

**НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ ПЕДАГОГІЧНИХ НАУК
ІНСТИТУТ ПЕДАГОГІКИ**

**О.І.Глобін, М.І. Бурда, Д.В. Васильєва, В.В. Волошена,
О.П. Вашуленко, Н.Д. Мацько, Т.М. Хмара.**

**Компетентнісно орієнтована
методика навчання математики
в основній школі**

Методичний посібник

Київ – 2014

Компетентнісно орієнтована методика навчання математики в основній школі: Метод. посібник / О.І.Глобін, М.І. Бурда, Д.В. Васильєва, В.В. Волошена, О.П. Вашуленко, Н.Д. Мацько, Т.М. Хмара. — К.: Педагогічна думка, 2015. — 245с.

Анотація. В умовах реалізації нової редакції Державного стандарту базової і повної загальної середньої освіти, затвердженої постановою Кабінету міністрів України від 23 листопада 2011 р. № 1392, що ґрунтується на засадах особистісно орієнтованого, компетентнісного і діяльнісного підходів, основною метою освітньої галузі “Математика” стає формування в учнів математичної компетентності на рівні, достатньому для забезпечення життєдіяльності в сучасному світі, успішного оволодіння знаннями з інших освітніх галузей у процесі шкільного навчання, забезпечення інтелектуального розвитку учнів, розвитку їх уваги, пам’яті, логіки, культури мислення та інтуїції.

У пропонованому посібнику для вчителів математики розглянуті дидактичні та методичні засади реалізації компетентнісного підходу в навчанні математики в основній школі, представлені система навчальних завдань, методів, прийомів, спрямованих на розвиток в учнів ключових і математичної компетентностей, методика постановки мети і завдань уроку, а також методика розроблення уроків математики з урахуванням розвитку компетентностей, діагностики, прогнозування та оцінювання рівня їхньої сформованості.

ЗМІСТ

Передмова

Розділ І. Теоретичні засади компетентнісного підходу до навчання математики в школі *(М.І. Бурда, О.І. Глобін).*

1.1. Сутність компетентнісного підходу в навчанні математики.

1.1.1. Основні поняття та визначення.

1.1.2. Поняття математичної компетентності.

1.2. Компетентнісний потенціал шкільної математичної освіти.

1.2.1. Порівняльний аналіз компетентнісного й традиційного (знаннєвого) підходів у навчанні математики.

1.2.2. Концепція компетентісно орієнтованого навчання математики в основній школі.

Розділ ІІ. Методична система компетентісно орієнтованого навчання математики в основній школі.

2.1. Цілепокладання та оцінювання результатів навчання математики в основній школі *(О.І. Глобін).*

2.1.1. Цілепокладання у контексті впровадження компетентісно орієнтованого підходу.

2.1.2. Результати навчання, об'єкти оцінювання, процедури оцінювання, моніторинг, самоаналіз, самооцінювання.

2.2. Компетентісно орієнтований підхід до відбору змісту навчання математики *(М.І. Бурда, Д.В. Васильєва, О.І. Глобін, Н.Д. Мацько).*

2.2.1. Компетентісна орієнтація змісту навчання математики в основній школі

2.2.2. Реалізація концепції компетентісно орієнтованого навчання математики в основній школі у навчальних програмах і підручниках з математики для основної школи.

2.2.3. Допрофільна підготовка як необхідна умова компетентісно орієнтованого навчання математики

Розділ III. Формування предметних і ключових компетентностей учнів основної школи в процесі навчання математики.

3.1. Навчання учнів основної школи математичної мови як складової математичної компетентності *(Т.М. Хмара)*.

3.2. Формування предметних і ключових компетентностей в учнів основної школи засобами проектних технологій *(Н.Д. Мацько)*.

3.3. Формування предметних і ключових компетентностей учнів основної школи у процесі навчання геометрії *(О.П. Вацуленко)*.

