac{\nu_a}{\nu} \sin \frac{\theta}{2}. \quad (12.11)$$

Зміна частоти становить величини порядку $10^{-6} \omega$ (в газах), $10^{-5} \omega$ (в рідинах), $10^{-4} \omega$ (в твердих тілах).

Запитання 12.23. Які практичні застосування явища розсіяння світла?

Відповідь. Дослідження спектрів молекулярного розсіяння є чутливим, потужним та універсальним інструментом вивчення різних фізичних характеристик і властивостей речовини в різних агрегатних станах і при різних зовнішніх умовах. Зокрема, можна визначати коефіцієнти дифузії і провідності, питомі теплоємності при сталому тиску і об'ємі C_p і C_v . Вимірювання величини змі-

щення компонент Мандельштама-Бріллюена дає змогу робити висновки про поведінку пружних сталей для різних кристалографічних напрямків у кристалі, в тому числі і в області фазових переходів. Вимірювання спектрального складу, кутового розподілу яскравості і поляризації розсіяного світла атмосферою дає можливість дослідження атмосферного аерозолі: визначення його концентрації на різних висотах, дисперсність, розподіл частинок аерозолі за розмірами, його фізичних і оптичних властивостей.

Запитання 12.24. З'ясуйте суть явища комбінаційного розсіяння світла.

Відповідь. Комбінаційне розсіяння світла було відкрите Мендельштамом і Ландсбергом (СРСР) і незалежно від них Раманом і Крішнаном (Індія) у 1928 р. Експериментально було виявлено, що кожна спектральна лінія, падаючого на середовище світла, супроводжується появою системи ліній зміненої частоти, які називаються **сателітами (супутниками)** із значно більше зміненими частотами, ніж компоненти Мандельштама-Бріллюена. Це явище отримало назву комбінаційного розсіяння (рис. 12.7).

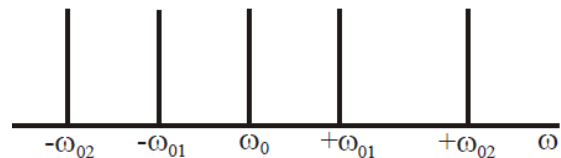


Рис. 12.7

Закономірності явища

- Супутники (сателіти) супроводжують кожен ліній первинного спектра.
- Частоти сателітів, $\omega_{01}, \omega_{02}, \omega_{03}, \dots$ відрізняються від частоти ω_0 , збуджуючої лінії на $\Delta\omega_{0i}$, де i – номер сателіта. Різним сателітам відповідають різні значення $\Delta\omega$. Сукупність значень $\Delta\omega_{0i}$ залежить від розсіюючої речовини.
- Кожному сателіту з частотою $\omega_0 - \Delta\omega_{0i}$, зміщеному в червону частину спектра, відповідає сателіт з частотою $\omega_0 + \Delta\omega_{0i}$, зміщений симетрично відносно ω_0 у фіолетову частину спектра. Перші сателіти називаються **червоними (стоксовими)**, другі – **фіолетовими (антистоксовими)**.
- Число різних сателітів та їх відносна інтенсивність, за однієї і тієї ж температури, залежить лише від розсіюючої речовини. Інтенсивність фіолетових сателітів значно менша інтенсивностей відповідних червоних сателітів і при збільшенні номера сателіта інтенсивність сателітів, як правило зменшується.
- З підвищенням температури інтенсивність фіолетових сателітів швидко зростає.
- Ступінь поляризації різних сателітів, однієї і тієї ж лінії, різний і не знаходиться в прямому зв'язку з поляризацією основної лінії розсіяного світла.

Механізм комбінаційного розсіяння світла можна зрозуміти, виходячи з класичних уявлень про взаємодію світла з речовиною. Нехай на молекулу з власною частотою ω падає світлова хвиля

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos \omega_0 t. \quad (12.12)$$

Під дією світлової хвилі у такої молекули виникає дипольний момент

$$p = \alpha \vec{E} = \alpha \vec{E}_0 \cos \omega_0 t, \quad (12.13)$$

де α – коефіцієнт поляризації.

Зв'язок між атомами в молекулі здійснюється електронами. Електронна поляризація зумовлює збурення цих сил зв'язку, що може спричинити збурення коливань атомів молекули. А це означає, що α є функцією коливань молекули. Для спрощення будемо вважати, що

$$\alpha = \alpha_0(1 + A \cos \omega t), \quad (12.14)$$

де A – амплітуда власних коливань молекули, ω – власна частота коливань молекули. Тоді

$$\begin{aligned} p &= \alpha \vec{E} = \alpha_0(1 + A \cos \omega t) \vec{E}_0 \cos \omega_0 t = \\ &= \alpha_0 \vec{E}_0 \cos \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha_0 A \vec{E}_0 \cos(\omega + \omega_0)t + \frac{1}{2} \alpha_0 A \vec{E}_0 \cos(\omega - \omega_0)t. \end{aligned} \quad (12.15)$$

Із (12.15) видно, що в спектрі розсіяного світла окрім основної частоти, що відповідає релеєвському розсіюванню, з'являються сателіти з частотою $\omega \pm \omega_0$, які відповідають комбінаційному розсіюванню.

Класична теорія *KPC* пояснює чимало закономірностей *KPC*, але не всі. Наприклад, вона неспроможна пояснити співвідношення інтенсивностей червоних і фіолетових сателітів. Згідно класичної теорії інтенсивність червоних і фіолетових сателітів повинна бути однаковою, що є не так. Ця та інші закономірності пояснюються квантовою теорією.

Запитання 12.25. Як квантова теорія пояснює *KPC*?

Відповідь. Згідно квантової теорії, молекула може перебувати в станах, які характеризуються дискретним рядом енергій W_1, W_2, W_3, \dots (рис. 12.8). Нехай світло з частотою ω_0 поширюється у вигляді окремих квантів (фотонів) енергія яких дорівнює $W = \hbar \omega_0$, де $\hbar = h/2\pi$, а $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с.

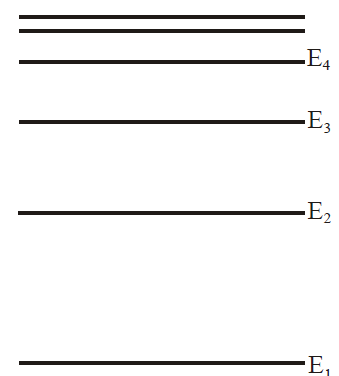


Рис. 12.8

Розсіяння фотона на молекулі аналогічно процесу зіткнення його з молекулою, до якого застосований закон збереження енергії. В такому процесі фотон може або передати молекулі частину своєї енергії, або, навпаки, отримати енергію від збудженої молекули. Очевидно, що зміна енергії фотона проявиться у зміні його частоти. В результаті взаємодії народиться фотон з енергією $\hbar \omega'$, а молекула перейде в стан з енергією W_m . Відповідно до закону збереження енергії

$$\hbar\omega_0 + W_n = \hbar\omega' + W_m, \quad (12.16)$$

де $W_n = \hbar\omega_n$ – енергія стану, в якому знаходилася молекула до взаємодії з фотоном, $W_m = \hbar\omega_m$ – енергія стану молекули після взаємодії з фотоном. Тоді із (12.16) маємо:

$$\omega' = \omega_0 + \omega_{nm}, \quad (12.17)$$

де $\omega_{nm} = \frac{W_n - W_m}{\hbar}$.

Якщо $W_n > W_m$, то частота розсіяного фотона буде більша за частоту падаючого фотона, тобто з'явиться фіолетовий сателіт ($\omega' = \omega_0 + \omega_{nm}$). Якщо ж $W_n < W_m$, то в розсіяному світлі виникне червоний сателіт ($\omega' = \omega_0 - \omega_{nm}$). Червоний сателіт з'явиться, коли молекула поглине частину енергії фотона, фіолетовий сателіт з'явиться, коли енергія розсіяного фотона збільшиться за рахунок енергії молекули. Зрозуміло, що число молекул, які знаходяться в стані з енергією W_m (збуджених), за звичайних умов значно менше числа молекул, які знаходяться в стані з енергією W_n (в основному стані), і тому інтенсивність фіолетових сателітів, менша за інтенсивність відповідних червоних сателітів, що і спостерігається на досліді. З підвищенням температури число збуджених молекул зростає і у відповідності з цим повинна збільшуватись інтенсивність фіолетових сателітів, що підтверджується експериментально.

Запитання 12.26. Які практичні застосування *KPC*?

Відповідь. Явище *KPC* широко застосовується на практиці. За його спектрами можна проводити структурні і аналітичні дослідження. Отримуючи інформацію про параметри ліній спектра *KPC* (частота ω_i , інтенсивність I_i і півширина d_i лінії, ступінь поляризації P тощо) можна судити про будову молекул, робити висновки про характер молекулярної симетрії, про величину і характер внутрішньомолекулярних сил. Спектри *KPC* використовуються для якісного і кількісного аналізу в аналітичній практиці, зокрема при аналізі сумішей вуглеводів, продуктів життєдіяльності організмів, біологічних об'єктів тощо.

Запитання 12.27. Чому явище комбінаційного розсіювання носить назву «комбінаційного»?

Відповідь. У випадку комбінаційного розсіювання світла кожна спектральна лінія падаючого світла супроводжується появою системи ліній зміненої частоти, які називаються сателітами. Супутники супроводжують кожен ліній первинного спектра. Частоти сателітів $\omega_{01}, \omega_{02}, \dots, \omega_{0n}$ відрізняються від частоти ω_0 , збудженої лінії на $\Delta\omega_{0i}$, де i – номер сателіта. Різним сателітам відповіда-

ють різні $\Delta\omega$. Однак, при переході від однієї лінії первинного пучка до іншої, сукупність значень $\Delta\omega_{0i}$ залишається незмінною. Вона змінюється тільки при переході від однієї речовини до іншої. Отже, частоти сателітів є комбінацією частоти ω_0 основної лінії падаючого світла і власних частот коливань молекул $\Delta\omega_{0i}$ середовища. Саме із-за цього явище називається «**комбінаційним розсі- янням світла**».

Запитання 12.28. Чому інтенсивність червоних сателітів в спектрі комбі- наційного розсіяння світла за нормальних умов більша інтенсивності фіолето- вих сателітів?

Відповідь. Відповідно квантової теорії, система (наприклад, молекула) характеризується сукупністю енергетичних станів, в яких вона може знаходи- тись. В першому наближенні можна вважати, що енергія такої системи, як мо- лекула, складається із трьох частин: енергії електронної оболонки або елект- ронної енергії W_e , коливальної енергії $W_{кол}$ і оберտальної енергії $W_{об}$, тобто

$$W = W_e + W_{кол} + W_{об}. \quad (12.18)$$

Як правило $W_e \gg W_{кол} \gg W_{об}$. В залежності від величини енергії фотона, що взаємодіє з молекулою, молекула може перейти із не збудженого електрон- ного стану в збуджений, із не збудженого коливального стану на збуджений і із не збудженого оберտального стану на збуджений.

При комбінаційному розсіянні світла молекула реально не поглинає кван- та енергії видимого або ультрафіолетового світла, але «засвоює» невелику його частину, переходячи із одного коливального стану в інший. Квант може бути недостатній для того, щоб молекула могла, поглинувши його, перейти в збу- джений електронний стан. Однак він вже настільки «стряхує» електронну обо- лонку молекули, що появляється імовірність зміни її коливального стану.

Якщо при цьому на початку процесу молекула знаходиться в незбудже- ному коливальному стані, то вона перейде в один із збуджених коливальних станів. Розсіяний квант матиме енергію:

$$\hbar\omega' = \hbar\omega_0 - \hbar\omega_{кол},$$

де $\hbar\omega_0$ – енергія світлового кванта, який взаємодіє з молекулою, $\hbar\omega_{кол}$ – колива- льна енергія молекули в одному із збуджених коливальних станів, $\hbar = h/2\pi$ – стала Дірака, $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – стала Планка. Ці фотони в спектрі розсіяного світла утворюють червоні сателіти з частотами $\omega_0 - \omega_{0i}$.

Якщо ж молекула знаходилась в збудженому коливальному стані, то при комбінаційному розсіянні вона може перейти в один із низько збуджених станів (або в основний стан). Тоді енергія розсіяного фотона буде більшою падаючого:

$$\hbar\omega' = \hbar\omega_0 + \hbar\omega_{кол}.$$

Ці фотони в спектрі розсіяного світла утворюють так звані фіолетові сателіти з частотами $\omega_0 + \omega_{oi}$, які в спектрі розміщені симетрично до червоних сателітів з другого боку збуджуючої лінії.

Той факт, що інтенсивність червоних сателітів за звичайних умов більша інтенсивності фіолетових, пояснюється співвідношенням числа молекул, які знаходяться в збуджених коливальних станах і числа молекул, які знаходяться в основному коливальному стані. Зрозуміло, що за нормальних умов число молекул, які знаходяться в збуджених коливальних станах дуже мале і тому інтенсивність червоних сателітів більша фіолетових. Для утворення фіолетових сателітів необхідно, щоб молекула знаходилась у збудженому коливальному стані, а число таких молекул невелике. Так, наприклад, при кімнатній температурі ($T = 300\text{ K}$) в збудженому коливальному стані знаходяться біля 0,7 % всіх молекул. У виникненні червоних сателітів участь приймають всі інші молекули, які знаходяться в не збудженому коливальному стані. Тому імовірність другого процесу значно більша першого.

Запитання 12.29. Як змінюється відношення інтенсивностей червоних і фіолетових сателітів в спектрі комбінаційного розсіяння світла при підвищенні температури розсіюючої речовини?

Відповідь. Червоні сателіти виникають, як відомо, при взаємодії фотонів світла з молекулами речовини, які знаходяться в не збудженому коливальному стані і чим більше таких молекул, тим інтенсивніші червоні сателіти.

Для утворення фіолетових сателітів необхідно, щоб молекули знаходились в збуджених коливальних станах і їх інтенсивність пропорційна кількості таких молекул. З підвищенням температури число збуджених молекул швидко зростає і у відповідності з цим повинна збільшуватись і інтенсивність фіолетових сателітів, що підтверджується експериментально. Відношення інтенсивностей сателітів:

$$\frac{I_u}{I_\phi} = \frac{N_n}{N_m}, \quad (12.19)$$

де N_n – число молекул, які знаходяться в не збуджених коливальних станах, N_m – кількість молекул, які знаходяться в збуджених коливальних станах.

Згідно формули Больцмана при тепловій рівновазі

$$\frac{N_n}{N_m} = \exp\left(-\frac{W_n - W_m}{kT}\right) = \exp\left(\frac{\hbar\omega_{nm}}{kT}\right).$$

Тому

$$\frac{I_u}{I_\phi} = \exp\left(\frac{\hbar\omega_{nm}}{kT}\right), \quad (12.20)$$

де k – стала Больцмана. Формула (12.20) добре узгоджується з результатами експерименту.

Запитання 12.30. З'ясуйте основні віхи історії відкриття і подальшого розвитку вчення про комбінаційне розсіяння світла.

Відповідь. У 1926 р. в Московському університеті було розпочато експериментальне дослідження розсіяння світла кристалами під керівництвом проф. Г.С. Ландсберга, близького соратника і товариша Л.І. Мандельштама. Доведення існування молекулярного розсіяння світла кристалами виявилось важкою задачею.

Для дослідів по розсіюванню світла потрібні були дуже чисті і прозорі кристали. Вирішено було досліди проводити на кварці. Однак, навіть у високоякісних кристалах кварцу існують сторонні домішки, неоднорідності, мікротріщини тощо, на яких також відбувається розсіяння. Ландсберг встановив важливий критерій, який дозволив відділити молекулярне розсіяння від розсіяння на забрудненнях в кристалі: молекулярне розсіяння світла залежить від температури, розсіяння на забрудненнях від температури не залежить. Це дало можливість Ландсбергу відділити молекулярне розсіяння в кристалах від «паразитного».

Після виявлення молекулярного розсіяння в кристалах теоретично було розраховано, що поряд з основною лінією (такою була лінія ртуті $\lambda = 2537 \text{ \AA}$) повинна спостерігатись зміщена лінія. Це зміщення при куті розсіяння 90° повинно складати 0,004 %, що відповідає зміні довжини хвилі на $0,1 \text{ \AA}$. Виявити таку малу зміну довжини хвилі не просто.

Після прийняття багатьох заходів перестороги були виявлені у розсіяному світлі слабкі спектральні лінії зі значно більшими змінами довжини ніж передбачалось. Це також на перших порах було сприйнято з певним сумнівом. Після вжиття додаткових заходів лінії в спектрі розсіяного світла не зникли. Це означало, що розсіяння світла супроводжується появою нових спектральних ліній з довжинами хвиль, значно відмінними від довжини первинної хвилі. Нові лінії розміщувались попарно, симетрично відносно незміщеної (збуджуючої) лінії. Отже, «несподівано» було відкрито нове явище, яке пізніше отримало назву **комбінаційного розсіяння світла**.

Надійні знімки спектрів комбінаційного розсіяння світла в кристалічному кварці датуються 21 лютого 1928 р. Однак, повідомлення про дане відкриття дещо, в силу певних обставин, затяглося.

У 1921 р. роботу по розсіянню світла розпочав і видатний індійський фізик Раман у Калькутті. В перших його дослідженнях питання про спектральний склад розсіяного світла не ставилось. Однак, після відкриття Комптоном змі-

щення довжини хвилі рентгенівського випромінювання при його розсіюванні речовиною, Раман спробував знайти «оптичний аналог» явища Комптона. «Оптичного аналога» явища Комптона Раман не знайшов (його і не могло бути). Проте Раман, незалежно від московських фізиків спостерігав комбінаційне розсіяння світла на рідинах. Перший фотознімок спектра комбінаційного розсіяння світла на рідинах (бензол і толуол) датований 16 березня 1928 р.

Явище комбінаційного розсіяння світла відразу викликало великий інтерес і стало вивчатися в багатьох лабораторіях світу. Уже до кінця 1929 р. число опублікованих наукових робіт, присвячених комбінаційному розсіюванню світла, перевершило 150 (сьогодні це десятки тисяч). Показником інтересу до явища і визнання його важливості служить те, що в 1930 р. одному із авторів відкриття – Раману була присуджена *Нобелівська премія з фізики*.

Запитання 12.31. З'ясуйте суть і фізичні причини виникнення випромінювання Черенкова-Вавилова?

Відповідь. У 1934 р. П.А. Черенков, виконуючи експерименти з дослідження природи випромінювання рідин під керівництвом С.І. Вавилова, виявив

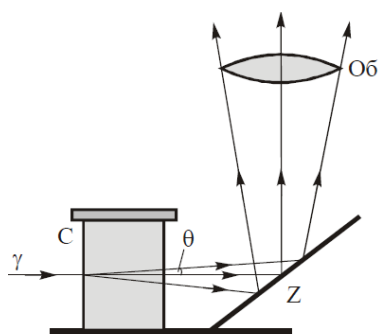


Рис. 12.9. *C* – посудина з рідиною, *Z* – дзеркало.

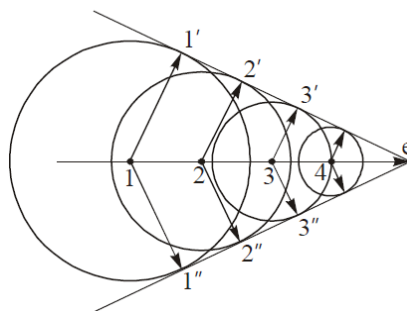


Рис. 12.10

особливий вид свічення (випромінювання) під дією γ -променів радію. Пізніше було показано, що такого роду свічення виникає в багатьох речовинах, в тому числі і в рідинах. Схема експерименту Черенкова показана на рис. 12.9.

Детальне вивчення Черенковим, відкритого ним, випромінювання показало, що

- свічення пов'язане із швидкими електронами, які вибиваються γ -променями із частинок речовини;
- свічення частково лінійно поляризоване, причому електричний вектор \vec{E} випромінювання коливається в площині, що утворюється світловим променем і напрямком руху електрона;
- свічення спрямоване переважним чином вперед і максимально вздовж твірних конуса, вісь якого задається напрямком руху електрона (рис. 12.10). Свічення не вдавалось погасити ні температурним впливом, ні добавками до

досліджуваного середовища гасящих флуоресценцію речовин. Було встановлено, що свічення припиняється безінерційно, одночасно з припиненням проходження електронів через речовину. Ці особливості свічення привели С.І. Вавилова до висновку, що свічення не є люмінесценцією, для якої характерна кінцева тривалість свічення.

Теоретичне обґрунтування свічення Черенкова-Вавилова за класичною теорією було дано І.Е. Таммом і І.М. Франком у 1937 р. Вони показали, що свічення має місце тільки в тому випадку, коли швидкість електрона v більша за фазову швидкість v_ϕ в середовищі ($v > v_\phi = c/n$), в якому рухається електрон. За цієї умови, навіть рухаючись рівномірно, електрон буде випромінювати електромагнітні хвилі.

Припустимо, що в прозорому середовищі рухається електрон зі сталою швидкістю $v > v_\phi$. Своїм полем рухомий електрон збуджує атоми і молекули середовища і вони стають центрами випромінювання когерентних електромагнітних хвиль. Якщо $v > v_\phi$, то хвилі, які випромінює електрон в різні моменти часу, за певних умов можуть приходити в точку спостереження одночасно.

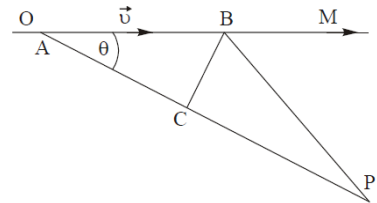


Рис. 12.11

Якщо рухомий електрон випромінює електромагнітні хвилі в точках A і B (рис. 12.11), то різниця часу на протязі якої електромагнітні хвилі від точок A і B придуть в точку P буде рівна:

$$\Delta t = (t_2 - t_1) - \frac{AP - BP}{v_\phi} = \frac{AB}{v} - \frac{AP - BP}{v_\phi}.$$

Тут t_1 і t_2 моменти часу, коли електрон проходить точки A і B , $\Delta t = t_2 - t_1$ час, на протязі якого електрон проходить відстань AB .

Якщо точка P знаходиться достатньо далеко, то $AP - BP \approx AC = AB \cos \theta$, і тоді

$$\Delta t = AB \left(\frac{1}{v} - \frac{\cos \theta}{v_\phi} \right),$$

Оскільки за припущенням $v > v_\phi$, то існує кут θ , який задовольняє умові

$$\cos \theta = \frac{v_\phi}{v} = \frac{1}{n\beta}, \quad (12.21)$$

де $\beta = c/v$, а $n = c/v_\phi$ — показник заломлення середовища.

Якщо умова (12.21) виконується, то хвилі придуть в точку P одночасно ($\Delta t = 0$), яка б не була довжина відрізка AB . В цьому напрямку світлові хвилі підсиляться внаслідок інтерференції, оскільки вони виявляться в однаковій фа-

зі. Отже, напрямок максимальної інтенсивності визначається кутом θ . У всіх інших випадках (напрямах), яким не задовольняє умова (12.21), хвилі погасять одна одну внаслідок інтерференції. Таким чином, в напрямках, які визначаються умовою (12.21), електрон буде випромінювати електромагнітні хвилі, в інших напрямках випромінювання не буде.

Запитання 12.32. За яких умов рівномірний рух зарядженої частинки супроводжується випромінюванням електромагнітних хвиль?

Відповідь. Рівномірний рух зарядженої частинки супроводжується випромінюванням електромагнітних хвиль, якщо частинка (наприклад, електрон) рухається в середовищі зі швидкістю v більшою за фазову швидкість v_ϕ , в цьому середовищі ($v > v_\phi = c/n$). Якщо ж заряджена частинка рухається рівномірно зі швидкістю v , меншою за фазову швидкість v_ϕ світла, в середовищі ($v < v_\phi = c/n$), то хвилі, які виходять із різних частин траєкторії зарядженої частинки, при додаванні частот повністю гасять одна одну і як наслідок, свічення відсутнє (див. відповідь на запитання 12.31.).

Запитання 12.33. Як впливає дисперсія на черенковське свічення? Чому в спектрі черенковського свічення не може бути хвиль рентгенівського діапазону хвиль?

Відповідь. У відповідях на попередні запитання припускалось негласно, що в середовищі дисперсія відсутня. Існуюча в реальних середовищах залежність показника заломлення i , значить, фазової швидкості світла від частоти $v_\phi = c/n(\omega)$ призводить до того, що при заданій швидкості v заряду черенковське свічення можливе тільки на частотах ω , для яких $n(\omega) > c/v$. Тому спектр випромінювання Черенкова-Вавилова лежить переважно у видимій ділянці, обриваючись на високих частотах, коли через наближення показника заломлення до одиниці, умова $n(\omega) = c/v$ перестає виконуватись. Зокрема, ні за якої швидкості заряду в спектрі черенковського випромінювання, не може бути рентгенівських променів, оскільки для них $n < 1$.

Запитання 12.34. Випромінювання Черенкова-Вавилова спостерігається тоді, коли заряджена частинка (наприклад, електрон) рухається в середовищі зі швидкістю більшою швидкості світла. Чи не суперечить це принципу відносності Ейнштейна?

Відповідь. Ні. Не суперечить. Тут слід мати на увазі, що свічення Черенкова-Вавилова має місце тоді, коли заряд рухається зі швидкістю v , більшою за фазову швидкість v_ϕ ($v > v_\phi$), а фазова швидкість в середовищі може переви-

щувати швидкість світла у вакуумі. Це не суперечить теорії відносності, оскільки з фазовою швидкістю поширюється не модульована хвиля, яка не може бути фізичним сигналом, тобто носієм енергії або інформації, бо для гармонічної хвилі певної частоти і амплітуди кожний наступний цикл коливань є точною копією попереднього. З переносом енергії (інформації) пов'язана групова швидкість, яка характеризує поширення максимуму амплітуди. У зв'язку з вимогами спеціальної теорії відносності групова швидкість не може перевершувати швидкості світла у вакуумі ($u \leq c$).

Запитання 12.35. Які практичні застосування випромінювання Черенкова-Вавилова?

Відповідь. Випромінювання Черенкова-Вавилова знайшло широке застосування в експериментальній ядерній фізиці і фізиці високих енергій. На ньому ґрунтується дія так званих черенковських лічильників, тобто детекторів релятивістських заряджених частинок. Не дивлячись на слабку інтенсивність свічення, приймачі світла, якими є сучасні фотопомножувачі, достатньо чутливі, щоб зареєструвати випромінювання, народжене однією зарядженою частинкою. Створено прилади, які дозволяють за випромінюванням Черенкова-Вавилова визначати заряд, швидкість, напрямок руху частинки і її повну енергію.

Запитання 12.36. Чи може виникнути електромагнітне випромінювання, коли заряджена частинка рухається рівномірно в середовищі зі швидкістю меншою швидкості світла?

Відповідь. Якщо середовище однорідне, то відповідь буде від'ємна (див. відповіді на запитання 12.31. і 12.32.). Однак, якщо середовище не однорідне, то заряджена частинка буде випускати електромагнітне випромінювання, яке отримало назву **перехідного випромінювання**. Перехідне випромінювання особливо яскраво проявляється при переході зарядженої частинки із одного середовища в інше. Воно принципово відрізняється від випромінювання Черенкова-Вавилова тим, що воно має місце при довільних швидкостях частинки. Як і черенковське випромінювання, воно немає нічого спільного з гальмівним випромінюванням.

Запитання 12.37. В чому відмінність розсіяння світла Релея від розсіяння світла Мандельштама-Бріллюена і комбінаційного розсіювання світла?

Відповідь: Розсіяння Релея (релеївське розсіяння) – це розсіяння світла на частинках, розміри яких менші за $1/15$ довжини хвилі. Релеївське розсіяння відбувається без зміни довжини хвилі. Таке розсіяння отримало назву «пружного розсіяння».

Розсіяння Мандельштама-Бріллоена виникає на оптичних неоднорідностях, які виникають в середовищі при поширенні в ньому акустичної хвилі, під дією якої виникають закономірні зміни густини середовища. Оскільки оптичні неоднорідності (неоднорідності густини) середовища змінюються закономірно, то це призводить до зміни амплітуди і фази світлової хвилі за законом, якому підкоряються зміни оптичної неоднорідності. В результаті в спектрі розсіяного світла окрім частоти падаючого світла ω появляються частоти, які є комбінацією частоти падаючого світла і частоти акустичної хвилі ($\omega_2 = \omega \pm \omega_a$). Отже, в розсіяному світлі виникають нові компоненти (сателіти) Мандельштама-Бріллоена, які складають тонку структуру розсіяного випромінювання (див. відповідь на запитання 12.22).

У випадку комбінаційного розсіяння кожна спектральна лінія падаючого світла супроводжується системою ліній зміненої частоти, які називаються сателітами із значно зміненими частотами, в порівнянні з компонентами Мандельштама-Бріллоена (див. відповідь на запитання 12.24 і 12.25).

Запитання 12.38. Який колір мало б небо, якщо б Земля не мала атмосфери?

Відповідь. Якщо б Земля не мала атмосфери, то небо було б чорне і на цьому фоні виділялись би зірки і інші світила. Сонячні промені доходили б до нас не розсіюючись, оскільки не було б на чому розсіюватись (див. відповідь на запитання 12.11.).

Запитання 12.39. Чи залишиться сонячне світло білим, або набуде іншого забарвлення, якщо земна атмосфера виявиться раптом у 50 разів густішою?

Відповідь. Із формули Релея (12.2) видно, що інтенсивність розсіяного світла обернено пропорційна четвертому степеню довжини хвилі $I_\varphi \cong I_0 / \lambda^4$. Це означає, що чим коротші світлові хвилі, тим сильніше вони розсіюються. Саме цим пояснюється голубий колір неба і червоний колір Сонця при сході і заході. Окрім того, із формули (12.2) видно, що інтенсивність розсіяного світла прямо пропорційна числу розсіюючих частинок в одиниці об'єму, тобто густині середовища ($I_\varphi \cong N$). Це означає, що збільшуючи густину середовища (в даному випадку густину атмосфери), прямі промені Сонця будуть ще більше збіднюватись на короткохвильове випромінювання і будуть ще більше насичені червоним світлом (див. відповідь на запитання 12.9 і 12.11).

Запитання 12.40. Чим пояснюється білий колір туману?

Відповідь. Див. відповідь на запитання 12.10.

Запитання 12.41. Що описує формула

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = \pm 2 \frac{v_{\phi}}{v} \sin \frac{\theta}{2} ? \quad (12.22)$$

Відповідь. Формула(12.21) виражає відносну зміну частоти в дублеті Мандельштама-Бріллюєна. Розрахунки показують, що зміна частоти становить величини порядку $10^{-6}\omega$ (в газах), $10^{-5}\omega$ (в рідинах) і $10^{-4}\omega$ (в твердих тілах). Такі малі зміни частоти можна зареєструвати лише на спектральних приладах високої роздільної здатності.

Запитання 12.42. Які із закономірностей комбінаційного розсіювання світла класична теорія не спроможна пояснити?

Відповідь. Класична теорія комбінаційного розсіювання світла (*KPC*), як і будь-якого іншого явища, пов'язаного з випромінюванням і поглинанням світла, є недостатньою. Вона пояснює далеко не всі закономірності *KPC*. Насамперед вона не спроможна пояснити співвідношення між інтенсивностями відповідних червоних і фіолетових сателітів. Згідно класичної теорії, інтенсивність червоних і фіолетових сателітів повинна бути однаковою, що є не так. Ця та інші закономірності пояснюються квантовою теорією (див. відповідь на запитання 12.24 і 12.25).

Запитання 12.43. Чому дим від згоряння вугілля чорний?

Відповідь. Горіння – це процес протікання хімічної реакції в умовах її самоприскорення. При цьому в системі накопичується теплота або каталізуючі продукти реакції. В процесі горіння частина вихідної конденсованої речовини (дрова, вугілля, нафта тощо) переходить в газову фазу у вигляді невеликих частинок, крапель, турбулентної газової суміші, яку називають димом. Колір диму залежить від його складу та розмірів частинок, з яких складається дим і пояснюється розсіюванням світла частинками диму. Якщо дим чорний, то це свідчить про те, що розсіювання світла димом відсутнє, світло повністю поглинається димом (див. відповідь на запитання 12.9 і 12.10).

Запитання 12.44. Назвіть прізвища вчених-фізиків, які залишили чільний слід в дослідженнях розсіювання світла.

Відповідь. *Тіндаль Джо (1820 – 1897)* – англ. фізик, вперше експериментально встановив основні закономірності розсіювання світла каламутними середовищами.

Релей (Стрет) Дж.У. (1842 – 1919) – англ. фізик, перший створив теорію розсіювання світла атмосферою (молекулярне розсіювання світла).

Смолуховський М. (1872 – 1917) – польський фізик, пояснив явище критичної опалесценції і вказав, що розсіювання світла в чистих середовищах відбу-

вається на порушеннях оптичної однорідності в чистих середовищах внаслідок флуктуації густини.

Ейнштейн А. (1879 – 1955) – німецький фізик, отримав формулу для розрахунку інтенсивності світла, розсіяного на флуктуаціях концентрації в бінарних розчинах.

Мі Г. (1868 – 1957) – німецький фізик, у 1908 р. розробив теорію розсіяння світла на ізотропних сферичних частинках будь-яких розмірів і властивостей.

Мандельштам Л.І. (1879 – 1944) – російський фізик, передбачив розсіяння світла в середовищах на неоднорідностях, які виникають під дією звукової хвилі та розсіяння світла в кристалах.

Бріллюен Л. (1879 – 1969) – французький фізик, передбачив розсіяння світла в кристалах (незалежно від Мандельштама Л.І.), відоме сьогодні як розсіяння Мандельштама-Бріллюена.

Ландсберг Г.С. (1820 – 1957) – російський фізик, відкрив (разом з Мандельштамом Л.І.) комбінаційне розсіяння світла.

Раман Ч.В. (1888 – 1970) – індійський фізик, разом з Крішнаном К.С. відкрив комбінаційне розсіяння світла (незалежно від Мандельштама Л.І. і Ландсберга Г.С.).

P.S.

За відкриття, пояснення і використання ефекту Черенкова-Вавилова П.О. Черенкову, І.М. Франку і І.Є. Тамму у 1958 р. була присуджена Нобелівська премія з фізики.

13. Оптика рухомих середовищ

Запитання 13.1. Які системи відліку називаються інерціальними?

Відповідь. Перший закон Ньютона читається так: **будь-яке тіло зберігає стан спокою або рівномірного прямолінійного руху (без прискорення) до тих пір, поки діючі на нього сили не виведуть його із цього стану спокою.** Із першого закону Ньютона випливає, що існують системи відліку, в яких тіло знаходиться в стані спокою або рівномірного прямолінійного руху. Такі системи називаються **інерціальними системами відліку**. Отже, системи відліку, в яких виконується перший закон Ньютона називають **інерціальними**. Будь-яка система відліку, яка рухається рівномірно і прямолінійно відносно іншої інерціальної системи відліку, є також інерціальною. В будь-яких інерціальних системах відліку закони механіки формулюються однаково. Формулювання законів змінюється лише для тих систем, які рухаються з прискоренням відносно інерціальних систем.

Запитання. 13.2. Сформулюйте принцип відносності класичної механіки та запишіть перетворення Галілея.

Відповідь. Принцип відносності класичної механіки (Галілея): **при переході від однієї інерціальної системи до іншої, прискорення залишається сталим (незмінним), але координати та швидкості змінюються.** Для встановлення відповідності між названими величинами існують спеціальні формули, які зв'язують координати і час x, y, z, t однієї системи з координатами і часом іншої x', y', z', t' . Ці формули мають такий вигляд

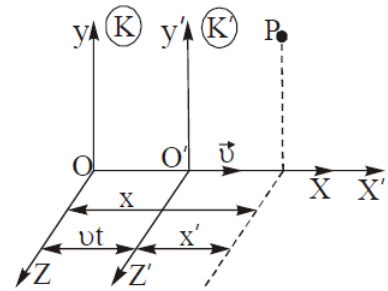


Рис. 13.1

$$\left. \begin{aligned} x &= x' + vt', \\ y &= y', \\ z &= z', \\ t &= t'. \end{aligned} \right\} \quad (13.1)$$

Тут v – швидкість руху системи K' відносно системи K . Формули (13.1) називають **перетвореннями або формулами Галілея**.

Зверни увагу!

Рівняння механіки по відношенню до перетворень (13.1) є інваріантними і вони є математичним виразом принципу відносності механіки (Галілея).

Запитання. 13.3. З'ясуйте історичні передумови виникнення в фізиці поняття ефіру. Якими властивостями був наділений ефір? Перерахуйте їх.

Відповідь. Висловлена Гюйгенсом ідея про хвильову природу світла вимагала введення особливого середовища, в якому могли б поширюватися світлові коливання. Це ніким не виявлене гіпотетичне середовище Гюйгенс назвав **ефіром**, існування якого було поставлено під сумнів лише на початку ХХ століття теорією відносності. Вважалось, що ефір заповнює весь світовий простір між тілами. На основі аналогії із механічною хвильовою теорією, ефір довелось наділити незвичайними властивостями: з одного боку, він повинен був мати дуже малу густину, оскільки не виявляв будь-якого опору рухомим тілам, а з другого – він мав бути нестисливим і виявляти лише пружні властивості в деформаціях зсуву, оскільки світлова хвиля поперечна. Зменшення швидкості світла в прозорих тілах пояснювалось впливом речовини на властивості ефіру, що призводило або до зменшення пружності ефіру або до збільшення його густини.

Запитання 13.4. Яких змін зазнало поняття ефіру після створення електромагнітної теорії світла Максвеллом?

Відповідь. Після створення Максвеллом електромагнітної теорії світла на зміну пружному ефіру прийшов ефір носій електромагнітних хвиль і полів, він наділявся дещо іншими властивостями. Під ефіром тепер розуміли особливе середовище, яке як і його попередник, пружний ефір, заповнює весь світовий простір і пронизує всі тіла. Допускалися три можливості: 1) ефір зовсім не збурюється тілами; 2) ефір захоплюється рухомими тілами частково; 3) ефір повністю захоплюється рухомими тілами. На всі ці питання відповідь міг дати тільки експеримент.

Запитання 13.5. Сформулюйте ідею досліду Фізо по виявленню взаємодії ефіру з рухомими тілами, опишіть його, та сформулюйте основні висновки, які випливають з нього.

Відповідь. Перший дослід з метою виявлення взаємодії ефіру з рухомими тілами поставив Фізо в 1851 р. Схема досліду наведена на рис. 13.2. Паралельний світловий пучок від джерела S ділиться напівпрозорою пластинкою P на два: один з них (пучок 1) обходить установку за годинниковою стрілкою, другий (пучок 2) – проти годинникової стрілки. Ці пучки когерентні і в фокальній площині зорової труби дають інтерференційну картину. На шляху променів 1 і 2 розміщувалися дві труби, по яких міг про-

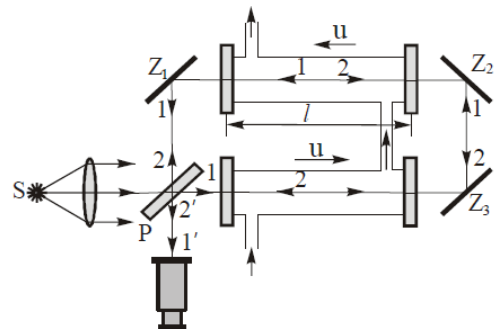


Рис. 13.2

ходити потік води з деякою швидкістю u в напрямку, показаному стрілками. Отже, пучок 1 в обох трубах поширювався за течією, а пучок 2 – проти течії.

Якщо вода з показником заломлення n нерухома, то обидва пучки пройдуть шлях $2l$ за один і той же час. Якщо вода при своєму русі хоча б частково захоплювала ефір, то пучок 2 для проходження шляху $2l$ (шлях у воді) затратить більший час (він поширюється проти течії), ніж пучок 1 (він поширюється за течією). В результаті між пучками світла виникне деяка різниця ходу і інтерференційна картина зміститься.

Якщо

v – швидкість світла відносно ефіру. Якщо ефір не захоплюється водою, то швидкість світла відносно установки також дорівнюватиме v ,

α – коефіцієнт захоплення ефіру,

u – швидкість води відносно установки,

αu – швидкість ефіру відносно установки, якщо ефір частково захоплюється водою,

$v + \alpha u$ – швидкість світла відносно установки для пучка 1,

$v - \alpha u$ – швидкість світла відносно установки для пучка 2,

то пучок 1 пройде шлях $2l$ за

$$t_1 = \frac{2l}{v + \alpha u},$$

а пучок 2 за час

$$t_2 = \frac{2l}{v - \alpha u}.$$

Число смуг, на яке зміститься інтерференційна картина,

$$\Delta N = \frac{c(t_2 - t_1)}{\lambda} = \frac{c}{\lambda} \left(\frac{2l}{v - \alpha u} - \frac{2l}{v + \alpha u} \right) = \frac{4cl\alpha u}{\lambda(v^2 - \alpha^2 u^2)}, \quad (13.2)$$

де λ – довжина світлової хвилі.

Фізо виявив, що інтерференційні смуги дійсно зміщуються. За експериментально визначеним ΔN за формулою (13.2) було розраховано коефіцієнт захоплення ефіру, який виявився рівним $\alpha = 0,46$, що добре узгоджувалось в межах похибок вимірювання з формулою Френеля. Відповідно до теорії Френеля:

$$\alpha = 1 - \frac{1}{n^2}.$$

Для води за Френелем $\alpha = 0,438$. Отже, дослід Фізо показав, що ефір (якщо він існує) захоплюється рухомою водою тільки частково.

Запитання 13.6. Як результати досліду Фізо пояснюються в електронній теорії будови речовини Лоренца?

Відповідь. Згідно теорії ефіру Френеля ефір не захоплюється тілами, а проходить через них, змінюючи густину тіл при незмінній їх пружності. Ефір входить в тіло назустріч його рухові, збільшує його густину. Тоді, швидкість світла у вільному ефірі

$$c = \sqrt{\frac{G}{\rho}},$$

в речовині

$$c_1 = \sqrt{\frac{G}{\rho_1}},$$

де G – модуль зсуву ефіру, ρ і ρ_1 – його густина відповідно у вільному стані і в речовині. Показник заломлення:

$$n = \frac{c}{c_1} = \sqrt{\frac{\rho_1}{\rho}},$$

коефіцієнт захоплення

$$\alpha = 1 - \frac{1}{n^2} = 1 - \frac{\rho}{\rho_1}. \quad (13.3)$$

Отже, теорія ефіру ніби підтверджується експериментом, але не зовсім зрозуміло, що таке коефіцієнт захоплення ефіру.

Лоренц успішно пояснив результати досліду Фізо на основі електронної теорії будови речовини. Він виходив з припущення, що ефір повністю нерухомий і не приймає участі в русі матеріальних середовищ. Відповідно теорії Лоренца рух середовищ є рухом молекул і зв'язаних з ними зарядів в нерухомому ефірі. При поширенні світла в такому середовищі відбувається поляризація середовища електромагнітним полем хвилі, і світло, при своєму поширенні, ніби додатково «здувається» при повертанні диполів в напрямку поширення світла. При врахуванні цих процесів отримаємо для світла, що поширюється в рухомому середовищі:

$$c' = \frac{c}{n} \pm \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)u = \frac{c}{n} \pm \alpha u, \quad (13.4)$$

де c' – швидкість світла в рухомому середовищі, c/n – швидкість світла в нерухомому середовищі, n – показник заломлення середовища, α – коефіцієнт захоплення, u – швидкість середовища (води) відносно установки.

Зверни увагу!

Якщо ефір існує і не захоплюється тілами, то можна було б допустити, що ефір може слугувати абсолютною системою відліку, відносно якої можна б розглядати абсолютний рух.

Запитання 13.7. З'ясуйте суть ідеї досліду Майкельсона по виявленню ефірного вітру. Опишіть цей дослід та сформулюйте основні його результати.

Відповідь. Якщо припустити, що ефір нерухомий і його можна прийняти за абсолютну систему відліку, то можна поставити досліди, за допомогою яких можна виявити рух Землі відносно ефіру і визначити абсолютну швидкість. Саме такий дослід був здійснений Майкельсоном у 1881р. У 1887 р. Майкельсон повторив свій дослід разом з Морлі на більш досконалomu приладі. На масивну кам'яну основу встановлювалася посудина (жолоб) із ртуттю. На поверхні ртуті плавав дерев'яний поплавок, на якому встановлювалася масивна кам'яна плита. Такий пристрій усував вплив зовнішніх вібрацій і дозволяв дуже плавно, без поштовхів повертати плиту навколо вертикальної осі приладу на будь-який кут. На плиті монтувався інтерферометр Майкельсона, видозмінений так, щоб обидва промені, розділені напівпрозорою пластинкою, кілька разів повторяли шлях вздовж плечей інтерферометра і потім поверталися на пластинку, яка зводила їх для інтерференції. Шлях променів збільшувався до 11 метрів. Схема інтерферометра Майкельсона наведена на рис. 13.3.

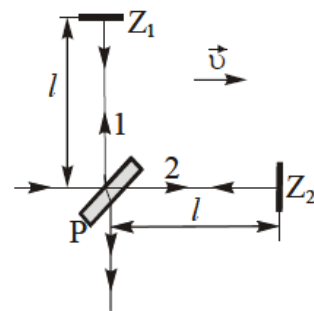


Рис. 13.3

Дослід ґрунтувався на таких міркуваннях. Нехай плече інтерферометра PZ_2 співпадає з напрямками руху Землі відносно ефіру. Тоді час, необхідний для проходження променя до дзеркала Z_2 і назад, буде відмінним від часу, проходження променя 1 до дзеркала Z_1 і назад. Як наслідок, між променями виникне деяка різниця ходу.

Якщо прилад повернути на 90° навколо вертикальної осі, то плечі поміняються місцями, і різниця ходу змінить знак на протилежний, що викличе зміщення інтерференційної картини. Розрахунки показали, що зміщення повинно бути легко фіксованим.

Якщо

c — швидкість світла відносно ефіру.

$c - v$ — швидкість світла відносно приладу для напрямку PZ_2 ,

$c + v$ — швидкість світла відносно приладу для напрямку Z_2P ,

t_2 — час, за який промінь 2 пройде до дзеркала Z_2 і вернеться назад,

l — довжина плеча інтерферометра,

то

$$t_2 = \frac{l}{c-v} + \frac{l}{c+v} = \frac{2lc}{c^2 - v^2} = \frac{2l}{c} \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \approx \frac{2l}{c} \left(1 + \frac{v^2}{c^2} \right). \quad (13.5)$$

Час t_1 , за який промінь пройде до дзеркала Z_1 і назад знайдемо за формулою:

$$t_1 = \frac{2l}{\sqrt{c^2 - v^2}} = \frac{2l}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \approx \frac{2l}{c} \sqrt{1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}}, \quad (13.6)$$

де $\sqrt{c^2 - v^2}$ – швидкість світла відносно приладу (див. рис. 13.4). Тоді різниця ходу променів

$$\Delta = c\Delta t = c(t_2 - t_1) = 2t \left[\left(1 + \frac{v^2}{c^2}\right) - \left(1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}\right) \right] = l \frac{v^2}{c^2}.$$

При повороті приладу на 90° різниця ходу променів змінить знак на протилежний і число смуг, на які зміститься інтерференційна картина буде:

$$\Delta N = \frac{2\Delta}{\lambda} = \frac{2l}{\lambda} \frac{v^2}{c^2}. \quad (13.7)$$

В основних дослідах Майкельсона довжина плеча доходила до 11 м, а $\lambda = 5900 \text{ \AA}$. Тоді

$$\Delta N = \frac{2 \cdot 11}{0,59 \cdot 10^{-6}} \frac{(3 \cdot 10^4)^2}{(3 \cdot 10^8)^2} = 0,37 \approx 0,460 \text{ смуги.}$$

Прилад дозволяв виявити зміщення порядку 0,01 смуги, проте ніякого зміщення інтерференційної картини не було виявлено. Отже, **ніякого ефірного вітру не існує, а ефір, якщо він існує, повністю захоплюється тілами**. Але такий висновок суперечив досліду Фізо, аберації зірок та ефекту Допплера.

Зверни увагу!

Відсутність ефірного вітру (ефіру) було підтверджено і в дослідах повторених після Майкельсона: Морлі і Мюллер в 1905 р., Кеннеді в 1926 р., Джаван, Муррей і Таунс в 1964 р. з використанням газових лазерів.

Запитання 13.8. Для пояснення від'ємного результату експериментів Майкельсона Рітц висунув так звану **балістичну гіпотезу**. В чому суть цієї гіпотези і чому вона виявилася неспроможною?

Відповідь. Від'ємний результат Майкельсона поставив у скрутне положення багатьох фізиків і особливо тих, хто не відмовився від світлоносного ефіру. Швейцарський фізик В. Рітц запропонував так звану «балістичну гіпотезу», за якою швидкість світла у вакуумі стала і дорівнює c тільки відносно джерела. Якщо ж джерело рухається, то швидкість світла відносно нерухомого ефіру дорівнює векторній сумі швидкості світла \vec{c} відносно джерела і швидкості \vec{v} руху джерела ($\vec{c}' = \vec{c} + \vec{v}$). Ця гіпотеза пояснювала негативний результат досліду

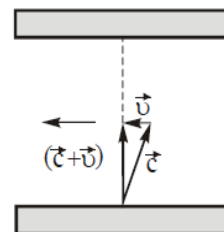


Рис. 13.4

Майкельсона, але суперечила хвильовій теорії світла, згідно якої швидкість поширення світла не залежить від швидкості джерела. Окрім того, у 1913 р. голландський астроном де Сіттер прямими спостереженнями за подвійними зірками довів неправильність теорії Рітца і вона була відкинута.

Запитання 13.9. Яке пояснення від'ємного результату Майкельсона дав Лоренц і незалежно від нього Фітцджеральд?

Відповідь. У 1892 р. Лоренц розробив теорію оптичних явищ рухомих тіл, в якій припустив, що всі тіла при русі відносно нерухомого ефіру скорочуються в $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ разів в напрямку руху. Причину такого скорочення Лоренц бачив у зміні електромагнітних сил між молекулами або атомами, а оскільки розміри і форма твердих тіл обумовлені величиною цих взаємодій, то, значить, повинна мати місце і зміна розмірів. Щоправда, теорія відносності також передбачає скорочення розмірів тіл в напрямку руху, але там це чисто кінематичний ефект залежності результатів вимірювання від відносного руху.

Незалежно від Лоренца таку ж гіпотезу висловив і Фітцджеральд (1892 р.), тому цей ефект прийнято називати Лоренц-Фітцджеральдовим скороченням.

Зверни увагу!

Із ідеї Лоренца і Фітцджеральда випливає, що якщо плече PZ_2 (рис.13.3)

інтерферометра Майкельсона скоротити в $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ раз, то $t_1 = t_2$ і $\Delta = 0$.

Якщо довжина тіла в стані спокою l_0 , то довжина рухомого тіла за Лоренцом-Фітцджеральдом в напрямку руху буде рівною

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = l_0 \sqrt{1 - \beta^2}, \quad (13.8)$$

де $\beta = v/c$.

Запитання 13.10. Чому запропоноване Лоренцом пояснення від'ємного результату досліду Майкельсона не може вважатися задовільним?

Відповідь. Гіпотеза Лоренцового скорочення розмірів тіл виявила свою неспроможність при інтерпретації результатів експериментів по виявленню ефірного вітру з інтерферометром, який мав різну довжину плечей. Лоренц, розуміючи штучність ідеї скорочення розмірів тіл, ввів ще одну гіпотезу про зміну ходу годинників при їх русі відносно ефіру. Рівняння для зміни довжини і часу такі, що при вимірюванні швидкості світла в будь-якій системі відліку

буде отримуватися одна і та ж величина. Нова теорія не тільки пояснювала від'ємний результат досліду Майкельсона, але і приводила до принципової неможливості виявлення руху відносно ефіру. Отже, теорія Лоренца була направлена на збереження ефіру, на збереження звичних класичних уявлень про простір і час.

Запитання 13.11. Сформулюйте постулати спеціальної теорії відносності. В якій мірі оптичні досліди з рухомими тілами підтверджують їх справедливість?

Відповідь. Спеціальна теорія відносності ґрунтується на двох принципах, або постулатах, в яких із величезного експериментального матеріалу виділені беззаперечні, які не викликають ніяких сумнівів, положення. **Перший постулат** – це принцип відносності, поширений на всі фізичні явища. Він стверджує: **закони природи, які описують різноманітні фізичні процеси і явища при переході від однієї інерціальної системи до іншої є незмінними або інваріантними.** Іншими словами, **фізичні закони формулюються однаково у всіх інерціальних системах відліку.** Це означає, що зв'язок між фізичними величинами має одну і ту саму математичну форму, якщо фізичні величини означені у всіх інерціальних системах однаково.