3.4. Формування в учнів основної школи вмінь математичного моделювання як складової математичної компетентності *(В.В. Волошена)*.

Рекомендована література

Передмова

Нинішні освітні реформи в Україні визначаються зміною знаннєвої освітньої парадигми на компетентнісну. В освіті компетентнісний підхід розуміють як спрямованість навчального процесу на формування і розвиток основних компетентностей особистості. Це вимагає відходу від традиційної інформаційно-накопичувальної спрямованості навчання, у тому числі навчання математики, і перенесення акценту із засвоєння нормативно визначених знань, умінь і навичок на формування і розвиток у школярів здатності самостійно практично діяти, застосовувати індивідуальний позитивний досвід та досягнення у нестандартних, творчих, життєвих ситуаціях, тобто на формування ключових компетентностей, необхідних для життя в суспільстві та швидкозмінному світі.

Формування ключових компетентностей відбувається на основі компетентностей галузових та предметних. Серед галузових компетентностей важливе значення мають математичні компетентності, оскільки математичні поняття, аксіоми, теореми і теорії мають своїм джерелом реальність і, разом з тим, призначені для дослідження реальності за допомогою математичних моделей. Оволодіння математичним методом пізнання дійсності становить підґрунтя для формування математичної компетентності. У контексті компетентнісного навчання змінюються також підходи до оцінювання навчальних досягнень учнів як складової навчального процесу. Як відмічається в загальних критеріях оцінювання навчальних досягнень учнів у системі загальної середньої освіти, затверджених Міністерством освіти і науки України, навчальна діяльність у підсумку повинна не просто дати людині суму знань, умінь та навичок, а сформувати її компетентність як загальну здатність, що базується на знаннях, досвіді, цінностях, здібностях, набутих завдяки навчанню.

Здійснення зазначеного переходу до компетентнісної моделі навчання у контексті шкільної математичної освіти, перш за все, передбачає: принципово нове цілепокладання у педагогічному процесі;

оновлення структури та змісту навчання математики; визначення та оцінювання результатів навчання через ключові та математичну компетентності учня (на відміну від традиційних знань, умінь та навичок).

1. Цілепокладання в методичній системі компетентнісного навчання посідає особливе місце. Воно має пронизувати весь процес навчання та виконувати функції мотивації діяльності учнів. Організація цілепокладання включає діяльність школяра, діяльність учителя та їхню спільну діяльність, оскільки неможливо реалізувати нові освітні цілі, якщо учень пасивно засвоює навчальний матеріал. Необхідно спрямовувати його навчально-пізнавальну діяльність до самостійного пошуку, в процесі якого здобувається досвід цілепокладання, рефлексивної самоорганізації і самооцінки, досвід комунікативної взаємодії.

2. Зміст освіти – система наукових знань, навичок і вмінь, оволодіння якими забезпечує всебічний розвиток здібностей учнів, формування їх світогляду, набуття соціального досвіду, підготовку до суспільного життя і до професійної діяльності. У традиційній, знаннєво орієнтованій освітній системі, яка характеризується абсолютизацією знань, наперед визначеною однозначністю трактувань та висновків, які вчитель доносить до учнів, пріоритетна акцентуація робиться на першій частині (знаннях, навичках і вміннях) наведеного визначення. У контексті компетентнісного підходу, зміст освіти передбачає досвід здійснення відомих способів діяльності, що втілюється разом із знаннями, уміннями і навичками в досвід творчої, пошукової діяльності з вирішення нових проблем, у перетворення раніше засвоєних знань в нові способи діяльності. Компетентнісний підхід базується на розумінні динамічності (міжпредметності) знань, посиленні самостійності та активності учня, залучення в освітній процес його особистісної сфери.