Другий постулат стверджує, що **існує гранична швидкість поширення сигналів, яка співпадає зі швидкістю світла у вакуумі.** Іншими словами, **швидкість світла у вакуумі однакова у всіх інерціальних системах відліку, і не залежить від руху джерел і приймачів і є універсальною сталою c .** Цей постулат стверджує, що будь-які взаємодії між тілами поширюються у вакуумі із однією і тією ж кінцевою швидкістю, яка не залежить від руху тіл. У відповідності з цим швидкість світла однакова у всіх інерціальних системах. В результаті, швидкості світла у вакуумі надається універсального значення, незв'язаного з фізичною природою взаємодії, яка відображає деяку загальну властивість простору і часу. Тому говорити про якість «вирішальні» досліди, які доводять справедливість цих принципів мабуть не слід. Разом з тим оптичні досліди з рухомими тілами зіграли велику роль в їх становленні. Не дивно, що саме з позицій теорії відносності вся сукупність цих дослідів отримує вичерпне і разом з тим найбільш просте і природне пояснення.

Запитання 13.12. Доведіть, що постулати Ейнштейна не суперечать один одному?

Відповідь. Постулати Ейнштейна: принцип відносності і принцип сталості швидкості світла, складають основу теорії відносності. Однак, на перший погляд здається, що ці постулати суперечать один одному.

Розглянемо такий уявний дослід. Нехай дві системи K і K' рухаються одна відносно одної в напрямку осі x -ів зі швидкістю v (рис. 13.5). В момент часу $t=0$, коли початки координат співпадали в точці O , відбувся світловий спалах. Світлове збурення поширюється з однаковою швидкістю c у всіх напрямках і в нерухомій системі координат досягає точок сфери радіуса $r=ct$. Але спалах відбувся і в точці O' (в той момент точки O і O' співпадали). В системі K' світлове збурення поширюватиметься відповідно другого постулату Ейнштейна, з такою самою швидкістю, що і в нерухомій системі (системі K). Отже, до моменту часу t світловий сигнал відносно точки O' теж має досягти точок сфери радіуса $r=ct$. Але центр другої сфери збігається з точкою O' , яка віддалилася від точки O на відстань $x=vt$. Отже, один і той же сигнал в один і той же час повинен бути на двох сферах, що є неможливим.

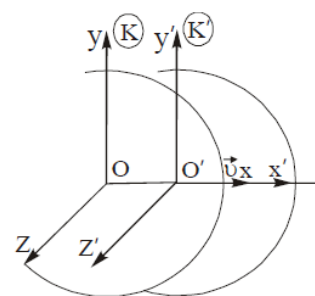


Рис. 13.5

Причина цієї недоречності криється не в протиріччі постулатів, які сформульовані на основі дослідних даних, а є наслідком того, що **в класичній фізиці час і одночасність подій вважалися абсолютними**, тобто однаковими у всіх системах відліку. Ньютон вважав, що час однорідний і тече однаково, безвідносно до чогось зовнішнього. Це припущення закладено у формулах перетворень Галілея відповідно яких $t=t'$ і, значить, $\Delta t = \Delta t'$. Отже, постулати Ейнштейна знаходяться в протиріччі не один з одним, а з формулами перетворень Галілея.

Справді, світловий сигнал в системі K досягне поверхні сфери

$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2,$$

(центр сфери $x=0$, $y=0$, $z=0$), тобто в точці O). Якщо застосовні перетворення Галілея, то рівняння сфери в системі K' матиме вигляд

$$(x' + vt)^2 + (y')^2 + (z')^2 = c^2 (t')^2,$$

(сфера з центром $x' = -vt$, $y' = 0$, $z' = 0$, тобто в тій самій точці O). Цей висновок суперечить принципу відносності, в силу якого світловий сигнал в системі K' повинен досягти сфери вигляду

$$(x')^2 + (y')^2 + (z')^2 = c^2 (t')^2,$$

(сфера з центром $x' = 0$, $y' = 0$, $z' = 0$, тобто в точці O).

Запитання 13.13. Що означають формули

$$\left. \begin{aligned} x &= x' + vt', \\ y &= y', \\ z &= z', \\ t &= t'. \end{aligned} \right\} \quad (13.9)$$

Відповідь. Формули (13.9) дозволяють визначити координати будь-якої події в системі відліку K (нерухомій, лабораторній системі), якщо відомі її координати в системі K' (рухомій системі). Якщо відомі координати події в системі відліку K , то її координати в системі відліку K' можуть бути знайдені за формулами

$$x' = x - vt, \quad x = x', \quad y' = y, \quad t' = t.$$

Ці формули задають зворотнє перетворення і без особливих труднощів отримуються із формул (13.9), які є Галілеєвими формулами перетворення координат.

Запитання 13.14. Виведіть Галілеєві формули перетворення швидкостей.

Відповідь. Припустимо, що точка A (рис. 13.6) – це рухома точка. Швидкість руху системи K' відносно системи K рівна v . Нехай $u'_x, u'_y,$

u'_z – компоненти вектора швидкості точки A в системі

K' . За визначенням $u'_x = \frac{dx'}{dt'}$, $u'_y = \frac{dy'}{dt'}$, $u'_z = \frac{dz'}{dt'}$. Швид-

кість точки A в системі відліку K має компоненти $u_x,$

u_y, u_z . Їх зв'язок можна знайти, продиференціювавши

співвідношення (13.9) по t . Для u_x отримаємо:

$$u_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d(x' + vt)}{dt} = u'_x + v.$$

Оскільки точка A рухається в напрямку осі x -ів для інших компонент матимемо:

$$u_y = \frac{dy}{dt} = \frac{dy'}{dt} = u'_y, \quad u_z = \frac{dz}{dt} = \frac{dz'}{dt} = u'_z.$$

Тому

$$\left. \begin{aligned} u_x &= u'_x + v, \\ u_y &= u'_y, \\ u_z &= u'_z. \end{aligned} \right\} \quad (13.10)$$

Формули (13.10) є Галілеєві формули перетворення швидкостей.

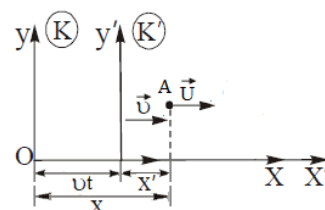


Рис. 13.6

Зверни увагу!

Формули перетворення Галілея (13.9) і (13.10) справедливі тільки при швидкостях значно, менших швидкості світла c .

Запитання 13.15. Що означають формули

$$\left. \begin{aligned} x' &= \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \\ y' &= y, \\ z &= z', \\ t' &= \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}}? \end{aligned} \right\} \quad (13.11)$$

де v – швидкість руху системи K' відносно системи K , c – швидкість світла.

Відповідь. Формули (13.11) – формули перетворень Ейнштейна. Вперше вони (в дещо іншій формі) були запропоновані Лоренцом в 1904 р. для пояснення від'ємного результату експерименту Майкельсона і для надання рівнянням Максвелла однакового вигляду у всіх інерціальних системах відліку. Через рік Ейнштейн вивів їх незалежно на основі своєї теорії відносності. Із формул (13.11) видно, що змінилася (в порівнянні з перетвореннями Галілея) не тільки формула перетворення координати x , але і формула перетворення часу t .

До речі...

Із останніх формул безпосередньо видно, як переплетені просторові і часові координати.

Запитання 13.16. За яких умов можна користуватися перетвореннями Галілея і за яких – перетвореннями Лоренца?

Відповідь. Класична механіка, де мають місце формули перетворень Галілея, має справу з швидкостями, набагато меншими за швидкість світла ($v \ll c$), внаслідок чого величина v^2 / c^2 набагато менша за одиницю ($v^2 / c^2 \ll 1$) а vx / c^2 набагато менше за t ($vx / c^2 \ll t$). Тому, нехтуючи членами v^2 / c^2 і vx / c^2 в формулах (13.11), замість них отримаємо:

$$\left. \begin{aligned} x' &= x - vt, \\ y' &= y, \\ z' &= z, \\ t' &= t \end{aligned} \right\} \quad (13.12)$$

Тобто отримано формули перетворень Галілея. Відмінність виявляється

лише при швидкостях v , близьких до швидкості світла. За цієї умови формули перетворень Галілея приходять в протиріччя з дослідними даними.

Запам'ятай!

Формули перетворень Галілея є лише першим наближенням до дійсності, вони справедливі лише при відносно малих швидкостях і повинні бути замінені формулами перетворень теорії відносності, які придатні і для областей де v близьке до швидкості світла, або:

Формули перетворень теорії відносності є більш загальним відображенням процесів природи, формули перетворень Галілея і закономірності класичної фізики, які пов'язані з ними, мають силу лише для швидкостей малих, в порівнянні зі швидкістю світла.

Запитання 13.17. В чому відмінність 1-ого постулату теорії відносності релятивістської фізики від принципу відносності в класичній фізиці?

Відповідь. Відмінність релятивістського принципу відносності від класичного в тому, що релятивістський принцип відносності поширюється на всі явища природи (механічні, електромагнітні і оптичні), в той час як класичний принцип відносності поширюється тільки на механічні явища.

Запитання 13.18. В чому відмінність швидкості передачі сигналів за класичною і релятивістською фізикою?

Відповідь. В класичній фізиці швидкість передачі сигналів вважається миттєвою. В релятивістській фізиці доведено, що існує максимальна кінцева швидкість поширення сигналів – швидкість поширення світла у вакуумі c . При цьому доведено, що в природі неможлива швидкість більша за швидкість світла у вакуумі. Максимальна швидкість стала і однакою у всіх інерціальних системах відліку.

Запитання 13.19. Як за допомогою уявних простих дослідів показати, що з постулатів спеціальної теорії відносності випливає відносність таких понять, як одночасність подій та проміжків часу між ними?

Відповідь. 1) Нехай система K' рухається відносно системи K зі сталою швидкістю v в напрямку осі x -ів (рис. 13.7). В деякій точці A на осі x' відбувається спалах світла, тобто із A в протилежних напрямках посилаються світлові сигнали. Розглянемо прихід сигналів в точки B і C в системі K' , які знаходяться на однакових відстанях від точки A . Оскільки швидкість світла не залежить від напрямку, ці події (прихід світлових сигналів в точки C і B в K') відбуваються одночасно.

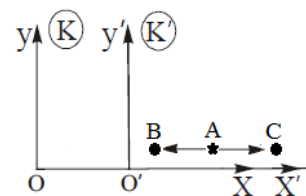


Рис. 13.7

Легко бачити, що ці ж події (прихід сигналів в точки B і C) не будуть одночасними в системі відліку K . Дійсно, у відповідності з постулатами спеціальної теорії відносності швидкість сигналів в системі K також не залежить від напрямку, але точка B рухається, відносно K назустріч сигналу, а точка C – від надісланого до неї сигналу (сигнал доганяє точку C). Тому з точки зору спостерігача в системі K сигналу, який поширюється з кінцевою швидкістю, прийдеться подолати більший шлях, щоб потрапити в точку C , ніж шлях до точки B і прихід сигналу в точку C відбудеться пізніше, ніж в точку B . Отже, поняття одночасності подій залежить від системи відліку. Класичне уявлення про абсолютний характер одночасності виявилось наближеним. Це виникло тому, що в буденному досліді ми маємо справу з рухами, швидкості яких малі в порівнянні зі швидкістю світла.

2) Виходячи із постулатів відносності можна легко, за допомогою простого уявного досліду, показати відносний характер проміжків часу між подіями і знайти закон їх перетворень при переході від однієї системи відліку в іншу. Нехай в системі K' , яка рухається в напрямку осі x -ів зі швидкістю v відносно системи K світловий імпульс від джерела S падає на дзеркало Z , а від нього на приймач Π (рис. 13.8). Час, на протязі якого світловий імпульс в системі K' пройде до дзеркала і приймача, буде рівний:

$$\tau_0 = \frac{2l}{c},$$

де l – відстань від джерела до дзеркала Z , c – швидкість світла.

Для спостерігача, який знаходиться в системі K (нерухомій системі), світлу прийдеться подолати більший шлях, щоб потрапити на дзеркало, а потім на приймач, хоча світло відносно системи K поширюється з тою ж самою швидкістю. В цьому випадку і дзеркало і приймач рухаються від надісланого до них світлового сигналу (рис.13.8). Для визначення τ можна скласти рівняння:

$$\frac{c\tau}{2} = \sqrt{l^2 + \left(\frac{v\tau}{2}\right)^2}.$$

Враховуючи, що $l = \frac{\tau_0 c}{2}$ знаходимо:

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

Тут τ_0 – власний час події, $\beta = v/c$.

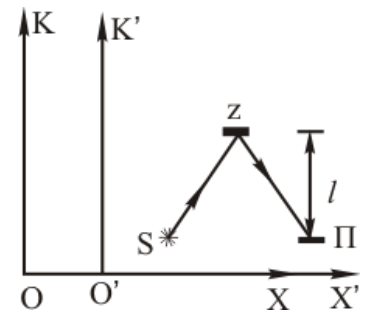


Рис. 13.8

Запитання 13.20. Покажіть, як із формул перетворення Лоренца впливає відносність поняття одночасності.

Відповідь. Нехай в системі K (нерухомій системі) в точках x_1 і x_2 відбуваються одночасно дві події в момент часу $t = t_1 = t_2$. Відповідно до формул (13.11) в системі K' цим подіям відповідають координати

$$x'_1 = \frac{x_1 - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad x'_2 = \frac{x_2 - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad (13.13)$$

і моменти часу

$$t'_1 = \frac{t_1 - \frac{v}{c^2} x_1}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad t'_2 = \frac{t_2 - \frac{v}{c^2} x_2}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (13.14)$$

Тут $\beta = v/c$, v – швидкість руху системи K' відносно K .

Із формул (13.13) і (13.14) видно, що у випадку, коли події в системі K відбуваються в одному і тому ж місці простору $x_1 = x_2$, то вони будуть співпадати і в просторі $x'_1 = x'_2$, і в часі $t'_1 = t'_2$ також і в системі K' (події будуть одночасні). Однак, якщо $x_1 \neq x_2$, а $t_1 = t_2$, тобто події просторово розділені і одночасні в системі K , то в системі K' відповідно (13.13) і (13.14) події також будуть просторово розділеними $x'_1 \neq x'_2$, але не будуть одночасними $t'_1 \neq t'_2$. Можна міркувати і навпаки: якщо дві одночасні події просторово розділені в системі K' , то вони є просторово розділеними і в системі K , але не є одночасними.

Запитання 13.21. Покажіть, як із формул перетворень Лоренца впливає ефект сповільнення часу.

Відповідь. Розглянемо подію, що відбувається в точці з координатою, яка є нерухомою відносно системи K' . Знайдемо тривалість цієї події в системі K (нерухомій) та K' (рухомій відносно системи K). Для системи K' це робиться так: оскільки початок і кінець події відбувається в одній і тій же точці (x'), то $\tau_0 = t'_2 - t'_1$, де t'_1 і t'_2 – покази годинника на момент початку і закінчення події відповідно. Час τ_0 називають **власним часом події**. Відносно системи K точка, в якій відбувається подія, переміщається: початок події відбувається в точці x_1 , а кінець – в точці x_2 . Причому $x_2 - x_1 = \tau v$, де τ – тривалість протікання події за годинником системи K , v – швидкість руху системи K' відносно K . Зв'язок між t'_1 і t_1 та t'_2 і t_2 знайдемо за формулами Лоренца (13.11):

$$t'_1 = \frac{t_1 - \frac{v}{c^2}x_1}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad t'_2 = \frac{t_2 - \frac{v}{c^2}x_2}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Тоді

$$\tau_0 = t'_2 - t'_1 = \frac{(t_2 - t_1) - \frac{v}{c^2}(x_2 - x_1)}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{\tau - \left(\frac{v}{c^2}\right)v\tau}{\sqrt{1-\beta^2}} = \tau\sqrt{1-\beta^2},$$

або

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1-\beta^2}}. \quad (13.15)$$

Тут $\beta = v/c$, $\tau = t_2 - t_1$ – час протікання події, виміряний за годинником системи K , тривалість події, вимірюваної за годинником рухомої системи K' , в якій відбувається подія, v – відносна швидкість руху систем координат K і K' .

Зверни увагу!

Із (13.15) видно, що тривалість події, виміряна за годинником, нерухомим відносно тіла (події), є меншою за тривалість тієї ж події, але вимірюваної за годинником, який рухається відносно тіла (події) $\tau_0 < \tau$ або:

Годинник, що рухається відносно інерціальної системи відліку, йде повільніше від годинника, що перебуває в стані спокою.

Розглядуваний релятивістський ефект сповільнення часу, як того вимагає рівноправність інерціальних систем відліку K і K' , є взаємним: з точки зору спостерігача K' , повільніше йде годинник, зв'язаний з системою K .

Запитання 13.22. Отримайте за допомогою формул перетворень Лоренца релятивістський закон перетворення просторових відстаней.

Відповідь. Нехай стержень, розміщений паралельно осі x -ів і знаходиться в стані спокою в системі K' (рис. 13.9). Відносно системи K стержень рухається зі швидкістю v . Довжина стержня в системі K' $l_0 = x'_2 - x'_1$ (власна довжина). Щоб визначити довжину стержня в системі K необхідно визначити одночасно координати кінців стержня x_1 і x_2 . Тоді $l = x_2 - x_1$. Відповідно формул Лоренца (13.11)

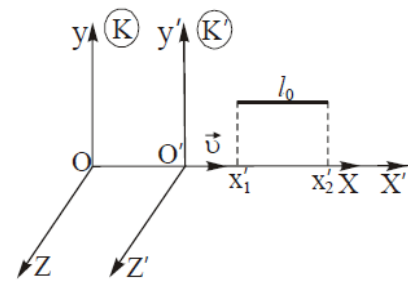


Рис. 13.9

$$x'_1 = \frac{x_1 - vt}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad x'_2 = \frac{x_2 - vt}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

звідки

$$x'_2 - x'_1 = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

або

$$l = l_0 \sqrt{1 - \beta^2}. \quad (13.16)$$

Тут $\beta = v/c$, v – швидкість рухомої системи K' разом зі стержнем відносно нерухомої K .

Зверни увагу!

Довжина стержня l , виміряна в системі, відносно якої стержень рухається, менша за довжину l_0 , виміряну в системі відносно якої стержень знаходиться в стані спокою.

Формула (13.16) називається **законом перетворень просторових відстаней**.

Релятивістський ефект скорочення довжини в силу рівноправності систем K і K' , є взаємним: з точки зору спостерігача систем K' коротшим буде стержень зв'язаний з системою K .

До речі...

Релятивістські ефекти сповільнення часу і скорочення довжини означають, що вимірюваний проміжок часу і вимірювана довжина залежать від відносного руху. Теорія відносності передбачає вплив руху спостерігача на результати вимірювань. Власний час і власна довжина, за визначенням абсолютні.

Запитання 13.23. Яка довжина тіла називається власною? Який фізичний зміст ефекту скорочення лінійних розмірів тіла?

Відповідь. Власною довжиною тіла називають довжину тіла в системі відліку, відносно якої тіло знаходиться в стані спокою. Ефект скорочення лінійних розмірів тіл спостерігається тільки в тих системах відліку, які рухаються одна відносно одної, а їх відносні швидкості близькі до швидкості світла у вакуумі. Скорочення розмірів тіл спостерігається в напрямку їх руху.

Якщо спостерігач знаходиться в нерухомій системі відліку K , то він помітить скорочення лінійних розмірів тіл в системі відліку K' , що рухається відносно системи K зі швидкістю, близькою до швидкості світла. Аналогічно, якщо спостерігач буде знаходитися в системі K' , яка рухається зі швидкістю, близькою до швидкості світла відносно системи K , то він помітить скорочення лінійних розмірів тіл в системі K . Лінійні розміри тіл визначаються за формулою:

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

де l_0 – власна довжина тіла, v – відносна швидкість систем відліку одна відносно одної, c – швидкість світла у вакуумі.

Запитання 13.24. Який час відліку називається власним? Який фізичний зміст ефекту сповільнення часу?

Відповідь. Проміжок часу, вимірний в системі відносно якої годинник є нерухомим, називають **власним часом**. Ефект сповільнення часу спостерігається тільки в тих системах відліку, які рухаються одна відносно одної зі швидкостями, близькими до швидкості світла у вакуумі.

Якщо спостерігач знаходиться в нерухомій системі відліку K , то він помітить, що час протікає повільніше в системі відліку K' , яка рухається відносно системи K зі швидкістю, близькою до швидкості світла. Аналогічно, якщо спостерігач буде знаходитись в системі K' , яка рухається зі швидкістю, близькою до швидкості світла, то він помітить сповільнення ходу годинника в системі K . Ефект сповільнення часу визначається за формулою

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

де τ_0 – власний час, v – відносна швидкість систем відліку, c – швидкість світла у вакуумі.

Запитання 13.25. Система відліку K , в якій знаходиться спостерігач, рухається зі швидкістю v по прямій, яка з'єднує джерела світла S_1 і S_2 (рис. 13.10). З якою швидкістю поширюються фотони повз спостерігача, які випромінюють рухомі джерела S_1 і S_2 ?

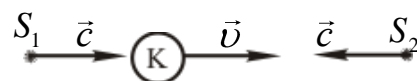


Рис. 13.10

Відповідь. Виходячи із 2-ого постулату Ейнштейна про сталість швидкості світла, швидкість фотонів, які йдуть від джерел світла S_1 і S_2 повз спостерігача в системі K однакова, незалежно від того, чи світлові фотони від джерела S_1 «доганяють» спостерігача, чи фотони від джерела S_2 поширюються «назустріч» йому. Постулат Ейнштейна говорить про те, що швидкість світла у вакуумі не залежить від руху джерела або спостерігача, тобто швидкість світла є стала. Отже, фотони повз спостерігача поширюються зі швидкістю світла c .

Запитання 13.26. Виведіть релятивістські формули перетворення швидкостей, використавши для цього перетворення Лоренца.

Відповідь. У класичній механіці швидкість тіла векторно додається до швидкості системи відліку (див. формули (13.12)). Для знаходження релятивістських формул перетворень (додавання) швидкостей обмежимося одновимірним випадком. Будемо вважати, що тіло в системі K' (рухомій) рухається зі швидкістю u' вздовж осі x -ів. Визначимо, якою буде швидкість цього тіла відносно системи K .

Нехай $u' = dx' / dt'$ – швидкість тіла в системі K' , де x' – координата, а t' – час в системі відліку K' , $u = dx / dt$ – швидкість тіла в системі K , де x і t – відповідно координата і час у системі K . Із формул перетворень Лоренца (13.11) маємо:

$$dx' = \frac{dx + v dt}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad dt' = \frac{dt - \frac{v}{c^2} dx}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

Розділивши перший вираз на другий, отримаємо:

$$\frac{dx'}{dt'} = \frac{dx + v dt}{\sqrt{1 - \beta^2}} \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{dt - \frac{v}{c^2} dx} = \frac{\frac{dx}{dt} + v}{1 - \frac{v}{c^2} \frac{dx}{dt}} = \frac{u + v}{1 - \frac{v}{c^2} u}.$$

Отже, релятивістська формула додавання швидкостей має вигляд:

$$u' = \frac{u + v}{1 - \frac{v u}{c^2}}, \quad u = \frac{u' - v}{1 + \frac{v u'}{c^2}}. \quad (13.17)$$

Тут u' і u – відповідно швидкості тіла в рухомій і нерухомій системах координат, v – відносна швидкість руху систем координат, $\beta = v / c$.

Зверни увагу!

При $v \ll c$ формули (13.17) переходять в класичний закон додавання швидкостей (див. формули перетворень Галілея (13.12)).

Із (13.17) видно, що якщо швидкості u' і v як завгодно близькі до швидкості світла c , але не перевищують її, то результуюча швидкість також буде меншою за c . Якщо $u' = c$, то як це видно із (13.17), $u = c$, тобто швидкість світла не залежить від швидкості руху системи і знаходиться у згоді з другим постулатом теорії відносності.

Запитання 13.27. Наведіть релятивістське пояснення результатів досліду Фізо по вимірюванню швидкості світла в рухомому середовищі(воді).

Відповідь. Результат досліду Фізо по вимірюванню швидкості світла в рухомій воді пояснюється законом додавання швидкостей. З приладом, зв'яжемо систему K , а з рухомою водою систему K' , тобто вода знаходиться в

стані спокою по відношенню до K' , тоді швидкість світла відносно води в системі K' буде $u' = c/n$, а швидкість течії води відносно приладу – v (раніше ми її позначали через u (див. відповідь на запитання 13.5)). Відповідно (13.17) швидкість світла відносно приладу буде дорівнювати

$$u = \frac{\frac{c}{n} + v}{1 + \frac{c}{n} \frac{v}{c^2}} = \frac{\frac{c}{n} + v}{1 + \frac{v}{cn}}. \quad (13.18)$$

Якщо $v \ll c$, то (13.18) набуде такого вигляду:

$$u = \frac{\frac{c}{n} + v}{1 + \frac{v}{cn}} = \left(\frac{c}{n+v} \right) \left(1 - \frac{v}{cn} \right) \approx \frac{c}{n} + v \left(1 - \frac{1}{n^2} \right)^2. \quad (13.19)$$

Такий самий результат дає і класична формула додавання швидкостей, в припущенні, що коефіцієнт захоплення ефіру дорівнює $\alpha = 1 - \frac{1}{n^2}$, тобто значенню, яке одержав Френель. Отже, **«френелівське» часткове захоплення ефіру, можна розглядати, як простий наслідок релятивістської кінематики.**

Запитання 13.28. Чи можна вважати релятивістське скорочення масштабів і сповільнення ходу годинників результатом динамічних процесів у масштабах і годинниках?

Відповідь. Ні. Не можна. Релятивістські ефекти скорочення довжини і сповільнення часу означають лише, що вимірюваний проміжок часу і вимірювана довжина залежать від відносного руху. Теорія відносності передбачає вплив руху спостерігача на результати вимірювань. Власний час і власна довжина, за визначенням, абсолютні. Для пояснення сповільнення часу і скорочення довжини немає необхідності шукати процеси або зміни в рухомих годинниках і рухомому стержні: ці ефекти безпосередньо впливають із аналізу самого процесу вимірювання.

Запитання 13.29. За яких умов перетворення Лоренца співпадають з перетвореннями Галілея?

Відповідь. Див. відповідь на запитання 13.15.

Запитання 13.30. Які ви ще знаєте релятивістські ефекти окрім релятивістського скорочення довжини, сповільнення ходу годинника та зміни швидкості?

Відповідь. В спеціальній теорії відносності добре встановлено, що такі величини, як довжина, інтервал і швидкість мають відносний характер. Пізніше

було встановлено, що відносними є і маса, імпульс, енергія тіла. У зв'язку з цим основне рівняння руху при великих швидкостях змінюється (має інший вигляд).

Запитання 13.31. Знайдіть закон релятивістської зміни маси тіла при його русі зі швидкістю близькою до швидкості світла.

Відповідь. Виходячи із другого закону Ньютона ($F = ma$) випливає, що, якщо на тіло діяти силою на протязі достатньо тривалого часу, то воно може набути будь-якої швидкості, навіть більшої за швидкість світла. Це протиріччя усувається, якщо врахувати, що прискорення не інваріантне відносно перетворень Лоренца, оскільки маса (поряд з довжиною і часом) також терпить релятивістську зміну, тобто вона є відносною величиною. І дійсно, Ейнштейн показав, що із збільшенням швидкості маса тіла зростає:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad (13.20)$$

де m_0 – маса спокою тіла (власна маса), тобто маса, виміряна в системі відліку, відносно якої тіло знаходиться в стані спокою, m – маса тіла, виміряна в системі відліку, відносно якої тіло рухається зі швидкістю v (релятивістська маса), $\beta = v/c$. Хід залежності m/m_0 від v/c відповідно (13.20) показано на рис. 13.11. Відношення m/m_0 помітно відрізняється від одиниці тільки при швидкостях v , близьких до c . Релятивістське збільшення маси було підтверджено в дослідах з елементарними частинками, які рухаються зі швидкостями, близькими до швидкості світла у вакуумі.

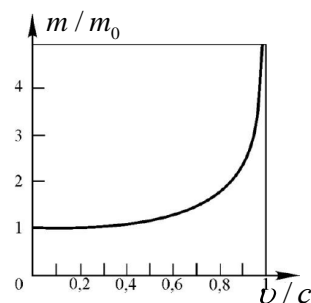


Рис. 13.11

Запитання 13.32. Запишіть закон релятивістської зміни імпульсу.

Відповідь. Оскільки $\vec{P} = m\vec{v}$, то релятивістська зміна маси призводить до зміни імпульсу. Якщо врахувати формулу (13.20), то для релятивістського імпульсу ми отримаємо:

$$\vec{P} = m\vec{v} = \frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad (13.21)$$

де $\beta = v/c$.

Зверни увагу!

В релятивістській області між імпульсом тіла і швидкістю вже немає прямої пропорційної залежності, а існує більш складна залежність, що виражається формулою (13.21).

Запитання 13.33. Як буде змінюватися прискорення тіла при дії на нього сталої сили при швидкостях, близьких до швидкості світла?

Відповідь. Прискорення тіла визначається другим законом Ньютона:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}.$$

При швидкостях, близьких до швидкості світла, маса тіла збільшуватиметься, тому при дії на тіло сталої сили, прискорення буде зменшуватися і при $v \rightarrow c$ маса $m \rightarrow \infty$, а прискорення $a \rightarrow 0$.

Запитання 13.34. Який фізичний зміст закону взаємозв'язку маси і енергії?

Відповідь. Закон взаємозв'язку маси і енергії виражається формулою

$$E = mc^2. \quad (13.22)$$

Цей закон говорить про те, що кожній одиниці маси відповідає строго певна кількість енергії і, навпаки, кожній одиниці енергії відповідає певна маса тіла. При будь-якій зміні енергії змінюється маса тіла і, навпаки, при зміні маси тіла змінюється його енергія. Зміна маси і енергії тіла виражається формулою

$$\Delta E = \Delta mc^2. \quad (13.23)$$

Запитання 13.35. Що визначає формула

$$E_k = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} - m_0 c^2 = mc^2 - m_0 c^2 = (m - m_0) c^2 = \Delta mc^2 ? \quad (13.24)$$

Відповідь. Формула (13.24) визначає кінетичну енергію тіла з масою спокою m_0 , яке рухається з швидкістю v . Перший член цієї формули $\frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$ – повна енергія рухомого тіла, $m_0 c^2$ – енергія спокою. Величини, які входять в формулу: m – релятивістська (рухома) маса, $\Delta m = m - m_0$ – релятивістська зміна маси, c – швидкість світла у вакуумі. У випадку малих швидкостей ($v \ll c$) формулу (13.24) можна перетворити наступним чином:

$$E_k \approx m_0 c^2 \left(\frac{1}{1 - \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}} - 1 \right) \approx m_0 c^2 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} - 1 \right) = \frac{m_0 v^2}{2}.$$

Це є класичний вираз для кінетичної енергії тіла.

Запитання 13.36. Що таке енергія спокою?

Відповідь. Будь-яке тіло володіє енергією уже завдяки своєму існуванню. Ця енергія прямо пропорційна масі спокою, тобто

$$E_0 = m_0 c^2.$$

Вона представляє собою внутрішню енергію тіла, яка називається її **енергією спокою**.

Запитання 13.37. Чому при нагріванні тіла не вдається виявити на досліді збільшення його маси?

Відповідь. Збільшення внутрішньої енергії тіла $\Delta E = \Delta u$ при нагріванні дуже мале в порівнянні з c^2 в формулі закону взаємозв'язку маси і енергії $\Delta m = \Delta E / c^2$, тому зміна маси тіла Δm така мала, що виявити цю зміну неможливо.

Запитання 13.38. Що таке власна і релятивістська маса тіла?

Відповідь. Маса тіла, виміряна в системі відліку, відносно якої тіло знаходиться в стані спокою, називається **власною масою або масою спокою**. Маса тіла, виміряна в системі відліку, відносно якої тіло рухається, називається **релятивістською (рухомою) масою**.

Запитання 13.39. Чи змінюється густина речовини (якщо змінюється, то як) при переході від однієї інерціальної системи до іншої?

Відповідь. Так. Змінюється. За означенням

$$\rho = \frac{m}{V}. \quad (13.25)$$

Якщо прийняти, що m і V є відповідно релятивістська маса

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad (13.26)$$

і релятивістський об'єм

$$V = V_0 \sqrt{1 - \beta^2}, \quad (13.27)$$

то ρ буде релятивістською густиною. Якщо врахувати (13.26) і (13.27), то отримаємо:

$$\rho = \frac{m_0}{V_0(1 - \beta^2)} = \frac{\rho_0}{(1 - \beta^2)}, \quad (13.28)$$

де $\rho_0 = m_0 / V_0$ – густина в системі координат відносно якої тіло знаходиться в стані спокою (власна густина), m_0 і V_0 відповідно власна маса і власний об'єм.

P.S

Спробуйте формулу (13.28) отримати самостійно. Бажано для тіл різної форми.

Запитання 13.40. Отримайте формулу, яка б зв'язувала повну енергію частинки з її імпульсом.

Відповідь. Для того, щоб знайти співвідношення між повною енергією E частинки і її імпульсом P скористаємось релятивістським виразом імпульсу

$$P = \frac{m\nu}{\sqrt{1 - \frac{\nu^2}{c^2}}}, \quad (13.29)$$

та енергії

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{\nu^2}{c^2}}}, \quad (13.30)$$

Виключивши із рівняння (13.29) швидкість $\left(\nu^2 = \frac{p^2 c^2}{m_0^2 c^2 - p^2} \right)$ і підставляючи її в рівняння (13.30), отримаємо вираз енергії частинки через імпульс:

$$E = c \sqrt{p^2 + m_0^2 c^2}. \quad (13.31)$$

Запитання 13.41. З'ясуйте суть ефекту Допплера в оптиці. Яка його відмінність від ефекту Допплера в акустиці?

Відповідь. У 1842 р. в «Працях чеського наукового товариства» появилася стаття професора із Праги Христіана Допплера «Про кольорове світло подвійних зірок і деяких інших небесних світил». В ній вперше було поставлено питання про вплив джерел світлових хвиль або спостерігача (приймача) на частоту, яка сприймається приладом або оком спостерігача. Передбачений чисто теоретично ефект, названий пізніше іменем Допплера, відноситься до будь-яких, незалежно від природи, хвиль. **Отже, під ефектом Допплера потрібно розуміти зміну частоти при переході від однієї системи відліку до іншої.**

В акустиці зміна частоти, обумовлена ефектом Допплера, визначається швидкостями джерела або приймача по відношенню до середовища, яке є носієм звукових хвиль. Для світлових хвиль особливого середовища, яке б служило переносником електромагнітних хвиль, не існує, тому доплерівський зсув частоти світлових хвиль визначається тільки відносною швидкістю джерела і приймача.

Запитання 13.42. Виведіть формулу зміни частоти світла в залежності від швидкості джерела відносно приймача і навпаки.

Відповідь. Нехай джерело електромагнітних хвиль зв'язано з рухомою системою координат K' , яка рухається відносно нерухомої системи K з швидкістю v паралельно осі x . З системою K зв'язаний приймач (рис. 13.12).

Рівняння плоскої хвилі, що випромінюється в напрямку до приймача в системі K має такий вигляд:

$$(13.32) \quad E(x', t') = E_0 \cos \left[2\pi\nu' \left(t' + \frac{x'}{c} \right) + \alpha' \right],$$

де ν' – частота коливань джерела, α' – початкова фаза. Рівняння цієї ж хвилі в системі K з якою зв'язаний приймач:

$$E(x, t) = E_0 \cos \left[2\pi\nu \left(t + \frac{x}{c} \right) + \alpha \right]. \quad (13.33)$$

Тут ν – частота світлової хвилі, яку реєструє приймач. До рівняння (13.33) можна прийти і шляхом заміни x' і t' на x і t , скориставшись перетвореннями Лоренца. Тоді

$$E(x, t) = E'_0 \cos \left[2\pi\nu' \left(\frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} + \frac{x - vt}{c\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right) + \alpha' \right]. \quad (13.34)$$

Останній вираз легко перетворити до вигляду:

$$E(x, t) = E'_0 \cos \left[2\pi\nu' \left(\frac{t - \frac{v}{c}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right) + \alpha' \right]. \quad (13.35)$$

Рівняння (13.35) описує в системі K ту ж саму хвилю, що і рівняння (13.33). Тому повинна виконуватися рівність:

$$\nu = \nu' \frac{1 - \frac{v}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (13.36)$$

Якщо позначити частоту ν' з якою коливається джерело через ν_0 , то формула (13.36) переписеться так:

$$\nu = \nu_0 \frac{1 - \frac{v}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \nu_0 \sqrt{\frac{1 - \frac{v}{c}}{1 + \frac{v}{c}}}. \quad (13.37)$$

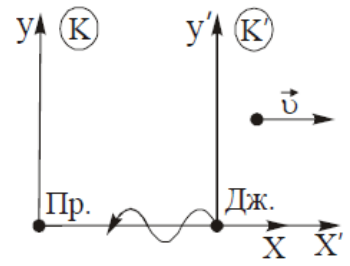


Рис. 13.12

Аналогічна формула отримується, якщо джерело зв'язати з системою K , а приймач – з системою K' . Формула (13.37) отримана для випадку, коли джерело віддаляється від приймача. Якщо джерело наближається до приймача, то формула (13.37) набуде такого вигляду:

$$\nu = \nu_0 \sqrt{\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}}} \quad (13.38)$$

Якщо формули (13.37) і (13.38) об'єднати, то отримаємо:

$$\nu = \nu_0 \sqrt{\frac{1 \mp \frac{v}{c}}{1 \pm \frac{v}{c}}} \quad (13.39)$$

Із формули (13.39) видно, що при віддаленні джерела від приймача (при $v > 0$) $\nu < \nu_0$, спостерігається так зване **червоне зміщення**, а при наближенні до джерела ($v < 0$) $\nu > \nu_0$ має місце так зване **фіолетове зміщення**.

У випадку коли $v \ll c$ формула (13.39) набуває такого вигляду:

$$\nu = \nu_0 \left(1 \mp \frac{v}{c} \right) \quad (13.40)$$

Із (13.40) знаходимо відносну заміну частоти

$$\frac{\Delta \nu}{\nu} = \mp \frac{v}{c}, \quad (13.41)$$

де $\Delta \nu = \nu - \nu_0$ – доплерівський зсув як функція v/c . Описаний ефект називають **лінійним ефектом Доплера**.

Запитання 13.43. Що виражає формула

$$\nu = \nu_0 \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 \mp \frac{v}{c} \cos \varphi} \quad (13.42)$$

Відповідь. Формула (13.42) визначає зміну частоти світлового випромінювання, якщо швидкість переміщення \vec{v} джерела утворює кут φ з прямою, яка сполучає джерело з приймачем (рис. 13.13,а). Якщо рухається приймач (спостерігач) під кутом φ до прямої, що сполучає джерело і приймач (рис. 13.13,б), то формула (13.42) дещо зміниться

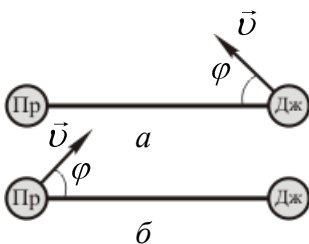


Рис. 13.13

$$\nu = \nu_0 \frac{1 \pm \frac{v}{c} \cos \varphi}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (13.43)$$

Якщо покласти, що $\varphi = 0$, то формули (13.42) і (13.43) можна об'єднати в одну, яка точно співпадає з формулою (13.39) для лінійного ефекту Доплера.

Запитання 13.44. Що таке поперечний ефект Доплера?

Відповідь. Якщо покласти, що $\varphi = \pi/2$ (джерело рухається під кутом 90° до лінії сполучення джерела і приймача (рис. 13.14.), то із формули (13.42) отримаємо:

$$\nu = \nu_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}. \quad (13.43)$$

Отже, ефект Доплера існує і в тому випадку, коли напрямок поширення світла утворює прямий кут з напрямком руху джерела (рис. 13.14). В цьому випадку ефект Доплера називають **поперечним**. Якщо (13.43) розкласти в ряд і обмежитись членами другого порядку по v/c , то отримаємо, що відносна зміна частоти дорівнює

$$(13.44) \quad \frac{\Delta \nu}{\nu_0} = -\frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2},$$

де $\Delta \nu = \nu - \nu_0$.

Зверни увагу!

Поперечний ефект Доплера – це ефект другого порядку відносно v/c ($\Delta \nu \approx v^2/c^2$), тоді, як і для поздовжнього ефекту характерна лінійна залежність величини зміщення від v/c .

В акустиці поперечного ефекту Доплера не спостерігається.

Запитання 13.45. Чи можна спостерігати явище Доплера, якщо рухоме джерело, випромінює суцільний спектр?

Відповідь. Ні. Не можна. Для спостереження явища Доплера необхідно, щоб джерело, яке рухається, випромінювало дискретний спектр, в якому вибирається певна лінія, положення якої, порівнюється з положенням тієї ж лінії в спектрі нерухомого джерела.

Запитання 13.46. Перерахуйте основні прояви і застосування ефекту Доплера в астрофізиці і спектроскопії.

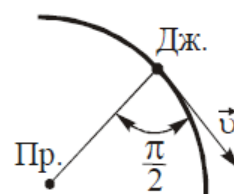


Рис. 13.14

Відповідь. 1) Одним із перших, хто правильно оцінив значення ефекту Допплера був відомий чеський математик Больцано. В одній із своїх робіт він писав: «**Я з усією впевненістю очікую, що ним (ефектом Допплера) будуть користуватися для з'ясування за зміною кольору небесних тіл, питань про те рухаються останні чи ні, куди і з якою швидкістю, які відстані віддаляють їх від нас і одне відносно одного, однаково, як і з'ясування багатьох інших питань**».

У 1848 р. після відкриття спектрального аналізу і встановлення тотожності хімічних елементів на Землі і небесних тілах, ефект Допплера став застосовуватися для визначення швидкостей небесних тіл. За зміщенням водневої лінії у спектрі Сіріуса відносно такої ж лінії в спектрі газорозрядної трубки, у 1868 р. була виміряна його радіальна швидкість.

2) Розщеплення спектральних ліній деяких зірок дозволило зробити висновки, що це зірки не одинарні, а подвійні. За допомогою ефекту Допплера можна визначити швидкості компонент і період обертання їх (подвійних зірок) навколо спільного центра мас.

3) У 1929 р. американський астроном Е. Хаббл зробив важливе відкриття в астрофізиці. Він встановив, що віддалені галактики розбігаються, причому їх швидкість v росте пропорційно відстані R до них у відповідності зі співвідношенням $v = HR$, яке отримало назву **закону Хаббла**. Було встановлено, що Всесвіт **розбігається**. У 1922 р. радянський вчений А.А. Фрідман побудував нестационарну космологічну модель розширення Всесвіту на основі загальної теорії відносності.

4) В спектроскопії ефект Допплера проявляється в тому, що хаотичний тепловий рух атомів або іонів, які випускають світло, призводить до розширення спостережуваних спектральних ліній. Допплерівська ширина лінії залежить від температури (\sqrt{T}), що використовується в методах вимірювання температури світлого газу.

Запитання 13.47. З якою швидкістю повинен рухатися автомобіль, щоб червоне світло світлофора ($\lambda_r = 0,7 \text{ мкм}$) водій сприйняв за зелене ($\lambda_g = 0,55 \text{ мкм}$) (анекдот про Вуда)?

Відповідь. Для знаходження швидкості автомобіля скористаємось формулою (13.40):

$$\nu_s = \nu_q \left(1 \pm \frac{v}{c} \right). \quad (13.45)$$

Оскільки автомобіль (приймач) наближається до джерела ($v < 0$) в формулі (13.45) в дужках буде стояти плюс. Тобто:

$$\nu_3 = \nu_4 \left(1 + \frac{v}{c}\right) = \frac{c}{\lambda_3} = \frac{c}{\lambda_4} \left(1 + \frac{v}{c}\right), \quad (13.46)$$

або

$$\lambda_4 = \lambda_3 \left(1 + \frac{v}{c}\right),$$

звідки

$$v = \frac{\lambda_4 - \lambda_3}{\lambda_4} c = \frac{0,7 - 0,55}{0,7} 3 \cdot 10^8 \frac{m}{c} \approx 6,4 \cdot 10^7 \frac{m}{c}. \quad (13.47)$$

Такої швидкості автомобіль досягти не може.

Запитання 13.48. Якою повинна бути швидкість частинки, щоб її кінетична енергія дорівнювала енергії спокою?

Відповідь. Кінетична енергія релятивістської частинки виражається формулою (13. 24):

$$E_k = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_0 c^2. \quad (13.48)$$

За умовою

$$E_k = m_0 c^2.$$

Тоді

$$\frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_0 c^2 = m_0 c^2. \quad (13.49)$$

Розв'язавши рівняння(13.49) відносно v , знаходимо, що

$$v = \frac{\sqrt{3}}{2} c. \quad (13.50)$$

Запитання 13.49. Дві події відбуваються в одному і тому ж місці і в один і той же час з точки зору одного спостерігача. Чи будуть ці події одночасними з точки зору іншого спостерігача, який рухається відносно першого?

Відповідь. Події, які просторово співпадають (тобто відбуваються в одному і тому ж місці) і є одночасними, вони будуть одночасними і в будь-якій іншій інерціальній системі (див. відповідь на запитання 13.20).

Запитання 13.50. Поясніть, чому дві події, одночасні з точки зору кожного із двох спостерігачів, які рухаються один відносно одного тільки в тому випадку, якщо в системі відліку кожного спостерігача ці події відбуваються в одній точці (в одному і тому ж місці).

Відповідь. Якщо дві події в одній із систем координат просторово розділені $x_1 \neq x_2$ (наприклад, в системі K) і одночасні $t_1 = t_2 = t$, то в іншій системі координат, (наприклад, в системі K' , що рухається відносно системи K) відповідно формул перетворень Лоренца (13.11) вони також будуть просторово розділеними $x'_1 \neq x'_2$, але неодноразовими (див. відповідь на запитання 13.20).

Запитання 13.51. Ефект сповільнення часу проявляється в тому, що «руханий годинник відстає». В дійсності, цей ефект немає нічого спільного з рухом годинника, що впливає на роботу часового механізму. Чим в такому разі обумовлений цей ефект?

Відповідь. Див. відповідь на запитання 13.28.

Запитання 13.52. Поясніть, як із формул, що описують скорочення довжини і сповільнення часу впливає, що c є гранична швидкість у Всесвіті.

Відповідь. Із формул, що описують сповільнення часу (13.15)

$$\tau = \frac{r_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (13.51)$$

і скорочення довжини (13.16)

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}, \quad (13.52)$$

видно, що сповільнення ходу годинника і скорочення довжини стають істотними лише при швидкостях v , що наближаються до швидкості світла у вакуумі. Окрім того, із формул (13.51) і (13.52) випливає, що v не може дорівнювати c бо довжина предмета дорівнювала б нулю, а знаменник в формулі (13.52) перетворився б в нуль, що також бути не може. Припущення, що $v > c$ суперечить здоровому глузду. Отже, швидкість системи не може перевищувати швидкості світла у вакуумі, яка є граничною швидкістю у Всесвіті (див. 2-ий постулат спеціальної теорії відносності).

Запитання 13.53. Розжарена до білого кольору залізна куля охолоджена до кімнатної температури. Чи змінилася маса кулі?

Відповідь. Змінилася, але зміна маси тіла при охолодженні (чи нагріванні) його дуже мала в порівнянні з c^2 , яке входить в формулу зв'язку енергії і маси $\Delta m = \Delta E / c^2$ і експериментально зміну маси при зміні внутрішньої енергії виявити неможливо. Проте, взаємне перетворення маси і енергії виявляється в ядерній фізиці і фізиці елементарних частинок при розпаді атомних ядер і окремих частинок. У великих масштабах енергія, яка виробляється на атомних

електростанціях, обумовлена зменшенням маси уранового палива в процесі поділу ядер урану. Сонце у вигляді електромагнітного випромінювання щосекунди втрачає в своїй масі $4 \cdot 10^9$ кг.

Запитання 13.54. Чи не суперечить формула Ейнштейна $E = mc^2$ закону збереження енергії? Поясніть.

Відповідь. Формула Ейнштейна $E = mc^2$ виражає математичний зв'язок між поняттями енергії і маси. Щоб ідея про існування подібного зв'язку мала смисл з практичної точки зору, маса повинна перетворюватися в енергію і навпаки. Це означає, що якщо маса є однією із форм енергії, то вона повинна бути здатна перетворюватися в інші форми енергії.

Так, наприклад, якщо на тіло з масою m_0 діє стала результуюча сила, то швидкість тіла зростає. Оскільки сила здійснює над тілом роботу то його енергія зростає. При цьому зростає і його маса. Повна енергія тіла в цьому випадку дорівнює $E = mc^2$. Якщо врахувати, що маса тіла змінюється згідно закону

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

то повна енергія тіла буде рівна:

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = mc^2. \quad (13.53)$$

Тут m_0 – маса спокою (власна маса), m – релятивістська маса, $m_0 c^2 = E_0$ – енергія спокою. Неважко побачити, що повна енергія дорівнює енергії спокою плюс кінетична енергія:

$$E = mc^2 = m_0 c^2 + E_k, \quad (13.54)$$

звідки

$$E_k = mc^2 - m_0 c^2 = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right). \quad (13.55)$$

Отже, згідно закону збереження енергії, робота, виконана над тілом (наприклад, частинкою), дорівнює її кінетичній енергії, оскільки в початковому стані частинка знаходиться в стані спокою.

Взаємне перетворення маси і енергії краще за все виявляється в ядерній фізиці і фізиці елементарних частинок при розпаді атомних ядер і перетвореннях елементарних частинок. У великих масштабах енергія, яка виробляється на

атомних електростанціях, обумовлена зменшенням маси ядерного палива у процесі. Променева енергія Сонця зменшує щосекунди його масу на $4 \cdot 10^9$ кг.

Запитання 13.55. Чи застосовна формула $E = mc^2$ до частинок, які рухаються зі швидкістю світла?

Відповідь. Ні! Не застосовна. Формулу $E = mc^2$ можна переписати так:

$$E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (13.56)$$

Із (13.56) видно, що зі збільшенням швидкості тіла його маса стає все більша і більша, а, значить, зростає і його енергія. Якщо б швидкість v частинки досягла швидкості світла c , то знаменник перетворився б в нуль а маса і енергія стали б нескінченними, що неможливо. Отже, формула $E = mc^2$ до частинок, які рухаються із швидкістю $v = c$ не застосовна.

Запитання 13.56. Якою є маса протона, який рухається зі швидкістю $v = 0,75c$ ($m_0^p = 1,6726 \cdot 10^{-27}$ кг).

Відповідь. Релятивістська маса протона:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1,6726 \cdot 10^{-27} \text{ кг}}{\sqrt{1 - (0,75)^2}} \approx 2,53 \cdot 10^{-27} \text{ кг}.$$

Запитання 13.57. За якої швидкості маса тіла стане вдвічі більшою маси спокою?

Відповідь. Згідно умови

$$\frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 2m_0 \Rightarrow 1 = 4 - \frac{4v^2}{c^2} \Rightarrow v = \frac{\sqrt{3}}{2}c.$$

$$v = 2,59807621 \frac{M}{c}.$$

14. Нелінійні процеси в оптиці

Запитання 14.1. Які оптичні явища називаються лінійними? З якими інтенсивностями світлових пучків має справу лінійна оптика? Якими диференціальними рівняннями описуються лінійні оптичні явища?

Відповідь. Оптичні явища, які підкоряються принципу суперпозиції, згідно з яким дві світлові хвилі не змінюються і не розсіюються при перетині в оптичному середовищі, називаються лінійними і становлять область лінійної оптики. Отже, оптика, яка розглядає лінійні оптичні явища, називається **лінійною оптикою**. Параметри оптичних середовищ у лінійній оптиці вважаються незалежними від інтенсивності світлових пучків. Якщо такі оптичні характеристики середовища, як показник заломлення і коефіцієнт поглинання не залежать від інтенсивності світла, то реакція середовища на електричне поле світлової хвилі описується лінійним рівнянням

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \alpha \vec{E}, \quad (14.1)$$

де \vec{P} – поляризація середовища, α – коефіцієнт пропорційності, який визначається тільки властивостями середовища і називається поляризованістю, \vec{E} – вектор напруженості електричного поля, ε_0 – електрична стала. Однак, рівняння (14.1) справедливе тільки при малих напруженостях поля світлової хвилі. Максимальна інтенсивність звичайних теплових джерел світла становить $10^3 - 10^6 \text{ Вт/м}^2$. Для таких пучків лінійне матеріальне рівняння (14.1) виконується з великою точністю. Лінійні оптичні явища описуються лінійними диференціальними рівняннями.

Запитання 14.2. Якими є максимальні напруженості електричного поля електромагнітних хвиль, випромінюваних класичними (тепловими) джерелами?

Відповідь. Середня (за часом) інтенсивність світла I пов'язана з амплітудою електричного поля E_0 і показником заломлення середовища n співвідношенням:

$$I = \frac{1}{2} cn \varepsilon_0 E_0^2, \quad (14.2)$$

де c – швидкість світла у вакуумі. Для середовища з $n = 1$ отримуємо з формули (14.2) оцінку для величини амплітуди електричного поля світлової хвилі

$$E_0 \approx 27,5 \sqrt{I}, \quad (14.3)$$

легко вирахувати максимальні значення електричного поля світлових хвиль від класичних джерел, вони складають від $\sim 10^3$ до 10^4 В/м .

Випромінювання з такими напруженостями електричного поля, взаємодіючи з речовиною, не змінює її макроскопічних властивостей і мікроскопічної структури. Подібні електричні поля є слабкими і можуть викликати лише лінійну електричну поляризацію, яка для ізотропних середовищ визначається формулою (14.1)

Зверни увагу!

В світлових пучках класичних (теплових) джерел оптичні характеристики середовища не залежать від інтенсивності випромінювання, отже такі світлові пучки не впливають на середовище.

Запитання 14.3. Якими інтенсивностями повинні володіти світлові пучки, щоб вони впливали на середовище, в якому вони поширюються?

Відповідь. Створені в 1960 році лазери володіють такою величезною інтенсивністю випромінювання, що напруженості їх електричних полів сягають $10^8 - 10^{10}$ В/м, які вже є сумірними з внутрішньоатомними полями: $10^9 - 10^{11}$ В/м в середовищі. В таких сильних полях змінюються не тільки властивості атомів і молекул, але і властивості матеріального середовища в цілому. В результаті виникає залежність оптичних характеристик середовища від інтенсивності випромінювання, яка призводить до принципово нових ефектів, які не існують в лінійній оптиці.

До речі...

Напруженість електричного поля в яскравих променях Сонця $\approx 10^3$ В/м.

Запитання 14.4. Як виражається поляризація середовища при взаємодії його зі світловими пучками, для яких характерні сильні електричні поля ($10^8 - 10^{10}$ В/м і більше)?

Відповідь. Електрична поляризація \vec{P} середовища при взаємодії з потужними світловими пучками вже не буде пропорційна \vec{E} (див. 14.1), а буде, взагалі кажучи, складною функцією напруженості електричного поля $\vec{P} = \vec{P}(\vec{E})$. Якщо величина поля ще невелика в порівнянні з внутрішнім полем в середовищі, то цю функцію можна розкласти по степенях складових вектора \vec{E} в ряд, обірвавши такий розклад на декількох перших членах. Тобто

$$P(E) = \varepsilon_0 \alpha E + \varepsilon_0^2 \beta E^2 + \varepsilon_0^3 \gamma E^3 + \dots, \quad (14.4)$$

де α , β , γ і т.д. – коефіцієнти, які визначаються властивостями середовища і називаються **поляризованостями (сприйнятливостями)**, причому α – лінійна поляризованість, β – квадратична, γ – кубічна і т.д. Отже, електрична поляризація однорідного середовища під впливом потужної світлової хвилі носить не-

лінійний характер, що призводить до виникнення нових явищ, які називаються **нелінійними оптичними явищами**. При нелінійній поляризації (див. формулу (14.4)) принцип суперпозиції вже не виконується, оскільки електричні поля впливають одне на одного і окрім того, взаємодіють з нелінійним середовищем.

Запитання 14.5. Які із оптичних властивостей середовищ змінюються під дією потужної світлової хвилі?

Відповідь. Під дією потужного випромінювання змінюється в першу чергу показник заломлення n середовища. Він стає функцією напруженості електричного поля світлової хвилі:

$$n(E) = n_0 + n_2 E^2 + \dots, \quad (14.5)$$

де n_0 – показник заломлення лінійного середовища, n_2 – параметр, який визначає нелінійні властивості речовини (середовища). Особливо ефективною є зміна показника заломлення при дії на середовище потужного випромінювання лазера. Важливим при цьому є те, що лазерний промінь має високий ступінь когерентності і монохроматичності, що дає можливість створити екстремально високі локалізовані поля в малих об'ємах. Більшість нелінійних оптичних явищ взагалі можна утворити тільки з когерентним світлом.

Запитання 14.6. Дайте визначення нелінійної оптики.

Відповідь. **Нелінійна оптика – оптика сильних полів. Або: нелінійна оптика – оптика достатньо інтенсивних світлових пучків. Або: нелінійна оптика – оптика багатоквантових процесів, де число квантів дорівнює або більше двох.** В даному випадку квантами можуть бути **фотони** – кванти світла в середовищі, **фонони** – кванти акустичних коливань атомів, іонів в середовищі, **плазмони** – кванти коливань густини зарядів у плазмі, **магнони** – кванти спінових хвиль тощо.

До речі...

*Перші нелінійні явища, які викликані зміною показника заломлення, були відкриті ще в кінці XIX ст. Це – **ефект Керра** – виникнення подвійного променевого заломлення в ізотропному середовищі під дією електричного поля, **обернений ефект Зеемана** – розщеплення спектральних ліній поглинання під впливом магнітного поля, **ефект Фарадея**, **ефект Коттона-Мутона** тощо.*

Запитання 14.7. Одне із визначень нелінійної оптики: «**Нелінійна оптика – оптика багатоквантових процесів, де число квантів (фотонів) дорівнює або більше двох**». Як потрібно розуміти таке визначення?

Відповідь. Дане визначення ґрунтується на квантовій теорії, робиться акцент не на інтенсивності взаємодіючих хвиль, а на кількості квантів, які беруть

участь в елементарному акті нелінійної взаємодії. Наприклад, при звичайних інтенсивностях світла поглинання фотона частоти ν відбувається за умови, що його енергія $h\nu$ співпадає з різницею енергій між рівнями $E_2 - E_1$ квантової системи (атома, молекули). Ці частоти часто називають резонансними. В цьому випадку в елементарному акті взаємодії світла з речовиною поглинається один фотон. При великих густинах енергії можуть поглинатися одночасно два і більше квантів (фотонів). Може мати місце поглинання не тільки частоти $\nu_0 = (E_2 - E_1)/h$, але також і частот $\nu_0/2$, $\nu_0/3$ і т. д. При поглинанні світла частоти $\nu_0/2$ середовищем з резонансною частотою ν_0 називають **двофотонним поглинанням**, поглинання світла з частотою $\nu_0/3$ – **трифотонним** і т.д. В загальному таке поглинання називають **багатофотонним**.

Багатофотонне поглинання може відбуватися і в світловому полі двох монохроматичних джерел. Для цього повинна задовольнятися умова:

$$\nu_1 + \nu_2 = \frac{(E_2 - E_1)}{h}.$$

Якщо ця умова виконується, то спостерігається поглинання випромінювання обох частот. Для цього не обов'язково, щоб ці випромінювання були великої потужності. Тут відіграє роль сумарна інтенсивність. Цікаво, що один із пучків може бути лазерного, а інший не лазерного походження. До речі, в експериментах з сфокусованими лазерними пучками досягаються такі високі густини світлової енергії, що стають доступними процеси, в яких атом одночасно поглинає до 7 – 8 фотонів.

Запитання 14.8. Відомо, що закон поглинання світла ($I = I_0 e^{-\alpha x}$) справджується тільки в певних межах інтенсивностей падаючого світла. Чим пояснюється, що, починаючи з певного значення інтенсивності світла, поглинання світла зменшується при збільшенні його інтенсивності (досліди С.І. Вавилова і В.А. Левшина)?

Відповідь. Детальне вивчення поглинання світла діелектриками С.І. Вавиловим та В. А. Левшиним привели їх до виявлення відхилення від закону Бугера-Ламберта і до встановлення залежності коефіцієнта поглинання від інтенсивності світла. Це явище легко пояснює квантова теорія. При поглинанні світла частина молекул діелектрика переходить у збуджений стан і їх участь у поглинанні змінюється. Якщо таких молекул мало і середній час їх життя у збудженому стані малий ($\approx 10^{-8}$ с), то закон поглинання справджується. Але якщо інтенсивність світла велика і час життя великий ($\approx 10^{-4}$ с), то коефіцієнт поглинання зменшується із зростанням I_0 . В таких речовинах виникає перенасиченість збуджених рівнів молекул (атомів) і поглинання такими молекулами (ато-

мами) світла зменшується. Якщо під дією потужного світлового пучка більшість молекул (атомів) середовища перейдуть у збуджений стан, то таке середовище перестане поглинати зовнішнє випромінювання. Мало того, таке середовище може самостійно стати джерелом випромінювання. Щоправда, не будь-яке середовище може виконувати таку роль.

Запитання 14.9. Поясніть виникнення **ефекту насиченості**, використовуючи просту модель поглинаючого середовища. Чим пояснюється сповільнення росту поглинання при збільшенні інтенсивності зовнішнього випромінювання?

Відповідь. Перший нелінійний ефект був відкритий С.І. Вавиловим і В.А. Левшиним ще у 1925 р.. Було доведено, що із збільшенням інтенсивності світла коефіцієнт поглинання уранового скла зменшується (див. відповідь на запитання 14.8). Причина цього криється у виникненні **нелінійного ефекту насичення**, який обумовлюється вирівнюванням населеностей двох енергетичних рівнів, між якими відбуваються квантові переходи з поглинанням і випусканням світла. При великій інтенсивності падаючого світла, окрім релаксаційних спонтанних переходів з випромінюванням, відбуваються і вимушені переходи з випромінюванням під дією зовнішнього випромінювання, внаслідок чого атоми (молекули) переходять в основний стан. Із збільшенням інтенсивності падаючого світла ріст потужності, що поглинається, сповільнюється і вона наближається до деякої межі, яка визначається швидкістю, з якою збуджені атоми віддають надлишок енергії оточуючому середовищу.

Запитання 14.10. В чому основна відмінність закономірностей багатофотонного поглинання і багатофотонного фотоефекту від закономірностей відповідних однофотонних явищ?

Відповідь. Однофотонні явища мають місце у випадку взаємодії мало інтенсивних світлових пучків з середовищем. Якщо енергія фотона дорівнює різниці енергій рівнів квантової системи (наприклад, атома), то він може нею поглинатися. Тому середовище для таких світлових пучків є непрозорим. Якщо з таким середовищем взаємодіє потужний світловий пучок, то за рахунок ефекту насичення воно стає непрозорим. При великих густинах випромінювання спостерігається так зване багатофотонне поглинання. Імовірність поглинання n фотонів (n може сягати до 7 – 9) пропорційна добутку інтенсивностей пучків з частотами ν_1, ν_2 і т.д. Поряд з багатофотонним поглинанням існує багатофотонний фотоефект. Сьогодні в лазерних пучках досягають таких густин світлової енергії, що стають досяжними для спостереження процесів, в яких атом одночасно поглинає до 7 – 8 фотонів. В результаті можна здійснити фотоіоніза-

цію атома світлом малої частоти, тобто в інтенсивних світлових пучках зникає червона межа фотоефекту на окремому атомі. Зауважимо, що при однофотонному фотоефекті його можна здійснити (тобто іонізувати атом) тільки за умови, якщо енергія фотона не менша енергії іонізації атома ($E_f \geq h\nu_{cp} \geq E_i$, де ν_{cp} – червона межа фотоефекту на окремому атомі. (Див. відповідь на запитання 14.7 і 14.9).

Запитання 14.11. Чому деякі нелінійні оптичні ефекти (від’ємне поглинання, багатофотонне поглинання, багатофотонний фотоефект) називаються некогерентними?

Відповідь. Названі в запитанні нелінійні оптичні ефекти відносяться до некогерентних, оскільки в різних ділянках середовища вони розвиваються здебільшого незалежно і не зв’язані з передачею нелінійного збудження від однієї точки середовища до іншої. Перевага лазерного випромінювання для їх спостереження обумовлена його великою потужністю, а роль високої просторової когерентності зводиться лише до можливості фокусування на ділянці малого розміру для отримання великих густин енергії.

Запитання 14.12. Які фізичні причини виникнення вторинних хвиль з кратними частотами (2ω , 3ω , ...)?

Відповідь. Діюче на атом або молекулу середовища електричне поле світлової хвилі викликає зміщення зарядів (електронну поляризацію), що призводить до появи у атома або молекули індукованого дипольного моменту. Цей дипольний момент пропорційний напруженості поля хвилі при не дуже великих її значеннях. В такому наближенні поляризованість атома (або молекули) a , значить, i , всі оптичні характеристики середовища не залежать від інтенсивності світлової хвилі. Але в інтенсивних лазерних світлових пучках напруженість електричного поля співрозмірна з внутрішньоатомними електричними полями, і зв’язок індукованого дипольного моменту з напруженістю поля уже не буде лінійним. У випадку, який відповідає лінійній поляризованості атома (або молекули), допускається квазіупругий характер сили, під дією якої зміщується (коливається) електрон, і вона містить член з $\cos \omega t$, тобто вона залежить від частоти падаючого світла. У другому випадку (випадок нелінійної поляризації), вимушуюча сила в диференціальному рівнянні руху електрона містить, окрім $\cos \omega t$, гармонічні складові з подвоєною і потроєною частотами.

Здійснюючий коливання оптичний електрон атома (молекули) середовища стає джерелом вторинних хвиль. Вимушені коливання електрона під дією падаючої хвилі з подвоєною і потроєною частотами призводять до генерації в середовищі світлових хвиль з частотами, кратними частоті падаючої на середо-

вище хвилі. Це означає, що в сильних електричних (оптичних) полях порушується один із основних принципів лінійної оптики – незмінність частоти світла при переході з одного середовища в інше. Вважалося, що частота задається процесами в джерелі світла, зокрема, частотою коливань оптичного електрона в атомі і не змінюється при зміні умов поширення. Однак, при виконанні певних умов, зміна характеру коливань оптичного електрона прозорого середовища дозволяє отримати подвоєні і потроєні частоти прохідного світла.

Запитання 14.13. Якими причинами може бути обумовлена залежність показника заломлення від інтенсивності світла?

Відповідь. Вимушений рух електронів середовища в полі світлової хвилі макроскопічно проявляється у виникненні поляризованості середовища, яка складається із індукованих електричним полем хвилі дипольних моментів окремих молекул. Однак, за спеціальних умов, ці дипольні моменти, окрім лінійного члена, пропорційного напруженості електричного поля світлової хвилі, містять члени, пропорційні більш високим степеням напруженості (див. формулу 14.4). Тому, в сильних світлових полях поляризованість середовища нелінійна. Нелінійність поляризованості виникає за рахунок зміни характеру руху оптичних електронів при дії на них сильних електричних полів. Електронний механізм виникнення нелінійності переважає в твердих тілах. Однак, залежність оптичних характеристик може бути обумовлена не тільки впливом поля хвилі на поляризованість атома (молекули), але і впливом на концентрацію молекул. Ці фактори відіграють головну роль в рідинах і аморфних тілах.

Одна із причин локальних змін концентрації молекул під дією світлової хвилі зв'язана з **електрострикцією**. Електричне поле в діелектрику створює всебічний тиск, пропорційний квадрату напруженості поля. В результаті стиску виникають локальні зміни густини середовища (концентрації молекул), а тим самим і її оптичних характеристик, зокрема, показника заломлення.

Якщо молекули середовища анізотропні, то при відсутності електричного поля всі орієнтації молекул рівноімовірні і середовище в цілому ізотропне. При накладанні на таке середовище електричного поля молекули середовища орієнтуються за полем і середовище стане анізотропним. В результаті, середовище виявиться двозаломлюючим (ефект Керра), причому добавки до показників заломлення n_0 і n_e пропорційні інтенсивностям світла.

Отже, причинами зміни показника заломлення може бути виникнення локальних змін густини середовища під дією електричного поля інтенсивних світлових пучків та орієнтуюча дія на анізотропні молекули електричного поля електромагнітного випромінювання.

Запитання 14.14. В чому суть ефекту оптичного детектування?

Відповідь. Розглянемо один із нелінійних ефектів, який обумовлений квадратичною поляризованістю. Для цього скористаємось співвідношенням (14.4), обмежившись тільки першими двома його членами:

$$P(E) = \varepsilon_0 \alpha E + \varepsilon_0^2 \beta E^2. \quad (14.6)$$

В полі монохроматичної хвилі $E = E_0 \cos(\omega t - kz)$ з частотою ω поляризованість матиме вигляд:

$$P(E) = \varepsilon_0 \alpha E_0 \cos(\omega t - kz) + \frac{1}{2} \varepsilon_0^2 \beta E_0^2 + \frac{1}{2} \varepsilon_0^2 \beta E_0^2 \cos(2\omega t - 2kz). \quad (14.7)$$

Другий член тут не залежить від часу. Це означає, що в нелінійному середовищі при проходженні через нього інтенсивної світлової хвилі виникає статична поляризованість, яка створює постійне (стале) електричне поле, як між пластинками плоского конденсатора. Цей ефект отримав назву **оптичного детектування**, оскільки він аналогічний випрямленню змінного електричного струму і знаходить застосування в детекторах потужних світлових пучків. В детекторі «прохідного» типу вимірюється напруга на обкладинках конденсатора, нанесених на бокові грані нелінійного кристала, яка виникла при проходженні через нього лазерного імпульсу. Цікавим при цьому є те, що кристал майже не поглинає випромінюваний пучок світла.

Зверни увагу!

Детектуванню світла можна дати і таке визначення: це нелінійне перетворення оптичного випромінювання видимого і ІЧ-діапазонів в електричний сигнал у вигляді послідовності одноелектронних імпульсів, які несуть інформацію про параметри оптичного випромінювання (інтенсивність, частоту, фазу).

Детектори світла застосовуються в системах оптичного зв'язку, оптичної локації, оптичної обробки інформації, в спектроскопії, інтерферометрії тощо.

Запитання 14.15. В чому суть генерації другої гармоніки? Як змінюється інтенсивність другої гармоніки в залежності від відстані, пройденої хвилею в нелінійному середовищі? Що називають когерентною довжиною і який її фізичний зміст?

Відповідь. Із (14.7) видно (див. відповідь на запитання (14.14)), що завдяки квадратичній поляризації в нелінійному середовищі, поряд із світловою хвилею з частотою ω , з'являється також нова хвиля з подвоєною частотою $\omega_2 = 2\omega$. Подвоєння частоти і є генерація другої гармоніки.

Другу гармоніку розглядають як таку, що існує у вигляді двох хвиль, названих вимушеною і вільною, з частотою 2ω . Фазова швидкість вимушеної хвилі співпадає з швидкістю поширення вихідної хвилі з частотою ω . Друга хвиля (вільна) поширюється з фазовою швидкістю $v_2 = \frac{c}{n(2\omega)}$. Додавання хвиль з однаковою частотою 2ω , але з різними фазовими швидкостями, дає хвилю, амплітуда напруженості якої періодично залежить від x (де x – напрямок поширення хвилі), тобто від глибини проникнення хвилі в нелінійне середовище. Інтенсивність перетворюється в нуль при $\left(\frac{k_2(2\omega)}{2} - k(\omega)\right)x = m\pi$, де m – ціле число. В таких точках вторинні хвилі з частотою 2ω , випромінені різними точками середовища, гасять одна одну в результаті інтерференції. Оскільки $\frac{k_2(2\omega)}{2} - k(\omega) = [n(2\omega) - n(\omega)]\frac{\omega}{c}$, то цю умову можна записати у вигляді $x = 2mL_{\text{ког}}$, де відстань $L_{\text{ког}} = \left(\frac{\lambda}{4}\right)[n(2\omega) - n(\omega)]$ називають **когерентною довжиною**. На інтервалі від 0 до $L_{\text{ког}}$ фазові співвідношення такі, що енергія від вихідної хвилі передається другій гармоніці, а на інтервалі $L_{\text{ког}}$ до $2L_{\text{ког}}$ – повертається до вихідної хвилі. Цей процес періодично повторюється в міру поширення вихідної хвилі в нелінійному середовищі.

Запитання 14.16. Хто, коли і як вперше здійснив генерацію другої гармоніки?

Відповідь. Генерація другої гармоніки лазерного випромінювання була здійснена П. Франкеном у 1961 р. при проходженні імпульсу випромінювання рубінового лазера ($\lambda = 6943\text{Å}$) через пластинку кварцу.

На рис. 14.1 наведено типову схему експерименту для спостереження

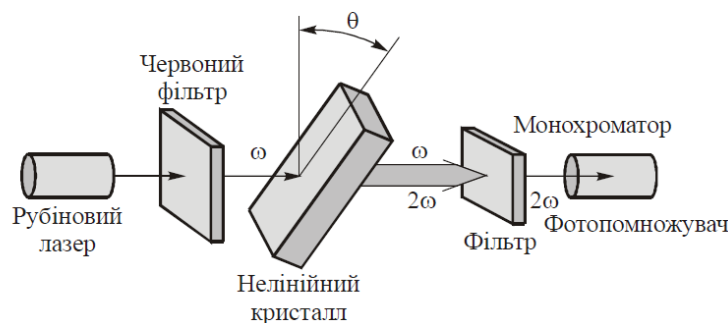


Рис. 14.1

другої гармоніки. Випромінювання другої гармоніки ($\lambda = 3471,5\text{Å}$) відповідає ближній ультрафіолетовій ділянці спектра. Вимірювання показали, що коли довжина шляху променя в нелінійному середовищі (вона залежить від нахилу

кристала до осі лазера), дорівнює непарному числу довжин $L_{\text{коз}}$ (див. відповідь на запитання 14.15), інтенсивність другої гармоніки на виході із кристала максимальна (рис. 14.1).

Коефіцієнт перетворення енергії основного пучка в енергію другої гармоніки в дослідах Франкена був дуже малий ($\approx 10^{-8}$). Для кварцу у випадку $\lambda = 6943 \text{ \AA}$, $n(2\omega) - n(\omega) = 0,025$ і $L_{\text{коз}} = 10\lambda = 0,69 \cdot 10^{-2} \text{ мм}$, тобто відстань, на якій енергія основного пучка передається другій гармоніці дуже мала, всього лише кілька довжин хвиль.

Запитання 14.17. Назвіть шляхи збільшення інтенсивності оптичних гармонік?

Відповідь. Збільшити інтенсивність другої гармоніки можна кількома шляхами:

- використання гігантських лазерних імпульсів з великою інтенсивністю випромінювання, що падає на речовину, в якій генерується друга гармоніка;
- використання сильних нелінійних середовищ з великою поляризованістю;
- третій шлях запропонували у 1962 р. Мейкер і Техьюн: це метод узгодження показників заломлення основного пучка і другої гармоніки.

Коли показники заломлення на частотах ω і 2ω однакові, когерентна довжина $L_{\text{коз}}$ перетворюється в нескінченність. В цьому випадку протягом всього шляху в нелінійному середовищі спостерігається перехід енергії від вихідної хвилі до другої гармоніки. Так відбувається тому, що при $n(2\omega) = n(\omega)$, тобто $k(2\omega) = 2k(\omega)$, вихідна хвиля, яка створює нелінійну поляризованість середовища на частоті 2ω , і випромінювані середовищем на цій частоті вторинні хвилі поширюються з однаковою фазовою швидкістю і фазові співвідношення між ними всюди однакові. Все нелінійне середовище діє як об'ємна фазова решітка елементарних диполів з максимумом випромінювання в напрямку поширення. Умову $n(2\omega) = n(\omega)$, або $\varepsilon(2\omega) = \varepsilon(\omega)$, або $k(2\omega) = 2k(\omega)$ називають **фазовим** або **просторовим синхронізмом**. При виконанні умови фазового синхронізму відбувається просторове накопичення ефекту обміну енергією, і інтенсивність другої гармоніки пропорційна квадрату товщини нелінійного середовища. Зрозуміло, що її енергія береться із вихідної хвилі і тому все сказане вище справедливе тільки для $I_2 \ll I$.

Запитання 14.18. В чому суть внутрішньорезонаторного методу подвоєння частоти лазерного випромінювання?

Відповідь. Генерація другої гармоніки в нелінійних кристалах використовується для перетворення інфрачервоного випромінювання потужних ла-

зерів у видиме. Однак, при виконанні умови фазового синхронізму вдається отримати *ККД* перетворення біля 20–30 %. Збільшити *ККД* перетворення можна, помістивши нелінійний кристал всередину лазерного резонатора. На торцеві поверхні нелінійного кристала наносяться просвітлюючі покриття, між якими багато разів проходить основне випромінювання, а оскільки інтенсивність I_2 другої гармоніки пропорційна квадрату інтенсивності I_0 вихідного випромінювання ($I_2 \sim I_0^2$), то кристал перетворює енергію вихідного пучка в другу гармоніку, яка практично повністю покидає резонатор. При оптимальному узгодженні оптичних елементів можна забезпечити вихідне випромінювання лазера тільки на частоті другої гармоніки (*ККД* $\approx 99,9\%$).

Запитання 14.19. Як пояснює механізм утворення другої гармоніки в нелінійному кристалі квантова механіка?

Відповідь. З квантової точки зору, генерацію другої гармоніки можна розглядати як процес злиття двох фотонів зовнішнього випромінювання в один з подвоєною частотою другої гармоніки. Подвоєння частоти $\omega_2 = 2\omega$ відповідає збереженню енергії в елементарному акті, оскільки енергія фотона другої гармоніки $\hbar\omega_2$ дорівнює сумарній енергії двох вихідних фотонів $2\hbar\omega$. Умові просторового синхронізму $k(2\omega) = 2k(\omega)$ відповідає збереження імпульсу $\hbar k(2\omega) = 2\hbar k(\omega)$.

Запитання 14.20. За яких умов можлива генерація третьої гармоніки в нелінійному середовищі?

Відповідь. Генерацію третьої гармоніки в нелінійному середовищі можна отримати за рахунок кубічної поляризованості (сприйнятливості) у формулі (14.4). Вихідне випромінювання з частотою ω створює в нелінійному середовищі поляризованість на потроєній частоті 3ω . Елементарні вторинні хвилі третьої гармоніки, які випускаються різними елементами об'єму середовища, будуть мати всюди однакові фазові співвідношення із збуджуючою їх хвилею поляризованості при співпаданні показників заломлення на частотах ω і 3ω . Однак, тут виникає серйозна проблема, яка пов'язана з малим значенням кубічної поляризованості, що змушує застосовувати дуже інтенсивне вихідне випромінювання, інтенсивність третьої гармоніки пропорційна кубу інтенсивності вихідного випромінювання.

Запитання 14.21. В чому суть явищ змішування частот в нелінійному середовищі?

Відповідь. При поширенні в середовищі двох монохроматичних хвиль з частотами ω_1 і ω_2 в спектрі вимушених коливань оптичних електронів внаслідок

док квадратичної поляризації, яка може виникнути в кристалах без центра симетрії, поряд з основними і кратними частотами з'являються сумарні ($\omega_1 + \omega_2$) і різницеві ($\omega_1 - \omega_2$) частоти. Ці процеси аналогічні генерації другої гармоніки (див. відповідь на запитання 14.15). Генерація другої гармоніки є частинним випадком процесу генерації сумарної частоти, коли частоти ω_1 і ω_2 , що додаються однакові, і беруться від одного джерела.

Запитання 14.22. Який практичний інтерес представляє явище змішування частот у нелінійному середовищі?

Відповідь. Практичний інтерес процесів генерації сумарних і різницевих частот обумовлений тим, що, змішуючи випромінювання двох лазерів в нелінійному середовищі, можна отримати когерентне випромінювання в області спектра, відмінного від вихідного, тобто розширити діапазон випромінювання різних частот. Це дає можливість проникнути як в інфрачервону, так і в ультрафіолетову ділянки спектра.

Інше важливе застосування процесу додавання частот пов'язане з можливістю створення чутливих і мало інерційних детекторів інфрачервоного випромінювання. Якщо у вихідній ділянці ($\lambda \approx 500 \text{ нм}$) фотопомножувачі дозволяють реєструвати потоки порядку ста фотонів за 1 с , то в області $\sim 10 \text{ мкм}$ для надійної реєстрації існуючими приймачами необхідні потоки 10^8 фотонів за 1 с . Тому можливість перетворення інфрачервоного випромінювання у видиме, навіть з відносно невеликою ефективністю, є дуже привабливим.

Запитання 14.23. В чому суть явища параметричного підсилення світла в нелінійному середовищі? Яку роль тут відіграє умова просторового синхронізму?

Відповідь. Нелінійні оптичні явища в кристалах дозволяють генерувати випромінювання з плавною перебудовою частоти в широкому діапазоні спектра. Принцип такого перетворення був вказаний у 1962 р. С.А. Ахмановим і Р.В. Хохловим (Московський університет). Суть його полягає в наступному. Якщо в нелінійному середовищі поширюються три світлові хвилі, дві з яких слабкі з частотами ω_1 і ω_2 , а третя, потужна з частотою ω_n , яку називають **хвилею накачування** (причому тут повинна виконуватися умова, що $\omega_n = \omega_1 + \omega_2$), то взаємодія сильної хвилі накачки з частотою ω_n і слабкої хвилі з частотою ω_1 за рахунок квадратичної поляризації (див. формулу (14.4)) призводить до появи різницевої частоти $\omega_2 = \omega_n - \omega_1$. При виконанні векторної умови просторового синхронізму $\vec{k}_2(\omega_2) = \vec{k}_n(\omega_n) - \vec{k}_1(\omega_1)$ вторинні хвилі, які поляризуються в напрямку \vec{k}_2 , з частотою ω_2 , випромінювані у всьому об'ємі нелінійного середовища,

додаються синфазно. В результаті енергія потужної хвилі накачки з частотою ω_n ефективно передається слабкій хвилі з частотою $\omega_2 = \omega_n - \omega_1$, підсилюючи її.

Все вище сказане стосується і слабкої хвилі з частотою ω_1 . При виконанні векторної умови просторового синхронізму $\vec{k}_1(\omega_1) = \vec{k}_n(\omega_n) - \vec{k}_2(\omega_2)$, випромінювані вторинні хвилі з частотою ω_1 в напрямку вектора \vec{k}_1 у всьому об'ємі нелінійного середовища додаються синфазно. В результаті енергія потужної хвилі з частотою ω_n ефективно передається хвилі з частотою $\omega_1 = \omega_n - \omega_2$, викликаючи її підсилення.

Отже, поширення в нелінійному середовищі трьох хвиль із зв'язаними частотами ($\omega_n = \omega_1 + \omega_2$) супроводжується обміном енергією між ними. Це явище отримало назву **параметричного підсилення світла**.

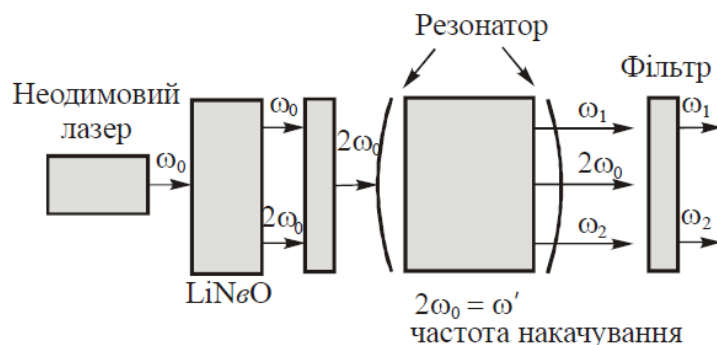
Запитання 14.24. Як пояснюється явище параметричного підсилення світла з точки зору квантових уявлень?

Відповідь. З точки зору квантових уявлень параметричне підсилення можна розглядати, як процес вимушеного розпаду фотона з енергією $\hbar\omega_n$ на два фотони з енергіями $\hbar\omega_1$ і $\hbar\omega_2$. Тому, при проходженні деякої відстані в нелінійному середовищі, збільшення фотонів випромінювання з частотами ω_1 і ω_2 однакове і дорівнює зменшенню густини потоку фотонів хвилі накачки. Співвідношення $\omega_n = \omega_1 + \omega_2$ виражає закон збереження енергії в такому процесі. Умову просторового синхронізму $\vec{k}_n = \vec{k}_1 + \vec{k}_2$ можна розглядати як закон збереження імпульсу $\hbar\vec{k}_n = \hbar\vec{k}_1 + \hbar\vec{k}_2$ для елементарного акту розпаду.

Експерименти показали, що хвиля накачування може розпадатися на дві хвилі з частотами ω_1 і ω_2 спонтанно, коли цих хвиль немає. Цей ефект можна інтерпретувати як процес віднімання від частоти «хвилі накачування», частоти ω -компоненти, завжди присутньої в просторі квантового поля нульових коливань електромагнітного вакууму з утворенням, наприклад, частоти $\omega_1 = \omega_n - \omega_2$. Цей квантовий ефект був відкритий у 1967 р. Д.Н. Клишко і отримав назву **параметричного розсіяння світла** або **параметричної люмінесценції**. Ефект параметричного розсіяння світла є не що інше, як когерентний спонтанний розпад фотонів «випромінювання накачування» з частотою ω_n на пару інших з частотами ω_1 і ω_2 відповідно, з виконанням умов: $\omega_n = \omega_1 + \omega_2$ і $\vec{k}_n(\omega_n) = \vec{k}_1(\omega_1) + \vec{k}_2(\omega_2)$.

Запитання 14.25. Поясніть принцип дії параметричного генератора світла. Зарисуйте принципову схему такого генератора.

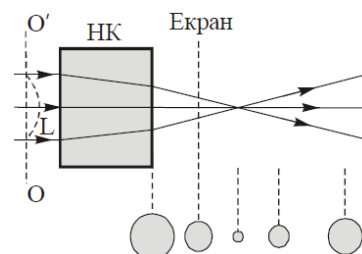
Відповідь. Схема параметричного генератора наведена на рис. 14.2. Світло



від лазера на неодимовому склі ($\lambda=1,06$ мкм) падає на нелінійний кристал $LiNbO_3$, в якому утворюється друга гармоніка з $\lambda=0,53$ мкм. Світло першої гармоніки затримується фільтром, а світло другої гармоніки попадає в резонатор з нелінійним кристалом. Тут саме і відбувається параметрична генерація на частотах ω_1 і ω_2 . При зміні орієнтації кристала або, його температури, або при накладанні постійного електричного поля, частоти ω_1 і ω_2 змінюються. Ці обставини використовують для плавної перебудови частоти параметричного генератора. Смуга перебудови частот генерації визначається діапазоном частот, для якого в даному нелінійному кристалі можливий просторовий синхронізм. Як правило, в якості випромінювання накачки використовують другу гармоніку неодимового лазера, а в якості нелінійного кристала – ніабат літій ($LiNbO_3$) або ніабат барію-натрію ($Ba_2Na_3O_{15}$). Параметричні генератори світла на названих елементах дозволяють отримувати когерентне випромінювання з плавною перебудовою частоти у всьому видимому та інфрачервоному діапазоні спектра.

Запитання 14.26. Що таке явище самофокусування? Яка його фізична природа?

Відповідь. Добре відомо, що промінь світла в неоднорідному середовищі відхиляється від прямолінійного напрямку в бік більших значень показника заломлення. Тому, якщо інтенсивність потужного випромінювання зменшується із віддаленням від осі пучка, то в центрі світлового каналу приріст показника заломлення є максимальним, а це означає, що світлові периферійні промені будуть нахилитися (викривлятися) до центрального променя світлового пучка. На рис. 14.3 наведена схема досліду описаного явища. Розподіл інтенсивності в світловому пучку на рисунку зображено пунктирною лінією L .



Оскільки інтенсивність світлового пучка максимальна на його осі, то і показник заломлення нелінійного кристала (*НК*) також буде максимальним на осьовій лінії. Це означає, що в *НК* промені будуть нахилитися до осі пучка, де освітленість буде найбільша, тобто паралельний пучок світла перетворюється в збіжний. Описане явище називається **самофокусуванням**. Якщо б все було навпаки, то мало б місце явище **розфокусування** (рис. 14.4).

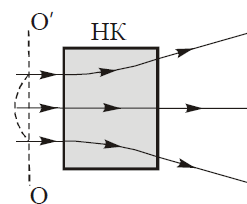


Рис. 14.4

Явище самофокусування (розфокусування) можна пояснити, якщо прийняти, що в нелінійному середовищі показник заломлення залежить від напруженості електричного поля світлової хвилі і визначається формулою (14.5), при обмеженні її першими двома членами:

$$n(E) = n_0 + n_2 E^2, \quad (14.7)$$

де n_0 – показник заломлення лінійного середовища, $n_2 E^2$ – описує зміну n під дією потужної світлової хвилі.

Запитання 14.27. Що таке довжина самофокусування? Від чого вона залежить?

Відповідь. Довжина самофокусування l_{cf} – товщина шару нелінійного середовища, яка необхідна для того, щоб крайні промені перетнулися з віссю пучка в середині його. Нехай амплітуда світлового поля на осі пучка дорівнює E_0 , а на його краях рівна нулю. Тоді, завдяки нелінійній зміні показника заломлення (14.7), на довжині l_{cf} між осьовим і крайнім променями виникне різниця фаз

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} l_{cf} \Delta n = \frac{2\pi}{\lambda} l_{cf} n_2 E_0^2, \quad (14.8)$$

де $\Delta n = n_2 E_0^2$ – нелінійна добавка до показника заломлення n_0 , λ – довжина світлової хвилі.

Внаслідок прогину світлового фронту при фокусуванні пучка в нелінійному середовищі на довжині l_{cf} виникає

стріла прогину, яка дорівнює $x = \frac{a^2}{2l_{cf}}$, де a – радіус пучка

(рис. 14.5). На цій стрілі прогину виникає різниця фаз

$$\delta' = \frac{2\pi}{\lambda} n_0 \frac{a^2}{2l_{cf}}, \quad (14.9)$$

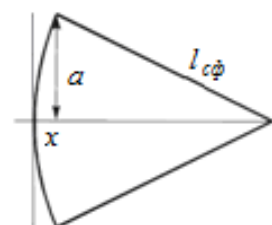


Рис. 14.5

яка співпадає з різницею фаз δ (14.8), зумовленої нелінійною зміною показника заломлення Δn . Отже,

$$\frac{2\pi}{\lambda} n_2 E_0^2 l_{cf} = \frac{2\pi}{\lambda} n_0 \frac{a^2}{2l_{cf}},$$

звідки

$$l_{cf} = a \sqrt{\frac{n_0}{2E_0^2 n_2}} = a \sqrt{\frac{n_0}{2\Delta n}}, \quad \Delta n = n_2 E_0^2. \quad (14.10)$$

Зверни увагу!

Довжина самофокусування прямо пропорційна початковому радіусу пучка і обернено пропорційна амплітуді світлового поля на його осі (див. формулу (14.10)).

Оскільки інтенсивність світла пропорційна квадрату амплітуди ($I \sim E_0^2$), то можна вважати, що довжина самофокусування обернено пропорційна кореню квадратному від максимальної інтенсивності світла (див. формулу (14.10)).

Довжина самофокусування зменшується з ростом коефіцієнта нелінійності n_2 (див. формулу (14.10)).

До речі...

Якщо покласти $l_{cf} = 10^{-3}$ м, $a = 5 \cdot 10^{-4}$ м, то, користуючись формулою (14.10), отримаємо:

$$\frac{\Delta n}{n} = \frac{1}{2} \left(\frac{a}{l_{cf}} \right)^2 = 1,25 \cdot 10^{-5}.$$

Запитання 14.28. Що таке порогова потужність самофокусування?

Відповідь. Якщо припустити, що розподіл інтенсивності в поперечному перерізі світлового пучка змінюється за параболічним законом, то необхідна потужність випромінювання для спостереження самофокусування виразиться співвідношенням:

$$P = \frac{\pi \varepsilon_0 n_0^2 c a^4}{8 n_2 l_{cf}^2}, \quad (14.11)$$

де ε_0 – електрична стала, n_0 – показник заломлення лінійного середовища, n_2 – параметр, який визначає нелінійні властивості речовини, c – швидкість світла у вакуумі, a – радіус світлового пучка, l_{cf} – довжина самофокусування.

Із (14.11) видно, що із зменшенням радіуса a поперечного перерізу світлового пучка самофокусування буде відбуватися при меншій його потужності. Однак, дослід свідчить, що існує деяке оптимальне значення $a = a_0$, і подальше зменшення a вимагає збільшення потужності P . Це пов'язано з тим, що при малих значеннях a починає проявляти себе явище дифракції світла. Дифракція розширяє пучок і цим перешкоджає самофокусуванню, причому роль дифракції тим більша, чим менший радіус пучка a . Для випадку відсутності самофокусування, тобто для випадку, коли дифракційне розширення компенсує самофокусування, дифракційний розбіг пучка на довжині l_{cf} – наближено дорівнює радіусу першої зони Френеля. Тому, якщо

$$a = a_0 = \sqrt{\frac{\lambda l_{cf}}{n_0}}, \quad (14.12)$$

самофокусування компенсується дифракційним розширенням і пучок буде залишатися паралельним. Якщо значення a із формули (14.12) підставити в формулу (14.11), то отримаємо величину порогової потужності пучка

$$P_{\text{порог}} = \frac{\pi \varepsilon_0 \lambda^2 c}{8n_2}. \quad (14.13)$$

- Якщо $P > P_{\text{порог}}$, вклад нелінійності середовища настільки великий, що повністю компенсує дифракційну розбіжність і пучок буде звужуватися в нелінійному середовищі (самофокусування). На відстані l_{cf} пучок проходить через фокус і далі поширюється у вузькому каналі вже без дифракційних втрат (автоколімація).

- Якщо $P < P_{\text{порог}}$, то світловий пучок в нелінійному середовищі буде розширюватися, оскільки вклад у нелінійність середовища такий малий, що не може компенсувати дифракційну розбіжність пучка.

- У випадку $P \approx P_{\text{порог}}$, світловий пучок проходитиме через середовище практично без зміни розмірів поперечного перерізу. Він створює для себе ніби хвилепровід, в якому світло поширюється без розсіяння вбік. Такий режим поширення називається **самоканалізацією світлового пучка**.

До речі...

Для ряду органічних рідин $P_{\text{порог}} = 10 - 50$ кВт. В деяких кристалах і органічних склах $P_{\text{порог}}$ не перевищує кількох Вт.

Внаслідок самофокусування і самоколімації можна звузити світловий пучок до товщини в кілька мікронів (3 – 4 мкм). Густина потужності такої «світлової нитки» досягає гігантських величин (~ 4 ГВт/см²).

Запитання 14.29. Яке явище називається самоканалізацією? За яких умов воно виникає?

Відповідь. Див. відповідь на запитання 14.28.

P.S.

В запитаннях 14.26 – 14.28 розглянуто явище самофокусування (розфокусування), яке виникає під дією потужного світлового пучка, інтенсивність якого зменшується (збільшується) від осьової лінії пучка до периферії. Якщо створити інші закономірності зміни інтенсивності в поперечному перерізі пучка, то це призведе до інших нелінійних ефектів, не подібних до самофокусування (розфокусування).

Запитання 14.30. Що таке самодифракція? Яка її фізична суть? За яких умов вона виникає?

Відповідь. Залежність показника заломлення від потужності світлового пучка може призвести до утворення в середовищі дифракційної решітки, на якій буде дифрагувати світло. Таке явище називається **самодифракцією**.

Якщо в нелінійному середовищі перетинаються два когерентні світлові пучки I і II (рис. 14.6), то в місцях накладання когерентних пучків квадрат амплітуди результуючого поля буде:

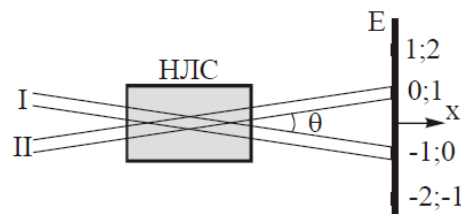


Рис. 14.6

$$E_0^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02} \cos\left(\frac{4\pi}{\lambda} n_0 x \sin \theta\right), \quad (14.14)$$

де E_{01} та E_{02} – відповідно амплітуди коливань хвиль світлових пучків I і II,

$\delta = \frac{4\pi}{\lambda} n_0 x \sin \theta$ – різниця фаз, θ – кут між пучками в нелінійному середовищі, x

– координата, де накладаються пучки. Використовуючи формулу (14.5) знайдемо, що в нелінійному середовищі виникне періодична неоднорідність показника заломлення

$$n = n_0 + n_2(E_{01}^2 + E_{02}^2) + 2n_2 E_{01} E_{02} \cos\left[\left(\frac{4\pi}{\lambda} n_0 \sin \theta\right) x\right], \quad (14.15)$$

або

$$n = n_0 + n_2(E_{01}^2 + E_{02}^2) + \Delta n(x), \quad (14.16)$$

яка повністю відповідає фазовій решітці. Період такої решітки можна визначити, якщо прирівняти при $x = d$ аргумент косинуса 2π (див. формулу (4.15)). Тоді,

$$d = \frac{\lambda}{2n_0 \sin \theta}. \quad (14.17)$$

На такій решітці дифрагує кожен із пучків. Кожен з них дає свою систему дифракційних максимумів. Дифракційний максимум нульового порядку пучка I утворюється в напрямку його поширення і накладається на мінус перший максимум пучка II. Нульовий максимум пучка II накладається на перший максимум пучка I. Отже, дифракційні максимуми від різних пучків накладаються. На рис. 14.6 цифрами зліва позначені дифракційні максимуми пучка II, а цифрами справа – пучка I.

До речі...

Самодифракцію можна спостерігати і тоді, коли два світлові пучки поширюються назустріч один одному, в результаті в нелінійному середовищі утворюється стояча хвиля.

Запитання 14.31. В чому основні відмінності вимушеного комбінаційного розсіяння (ВКР) від спонтанного?

Відповідь. Відомо, що в певних середовищах, за певних умов в спектрі розсіяного світла існують лінії, частоти яких відрізняються від частоти падаючого світла на величини, які рівні частотам ω_i внутрішньомолекулярних коливань. Таке розсіяння називають **комбінаційним розсіянням (КР)**. (див. відповіді на запитання 12.23 – 12.25). При дії на розсіююче середовище світлом невеликих потужностей, інтенсивність комбінаційного розсіяння невелика: потік світла, розсіяного в 1 см^3 , складає $10^{-6} - 10^{-7}$ частину збуджуючого потоку навіть для найяскравіших ліній. Якщо збудження здійснювати потужними світловими потоками, то інтенсивність розсіяного світла різко зростає: **доля розсіяного світлового потоку від падаючого досягає десятків відсотків**.

Однак, це стосується не всіх ліній, а тільки найбільш інтенсивних. Таке розсіяння експериментально було відкрито у 1962 р. Вудбері і отримало назву **вимушеного комбінаційного розсіяння (ВКР)**.

Дослідження показали, що характеристики ВКР відмінні від властивостей звичайного КР:

- Лінії ВКР спостерігаються лише при досягненні деякого порогового значення інтенсивності збуджуючого пучка, при цьому довжина шляху світла в середовищі повинна перевищувати деяку критичну довжину.
- При перевищенні порогу збудження виникає повний спектр КР, тобто фундаментальні частоти та їх гармоніки. При подальшому підвищенні інтенсивності збуджуючого світла КР стає некогерентним.

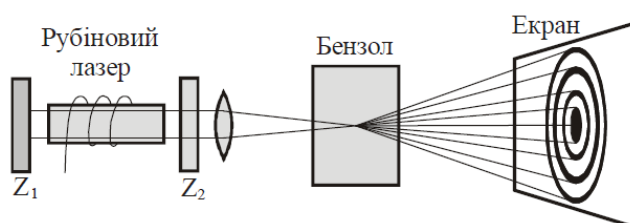


Рис. 14.7

- *ВКР* має чітко виражений характер. Воно відбувається вздовж строго визначених конічних поверхонь (рис. 14.7);

- Інтенсивність *ВКР* швидко зростає і в розсіяне випромінювання переходить від 10 до 70 % інтенсивності збуджуючого потоку, у зв'язку з цим інтенсивність першої стоксової компоненти стає настільки великою, що випромінювання з цією частотою починає відігравати роль нового збуджуючого джерела. При цьому утворюється розсіяне випромінювання з частотою другої стоксової компоненти $\omega_{2c} = \omega_0 - 2\omega_i$. Вказаний процес може продовжуватися: утворюється третя стоксова компонента і т.д. Поряд із стоксовими компонентами в спектрі розсіяного світла з'являються антистоксові компоненти із значною інтенсивністю.

Наочну різницю між спонтанним та вимушеним комбінаційним розсіянням наведено на рис. 14.8. У випадку (а) молекула речовини поглинає квант випромінювання $\hbar\omega_0$, а потім випромінює квант з меншою частотою (енергією).

У випадку (б) в речовині співіснують принаймні два світлових пучки: збуджуючий і стоксів.

Присутність стоксової компоненти сприяє переходу молекули в збуджені коливальні стани, що сприяє виникненню антистоксових компонент (див. [1], ст. 379 – 383).

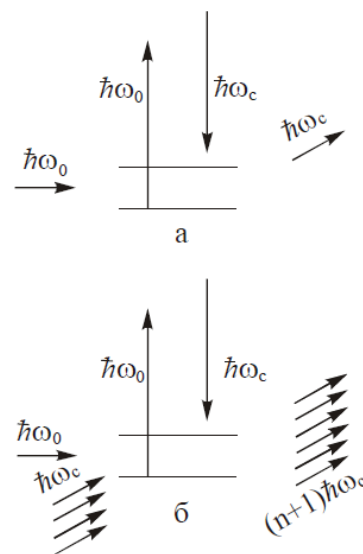


Рис. 14.8

Запитання 14.32. Як на основі класичної моделі пояснюється механізм виникнення ВКР?

Відповідь. При поясненні спонтанного комбінаційного розсіяння (див. відповіді на запитання 12.2 – 12.25) приймалася до уваги тільки вплив коливань молекули на розсіяння світлової хвилі. Поле світлової хвилі (особливо потужної) чинить і обернений вплив на молекулу, розгойдуючи її.

Розглянемо поширення в середовищі двох світлових хвиль: потужної падаючої з електричним полем $E = E_0 \cos \omega_0 t$ і розсіяної цим середовищем з $E' = E'_0 \cos \omega'_0 t$ першої стоксової компоненти (тут $\omega'_0 = \omega_{1c}$). Оскільки ці хвилі поширюються в нелінійному середовищі, то буде існувати сумарний вплив на молекулу середовища падаючої і розсіяної хвиль. Скористаємось формулою (14.4) і, обмежившись, першими трьома членами, поляризація середовища виразиться так:

$$P(E) = \varepsilon_0 \alpha (E + E') + \varepsilon_0^2 \beta (E + E')^2 + \varepsilon_0^3 \gamma (E + E')^3, \quad (14.18)$$

або

$$P(E) = \varepsilon_0 \alpha [E_0 \cos \omega_0 t + E'_0 \cos \omega'_0 t] + \varepsilon_0^2 \beta [E_0 \cos \omega_0 t + E'_0 \cos \omega'_0 t]^2 + \varepsilon_0^3 \gamma [E_0 \cos \omega_0 t + E'_0 \cos \omega'_0 t]^3. \quad (14.19)$$

Якщо в (14.19) зробити відповідні елементарні перетворення, то виявимо, що виникнуть сумарні та різницеві частоти. Отже, в нелінійному середовищі відбувається змішування частот.

Якщо допустити, що частоти розглядуваних хвиль пов'язані умовою $\omega_0 - \omega' = \omega_i$ (де ω_i – власна частота коливань молекул середовища) і виконується умова фазового синхронізму, то стоксова хвиля буде експоненціально підсилюватися з її проходження через активне середовище. Процес збільшення числа спектральних компонент розсіяного випромінювання обмежується кінцевим запасом потужності вихідного збуджуючого пучка.

Запитання 14.34. Чим пояснюється направлений характер випромінювання ВКР?

Відповідь. Направлений характер ВКР зумовлений інтерференцією когерентних хвиль, які випромінюються диполями в різних точках розсіюючого середовища. Результат інтерференції залежить від фазових співвідношень між цими хвилями та від геометричних умов експерименту.

Стоксове розсіяння найінтенсивніше в напрямку поширення первинного пучка (розсіяння вперед) і обмежується конусом з кутом при вершині від 4° до 5° . Розсіяння назад на порядок слабше і сконцентроване поблизу оптичної осі (див. рис 14.7).

Антистоксове розсіяння спостерігається вздовж твірної строго визначеного конуса з дуже малим кутом при вершині. Кути при вершинах конусів склали: в бензолі $\sim 2^\circ 48'$ і $4^\circ 30'$, в нітробензолі $\sim 3^\circ 10'$, в CS_2 – $3^\circ 19'$ і $4^\circ 54'$.

Запитання 14.35. Які практичні застосування ВКР?

Відповідь. • Явище ВКР використовується для перетворення частоти випромінювання потужних лазерів в широкому діапазоні.

• На основі ВКР створені потужні джерела когерентного випромінювання, які дають можливість працювати в різних спектральних ділянках. Такі джерела називають **лазерами на ВКР** або **комбінаційними лазерами**. Перспективним є поєднання лазерів на ВКР з лазерами, що плавно змінюють частоту лінії накачування.

• За спектрами ВКР, як і за спектрами звичайного КР, можна проводити структурні і аналітичні дослідження. Тому нелінійна спектроскопія ВКР є цінним доповненням до спектроскопії КР.

До речі...

На досліді ВКР супроводжується іншими нелінійними явищами, зокрема, самофокусуванням, (див. відповіді на запитання 14.27 – 14.30) збуджуючого лазерного пучка, завдяки якому полегшується досягнення порогового значення інтенсивності.

15. Теплове випромінювання

«Теоретичне обґрунтування закономірностей теплового випромінювання призвели до появи поняття квантів енергії, створення квантової теорії світла і не тільки».

М. Планк (1858 – 1947), лауреат Нобелівської премії з фізики (1918 р.)

Запитання 15.1. За якою ознакою розрізняють різні види свічення (випромінювання) тіл?

Відповідь. Випромінюване джерелом світло несе з собою частину енергії системи. В залежності від того де береться ця енергія, розрізняють і різні види свічення. Випромінювання, яке супроводжується хімічними перетвореннями, називають **хемілюмінесценцією**. Наприклад, свічення фосфору, який повільно окислюється на повітрі. **Електролюмінесценцією** називають свічення, яке виникає при електричному впливі на речовину. Бомбардування електронним пучком твердих тіл може викликати їх свічення, яке називають **катодолімінесценцією**. Процеси випромінювання, які виникають внаслідок освітлення тіл, називаються **фотолюмінесценцією**.