3. Компетентнісний підхід до навчання передбачає формування вмотивованої компетентної особистості, здатної швидко орієнтуватися в інформаційному просторі, приймати обґрунтовані рішення й вирішувати проблеми на основі отриманих знань, умінь і навичок. Його реалізація вимагає формування й розвитку в учнів здатності практично діяти, застосовувати індивідуальний досвід успішних дій у різноманітних ситуаціях, а отже — переорієнтації процесу навчання на його результат, виражений в діяльнісному вимірі. Проте, як свідчить аналіз державних вимог до рівня математичної підготовки учнів, діяльнісну складову

результатів навчання не відбито в діапазоні усіх її складників. Поза увагою залишаються мотивація, способи організації навчальної діяльності, навчання учнів рефлексії й оцінюванню власних досягнень, креативні здібності тощо. Це означає, що вимоги до навчальних досягнень учнів, які мають бути визначені у новій програмі з математики, повинні орієнтувати не лише на суто предметне їх нормування (в сучасних умовах такий базовий контекст уже недостатній), але й враховувати аксіологічний, мотиваційний, когнітивний, інформаційний, інтелектуальний, загальнокультурний, комунікативний, світоглядний компоненти результату навчання математики. Всі названі компоненти входять до складу математичної та ключових компетентностей, які формуються освітньою галуззю «Математика».

Об'єктивною проблемою впровадження компетентнісного підходу до навчання математики є необхідність технологічної адаптації навчально-виховного процесу відповідно до нових вимог. Традиційними педагогічними технологіями, розробленими для знаннєвого підходу, неможливо продуктивно формувати компетентності учнів. Отже, постає завдання оновлення арсеналу педагогічних технологій, якими володіють вчителі математики, як процесуальної умови реалізації компетентнісного підходу до навчання. Забезпечення готовності вчителя до реалізації нових завдань в особистісному та професійному вимірі виступає обов'язковою умовою впровадження компетентнісного підходу до навчання.

У пропонованому посібнику для вчителів математики розглянуті дидактичні та методичні засади реалізації компетентнісного підходу в навчанні математики в основній школі, представлені система навчальних завдань, методів, прийомів, спрямованих на розвиток в учнів ключових і математичної компетентностей, методика постановки мети і завдань уроку, а також методика розроблення уроків математики з урахуванням розвитку компетентностей, діагностики, прогнозування та оцінювання рівня їхньої сформованості.

При цьому вчителю не нав'язується методика подання навчального матеріалу, закріплення і контролю знань, конкретний зміст, методи, засоби й організаційні форми навчання, співвідношення між самостійною роботою учнів і роботою разом із вчителем, між індивідуальними і колективними формами роботи тощо. Все це кожний вчитель має визначити особисто з урахуванням власних професійних

переконань, уподобань і досвіду, специфіки умов, в яких відбувається навчальний процес, індивідуальних особливостей окремих учнів і класного колективу в цілому.

Розділ І.

Теоретичні засади компетентнісного підходу до навчання математики в школі

В умовах становлення і розвитку в Україні інформаційного суспільства запровадження компетентнісної моделі шкільної математичної освіти, в основі якої лежать діяльнісний та особистісно зорієнтований підходи, стає об'єктивно необхідним. Сутність компетентнісного підходу полягає в тому, щоб сформувати в учнів не тільки систему знань, умінь і навичок, але й сукупність взаємозалежних смислових орієнтацій, досвіду діяльності, необхідних для здійснення особистісно й соціально значимої продуктивної діяльності стосовно об'єктів реальної дійсності. Тобто, компетентнісний підхід у навчанні передбачає формування вмотивованої компетентної особистості, здатної:

- швидко орієнтуватися в інформаційному просторі, що динамічно розвивається й постійно оновлюється;
- одержувати, використовувати, створювати різноманітну інформацію;
- виявляти самостійність у постановці завдань та їх вирішенні;
- приймати обґрунтовані рішення, вирішувати проблеми на основі отриманих знань, умінь і навичок, брати на себе відповідальність за отриманий результат;
- активно й зацікавлено пізнавати світ, усвідомлювати цінність знань, науки, творчості;
- усвідомлювати важливість освіти й самоосвіти для життя та діяльності;
- навчатися протягом усього життя, застосовувати отримані знання на практиці.