У випадках, коли необхідна енергія надається речовині нагріванням, тобто шляхом підводу теплоти, випромінювання називається **тепловим або температурним**. Серед великої кількості різновидів випромінювань температурне випромінювання займає особливе місце.

Запитання 15.2. В чому особливість теплового випромінювання?

Відповідь. Теплове випромінювання є найрозповсюдженішим свіченням тіл, воно має місце при будь-якій температурі, однак, при невисоких температурах (наприклад, при кімнатній температурі) випромінюються практично тільки довгі (інфрачервоні) хвилі, які оком не сприймаються.

Якщо нагріте до деякої температури тіло помістити в непроникну оболонку з ідеально відбиваючою внутрішньою поверхнею (рис.15.1), то між тілом і випромінюванням буде відбуватися безперервний обмін енергією і, якщо розподіл енергії між тілом і випромінюванням, залишається незмінним для будь-якої довжини хвилі, то стан системи тіло-випромінювання буде **рівноважним**.

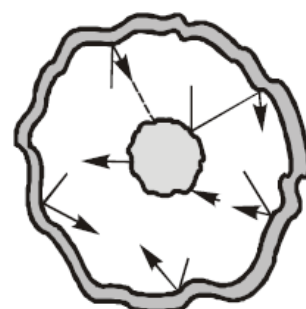


Рис. 15.1

Досліди показують, що єдиним видом випромінювання, яке може бути рівноважним, є теплове випромінювання. Всі інші види випромінювання – нерівноважні.

Запитання 15.3. З'ясуйте основні властивості рівноважного випромінювання.

Відповідь. Густина променевої енергії рівноважного випромінювання, її спектральний склад та напрямок поширення не залежать від форми і матеріалу тіла, поміщеного в оболонку. Ці властивості визначаються лише його температурою.

Рівноважне випромінювання ізотропне, однорідне і неполяризоване, тобто, в кожній точці об'єму воно має однакову густину і спектральний склад.

До рівноважних процесів застосовні принципи термодинаміки. Тому можна стверджувати, що теплове випромінювання є зв'язуючою ланкою між термодинамікою і оптикою.

Завдання 15.4. Що таке енергетична світність? Як енергетична світність залежить від температури?

Відповідь. Під енергетичною світністю слід розуміти **потік енергії, що випромінюється одиницею поверхні випромінюючого тіла у всіх напрямках**. Вимірюється енергетична світність у ватах ($Вт$). Енергетичну світність позначають через R і вона є функцією від температури.

Запитання 15.5. Що таке: випромінювальна здатність; спектральна випромінювальна здатність; поглинальна здатність тіла?

Відповідь. Потік енергії, який випромінюється одиницею поверхні тіла в інтервалі частот $d\omega$ позначимо через dR_ω . Якщо інтервал частот $d\omega$ невеликий, то потік dR_ω буде пропорційний $d\omega$. Тобто

$$dR_\omega = r_\omega d\omega. \quad (15.1)$$

Коефіцієнт пропорційності r_ω називається **випромінювальною здатністю тіла**. Із (15.1) видно, що **випромінювальна здатність є не що інше, як величина потоку енергії (потужність випромінювання), яка випромінюється одиницею поверхні тіла в одиничному інтервалі частот**. Тобто

$$r_\omega = \frac{dR_\omega}{d\omega}. \quad (15.2)$$

Оскільки випромінювальна здатність залежить від частоти, то її ще часто називають **спектральною густиною випромінювання** (спектральною випромінювальною здатністю).

Поглинальна здатність a_ω тіла показує, яка доля енергії, що падає на тіло, поглинається ним. Тобто

$$a_\omega = \frac{dR'_\omega}{dR_\omega}, \quad (15.3)$$

де dR_ω – потік променевої енергії, що падає на елементарну площадку поверхні тіла, dR'_ω – частина потоку променевої енергії, що поглинулася тілом. Поглинальна здатність, як і випромінювальна здатність, також залежить від температури, тобто є функція частоти і температури ($a_{\omega T}$).

Запитання 15.6. Як зв'язані між собою r_ω і r_λ ?

Відповідь. Випромінювання можна характеризувати замість частоти ω довжиною хвилі λ . Тоді, ділянці спектра $d\omega$ відповідатиме інтервал довжин хвиль $d\lambda$. Відомо, що

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{2\pi c}{\omega}. \quad (15.4)$$

Диференціюючи (15.4), знаходимо співвідношення, яке зв'язує між собою $d\omega$ і $d\lambda$:

$$d\lambda = -\frac{2\pi c}{\omega^2} d\omega = -\frac{\lambda^2}{2\pi c} d\omega. \quad (15.5)$$

Знак « $-$ » у виразі (15.5) істотного значення не має, він лише вказує на те, що із зростанням λ величина ν зменшується і навпаки.

Враховуючи вище сказане, енергетична світність, яка припадає на інтервал довжин хвиль $d\lambda$, по аналогії з (15.1), може бути представлена у вигляді:

$$dR_\lambda = r_\lambda d\lambda. \quad (15.6)$$

Якщо $d\omega$ і $d\lambda$, які входять у вирази (15.1) і (15.6), зв'язані співвідношенням (15.5), тобто відносяться до однієї і тієї ж ділянки спектра, то величини dR_ω і dR_λ повинні бути рівними:

$$r_\omega d\omega = r_\lambda d\lambda. \quad (15.7)$$

Скориставшись (15.5), отримаємо:

$$r_\omega d\omega = r_\lambda \frac{2\pi c}{\omega^2} d\omega = r_\lambda \frac{\lambda^2}{2\pi c} d\omega, \quad (15.8)$$

звідки

$$r_\omega = r_\lambda \frac{2\pi c}{\omega^2} = r_\lambda \frac{\lambda^2}{2\pi c} \quad \text{або} \quad r_\lambda = r_\omega \frac{\omega^2}{2\pi c} = r_\omega \frac{2\pi c}{\lambda^2}. \quad (15.9)$$

За допомогою (15.9) можна перейти від r_ω до r_λ і навпаки.

Запитання 15.7. Як вирахувати енергетичну світність (інтегральну випромінювальну здатність) R , якщо відома спектральна випромінювальна здатність?

Відповідь. Для цього потрібно скористатися формулою (15.1) і проінтегрувати її по всьому інтервалу частот. Тобто

$$R = \int dR_{\omega T} = \int_0^{\infty} r_{\omega T} d\omega. \quad (15.10)$$

Запитання 15.8. Які тіла називають абсолютно чорними?

Відповідь. Тіла, які поглинають всю енергію падаючого на них випромінювання (будь-якої довжини) при будь-якій температурі, називають **абсолютно чорними**. Для таких тіл поглинальна здатність дорівнює одиниці ($a_{\omega} = 1$) для будь-яких частот і температур.

Абсолютно чорних тіл, як і будь-яких інших ідеалізованих об'єктів, в природі не існує. Однак, існують тіла (об'єкти), які за своїми властивостями близькі до абсолютно чорних: сажа, китайська туш, бархат, платинова чорнота. Сонце також приймають за абсолютно чорне тіло. Але можна створити пристрій, який за своїми властивостями буде близький до абсолютно чорного тіла. Це замкнута порожнина, в стінці якої є маленький отвір (рис.15.2). Стінки порожнини непрозорі. Якщо через отвір проникне в середину випромінювання, то після багатократного відбивання і розсіяння всередині порожнини воно практично повністю поглинеться. Нагріваючи таке тіло, отримуємо із його отвору випромінювання чорного тіла. Матеріал стінок порожнини значення не має. Отвір порожнини по відношенню до падаючого на нього випромінювання a , значить, і по відношенню до випромінювання, яке з нього виходить, веде себе як поверхня абсолютно чорного тіла з температурою, яка дорівнює температурі стінок порожнини.



Рис. 15.2

Джерело у вигляді порожнини з малим отвором, стінки якої підтримуються при сталій температурі, використовується для кількісних вимірювань випромінювання абсолютно чорного тіла.

Запитання 15.9. В теорії теплового випромінювання користуються поняттям «сірого тіла». Для чого необхідне таке поняття?

Відповідь. При аналізі випромінювання реальних тіл, які володіють поглинальною здатністю $a_{\omega T} < 1$ (такі тіла називають **сірими**), необхідно враховувати не тільки власне випромінювання реального тіла, але і відбите випромінювання. **Відношення повного випромінювання (власного і відбитого) реального тіла до його власного випромінювання називають коефіцієнтом почо-**

рніння або **коефіцієнтом сірості тіла**. Цей коефіцієнт показує наскільки випромінювання реального тіла наближене до випромінювання чорного тіла. При розрахунках випромінювання реальних тіл користуються законами притаманним чорним тілам з використанням коефіцієнтів сірості тіл.

Запитання 15.10. Як на досліді можна реалізувати абсолютно чорне тіло?

Відповідь. Див. відповідь на запитання 15.8.

Запитання 15.11. Сформулюйте правило Прево.

Відповідь. У 1809 р. Прево сформулював правило: **якщо поглинальні здатності тіл різні, то різними будуть і їх випромінювальні здатності.**

Запитання 15.12. Сформулюйте і запишіть закон Кірхгофа.

Відповідь. Виходячи із правила Прево випливає, що між випромінювальною і поглинальною здатностями будь-якого тіла існує певний зв'язок. В цьому можна переконатися на досліді. Помістимо в деяку замкнуту оболонку кілька тіл різної природи нагрітих до різної температури (рис. 15.3). Ці тіла будуть обмінюватися між собою енергією шляхом випромінювання і поглинання електромагнітних хвиль. Дослід показує, що така система через деякий час перейде в стан теплової рівноваги – всі тіла приймуть одну і ту ж температуру, рівну температурі оболонки. Тіло з більшою випромінювальною здатністю втрачає більше енергії з одиниці площі, ніж тіло з меншою випромінювальною здатністю. Щоб рівновага не порушилась, тіло, яке більше випромінює енергії, повинно і більше поглинати, тобто повинно володіти більшою поглинальною здатністю. Отже, чим більша випромінювальна здатність тіла $r_{\omega T}$, тим більша і його поглинальна здатність $a_{\omega T}$. Звідси випливає співвідношення:



Рис. 15.3

$$\left(\frac{r_{\omega T}}{a_{\omega T}} \right)_1 = \left(\frac{r_{\omega T}}{a_{\omega T}} \right)_2 = \left(\frac{r_{\omega T}}{a_{\omega T}} \right)_3 = \dots = \left(\frac{r_{\omega T}}{a_{\omega T}} \right)_k, \quad (15.11)$$

де індекси 1, 2, 3, ... відносяться до різних тіл.

У 1859 р. Кірхгоф сформулював наступний закон: **відношення випромінювальної здатності тіла до його поглинальної здатності не залежить від природи тіл і воно є для всіх тіл однією і тією ж універсальною функцією частоти (довжини) хвилі і температури:**

$$\frac{r_{\omega T}}{a_{\omega T}} = f(\omega, T) \quad \text{або} \quad \frac{r_{\lambda T}}{a_{\lambda T}} = \varphi(\lambda, t). \quad (15.12)$$

Самі величини $r_{\omega T}$, і $a_{\omega T}$ окремо взяті, можуть змінюватися у великих межах при переході від одного тіла до іншого, але відношення їх є однаковим для всіх тіл.

Запитання 15.13. Який фізичний зміст універсальної функції та який вона має вигляд?

Відповідь. Якщо застосувати закон Кірхгофа до абсолютно чорних тіл, для яких $a_{\omega T} = 1$, то формула (15.12) набуде вигляду:

$$r_{\omega T} = f(\omega, T), \quad r_{\lambda T} = \varphi(\lambda, T). \quad (17.13)$$

Із (15.13) видно, що для абсолютно чорного тіла універсальна функція частоти (довжини) хвилі і температури набуває змісту випромінювальної здатності, тобто, універсальна функція для чорного тіла є нічим іншим, як випромінювальною здатністю тіла.

Експериментально було встановлено вигляд універсальної функції $\varphi(\lambda, T)$ (рис. 15.4). Було знайдено, що площа, яка охоплюється кривою, чисельно рівна енергетичній світності абсолютно чорного тіла при відповідній температурі. При підвищенні температури максимум випромінювальної здатності зміщується в бік коротких хвиль.

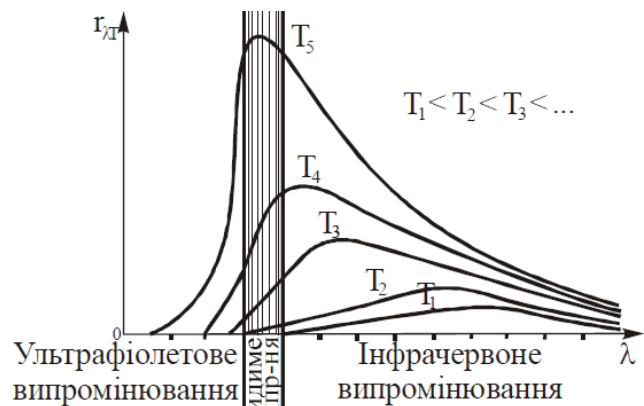


Рис. 15.4

Зверни увагу!

При температурі вищій за 5250 K, максимум випромінювальної здатності припадає на жовте, синє і фіолетове світло.

Запитання 15.14. Як змінюється положення максимуму на кривих залежності випромінювальної здатності від частоти (довжини) хвилі при зміні температури чорного тіла?

Відповідь. При підвищенні температури максимум випромінювальної здатності зміщується в бік коротких хвиль (див. відповідь на запитання 15.13 і рис. 15.4).

Запитання 15.15. Як енергетична світність залежить від температури?

Відповідь. На основі аналізу експериментальних даних австрійський фізик Й. Стефан у 1879 р. дійшов висновку, що повна, випромінювана тілом енергія (енергетична світність) R пропорційна четвертому степеню абсолютної те-

мператури. Інший австрійський фізик Л. Больцман у 1884 р., виходячи із термодинамічних міркувань, теоретично отримав для енергетичної світності абсолютно чорного тіла наступне значення:

$$R = \int_0^{\infty} r_{\omega T} d\omega = \sigma T^4, \quad (15.14)$$

де $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт} / (\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$ – стала, яку називають сталою Стефана-Больцмана, T – абсолютна температура. Співвідношення (15.14), яке отримало назву **закону Стефана-Больцмана**, було опісля підтверджено експериментально. Слід зауважити, що цей закон справедливий тільки для чорного тіла. Для сірих тіл він використовується в такому вигляді:

$$R = k_g \sigma T^4, \quad (15.15)$$

де k_g – коефіцієнт сірості, який показує, яку частину складає енергетична світність даного тіла від енергетичної світності чорного тіла, взятого при тій же температурі.

Запитання 15.16. Який фізичний зміст сталої σ в законі Стефана-Больцмана?

Відповідь. Із (15.14) маємо, що

$$\sigma = \frac{R}{T^4}. \quad (15.16)$$

Звідси: величина σ є не що інше, як кількість енергії, яка випромінюється за одиницю часу (1с) одним метром квадратним поверхні абсолютно чорного тіла, що має температуру 1 К. Вимірюється σ у $\text{Вт}/(\text{м}^2\text{К}^4)$.

Запитання 15.17. Що виражає формула

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T} ? \quad (15.17)$$

Відповідь. Формулу (15.17) теоретично отримав у 1893 р. німецький фізик В. Він і вона називається **законом зміщення Віна**. Цей закон визначає довжину хвилі, на яку припадає максимум випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла. Із (15.17) видно, що λ_{\max} обернено пропорційна абсолютній температурі, а це означає, що з підвищенням температури чорного тіла максимум його випромінювальної здатності зміщується в бік коротких хвиль. Так, при температурі 4000 К максимум випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла лежить в області інфрачервоного випромінювання. При $T = 5000 \text{ К}$ максимум випромінювання відповідає жовто-зеленому кольору ($\lambda_{\max} = 5,8 \cdot 10^{-7} \text{ м}$).

Зверни увагу!

Якщо виміряти енергетичну світність Сонця, то за законом Стефана-Больцмана (15.14) можна визначити температуру поверхні Сонця.

Температуру поверхні Сонця можна визначити і за законом зміщення Віна (15.17), якщо виміряти λ_{\max} сонячного випромінювання.

Обидва закони дають однакове значення температури поверхні Сонця біля 6000 К.

Запитання 15.18. Що визначає формула

$$r_{\lambda_{\max}} = aT^5 ? \quad (15.18)$$

Відповідь. Формула (15.18) дає можливість визначити максимальне значення випромінювальної здатності чорного тіла, воно, як видно із (15.18), пропорційне п'ятому степеню абсолютної температури. Тут $a = 1,3 \cdot 10^{-5}$

$\frac{Вт}{м^3 \cdot К^5}$ – стала величина. Формулу (15.18) іноді називають **другим законом Віна**.

Запитання 15.19. Що визначає формула

$$r_{\lambda T} = C_1 T^{\frac{3}{2}} \lambda^{-6} e^{\frac{C_2}{\lambda T}} ? \quad (15.19)$$

Відповідь. Першу спробу знайти аналітичний вираз універсальної функції $r_{\lambda T} = \varphi(\lambda, T)$, яка б задовольняла експериментальним кривим (див. рис. 15.4), зробив професор Московського університету В.А. Міхельсон у 1887 р. Результатом цієї спроби є формула (15.19). Величини, які входять в формулу (15.19): C_1 і C_2 – константи, T – абсолютна температура тіла, λ – довжина хвилі випромінювання.

Аналіз формули Міхельсона показав, що вона не задовольняє термодинамічним законам і від неї довелось відмовитися. Разом з тим роботи Міхельсона стимулювали подальші дослідження, звертаючи увагу на можливість розв'язання цієї проблеми.

Запитання 15.20. Що визначає формула

$$r_{\lambda T} = a_1 \lambda^{-5} e^{-\frac{b_1}{\lambda T}} ? \quad (15.20)$$

Відповідь. Формула (15.20) є аналітичний вигляд функції розподілу енергії в спектрі випромінювання абсолютно чорного тіла, яку у 1896 р. запропонував В. Він. Вона називається **формулою Віна**. Однак формула Віна добре узгоджується з експериментальною кривою тільки для малих значень λT , тобто для короткохвильової частини спектра (рис. 15.5)

Запитання 15.21. Запишіть формулу розподілу енергії у випромінюванні абсолютно чорного тіла, запропонованої Релеєм і Джінсом. Проаналізуйте її. Порівняйте з експериментом.

Відповідь. Подальші теоретичні дослідження вигляду універсальної функції були здійснені Релеєм і Джінсом (незалежно один від одного) на основі класичної статистичної фізики. У 1905 р. вони отримали таку формулу для функції розподілу енергії в спектрі випромінювання абсолютно чорного тіла:

$$(15.21) \quad r_{\lambda T} = 2\pi ckT\lambda^{-4},$$

де λ – довжина хвилі випромінювання, k – стала Больцмана, c – швидкість світла у вакуумі. Формула

Релея-Джінса (15.21) добре узгоджувалась з експериментальними даними в області довгих хвиль. Для коротких хвиль вона є неправильною (рис. 15.5). Вона явно суперечила закону Стефана-Больцмана. Згідно формули (15.21) $r_{\lambda T}$ монотонно зростає із зменшенням довжини хвилі λ , не маючи максимуму, а інтегральна випромінювальна здатність абсолютно чорного тіла при будь-якій температурі перетворюється в нескінченність:

$$R = \int_0^{\infty} r_{\lambda T} d\lambda = \int_0^{\infty} 2\pi ckT\lambda^{-4} d\lambda = -2\pi ckT \frac{1}{3\lambda^3} \Big|_0^{\infty} = \infty, \quad (15.22)$$

тоді, як за законом Стефана-Больцмана $R \sim T^4$, тобто є величиною скінченою і добре узгоджується з експериментом.

Запитання 15.22. До яких теоретичних абсурдних висновків для залежності r_{λ} від λ та для енергетичної світності R призводить застосування класичних положень механізму випромінювання енергії?

Відповідь. Формула Релея-Джінса залежності r_{λ} від λ отримана на основі класичної статистичної фізики (див. формулу (15.21)). Ця формула узгоджується з експериментом лише на ділянці довгих хвиль випромінювання. В області коротких хвиль крива залежності r_{λ} від λ зростає експоненціально до нескінченності (рис. 15.5), що явно суперечить закону збереження енергії. Інтегральна випромінювальна здатність знайдена з використанням формули Релея-Джінса також дорівнює нескінченності (див. формулу (15.22)), що є абсурдом, тобто результат знаходиться в разючому протиріччі з досвідом. Отже, роботи Релея і Джінса показали, що послідовне застосування класичної фізики до дослідження випромінювання абсолютно чорного тіла дає результати, які суперечать закону збереження енергії. Критичний стан, що виник у проблемі теплового випромі-

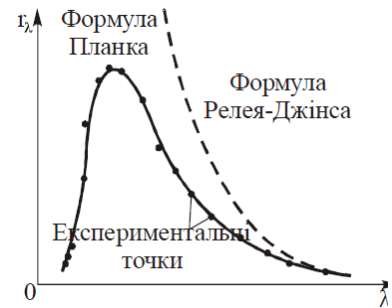


Рис. 15.5

нювання абсолютно чорного тіла П. Еренфест образно назвав “**ультрафіолетовою катастрофою**”. Зміст такої назви полягає в тому, що закон збереження енергії порушується в області коротких хвиль, тобто в області ультрафіолету.

Запитання 15.23. Критичний стан, що виник у проблемі теплового випромінювання чорного тіла, назвали «**ультрафіолетовою катастрофою**». З’ясуйте зміст такої назви.

Відповідь. Див. відповіді на запитання 15.21 і 15.22.

Запитання 15.24. Запишіть формулу розподілу енергії у випромінюванні чорного тіла, отриману М. Планком. Проаналізуйте її та порівняйте з досвідом.

Відповідь. У 1900 р. німецький фізик М.Планк запропонував принципово новий метод розрахунку $r_{\lambda T}$, який ґрунтується на квантових уявленнях. В основу методу покладено уявлення про те, що тіла випромінюють енергію не безперервно, а окремими порціями, які одержали назву квантів. Величина енергії кванта пропорційна частоті, тобто

$$E = h\nu, \quad (15.23)$$

де h – стала Планка.

Керуючись уявленнями про квантовий характер випромінювання і використовуючи квантову статистику, Планк отримав такий вираз для випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла:

$$r_{\lambda T} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{k\lambda T}} - 1}, \quad (15.24)$$

де c – швидкість світла у вакуумі, k – стала Больцмана, T – абсолютна температура, λ – довжина хвилі випромінювання.

Формула Планка (15.24) добре узгоджується з експериментом у всьому інтервалі довжин хвиль при будь-яких температурах (рис. 15.5), а це означає, що із неї повинні впливати всі відомі закони теплового випромінювання.

Запитання 15.25. Яку роль в сучасній фізиці відіграє стала Планка?

Відповідь. Става Планка h відіграє в квантовій фізиці таку ж роль, як швидкість світла в релятивістській фізиці. Ці фундаментальні світові константи визначають межі застосовності класичного опису явищ.

В масштабах макросвіту числове значення сталої Планка мале $h = (6,626176 \pm 0,00036) \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$. Цим і пояснюється широка застосовність класичної фізики, в основі якої лежить принцип неперервності до опису макроскопічних явищ. Вперше обмеженість неперервності була виявлена при розв’язку проблеми теплового випромінювання. Далі обмеженість класичної фізики було виявлено при дослідженні фотоефекту та при спробі пояснити стійкість

атома і закономірностей в спектрах їх випромінювання. З часом була створена так звана «стара квантова теорія», яка проявляла чимало протиріч. В другій половині XX ст. була створена сучасна квантова теорія, з її надійними логічно несуперечливими основними положеннями і адекватним математичним апаратом.

До речі...

Стала Планка $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ Дж·с є елементарним квантом дії.

Запитання 15.26. Виведіть формулу Релея-Джінса із формули Планка.

Відповідь. Формула Релея-Джінса справедлива в області великих довжин хвиль. Енергія кванта $E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$ в цій ділянці спектра менша за середню класичну енергію осцилятора kT . В цьому випадку $\frac{hc}{k\lambda T} \ll 1$, і величину $e^{\frac{hc}{k\lambda T}}$ можна розкласти в ряд

$$e^{\frac{hc}{k\lambda T}} = 1 + \frac{hc}{k\lambda T} + \left(\frac{hc}{k\lambda T}\right)^2 \frac{1}{2!} + \left(\frac{hc}{k\lambda T}\right)^3 \frac{1}{3!} + \dots, \quad (15.25)$$

і якщо обмежитись тільки першими двома членами, (це можна зробити при $\frac{hc}{k\lambda T} < 0,01$), то отримаємо:

$$r_{\lambda T} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{k\lambda T}} - 1} = 2\pi ckT \lambda^{-4}. \quad (15.26)$$

Це і є формула Релея-Джінса.

Запитання 15.27. Виведіть формулу Віна із формули Планка.

Відповідь. У випадку коротких довжин хвиль і низьких температур $\frac{hc}{k\lambda T} \gg 1$, тому в знаменнику формули Планка (15.24) одиницею можна знехтувати. Тоді матимемо

$$r_{\lambda T} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{k\lambda T}}}, \quad (15.27)$$

або

$$r_{\lambda T} = a_1 \lambda^{-5} e^{-\frac{b_1}{\lambda T}}, \quad (15.28)$$

де $a_1 = 2\pi hc^2$, $b_1 = \frac{hc}{k}$ і вони, як видно, стали величини. Формула (15.28) і є формулою Віна (див. відповідь на запитання 15.20).

Запитання 15.28. Виведіть закон зміщення Віна із формули Планка.

Відповідь. Щоб вивести закон зміщення Віна із формули Планка її треба дослідити на екстремум (на максимум), оскільки довжина хвилі λ_{\max} , яка входить в закон зміщення Віна, відповідає максимуму $r_{\lambda T}$. Для цього в формулу

Планка введемо нову безрозмірну змінну $x = \frac{hc}{k\lambda T}$. Тоді отримаємо:

$$r_{\lambda T} = 2\pi hc^2 \left(\frac{kT}{hc} \right)^5 \frac{x^5}{e^x - 1}. \quad (15.29)$$

Вираз (15.28) про диференціюємо по x і, прирівнюючи $\frac{d(r_{\lambda T})}{dx}$ до нуля, отримав

маємо:

$$xe^x - 5e^x + 5 = 0 \quad \text{або} \quad e^x = \frac{5}{5-x}$$

Це трансцендентне рівняння можна розв'язати тільки графічно, будуючи окремо кожну криву і знаходячи точки їх перетину. Таких точок буде дві: $x_1 = 0$ і $x_2 = 4,965$ (рис. 15.6).

Максимум функції дає тільки друге значення аргументу x . Тому

$$\frac{hc}{k\lambda_{\max} T} = 4,965 \quad \text{або} \quad \lambda_{\max} T = \frac{hc}{4,965k} = b. \quad (15.30)$$

Це і є закон зміщення Віна.

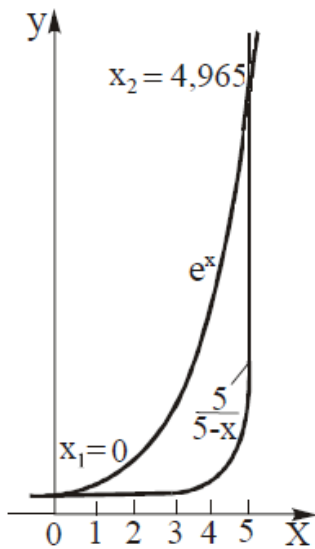


Рис. 15.6

Зверни увагу!

Формула (15.30) дає можливість незалежним способом знайти сталу Планка за відомим з досвіду значенням сталої Віна b .

Запитання 15.29. Виведіть закон Стефана-Больцмана із формули Планка.

Відповідь. Для того, щоб отримати закон Стефана-Больцмана, формулу Планка (15.24) запишемо через частоту ν , використавши для цього співвідношення (15.9), виразивши його через ν :

$$r_{\nu T} = \frac{c}{\nu^2} r_{\lambda T}. \quad (15.31)$$

Тоді

$$r_{\nu T} = \frac{2\pi\nu^3 h}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}. \quad (15.32)$$

Для отримання інтегральної випромінювальної здатності R чорного тіла необхідно проінтегрувати формулу (15.32) по всіх можливих частотах:

$$R = \int_0^{\infty} \frac{2\pi\nu^3 h}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} d\nu. \quad (15.33)$$

Введемо нову змінну інтегрування $x = \frac{h\nu}{kT}$, тоді $d\nu = \frac{kT}{h} dx$ і

$$R = \frac{2\pi k^4}{c^2 h^3} T^4 \int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \sigma T^4. \quad (15.34)$$

де $\sigma = \frac{2\pi k^4}{c^2 h^3} \int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3}$.

Отже

$$h = \pi k \sqrt{\frac{2\pi^2 k}{15c^2 \sigma}}. \quad (15.35)$$

Із формули (15.35) Планк вперше визначив величину сталої h . Згідно сучасних даних $h = 6,62606876 \cdot 10^{-34}$ Дж·с. Відносна похибка становить $\frac{\Delta h}{h} = 0,6 \cdot 10^{-3} \%$.

Запитання 15.30. Як змінюється колір нагрітого тіла в міру підвищення його температури?

Відповідь. При температурі нижче 3500 K тіло випромінює в основному інфрачервоне проміння не видиме оку. Підвищуючи температуру воно починає випромінювати червоні, сині, жовті і т.д. промені. При температурі $5 \cdot 10^3$ K максимум випромінювання припадає на $\lambda_{\max} = 5,8 \cdot 10^{-7}$ м, тобто на центральну частину ділянки видимого світла – тіло при цьому має ~білий колір. Отже, при підвищенні температури колір тіла змінюється від червоного до білого.

Запитання 15.31. Яку температуру називають яскравісною; колірною; радіаційною?

Відповідь. **Яскравісна температура** – температура абсолютно чорного тіла, при якій спектральна густина енергетичної яскравості співпадає з енергетичною яскравістю даного (конкретного) випромінюючого тіла, яке випускає суцільний спектр. Отже, температура тіла може бути визначена із порівняння енергетичної яскравості даного тіла з енергетичною яскравістю абсолютно чорного тіла у визначеній спектральній ділянці λ випромінювання. Подібне порів-

няння можна здійснити за допомогою пірметра із зникаючою ниткою, схема якого наведена на рис. 15.7.

Зображення світної поверхні нагрітого тіла, температуру якого ми хочемо виміряти, суміщається з площиною нитки розжарювання фотометричної лампи L . Яскравість розжарювання нитки регулюється за допомогою реостата R . Нитка лампи і зображення тіла розглядаються через окуляр O_1 і світлофільтр Φ , який пропускає червоне світло з довжиною хвилі у вакуумі $\lambda = 660 \text{ н.м.}$

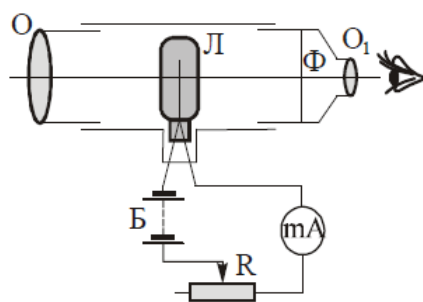


Рис. 15.7

При вимірюванні температури струм у нитці регулюють до тих пір, поки остання не зникне на фоні зображення тіла, тобто, щоб випромінювальні властивості нитки і поверхні тіла були однакові для монохроматичного світла. Шкала міліамперметра проградуєвана в градусах.

Зверни увагу!

Назва «яскравісна температура» походить від методу вимірювання температури нагрітого тіла, методу порівняння яскравості тіла, температура якого вимірюється, і яскравості абсолютно чорного тіла у визначеній спектральній ділянці λ .

Колірна температура – величина, яка визначається для тіл, розподіл енергії в спектрі випромінювання яких близький до розподілу енергії в спектрі абсолютно чорного тіла і рівна температурі абсолютно чорного тіла, максимум випромінювальної здатності якого співпадає з відповідним максимумом для даного тіла. Отже, якщо відомий розподіл енергії випромінювання в спектрі абсолютно чорного тіла, то можна визначити його температуру за положенням максимуму випромінювальної здатності згідно із законом зміщення Віна:

$$T = \frac{b}{\lambda_{\max}}. \quad (15.36)$$

Для нечорних тіл закон зміщення Віна не застосовний. Однак, якщо досліджуване тіло за своїми властивостями близьке до сірого, то до нього можна застосувати закон Кірхгофа:

$$\frac{E_{\lambda T}}{a_T} = r_{\lambda T}, \quad (15.37)$$

звідки

$$E_{\lambda T} = a_T r_{\lambda T}, \quad (15.38)$$

де $E_{\lambda T}$ і $r_{\lambda T}$ – випромінювальні здатності сірого і чорного тіл відповідно, a_T – поглинальна здатність сірого тіла, яку часто називають **ступенем чорності** ($a_T < 1$). Закон Стефана-Больцмана для сірих тіл виглядає так:

$$R = a_T \sigma T^4, \quad (15.39)$$

де a_T – ступінь чорності.

Отже, виходячи із (15.39), видно, що розподіл енергії в спектрі тіла, близького до сірого, такий же, як у спектрі абсолютно чорного. Криву розподілу енергії в спектрі випромінювання такого тіла можна побудувати простим множенням ординати кожної точки кривої на одну і ту же сталу величину $a_T < 1$. В такому випадку випромінююче сіре тіло при даній температурі буде мати такий же самий колір, як і чорне при тій же температурі. Цю температуру абсолютно чорного тіла, при якій його випромінювання близьке за кольором до випромінювання сірого тіла, як уже відмічалось, називають **колірною температурою** сірого тіла. Отже,

$$T_K = \frac{b}{\lambda_{\max}}, \quad (15.40)$$

де λ_{\max} – довжина хвилі, що припадає на максимум випромінювальної здатності досліджуваного тіла. Колірна температура, як правило, вища за істинну температуру.

Радіаційна температура – температура абсолютно чорного тіла, при якій його інтегральна випромінювальна здатність R_T дорівнює випромінювальній здатності R'_T тіла, температуру якого визначають. Вимірюють радіаційну температуру за допомогою радіаційного пірметра, схема якого наведена на рис. 15.8.

Зображення ділянки S поверхні AB віддаленого тіла проектується за допомогою лінзи L на хрестоподібну пластину S' , виготовленої із платинової фольги із зачорненою поверхнею. У пластині закладені гарячі спаї батареї послідовно з'єднаних термопар. Батарея термопар під'єднана до мілівольтметра. Якщо поверхня S покриває всю поверхню S' , то енергія випромінювання поверхні S , яка попала на поверхню S' за одиницю часу, від відстані l не залежить. За цих умов енергія, яку отримує пірметр, буде пропорційна випромінювальній здатності, значить, і температурі. Пірметр градуують за допомогою абсолютно чорного тіла з відомою температурою.

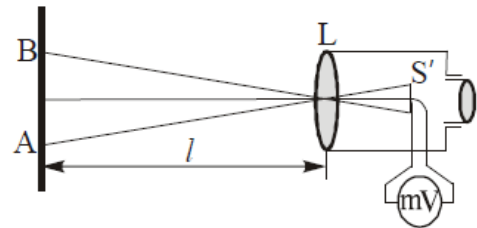


Рис. 15.8

Відповідно до означення радіаційної температури та закону Стефана-Больцмана для сірих тіл, маємо:

$$R'_T = \sigma T_p^4 = a_T \sigma T^4, \quad (15.41)$$

звідки

$$T = \frac{T_p}{\sqrt[4]{a_T}}. \quad (15.42)$$

Тут T – справжня температура досліджуваного тіла.

Запитання 15.32. Чи може радіаційна температура бути більшою за істинну?

Відповідь. Ні. Не може. Відповідно (15.42)

$$T_p = T \sqrt[4]{a_T}.$$

Оскільки $a_T < 1$, то $T_p < T$.

Запитання 15.33. Два однакові тіла мають одну і ту ж температуру, але одне із них знаходиться в оточенні більш холодних тіл, ніж друге. Чи будуть за цих умов рівними потужності випромінювання цих тіл?

Відповідь. Ні. Не будуть. Для встановлення термодинамічної рівноваги і перше і друге тіла віддадуть частину своєї енергії оточуючим їм тілам і їх температура знизиться. Але, оскільки перше тіло оточене більш холодними тілами ніж друге, то температура першого тіла понизиться більше, ніж другого. А оскільки потужність випромінювання (інтегральна випромінювальна здатність) тіла $\sim T^4$, то потужність випромінювання першого тіла буде менша за потужність випромінювання другого тіла ($R_1 < R_2$).

Запитання 15.34. Чи випромінює нитка лампи розжарювання при температурі 2500 K таке ж біле світло, як і Сонце при температурі 6000 K ? Обґрунтуйте відповідь.

Відповідь. Щоб дати відповідь на запитання необхідно знайти (розрахувати) за законом зміщення довжину хвилі, що припадає на максимум випромінювальної здатності лампи і Сонця.

Для лампи розжарювання

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T} = \frac{2,896 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{K}}{2500 \text{ K}} = 1,1584 \cdot 10^{-6} \text{ м}.$$

Для Сонця

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T_C} = \frac{2,896 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{K}}{6000 \text{ K}} = 4,827 \cdot 10^{-7} \text{ м}.$$

Із розрахунків видно, що максимум випромінювання лампи розжарювання припадає на інфрачервону ділянку спектра, а Сонця – на видиму ділянку (синє світло) спектра. Отже, основна частина випромінювання Сонця припадає на видиме світло, а лампи розжарення – на інфрачервоне. Сонячне випромінювання більш «насичене» білим світлом, ніж випромінювання лампи розжарювання.

Запитання 15.35. Користуючись формулою Планка, визначте сталі в законах зміщення Віна ($\lambda_{\max} T = b$) і Стефана-Больцмана ($R = \sigma T^4$), тобто виразіть їх через сталі h , k і c .

Відповідь. Див. відповіді на запитання 15.28 і 15.29.

Запитання 15.36 Як енергетична світність тіла зв'язана з його випромінювальною здатністю?

Відповідь. Енергетична світність тіла $R_{\omega T}$ в інтервалі частот $d\omega$ зв'язана з випромінювальною здатністю $r_{\lambda T}$ в цьому ж інтервалі частот співвідношенням (15.1):

$$dR_{\omega T} = r_{\omega T} d\omega. \quad (15.43)$$

Повна енергетична світність

$$R_{\omega T} = \int_0^{\infty} r_{\omega T} d\omega. \quad (15.44)$$

Запитання 15.37. Запишіть формулу Планка для спектральної випромінювальної здатності через лінійну і циклічну частоту (ν і ω відповідно).

Відповідь. Формула Планка для спектральної випромінювальної здатності через довжину хвилі має такий вигляд:

$$r_{\lambda T} d\lambda = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{k\lambda T}} - 1}. \quad (15.45)$$

Довжина хвилі λ з лінійною частотою ν зв'язана співвідношенням:

$$\lambda = \frac{c}{\nu}. \quad (15.46)$$

Продиференціювавши (15.46) знайдемо, що

$$d\lambda = -\frac{c}{\nu^2} d\nu, \quad (15.47)$$

тоді

$$r_{\nu T} = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}. \quad (15.48)$$

Щоб записати формулу (15.45) через циклічну частоту, скористаємось формулою (17.5). Тоді

$$r_{\omega T} = \frac{h\omega^3}{4\pi^2 c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\omega}{2\pi kT}} - 1}, \quad (15.49)$$

або

$$r_{\omega T} = \frac{\hbar\omega^3}{2\pi c^2} \frac{2}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1}. \quad (15.50)$$

де $\hbar = h / 2\pi$.

Запитання 15.38. Якщо всі тіла випромінюють енергію, то чому ми не бачимо їх в темноті?

Відповідь. Теплове випромінювання має місце при будь-якій температурі, однак його спектральний склад не залежить ні від форми, ні від матеріалу тіла, а визначається тільки температурою. Як відомо (див. відповідь на запитання 15.34), при високих температурах, наприклад 6000 К (це температура поверхні Сонця) максимум спектральної випромінювальної здатності випромінювання припадає на видимий діапазон світла, тому сонячне випромінювання «насичене» білим світлом, завдяки якому ми бачимо навколишній світ. За звичайних умов (кімнатній температурі) максимум спектральної випромінювальної здатності припадає на інфрачервону ділянку оптичного спектра, яка людським оком не сприймається і ми таких тіл не бачимо.

Запитання 15.39. Що можна сказати про відносну температуру червонуватих, жовтуватих і голубуватих зірок?

Відповідь. У випромінюванні зірок, які світяться червонуватим кольором, максимум випромінювальної здатності припадає на червоне світло. Тому, скориставшись законом зміщення Віна знайдемо, що температури теплих зірок рівні:

для зірок, які світяться червонуватим кольором,

$$T_{\text{ч}} = \frac{b}{\lambda_{\text{ч}}} = \frac{2,896 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}}{7,5 \cdot 10^{-7} \text{ м}} \approx 3800 \text{ К};$$

для зірок, які світяться жовтуватим кольором,

$$T_{\text{ж}} = \frac{b}{\lambda_{\text{ж}}} = \frac{2,896 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}}{5,6 \cdot 10^{-7} \text{ м}} \approx 5200 \text{ К}.$$

Для зірок, що світяться голубуватим кольором,

$$T_{\text{г}} = \frac{b}{\lambda_{\text{г}}} = \frac{2,896 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}}{4,800 \cdot 10^{-7} \text{ м}} \approx 6000 \text{ К}.$$

Запитання 15.40. За яких умов квантовий характер обміну енергією між тілами переходить у класичний?

Відповідь. Спробуйте самі дати відповідь.

P.S.

За відкриття законів теплового випромінювання В. Віну у 1911 р. і за відкриття кванта дії М. Планку у 1918 р. була присуджена Нобелівська премія з фізики.

16. Фотоелектричний ефект

«Світло завжди виходить від речовини, народжується в речовині і, поглинаючись, зникає в речовині. Зустріч світла з речовиною завжди супроводжується взаємодіями... Дія речовини на світло починається ще на відстані»

С.І. Вавилов.

Запитання 16.1. Що таке фотоелектричний ефект?

Відповідь. Фотоелектричний ефект в широкому розумінні – процес взаємодії електромагнітного випромінювання з речовиною, в результаті якого енергія фотонів передається частинкам речовини. Розрізняють зовнішній, внутрішній, вентильний, атомний і ядерний фотоелектричний ефект.

Зовнішній фотоелектричний ефект – явище виривання електронів з поверхні речовини під дією електромагнітного випромінювання (світла).

Внутрішній фотоелектричний ефект полягає в тому, що під дією світла збільшується електропровідність опромінюваної речовини за рахунок зростання в ній числа вільних носіїв струму (електронів провідності і дірок).

Вентильний фотоелектричний ефект – явище виникнення електрорушійної сили (фото-ЕРС) при освітленні контакту двох різних напівпровідників або напівпровідника і металу у відсутності зовнішнього електричного поля.

Атомний фотоелектричний ефект – явище виривання електрона із атома під дією зовнішнього електромагнітного випромінювання. Електрон при цьому викидається за межі атома.

Ядерний фотоелектричний ефект – явище ядерної реакції під дією γ -фотонів. При поглинанні атомним ядром γ -фотона ядро переходить у збуджений стан з наступним викиданням протона або нейтрона, або обох разом.

Запитання 16.2. Хто і як вперше спостерігав явище фотоелектричного ефекту?

Відповідь. Відкриття фотоелектричного ефекту відносять до 1887 р. і зв'язують його з іменем молодого німецького фізика Генріха Герца, який, проводячи досліди з іскровим розрядником (рис. 16.1), помітив, що освітлення, пучком ультрафіолетових променів електродів іскрового розрядника полегшує проскакування іскри (розряд відбувається при меншій напрузі).

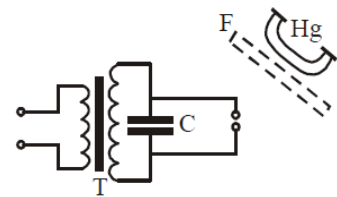


Рис. 16.1

У 1888 р. незалежно від Г. Герца фотоелектричний ефект спостерігали німецький фізик В. Гальвакс та італійський фізик А. Рігі.

Запитання 16.3. Опишіть досліди А. Столетова та сформулюйте основні висновки з них.

Відповідь. Схема дослідів по вивченню фотоелектричного ефекту А.Г. Столетовим наведена на рис. 16.2, де C – мідна сітка, D – цинкова пластинка, G – гальванометр, V – вольтметр, B – джерело електричного струму.

При освітленні негативно зарядженої цинкової пластинки в колі виникав електричний струм, який отримав назву **фотоструму**, а саме явище було названо **фотоелектричним ефектом**.

На основі результатів досліджень були сформульовані наступні висновки:

1. Найбільш ефективно діють ультрафіолетові промені.
2. Під дією світла звільнюються негативні заряди.
3. Величина фотоструму пропорційна освітленості.
4. Явище фотоелектричного ефекту практично безінерційне.

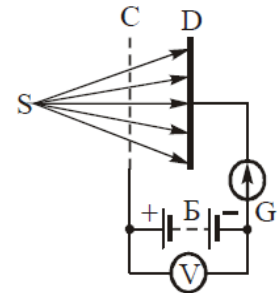


Рис. 16.2

Запитання 16.4. Хто і яким чином довів, що під дією світла з поверхні металу вириваються електрони?

Відповідь. У 1898 р. Ленард і Томсон методом відхилення зарядів в електричному і магнітному полях виміряли питомий заряд e/m частинок, які вириваються під дією світла із металу. Ці вимірювання показали, що $e/m = 1,759 \cdot 10^{-11} \text{ Кл/кг}$, довівши цим самим, що звільнені під дією світла частинки є електронами. Явище виривання із речовини електронів під дією світла, як уже відмічалось у відповіді на запитання 16.1, отримало назву **зовнішнього фотоелектричного ефекту**.

До речі...

Зовнішній фотоелектричний ефект ще називають **фотоелектронною емісією**, або скорочено – **фотоемісією**.

Світловий потік, який викликає фотоемісію, необов'язково повинен бути у видимому діапазоні. В залежності від речовини, із якої вибиваються електрони, це може бути інфрачервоне, ультрафіолетове і навіть рентгенівське випромінювання.

Запитання 16.4. Наведіть схему експериментальної установки для вивчення фотоелектричного ефекту. Яким чином можна виміряти максимальну швидкість фотоелектронів

Відповідь. Для дослідження закономірностей фотоелектричного ефекту використовують установку, схема якої наведена на рис. 16.3. Освітлювана металічна пластинка

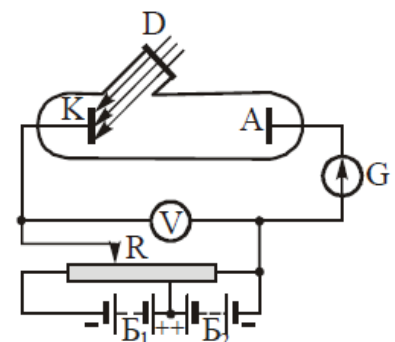


Рис. 16.3

тинка (катод) розміщується у вакуумному балоні, оскільки невеликі забруднення поверхні катода можуть вплинути на емісію електронів. Катод покривається досліджуваним металом і освітлюється монохроматичним світлом, що проходить в балон через віконце D . Поверхні катода і анода виготовляють, як правило, вгнутими, щоб всі електрони, які звільняються з катода, попадали на анод. Напругу між катодом і анодом регулюють за допомогою потенціометра R , а дві акумуляторні батареї B_1 і B_2 , ввімкнені «назустріч одна одній», дають можливість змінювати не лише величину, а й знак напруги U . Величина фотоструму вимірюється гальванометром G (рис. 16.3). На рис. 16.4 зображено криві залежності величини фотоструму I від величини напруги U , які відповідають різним освітленням катода: E_1 (кр. 1), E_2 (кр. 2), E_3 (кр. 3) ($E_1 < E_2 < E_3$). Із рис. 16.4

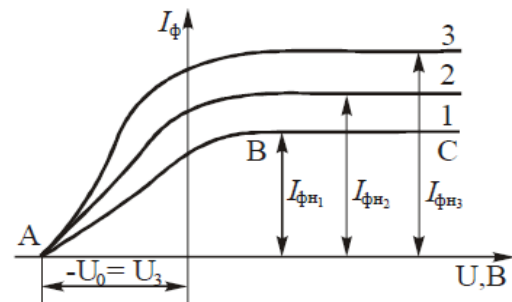


Рис. 16.4

видно, що для залежності сили струму від прикладеної напруги при незмінній освітленості характерним є існування ділянки BC струму насичення I_n , коли всі звільнені світлом електрони (фотоелектрони) досягають анода і ділянки AB , яка починається в точці A при деякому значенні від'ємної напруги U_3 . Максимальне значення струму називають **фотострумом насичення** I_n . Він визначається рівнянням

$$I_n = ne, \quad (16.1)$$

де n – число фотоелектронів, які вилітають з катода за 1 с , e – заряд електрона.

Існування фотоструму в області від'ємних напруг від 0 до U пояснюється тим, що фотоелектрони, вибиті із катода, мають відмінну від нуля початкову кінетичну енергію. За рахунок цієї енергії електрони можуть здійснювати роботу проти сил затримуючого поля в балоні і досягати анода. Якщо початкова кінетична енергія фотоелектронів дорівнює енергії затримуючого поля, тобто:

$$\frac{m v_{\max}^2}{2} = e U_3, \quad (16.2)$$

де m – маса електрона, U_3 – затримуюча різниця потенціалів ($U_3 = -U_0$), то в колі фотострум буде дорівнювати нулю ($I_\phi = 0$). Вимірявши U_3 , користуючись виразом (16.2), можна визначити максимальну швидкість v_{\max} вирваних світлом електронів.

Запитання 16.5. Сформулюйте закони фотоефекту, які були встановлені на основі результатів багаточисельних експериментів.

Відповідь. 1. При незмінному спектральному складі світла сила фотоструму насичення прямо пропорційна освітленості катода (світловому потоку, що падає на катод).

2. Максимальна кінетична енергія вирваних світлом електронів лінійно залежить від частоти ν (рис. 16.5.) і не залежить від його інтенсивності.

3. Для кожної речовини існує максимальна довжина хвилі світла λ_{\max} (мінімальна частота ν_{\min}), при якій ще існує фотоефект. Якщо $\nu < \nu_{\min}$, то фотоефект відсутній навіть при значній інтенсивності світла.

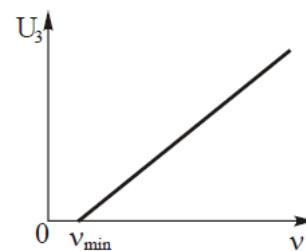


Рис. 16.5

Запитання 16.6. У якій згоді факт існування явища фотоефекту з класичними хвильовими уявленнями про природу світла?

Відповідь. В самому факті звільнення електронів із металу під дією світла, з точки зору класичних хвильових уявлень про природу випромінювання нічого дивного немає, оскільки електромагнітна хвиля, яка падає на поверхню, викликає вимушені коливання електронів в металі. Поглинаючи енергію хвилі, електрон може нагромадити її в кількості, достатньої для подолання сили, що втримує електрон в металі (для здійснення роботи виходу). Отже, сам факт виривання фотоелектрона класична теорія пояснює. Однак, виходячи із сказаного, енергія фотоелектрона повинна б залежати від інтенсивності світла. Але досвід показує, що енергія фотоелектрона не залежить від інтенсивності падаючого світла. Збільшення інтенсивності призводить лише до пропорційного збільшення числа фотоелектронів. Енергія ж фотоелектронів залежить тільки від частоти падаючого світла.

Окрім того, відповідно до класичних уявлень, необхідний скінчений час (близько $1c$), щоб електрон міг нагромадити необхідну енергію і покинути метал, тоді як навіть при дуже незначній інтенсивності світла фотоелектрони з'являються практично безінерційно ($\Delta t \leq 10^{-10} c$).

Зверни увагу!

Класична теорія не в змозі пояснити закони фотоефекту.

Запитання 16.7. Хто і як пояснив експериментальні закони фотоефекту?

Відповідь. Труднощі в поясненні законів фотоефекту привели А. Ейнштейна до створення в 1905 р. **квантової теорії світла**. Ейнштейн скористався ідеєю Планка, який декількома роками раніше показав, що світло випромінюється квантами, і припустив, що **світло не тільки випромінюється квантами, але й поширюється та поглинається у вигляді квантів**. Пізніше кванти елек-

тромагнітного випромінювання отримали назву **фотонів**. Фотони у вакуумі поширюються зі швидкістю світла c і для монохроматичного випромінювання мають однакову енергію

$$E_f = h\nu, \quad (16.3)$$

де h – стала Планка, ν – частота електромагнітного випромінювання.

Якщо на поверхню металу падає потік фотонів, енергія яких визначається формулою (16.3), то при поглинанні фотона його енергія повністю передається одному електрону, і якщо енергія достатня для того, щоб звільнити електрон від утримуючих його зв'язків, то він може вийти за межі поверхні металу. Імовірність одночасного поглинання двох фотонів одним електроном мала, тому кожний фотоелектрон отримує енергію від одного фотона. Отже, згідно сказаного, **повне число звільнених електронів пропорційне числу поглинутих фотонів, тобто сила фотоструму насичення пропорційна інтенсивності падаючого світла**. Однак, енергія окремого фотоелектрона визначається енергією поглинутого фотона (див. формулу (16.3)). Звідси зрозуміло, чому енергія фотоелектрона лінійно залежить від частоти падаючого світла, і не залежить від його інтенсивності (тобто від числа падаючих фотонів).

Енергія, якої набуває фотоелектрон ($E = h\nu$) частково витрачається на звільнення його із металу. Мінімальна енергія, необхідна для звільнення електрона з металу, називається **роботою виходу**. Надлишок енергії фотона перетворюється в кінетичну енергію звільненого електрона. Отже, для фотоелектронів, які мають максимальну швидкість, закон збереження енергії запишеться так:

$$h\nu = A + \frac{m\nu_{\max}^2}{2}. \quad (16.4)$$

Таким чином, енергія поглинутого фотона витрачається на роботу виходу A електрона з металу і на надання йому кінетичної енергії.

Очевидно, що якщо $h\nu < A$ електрон не може бути вирваний із металу. Це означає, що існує деяка мінімальна частота (максимальна довжина хвилі) випромінювання

$$\nu_0 = \frac{A}{h} \quad \text{або} \quad \lambda_0 = \frac{hc}{A}, \quad (16.5)$$

при якій ще можливий фотоефект. При менших частотах $\nu < \nu_0$ ($\lambda > \lambda_0$) фотоефект не спостерігається. Частоту ν_0 або довжину хвилі λ_0 називають **граничною частотою** або **граничною довжиною хвилі**, при якій ще можливий фотоефект. Граничну частоту (граничну довжину) хвилі ще називають **червоною межею фотоефекту**.

Запитання 16.8. Чим визначається червона межа фотоефекту?

Відповідь. Червона межа фотоэффекту залежить лише від величини роботи виходу електрона, тобто від природи металу і стану його поверхні. В таблиці 16.1. наведені значення «червоної межі» для кількох металів.

Таблиця 16.1

Метал	<i>K</i>	<i>Na</i>	<i>Li</i>	<i>Hg</i>	<i>Fe</i>	<i>Ag</i>	<i>Au</i>	<i>Ta</i>
λ_0 , нм	550,0	540,0	500,0	273,5	262,0	261,0	265,0	305,0

Зверніть увагу!

Із табл. 16.1 видно, що для лужних металів *K*, *Na*, *Li* «червона межа» лежить у видимій ділянці світла, тоді як для більшості інших металів вона знаходиться в області ультрафіолету.

Присутність домішок в металі, наприклад, газів, часто сильно полегшує вихід електронів, зсуваючи червону межу в область довгих хвиль.

Запитання 16.9. За допомогою яких експериментів можна продемонструвати, що під дією світла із поверхні металу вириваються електрони? Опишіть їх. Які для цього потрібні прилади і матеріали?

Відповідь. Схема досліду по фотоелектричному ефекту наведена на рис. 16.6. Для проведення дослідів потрібна ртутна лампа, електроскоп, цинкова і мідна пластинки, органічне скло, скляна і пластмасова палички, шматок шкіри і звичайної матерії (полотна).

Експеримент проводиться так: цинкову пластинку один раз заряджають від'ємними зарядами від пластмасової палички, натертої полотном, а другий раз додатним зарядом від скляної палички, натертою шкірою. При

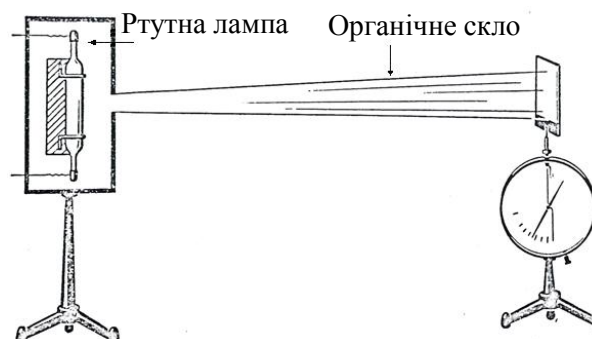


Рис. 16.6

освітленні пластинки світлом від ртутної лампи в першому випадку електроскоп розряджається, а в другому випадку – ні. Отже, **під дією світла із поверхні металу вибиваються електрони.**

Дослід повторюється з від'ємно зарядженою цинковою пластинкою, встановленою на відстані, наприклад, 1 м від лампи, а в другий раз на відстані вдвічі меншій. В другому разі швидкість розряду електрометра збільшується внаслідок збільшення світлового потоку (освітленості пластинки). Отже, **кількість вибитих електронів з одиничної поверхні металу пропорційна його освітленості.**

На шляху поширення світла розміщують екран із органічного скла, який не пропускає ультрафіолетового випромінювання. На цинку фотоефект спостерігається, на міді – ні. Отже, **інтенсивність фотоефекту залежить від спектрального складу випромінювання.**

Запитання 16.10. Що визначає формула

$$\frac{mv_{\max}^2}{2} = h\nu - A? \quad (16.6)$$

Відповідь. Формула (16.6) – це формула (16.4), записана в іншому вигляді. В цьому вигляді формулу (16.6) називають **рівнянням Ейнштейна для зовнішнього фотоефекту**. Це рівняння отримано в припущенні, що електрони в металі рухаються незалежно один від одного, тобто, між ними не діють сили взаємодії. Тому передача фотонам енергії одному із електронів не змінює енергії всіх інших електронів. Теорію, яка ґрунтується на цьому припущенні, називають **одно електронною**. Рівняння (16.6) дає можливість пояснити закони фотоефекту для металу (див. відповідь на запитання 16.7).

Запитання 16.11. Як із досліду по фотоефекту можна визначити сталу Планка? Які для цього потрібно зробити вимірювання?

Відповідь. Якщо скористатися формулами (16.2) і (16.5), то рівняння Ейнштейна (16.6) запишеться в такому вигляді:

$$eU_3 = h(\nu - \nu_0). \quad (16.7)$$

Знаючи ν і ν_0 , і, визначивши експериментально U_3 , можна за формулою (16.7) обчислити сталу Планка:

$$h = \frac{eU_3}{\nu - \nu_0}. \quad (16.8)$$

Запитання 16.12. Відповідно класичним уявленням при зовнішньому фотоефекті вириваються електрони провідності (вільні електрони). Як узгоджується це із законами збереження енергії і імпульсу?

Відповідь. Енергетичний спектр металів характеризується зонною структурою, при якій існує квазінеперервна смуга значень енергій, яких можуть набувати електрони. Поведінку цих електронів (їх ще називають електронами провідності), можна легко описати за допомогою моделі вільних електронів. Однак, ще в 30-х роках ХХ ст. І.Е. Тамм і С.П. Шубін звернули увагу на те, що вільний електрон не може поглинути фотон. В протилежному разі закони збереження енергії та імпульсу стають несумісними. Отже, поглинання фотона вільним електроном є неможливим. Вихід із цього положення був підказаний тими ж авторами, які його і сформулювали, Таммом і Шубінім. Вони запропонували, що при взаємодії кванта з електроном повинно брати участь «третє» тіло. Тоді

заборона, яка накладається законом збереження імпульсу, знімається, і вся енергія фотона $h\nu$ може бути передана електрону. Таким «третім» тілом, яке бере на себе частину імпульсу фотона, може бути домішка або неоднорідності в об'ємі, а також порушення періодичності структури, які викликані коливаннями позитивно заряджених іонів, що утворюють кристалічну ґратку. І, нарешті, «третім» тілом може служити сама поверхня або межа поділу.

Запитання 16.13. Фотоефект практично безінерційний. Як узгоджується цей ефект з класичною моделлю взаємодії речовини і поля?

Відповідь. Див. відповідь на запитання 16.6.

Запитання 16.14. Опишіть суть дослідів П.І. Лукірського і С.С. Прилежаєва по перевірці лінійної залежності максимальної кінетичної енергії фотоелектронів від частоти падаючого світла.

Відповідь. У 1928 р. російські фізики П.І. Лукірський і С.С. Прилежаєв провели додаткову експериментальну перевірку лінійної залежності максимальної кінетичної енергії фотоелектронів від частоти падаючого світла. На рис. 16.7 наведені результати вимірювання кінетичної енергії електронів, як функції частоти світла, яким опромінюється метал для алюмінію, цинку і нікелю. Істотно, що згідно з (16.7), усі прямі паралельні одна одній. До речі, тангенс кута α нахилу прямої дорівнює h , тобто є не що інше, як стала Планка. Тобто

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{d(eU_3)}{d\nu} = h. \quad (16.9)$$

Відрізки, які відтинають прямі на осі ординат, чисельно дорівнюють роботі виходу електронів з відповідних металів, а відрізки, які відтинають прямі на осі абсцис, дорівнюють граничній частоті (червоній межі) відповідних металів (рис. 16.7). Знайдене середнє значення h за результатами Лукірського і Прилежаєва рівне $6,534 \cdot 10^{-34}$ Дж·с. Точність дослідів становила 0,1 – 0,2 %.

Запитання 16.15. Експерименти показують, що від частоти падаючого світла залежить не лише максимальна кінетична енергія вирваних електронів, але і в певній мірі і величина фотоструму насичення. Як це узгоджується з квантовою теорією фотоефекту?

Відповідь. Результати дослідження залежності фотоструму насичення від довжини хвилі наведені на рис.



Рис. 16.7

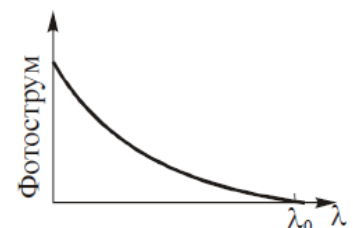


Рис. 16.8

16.8, із якого видно, що із зменшенням довжини світлової хвилі сила фотоструму віднесена до одиниці енергії поглинання, зростає. Довжині хвилі з λ_0 відповідає «червона межа». Наведені результати свідчать, що світло більш короткої довжини хвилі діє більш ефективно.

Запитання 16.16. Що таке селективний (вибірковий) фотоэффект? З'ясуйте, як величина фотоструму селективного фотоэффекту залежить від кута падіння та від напрямку поляризації світла?

Відповідь. Досліди показують, що хід кривої, наведеної на рис. 16.8, не є універсальним для всіх металів. Для ряду лужних металів спостерігається відхилення від ходу кривої, наведеної на рис. 16.8. «Червона межа» цих металів лежить далеко у видимій і навіть у інфрачервоній ділянці спектра. Для таких речовин сила фотоструму має явно виражений максимум для певної спектральної ділянки, швидко спадаючи по обидві сторони цієї ділянки (рис. 16.9). Такий фотоэффект називають **селективним** або **вибірковим**. Це явище нагадує резонансні ефекти. Все відбувається так, ніби електрони в металі володіють власним періодом коливань, із наближенням частоти падаючого на речовину світла до власної частоти коливань електронів амплітуда коливань їх зростає, і вони долають роботу виходу.

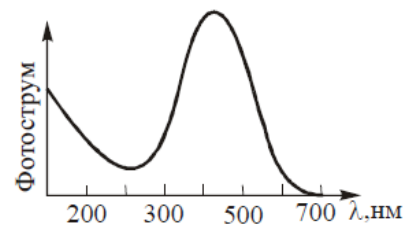


Рис. 16.9

Селективне поглинання підтверджує і той факт, що величина фотоструму залежить від кута падіння світла та від стану його поляризації. Із збільшенням кута падіння величина селективного максимуму різко зростає. Підсилюється селективне поглинання і у випадку, коли електричний вектор \vec{E} падаючого світла лежить в площині падіння і, навпаки, якщо вектор \vec{E} перпендикулярний до площини падіння, то селективність ефекту різко зменшується або навіть зникає взагалі (див. [1], ст. 529 – 531).

Запитання 16.17. Що таке квантовий вихід зовнішнього фотоэффекту?

Відповідь. Для кількісної характеристики зовнішнього фотоэффекту користуються поняттям **квантового виходу** η : це відношення кількості фотоелектронів n_e до кількості квантів світла (фотонів) n_f , які спричиняють цей фотоэффект, тобто,

$$\eta = \frac{n_e}{n_f}. \quad (16.10)$$

Запитання 16.18. Яке явище називають внутрішнім фотоэффектом? Для яких речовин він притаманний? З'ясуйте його фізичну суть.

Відповідь. Збільшення електропровідності опромінюваної речовини світлом за рахунок зростання в ній числа вільних носіїв струму називають **внутрішнім фотоефектом** (див. відповідь на запитання 16.1). Це явище вперше спостерігалось американським фізиком І. Смітом у 1873 р. і отримало назву **фотопровідності**. Внутрішній фотоефект властивий лише **напівпровідникам і діелектрикам**.

Внутрішній фотоефект знаходить своє пояснення на основі квантових уявлень зонної теорії твердих кристалічних тіл.

В діелектрику і бездомішковому напівпровіднику при абсолютному нулі зона провідності не містить електронів, а валентна зона, яка знаходиться енергетично нижче, повністю заповнена електронами (рис. 16.10). Різниця між енергіями нижнього рівня зони провідності і верхнього рівня валентної зони E_g (ширина забороненої зони) у напівпровідників значно менша, ніж у діелектриків. Якщо енергія фотона $h\nu \geq E_g$,

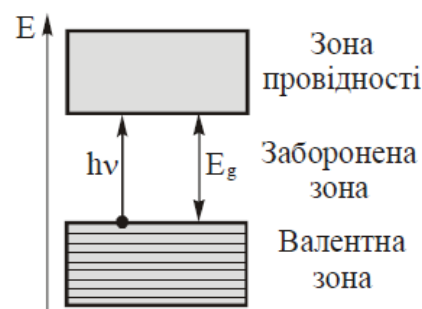


Рис. 16.10

то при поглинанні такого фотона речовиною електрон перейде із валентної зони в зону провідності. В результаті з'явиться додаткова пара носіїв струму – в зоні провідності електрон, а у валентній зоні – дірка. Якщо до такого напівпровідника прикласти різницю потенціалів, то в колі з'явиться електричний струм. Концентрація електронів і дірок, а отже і величина струму, пропорційна числу фотонів, які попадають на одиницю поверхні речовини за одиницю часу. Червона межа внутрішнього фотоефекту визначається шириною забороненої зони E_g , тобто

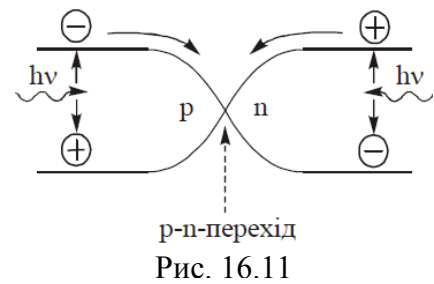
$$\nu_0 = \frac{E_g}{h}. \quad (16.11)$$

Із (16.11) видно, що червона межа залежить від природи напівпровідника і може лежати в області значно більш довгих хвиль, ніж у приймачів із зовнішнім фотоефектом (див. [1], ст. 534, 535).

Запитання 16.19. Одним із видів внутрішнього фотоефекту є вентильний фотоефект? Яка його фізична суть?

Відповідь. В області $p-n$ – переходу двох напівпровідників або на межі металу з напівпровідником може спостерігатися **вентильний фотоефект** – виникнення електрорушійної сили під дією світла (див. відповідь на запитання 16.1). На рис. 16.11 наведено хід потенціальної енергії електронів (суцільна крива) в області $p-n$ – переходу. Електрони під дією світла переходять із p -області в n -область, а дірки навпаки. В результаті в p -області нагромаджується надлишко-

вий додатний заряд, а в n -області – надлишковий від’ємний заряд. Це призводить до виникнення на межі напівпровідник-напівпровідник або напівпровідник-метал **фотоелектрорушійної сили**. Якщо паралельно до освітленого такого контакту під’єднати зовнішнє навантаження, то через нього потече струм. При невеликих освітленнях сила струму пропорційна світловому потоку, що падає на контакт напівпровідників. Отже досягається пряме перетворення світлової енергії в електричну. З цієї причини приймачі світла на основі вентильного фотоелектру (фотогальванічні приймачі) використовуються не тільки для реєстрації світлових сигналів, але і в електричних колах, як джерела електричної енергії.



Практичні застосування

Фотогальванічні елементи, які використовуються для перетворення світлової енергії в електричну, знайшли широке застосування для живлення електро – і радіоапаратури на космічних станціях, кораблях, супутниках. На основі фотогальванічних елементів створені фотоелектричні фотометри, зокрема фотоекспонетри, які застосовуються в фотографії.

Фотогальванічні елементи мають коефіцієнт корисної дії 11 – 15 %, а можна його довести до 22 %.

Запитання 16.20. Що таке фотогальванічний ефект?

Відповідь. Фотогальванічний ефект – це інша назва вентильного фотоелектру, тобто фотоелектру в запірному шарі (див. відповідь на запитання 16.19).

Запитання 16.21. Які фізичні прилади називають фотоелементами? Назвіть їх основні види, з’ясуйте їх будову і основні характеристики.

Відповідь. **Фотоелементи** – приймачі випромінювання, в яких фотоелектру використовується для перетворення світлового сигналу в електричний.

Відповідно до різних видів фотоелектру існують різні види фотоелементів, а саме: **фотоелементи із зовнішнім фотоелектром, фотоопори і вентильні фотоелементи.**

Фотоелементи із зовнішнім фотоелектром розрізняють вакуумні і газонаповнені.

Вакуумний фотоелемент – евакуйований скляний балон, частина внутрішньої поверхні якого покрита шаром світлочутливого металу, що відіграє роль фотокатода. В якості анода використовується металеве кільце або рідка сітка, яка також міститься всередині балона. Вакуумні фотоелементи експлуатують в режимі насичення. Катоди фотоелементів виготовляють із різних мате-

ріалів залежно від спектрального складу світла. Фотоелементи характеризують **інтегральною чутливістю, яка дорівнює відношенню величини фотоструму насичення до величини світлового потоку, що падає на катод**. Для вакуумних фотоелементів інтегральна чутливість становить $8 \cdot 10^{-5} \text{ А/лм}$. Основним недоліком вакуумних фотоелементів є те, що вони виробляють дуже малий електричний сигнал.

Газонаповнені фотоелементи. Для підсилення фотоструму і підсилення інтегральної чутливості балон фотоелемента після відсмоктування повітря заповнюють інертним газом (як правило аргоном). Такі фотоелементи називають **газонаповненими**. Фотоелектрони, при зіткненні з молекулами газу іонізують їх, внаслідок чого в колі зростає величина фотоструму. Цим пояснюється і той факт, що чутливість газонаповнених фотоелементів в декілька разів перевищує чутливість вакуумних фотоелементів.

Фотоелементи із зовнішнім фотоелементом практично безінерційні, що робить їх незамінними в приладах реєстрації швидкозмінних світлових імпульсів.

Запитання 16.22. Що таке напруга насичення фотоелемента?

Відповідь. Напруга насичення – напруга, яка достатня для переносу на анод всіх вирваних з металу електронів, навіть тих, які мають нульову початкову швидкість.

Запитання 16.23. Що таке вольт амперна і спектральна світлова характеристики фотоелементів?

Відповідь. **Вольтамперна характеристика** фотоелемента – залежність величини фотоструму, що проходить через фотоелемент, від величини напруги, прикладної до нього ($I_{\phi} = f(U)$).

Світлова характеристика фотоелемента – залежність величини фотоструму від величини світлового потоку, що падає на катод за одиницю часу ($I_{\phi} = f(\Phi)$).

Спектральна характеристика фотоелементів визначається властивостями матеріалу і товщиною катода, матеріалом підкладки світлочутливого шару і балона фотоелемента і засвідчує залежність чутливості фотоприймача від довжини світлової хвилі.

Запитання 16.24. Чому катода фотоелементів із зовнішнім фотоелементом покривають оксидами лужних металів?

Відповідь. Для лужних металів (K, Na, Li) червона межа лежить в області видимого світла, тоді як для більшості інших металів вона знаходиться в області ультрафіолету. У випадку, коли атоми лужних металів вступають в зв'я-

зок з киснем, то це полегшує вихід електронів, зсуваючи червону межу в бік довгих хвиль (див. відповідь на запитання 16.8).

Запитання 16.25. Що називають інтегральною і спектральною чутливістю фотоелементів?

Відповідь. Інтегральна чутливість фотоелемента вимірюється відношенням величини фотоструму насичення до величини світлового потоку, що падає на катод.

Спектральна чутливість фотоелемента – величина фотоструму, викликаного випромінюванням певної довжини хвилі одиничним світловим потоком.

Запитання 16.26. Що таке чутливість фотоелемента?

Відповідь. Чутливістю фотоелемента прийнято називати величину фотоструму, викликаного світловим потоком одиничної потужності P :

$$k = \frac{I_{\phi}}{P}. \quad (16.12)$$

Запитання 16.27. Чому у вакуумних фотоелементів спостерігається струм насичення, а в газонаповнених ні?

Відповідь. Максимальне значення фотоструму у вакуумних фотоелементах називають **струмом насичення** (див. рис.16.4). Він виникає тоді, коли всі електрони, які вибиваються світлом із катода попадають на анод. Подальше підвищення напруги на величину фотоструму не впливає.

В газонаповнених фотоелементах в балоні знаходиться інертний газ (див. відповідь на запитання 16.20). Фотоелектрони, прискорюючись в фотоелементі, взаємодіють з молекулами газу і іонізують їх, в результаті чого фотострум в колі зростає. Збільшуючи напругу, прикладену до фотоелемента, цей процес підсилюється аж до виникнення пробую (рис. 16.12).

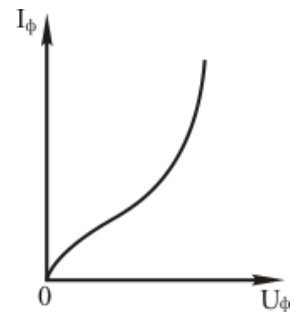


Рис . 16.12

Запитання 16.28. З'ясуйте будову та принцип роботи фотоелектронного помножувача.

Відповідь. Основним недоліком вакуумних фотоелементів при світлових вимірюваннях є те, що вони виробляють дуже малий електричний сигнал. Цей недолік повністю усувається у фотоелектронних помножувачах (*ФЕП*), які вперше були створені в 1934 р.

Принцип роботи *ФЕП* можна зрозуміти із рис. 16.13. Кожний електрон, що вибивається світлом з фотокатода (*ФК*), прискорюється і при

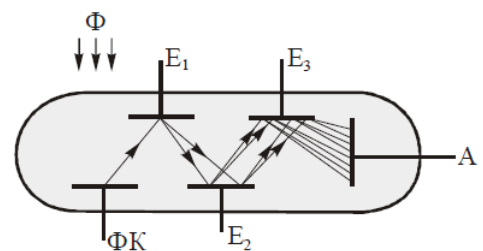


Рис. 16.13

попаданні на перший емітер E_1 , вибиває з нього кілька електронів. Ці електрони прискорившись, попадають на другий емітер E_2 і знову збільшують загальний потік електронів. Вторинні електрони з останнього емітера, а їх буває до 10 – 15, збираються на аноді. З анода знімають струм

$$I = i_0 \sigma^n, \quad (16.13)$$

де i_0 – фотострум на першому емітері, n – кількість емітерів, σ^n – коефіцієнт підсилення. Загальний коефіцієнт підсилення досягає $10^5 - 10^7$, а інтегральна чутливість ФЕП, досягає тисячі ампер на люмен.

Практичні застосування ФЕП

Вимірювання слабких постійних і змінних світлових потоків.

Реєстрація слабких імпульсних світлових сигналів.

Області застосування: астрономія, ядерна фізика, медицина, техніка квантові генератори, медицина тощо.

Запитання 16.29. Що таке фотоопір? З'ясуйте суть вольт-амперної характеристик фотоопорів.

Відповідь. Фотоопори – фотоприймачі, принцип дії яких ґрунтується на ефекті фотопровідності – зміні електричного опору напівпровідника під дією світла. В даному разі електрони не звільняються з речовини, а лише переходять із заповненої валентної зони в зону провідності, збільшуючи електропровідність напівпровідника.

Виготовляють фотоопори або з чистих напівпровідників, або з напівпровідників з домішками. Будову фотоопорів показано на рис. 16.14. На діелектричну пластинку 1 нанесено тонкий шар напівпровідникової речовини 2, на кінцях якого випаровуванням у вакуумі напилено металеві електроди 3. Для захисту від шкідливого впливу навколишнього повітря фоточутливу поверхню фотоопору покривають прозорою плівкою лаку.

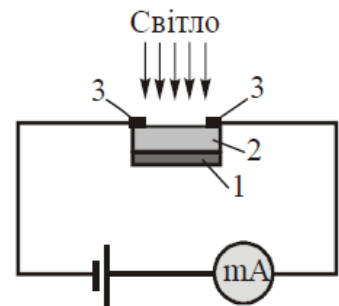


Рис. 16.14

Фотоопори володіють високою чутливістю, але вони є інерційними. Вольт-амперна характеристика їх лінійна, тобто, струм насичення відсутній.

Фотоопори використовуються в різних пристроях автоматики і телемеханіки тощо.

Запитання 16.30. Зобразіть вольт-амперну характеристику вакуумного фотоелемента при освітленні його монохроматичним світлом з довжиною хвилі

λ_1 . Як зміниться вигляд вольт-амперної характеристики, якщо не змінюючи величини світлового потоку, зменшити довжину світлової хвилі?

Відповідь. Вольт-амперна характеристика фотоелемента при освітленні його монохроматичним світлом з довжиною хвилі λ_1 зображена кривою 1 (рис 16.15). Якщо, не змінюючи величини потоку падаючого світла, зменшити його довжину хвилі ($\lambda_2 < \lambda_1$), то вольт-амперна характеристика зобразиться кривою 2. Зменшення довжини хвилі світла призведе до збільшення поча-

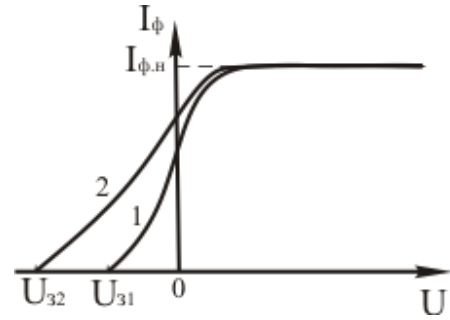


Рис. 16.15

ткової кінетичної енергії електронів $\left(\frac{m v_{\max 2}^2}{2} > \frac{m v_{\max 1}^2}{2} \right)$ і, як результат, до збільшення величини затримуючої напруги ($U_2 > U_1$). Величина струму насичення не зміниться (див. відповідь на запитання 16.7).

Запитання 16.31. Як зміниться вольт-амперна характеристика вакуумного фотоелемента, якщо, не змінюючи довжини хвилі падаючого світла, збільшити світловий потік?

Відповідь. Збільшиться величина струму насичення. Всі інші характерні точки вольт-амперної характеристики не зміняться (див. відповідь на запитання 16.7).

Запитання 16.32. Що таке фотодіод? Поясніть його будову та принцип дії.

Відповідь. Фотодіод – напівпровідниковий фотоелектричний селективний приймач світлового випромінювання, який володіє однобічною фотопровідністю. Робота фотодіода базується на розділенні електричним полем p - n – переходу електронно-діркових пар, які генеруються світловими квантами поблизу p - n – переходу. В результаті розділення на контактах виникає фото-ЕРС.

Виникнення фото-ЕРС у p - n – переході пов'язане з дією контактного електричного поля E_0 , яке виникає в неосвітленому p - n – переході за рахунок дифузії основних носіїв заряду. Це поле зумовлює рівність нулю повного струму через перехід в рівноважному стані. При освітленні p -області, в ній виникнуть пари електрон-дірка. За умови, що товщина в p -області δ не більша дифузійного пробігу L носіїв заряду (рис. 16.16) вони досягають p - n – переходу.

Для електронів, утворених світлом, p - n – перехід є потенціальним бар'єром, і вони переходять в n -область, займаючи вільні рівні зони провідності. Для надлишкових дірок p - n – перехід також є потенціальним бар'єром, тому вони залишаються в p -області. Отже, в n -області виникає надлишковий від'ємний заряд, а в p -області – некомпенсований додатний заряд. Електричне поле E , яке виникає в результаті цього, напрямлене протилежно власному полю E_0 . З часом встановлюється стаціонарна різниця потенціалів завдяки некомпенсованим зарядам протилежних знаків у p - і n -областях, утвореним під дією світла. Ця різниця потенціалів проявляється як фото-ЕРС. Замикання кола (рис. 16.16) на зовнішнє навантаження R_n призводить до виникнення струму I_ϕ , значення якого при $R_n = \text{const}$ залежить лише від інтенсивності світла.

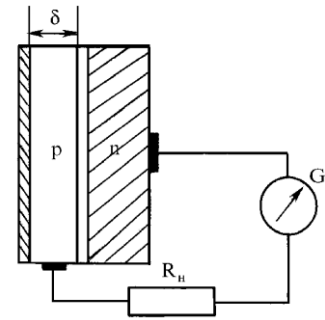


Рис. 16.16

Запитання 16.33. Який основний недолік вакуумних фотоелементів?

Відповідь. Див. відповідь на запитання 16.21.

Запитання 16.34. При заміні одного металу іншим гранична довжина хвилі фотоэффекту зменшується. Що можна сказати про роботу виходу цих двох металів?

Відповідь. Гранична довжина хвилі (червона межа) фотоэффекту визначається тільки роботою виходу електронів з металу:

$$\lambda_0 = \frac{ch}{A}, \quad (16.14)$$

де A – робота виходу, c – швидкість світла у вакуумі, h – стала Планка. Тому, якщо при заміні одного металу іншим гранична довжина хвилі фотоэффекту зменшилася, то це свідчить про те, що робота виходу електронів в другого металу більша.

Запитання 16.35. Чому електрична провідність напівпровідників підвищується при опроміненні їх світлом? Поясніть.

Відповідь. У напівпровідниках, опромінюваних світлом, має місце внутрішній фотоэффект. Суть його полягає в тому, що під дією світла збільшується електропровідність опромінюваної речовини за рахунок зростання в ній числа вільних носіїв струму (електронів провідності і дірок). Це явище ще називають фотопровідністю (див. відповідь на запитання 16.18).

Запитання 16.36. Чому вихід фотоелектронів при виникненні фотоэффекту не залежить від величини освітленості металу?

Відповідь. Під виходом фотоелектрона розуміють найменшу енергію, яку потрібно надати електрону, щоб він був вирваний з металу. Тому, при збільшенні освітленості (при незмінній частоті світла) збільшується кількість фотонів, що попадають на поверхню металу, а енергія кожного фотона залишається незмінною. Отже, оскільки вихід фотоелектронів при виникненні фотоефекту залежить від енергії кванта, поглинутого речовиною, а не від їх кількості, то виникнення фотоефекту не залежить від числа квантів (освітленості металу).

Запитання 16.37. Яка принципова схема фоторезистора і які його переваги і недоліки в експлуатації?

Відповідь. Пристрої, дія яких ґрунтується на використанні фотопровідності напівпровідників, називають **фотоопорами** або **фоторезисторами**. Схема будови і включення фотоопору в коло показано на рис. 16.17. Тонкий шар напівпровідникової речовини 2, на кінцях якого випаровуванням у вакуумі напилено металеві електроди 3, нанесено на діелектричну пластинку 1. Для захисту від шкідливого впливу повітря фоточутливу поверхню опору покривають прозорою плівкою лаку. **Достоїнства фоторезистора:** висока фоточутливість, великий строк експлуатації, малі розміри, простота у виготовленні, можливість вибору фотоопорів для потрібного інтервалу довжин хвиль. **Недоліки:** залежність опору від оточуючого середовища, інертність, відсутність прямої залежності між струмом в колі і інтенсивністю освітлення (див. відповідь на запитання 16.29).

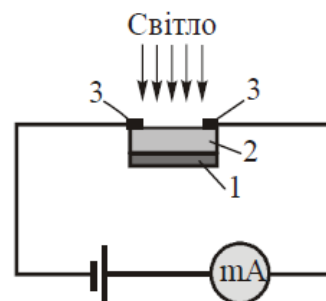


Рис. 16.17

Запитання 16.38. Чому явище фотоефекту має червону межу?

Відповідь. Електрони в металі, які часто називають «вільними», зв'язані з остовом кристалічної ґратки і, щоб такий електрон вирвати із металу, йому потрібно надати певної енергії для подолання сил зв'язку. Роботу, яку потрібно затратити на подолання сил зв'язку електрона з металом називають **роботою виходу**. Якщо енергія фотона менша за роботу виходу, то електрон не може бути вирваний з поверхні металу. Якщо ж енергія фотона дорівнює роботі виходу ($E_f = A$), то електрон буде вирваний з металу. Оскільки енергія фотона залежить від його частоти ($E_f = h\nu$), то існує така мінімальна частота ν_{\min} (або максимальна довжина хвилі λ_{\max}) електромагнітного випромінювання, при якій енергія фотона дорівнює роботі виходу електрона із металу і настає фотоефект. Мінімальну частоту ν_{\min} (або максимальну довжину хвилі λ_{\max}) називають **червоною межею фотоефекту**.

Запитання 16.39. Яка принципова схема будови і який принцип дії кремнієвого фотоелемента?

Відповідь. Внутрішній фотоефект використовується для перетворення енергії сонячного випромінювання в електричну енергію в напівпровідникових фотоелементах з $p-n$ – переходом. Широке поширення в цьому плані отримали кремнієві фотоелементи в будові сонячних батарей.

Елемент кремнієвої сонячної батареї (рис. 16.18) представляє собою пластинку кремнію n -типу, оточену шаром кремнію p -типу товщиною ~ 1 мкм з контактами для з'єднання з зовнішнім колом. Нагадаємо, що всі не скомпенсовані заряди зосереджені в $p-n$ – переході, а p -область, так само як і n -область, електронейтральні.

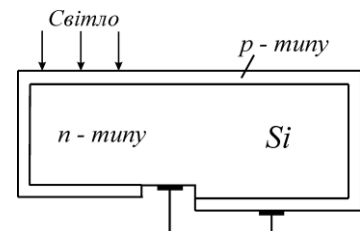


Рис. 16.18

При освітленні поверхні елемента в тонкому зовнішньому шарі p -типу генеруються пари «електрон-дірка», більшість із яких, не встигнувши рекомбінувати внаслідок малої товщини зовнішнього шару, попадають в $p-n$ – перехід, де відбувається розділення зарядів: під дією сил контактного електричного поля електрони перекидаються в n -область, а дірки – в p -область. Це означає, що при освітленні поверхні елемента між електродами фотоелемента виникає EPC , значення якої досягає $0,5$ В, а сила струму на кожному квадратному сантиметрі освітлюваної поверхні дорівнює $0,025$ А.

Запитання 16.40. Поясніть з точки зору квантової природи випромінювання безінерційність фотоефекту.

Відповідь. Електрон поглинає енергію фотона практично миттєво (за час порядку $10^{-8} - 10^{-9}$ с). При фотоефекті електрон вилітає із металу також миттєво. При припиненні опромінення електромагнітними хвилями, які викликають фотоефект, миттєво припиняється вихід електронів із металу. Все це експериментальні факти, які підтверджують безінерційність фотоефекту.

Запитання 16.41. Яка принципова відмінність між зовнішнім і внутрішнім фотоефектом?

Відповідь. Принципова відмінність між зовнішнім і внутрішнім фотоефектом в тому, що при зовнішньому фотоефекті під дією світла електрони вириваються із речовини назовні, а при внутрішньому – залишаються всередині речовини, змінюючи при цьому лише її електропровідність.

Запитання 16.42. Чому фоторезистори володіють інертністю, не дивлячись на те, що явище фотоефекту безінерційне?

Відповідь. Спостережувана інертність фоторезисторів не є наслідком властивостей фотоефекту, а наслідком інертності, якою володіє явище рекомбінації пар електрон-дірка при зміні інтенсивності протікання фотоефекту або при миттєвому його припиненні.

17. Ефект Комптона

Запитання 17.1. Що таке ефект Комптона?

Відповідь. Ефект Комптона (комptonівський ефект) – пружне розсіяння високочастотного електромагнітного випромінювання на вільних або слабо зв'язаних електронах, при якому довжина хвилі розсіяного випромінювання більша довжини хвилі падаючого; спостерігається при розсіянні випромінювання малих довжин хвиль – рентгенівського і γ -випромінювання.

Запитання 17.2. Які основні закономірності були виявлені А. Комптоном при дослідженні розсіяння рентгенівських променів різними речовинами? Проаналізуйте їх.

Відповідь. У 1923 р. американський фізик А. Комптон, досліджуючи розсіяння рентгенівських променів різними речовинами, виявив такі основні закономірності:

- В розсіяному випромінюванні присутні дві довжини хвиль: первинна λ і додаткова λ' , які близькі за значенням;
- Довжина хвилі λ' завжди більша, ніж λ ($\lambda' > \lambda$). Різниця довжин хвиль $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ не залежить ні від довжини хвилі падаючого випромінювання λ , ні від природи розсіюючої речовини.
- Значення $\Delta\lambda$ залежить лише від кута розсіяння θ .

Експериментально встановлено, що зміна довжини хвилі рентгенівського випромінювання при комptonівському розсіянні

$$\Delta\lambda = \lambda_c (1 - \cos \theta) = 2\lambda_c \sin^2 \frac{\theta}{2}, \quad (17.1)$$

де θ – кут, утворений між напрямком розсіяного випромінювання і напрямком первинного пучка, $\lambda_c = 0,0242 \text{ \AA}$ – стала величина, яку називають **комptonівською довжиною хвилі** і вона визначає величину зміни довжини хвилі при розсіянні рентгенівського випромінювання під кутом $\theta = \pi/2$.

Слід мати на увазі, що вказані закономірності справедливі для не дуже жорстких променів і для речовин з малою атомною вагою (водень, вуглець, бор, алюміній), які мають у своєму складі електрони, відносно слабо зв'язані з ядром атома.

До речі...

Артур Комптон (1892 – 1962) – американський фізик. Наукові роботи присвячені атомній і ядерній фізиці та фізиці космічних променів. У 1923 р. відкрив явище зміни довжини хвилі рентгенівського випромінювання внаслідок розсіяння його електронами речовини (ефект Комптона) і створив його тео-

рію (Нобелівська премія з фізики, 1927 р.). Спостерігав явище повного внутрішнього відбивання рентгенівських променів і розробив метод вимірювання довжини хвилі рентгенівського випромінювання.

Запитання 17.3. Зарисуйте схему дослідів А. Комптона по розсіянню рентгенівських променів речовиною. Опишіть результати дослідів.

Відповідь. Схема дослідів Комптона наведена на рис. 17.1, де R – рентгенівська трубка, $ДД$ – система діафрагм, PP – розсіююча речовина. Спектральний склад розсіяного випромінювання досліджувався за допомогою рентгенівського спектрометра, який складався із кристала-аналізатора $КА$ та іонізаційної камери $ІК$. На рис. 17.2 наведені результати досліджень розсіяння монохроматичного рентгенівського випромінювання на графіті в залежності від кута розсіяння θ . Крива A характеризує розподіл інтенсивності в первинній лінії (K_{α} – лінія $\lambda = 0,71025 \text{ \AA}$). Криві B, C, D відображають спектральний склад випромінювання при різних кутах розсіяння. Окрім того, із рис. 17.2 видно, що інтенсивність зміщеної лінії зростає із зростанням кута розсіяння.

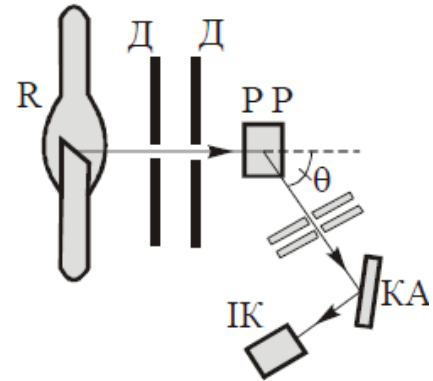


Рис. 17.1

Рис. 17.3 характеризує залежність співвідношення інтенсивностей зміщеної M і незміщеної P компонент від атомного номера розсіюючої речовини (кут розсіяння один і той же). Із рисунка видно, що при розсіянні речовинами з малими атомними номерами (Li, Be, B) практично все розсіяне випромінювання має компоненту із більшою довжиною хвилі. Із збільшенням атомного номера розсіюючої речовини інтенсивність незміщеної лінії зростає, а інтенсивність зміщеної лінії спадає. Отже, інтенсивність зміщеної компоненти (λ') в розсіяному рентгенівському випромінюванні тим більша, чим менший атомний номер розсіюючої речовини і, навпаки.

Запитання 17.4. Як пояснюється зміна довжини хвилі при розсіянні рентгенівських променів.

Відповідь. Як пояснюється зміна довжини хвилі при розсіянні рентгенівських променів.

Відповідь. Відповідно класичної теорії розсіяння світла розвинутої Томсоном, електрон речовини під дією періодичного електричного поля світлової хвилі коливається з частотою поля, тому він випромі-

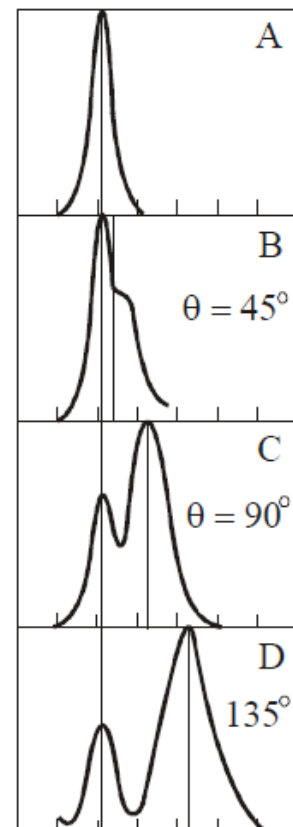


Рис. 17.2

нює вторинні (розсіяні) хвилі тієї ж частоти. Отже, довжина хвилі при «томсонівському» розсіянні не змінюються.

Початкова квантова теорія ефекту Комптона на основі квантових уявлень

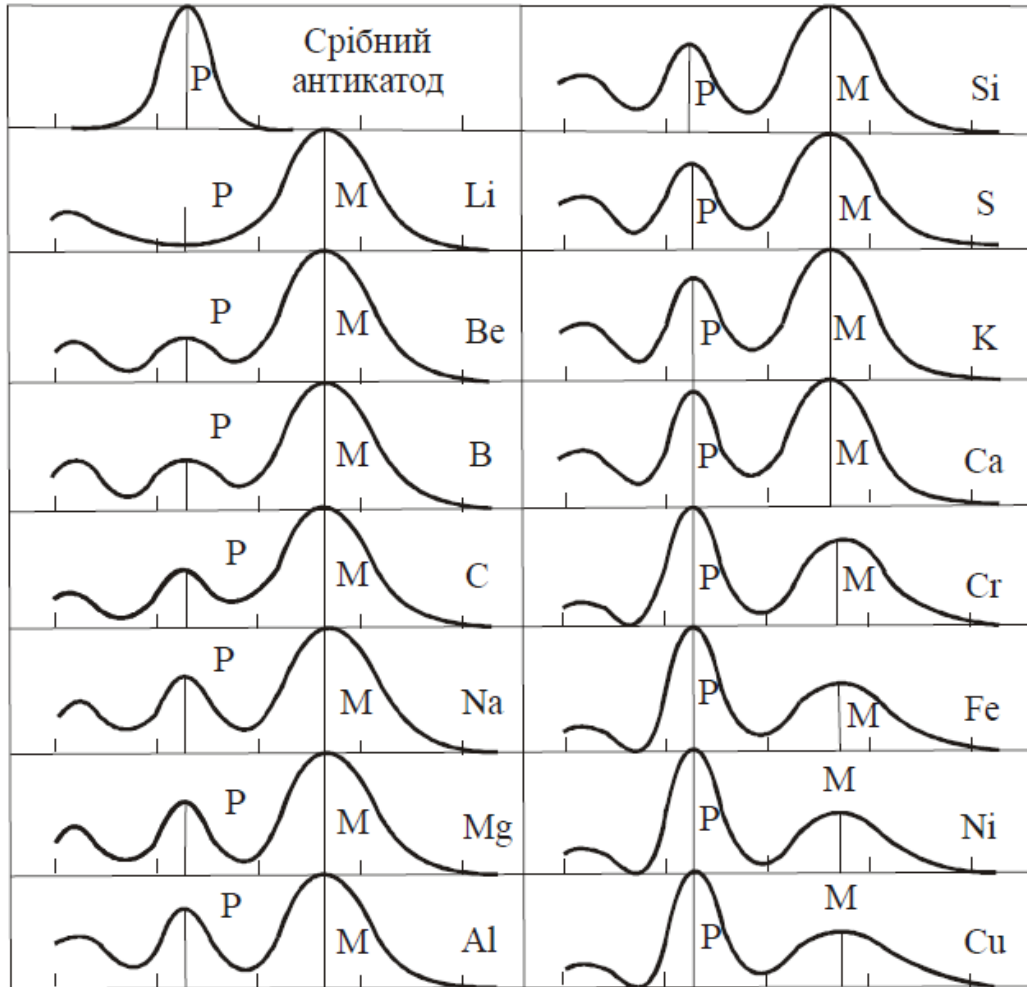


Рис. 17.3

була розроблена Комптоном і незалежно від нього П. Дебаєм. Згідно квантової теорії електромагнітна хвиля є не що інше, як потік світлових квантів-фотонів. Кожний фотон володіє певною енергією $E_f = h\nu = hc/\lambda$ і імпульсом $P_f =$

$$= \frac{h\nu}{c} \vec{n} = \frac{h}{\lambda} \vec{n}, \text{ де } \nu \text{ і } \lambda - \text{ відповідно частота і довжина хвилі падаючого випромінювання, } c - \text{ швидкість електромагнітного випромінювання у вакуумі, } h - \text{ стала Планка, } \vec{n} - \text{ одиничний вектор.}$$

Комптон-ефект у квантовій теорії виглядає як пружне зіткнення двох частинок – налітаючого фотона і вільного електрона, який знаходиться в стані спокою. В кожному такому акті зіткнення (як при пружному зіткненні двох більярдних куль) мають місце закони збереження енергії і імпульсу. Фотон, зіткнувшись з електроном передає йому частину своєї енергії та імпульсу і змінює напрямок руху (розсіюється); зменшення енергії фотона і означає збільшення довжини хвилі розсіяного світла. Електрон, який раніше знаходився в стані спокою, отримує від фотона енергію і імпульс і при-

ходить в рух, терпить віддачу. Напрямок руху частинок після зіткнення, а також їх енергія, визначається законами збереження енергії і імпульсу.

При розсіянні фотонів високих енергій електрон віддачі може набути значної швидкості, тому потрібно враховувати релятивістську залежність енергії і імпульсу електрона від його швидкості. Закони збереження для даного випадку запишуться так:

$$E_f + E_0 = E'_f + E'_e, \quad (17.2)$$

$$P_f = P'_f + P'_e, \quad (17.3)$$

де $E_0 = m_0c^2 = 0,51 \text{ MeV}$ – енергія спокою електрона (до взаємодії), m_0 – його

маса спокою, $E_f = \frac{hc}{\lambda}$ – енергія фотона до взаємодії, $E'_f = \frac{hc}{\lambda'}$ – енергія розсія-

ного фотона, $\vec{P}_f = \frac{hc}{\lambda} \vec{n}$ – імпульс падаючого фотона, $\vec{P}'_f = \frac{h}{\lambda'} \vec{n}'$ – імпульс розсія-

ного фотона, $E'_e = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ – релятивістська енергія розсіяного електрона (еле-

ктрона віддачі), $P'_e = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \vec{n}'$ – імпульс розсіяного релятивістського електро-

на, імпульс електрона до взаємодії дорівнює нулю, \vec{n}' – одиничний вектор, Отже, електрон віддачі несе з собою імпульс \vec{P}'_f і кінетичну енергію $E_{кин} = E'_e - E_0$, відібравши їх від фотона. Розв'язок рівнянь (17.2) і (17.3) дає для зсуву довжини хвилі $\Delta\lambda$ рентгенівського випромінювання формулу Комптона (17.1):

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \lambda_c (1 - \cos \theta) = 2\lambda_c \sin^2 \frac{\theta}{2}. \quad (17.4)$$

де $\lambda_c = \frac{h}{mc} = 0,0242 \text{ \AA}$ – комптонівська довжина хвилі для електрона (вивід формули (17.4) див. [1], ст. 555 – 559).

Запитання 17.5. Чи існують дослідні підтвердження рівняння (17.4) та його фізичної інтерпретації?

Відповідь. Так. У 1923 р. В. Боте і Ч. Вільсон спостерігали електрони віддачі; в 1925 р. В. Боте і Ч. Гейгер, досліджуючи розсіяння жорстких γ -променів на електронах, вперше експериментально довели справедливість закону збереження енергії і імпульсу для кожного одиничного акту розсіяння; у 1927 р. Блес експериментально перевіряв значення енергії електрона віддачі.

Запитання 17.6. Чому в спектрі розсіяного випромінювання, як правило, окрім довжини хвилі зміщеної компоненти λ' присутні і довжина хвилі λ незміщеної компоненти?

Відповідь. В реальних дослідах по розсіянню фотонів речовиною електрони не є вільними, а зв'язані в атомах. Якщо фотони володіють великою енергією в порівнянні з енергією зв'язку електронів в атомі (рентгенівські або γ -фотони), то електрони будуть вибиті з атома. В цьому випадку розсіяння фотонів відбувається, практично як на вільних електронах. Якщо ж енергія фотона недостатня для того, щоб вирвати електрон із атома, то фотон обмінюється енергією і імпульсом з атомом в цілому. Оскільки маса атома дуже велика (в порівнянні з еквівалентною масою фотона, яка дорівнює E_f / c^2), то віддача в цьому випадку відсутня, тому розсіяння відбувається без зміни довжини хвилі або, як говорять, когерентно. У важких атомах лише периферійні електрони в атомі зв'язані слабо, тому в спектрі розсіяного ними випромінювання присутня як зміщена комптонівська лінія від розсіяння на цих периферійних електронах, так і не зміщена лінія від розсіяння на атомі в цілому. Із збільшенням атомного номера елемента енергія зв'язку електронів збільшується і відносна інтенсивність комптонівської лінії спадає, а когерентної лінії – зростає. У зв'язку з цим явище Комптона вивчалось на атомах з невеликим порядковим номером – водень, літій, бор, берилій.

Запитання 17.7. Що таке обернений ефект Комптона?

Відповідь. Якщо електрони, на яких пружно розсіюється електромагнітне випромінювання релятивістські, то енергія (і імпульс) фотонів буде збільшуватися за рахунок енергії (і імпульсу) електронів, тобто довжина хвилі при розсіянні буде зменшуватися. Це явище називається **оберненим ефектом Комптона**.

Запитання 17.8. Чим відрізняється сучасна повна теорія ефекту Комптона від класичної теорії ефекту, створеної Комптоном?

Відповідь. Спрощена (класична) теорія Комpton-ефекту розкриває механізм зсуву довжини хвилі при розсіюванні високоенергетичного випромінювання речовиною. Однак, розрахувати всі характеристики комптонівського розсіяння, зокрема інтенсивності розсіяння фотонів під різними кутами, класична теорія Комптона неспроможна. Повну теорію комптонівського ефекту дає квантова електродинаміка. В цій теорії Комpton-ефект уявляється так: електрон (e) поглинає (в точці 1) падаючий на нього фотон (f) і переходить із початкового в деякий проміжний (віртуальний) стан (e^*), після чого віртуальний електрон

випромінює (в точці 2), новий конечний фотон (f'), а сам переходить в кінцевий стан (e'). Цей процес можна представити діаграмою (рис. 17.4).

Інтенсивність комптонівського розсіяння залежить як від кута розсіяння, так і від довжини хвилі падаючого випромінювання. В кутовому розподілі розсіяних фотонів спостерігається асиметрія: більше фотонів розсіюються в напрямку вперед, причому ця асиметрія збільшується із збільшенням енергії падаючих фотонів. Повна інтенсивність комптонівського розсіяння зменшується з ростом енергії падаючого фотона за експоненціальним законом.

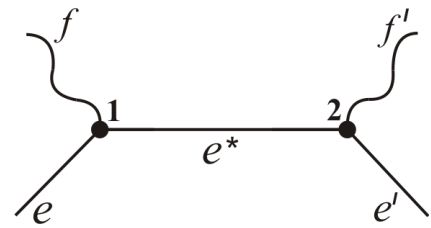


Рис. 17.4

Запитання 17.9. Чому явище Комптона не спостерігається при розсіянні видимого світла.

Відповідь. Комптонівське розсіяння відбувається на вільних електронах. Електрони ж в речовині зв'язані з атомом і для того, щоб вони стали вільними, їх потрібно вирвати з атома. Це може зробити фотон, обмінявшись з електроном енергією і імпульсом. Однак, оскільки енергія ($E_f \approx 2,5 \text{ eV}$) і еквівалентна їй маса (E_f / c^2) фотона видимого діапазону світла надзвичайно малі, в порівнянні з відповідними характеристиками електрона, то віддача в цьому випадку буде відсутня, тому розсіяння фотонів відбудеться без зміни їх енергії, тобто без зміни довжини хвилі.

Запитання 17.10. Як залежить інтенсивність первинної і розсіяної компонент від кута розсіяння?

Відповідь. Див. відповідь на запитання 17.3.

Запитання 17.11. Чим пояснюється зменшення інтенсивності розсіяної компоненти із збільшенням атомного номера розсіяної речовини?