1.1. Сутність компетентнісного підходу в навчанні математики

1.1.1. Основні поняття.

У цьому посібнику поняття вживаються у значенні, визначеному в Державному стандарті базової і повної загальної середньої освіти, затвердженого постановою Кабінету Міністрів України від 23 листопада 2011р. № 1392.

Діяльнісний підхід — спрямованість навчально-виховного процесу на розвиток умінь і навичок особистості, застосування на практиці здобутих знань з різних навчальних предметів, успішну адаптацію людини в соціумі, професійну самореалізацію, формування здібностей до колективної діяльності та самоосвіти. Діяльнісний підхід спрямований на розвиток умінь і навичок учня, застосування здобутих знань у практичних ситуаціях, пошук шляхів інтеграції до соціокультурного та природного середовища.

Особистісно зорієнтований підхід — спрямованість навчально-виховного процесу на взаємодію і плідний розвиток особистості педагога та його учнів на основі рівності у спілкуванні та партнерства у навчанні. Особистісно зорієнтований підхід до навчання забезпечує розвиток академічних, соціокультурних, соціально-психологічних та інших здібностей учнів.

Компетентнісний підхід — спрямованість навчально-виховного процесу на досягнення результатів, якими є ієрархічно підпорядковані ключова, загальнопредметна і предметна (галузева) компетентності. Компетентнісний підхід сприяє формуванню ключових і предметних компетентностей.

Компетенція — суспільно визнаний рівень знань, умінь, навичок, ставлень у певній сфері діяльності людини.

Компетентність — набута у процесі навчання інтегрована здатність учня, що складається із знань, умінь, досвіду, цінностей і ставлення, що можуть цілісно реалізовуватися на практиці.

Ключова компетентність — спеціально структурований комплекс характеристик (якостей) особистості, що дає можливість їй ефективно діяти у різних сферах життєдіяльності і належить до загальногалузевого змісту освітніх стандартів;

До ключових компетентностей належать уміння вчитися, спілкуватися державною, рідною та іноземними мовами, математична і базові компетентності в галузі природознавства і техніки, інформаційно-комунікаційна, соціальна, громадянська, загальнокультурна, комунікативна і здоров'язбережувальна компетентності.

Інформаційно-комунікаційна компетентність — здатність учня використовувати інформаційно-комунікаційні технології та відповідні засоби для виконання особистісних і суспільно значущих завдань. Формування інформаційно-комунікаційної компетентності учнів, зміст якої є інтегративним, відбувається у результаті застосування під час

вивчення всіх предметів навчального плану діяльнісного підходу. Навчальними програмами обов'язково передбачається внесок кожного навчального предмета у формування зазначеної компетентності.

Соціальна компетентність — здатність особистості продуктивно співпрацювати з партнерами у групі та команді, виконувати різні ролі та функції у колективі.

Громадянська компетентність — здатність учня активно, відповідально та ефективно реалізовувати права та обов'язки з метою розвитку демократичного суспільства.

Загальнокультурна компетентність — здатність учня аналізувати та оцінювати досягнення національної та світової культури, орієнтуватися в культурному та духовному контексті сучасного суспільства, застосовувати методи самовиховання, орієнтовані на загальнолюдські цінності;

Комунікативна компетентність — здатність особистості застосовувати у конкретному виді спілкування знання мови, способи взаємодії з людьми, що оточують її та перебувають на відстані, навички роботи у групі, володіння різними соціальними ролями;

Здоров'язбережувальна компетентність — здатність учня застосовувати в умовах конкретної ситуації сукупність здоров'язбережувальних компетенцій, дбайливо ставитися до власного здоров'я та здоров'я інших людей;

Предметна (галузева) компетентність — набутий учнями у процесі навчання досвід специфічної для певного предмета діяльності, пов'язаної із засвоєнням, розумінням і застосуванням нових знань.