Відповідь. Див. відповідь на запитання 17.4.

Запитання 17.12. Чим відрізняється розсіяння фотонів електронами від розсіяння їх протонами? Яким було б зміщення довжини хвилі γ – випромінювання ($\lambda_\gamma = 0,00200 \text{ \AA}$) при розсіянні електроном і протоном під кутом 90° ? Які експериментальні труднощі при цьому виникають?

Відповідь. Зміщення хвилі розсіяної компоненти випромінювання визначається формулою (17.4):

$$\Delta\lambda = \lambda_c (1 - \cos \theta),$$

де $\lambda_c = h / mc$ – стала величина, яку називають **КОМПТОНІВСЬКОЮ ДОВЖИНОЮ ХВИЛІ** і вона визначає величину зміни довжини хвилі при розсіянні випромінювання під кутом $\theta = \pi / 2$. Вона рівна для електрона

$$\lambda_c = \frac{h}{m_e c} = \frac{6,632 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}} = 2,42 \cdot 10^{-2} \text{ \AA},$$

для протона

$$\lambda_c = \frac{h}{m_p c} = \frac{6,632 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}}{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}} = 1,32 \cdot 10^{-5} \text{ \AA}.$$

Оскільки маса протона більша за масу електрона в 1836 разів, то і комптонівська довжина хвилі для протона буде менша у стільки ж разів за комптонівську довжину хвилі електрона. Отже, зміщення $\Delta\lambda_p$ для розсіяної компоненти на протоні буде набагато менше, ніж зміщення $\Delta\lambda_e$ для розсіяної компоненти на електроні ($\Delta\lambda_p \ll \Delta\lambda_e$). Зрозуміло, що оскільки $\Delta\lambda_p$ дуже мале, то труднощі будуть виникати при реєстрації таких малих зміщень.

Зверни увагу!

Зміщення $\Delta\lambda$ розсіяної компоненти від довжини хвилі падаючого на речовину випромінювання, не залежить.

Запитання 17.13. В початковій теорії ефекту Комптона припускалось, що розсіяння відбувається на вільних електронах. По відношенню до яких електронів можна так говорити?

Відповідь. Частина електронів в атомі зв'язані достатньо слабо (особливо в легких атомах); їх енергія зв'язку лежить в межах 10 – 100 eV і саме ці електрони, якщо енергія фотона достатня для відриву їх від атома, можуть бути викинуті із атома в процесі розсіяння. Такі електрони умовно називають вільними (див. відповідь на запитання 17.4).

18. Квантова природа електромагнітного випромінювання

Запитання 18.1. Які основні положення квантової теорії світла?

Відповідь. Основні положення квантової теорії світла:

- світло випромінюється, поширюється і поглинається у вигляді квантів (фотонів);
- енергія квантів залежить від частоти (довжини хвилі) світла і визначається формулою

$$E_f = h\nu = \frac{hc}{\lambda}, \quad (18.1)$$

де $h = 6,623 \cdot 10^{34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$ – стала Планка, ν – частота, λ – довжина світлової хвилі;

- інтенсивність світла пропорційна густині потоку фотонів і їх енергії;
- при взаємодії світла із речовиною фотон може поглинутися або відбитися повністю, тому в природі не існує дробних фотонів (квантів);
- процес поглинання фотона речовиною відбувається миттєво, тому поглинання фотонів (квантів) процес безінерційний.

Запитання 18.2. Фотони, якої ділянки шкали електромагнітного випромінювання, володіють найбільшою енергією?

Відповідь. Фотони в залежності від частоти (довжини хвилі) мають різну енергію. Відповідно формули (18.1) чим більша частота (чим менша довжина хвилі), тим більша енергія фотона. Найбільшою частотою володіє γ -випромінювання. Його частота міститься в діапазоні від $\sim 10^{20} \text{ Гц}$ і вище.

Енергія фотонів видимого діапазону дуже мала. Так, фотон зеленого світла, довжина хвилі якого $\lambda_s = 5,5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$, володіє енергією $\sim 2,5 \text{ eV}$. Саме малою енергією фотона пояснюється той факт, що в більшості оптичних дослідів ми не виявляємо квантового характеру світла. Звідси зрозуміло, що чим менша частота (чим більша довжина хвилі), тим менше проявляються корпускулярні властивості світла і навпаки.

Запитання 18.3. Запишіть вирази для маси і імпульсу фотона.

Відповідь. Згідно зі спеціальною теорією відносності енергія E частинки нероздільно зв'язана з її масою m і задається формулою Ейнштейна

$$E = mc^2. \quad (18.2)$$

Прирівнюючи праві частини формул (18.1) і (18.2), знаходимо, що маса рухомого фотона m_f визначається формулою

$$m_f = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{c\lambda}. \quad (18.3)$$

Маса фотона дуже мала. Наприклад, для білого світла $m_f \approx 4,6 \cdot 10^{-36}$ кг. Проте маса фотона жорсткого рентгенівського випромінювання вже співмірна з масою спокою електрона $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг.

Оскільки, згідно теорії відносності, при наближенні до швидкості світла маса тіла з відмінною від нуля масою спокою повинна нескінченно зростати, а для фотона, що рухається, завжди зі швидкістю світла, маса є скінченою величиною (18.3), то з цього випливає, що маса спокою фотона дорівнює нулю.

Імпульс фотона

$$P_f = m_f c = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}, \quad (18.4)$$

або у векторній формі

$$\vec{P}_f = \frac{h\nu}{c} \vec{n} = \frac{h}{\lambda} \vec{n}, \quad (18.5)$$

де \vec{n} – одиничний вектор.

Завдання 18.4. Виведіть формулу для моменту імпульсу електромагнітних хвиль

Відповідь. У 1889 р. московський фізик О.І. Садовський теоретично обґрунтував необхідність існування у електромагнітних хвиль, поляризованих по колу або по еліпсу, моменту імпульсу. Це означає, що світлові хвилі, поляризовані по колу або по еліпсу, чинять обертову дію на тіла, на які вони падають.

Момент імпульсу світлової хвилі \vec{L} виявляється при проходженні електромагнітних хвиль через кристали, у яких лінійна поляризація світла переходить в колову або еліптичну і, навпаки, поляризоване світло по еліпсу або по колу переходить в лінійно поляризоване, або міняється напрямком обертання вектора \vec{E} .

Момент імпульсу матеріальної точки в механіці визначається так:

$$\vec{L} = m[\vec{r} \cdot \vec{v}] = \frac{mv^2}{\omega} \vec{\omega}_0. \quad (18.6)$$

де m – маса матеріальної точки, ω і v – кутова і лінійна швидкості відповідно, з якими рухається матеріальна точка по колу, $\vec{\omega}_0$ – одиничний вектор, \vec{r} – радіус-вектор. Якщо формулу (18.6), за аналогією, застосувати до електромагнітної хвилі у вакуумі, то вона набуде такого вигляду:

$$\vec{L} = \frac{Mc^2}{\omega} \vec{\omega}_0. \quad (18.7)$$

Тут M – маса електромагнітної хвилі, ω – циклічна частота світлових коливань, яка дорівнює кутовій швидкості обертання векторів \vec{E} і \vec{H} при коловій поляризації світла, $\vec{\omega}_0$ – одиничний вектор, який за напрямком збігається з напрямком швидкості світла c і вектора Умова-Пойнтінга \vec{S} .

Оскільки $Mc^2 = W$, то

$$\vec{L} = \frac{W}{\omega} \vec{\omega}_0, \quad (18.8)$$

де W – повна енергія електромагнітної хвилі в об'ємі V .

Момент імпульсу одиниці об'єму електромагнітного поля

$$\vec{L}_0 = \frac{w}{\omega} \vec{\omega}_0 = \frac{[\vec{E} \cdot \vec{H}]}{c\omega}. \quad (18.9)$$

Тут w – об'ємна густина енергії електромагнітної хвилі.

Момент імпульсу, який передається падаючою хвилею за одиницю часу (1 с) одиниці площі (1 м^2) поверхні

$$\vec{L}_\sigma = \frac{cw}{\omega} \vec{\omega}_0 = \frac{[\vec{E} \cdot \vec{H}]}{\omega} = \frac{\vec{S}}{\omega}. \quad (18.10)$$

Враховуючи, що $\frac{c}{\omega} = \frac{c}{2\pi\nu} = \frac{\lambda}{2\pi} = \frac{1}{k}$, де k – хвильове число, отримаємо:

$$\vec{L}_\sigma = \frac{w\lambda}{2\pi} \vec{\omega}_0 = \frac{w}{k} \vec{\omega}_0 = \frac{w}{k^2} \vec{k}. \quad (18.11)$$

Тут \vec{k} – хвильовий вектор, який паралельний напрямку швидкості світла \vec{c} .

У 1935 р. Бет експериментально визначив момент імпульсу електромагнітних хвиль радіодіапазону (сантиметрових хвиль, $\omega = 10^{10}\text{ с}^{-1}$). При $I = 10^4\text{ Вт/м}^2$ Бет отримав $L_\sigma = 10^{-6}\text{ Н/м}$.

Запитання 18.5. Виведіть формулу для моменту імпульсу фотона.

Відповідь. Наявність маси у фотона дає змогу зробити висновок, що фотон володіє не тільки імпульсом (кількістю руху), але і моментом імпульсу.

Для знаходження моменту імпульсу фотона скористаємось значенням моменту імпульсу, який передається світловим випромінюванням одиниці площі за одиницю часу, знайдене з хвильової теорії світла:

$$\vec{L}_\sigma = \frac{[\vec{E} \cdot \vec{H}]}{\omega} = \frac{\vec{S}}{\omega}. \quad (18.12)$$

Вектор Умова-Пойнтінга в поняттях фотонної теорії дорівнює

$$|\vec{S}| = Nh\nu, \quad (18.13)$$

де N – число фотонів, що проходять через одиницю площі за одиницю часу. Тоді

$$\vec{L}_f = N\vec{l}_f = \frac{Nh\nu}{\omega} \vec{n}, \quad (18.14)$$

де \vec{L}_f – момент імпульсу, що передається всіма фотонами, \vec{l}_f – момент імпульсу одного фотона, \vec{n} – одиничний вектор, напрямлений вздовж напрямку поширення світла. Із (18.14) маємо, що

$$\vec{l}_f = \frac{h\nu}{\omega} \vec{n} = \frac{h}{2\pi} \vec{n} = \hbar \vec{n}. \quad (18.15)$$

Момент імпульсу фотона називають **спіном**. Із сучасної квантової теорії випливає, що проекція спіну фотона на фіксований напрямок руху приймає лише два значення $\pm\hbar$ (або ± 1 в одиницях \hbar), оскільки маса спокою фотона $m = 0$ і електромагнітне поле поперечне. Позначають спін електрона маленькою літерою s . Абсолютне значення спіну електрона рівне

$$|\vec{s}_f| = \hbar\sqrt{s(s+1)} = \hbar\sqrt{2}, \quad (18.16)$$

а величина моменту імпульсу фотона дорівнює

$$|\vec{l}_f| = \hbar\sqrt{l(l+1)}, \quad \text{де } l = 1, 2, 3, \dots \quad (18.17)$$

Зверни увагу!

Фотон, як елементарна частинка світла володіє енергією, імпульсом, моментом імпульсу та рядом інших властивостей.

Фотон не має електричного заряду, магнітного моменту, електричного дипольного моменту.

Час життя фотона у вакуумі нескінченний.

Маса спокою фотона $m_0 = 0$.

Запитання 18.5. Які явища свідчать про те, що фотон електромагнітного випромінювання володіє імпульсом?

Відповідь. Про те, що фотон електромагнітного випромінювання володіє імпульсом, явно свідчить явище Комптона (див. розділ 17), явище світлового тиску на тверді тіла та газу (див. розділ 20), та в принципі і явище Доплера також можна пояснити з корпускулярної точки зору (див. відповідь на запитання 18.7).

Запитання 18.6. Як зв'язані між собою імпульс фотона і хвильовий вектор \vec{k} ?

Відповідь. Імпульс фотона визначається формулою (18.5):

$$\vec{P}_f = \frac{h\nu}{c} \vec{n} = \frac{h}{\lambda} \vec{n}. \quad (18.18)$$

Хвильовий вектор \vec{k} визначає напрямок поширення і просторовий період монохроматичної хвилі

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - \vec{k}\vec{x}).$$

Модуль хвильового вектора називають хвильовим числом $k = 2\pi / \lambda$, де λ – довжина хвилі. Враховуючи, що $h = 2\pi\hbar$, формула (18.18) переписеться так:

$$\vec{P}_f = \frac{2\pi\hbar}{\lambda} \vec{n}, \quad (18.19)$$

або

$$\vec{P}_f = \hbar \vec{k}. \quad (18.20)$$

Запитання 18.7. Поясніть ефект Допплера, який є типовим хвильовим явищем, на основі теорії фотонів.

Відповідь. Якщо обмежитися малими швидкостями v джерела, то відносна зміна частоти в ефекті Допплера визначиться формулою

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{v}{c} \cos \theta, \quad (18.21)$$

де θ – кут між напрямком руху джерела і напрямком, в якому ведеться спостереження світла, c – швидкість світла у вакуумі. Доведемо справедливість співвідношення (18.21) з точки зору фотонної теорії.

Нехай атом з масою M рухається зі швидкістю v_1 , тобто атом володіє імпульсом $M\vec{v}_1$, і, знаходячись в точці O , випромінює фотон з енергією $h\nu$. Імпульс цього фотона $\vec{P}_f = \frac{h\nu}{c} \vec{n}$. Внаслідок випромінювання атом набуде додаткового імпульсу $-\frac{h\nu}{c} \vec{n}$, який напрямлений в протилежний

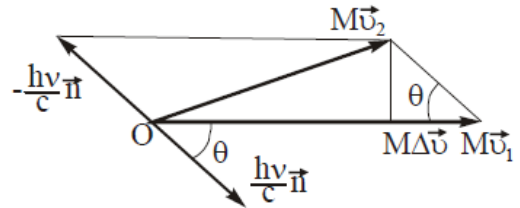


Рис. 18.1

бік. Після цього імпульс атома стане рівним $M\vec{v}_2$. Із рис. 18.1 маємо

$$Mv_1 - Mv_2 = M\Delta v = \frac{h\nu}{c} \cos \theta. \quad (18.22)$$

Енергія випроміненого фотона атомом, що знаходиться у стані спокою

$$W_1 - W_2 = h\nu, \quad (18.23)$$

де W_1 і W_2 – відповідно внутрішня енергія атома в збудженому і основному станах. Енергія рухомого атома в збудженому стані (до випромінювання)

$$W_1 + \frac{Mv_1^2}{2}.$$

Енергія атома в нормальному стані (після випромінювання)

$$W_2 + \frac{Mv_2^2}{2}.$$

Енергія випроміненого фотона рухомим атомом

$$W_f = h(\nu + \Delta\nu)$$

Згідно закону збереження енергії маємо:

$$\frac{Mv_1^2}{2} + W_1 = \frac{Mv_2^2}{2} + W_2 + h(\nu + \Delta\nu). \quad (18.24)$$

Враховуючи (18.23) рівняння (18.24) набуде вигляду:

$$\frac{M}{2}(v_1^2 - v_2^2) = h\Delta\nu,$$

або

$$\frac{M}{2}\Delta v \frac{v_1 + v_2}{2} = h\Delta\nu,$$

де $\Delta v = v_1 - v_2$. Приймаючи до уваги, що $M\Delta v = \frac{h\nu}{c} \cos\theta$ (рівняння (18.22)) та,

вводячи середню швидкість $\langle v \rangle = \frac{v_1 + v_2}{2}$, знаходимо, що

$$\langle v \rangle \frac{h\nu}{c} \cos\theta = h\Delta\nu,$$

звідки

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{\langle v \rangle}{c} \cos\theta. \quad (18.25)$$

Це співвідношення є не що інше, як співвідношення (18.21), отримане у хвильовій оптиці.

Запитання 18.8. Наведіть приклади оптичних явищ, які допускають як хвильове так і корпускулярне пояснення.

Відповідь. Дослідні факти говорять про те, що в ряду явищ світло виявляє корпускулярні властивості: фотоефект, ефект Комтона, процеси випромінювання і поглинання світла, окремі види розсіяння електромагнітного випромінювання, люмінесценція тощо. Але уявлення про світло, як про потік класичних корпускул, несумісне з класичною картиною електромагнітних хвиль, яка в свою чергу знаходить дослідне підтвердження в явищах інтерференції, дифракції і дисперсії. Однак, існує ряд оптичних явищ, які допускають коректне пояс-

нення з будь-якої із цих точок зору: поляризація, окремі нелінійні явища, тиск світла, ефект Допплера тощо.

Запитання 19.9. Чому обертовий момент викликає тільки світло, поляризоване по колу або по еліпсу?

Відповідь. При падінні на поверхню кристала світла, поляризованого по колу (по еліпсу), виникає вимушений рух ізотропного зарядженого осцилятора під дією електричного поля циркулярно поляризованої хвилі. Цей рух буде відбуватися по колу з кутовою швидкістю ω , яка дорівнює частоті падаючої хвилі, причому зміщення заряду не співпадає з напрямком діючої на нього сили $q\vec{E}$. Тому на заряд діє деякий момент сил \vec{L} відносно центра. Наявність моменту сил означає, що за $1c$ осцилятор набуває механічного моменту імпульсу \vec{N} , який чисельно дорівнює цьому моменту сил \vec{L} .

Отже, ґрунтуючись на універсальному законі збереження моменту імпульсу, робимо висновок, що за $1c$ осцилятор разом з енергією отримав момент імпульсу \vec{N} від електромагнітного поля діючої на нього світлової хвилі колової поляризації.

До речі...

Промінь світла лівої колової поляризації переносить момент імпульсу, який напрямлений вздовж променя. Правополяризоване світло володіє протилежно напрямленим моментом імпульсу.

Запитання 18.10. Як з точки зору квантової теорії тлумачиться стан поляризації світла?

Відповідь. Поляризовані стани світлової хвилі, які мають істотне значення для розуміння елементарних світлових процесів, в класичній теорії світла визначаються поведінкою векторів напруженостей електричного і магнітного полів. Квантова теорія в основу пояснення поляризації світла ставить орієнтацію спіна фотонів. Якщо спін фотона напрямлений вздовж поширення світла, тобто в напрямку руху фотона, то цей стан відповідає поляризації світла

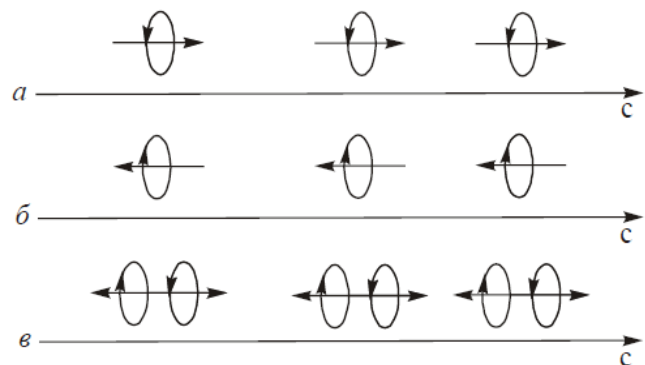


Рис. 18.2

по лівому колу і навпаки (рис. 18.2,а і 18.2,б). Якщо фотон з рівною імовірністю знаходиться в паралельному, відносно напрямку імпульсу спіновому стані, або в антипаралельному, то такий стан відповідає лінійній поляризації світла(18.2,

в). При еліптичній поляризації паралельна і антипаралельна орієнтації спіну не рівноімовірні.

Неполяризоване світло характеризується хаотичним розподілом ймовірностей орієнтації спінів.

Запитання 18.11. Опишіть досліди, якими було доведено фотонну природу світла.

Відповідь. Одним із дослідів, в якому наочно було виявлено фотонну природу світла, був поставлений німецьким фізиком В. Боте, схема якого наведена на рис. 18.3. Джерелом рентгенівського проміння була тонка металічна плівка *МП*, яка опромінювалась слабким пучком первинного рентгенівського випромінювання, під дією якого сама ставала джерелом рентгенівських променів (це явище ще називають рентгенівською флуоресценцією). *МП* розміщували між двома чутливими газорозрядними лічильниками *Лч*, які спроможні були фіксувати кожний рентгенівський імпульс на рухомій паперовій стрічці *Ст*. Оскільки інтенсивність первинного рентгенівського випромінювання була мала, то кількість квантів, які випромінювалися плівкою, була невеликою. При попаданні в лічильник рентгенівських променів він спрацьовував і приводив в дію особливий механізм *М*, який робив відмітку на паперовій стрічці *Ст*. Якби рентгенівське проміння поширювалося рівномірно у всі напрямки, як це впливає із хвильових уявлень, то обидва лічильники спрацьовували б одночасно і відмітки на стрічці знаходились би одна проти одної. Насправді спостерігалось цілком безладне розміщення відміток на стрічці *Ст*. Це можна пояснити лише тим, що в окремих актах випромінювання виникають частинки (або група частинок) рентгенівського проміння (фотонів), які летять то в одному, то в іншому напрямку, приводячи в дію реєструючий пристрій.

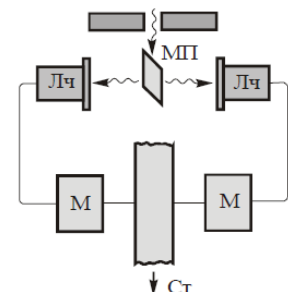


Рис. 18.3

Запитання 18.12. Чому, користуючись установкою Боте (рис. 18.3), не можна виявити квантової мікроструктури світла видимого діапазону?

Відповідь. Енергія фотона ($E_f = h\nu$) видимого діапазону світла невелика, в межах 1,6 – 3,2 eV. Енергія ж рентгенівського фотона складає від 100 eV до 1 MeV. Звідси стає зрозумілим, що фотон з енергією видимого діапазону світла лічильник зареєструвати не в змозі.

Зверни увагу!

Якщо в шкалі електромагнітних випромінювань рухатися в бік високих частот (малих довжин хвиль), то все більше проявляють себе квантові властивості випромінювання і, навпаки, якщо рухатися в бік малих частот (вели-

ких довжин хвиль), то все більше проявлятимуться хвильові властивості випромінювання.

Запитання 18.13. Чим фотон відрізняється від електрона?

Відповідь. Основними характеристиками фізичних властивостей елементарних частинок є: маса спокою (власна маса), енергія спокою, спіні, електричний заряд, магнітний момент, час життя.

Електрон

Маса спокою..... $m_e = 9,1096 \cdot 10^{-31}$ кг,

Енергія спокою..... $m_e c^2 = 0,51100$ MeV,

Спін..... $|\vec{s}| = \frac{\hbar}{2}$,

Електричний заряд..... $q_e = 1,602 \cdot 10^{-19}$ Кл,

Магнітний момент..... $\mu_e = 9,2848 \cdot 10^{-24}$ А·м²,

Час життя..... $\tau_e = \infty$.

Електрон релятивістська частинка, тому

$$m = \frac{m_e c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

де m_e – маса спокою електрона, m – релятивістська маса електрона, v – швидкість електрона, c – швидкість поширення світла у вакуумі.

Фотон

Маса спокою..... $m_f = 0$,

Швидкість у вакуумі..... $v_f = c$,

Енергія..... $E_f = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$,

Спін..... $|\vec{s}_f| = \sqrt{2}\hbar$,

Електричний заряд..... $q_f = 0$,

Магнітний момент..... $\mu_f = 0$,

Час життя..... $\tau_f = \infty$.

Запитання 18.14. З'ясуйте об'єктивну природу корпускулярно-хвильового дуалізму.

Відповідь. Світло поводить себе і як хвиля, і як потік частинок (фотонів). На перший погляд здається, що хвильова і корпускулярна точки зору на природу світла взаємно виключають одна одну, але водночас ці обидві точки зору блискуче підтверджуються експериментами: явища інтерференції, дифракції, поляризації світла підтверджують хвильові погляди, явища фотоефекту, ефекту Комптона, люмінесценції – корпускулярні погляди. Розвиток фізики показав, що хвильові і квантові властивості світла аж ніяк не можна протиставляти. В кінцевому рахунку фізики дійшли висновку, що двоїсту природу світла слід сприйняти як беззаперечний факт. Саме цю двоїсту природу світла мають на увазі, коли говорять про корпускулярно-хвильовий дуалізм. Ясно, що світло виявилось більш складним, ніж проста хвиля чи частинка.

Вихід із цієї ситуації вказав видатний датський фізик Н. Бор, сформулювавши свій знаменитий принцип доповнювальності. *Згідно цього принципу для пояснення даного експерименту слід використати або хвильові, або корпускулярні уявлення про природу світла, але не ті і інші водночас. Однак, для повного розуміння природи світла необхідно враховувати як хвильові, так і корпускулярні його властивості. Обидва ці аспекти властивостей світла взаємно доповнюють один одного*

Наочно уявити корпускулярно-хвильовий дуалізм неможливо. Ми не в змозі уявити поєднання хвильових властивостей з корпускулярними, слід усвідомити, що хвильовий і корпускулярний аспекти поведінки світла – це різні сторони його природи, які проявляються на досліді.

Запитання 18.15. Сформулюйте принцип доповнювальності Бора.

Відповідь. Див. відповідь на запитання 18.14.

Запитання 19.16. Знайдіть інтенсивність монохроматичного світла, як функцію енергії фотонів цього світла.

Відповідь. Нехай рівняння монохроматичної хвилі є

$$E = E_0 \cos \omega t. \quad (18.26)$$

Середнє значення енергії такої хвилі в об'ємі V_0 дорівнює

$$\langle W \rangle = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon E_0^2 V_0. \quad (18.27)$$

(Див. [1], § 1.7). В квантовій теорії таке значення енергії можна виразити через середнє число $\langle N \rangle$ фотонів в об'ємі V_0 :

$$\langle W \rangle = \langle N \rangle h\nu, \quad (18.28)$$

де $h\nu = W_f$ – енергія одного фотона. Порівнявши вирази (18.27) і (18.28), отримаємо

$$E_0 = \sqrt{\frac{2h\nu}{\varepsilon_0\varepsilon}} \sqrt{N_0}, \quad (18.29)$$

де $N_0 = \frac{\langle N \rangle}{V_0}$ – число фотонів в одиниці об'єму.

Враховуючи, що інтенсивність світла, виражена через амплітуду, дорівнює:

$$I = \frac{1}{2} \sqrt{\varepsilon_0\varepsilon} E_0^2, \quad (18.30)$$

та, використовуючи формулу (18.29), отримаємо:

$$I = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\varepsilon}} h\nu N_0. \quad (19.31)$$

Насамкінець, підставляючи значення амплітуди (18.29) в (18.26) маємо:

$$E = \sqrt{\frac{2h\nu N_0}{\varepsilon_0\varepsilon}} \cos \omega t. \quad (19.32)$$

Зверни увагу!

Формула (18.31) виражає зв'язок між хвильовими характеристиками електромагнітного випромінювання: амплітудою, частотою і корпускулярною характеристикою – числом фотонів в одиниці об'єму. Амплітуда змінюється стрибками при зменшенні або збільшенні числа фотонів.

Оскільки $I \sim E_0^2$, то із (18.31) можна зробити висновок, що квадрат амплітуди світлової хвилі у будь-якій точці простору є мірою імовірності попадання фотонів в цю точку.

Із (18.31) видно, що світлові притаманні одночасно і властивості неперервної хвилі, і властивості дискретних фотонів. Перші проявляють себе в питаннях поширення і розподілу енергії в просторі, другі – в характері взаємодії з речовиною.

До речі...

Корпускулярно-хвильовий дуалізм властивий не тільки електромагнітному випромінюванню, а й іншим видам матерії, тобто він є універсальним.

Цікаво знати...

За розробку методу співпадань, який отримав широке застосування і обумовив багато наукових відкриттів, в тому числі і доведення фотонної природи світла (див. відповідь на запитання 18.1) В. Боте у 1954 р. був удостоєний Нобелівської премії з фізики.

19. Люмінесценція

«Два великі відкриття кінця ХХ століття – променів Рентгена і радіоактивності – нерозривно зв'язані з дослідженням люмінесценції»

проф. Левшин В.А

Запитання 19.1. Яке випромінювання називають люмінесцентним?

Відповідь. Люмінесцентним випромінюванням називають надлишок випромінювання тіла над його тепловим випромінюванням, яке продовжується на протязі часу, який значно перевищує період світлових коливань ($> 10^{-11}$ с). Перша частина визначення люмінесценції відрізняє її від теплового рівноважного випромінювання і вказує на те, що поняття люмінесценції застосовне тільки до сукупності атомів (молекул), які знаходяться в стані, близькому до рівноважного. Наприклад, при кімнатній температурі всі тіла випромінюють світло в далекій інфрачервоній ділянці спектра, а у видимій частині вони ніякого світла не випромінюють. Однак, якщо взяти розчин барвника у воді при кімнатній температурі і освітити його ультрафіолетовим промінням, то він світлитиметься видимим світлом з кольором, який залежить від природи барвника. Отже, світіння барвника значно перевищує його температурне випромінювання.

До речі...

Люмінесценція в природі – північне сяйво, свічення окремих комах і молюсків, мінералів, дерева, яке гниє тощо.

Запитання 19.2. Чому люмінесцентне випромінювання є нерівноважним і називають його холодним?

Відповідь. Якщо розподіл енергії між тілом і випромінюванням, яке його оточує, залишається незмінним для кожної довжини хвилі, то стан системи тіло-випромінювання є рівноважним. Єдиним видом випромінювання, яке може бути рівноважним, є теплове випромінювання.

Люмінесцентне випромінювання є нерівноважне. Це означає, що для його підтримки до тіла весь час потрібно підводити енергію збудження, що можна здійснити різними способами.

У випадку теплового випромінювання певна ділянка спектра випромінювання отримується при певній температурі тіла. Так, у видимій ділянці спектра теплове випромінювання стає помітним тільки при температурі $\sim 10^3 - 10^4$ К,

люмінесціювати ж в цій ділянці спектра тіло може при будь-якій температурі, тому люмінесценцію часто називають **холодним свіченням**.

Запитання 19.3. Існує цілий ряд видів люмінесценції. На основі яких критеріїв відбувається такий поділ?

Відповідь. Поділ люмінесценції на види відбувається за методом збудження, тривалістю свічення і механізмом елементарних процесів збудження і випромінювання люмінесценції.

Запитання 19.4. Назвіть види люмінесценції за методами збудження.

Відповідь. За методами збудження розрізняють **фотолюмінесценцію** (збудження світлом), **радіолюмінісценцію** (збудження проникаючою радіацією: до неї, зокрема, відноситься рентгено -, катодо -, іоно -, α – люмінесценція), електролюмінесценцію (збудження електричним полем), **хемілюмінесценцію** (збудження при хімічних реакціях), кристалоломінесценцію (збудження при стиску кристалів), **сонолюмінесценцію** (збудження ультразвуковими хвилями різних розчинів) тощо.

Запитання 19.5. На які види поділяють люмінесценцію за тривалістю свічення?

Відповідь. За тривалістю свічення розрізняють **флуоресценцію** (швидко затухаючу люмінесценцію) і **фосфоресценцію** (тривала люмінесценція). **Флуоресценцією** називають люмінесценцію з тривалістю свічення порядку 10^{-8} – 10^{-9} с. Флуоресцентне свічення припиняється відразу після припинення дії збудника на речовину. Флуоресценція характерна для багатьох речовин, переважно рідин і газів. Під **фосфоресценцією** розуміють свічення, яке продовжується тривалий час (від 10^{-4} с до кількох годин) після припинення дії збудника свічення. Таким тривалим висвячуванням володіють тверді тіла, які називають **фосфорами**.

Запитання 19.6. Які ви знаєте види люмінесценції, виходячи з механізму елементарних процесів?

Відповідь. За механізмом елементарних процесів розрізняють резонансну, спонтанну, вимушену (стимульовану) і рекомбінаційну люмінесценцію.

Резонансна люмінесценція. При збудженні люмінесценції атом (молекула), поглинаючи енергію, переходить із основного рівня енергії 1 (рис. 19.1) на збуджений рівень 3. В атомних парах (*Hg, Na, Cd, ...*), деяких простих молекулах і в домішкових атомах, люмінесценція може відбуватися безпосередньо при переході $3 \rightarrow 1$ (цей перехід на рис. 19.1 позначений пунктиром). В цьому випадку частоти люмінесцентного і збуджуючого випромінювання співпадають,

тобто випромінювання є **резонансним**. Виходячи із цього, даний вид люмінесценції називають **резонансним**.

Спонтанна люмінесценція. При взаємодії з оточуючими атомами збуджений атом може передати їм частину енергії і перейти на рівень 2 (перехід $3 \rightarrow 2$, безвипромінювальний перехід, рис. 19.1). При наступному переході $2 \rightarrow 1$ і відбувається люмінесцентне випромінювання, яке називається **спонтанною (самовільною) люмінесценцією**, оскільки всі описані вище переходи відбуваються спонтанно (самовільно).

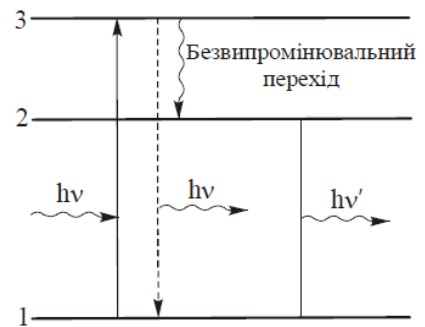


Рис. 19.1

Вимушена (стимульована) люмінесценція. В деяких випадках збуджений атом (молекула), перш ніж перейти на рівень випромінювання 2, переходить на метастабільний рівень 4. Для переходу на рівень 2, з якого відбувається люмінесценція при переході на рівень 1 (рис. 19.2), атому потрібно надати додаткової енергії. Це досягається за рахунок енергії теплового руху або світла. Люмінесценція, яка виникає за таких процесів, називається **вимушеною (стимульованою, іноді її називають метастабільною)**.

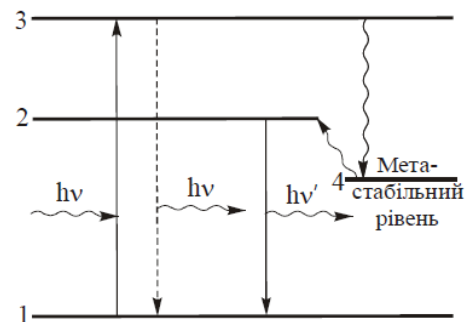


Рис. 19.2

Рекомбінаційна люмінесценція відбувається в результаті рекомбінації частинок (наприклад, електронів і іонів, електронів і дірок в напівпровідниках), які виникли при поглинанні енергії збуджуючого світла.

Запитання 19.7. Для яких речовин характерні види люмінесценції описані у відповіді на запитання 19.6?

Відповідь. Всі види люмінесценції, характерні для випромінювання окремих атомів, молекул або іонів речовини, які слабо взаємодіють між собою і при збудженні і випромінюванні поведуть себе майже незалежно. При цьому, всі процеси, від моменту поглинання до випромінювання відбуваються в окремих атомах, іонах, молекулах. Світіння таких речовин називають **свіченням дискретних центрів**. Сюди відносять пари і гази, а також рідини і розчини, молекули яких слабо взаємодіють між собою. Щоправда, рекомбінаційне свічення може відбуватися як в окремих атомах чи іонах, так і кристалах речовини, де воно має колективний (кооперативний) характер.

Зверни увагу!

У випадку рекомбінаційної люмінесценції розрізняють два класи свічення: свічення дискретних центрів і свічення речовини.

Запитання 19.8. З'ясуйте особливості люмінесцентного випромінювання складних молекул.

Відповідь. Люмінесценція – квантовий процес, який відбувається при квантових переходах в атомах, молекулах, кристалах. Згідно квантової теорії, електрони в атомах можуть знаходитися лише в певних стаціонарних енергетичних станах. При переході електронів між цими енергетичними станами виникає лінійчатий (дискретний) спектр. Структура рівнів енергії в атомі є простою в порівнянні зі структурою молекулярних рівнів, які ускладнюються тим, що внаслідок з'єднання атомів в молекулу, атоми діють один на одного силовими полями. Найбільш простий молекулярний спектр – у двоатомної молекули.

Завдяки тепловому рухові, збуджуються **коливання атомів** в молекулах і **обертання молекул**. Ці нові два види рухів, які у атомах відсутні, призводять до появи у молекул, окрім енергії руху електронів W_e , двох додаткових енергій – енергії коливання атомів $W_{кол}$ і енергії обертання молекул $W_{об}$. Якщо знехтувати зв'язком електронного, коливального і обертального рухів, то енергія молекули виразиться так:

$$W \approx W_e + W_{кол} + W_{об}. \quad (19.1)$$

Випромінювання молекулою світла, як і при атомному випромінюванні, відбувається при квантовому переході молекули з вищих енергетичних рівнів на нижчі, а поглинання – при зворотних переходах. Згідно закону збереження енергії частота випромінювання виразиться так:

$$\nu = \frac{W^* - W}{h} = \frac{W_e^* - W_e}{h} + \frac{W_{кол}^* - W_{кол}}{h} + \frac{W_{об}^* - W_{об}}{h}, \quad (19.2)$$

де W^* – енергія збудженого стану молекули і перехід відбувається на рівень W .
Або

$$\nu = \nu_e + \nu_{кол} + \nu_{об}, \quad (19.3)$$

де

$$\left. \begin{aligned} \nu_e &= \frac{W_e^* - W_e}{h}, \\ \nu_{кол} &= \frac{W_{кол}^* - W_{кол}}{h}, \\ \nu_{об} &= \frac{W_{об}^* - W_{об}}{h}. \end{aligned} \right\} \quad (19.4)$$

Частоти електронних переходів, як правило, лежать у ближній інфрачервоній, видимій і ультрафіолетовій ділянках спектра ($\lambda = 1 - 0,1$ мкм; частоти коливальних переходів $\nu_{кол}$ відповідають близькій інфрачервоній ділянці спект-

ра ($\lambda = 1 - 50 \text{ мкм}$); частоти обертальних переходів відповідають далекій інфрачервоній області спектра ($\lambda = 50 - 2000 \text{ мкм}$). Це означає, що $\nu_e \gg \nu_{\text{кол}} \gg \nu_{\text{об}}$.

Складні молекули характеризуються великим числом коливальних ступеней вільності та можливістю обертання молекули навколо декількох осей. У таких молекулах структура коливальних і обертальних рівнів є дуже складною, і молекулярний електронно-коливально-обертальний спектр може прийняти вигляд системи кількох майже суцільних смуг.

Прикладом таких молекул можуть бути молекули барвників, що складаються з великої кількості атомів, які, з'єднуючись між собою, утворюють складну систему енергетичних рівнів (детальніше див. [1], § 22.2). Сукупність переходів, що виникають при поглинанні світла ($W_e \rightarrow W_e^*$), зумовлює форму спектра поглинання, а сукупність переходів, що виникають при випромінюванні світла ($W_e^* \rightarrow W_e$), зумовлюють спектр випромінювання (рис. 19.3)

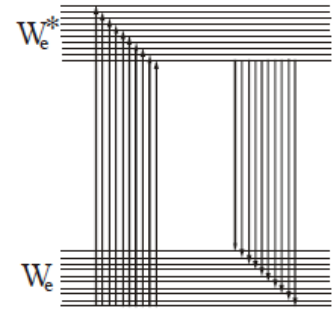


Рис. 19 3

Запитання 19.9. Сформулюйте закон Стокса і поясніть його зміст. За яких умов має місце антистоксове випромінювання?

Відповідь. Закон люмінесценції був встановлений Стоксом у 1852 р. Згідно цього закону, **частота хвилі випромінювання люмінесценції завжди менша частоти хвилі світла, яке спричинило люмінесценцію (яке поглинулося)**. Отже, спектр флуоресценції зсунутий в бік більш довгих хвиль в порівнянні зі спектром поглинання. Отже, в спектрі флуоресценції атома (молекули), поряд із випромінюванням, яке має частоту збуджуючого світла, присутнє випромінювання з меншою частотою (більшою довжиною хвилі) (рис. 19.1 і 19.2). Це пояснюється тим, що частина енергії поглинутого фотона перетворюється в теплову енергію атома (молекули), тобто

$$\nu_l = \nu_{\text{ноз}} - \frac{\Delta W}{h}, \quad (19.5)$$

де ΔW – енергія поглинутого фотона, яка перетворилася в тепло.

Подальші дослідження люмінесценції призвели до відкриття іншого, відмінного від встановленого Стоксом закону. Відповідно до цього закону, при фотолюмінесценції **спостерігається випромінювання з частотою, більшою за частоту збуджуючого світла**. Таке випромінювання називають **антистоксовим**. Антистоксове випромінювання пояснюється тим, що до енергії кванта, який поглинається, додається коливальна енергія, яку вже мала молекула, перебуваючи на електронному рівні W_e . Отже, при антистоксовому поглинанні мо-

жуть збуджуватися тільки ті молекули, які перебувають на більш високих коливальних рівнях нижнього електронного стану.

Запитання 19.10. Сформулюйте правило дзеркальної симетрії.

Відповідь. Було встановлено В.А. Левшиним, що спектри поглинання і спектри випромінювання дзеркально симетричні як за положенням, так і за формою (рис. 19.4). Однак, така закономірність зустрічається тільки в спектрах деяких класів складних органічних молекул (зокрема, в спектрах розчинів барвників) і вона може здійснюватися лише за виконання певних умов, пов'язаних з енергетичним спектром молекул і відповідними квантовими переходами. Ось ці умови:

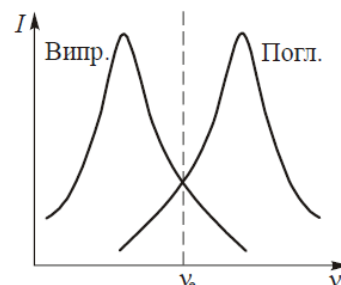


Рис. 19.4

- основний і збуджений електронні стани молекули повинні мати однакову коливальну структуру. Причому частота лінії симетрії відповідає частоті електронного переходу;
- розподіл молекул на коливальних рівнях основного і збудженого станів повинен бути однаковим;
- прямі і обернені електронні переходи повинні бути рівномірними.

Запитання 19.11. Що таке люмінофори? Яке їх призначення?

Відповідь. Люмінофори – спеціально синтезовані речовини, здатність до люмінесценції яких при різних способах збудження використовується для практичних цілей. Розрізняють органічні і неорганічні люмінофори. За типом збудження і, відповідно, областям застосування, люмінофори поділяють на фото-, катодо-, електро-, рентгено-, хемілюмінофори тощо. Розчини органічних люмінофорів (барвників) застосовують в якості робочої речовини в лазерах з перебудовою частоти. Органічні люмінофори входять до складу флуоресцентних фарб, які, завдяки додаванню люмінесцентного і відбитого поверхнею світла володіють високою яскравістю. Пігменти на основі деяких смол застосовують для забарвлення пластмас і волокон, відбілювання тканин, паперу і для різних покриттів. Органічні люмінофори використовують в люмінесцентній дефектоскопії, в молекулярній біології і медицині для виявлення малих кількостей речовин тощо.

Запитання 19.12. Що таке кристалофосфори?

Відповідь. Кристалофосфори – неорганічні кристалічні люмінофори (в основному штучно виготовлені). Люмінесценція кристалофосфорів може збуджуватися світлом, електричним струмом, потоком електронів, рентгенівським і радіоактивним випромінюванням (сцинтилятори). Кристалофосфори можуть бути напівпровідниками і діелектриками, які мають центри люмінесценції, утворені

активаторами або дефектами кристалічної ґратки. В якості активаторів, частіше за все, використовують Ag , Cu , Mg і рідкоземельні елементи.

Люмінесценція кристаллофосфорів може відбуватися як в результаті збудження центрів люмінесценції, так і при поглинанні енергії збудження кристалічною ґраткою або іншими домішками (сенсibiliзаторами). Механізм люмінесценції кристаллофосфорів в основному рекомбінаційний.

Основні параметри кристаллофосфорів – **вихід люмінесценції, її спектр і час гасіння**. Вихід люмінесценції для кристаллофосфорів може сягати десятків відсотків.

Кристаллофосфори використовують у тепловізорах, радіовізорах, в інфрачервоних приладах нічного бачення, в якості сцинтиляторів, для екранів електронно-променеви́х трубок, в телевізійних трубках тощо.

Запитання 19.13. Чим зумовлена і до якого виду належить люмінесценція: світіння екрану телевізора; світіння газу в рекламній трубці; світіння стрілки компаса, покритої люмінесцентною речовиною; світіння планктону в морі.

Відповідь. •Світіння екрану телевізора – катодолюмінесценція. Збудження атомів (молекул) люмінесцентної речовини відбувається під дією потоку електронів.

• Світіння газу в рекламній трубці відбувається під дією електричного поля (електролюмінесценція).

• Світіння стрілки компаса, покритої люмінесцентною речовиною є не що інше, як фосфоресценція.

• Світіння планктону в морі є хемілюмінесценцією. Збудження атомів або молекул відбувається за рахунок хімічних реакцій.

Запитання 19.14. На рис. 19.5. наведено спектр поглинання і спектр люмінесцентного випромінювання певної речовини. Поясніть його.

Відповідь. Див. відповідь на запитання 19.10.

Запитання 19.15. Що таке квантовий вихід люмінесценції?

Відповідь. Квантовим виходом люмінесценції називають відношення числа квантів люмінесценції N_l до числа квантів N_n , що поглинулися:

$$\eta_{кв} = \frac{N_l}{N_n}. \quad (20.6)$$

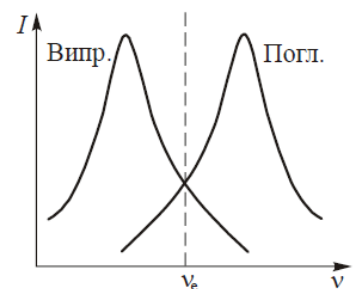


Рис. 19.5

В залежності від частоти світла, збуджуючого люмінесценцію, квантовий вихід може бути меншим, рівним або більшим за одиницю. В першому випадку не кожний фотон викликає свічення. В другому випадку ($\eta_{\text{кв}} = 1$) кожному фотону відповідає фотон люмінесценції. Однак, і тут має місце втрата енергії. Це означає, що частота фотона люмінесценції менша за частоту поглинутого фотона ($\nu_l < \nu_n$). Подібну втрату енергії називають стоксівською.

Якщо для збудження застосувати короткохвильове (ультрафіолетове або рентгенівське) випромінювання, то це може призвести, що квантовий вихід може стати більшим за одиницю ($\eta_{\text{кв}} > 1$), оскільки один фотон такого випромінювання може збудити два і більше центрів свічення.

Запитання 19.16. Що таке енергетичний вихід люмінесценції?

Відповідь. Енергетичним виходом люмінесценції називають відношення величини енергії люмінесцентного випромінювання W_l до величини енергії поглинання W_n :

$$\eta_{\text{ен}} = \frac{W_l}{W_n}. \quad (19.7)$$

Оскільки $W_l = h \langle \nu_l \rangle N_l$, $W_n = h \langle \nu_n \rangle N_n$, то

$$\eta_{\text{ен}} = \eta_{\text{кв}} \frac{\langle \nu_l \rangle}{\langle \nu_n \rangle}. \quad (19.8)$$

Тут $\langle \nu_l \rangle$ і $\langle \nu_n \rangle$ – середні значення частот люмінесценції і поглинутого випромінювання відповідно, N_l і N_n – число квантів люмінесценції і квантів, що поглинулися відповідно.

Запитання 19.17. Що називають: гасінням люмінесценції; концентраційним гасінням (самогасінням)?

Відповідь. Було доведено, що далеко не всі молекули, які при поглинанні світла перейшли в збуджений стан, випромінюють кванти люмінесценції. Частина їх, залежно від умов, в яких перебуває речовина, втрачає здатність випромінювати. Якщо кількість таких молекул велика, то люмінесценція гаситься. Причиною гасіння люмінесценції можуть бути або безвипромінювальні переходи в самих люмінесціюючих молекулах (внутрішнє гасіння), або процес передачі енергії збудженими молекулами (донорами) присутнім молекулам домішок (акцепторам), які не мають люмінесцентних властивостей (зовнішнє гасіння). В останньому випадку основну роль відіграють так звані непружні удари другого роду, зіткнення, внаслідок яких енергія збудження переходить без випромінювання в енергію теплового руху. Таке гасіння люмінесценції називають ще гасінням другого роду.

Гасіння може відбуватися і при великій концентрації люмінесцентної речовини в розчині. Таке гасіння називають **концентраційним гасінням** або **самогасінням**. Причиною концентраційного гасіння люмінесценції є утворення в концентрованих розчинах складних сполук, які називаються **асоціатами**. Асоціати складаються із двох або більше молекул люмінесцентної речовини, і вони, поглинаючи світлову енергію, втрачають здатність до люмінесценції. Збільшення концентрації розчину призводить до збільшення числа не активних до люмінесценції комплексів, і, як наслідок, до підсилення концентраційного гасіння люмінесценції. Концентраційне гасіння має місце і в твердих тілах.

Запитання 19.18. Що таке сенсibilізація?

Відповідь. Первинною фазою елементарного процесу будь-якого перетворення випромінювання є поглинання фотонів. Як свідчить досвід, фотони перетворюваного випромінювання повинні поглинатися молекулами тієї речовини, у взаємодії з якою відбувається перетворення випромінювання. Виключенням із цього правила є процеси сенсibilізованого перетворення випромінювання, в яких молекули речовини, яка перетворює випромінювання, збуджуються в результаті взаємодії із збудженими молекулами домішки, яку називають **сенсibilізатором** (сенсibilізатором, як правило є барвник). Випромінювання, яке падає на сенсibilізовану речовину, поглинається молекулами сенсibilізатора, які передають енергію збудження молекулам основної речовини шляхом співударання або передачі електрона в результаті іонізації. Найбільш широко метод сенсibilізації використовується в фотографічній техніці для розширення смуги спектральної чутливості фотографічних матеріалів.

Оптична сенсibilізація здійснюється введенням в склад фотографічних емульсій, в процесі їх виготовлення, барвників, які володіють смугою поглинання в тій ділянці спектра, в якій фотографічна емульсія мало чутлива до випромінювання (світла). Обов'язковою умовою підбору сенсibilізуючих барвників є розміщення основного енергетичного рівня сенсibilізуючої речовини в забороненій зоні кристала *AgBr* (рис. 19.6). Молекула сенсibilізатора, поглинаючи фотон, збуджується і переходить із основного енергетичного рівня *a – a* в новий електронний стан – на рівень *b – b*. Далі збуджений електрон за рахунок теплової енергії переходить з рівня *b – b* в зону провідності кристала. Електрони із зони провідності вловлюються центрами світлочутливості, а далі процес утворення прихованого збудження відбувається так само, як і в несенсibilізованій емульсії.

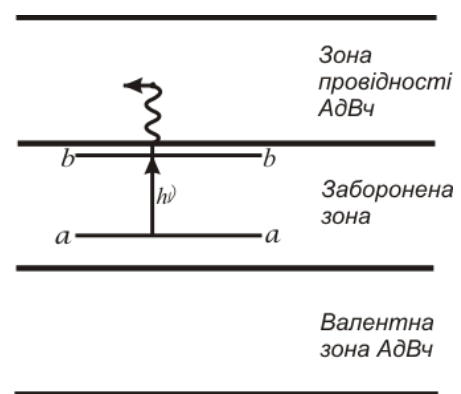


Рис. 19.6

Запитання 19.19. З'ясуйте основні напрямки практичного застосування люмінесценції.

Відповідь. Практичні застосування люмінесценції наступні:

Джерела світла. Світловіддача люмінесцентних ламп приблизно 35 – 80 лм/Вт, яка перевершує світловіддачу ламп розжарювання в 5 – 6 разів. Люмінесцентні джерела світла за своїм спектральним складом випромінювання близькі до денного світла.

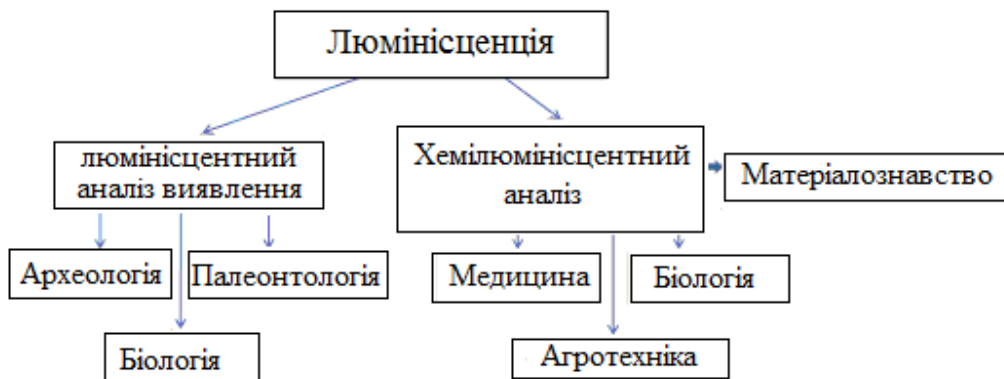


Рис. 19.7

Використання люмінесценції в різних галузях науки (рис. 19.7)

Характерні особливості люмінесцентного аналізу: чутливість люмінесцентного аналізу дуже висока 10^{-11} грама домішки на 1 г досліджуваної речовини; для роботи потрібні дуже малі кількості речовини (до 10^{-15} г); біоломінесценція дозволяє отримувати інформацію про процеси, які відбуваються у клітинах на молекулярному рівні; за люмінесценцією можна вивчати хімічні перетворення і міжмолекулярні взаємодії в речовині.