До предметних (галузевих) компетентностей належать — комунікативна, літературна, мистецька, міжпредметна естетична, природничо-наукова і математична, проектно-технологічна та інформаційно-комунікаційна, суспільствознавча, історична і здоров'язбережувальна компетентності.

1.1.2. Поняття математичної компетентності.

Математична компетентність (як предметна). За С.А. Раковим¹ — математична компетентність (як предметна) — «це спроможність особистості бачити та застосовувати математику в реальному житті, розуміти зміст і метод математичного моделювання,

¹ Раков С.А. Математична освіта: компетентнісний підхід з використанням ІКТ: Монографія. — Х.: Факт, 2005. — 360с. — С. 15.

будувати математичну модель, досліджувати її методами математики, інтерпретувати отримані результати, оцінювати похибку обчислень». При цьому можна виділити наступні її складові: процедурну - уміння розв'язувати типові математичні задачі; логічну - володіння дедуктивним методом доведення та спростування тверджень; технологічну - володіння сучасними інформаційно-комунікаційними технологіями підтримки математичної діяльності; дослідницьку - володіння методами дослідження соціально та індивідуально значущих задач математичними методами; методологічну - уміння оцінювати доцільність використання математичних методів для розв'язування індивідуально і суспільно значущих задач.

Математична компетентність (як ключова). Принциповою для компетентнісного підходу є ідея про нерозривну єдність, цілісність знань, умінь і особистісних якостей людини. У зазначеному контексті навчання математики має включати такі аспекти, які є загальними для багатьох, якщо не всіх, шкільних навчальних предметів. Серед них, у першу чергу, слід назвати аксіологічний, мотиваційний, когнітивний, інформаційний, інтелектуальний, загальнокультурний, комунікативний, світоглядний компоненти навчання математики. Всі названі компоненти входять до складу математичної та ключових компетентностей, які безпосередньо чи опосередковано формуються при вивченні шкільного курсу математики.

Дамо коротку змістову характеристику зазначених компонентів та їх проекцію на освітню галузь «Математика», виражену в діяльнісній формі представлення результату навчання.

Ціннісно-мотиваційний (аксіологічний) компонент включає ціннісні ставлення учнів до інформації, пізнавальну активність, ініціативність, відповідальність, прагнення до удосконалення результатів своєї праці. Його ціннісна складова є системоутворювальним чинником навчально-пізнавального процесу, оскільки від того, якими цілями, цінностями, ідеалами керуються учні у своїй навчальній діяльності, залежать їх реальні освітні результати. Ціннісні орієнтації впливають на рівень пізнавального інтересу, навчально-пізнавальну активність учнів, їх мотиваційну сферу. Реалізація мотиваційної складової має пробудити й закріпити в учнів стійке позитивне ставлення до навчальної діяльності, викликати допитливість, пізнавальний інтерес, закріпити особистісно значущий

сенс навчальних дій, сформувати в учнів внутрішню потребу самостійно навчатися. Виявом її сформованості в учнів можуть бути такі діяльнісні характеристики:

- 1) уміння визначити мету діяльності (здатність ставити цілі, спрямованість на досягнення мети);
- 2) прояв здатності приймати самостійні рішення;
- 3) схильність перевіряти й оцінювати результати своєї діяльності, співвідносити їх з поставленими цілями й особистим життєвим досвідом;
- 4) прояв допитливості, пізнавального інтересу;
- 5) виявлення потреби до самостійного пошуку й засвоєння нових знань;
- 6) спроможність до емоційного сприйняття математичних об'єктів, завдань, розв'язань, міркувань, інтерес до математичної творчості;
- 7) поважне ставлення до однокласників, учителів, дотримання інтелектуальної чесності, об'єктивності, етичних і юридичних норм використання інформації.