Інші застосування люмінесценції.

- дефектоскопія.
- рентгеноскопія.
- сцинтиляційні лічильники.
- електронні прилади.
- екрани в електронно-променевих трубках, комп'ютерах, телевізорах,
- люмінесцентні фарби і лазерні матеріали.

Запитання 19.20. Чому люмінесцентні лампи в 5 – 6 разів економніші, ніж лампи розжарювання?

Відповідь. В лампах розжарювання випромінювання світла здійснюється за рахунок енергії електричного струму, який проходить через металічну спіраль або смужку, які нагріваються струмом до дуже високих температур. В результаті більша частина енергії електричного струму перетворюється в тепло, внаслідок чого коефіцієнт корисної дії таких ламп дуже малий. Наприклад, га-

зонаповнена вольфрамова лампа потужністю 1000 Вт має коефіцієнт корисної дії 3 %.

Збудження випромінювання в люмінесцентних лампах відбувається електронами електричного розряду в атмосфері насичених парів ртуті. У даному випадку також частина енергії збудження йде на виділення тепла, але значно менше, ніж у випадку ламп розжарювання. Тому люмінесцентні лампи економніші ламп розжарювання.

Запитання 19.21. Який тип люмінесцентного випромінювання використано в телевізійному приймачі для отримання зображення на екрані?

Відповідь. Див. відповідь на запитання 19.13.

Запитання 20.21. Щоб виявити поверхневі дефекти (мікротріщини, подряпини) у виробках, користуються люмінесцентною дефектоскопією. На виріб наносять тонкий шар гасомасляного розчину люмінесцентної речовини, надлишок якої потім знімають. Виріб освітлюють ультрафіолетовим світлом. Пояснить суть методу.

Відповідь. При нанесенні на поверхню виробу тонкий шар гасомасляного розчину люмінесцентної речовини розчин попадає в мікротріщини, подряпини, де він залишається в невеликій кількості після зняття його з поверхні виробу. При освітленні поверхні виробу ультрафіолетом молекули люмінесцентної речовини, що залишилися в тріщинах, будуть світитися. За свіченням можна виявити не тільки самі тріщини, але і їх розміри: довжину, ширину, глибину.

Запитання 19.21. Що виражають формули

$$\eta_{кв} = \frac{N_l}{N_n}, \quad (19.9)$$

$$\eta_{ен} = \frac{W_l}{W_n} ? \quad (19.10)$$

Відповідь. Формула (19.9) виражає квантовий вихід люмінесценції, а формула (19.10) – енергетичний вихід люмінесценції (див. відповідь на запитання (19.15) і (19.16)).

20. Тиск світла

«Ви, напевно, знаєте, що я все життя воював з Максвеллом, не признаючи його світлового тиску, і ось Ваш Лебедев змусив мене здатися перед його дослідями».

*Із листа У. Томсона (Кельвіна)
акад. К.А. Тімірязеву*

Запитання 20.1. Хто і коли вперше висловив ідею існування світлового тиску?

Відповідь. У 1608 р. І. Кеплер висловив ідею, що відкидання хвостів комет в протилежному від Сонця напрямку, зобов'язане тиску сонячних променів на легкі частинки, з яких складаються хвости комет. В рамках корпускулярних уявлень про природу світла, якої дотримувався і І. Кеплер, така гіпотеза була природною, оскільки світлові частинки повинні передавати свій імпульс поглинаючим і відбиваючим тілам, тобто чинити тиск. Л. Ейлер (1748 р.) утворення хвостів комет також пояснював наявністю світлового тиску. Щоправда він це робив, виходячи з хвильової гіпотези про природу світла, зокрема, що світло – це поздовжні коливання ефіру, які збуджуються Сонцем.

Запитання 20.2. Хто і коли зробив першу спробу експериментального виявлення світлового тиску?

Відповідь. Першу спробу експериментального виявлення існування світлового тиску зробили французькі фізики де Меран і Дюфей у 1756 р., але вони наштотхнулися на непереборну на той час трудність – конвекційний рух повітря, який виникав від нагрівання його променями світла. Цей рух виявився настільки сильним, що дія його на прилад в багато разів перевершувала тиск світла. У 1825 р. Френель повторив спробу своїх попередників і із тих же причин також потерпів невдачу.

Запитання 20.3. Хто першим теоретично обґрунтував необхідність виникнення світлового тиску?

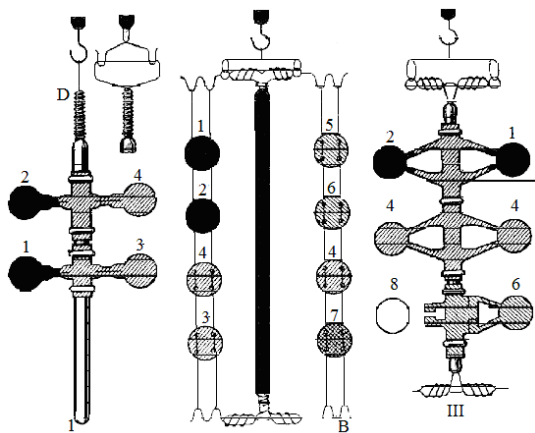
Відповідь. У 1873 р. Дж. Максвелл (шотландський фізик), виходячи із створеної ним електромагнітної теорії світла, не тільки переконливо показав необхідність існування світлового тиску, але і розрахував величину світлового тиску, яку чинить плоска електромагнітна хвиля на поверхню тіла, на яке вона падає.

Запитання 20.4. З'ясуйте причини невдач експериментального виявлення тиску світла, що передували експериментам П. М. Лебедева.

Відповідь. Перший експеримент по виявленню тиску світла після теоретичних робіт Максвелла був поставлений Круксом у 1874 р. Експериментатору вдалося досягти найвищого на той час вакууму в досліджуваному об'ємі. Проте, виявилось, різниця температур тіньової і освітленої поверхні вимірювального приладу зумовлює певну різницю тисків повітря, яке ще залишилось в об'ємі. Ці стани тиску повітря отримали назву **радіометричних**, а сам ефект був названий **радіометричним**, який виявився істотним в порівнянні з ефектом світлового тиску. Окрім радіометричного ефекту існував ще і так званий **газокінетичний** ефект, пов'язаний з конвекційними силами, причиною яких була конвекція залишків атомів і молекул повітря в об'ємі (балоні). Отже, причиною невдач експериментального виявлення тиску світла, що передували експериментам П.М. Лебедева були радіометричний та газокінетичний ефекти, які в багато разів перевищували тиск світла.

Запитання 20.5. Опишіть експериментальну установку, за допомогою якої П.М. Лебедев виміряв тиск світла на тверді тіла.

Відповідь. Прилад П. М. Лебедева (рис. 20.1) складався із дуже легкого стержня, підвішеного на тонкій скляній нитці, на крях якого були прикріплені тонкі легкі «крильця». Весь прилад розміщувався у балоні, з якого відсмоктува-



- 1, 2 – «крильця» із тонких листків платини, покритих платиновою чорнотою;
 3, 4 – платинові «крильця» із дзеркальними поверхнями;
 5, 6 – «крильця» із тонких листків алюмінію;
 7, 8 – «крильця» із тонких листків нікелю і слою.

Рис. 20.1

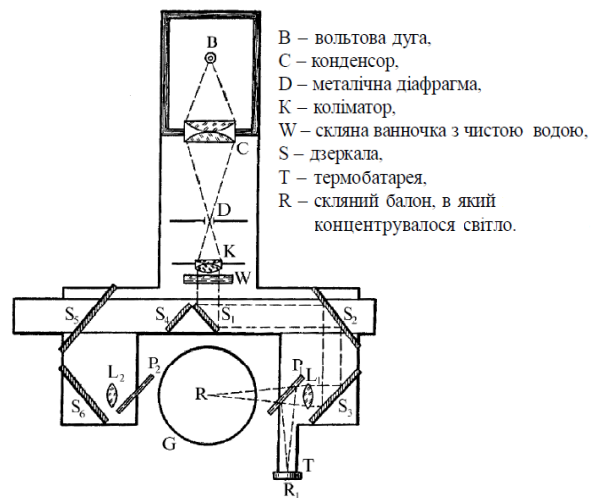


Рис. 20.2

лося повітря. Світло від вольтової дуги за допомогою лінз і дзеркал падало на «крильця». Про величину світлового тиску можна було судити за кутом закручування нитки підвісу, який реєструвався (кут закручування) за допомогою дзеркального відліку (рис. 20.1).

Запитання 20.6. Як П.М. Лебедеву вдалося подолати вище наведені труднощі (див. відповідь на запитання 20.4), пов'язані з вимірюванням тиску світла в лабораторних умовах?

Відповідь. П.М. Лебедеву до весни 1892 р. вдалося отримати вакуум в 10^{-4} мм. рт. ст., на два порядки нижчий, ніж у його попередників (наприклад, у Крукса). В такому вакуумі П.М. Лебедев і виявив дію сил світлового тиску.

Газокінетичний ефект, пов'язаний з конвекційними силами, Лебедев виключив таким чином. Оскільки ці сили утворюються від вихідних потоків парів ртуті і молекул повітря в балоні, то при похилому положенні площини крилець, вони будуть додаватися до сил світлового тиску, якщо дія світлового променя співпадає з дією конвекційних сил і відніматись, якщо дія променя протилежна дії сил конвекції. Тому, вимірюючи відхилення давильного приладу в цих двох випадках, можна повністю виключити дію конвекційних сил (див [1], ст. 577 – 579).

Радіометричні сили були зведені до мінімуму по-перше, тим, що був взятий досить великий скляний балон і за допомогою спеціальних світлофільтрів були виключені ті промені, які могли б поглинатися стінками балона і викликати конвекційні потоки; по-друге, крильця виготовлялися із дуже тонкого матеріалу товщиною 0,01 мм, так що різниця температур з обох сторін була незначною; по-третє, розрідження було доведено до рекордно допустимого тоді вакууму.

Запитання 20.7. Доведіть необхідність виникнення світлового тиску з точки зору: електромагнітної теорії світла; корпускулярної теорії світла.

Відповідь. Якщо електромагнітна хвиля падає нормально на поверхню металічного тіла, то під дією електричного поля хвилі виникне електричний струм густиною \vec{j} з напрямком паралельним вектору \vec{E} . Взаємодія електричного струму з магнітним полем світлової хвилі викличе появу сили Ампера \vec{F}_a , напрямок якої співпадає з вектором Умова-Пойнтінга $\vec{S} = [\vec{E} \cdot \vec{H}]$, в даному випадку перпендикулярно до поверхні тіла. Сила, яка діє на одиницю поверхні, і є світловим тиском. У випадку діелектрика електричне поле світлової хвилі збуджує змінну поляризацію, а магнітне поле, взаємодіючи з рухомими зарядами при поляризації, створює тиск.

З точки зору теорії фотонів тиск світла на поверхню тіла виникає внаслідок передачі світлом імпульсу при поглинанні або відбиванні фотона.

Якщо

S – світловий потік монохроматичного світла, що падає нормально на одиничну площадку,

$h\nu$ – енергія одного фотона,

h – стала Планка,

ν – частота падаючого світла,

$p_f = h\nu / c$ – імпульс фотона,

$N = S / h\nu$ – кількість фотонів, що падають на одиницю поверхні за одиницю часу,

то імпульс, що передається фотонами одиниці поверхні за одиницю часу, дорівнює тиску світла:

$$P_{\text{погл}} = N \frac{h\nu}{c}, \quad (20.1)$$

$$P_{\text{відб}} = 2nN \frac{h\nu}{c}. \quad (20.2)$$

Отже, формули (20.1) і (20.2) визначають тиск світла, відповідно, при повному поглинанні і повному відбиванні.

Якщо частина фотонів відбивається, а частина поглинається, то повний тиск світла відповідно (20.1) і (20.2), дорівнюватиме:

$$P = (1 - R)N \frac{h\nu}{c} + R2N \frac{h\nu}{c} = (1 + R) \frac{S}{c}, \quad (20.3)$$

де R – коефіцієнт відбиття світла.

Запитання 20.8. Яку роль відіграють електричне і магнітне поля світлової хвилі у виникненні тиску світла?

Відповідь. Електричне поле світлової хвилі при попаданні на поверхню тіла викликає появу електричного струму на поверхні металу або змінної електричної поляризації на поверхні діелектрика, а магнітне поле хвилі, взаємодіючи з рухомими зарядами, викликає появу сили, яка і є силою світлового тиску.

Запитання 20.9. Виведіть формулу світлового тиску, користуючись хвильовою теорією світла.

Відповідь. Поверхневий електричний струм, що виникає під дією світла, пропорційний вектору \vec{E} , а сила Ампера пропорційна силі струму та вектору \vec{H} , тому середнє за період значення величини сили $|\vec{F}_a|$ і тиск світла P пропорційні $|\vec{E} \cdot \vec{H}|$; останній же добуток визначає середню густину енергії w електромагнітної хвилі, оскільки $w = S / c$, а $\vec{S} = [\vec{E} \cdot \vec{H}]$. Тут \vec{S} – вектор Умова-Пойнтінга, c – швидкість світла у вакуумі. Отже, якщо світлова хвиля падає на тіло нормально і повністю поглинається ним, то величина світлового тиску дорівнює середній густині енергії падаючої хвилі:

$$P_1 = \langle w \rangle. \quad (20.5)$$

Якщо світлова хвиля частково відбивається, то до тиску, що виникає при поглинанні, додається тиск, зумовлений відбиванням світла:

$$P_2 = R < w >, \quad (20.6)$$

де R – коефіцієнт відбиття.

Повний тиск, що виникає, коли світло частково відбивається, дорівнює

$$P = P_1 + P_2 = (1 + R) < w >. \quad (20.7)$$

Якщо враховувати, що $< w > = S / c$, то формула (20.8) набуде вигляду:

$$P = (1 + R) \frac{S}{c}. \quad (20.8)$$

Оскільки густина потоку енергії S дорівнює інтенсивності світла I ($S = I$), то

$$P = (1 + R) \frac{I}{c}. \quad (20.9)$$

Формула (20.9) повністю співпадає з формулою (20.3).

Запитання 20.10. Що виражає формула

$$P = \frac{I}{c} (1 + R) \cos r? \quad (20.10)$$

Відповідь. Формула (20.10) виражає світловий тиск, у випадку, якщо світло на поверхню тіла падає під кутом r . Саме цю формулу для світлового тиску у свій час було отримано Максвеллом. Спробуйте вивести формулу (20.10) самостійно (див. [1], ст. 575 – 577).

Запитання 20.11. Виходячи із існування світлового тиску, доведіть, що електромагнітне поле володіє імпульсом.

Відповідь. Тиск світла на матеріальні тіла заставляє приписати йому певний імпульс. Сила світлового тиску, як і будь-яка механічна сила, змінює імпульс тіла, на яке вона діє. Виходячи із універсальності застосовності закону збереження імпульсу, потрібно допустити, що тіло набуває механічного імпульсу за рахунок відповідної зміни імпульсу іншої форми руху. Оскільки єдиним процесом, який супроводжує в даних умовах зміну імпульсу тіла, – це поглинання світла, та і носієм іншої форми імпульсу може бути тільки світло. За 1 c імпульс тіла отримує приріст, чисельно рівний діючій силі. При нормальному падінні сила тиску світла на одиничну площадку поверхні поглинаючого тіла рівна $\vec{S} / c = w\vec{n}$. Саме таким імпульсом повинно володіти поглинуте за $1c$ світло. Його енергія $S = wc$ була розподілена з густиною w в об'ємі величиною c . Природно вважати, що і переданий площадці імпульс, розподілений в тому ж об'ємі. Оскільки цей об'єм рівний c , то для імпульсу, що припадає на одиницю об'єму, тобто об'ємної густини імпульсу P електромагнітного поля, отримаємо

$$\vec{P} = \frac{\vec{S}}{c^2} = \frac{w}{c} \vec{n}. \quad (20.11)$$

Отже, імпульс світлової хвилі рівний її енергії, розділеної на швидкість світла і напрямлений в бік поширення світла.

Запитання 20.12. В яких явищах тиск і імпульс випромінювання відіграють істотну роль?

Відповідь. Тиск і імпульс проявляються в двох протилежних за масштабами областях: астрономічній і субатомній.

В астрономічній: притягання верхніх шарів зірок до їх центра в значній мірі зрівноважується тиском випромінювання, яке йде від центра зірки назовні. Світловий тиск призводить до деякого граничного значення маси, при якому зірка ще залишається стійкою. Цей висновок узгоджується з астрономічними даними, згідно яких зірки з масою, яка переважає деяку граничну межу, не спостерігаються.

В мікросвіті відмітимо ефект Комптона, при якому жорстке випромінювання передає частину свого імпульсу електронам, на яких воно розсіюється і тим самим надає цим “електронам віддачі” великі швидкості. Імпульс випромінювання виявляє себе також і в “віддачі”, яку терпить атомне ядро при випромінюванні (або поглинанні) γ -променів. Це явище аналогічне віддачі рушниці при вистрілі. Ефект віддачі в принципі має місце і при випусканні світла атомами, але в оптичній ділянці він призводить до зсуву, меншого за природну ширину лінії і тому його важко зареєструвати.

Запитання 20.13. Яке значення мало експериментальне відкриття світлового тиску на розвиток фізичної науки?

Відповідь. Досліди П. М. Лебедева знайшли високу оцінку у Лоренца, Томсона і ряду інших провідних фізиків того часу. Так, Х.А. Лоренц вказував на те, що Лебедев був одним із кращих фізиків того часу. Під впливом П.М. Лебедева почалися дослідження в області механічних властивостей частинок світлової матерії, названих пізніше фотонами. Так, Пойнтінг та ряд інших фізиків розпочали дослідження обертового моменту фотона. М. Абрагам провів дослідження впливу світлового тиску на рухомі тіла в полі світлового променя. Російський фізик В.А. Міхельсон впевнено взявся за розрахунки так званого тертя внаслідок взаємодії рухомого тіла з полем світла. У 1920 р. німецький фізик О. Штерн здійснив досліди по вимірюванню тиску світла на молекули газу тощо.

21. Оптичні квантові генератори

«Laser light amplification by stimulated emission of radiation»

Запитання 21.1. Яке випромінювання називають спонтанним? З'ясуйте механізм спонтанного випромінювання.

Відповідь. Розглянемо атомну систему з двома енергетичними рівнями E_k і E_i (рис. 21.1). Припустимо, що атом речовини знаходиться в початковому енергетичному стані, який відповідає i -ому рівню. Якщо $E_i > E_k$, то для атома завжди існуватиме можливість перейти із i -ого на k -ий рівень. Отже, атом може виділити енергію, що дорівнює різниці енергій рівнів $E_i - E_k$. Коли ця енергія вивільняється у вигляді електромагнітної хвилі самовільно, то такий процес **називають спонтанним (самовільним) випромінюванням**. Частота випроміненої хвилі, при цьому, визначається за правилом частот Бора:

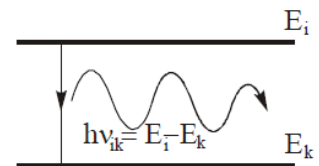


Рис. 21.1

$$\nu_{ik} = \frac{E_i - E_k}{h}, \quad (21.1)$$

де h – стала Планка. Отже, при спонтанному випромінюванні виникає фотон з енергією

$$h\nu_{ik} = E_i - E_k. \quad (21.2)$$

Зверни увагу!

При спонтанному випромінюванні окремі атоми випромінюють незалежно один від одного, і окремі акти випромінювання не пов'язані в часі, тому спонтанне випромінювання є некогерентне, неполяризоване, не напрямлене, шумове.

Імовірність спонтанного випромінювання можна визначити наступним чином. Припустимо, що в момент часу t на i -ому рівні знаходяться N_i атомів. Середнє число спонтанних переходів Z_{ik}^{cn} за одиницю часу в одиниці об'єму з верхнього рівня E_i на нижній рівень E_k (рис. 21.1) пропорційне числу частинок N_i на вихідному рівні тобто,

$$Z_{ik}^{cn} = A_{ik} N_i, \quad (21.3)$$

де A_{ik} – коефіцієнт пропорційності. Із (21.3) маємо:

$$A_{ik} = \frac{Z_{ik}^{cn}}{N_i}. \quad (21.4)$$

Отже, коефіцієнт A_{ik} визначає середнє число спонтанно випромінюваних за одиницю часу фотонів частоти ν_{ik} в розрахунку на одну збуджену частинку. Коефіцієнт A_{ik} називають імовірністю спонтанного випромінювання або коефіцієнтом Ейнштейна для спонтанного випромінювання. Чисельне значення A_{ik} залежить від конкретного переходу.

Запитання 21.2. Яке випромінювання називають вимушеним і які його характеристики?

Відповідь. Припустимо знову, що атом в початковому стані знаходиться на верхньому i -тому рівні, і на речовину падає електромагнітна хвиля з частотою, яка визначається виразом (21.1).

Оскільки частоти падаючої хвилі і випромінювання зв'язаного з атомним переходом рівні одна одній, то існує скінчена імовірність, що падаюча хвиля викличе перехід атома з i -ого на k -тий рівень (рис. 21.2). При цьому різниця енергій $E_i - E_k$ у вигляді електромагнітної хвилі, додається до падаючої. Це є явище **вимушеного випромінювання**. Його ще називають **індукованим** або **стимульованим** випромінюванням.

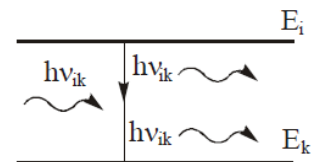


Рис. 21.2

Досвід показує, що падаюче випромінювання і випромінювання, зв'язане з атомним переходом співфазні, це означає, що **індуковане випромінювання монохроматичне, когерентне і строго напрямлене**.

У випадку вимушеного випромінювання, число фотонів Z_{ik} , які утворюються ансамблем частинок одиничного об'єму за одиницю часу при переході з верхнього рівня E_i на нижній рівень E_k під дією зовнішнього випромінювання з густиною ρ , пропорційне як N_i так і ρ

$$Z_{ik}^{eum} = B_{ik} \rho_{\nu_{ik}} N_i, \quad (21.5)$$

звідки

$$B_{ik} = \frac{Z_{ik}^{eum}}{\rho_{\nu_{ik}} N_i}. \quad (21.6)$$

Тут B_{ik} – коефіцієнт Ейнштейна для вимушеного випромінювання, який дорівнює середньому числу випромінюваних однією частинкою за одиницю часу фотонів з енергією $h\nu_{ik} = E_i - E_k$, віднесеного до густини випромінювання $\rho_{\nu_{ik}}$.

Зверни увагу!

На відміну від імовірності спонтанного випромінювання A_{ik} , який зале-

жить лише від конкретного переходу, імовірність вимушеного випромінювання B_{ik} залежить не тільки від конкретного переходу, але й від густини (інтенсивності) падаючого електромагнітного випромінювання.

Запитання 21.3. З'ясуйте основні характеристики процесу поглинання електромагнітного випромінювання атомом.

Відповідь. Припустимо, що атом у початковому стані знаходиться на k -ому рівні. Якщо це основний рівень, то атом буде знаходитись на ньому доти, поки на нього не подіє якийсь зовнішній збурення. Таким збуренням може бути електромагнітна хвиля з частотою ν_{ik} , яка визначається формулою (21.1). В такому разі існує скінчена імовірність того, що атом перейде на верхній рівень з енергією E_i (рис. 21.3). Різниця енергій $E_i - E_k$, яка необхідна для того, щоб атом здійснив перехід $k \rightarrow i$, береться із енергії падаючої електромагнітної хвилі. В цьому і полягає суть процесу резонансного поглинання. Резонансне поглинання є зворотним процесом до вимушеного (індукованого) випромінювання.

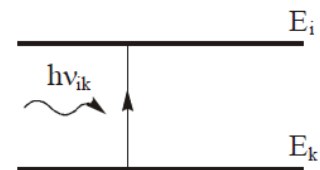


Рис. 21.3

Середнє число фотонів, поглинутих ансамблем частинок за одиницю часу в одиниці об'єму $Z_{ki}^{ногл}$ пропорційне заселеності початкового (нижнього) рівня N_k та густині падаючого випромінювання $\rho_{\nu_{ik}}$, оскільки процес поглинання є вимушеним процесом, тобто

$$Z_{ki}^{ногл} = B_{ki} \rho_{\nu_{ik}} N_k. \quad (21.7)$$

Коефіцієнт пропорційності

$$B_{ki} = \frac{Z_{ki}^{ногл}}{N_k} \frac{1}{\rho_{\nu_{ik}}}, \quad (22.8)$$

є нічим іншим, як числом поглинутих однією частинкою за одиницю часу, фотонів з енергією $h\nu_{ik} = E_i - E_k$, віднесених до густини випромінювання, B_{ki} – коефіцієнт Ейнштейна для поглинання, а добуток $B_{ki} \rho_{\nu_{ik}}$ – імовірність поглинання, за одиницю часу.

Запитання 21.4. Що є спільного між спонтанним і вимушеним випромінюванням і чим вони відрізняються?

Відповідь. Спільним між спонтанним і вимушеним випромінюванням є те, що обидва види випромінювання виникають внаслідок переходу атома із верхнього (збудженого) рівня на нижній (основний) рівень. Однак, при спонтанному випромінюванні окремі атоми випромінюють незалежно один від одного, і окремі акти випромінювання непов'язані в часі, **тому спонтанне випро-**

мінювання є некогерентним і не напрямленим. Індуковане випромінювання атома виникає під дією на нього зовнішнього випромінювання. Обидва випромінювання співфазні, тому **вимушене випромінювання є монохроматичне, когерентне і напрямлене.**

Запитання 21.5. Який фізичний зміст коефіцієнтів Ейнштейна A_{ik} , B_{ik} і B_{ki} , і як вони залежать від спектральної густини діючого на атом поля випромінювання?

Відповідь. Коефіцієнт Ейнштейна для спонтанного випромінювання A_{ik} визначає середню кількість фотонів певної частоти, що випромінюються спонтанно за одиницю часу в розрахунку на один збуджений атом з енергією E_i , коефіцієнт Ейнштейна для вимушеного випромінювання B_{ik} визначає середнє число фотонів, випромінюваних атомом за одиницю часу з енергією $h\nu_{ik}$, віднесеного до густини випромінювання $\rho_{\nu_{ik}}$, коефіцієнт Ейнштейна B_{ki} для поглинання дорівнює числу фотонів з енергією $E_i - E_k = h\nu_{ik}$, поглинутих одним атомом за одиницю часу, при густині випромінювання $\rho_{\nu_{ik}}$.

Коефіцієнт Ейнштейна для спонтанного випромінювання A_{ik} , від зовнішніх чинників не залежить, а залежить лише від конкретного переходу. Коефіцієнт Ейнштейна для індукованого випромінювання B_{ik} і резонансного поглинання B_{ki} обернено пропорційно залежать від густини випромінювання $\rho_{\nu_{ik}}$, яке діє на атом (частинку).

Запитання 21.6. Як зв'язані між собою коефіцієнти Ейнштейна A_{ik} , B_{ik} , B_{ki} ?

Відповідь. Нехай ансамбль частинок (наприклад, атомів) знаходиться у взаємодії з електромагнітним випромінюванням абсолютно чорного тіла. При встановленні між ансамблем частинок і випромінюванням термодинамічної рівноваги середні числа переходів $i \rightarrow k$ і $k \rightarrow i$ за час dt в одиниці об'єму є однаковими, тобто

$$dZ_{i \rightarrow k} = dZ_{k \rightarrow i}, \quad (21.9)$$

або

$$(A_{ik} + B_{ik}\rho_{\nu_{ik}})N_i = B_{ki}\rho_{\nu_{ik}}N_k. \quad (21.10)$$

В (21.10) враховано (21.3), (21.5) і (21.7), а також, що $dZ_{ik}^{sum} = dZ_{ik}^{cn} + dZ_{ik}^{sum}$ (див. відповіді на запитання (21.1), (21.3)).

Далі рівність (21.10) перепишемо у такому вигляді

$$\rho_{\nu_{ik}} = \frac{A_{ik} N_i}{B_{ki} N_k - B_{ik} N_i} = \frac{A_{ik}}{B_{ki} \frac{N_k}{N_i} - B_{ik}}, \quad (21.11)$$

де N_k і N_i – населеності k -ого і i -ого рівнів частинки (атома). Згідно з розподілом Больцмана:

$$\frac{N_k}{N_i} = \frac{g_k}{g_i} e^{\frac{h\nu_{ik}}{kT}}, \quad (21.12)$$

де g_k і g_i – кратність виродження k -ого і i -ого рівнів.

При врахуванні (21.12) рівність (21.11) переписеться так:

$$\rho_{ik} = \frac{A_{ik}}{\frac{g_k}{g_i} B_{ki} \exp\left(\frac{h\nu_{ik}}{kT}\right) - B_{ik}}. \quad (21.13)$$

При $T \rightarrow \infty$ $\rho_{\nu_{ik}}$ повинно прямувати також до ∞ . Отже, із (21.13) маємо, що

$$g_k B_{ki} = g_i B_{ik}. \quad (21.14)$$

У випадку відсутності виродження рівнів k і i

$$B_{ki} = B_{ik}. \quad (21.15)$$

Зверни увагу!

Якщо немає виродження енергетичних рівнів, то імовірність вимушених переходів з випромінюванням і поглинанням кванта рівні. Це означає, що фотон з однаковою імовірністю може індукувати випромінювання ансамблю частинок або бути поглинутим ним.

Враховуючи (21.14), вираз (21.13) набуде вигляду:

$$\rho_{\nu_{ik}} = \frac{A_{ik}}{B_{ik}} \frac{1}{e^{\frac{h\nu_{ik}}{kT}} - 1}, \quad (21.16)$$

який повинен співпасти з формулою Планка (див. формулу (15.43) у відповіді на запитання 15.36) для розрахунку енергії врівноваженого випромінювання

$$\rho_{ik} = \frac{2\pi h\nu_{ik}^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu_{ik}}{kT}} - 1}. \quad (21.17)$$

Співставляючи (21.16) і (21.17), отримуємо:

$$A_{ik} = \frac{2\pi h\nu_{ik}^3}{c^2} B_{ik}, \quad (21.18)$$

або

$$A_{ik} = \frac{2\pi h\nu_{ik}^3}{c^2} \frac{g_k}{g_i} B_{ki}. \quad (21.19)$$

Отже, формули (21.18) і (21.19) виражають зв'язок між коефіцієнтами Ейнштейна. Звідси видно, що **коефіцієнти Ейнштейна визначаються тільки властивостями квантових частинок ансамблю і незалежно від поля випромінювання.**

Запитання 21.7. За яких умов можливе зростання інтенсивності пучка монохроматичного світла при поширенні його в середовищі? Поясніть принципи роботи квантового підсилювача.

Відповідь. Нехай падаючий пучок електромагнітного випромінювання, поширюється в середовищі, де виконується умова $N_i > N_k$ (де N_i – число атомів, які знаходяться на верхньому рівні (число збуджених атомів), N_k – число атомів, які знаходяться на нижньому рівні (в основному стані)). В такому середовищі інтенсивність світлової хвилі буде зростати по мірі її поширення. Підсилення падаючого пучка випромінювання здійснюється за рахунок того, що при $N_i > N_k$ переходи з вимушеним випусканням фотонів відбуваються частіше, ніж переходи з поглинанням. Оскільки виникаючі при вимушеному випромінюванні фотони тотожні з фотонами, які викликали випромінювання, когерентні властивості вихідного пучка повністю зберігаються. Такий принцип дії квантового підсилювача випромінювання.

Зверни увагу!

Для того щоб, середовище підсилювало випромінювання, яке через нього проходить, необхідно підведення до нього ззовні додаткової енергії, яка потім при вимушеному випромінюванні частково перетвориться в енергію підсилювання електромагнітного випромінювання.

Квантовий підсилювач можна перетворити в генератор випромінювання, якщо в нього ввести додатний зворотний зв'язок. Для цього частина випромінювання, яке виходить із підсилювача, повинна повертатися в середовище (його називають **активним середовищем**). Тоді відпадає необхідність у вхідному сигналі оскільки відбувається самозбудження системи.

Запитання 21.8. Які стани системи називають станами з інверсною населеністю?

Відповідь. За нормальних умов більша частина атомів середовища знаходиться в основному атомі (рис. 21.4,*a*) і тому фотони зовнішнього випромінювання, з якими вони взаємодіють, як правило, поглинаються. Щоб отримати підсилення в результаті вимушеного випромінювання, необхідно задовольнити дві умови. По-перше, необхідно зробити так, щоб в стані з більшою енергією E_i (в збудженому стані) знаходилося більше атомів, ніж в стані з меншою енергією.

єю E_k . В цьому випадку говорять, що дана сукупність атомів характеризується **інверсною населеністю** (рис. 21.4,б). По-друге, більш високий (збуджений) стан повинен бути метастабільний, тобто атоми в цьому стані повинні знаходитися довше, ніж зазвичай, а перехід на більш низький стан повинен відбуватися не спонтанно, а вимушено. Отже, **під інверсною населеністю потрібно розуміти стан речовини, при якому більш високі рівні енергії атомів (молекул), з яких вона складається, мають більшу населеність, ніж нижні рівні.**

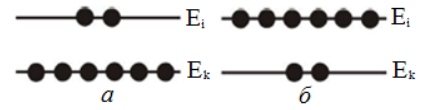


Рис. 21.4

В речовині з інверсною населеністю енергетичних рівнів вимушене випромінювання може перевершити поглинання світла атомами, внаслідок чого падаючий пучок електромагнітного випромінювання при проходженні його через речовину буде підсилюватися.

Запитання 21.9. З'ясуйте суть поняття «від'ємна температура». Які стани характеризуються, цим поняттям?

Відповідь. Відомо, що при термодинамічній рівновазі населеності енергетичних рівнів визначаються законом розподілу Больцмана:

$$\frac{N_k}{N_i} = e^{\frac{E_i - E_k}{kT}} = e^{\frac{\Delta E_{ik}}{kT}}. \quad (21.20)$$

Із (21.20) визначимо температуру

$$T = \frac{\Delta E_{ik}}{k} \frac{1}{\ln \frac{N_k}{N_i}}, \quad (21.21)$$

де N_k і N_i – населеності двох рівнів при термодинамічній рівновазі, k – стала Больцмана, E_k і E_i – енергії рівнів.

Із (21.21) видно, що при $N_k > N_i$, коли більшість атомів знаходяться в не збудженому стані, $\ln \frac{N_k}{N_i} > 0$ і абсолютна температура T є додатною. При

$N_i = N_k$, коли населеності рівнів однакові, $\ln \frac{N_k}{N_i} = 0$, абсолютна температура перетворюється в нескінченність. При $N_k < N_i$, коли більшість атомів знаходяться в збудженому стані (середовище знаходиться в стані з інверсною населеністю), $\ln \frac{N_k}{N_i} < 0$ і абсолютна температура є від'ємною. Поняття «від'ємна температура» означає нерівноважний стан системи. У відповідності з таким визначенням температури, якщо, наприклад, всі елементи в дворівневій системі зна-

ходяться на нижньому рівні, то їй відповідає температура переходу $T_s = +0\text{ K}$; якщо ж всі частинки знаходяться на верхньому енергетичному рівні (повна інверсія системи) $T_s = -0\text{ K}$. Стану системи, коли верхній і нижній рівні заселені однаково, відповідає температура $T_s = \pm\infty\text{ K}$. Схематично це показано на рис. 21.5.

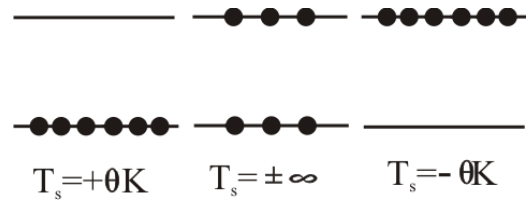


Рис. 21.5.

Запам'ятай!

Фізичного змісту від'ємна температура не має. Це тільки спосіб описати інверсний стан речовини, який реалізується в робочому тілі будь-якого квантового генератора.

Запитання 21.10. Який стан системи називають метастабільним?

Відповідь. **Метастабільний стан** – стан нестійкої рівноваги термодинамічної системи, в якому вона може знаходитися тривалий час, не переходячи в більш стійкий за даних умов стан, або: стан квантової системи (наприклад, атома), який характеризується тривалим часом життя.

Запитання 21.11. Які ви знаєте способи (методи) отримання інверсної населеності в три- і чотирирівневих системах (лазерах)?

Відповідь. Процес перетворення середовища (речовини) в стан з інверсною населеністю називають **накачуванням** або просто **накачкою**. Методи накачки, які використовуються в лазерах, дуже складні і різноманітні. До них відносяться: **електрична накачка**, яка реалізується засобом достатньо інтенсивного електричного розряду. Електрична накачка успішно застосовується в газових і напівпровідникових лазерах; **оптична накачка** здійснюється шляхом освітлення атомів середовища за допомогою, наприклад, потужних ксенонових ламп-спалахів. Цей метод використовується в напівпровідникових лазерах; **хімічна накачка** здійснюється в процесі хімічної реакції. Лазери, в яких використовується даний метод, називаються **хімічними лазерами**. В хімічних лазерах, хімічна реакція, як правило проходить між газоподібними елементами. Накачку характеризують:

швидкістю накачки R – число атомів які переходять за 1 c із основного стану на верхній енергетичний стан. В лазері з накачкою електричним розрядом величина R збільшується з ростом прикладеного струму, в лазерах з накачкою імпульсними лампами R збільшується з інтенсивністю свічення ламп;

ефективністю передачі Φ_t , яка є відношенням потужності (або енергії) накачки, що входить в активну речовину, до потужності (або енергії), випромінюваної лампи;

квантовим виходом Φ_p — відношення числа атомів, які попадають на верхній лазерний рівень до числа атомів, які збуджуються при накачці монохроматичним світлом з частотою ω .

Запитання 21.12. Чому в дворівневій системі неможливо створити інверсну населеність рівнів методом оптичного накачування?

Відповідь. Дворівневі системи в квантових генераторах не застосовуються. Дворівнева система використовується лише в аміачному лазері, який був створений незалежно і майже одночасно (1954 – 1955 рр.) Н.Г. Басовим і О.М. Прохоровим (СРСР), та Ч. Таунсом, Дж. Гордоном і Х. Цейгером (США). Активним середовищем в аміачному лазері є аміак NH_3 в газоподібному стані. Резонансний перехід в мазері здійснюється між двома квантовими рівнями, різниця енергій між якими лежить в області *НВЧ* – діапазону з довжиною хвилі $\lambda = 1,27$ см. Саме на цих рівнях енергій виявилось можливим отримати інверсну населеність середовища. Однак створити інверсну населеність в NH_3 за допомогою вимушеного поглинання виявилось неможливо. Вимушене резонансне поглинання у випадку дворівневої системи, здійснюється до тих пір, поки більша частина молекул (наприклад, молекул NH_3) знаходиться на нижньому енергетичному стані. Наближаючись до врівноваженого стану необхідно збільшувати інтенсивність збуджуючого випромінювання на відповідній частоті (у випадку аміаку це частота 24 ГГц). При рівності населеностей (при термодинамічній рівновазі) поглинання припиняється. Отже, в дворівневій системі створити інверсну населеність рівнів методом оптичного накачування неможливо.

Запитання 21.13. Яке середовище (речовину) називають активним середовищем?

Відповідь. Речовину (середовище), в якій можна створити інверсну населеностей рівнів квантової системи (атомів, молекул), називають **активним середовищем**. Активне середовище підсилює резонансне випромінювання, яке проходить через неї, за умови, що коефіцієнт квантового підсилення перевершує коефіцієнт втрат енергії в активному середовищі. Застосування зворотного додатного зв'язку дозволяє використати активне середовище для створення генератора когерентного електромагнітного випромінювання.

Запитання 21.14. Відомо, що в дворівневій системі створити інверсну населеність рівнів, за допомогою збудження зовнішнім джерелом енергії, неможливо. В аміачному мазері використовується саме дворівнева система. Яким же чином здійснюється накачування аміачного мазера?

Відповідь. Активним середовищем аміачного лазера є аміак NH_3 в газоподібному стані. Інверсна населеність рівнів активного середовища здійснюється шляхом фізичного відокремлення молекул, які знаходяться на верхньому енергетичному рівні. Це відбувається за допомогою спеціального сортувального пристрою – квадрупольного конденсатора – куди попадає напрямлений пучок молекул NH_3 . В сортувальній системі молекули аміаку проходять ділянку неоднорідного електричного поля. Схема будови генератора наведена на рис. 21.6.

На молекули пучка аміаку, які знаходяться в різних енергетичних станах, електричне поле діє по-різному. На молекули, що знаходяться в збудженому

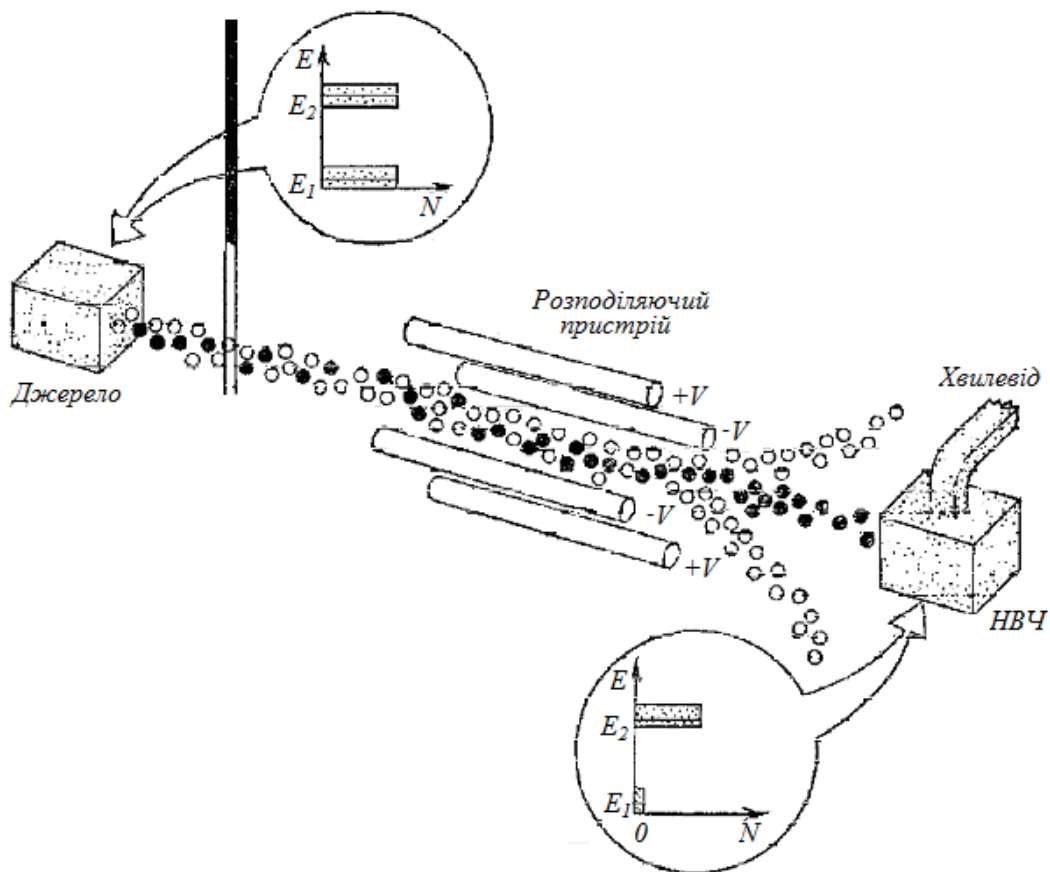


Рис. 21.6

стані з енергією E_2 (ці молекули на рис. 21.6 позначені темними кружечками) діє сила в бік зменшення електричного поля, тобто до осі системи. На молекули, що знаходяться в стані з енергією E_1 , діє сила протилежно напрямлена від

осі системи, і ці молекули участі в роботі генератора не беруть. В результаті в пучку залишаються тільки молекули з енергією E_2 і продовжують рухатися до виходу із квадрупольної системи. Так реалізується інверсна населеність пучка молекул аміаку. Попавши в резонатор, молекули аміаку, випромінюють електромагнітні хвилі, переходячи з рівня E_2 на рівень E_1 .

Запитання 21.15. Що таке оптичний зворотний зв'язок? Яку роль в квантовому генераторі відіграє резонатор?

Відповідь. В тих випадках, коли в середовищі створено інверсну населеність рівнів, інтенсивність хвилі, що поширюється в ньому, зростає, оскільки переходи з вимушеним випромінюванням відбуваються частіше, ніж переходи з поглинанням. Однак, для створення активного середовища необхідне підведення додаткової енергії, яка після вимушеного випромінювання частково перетворюється в енергію підсилюваного випромінювання.

Квантовий підсилювач можна перетворити в генератор випромінювання, якщо в ньому створити додатний зворотний зв'язок. Для цього частина випромінювання, яке виходить із підсилювача, повинна повертатися назад в активне середовище. Тоді відпадає необхідність у збудженні активного середовища енергією ззовні, оскільки відбувається самозбудження системи. Зворотний зв'язок можна здійснити, помістивши активне середовище у відкритий резонатор. Ідеальний відкритий резонатор оптичного діапазону довжин хвиль являє собою систему відбиваючих поверхонь, в якій можуть збуджуватися електромагнітні коливання високих частот. В простішому випадку це два дзеркала з плоскими, сферичними або параболічними поверхнями, віддалені один від одного на відстань від 0,1 мм до 5 м.

Зверни увагу!

Основне призначення відкритого резонатора – створювати вихідне когерентне випромінювання і здійснювати зворотний додатний зв'язок, за допомогою якого індуковане випромінювання багатократно проходить через активне середовище.

До речі...

У 1968 р. А.М. Прохоров (СРСР) запропонував в якості високо добротного відкритого резонатора для електромагнітних коливань оптичного діапазону використати інтерферометр Фабрі-Перо. Щоправда, у відкритому резонаторі розміри дзеркал багато менші відстані між ними. У звичайному інтерферометрі Фабрі-Перо, поверхні дзеркал робляться достатньо великими у порівнянні з відстанню між ними.

Запитання 21.16. Що таке коефіцієнт підсилення та ефект насичення?

Відповідь. Дзеркала, які утворюють зворотний зв'язок, разом з активним середовищем утворюють оптичний генератор, який підтримує неперервні електромагнітні коливання на частоті лазерного переходу. Однак, виникнення генерації відбувається лише за умови створення інверсної населеності рівнів ($N_i > N_k$). За виконання цієї умови виникає підсилення на резонансній частоті світла в результаті спонтанного випромінювання, тобто генератор самозбуджується. Різницю населеностей рівнів, яка визначається умовою самозбудження, називають **порогом генерації**. Коли інверсія досягає порогу генерації, спонтанне випромінювання одного фотона викликає лавину індукованих фотонів, в результаті населеності рівнів вирівнюються. Тому, для постійної (в часі) генерації необхідно інверсію підтримувати на пороговому рівні, для чого необхідний постійний підвід додаткової енергії. При цьому необхідно враховувати і різні інші енергетичні витрати.

Щоб компенсувати ці втрати, необхідний деякий мінімальний або пороговий коефіцієнт підсилювання $\beta_{пор}$, який забезпечує виникнення і підтримання лазерної генерації. **Пороговий коефіцієнт підсилення визначає необхідний мінімум інверсної населеності рівнів.** Він залежить як від складу активного середовища, так і від конструкції лазера і визначається так:

$$\beta_{пор} = \alpha_e + \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_1 R_2} = \alpha_e + \alpha_0, \quad (21.22)$$

де α_e – коефіцієнт дифракційних втрат та втрат на поглинання і розсіяння світла, $\alpha_0 = \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_1 R_2}$ – коефіцієнт для вихідного випромінювання лазера, L – відстань між дзеркалами, R_1 і R_2 – коефіцієнти відбиття дзеркал. Якщо підсилення при подвійному проході резонатора більше сумарних втрат, то з кожним проходом інтенсивність хвилі зростатиме. Це зростання не може продовжуватися безмежно. Із зростанням підсилення зростають і процеси спонтанного випромінювання атомів, що перебувають на верхніх робочих енергетичних рівнях генератора. Це веде до зменшення інверсії в населеності верхніх енергетичних рівнів і зменшення індукованих переходів і, як наслідок, підсилення припиняється. Це явище називають **ефектом насичення**. В результаті в лазерах неперервної дії встановлюється стаціонарний режим генерації.

Запитання 21.17. Якими факторами визначається частота, на якій відбувається лазерна генерація?

Відповідь. Важливу роль в формуванні спектрального складу світла, випромінюваного лазером, відіграє резонатор, основне призначення якого ство-

рювати когерентне вихідне випромінювання і здійснювати зворотний зв'язок, за допомогою якого індуковане випромінювання багатократно проходить через активне середовище. (див. відповідь на запитання 21.15).

Оптичний резонатор можна розглядати як вільну систему з певними частотами коливань. Коливання ж відкритого резонатора можна розглядати, як результат інтерференції хвиль, що поширюються від одного дзеркала до другого. Однак, щоб електромагнітні хвилі в резонаторі підсилювалися і резонатор був здатний збуджувати коливання власної частоти, необхідно, щоб на довжині резонатора в просторі між дзеркалами розмістилося ціле число півхвиль таких коливань:

$$L = q \frac{\lambda}{2}, \quad (21.23)$$

де L – відстань між дзеркалами $q = 1, 2, 3, \dots$ – ціле число, λ – довжина хвилі. В цьому випадку фаза відбитої від дзеркала хвилі буде співпадати з фазою падаючої хвилі, а амплітуда на поверхні дзеркал повинна бути рівна нулю. За цих умов така система здатна створювати резонанс поздовжніх коливань поля з власними частотами

$$\nu_q = \frac{c}{\lambda} = \frac{qc}{2L}. \quad (21.24)$$

Формула (21.24) справедлива для порожнього резонатора. Якщо резонатор заповнений активним середовищем з показником заломлення n_c , то власна частота коливань резонатора

$$\nu_q = \frac{qc}{2Ln_c}. \quad (21.25)$$

Зверни увагу!

Із вище сказаного видно, що лазер є автоколивальною системою, в якій можливі незгасаючі коливання на одній із власних частот резонатора.

Запитання 21.18. Які лазери називають газовими? Яким чином здійснюється інверсна населеність в газових лазерах?

Відповідь. Газовими називають лазери, в яких **активним середовищем служить газ, суміш декількох газів, пари металу, суміш газів з парами металів.** Газові лазери по багатьох характеристиках перевершують лазери інших типів. При відповідному виборі активного середовища в газових лазерах можна здійснити генерацію в широкій ділянці спектра від ультрафіолету до далекої інфрачервоної області. Більшість газових лазерів володіють високим ступенем монохроматичності випромінювання і малою його розбіжністю (аж до дифракційної межі), граничними значеннями потужності в неперервному режимі, високим *ККД*.

Специфіка газів проявляється і в багатоманітності різних процесів, що застосовуються для створення інверсії населеності. До них відносяться збудження в електричному розряді і газодинамічних процесах, хімічне збудження, оптичне збудження тощо. В більшості газових лазерів інверсія населеностей створюється при електричному розряді. Такі газові лазери називають **газорозрядними**.

Розрізняють три типи газорозрядних лазерів, де в якості активної речовини використовують сукупність атомів (атомарні лазери), сукупність іонів (лазери на іонах), сукупність молекул (молекулярні лазери).

Запитання 21.19. З'ясуйте будову і принцип дії гелій-неонового лазера. Зарисуйте схему енергетичних рівнів атомів He і Ne та вкажіть лазерні переходи між ними.

Відповідь. Будова гелій-неонового лазера схематично показана на рис. 21.7. Газорозрядна трубка з внутрішнім діаметром 1–10 мм і довжиною від кількох десятків сантиметрів до 1,5 – 3 м має плоскопаралельні кварцові вікна,

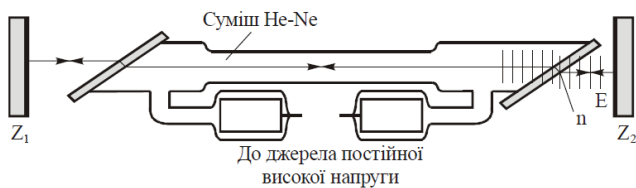


Рис. 21.7

розміщені під кутом Брюстера до її осі. Світло поляризоване в площині падіння, вільно проходить через брюстерівські вікна, тобто без відбивання, а світло, поляризоване в площині перпендикулярній до площини падіння, відбивається від торцевих площин повністю. Таким чином, брюстерівські вікна забезпечують лінійну поляризацію випромінювання лазера і виключають втрати енергії при поширенні світла із активного середовища до дзеркал і назад.

Трубка поміщена в резонатор, утворений дзеркалами Z_1 і Z_2 з багат шаровими покриттями. Такі дзеркала мають дуже високий коефіцієнт відбиття в потрібному спектральному інтервалі і майже не поглинають світла.

Зверни увагу!

Торцеві пластинки (брюстерівські вікна) відіграють подвійну роль: вони забезпечують лінійну поляризацію лазерного пучка і виключають втрати енергії при проходженні світла із розрядної трубки до дзеркала і назад.

Розрядна трубка заповнена сумішшю гелію і неону в молярному співвідношенні 5:1. Ззовні на трубці розміщені два електроди, до яких під'єднується джерело з напругою в декілька кіловольт. Збудження здійснюється електричним розрядом. Тліючий розряд створює умови для виникнення населеностей рівнів в неоні. Гелій служить лише для резонансного збудження неону. Спро-

щена схема енергетичних рівнів атомів гелію і неону наведена на рис 21.8. Атом гелію володіє двома метастабільними станами 2^3S і 2^1S . При зіткненнях з електронами плазми атоми гелію збуджуються в ці стани і із-за великого часу їх життя концентрація атомів гелію в розряді, збуджених в метастабільні стани, дуже велика. Енергії станів 2^3S і 2^1S атомів гелію близькі до енергій збуджених станів $3S$ і $2S$ і атомів неону, що благополучно проявляється на передачі енергії збудження від атомів гелію атомам неону при зіткненні. В результаті таких процесів населеність рівнів $2S$ і $3S$ неону зростає і виникає інверсія населеностей $3S \rightarrow 3P$ ($\lambda = 3,392$ мкм), $2S - 2P$ ($\lambda = 1,153$ мкм). На цих переходах і можлива генерація.

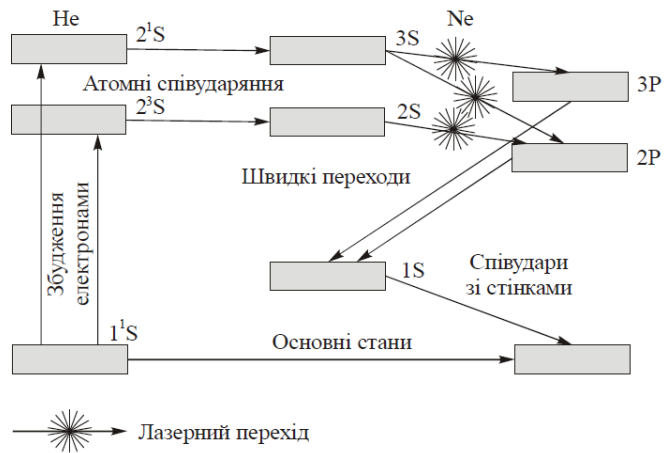


Рис. 21.8

В *He-Ne* – лазері існує значно більше лазерних переходів, ніж це зображено на рис. 21.8. Кожен із показаних на схемі станів розщеплюється на кілька підрівнів; в свою чергу, кожен з цих підрівнів може служити початковим або кінцевим рівнем для декількох лазерних переходів. Всього в неоні стимульоване випромінювання спостерігається більше ніж на 130 лініях.

Запитання 21.20. Що таке коефіцієнт корисної дії лазера?

Відповідь. Коефіцієнт корисної дії лазера визначається відношенням вихідної енергії лазера до енергії затраченої при накачуванні:

$$\eta = \frac{E_{\text{л}}}{E_3} = \frac{E_3 - E_6}{E_3}, \quad (21.26)$$

де $E_{\text{л}}$ – енергія вихідного випромінювання лазера, E_3 – енергія, затрачена на збудження лазера, E_6 – енергія втрат (розсіяння світла, дифракція на дзеркалах, нелазерні переходи тощо). *ККД* лазера залежить від ефективності перетворення енергії накачування в інверсійну населеність середовища. На рис. 21.9 наведено порівняння ефективностей лазерів, які працюють за чотирирівневою схемою. Найбільшою ефективністю володіє схема *a* в якій більша частина енергії накачування $h\nu_{30}$ перетворюється в лазерне випромінювання $h\nu_{21}$. Втрати в цій схемі пов'язані лише з нелазерними переходами ($3 \rightarrow 2$) і ($1 \rightarrow 0$). Найменш ефективна схема *b*, в якій більша частина енергії накачування перетворюється в енергію нелазерного випромінювання, (переходи ($3 \rightarrow 2$) і ($1 \rightarrow 0$)). Не слід плутати високий коефіцієнт підсилення із великим коефіцієнтом корисної дії.

Наприклад, CO_2 лазери мають $ККД$ 3 – 35 % і високий коефіцієнт підсилення слабкого сигналу. Інші лазери (наприклад, аргонівий) мають високий коефіцієнт підсилення і низький $ККД$ (0,001– 0,1%). Є і такі лазери, які мають одночасно і низький коефіцієнт підсилення і низький $ККД$.

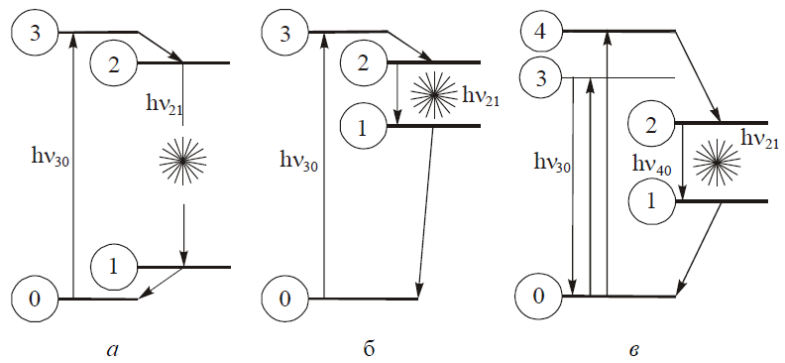


Рис. 21.9

Якщо перший резонансний стан в атомах газового лазера в той же час є і лазерним резонансним рівнем, то $ККД$ лазера максимальний. Така структура рівнів оптимальна для отримання лазерної генерації в імпульсному режимі. $ККД$ імпульсних лазерів може сягати ≈ 25 %. На практиці достатньо легко досягається $ККД \approx 10$ %.

Запитання 21.21. З'ясуйте принцип роботи лазера в імпульсному режимі.

Відповідь. Накачування лазерів може здійснюватися як неперервно, так і імпульсно. Для неперервної роботи лазера необхідно, щоб механізм накачування забезпечував стаціонарну в часі інверсію населеностей рівнів робочого переходу.

В режимі одиничних імпульсів можливе введення в активне середовище значно більшої енергії, ніж за той же час в неперервному режимі. В імпульсному режимі можна підвищити потужність системи накачування на декілька порядків величини, забезпечити високу швидкість збудження і легше уникнути перегріву активного середовища. Окрім того, імпульсний режим забезпечує велику потужність одиничного імпульсу.

Потужність випромінювання в імпульсі можна підвищити шляхом скорочення його тривалості. Це можна зробити таким чином. Генерація в лазері починається, коли інверсія перевершить порогове значення, яке залежить від втрат в резонаторі. Можна затримати початок генерації і отримати більш високу концентрацію збуджених частинок в освітленому активному середовищі, якщо на першому етапі збудження підвищити поріг, штучно збільшивши втрати, тобто виключенням зворотного зв'язку. Для цього замість одного із дзеркал резонатора розміщують призму повного відбивання, яка з великою швидкістю (40000 об/хв) обертається. Включення зворотного зв'язку і зниження порогу генерації відбувається при певному положенні призми. До цього моменту забезпечується перевід значної частини частинок в збуджений стан і в результаті розвивається дуже короткий імпульс генерації з потужністю до 10^7 Вт. Ще більш короткі імпульси (до 10^{-9} с) можна отримати, виключаючи зворотний

зв'язок за допомогою оптичного затвора на основі ефекту Керра або ефекту Поккельса. На рис. 21.10 показаний оптичний затвор, який складається із поляризатора P і комірки Керра (KK). При відсутності напруги на KK світло до дзеркала Z_2 не проходить (затвор закритий) і зворотний зв'язок відсутній, затвор відкривається при подачі на KK напруги. Скорочуючи тривалість імпульсів, отримують наносекундні гігантські імпульси світла потужністю 10^4 MW і вище.

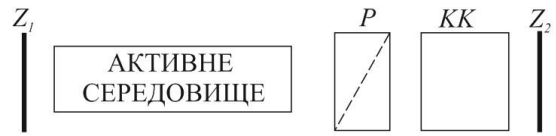


Рис. 21.10

Запитання 21.22. Що таке квантовий вихід накачки?

Відповідь. Величина квантового виходу враховує те, що не всі атоми збуджені джерелом накачки попадають на верхній лазерний рівень. Деякі із цих атомів можуть в дійсності із смуги накачки перейти безпосередньо в основний стан, або можливо перейти на деякі інші рівні, які в даній схемі не використовуються. Квантовий вихід накачки визначається як відношення числа атомів, які попадають на верхній лазерний рівень, до числа атомів, які збуджуються в смузі накачки при накачці монохроматичним світлом з частотою ω . Квантовий вихід залежить від властивостей активного середовища і тому важко піддається контролю.

Запитання 21.23. Яким чином із широкого спектра випромінювання лазера (наприклад, випромінювання $He-Ne$ – лазера складається із довжин хвиль від $\lambda \approx 0,59$ μm до $\lambda \approx 0,73$ μm) можна виділити випромінювання, високого ступеня монохроматичності?

Відповідь. Якщо необхідно із широкого спектра випромінювання лазера виділити випромінювання високого ступеня монохроматичності, то в резонатор поміщають елемент, який володіє диспергуючими властивостями – тригранну призму або дифракційну решітку (рис. 21.11).

Нехай промінь світла з довжинами хвиль λ_1 , λ_2 і λ_3 ($\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3$) підсилюється за рахунок вимушеного випромінювання. Внаслідок дисперсії випромі-

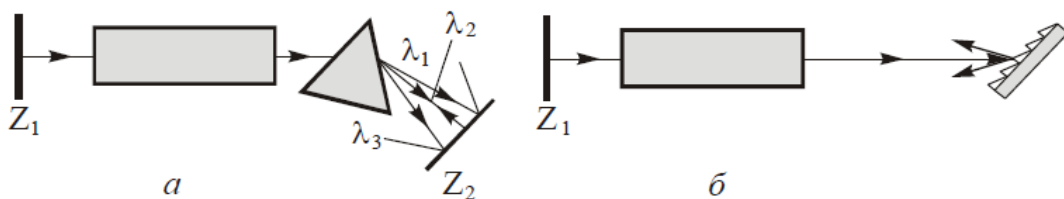


Рис. 21.11

нювання з короткими довжинами хвиль сильніше заломлюються призмою. На рис. 21.11,а промінь з довжиною хвилі λ_2 поширюється вздовж нормалі до дзе-

ркала Z_2 і, значить, повертається тим же самим шляхом назад в активне середовище. Промені з іншими довжинами хвиль не повертаються точно по пройденому шляху і тому зазнають додаткових втрат. Тільки в невеликому діапазоні довжини хвиль втрати менші. Повертаючи призму навколо осі, перпендикулярної до площини рисунка, можна змінювати довжину хвилі світла, на якій відбувається підсилення. Така ж картинка отримується і при подібному повороті дифракційної решітки (рис. 21.11,б). Резонатори, схеми, яких наведено на рис. 21.11, дають можливість здійснювати перебудову частоти в широкому діапазоні.

Запитання 21.24. З'ясуйте основні характеристики лазерів на барвниках.

Відповідь. Особливе місце серед лазерів на конденсованих середовищах займають лазери на барвниках. Вони працюють в неперервному, імпульсному і імпульсно-періодичному режимах. *ККД* лазерів на барвниках складає десятки відсотків.

Властивості лазерів на барвниках визначаються властивостями їх робочої речовини-барвників. **Барвники – це складні органічні сполуки, які сильно поглинають світло у видимій і ближній ультрафіолетовій ділянках спектра.**

Одним із найцікавіших властивостей цих лазерів є перебудова частоти. Використання певного барвника в лазерних пристроях, дозволяє змінювати частоту (довжину) хвилі випромінювання в межах значного інтервалу від ближнього *ПЧ* до ближнього *УФ* випромінювань.

Можливість складної молекули барвника випромінювати такий широкий спектральний діапазон пов'язана з тим, що енергетичні рівні молекули (як збуджені так і основні) складаються із серії коливальних (жирні лінії на рис. 21.12) і обертальних (тонкі лінії) рівнів, тісно примикаючих один до одного.

Всі лазери на барвниках накачуються оптичним методом. При накачці важливо, щоб джерело накачки випромінювало на частотах, близьких до положення максимуму смуги поглинання. В якості джерел для збудження барвників використовують лазер на азоті, потужний іонний аргонний лазер.

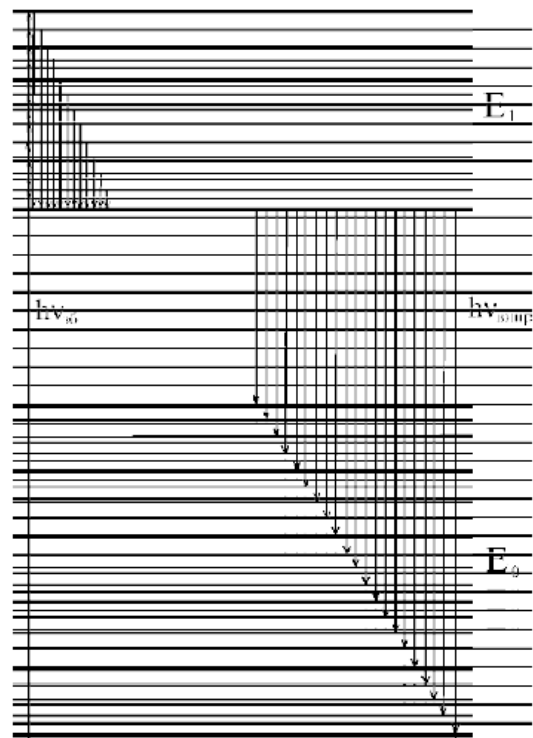


Рис. 21.12

Одна із оптимальних схем лазера на барвниках, який працює в неперервному режимі, наведена на рис. 21.13. Пучок збуджуючого світла від аргонного лазера (суцільні лінії) фокусується дзеркалом Z_1 на кювету K із розчином барвника. Світло, яке частково пройшло, повертається в кювету дзеркалом Z_2 . Дзеркала Z_1, Z_2, Z_3 утворюють оптичний резонатор лазера. Пунктирні лінії зображають пучок світла, що генерується. Якщо замість дзеркала Z_3 встановити призму (або дифракційну решітку), а за ними розмістити дзеркало Z_4 так, як це показано на рис. 21.13, то спектр випромінювання можна різко звужити. Оскільки спектр випромінювання лазера на барвниках є квазінеперервний, то, обертаючи призму (дифракційну решітку), можна плавно перебудувувати (змінювати) частоту випромінювання лазера на барвниках в широкому діапазоні.

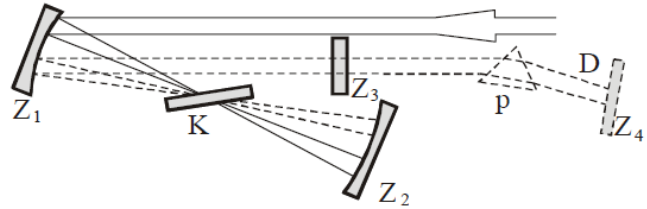


Рис. 21.13

Запитання 21.25. Який лазер називають кільцевим лазером?

Відповідь. Зворотний зв'язок в лазері здійснюється за допомогою оптичного резонатора. Як правило, він утворюється двома дзеркалами, між якими розміщують робочу (активну) речовину (див. відповідь на запитання 21.15).

Інша геометрія розміщення дзеркал показана на рис. 21.15. Зворотний зв'язок здійснюється поверненням хвилі в активне середовище після послідовного відбивання її від системи дзеркал (найменше число дзеркал 3). Хвиля в кільцевій системі може поширюватися в будь-якому із двох можливих напрямків. Можливі як генерація двох зустрічних хвиль, так і виділення хвилі певного напрямку шляхом використання оптичного затвора (наприклад, комірки Керра). В системі із 2-х дзеркал завжди генеруються дві зустрічні хвилі.

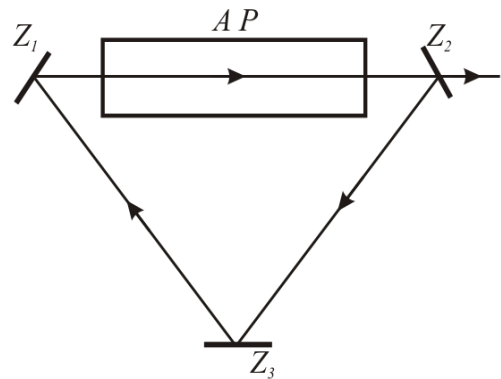


Схема кільцевого лазера: Z_1 і Z_3 - глухі дзеркала; Z_2 - нарівпрозоре дзеркало, AP - активна речовина

Рис. 21.14.

Запитання 21.26. Які особливості лазерів з ядерною накачкою (ЛЯН)?

Відповідь. ЛЯН – лазер, в якому середовище, яке підсилює світло, збуджується безпосередньо продуктами ядерних реакцій. Як правило основа ЛЯН – трубка з газом, поміщена в потік теплових нейтронів. Під дією нейтронів в ядерно активній речовині утворюються швидкі іони (з енергією $0,5 - 100 \text{ Mev}$), які іонізують і збуджують атоми робочого газу в трубці, формуючи лазерноактивне

середовище. *ЛЯН* реалізовані на переходах *Kr* ($\lambda = 2,523 \text{ мкм}$, *Ar* ($\lambda = 1,79 \text{ мкм}$). Механізми створення інверсної населеностей рівнів аналогічні тим, які мають місце в лазерах з накачкою електронним пучком.

Запитання 21.27. Які перспективи створення рентгенівських і γ -лазерів.

Відповідь. Декілька років тому в Стенфордській лабораторії (США) був створений *FEL* – лазер в рентгенівському діапазоні хвиль. *FEL* – лазер містить в собі дві ключові компоненти: акселератор, де створюється і розганяються пучки електронів з високою енергією і так званий «ондулятор», де електронам задають конкретну замкнуту пульсуючу траєкторію через послідовність електромагнітів. При взаємодії пульсуючих пучків електронів з електромагнітним полем і появляється напрямлене і когерентне випромінювання.

Змінюючи енергію електронного пучка, а також відстань між магнітами, можна в достатньо широких межах змінювати частоту випромінювання *FEL* – лазера. У 2012 р. *FEL* – лазер випромінив промінь потужністю 14,2 кВт. У 2009 р. в Стенфордській лабораторії був створений *LCLS* – лазер. Це перший лазер, який працює на жорсткому рентгенівському випромінюванні. На сьогодні *LCLS* – лазер є джерелом найбільш короткохвильового імпульсу рентгенівського випромінювання: довжина хвилі складає 0,15 нм.

Сьогодні успішно випробуваний перший у світі атомний, тобто газовий рентгенівський лазер. Новий рентгенівський лазер являє собою капсулу, заповнену неоном, яку опромінують імпульсами рентгенівського випромінювання *LCLS* – лазера. Газовий рентгенівський лазер, де використовується капсула з неоном, працює на тих самих принципах, що і звичайні газові лазери. Збуджені випромінюванням *LCLS* – лазера електрони атомів неону, переходять із більш високої орбіти на більш низьку, випромінюють фотон рентгенівського випромінювання, цей фотон, проходячи повз сусідні атоми неону, «провокує» ланцюгову реакцію, в результаті чого перший фотон підсилюється в 200 мільйонів разів. При цьому всі фотони випромінювання мають однакову поляризацію і довжину хвилі. Унікальні характеристики рентгенівського випромінювання, отриманого за допомогою нового лазера, дозволять заглянути в мікроскопічний світ атомів і молекул, наживо побачити процеси, які відбуваються при хімічних реакціях і спостерігати за роботою органічних молекул всередині живих організмів.

Питання про можливість створення γ -лазерів залишаються складним, хоч ідея створення γ -лазера виникла ще в 1961р. після появи оптичного лазера і відкриття ефекту Мессбауера. Активним середовищем в γ -лазері повинні бути атомні ядра. Для виникнення наростаючої лавини когерентних γ -квантів необ-

хідно, по-перше, щоб в середовищі було більше збуджених ядер, ніж не збуджених і по-друге, щоб імовірність вимушеного випромінювання була більша імовірності поглинання або розсіяння γ -квантів ядрами середовища. В цьому випадку γ -випромінювання, яке виникло в середовищі (в результаті спонтанного розпаду окремих ядер), буде підсилюватися. Існує чимало пропозицій різних схем створення вказаних лазерів, багато теоретичних досліджень передбачуваних режимів роботи, виявлено чимало технічних і технологічних труднощів, розглянуті способи їх подолання. Однак, експериментальні дослідження, які можна було б розглядати як успішне просування на шляху створення γ -лазерів, поки що невідомі.

Генерація когерентного випромінювання можлива також при вимушеній анігіляції електронно-позитронних пар, при взаємодії високоенергетичних зустрічних пучків заряджених частинок з просторово періодичними структурами (наприклад, поширення релятивістських пучків в кристалах).

Запитання 21.28. З'ясуйте основні області використання лазерів.

Відповідь. Лазери використовуються надзвичайно широко в науці (фізи-

Галузі застосування, для яких найбільш важливі:

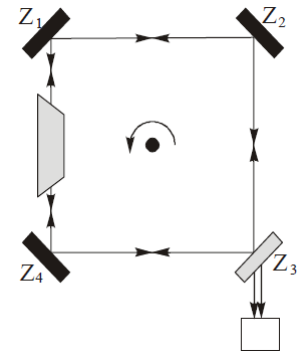
Енергетичні можливості лазерів		Когерентні властивості лазерів
Лазерна технологія	Зварювання	Управління лазерним променем
	Свердління отворів	Геодезія, картографія, будівництво
	Різка матеріалів	Голографія
	Обробка тонких плівок	Нелінійні оптичні явища
	Випаровування тугоплавких матеріалів	Гірометрія
	Термічна обробка металічних і напівпровідникових матеріалів	Лазерна спектроскопія
Лазерний термоядерний синтез (ЛТС)		Вимірювання швидкостей потоків
Керовані хімічні реакції		Контроль за забрудненням навколишнього середовища
Променева передача енергії		Біологія, медицина
Розділення ізотопів		Світлодалекометрія, світлолокація

ка, хімія, біологія, медицина, електроніка тощо) та техніці. Таке широке використання є прямим наслідком специфічних особливостей і переваг лазерного випромінювання в порівнянні з іншими джерелами випромінювання. В таблиці наведено далеко не повний перелік основних застосувань лазерів.

Запитання 21.29. Що таке лазерний гіроскоп?

Відповідь. Лазер може служити для вимірювання кутових швидкостей.

Для цього використовують кільцевий лазер, схема якого наведена на рис. 21.15. Даний кільцевий лазер утворений чотирма дзеркалами Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 , одне із них напівпрозоре. Можна використовувати і іншу схему кільцевого лазера (див. рис. 21.13). Якщо кільцевий лазер нерухомий, то в ньому, в результаті накладання двох зустрічних хвиль з однаковими частотами, утворюється стояча світлова хвиля. Якщо ж кільцевий лазер обертати, то частоти біжучих зустрічних хвиль стануть різними внаслідок ефекту Доплера і в фотодетекторі світла, виникнуть коливання (биття) інтенсивності світла, частоти яких дозволяють визначати швидкість обертання кільцевого лазера.



Кільцевий лазер є чутливим елементом лазерного гіроскопа. Гранична точність вимірювання кутової швидкості лазерним гіроскопом $\sim 10^{-4}$ град/год. Переваги лазерного гіроскопа перед традиційними механічними гіроскопами: можливість використання в системах, де гіроскоп жорстко зв'язаний з рухомим об'єктом, цифровий вихід інформації, великий діапазон кутових швидкостей, мала чутливість до перевантажень і малий час (1с) запуску.

P.S

Сьогодні існують і іншого типу генератори світла, в яких використовуються окремі нелінійні оптичні явища (див. відповіді на запитання 14.25, 14.26 і 14.35).

У 1964 р. за фундаментальні роботи в області квантової електроніки, які привели до створення генераторів і підсилювачів нового типу – мазерів і лазерів, Ч. Таунсу (США), М.Г. Басову і О.М. Прохорову (СРСР) була присуджена Нобелівська премія з фізики.

Окремі фундаментальні фізичні константи

Константа	Позначення	Числове значення *
Швидкість світла у вакуумі	c	$299792458 \text{ м}\cdot\text{с}^{-1}$
Магнітна стала	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$	$12,566370614 \cdot 10^{-7} \text{ Гн}\cdot\text{м}^{-1}$
Електрична стала	ϵ_0	$8,854187817 \cdot 10^{-12} \text{ Ф}\cdot\text{м}^{-1}$
Гравітаційна стала	G	$6,673 \cdot 10^{-11} \text{ Н}\cdot\text{м}^2\cdot\text{кг}^{-2}$
Стала Планка	h	$6,62606876 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с}$
Стала Дірака	$\hbar = h / 2\pi$	$1,054571596 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с}$
Заряд електрона	e	$1,602176462 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Атомна одиниця маси	а. о. м.	$1,66053873 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Маса спокою електрона	m_e	$9,10938188 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
Маса спокою протона	m_p	$1,67262158 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Маса спокою нейтрона	m_n	$1,67492716 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Об'єм 1 моля	V_0	$22,413996 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$
Число Авогадро	N_A	$6,02214199 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Стала Больцмана	$k = R / N_A$	$1,3806503 \cdot 10^{-23} \text{ Дж}\cdot\text{К}^{-1}$
Стала Лошмідта	N_L	$2,6867775 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$
Комптонівська довжина хвилі електрона	λ_C	$2,426310215 \cdot 10^{-12} \text{ м}$
Стала Стефана-Больцмана	$\sigma = 2\pi^5 R^4 / 15c^2 h^3$	$5,670400 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}\cdot\text{м}^{-2}\cdot\text{К}^{-4}$
Перша стала випромінювання	$a_1 = 2\pi h c^2$	$3,74177107 \cdot 10^{-16} \text{ Вт}\cdot\text{м}^2$
Друга стала випромінювання	$b_1 = hc / k$	$0,014387752 \text{ м}\cdot\text{К}$
Стала в законі зміщення Віна	$b = hc / (4,965114231k)$	$2,8977686 \cdot 10^{-3} \text{ м}\cdot\text{К}$

* Дані запозичені із Buyers' Guide 2001 Supplement to the August 2001 Issue of Physics Today

Предметний покажчик

- Аберація зоряна 373, 374
 – оптичних систем 208 – 212
 – – дисторсія 213
 – – кома 212
 – – сферична 208, 209 – 211
 – – хроматична 209 – 211
 Абсолютно чорне тіло 466
 Аккомодация 237, 238
 Активне середовище 541
 Аметропія 240
 Еметропія 239
 Аналіз поляризованого світла 268, 269
 Аналізатор 258
 Анізотропія 309
 – штучна 309 – 316
 – – в електричному полі 311 – 313
 – – – магнітному полі 316
 – – при механічних деформаціях 309, 310
 Апертура числова 222
 Апертурний кут 58
 Апланатизм 214, 215
 Апохромати 215, 216
 Арагоніт 302
 Астигматизм 211, 212
 Ахромати 215
 Ахроматизм 211
- Багатошарові покриття 88
 Барвники 553
 Бідзеркала Френеля 60
 Білінза Бійє 64
 Біпризма Френеля 61
- Вектор поляризації 351
 – світловий 24, 68
 – Умова-Пойнтінга 22
- Видність інтерференційної картини 71
 Випромінювальна здатність 464
 Випромінювання антистоксове 523
 – вимушене (індуковане) 537
 – рівноважне 464, 465
 – світла 30
 – спонтанне (самочинне) 536, 537
 – стоксове 513
 – теплове 463, 464
 – ультрафіолетове 30
 – Черенкова-Вавилова 403 – 406
 Вихід люмінесценції енергетичний 526
 Відбивання повне внутрішнє 185
 Відносність довжини 424, 425
 – одночасності 421, 422
 Відстань найкращого зору 238
- Галілея перетворення 410, 419
 – принцип 410
 Гамма- лазер 554 – 556
 Генерація гармонік 446, 448, 450
 Геометрична оптика 178 – 255
 – – як граничний випадок хвильової 178, 179
 Гіпотеза балістична Рітца 415
 – квантів 472
 –, скорочення Лоренца-Фітцджеральда 416
 Головний переріз (площина) 263
 Головні (кардидіальні) площини 190
 – точки 199
 Голограма 167, 170, 171
 – амплітудна 174
 –, відновлення 167, 168
 –, властивості 172
 – динамічна 175

- , дифракційна ефективність 173
- об’ємна (тривимірна) 171, 172
- плоска (двовимірна) 168, 170
- , схема запису 171
- фазова 174
- , реєструючі середовища 173
- , ––, роздільна здатність 173
- , ––, чутливість 173
- Голографія 165, 166
- , Денисюка метод 167, 171, 172
- , образотворча 175
- , практичні застосування 175, 176
- Гострота зору 239
- Гюйгенса хвильова теорія 28
- Гюйгенса-Френеля принцип 104, 105

- Далекозорість 240
- Двовісні кристали 302, 305
- Джерела світла 44
 - косинусні (ламбертові) 35
 - , коефіцієнт корисної дії 45
 - люмінесцентні 44
 - напівпровідникові 46
 - , світлова віддача 45
 - теплові 44
- Дзеркало (означення) 188, 189
 - параболічне 188
 - плоске 189
 - сферичне 190 – 198
 - , лінійне збільшення
 - , утворення зображення 191 – 192
 - , формула 192
- Дисперсія дифракційної решітки 140, 141
 - кутова 140
 - лінійна 140, 141
 - призми 365
 - рентгенівських променів 363, 364
 - світла 347, 365
 - аномальна 349
 - в іонних кристалах 360 – 362, 365
 - , експериментальні дослідження 358, 359
 - нормальна 348, 349
 - , теорія класична 350 – 356
 - , – квантова 359, 360
- Дисторсія 212
- Дифракційна решітка 127
 - відбивна 348, 349
 - двовимірна 138, 139
 - , період
 - , роздільна здатність 141, 142
 - тривимірна (об’ємна) 139
 - як спектральний прилад 135
- Дифракційний спектр 135, 136
 - , головні максимуми 135
 - , порядок спектра 135
- Дифракція рентгенівських променів 139
 - світла 104
 - Фраунгофера 113
 - на двовимірній решітці 138, 139
 - двох щілинах 123 – 126
 - , умова головних максимумів 127
 - , – мінімумів 127
 - круглому отворі 120, 121
 - одній щілині 114 – 120
 - , умова максимумів 115
 - , – мінімумів 115
 - одновимірній решітці 127
 - при похилому падінні променів 132
 - прямокутному отворі 121
 - на тривимірній решітці 138, 139
 - Френеля 106
 - на круглому отворі 106 – 108

- – – непрозору круглому екрані 111, 112
- – – прямолінійному краю екрана 114
- Дихроїзм лінійний 266
 - еліптичний 266
 - коловий 266
- Діелектрична проникність 349, 350
 - сприйнятливість 349, 350
- Діоптрія (означення) 253
- Довжина когерентності 65
 - оптичного шляху 54, 55
 - хвилі 16
 - – комптонівська 501
- Додавання світлових коливань 51
 - – –, метод алгебраїчний 51, 52
 - – –, – векторний 51,
 - – –, – комплексний 51
 - швидкостей релятивістське 426, 427
- Досліди Боте 515
 - Вавилова-Левшина 371
 - Бійє 64
 - Вінера 68
 - Лебедева 531, 532
 - Лукірського і Прилежаєва 489
 - Майкельсона 414, 415
 - Фізо 411 – 413
 - Черенкова-Вавилова 403
 - Юнга 54, 59
- Ейнштейна коефіцієнти 536 – 538
 - принцип відносності 417
 - рівняння для фотоефекту 488
- Експозиція енергетична 42
 - світлова 42
- Електролюмінесценція 520
- Електромагнітна теорія світла 7, 8
- Еліпсометрія 344, 345
- Енантоморфізм 279
- Енергетична експозиція 42
 - освітленість 40
 - світність 39
 - сила випромінювання 34
 - яскравість 38
- Енергетичний потік 31, 32
- Енергія електромагнітної хвилі 21
 - – –, густина потоку 21, 22
 - – –, об'ємна густина 21, 22
- Ефект газокінетичний 531, 532
 - Допплера 432
 - – – оптиці 432 – 435
 - – поздовжній (лінійний) 434
 - – поперечний 435
 - –, фіолетове зміщення 434
 - –, червоне зміщення 434
 - Керра 311, 312
 - –, стала 311
 - Комптона 501 – 507
 - –, закономірності 501 – 504
 - –, схема досліду 502
 - –, теорія 503, 504
 - Коттона-Мутона 316
 - Поккельса 313, 314
 - – поздовжній 313, 314
 - – поперечний 313, 314
 - Пуркінє 33
 - радіометричний 531, 532
 - Фарадея 286
- Ефір електромагнітний 411
 - –, коефіцієнт захоплення 412, 413
 - –, – теорія Лоренца 413
- Ефірний вітер 414
- Закон Брюстера 259, 261
 - Бугера-Бера 368
 - Бугера-Ламберта 367
 - відбивання світла 181
 - додавання швидкостей 427

- заломлення світла 180
- зміщення Віна 469
- Кірхгофа 467, 468
- Максвелла 12, 16
- Малюса 268, 269
- незалежності світлових пучків 180
- прямолінійного поширення світла 180
- Стефана-Больцмана 469
- Стокса 523, 524
- Заломлення світла плоскою поверхнею 181
 - – плоско паралельною пластинкою 193, 194
 - – призмою 195
 - – сферичною поверхнею 196 – 198
 - – – – , збільшення 200, 201
 - – – – , – лінійне 200, 201
 - – – – , оптична сила 196
 - – – – , фокальна площина 199
 - – – – , фокуси 199
 - – – – , фокусні відстані 199
- Зв'язок маси і енергії 430
- Зміна фази при відбиванні 67, 72
- Зображення голографічне 169, 170
 - дійсне 189
 - обернене 191
 - пряме 191
 - уявне 189, 191
- Зональна пластинка 108
 - – амплітудна 108, 109
 - – фазова 110
- Зони Френеля 105, 106
 - Шустера 114
- Зорові труби 241, 244, 245

- Ідеальна оптична система 208
- Іммерсія 225
- Інверсна населеність 541, 542
- Інерціальна система відліку 410
- Інтегральна чутливість приймача світла 47
- Інтенсивність світла 51
- Інтерференційний член 52
- Інтерференція (означення) 53, 54
 - в плівках і пластинках 70 – 78
 - , вплив розмірів джерела 65, 66
 - багатопроменева 79 – 83
 - двопроеменева 78
 - , інтенсивність результуюча 52, 53
 - , контраст 54
 - , максимумів умова 53
 - , мінімумів умова 53
 - , методи спостереження 60, 61, 64
 - немонохроматичних хвиль 66
 - поляризованих променів 288 – 291
 - плоских хвиль 53, 54
 - сферичних хвиль 54
 - , смуги рівного нахилу 72, 73
 - , – рівної товщини 76, 77
 - фільтри 89, 90
- Інтерферометр (означення) 83
 - Луммера-Герке 86, 87
 - Майкельсона 83 – 85
 - Тваймана-Гріна 85
 - Фабрі-Перо 86, 87
- Іонолюмінесценція 520
- Ісландський шпат 302

- Каламутні середовища 386
- Кандела (одиниця вимірювання) 35
- Кардинальні (головні) площини 199
 - точки 199
- Катастрофа ультрафіолетова 471
- Катодолімінесценція 520
- Каустична крива 208, 209
 - поверхня 208, 209
- Квант енергії 472

- Кеплера труба 241
- Кільця Ньютона 75, 76, 96
- Когерентність світлових хвиль 52
- просторова 59, 98
 - часова 64, 65
 - —, довжина 65
 - —, час 65
- Коефіцієнт відбиття 71, 79 – 81
- Ейнштейна вимушеного випромінювання 537
 - — поглинання світла 538
 - — спонтанного випромінювання 536, 537
 - поглинання 367, 368, 370
 - — від'ємний 371
 - пропускання 79 – 81
- Кольоровий зір 241
- Кома 211
- Комірка Керра 311, 312
- Поккельса 313, 314
- Компенсатор Бабіне 287
- Компенсаційні окуляри 215, 216
- Контрастність 54
- Короткозорість 240
- Корпускулярна теорія світла 6
- Корпускулярно-хвильовий дуалізм 6
- Кристал анізотропний 301
- —, головна площина (переріз) 263
 - — двовісний 302
 - — одновісний 302
 - — — негативний (від'ємний) 306
 - — —, оптична вісь 263
 - — — позитивний (додатний) 306
- Кристалоломінесценція 520, 521, 524
- Кристалофосфори 524
- Критерій розділення Релея 141, 227
- Критична опалесценція 393
- Кришталік 237
- Кружок Ейрі 226
- Кут Брюстера 259, 261
- відбивання 180
 - граничний 185
 - заломлення 180
 - ковзання 185
 - падіння 180
- Лазер (означення) 536
- газовий 548
 - гелій-неоновий 549, 550
 - , ефект насичення 547
 - , застосування 556
 - , кільцевий 554
 - , коефіцієнт корисної дії 550, 551
 - , — збудження 541 – 544
 - на барвниках 553, 554
 - , принцип дії 549
 - , процес генерації випромінювання 549 – 551
 - , режим роботи 551, 552
 - рентгенівський 555
 - , спектральний склад випромінювання 550, 552
 - , ядерною накачкою 554 – 556
 - , яскравість 39
- Лазерний гіроскоп 557
- Лінза (означення) 201
- збиральна 201
 - , лінійне збільшення 206, 207
 - , оптична сила 205
 - , побудова зображень 206, 233, 236
 - розсіювальна 205
 - тонка 201
 - , фокальна площина 233
 - , фокус 233
 - , фокусна відстань 253
 - , формула 202
- Лінійні явища 20
- Лічильник Черенкова 406

- Лоренцове скорочення довжини 416
 Лупа 219, 220
 –, видиме збільшення 220
 –, лінійне поле зору 220
 –, побудова зображень 220
 Люкс (одиниця вимірювання) 41
 Люксметр 41
 Люмен (одиниця вимірювання) 38
 Люмінесцентний аналіз 528, 529
 Люмінесценція (визначення) 519
 – вимушена (стимульована) 521
 –, гасіння 526, 527
 –, – концентраційне 526, 527
 –, – температурне 526, 527
 –, енергетичний вихід 526
 –, застосування 528, 529
 –, квантовий вихід 525, 526
 – кристалів 521
 – правило симетрії Левшіна 524, 525
 – резонансна 520, 521
 – рекомбінаційна 521
 – –, свічення дискретний центрів 521
 – складних молекул 522, 523
 –, флуоресценція 520
 –, фосфоренція 520
 – спонтанна 521
 Люмінофори 524

 Мазери (молекулярні генератори) 545
 –, будова 545
 Максимальна світлова ефективність 43
 Маса релятивістська 429
 – спокою 429
 Мікроскоп 221 – 226
 –, збільшення 221, 222
 –, – корисне 224, 225
 –, –, дифракційна теорія 228, 229
 –, оптична довжина тубуса 223
 –, побудова зображень 221
 –, роздільна здатність 222 – 225
 –, світлосила 222
 –, – –, межа розділення 229
 –, числова апертура 222
 Метод гаків Рождественського 359
 – зон Френеля 105, 106
 – Ліппмана 69, 70
 Метод зоряної аберації 373, 374
 – поділу амплітуди 58, 59
 – – фронту хвилі 58
 –, Ремера 373
 –, сучасні 375, 376
 –, Фізо 374
 –, Фуко 375
 – отримання когерентних хвиль 58
 Методи визначення швидкості світла 373 – 376
 – розрахунку додавання коливань 51
 Мікроструктура світла 276 – 278
 Мінімальний механічний еквівалент світла 43

 Накачка оптична 543
 Населеність інверсна 542
 Нелінійна оптика (означення) 443
 – –, генератори світла з плавною перебудови частоти 454
 – –, генерація другої гармоніки 449
 – –, змішування частот зовнішніх випромінювань 452, 453
 – –, параметрична генерація світла 452, 453
 – –, самодифракція 458
 – –, самоканалізація 457
 – –, самофокусування
 Нелінійні оптичні явища 20

 Об'єктив імерсійний 225

- , роздільна здатність 228, 229
- Око (будова) 237
- , акомодация 238
- , гострота зору 239
- , недоліки зору 240, 241
- , природа зору 237 – 241
- , роздільна здатність 239
- Окуляр Гюйгенса 226
- Рамсдена 226
- Опалесценція критична 393
- Оптика (означення) 5
- геометрична 6
- корпускулярна (фотонна) 6
- лінійна 20, 441
- нелінійна 443
- фізична 6
- хвильова 6
- Оптична активність 541
- ділянка спектра 5, 18
- довжина шляху 55
- різниця ходу 55
- сила лінзи 205
- система ідеальна 208
- – центрована 198
- Оптичний інваріант 182
- Оптичний клин 195
- Оптичні пірометри 475 – 478
- Оптично активні речовини 279
- Освітленість енергетична 40
- фотометрична 40

- Параксіальні промені 209
- Параметр видимості 54
- Параметричні генератори світла 454
- Параметричне підсилення світла 452, 453
- розсіяння світла 453
- Перетворення Галілея 410, 419, 420
- Лоренца 420, 423

- Переходи безвипромінювальні 550, 551
- вимушені 537
- поглинальні 539
- спонтанні 536, 537
- Пірометри із зникаючою ниткою 475, 476
- радіаційні 477, 478
- Повертання площини поляризації 279
- –, ліве 279
- –, – магнітне 285 – 286
- –, питоме 279
- –, праве 279
- – –, теорія 280 – 282
- Площини головні (кардинальні) 199
- фокальні 199
- Пляма Пуасона 111
- Повне внутрішнє відбивання 185
- – –, граничний кут 185
- Поглинання світла 366 – 371
- – від'ємне 370, 371
- – селективне 368, 369
- Поглиналина здатність 465
- Подвійне променезаломлення 263, 264
- Показник заломлення абсолютний 180, 181
- – анізотропного середовища 303 – 305
- – відносний 180, 181
- –, залежність від інтенсивності світла 443
- – звичайного променя 305, 306
- – незвичайного променя 305, 306
- Поляризатор 258
- Поляризація світла 256
- –, аналіз 268, 269
- – еліптична 270
- – колова 271, 272
- – лінійна (плоска) 257

- при відбиванні 259, 260
- — заломленні 259, 260
- —, ступінь 269, 270
- хроматична 290, 295
- — часткова 258
- Поляризованість 353
- Поляріди 266
- Постулати спеціальної теорії відносності 417
- Потік променевої енергії 22
 - густини променевої енергії 22
 - світловий 33, 34
- Потужність випромінювання Сонця 26
- Правила знаків 195, 196
- Правило Прево 467
 - симетрії Льовшина 524
- Призма дисперсійна 195
 - поляризаційна 264
 - — Волластона 265
 - — двопроменева 264
 - — Ніколя 264, 265
 - — однопроменева 264
- Приймачі оптичного випромінювання 46
- Принцип відносності Галілея 410, 419
 - Гюйгенса-Френеля 104, 105
 - — Ейнштейна 417
 - суперпозиції 20
 - Ферма 185, 186
- Промінь (означення) 179
 - звичайний 263
 - незвичайний 263
- Просвітлення оптики 88, 89
 - — багат шарове 88, 89
 - — одно шарове 88
- Простір зображень 199
 - предметів 199
- Пучок променів астигматичний 179
 - — гомоцентричний 179
 - — збіжений 179
 - — розбіжний 179
 - — стигматичний 159
- Радіолюмінесценція 520
- Радіохвилі 30
- Резонатор оптичний 546
- Рентгеніюмінесценція 520
- Рівняння Ейнштейна для зовнішнього фотоефекту 488
 - Максвелла 8, 27
 - нульового променя 196
 - плоскої хвилі 9
 - сферичної хвилі 9, 10
 - циліндричної хвилі 10
- Різниця фаз 52, 53, 55
 - ходу геометрична 55
 - — оптична 55
- Робота виходу 486
- Роздільна здатність дифракційної решітки 141 – 143
 - —, критерій Релея 141, 226
 - — мікроскопа 222, 224, 225
 - — об'єктива 226, 227
 - — ока 229
 - — спектральних приладів 226, 227
 - — телескопа 229
- Розклад Фур'є 20, 21
- Розсіяння світла (означення) 386
 - — вимушене комбінаційне 459 – 462
 - — — —, властивості 459
 - — — —, застосування 461, 462
 - — комбінаційне 397 – 401
 - — —, закономірності 397
 - — непружне 387
 - — —, практичні застосування 399
 - — —, теорія 398, 399

- кристалами 395
- Мандельштама-Бріллюена 395
- Мі 387
- молекулярне 386 – 391
- — — поверхнєве 394
- —, поляризація 391
- — пружне 386
- розчинами 393, 394
- Релея 388
- , Тіндаля досліди 387

- Самодифракція 458, 459
- Самоканалізація 457
- Самофокусування 454 – 457
- , довжина 455, 456
- Сателіти фіолетові (антискокові) 397
- червоні (стоксові) 397
- Світло природне 258
- поляризоване лінійно 257
- — по еліпсу 270, 271
- — — колу 271, 272
- — частково 258
- Світлова віддача 45
- — максимально можлива 45
- експозиція 42
- Світловий потік 33 – 35, 38
- тиск 530 – 535
- —, теорія 532, 533
- Світлопровід 340, 341
- Світлофільтр інтерференційний 89
- Світність енергетична 39
- фотометрична 39
- Свічення дискретних центрів 521
- Сенсибілізація 527
- Сенсибілізатор 527
- Сила світла 36, 37
- Синхронізм фазовий 450
- Система оптична 198
- — ідеальна 208
- — із двох лінз 206
- — центрована 198, 199
- Сіре тіло 466, 467
- Сонолюмінесценція 520
- Спектр дифракційний 135
- комбінаційного розсіяння 397, 398
- лінійчатий 369, 370
- призматичний 135
- смугастий 369, 370
- суцільний 370
- Спектральна густина потужності випромінювання 33
- світлова ефективність 43
- чутливість приймача 47
- Сповільнення часу 421 – 423
- Стала Верде 285
- Віна 469, 470
- Керра 311
- Коттона-Мутона 316
- Планка 472
- Стефана-Больцмана 469
- Стопа Столетова 259
- Ступінь поляризації 269
- Схеми інтерференційні 60, 61, 64

- Таутохронізм 55, 56
- Телескопічні системи 241, 244, 245
- Телефон світловий 338
- Температура від'ємна 542
- колірна 576, 577
- радіаційна 577, 578
- яскравісна 575, 576
- Теорія кольорового зору 241
- світла корпускулярна (фотонна)
- — хвильова 7, 508 – 511, 515
- Точки головні 199
- кардинальні 199
- фокальні 199
- Труба Галілея 240

- Ультрафіолет 18, 30
- Ультрафіолетова катастрофа 471
- Умова Брюстера 259, 261
 - головних дифракційних максимумів 128
 - інтерференційних максимумів 53
 - ортоксопії 213
 - синусів Аббе 213, 214
 - фазового синхронізму 450
- Фазові пластинки 272, 273
 - – в півхвилі 273
 - – – цілу хвилю 273
 - – – чверть хвилі 272
- Фазовий синхронізм 450
- Фіолетове зміщення 434
- Флуоресценція 520
- Фокус задній 197
 - передній 197
- Фокусна відстань вгнутої поверхні 197
 - – сферичного дзеркала 193
 - – тонкої лінзи 253,
- Формула Віна 470
 - лінзи 202
 - Міхельсона 476
 - Ньютона 198
 - Планка 472
 - Релея-Джінса 471
 - сферичного дзеркала 192
 - сферичної поверхні 196
- Формули Френеля 323, 324 – 326
- Фосфоресценція 520
- Фотографія кольорова 69, 70
 - Ліппмана 70
- Фотодіод 496
- Фоторезистор 498
- Фото-ЕРС 491, 492, 496
- Фотоелементи 492 – 495
 - вакуумні 492 – 494
 - вентиляні 491, 492
 - газонаповнені 493, 494
 - , інтегральна чутливість 494
 - , спектральна чутливість 494
- Фотоемісія 483
- Фотоефект 481 – 500
 - вентиляний 482, 491, 492
 - внутрішній 482, 492
 - зовнішній 482 – 490
 - – , закони 485 – 487
 - – , квантовий вихід 490
 - – , рівняння Ейнштейна 488
 - – , робота виходу 486
 - селективний 489, 490
 - , фотострум насичення 484, 494
 - , червона межа 487
- Фотолюмінесценція 520
- Фотометр 41
 - Річі 37
- Фотометрія 31
- Фотон 508
 - , енергія 508
 - , імпульс 509
 - , маса 509
 - , момент імпульса 509, 510, 511
 - , спин 511
- Фотоопори 495
- Фотопровідність 491
- Фотопружність 309
- Фотострум 483
 - насичення 484
- Фронт хвилі 9
- Функція видимості 33
 - розподілу за довжинами хвиль 33
- Хвиля світлова біжуча 14
 - – відбита 67
 - – гармонічна 17

- монохроматична 17
- однорідна 11,12
- опорна 168 – 170
- плоска 9,11,12
- поперечна 15,16, 256
- стояча 23, 24
- сферична 9
- циліндрична 10,11
- Хвилі когерентні 52
- поляризовані лінійно 256 – 258
- по еліпсу 270 – 276
- колу 270 – 276
- Хвильова теорія світла Гюйгенса 7, 28
- Максвелла 7, 8, 28
- Хвильовий вектор 510,
 - , поверхня 9
 - , рівняння 8, 14, 15
 - , число 512
 - фронт 9
- Хемілюмінесценція 520
- Хроматична аберація 210
- поляризація 291, 295

- Центри свічення 521
- Центрована оптична система 198
- Час випромінювання 64
- когерентності 65
- Частота лінійна 16
- колова (циклічна) 16
- Частоти комбінаційні 397 – 399
- Червоне зміщення спектральних ліній 434

- Швидкість світла 7, 372
- групова 377
- променева 305
- , методи визначення 373 – 376
- , астрономічні 373, 374
- , лабораторні 374, 375
- , сучасні 375, 376
- фазова 376
- Ширина смуги дифракційної 149, 150
- інтерференційної 60
- Шкала електромагнітних хвиль 17, 18

- Явище Керра 311, 312
- Комптона 501 – 507
- , теорія 503 – 507
- Коттона-Мутона 316
- Поккельса 314
- Пуркінє 33
- Фарадея 285, 286
- Яскравість енергетична 38
- He-Ne – лазера 39
- спектральна 39
- Сонця 39
- фотометрична 39

Література

1. Білий М.У. Загальна фізика. Оптика. – Київ.: Вища школа, 1987.
2. Борн М., Вольф Е. Основі оптики. – М.: Наука, 1970.
3. Бутиков Е.И. Оптика. – М.: Высшая школа, 1986.
4. Годжаев Н.М. Оптика. – М.: Высшая школа, 1977.
5. Калитеевский В.И. Волновая оптика. – М.: Высшая школа, 1971.
6. Ландсберг Г.С. Оптика. – М.: Наука, 1976.
7. Матвеев А.И. Оптика. – М.: Высшая школа, 1985.
8. Остафійчук Б.К., Рувінський М.А., Яцура М.М., Будзуляк І.М. Курс загальної фізики. Оптика: хвилі, промені, кванти. – Івано-Франківськ.: Видавництво «Плай», 2011.
9. Савельєв И.В. Курс общей физики. Оптика. – М.: Наука, 1980.
10. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Оптика. – М.: Наука, 1980.
11. Тарасов А.В. Физика в природе. М.: Просвещение, 1988.
12. Физическая энциклопедия. – М.: Научное издательство «Большая Российская энциклопедия», 1988 – 1998.

Зміст

Передмова.....	3
1. Основні властивості світла.....	5
2. Фотометрія (світлові вимірювання).....	31
3. Інтерференція світла.....	51
4. Дифракція світла.....	104
5. Фізичні основи голографії.....	165
6. Геометрична оптика.....	178
7. Поляризація світла.....	256
8. Оптика анізотропних середовищ.....	301
9. Відбивання і заломлення світла на межі поділу двох діелектри- ків	319
10. Дисперсія світла.....	347
11. Швидкість світла.....	372
12. Розсіяння світла.....	385
13. Оптика рухомих середовищ.....	410
14. Нелінійні процеси в оптиці.....	441
15. Теплове випромінювання.....	463
16. Фотоелектричний ефект.....	482
17. Ефект Комптона.....	501
18. Квантова природа світла.....	508
19. Люмінесценція	530
20. Тиск світла	519
21. Оптичні квантові генератори (лазери).....	536
Окремі фундаментальні фізичні константи.....	558
Предметний покажчик.....	559
Література.....	570

Навчальне видання

ЯЦУРА Михайло Михайлович
ОСТАФІЙЧУК Богдан Костянтинович
ГАМАРНИК Анна Михайлівна

**Курс загальної фізики.
Оптика: запитання і відповіді**

Навчальний посібник

Літературний редактор *О.Р. Яцура*
Набір і комп'ютерна верстка *Н.В. Гладій*

Підписано до друку 15.06.2017. Формат 60x84/16.
Папір офсет. Гарнітура "Times New Roman".
Ум. друк. арк. 33,2. Тираж 100 пр. **Зам. №.**

Видавець
Прикарпатський національний університет
імені Василя Стефаника
76018, м. Івано-Франківськ, вул. С. Бандери, 1
Тел. 75-13-08. Е-mail: vdvcit@pu.if.ua
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 2718 від 12.12.2006
Виготовлювач

ISBN 978-966-640-438-4