Загальнокультурний компонент включає коло питань, по відношенню до яких учні мають бути добре обізнаними: особливості загальнолюдської і національної культури; духовно-моральні основи життя людини і людства, окремих народів; культурологічні основи сімейних, соціальних, суспільних явищ і традицій; роль науки та релігії в житті людини. Сюди ж відноситься досвід освоєння учнями наукової картини світу. У проекції на освітню галузь «Математика» це передбачає формування та розвиток у школярів уявлень про математику як невід'ємну частину загальнолюдської культури, про історію її розвитку, про її місце в системі інших наук, про значення математики в історичному минулому та в сучасному суспільстві. Передбачається, що випускник:

- 1) має уявлення про математичну науку як про сферу людської діяльності, про етапи її розвитку, про її значимість для розвитку цивілізації;
- 2) знає імена творців математичної науки, видатних вітчизняних і зарубіжних математиків минулого та сучасності, авторів підручників з математики;
- 3) володіє математичною мовою, уміє правильно використовувати й пояснювати значення математичних термінів і

символів, розуміє, що математична символіка та формули математики дозволяють описувати загальні властивості об'єктів практики і науки, а також відношення між ними;

4) має уявлення про різницю у вимогах до доведень у математиці та різних галузях природничих і гуманітарних наук;

5) володіє загальними способами інтелектуальної діяльності, характерними для математики й таких, що є основою пізнавальної культури, значимої для різних сфер людської діяльності;

6) уміє самостійно працювати з підручником, розуміє його будову, знає призначення всіх елементів апарату орієнтування в текстах розділів, тем, параграфів, використовує прийоми розуміння тексту (структурування, ставлення пізнавальних запитань тощо), знає та застосовує прийоми смислового групування матеріалу.

Навчально-пізнавальний (когнітивний) компонент передбачає оволодіння кожним учнем базовими математичними знаннями, вміннями, навичками, способами діяльності, достатніми для вивчення суміжних навчальних предметів на сучасному рівні, а також для продовження освіти, різноманітними способами організації та здійснення учіння (уміння, дії, операції, пізнавальні процеси) на різних рівнях пізнавальної самостійності (репродуктивна, частково пошукова, творча). Це означає, що випускник:

1) володіє технікою практичних обчислень, раціонально сполучаючи усні, письмові й інструментальні обчислення (точні та наближені); знає і застосовує прийоми швидких обчислень, користується оцінкою та прикидкою при практичних розрахунках;

2) володіє технікою тотожних перетворень числових, алгебраїчних і трансцендентних виразів, вільно застосовує отримані навички в процесі розв'язування завдань;

3) уміє користуватися математичними формулами, самостійно виводити формули залежностей між величинами;

4) уміє самостійно здійснювати алгоритмічну й евристичну діяльність на математичному матеріалі, перевіряти та оцінювати результати своєї діяльності;

5) бачить математичну задачу в контексті реальних (практичних) ситуацій, проблемних ситуацій у суміжних навчальних предметах, застосовує математичні методи для розв'язування цих задач (з використанням, при необхідності, довідкових матеріалів, калькулятора, комп'ютера);

б) уміє описувати реальні ситуації й процеси мовою математики, будувати їхні математичні моделі, досліджувати побудовані моделі за допомогою відповідного математичного апарату, інтерпретувати зміст отриманого математичного результату в термінах досліджуваного процесу;

7) має уявлення про існування ймовірносно-статистичних закономірностей у навколишньому світі, про детерміновані та випадкові події, про імовірнісні моделі, розуміє ймовірнісні властивості реальних подій і використовує їх при прийнятті рішень.

Інформаційний компонент віддзеркалює здатність особистості до визначення інформаційної потреби, пошуку інформації та ефективної роботи з нею в усіх її формах та представленнях, опанування навичками діяльності стосовно інформації в навчальних предметах і освітніх галузях, а також у навколишньому світі, пошуку, аналізу та відбору необхідної інформації, її перетворення, збереження й передачі, володіння сучасними інформаційними засобами та інформаційними технологіями. Завершуючи вивчення шкільного курсу математики учень:

1) розуміє необхідність одержання потрібної інформації;

2) уміє самостійно вибирати належне джерело, знаходити відповідну інформацію, критично оцінювати отриману інформацію та її джерела, здійснювати аналіз інформації, її систематизацію і класифікацію, інтегрувати отриману інформацію в особистий досвід;

3) уміє добувати інформацію, представлену в таблицях, діаграмах, графіках, описувати й аналізувати масиви числових даних за допомогою статистичних характеристик;

4) здатен проводити обробку результатів лабораторних експериментів та оцінювати похибки.

Інтелектуальний компонент. Істотними якостями інтелекту людини є логічність мислення (чітка послідовність міркувань, врахування усіх істотних сторін у досліджуваному об'єкті, всіх можливих його взаємозв'язків), доказовість (здатність використовувати в потрібний момент такі факти, закономірності, які переконують у правильності суджень і висновків), критичність (вміння оцінювати результати розумової діяльності, піддавати їх критичній оцінці, відкидати неправильне розв'язання, відмовлятися від розпочатих дій, якщо вони суперечать вимогам завдання), глибина (здатність відокремлювати головне від другорядного, необхідне від випадкового),

гнучкість (здатність використовувати наявний досвід, досліджувати об'єкти в нових зв'язках і відношеннях, переборювати шаблонність мислення), широта (здатність охопити завдання в цілому, не випустити з уваги усіх вихідних даних, бачити багатоваріантність його розв'язання). Завершуючи вивчення шкільного курсу математики учень:

1) уміє логічно міркувати, робити обґрунтовані висновки, оцінювати логічну правильність міркувань, розпізнавати логічно некоректні міркування, відрізнити гіпотезу від факту, доведені твердження від недоведених (обґрунтованих);

2) уміє проводити дедуктивні й індуктивні міркування при доведенні теорем і розв'язуванні задач, пропонувати різні способи розв'язання задачі;

3) уміє проводити узагальнення й «відкривати» закономірності на основі аналізу окремих прикладів, результатів експерименту, висувати та перевіряти гіпотези, встановлювати границі застосування отриманого результату;

4) володіє здатністю приймати рішення в умовах неповної та надлишкової, точної та ймовірнісної інформації, схильністю до розумового експерименту, виявляє здатність до подолання розумових стереотипів, що впливають із повсякденного досвіду;

5) володіє складовими дослідницької й проектної діяльності, включаючи вміння бачити проблему, ставити питання, висувати гіпотези, давати визначення поняттям, класифікувати, спостерігати, проводити експерименти, аналізувати, порівнювати, узагальнювати, систематизувати, виявляти причинно-наслідкові зв'язки, знаходити аналоги, робити висновки, структурувати матеріал, пояснювати, доводити, захищати свої ідеї;

6) уміє планувати та здійснювати діяльність, спрямовану на розв'язання завдань дослідницького характеру, прогнозувати результат діяльності, докладати зусилля для його досягнення, змінювати план діяльності у разі змін умов її виконання.

Комунікативний компонент передбачає сформованість умінь ясно й чітко викладати свої думки, будувати аргументовані міркування, вести діалог (дискусію), сприймаючи точку зору співрозмовника, а у разі необхідності, піддаючи її критичному аналізу. У цьому компоненті можна виділити оволодіння наступними видами діяльності: володіння усним мовленням (монолог, діалог, полілог, вміння поставити запитання, навести довід при усній відповіді або захисті проекту);

ведення діалогу «людина-комп'ютер»; володіння прийомами оформлення тексту (електронне листування, створення текстових документів за шаблоном тощо); володіння телекомунікаціями для організації спілкування з віддаленими співрозмовниками; уміння працювати в групі, шукати й знаходити компроміси. Завершуючи вивчення шкільного курсу математики учень:

1) уміє ясно, точно й логічно грамотно виражати свої думки в усній та письмовій формі, використовувати різні математичні мови (словесну, символічну, графічну), переходити з однієї мови на іншу для ілюстрації, інтерпретації, аргументації, доведення, наводити приклади та контрприклад;

2) уміє адекватно використовувати мовні засоби для ведення дискусії й аргументації своєї позиції, порівнювати різні точки зору, відстоювати свою позицію.

3) уміє співвідносити власну думку з думкою авторитетних джерел і більшості, аргументовано опиратись груповому тиску;

4) уміє доповідати про результати свого дослідження, коротко й точно відповідати на питання, використовувати довідкову літературу й інші джерела інформації.

5) проявляє готовність до навчальної діяльності у взаємодії (у парі, малій групі, участі у проектній діяльності);

Світоглядний компонент. Світогляд — це система узагальнених поглядів людини на світ, на місце людини в ньому, на ставлення людей до оточуючої дійсності й до самих себе, а також, обумовлені цими поглядами, їхні переконання, ідеали, принципи пізнання та діяльності. Під світоглядним компонентом результату навчання математики розуміється поінформованість учнів про систему основних математичних понять, про математичну мову як засобу виразу математичних законів, закономірностей тощо, про математику як форму опису та методу пізнання дійсності. Реалізується цей компонент у процесі вивчення історії виникнення математичних понять, у процесі встановлення зв'язків математики з іншими навчальними предметами, у процесі складання математичних моделей тощо. Завершуючи вивчення шкільного курсу математики учень:

1) має уявлення про ідеї та методи математики, про особливості математичного методу дослідження і його відмінності від методів природничих і гуманітарних наук, розуміє особливості застосування

математичних методів до аналізу й дослідження процесів і явищ у природі та суспільстві;

2) розуміє, що логічні закони математичних міркувань мають універсальний характер і застосовні у всіх галузях людської діяльності;

3) має уявлення про аксіоматичну побудову математичної теорії, про значення аксіоматичного методу для інших областей знання й практики;

4) розуміє, що реальний світ підпорядковується не тільки детермінованим, але й статистичним закономірностям, уміє використовувати їх для розв'язання завдань повсякденного життя;

5) має уявлення про метод математичного моделювання як про універсальний метод пізнання навколишнього світу;

6) переконаний у можливості пізнання природи, у необхідності розумного використання досягнень математики для подальшого розвитку цивілізації;

7) розуміє, що формальний математичний апарат створений і розвивається з метою розширення можливостей його застосування до розв'язання завдань, що виникають у теорії та на практиці.

Таким чином, компетентнісний підхід не заперечує значення знань, але їх сутність (на відміну від традиційного, знаннєво орієнтованого навчання) полягає в тому, що вони розглядаються не як самоціль, а як засіб розвитку та виховання особистості учня. Виховують же лише ті знання, які мають для учня суб'єктивну цінність. Тому акцент у цілепокладанні при компетентнісному навчанні зміщується з того, чого хоче досягти вчитель, на те, що потрібно учневі. Крім того, вчитель має пам'ятати, що він готує (навіть із дуже обдарованих учнів), не математиків-професіоналів, а насамперед, всебічно розвинену особистість, і цю роботу він виконує не один, а в тісному єднанні із учителями усіх шкільних предметів. Саме це, на нашу думку, є суттєвим кроком на шляху досягнення нової якості математичної освіти.

1.2. Компетентнісний потенціал шкільної математичної освіти.

1.2.1. Порівняльний аналіз компетентнісного й традиційного (знаннєвого) підходів у навчанні математики.

Протягом останніх десятиліть проблеми, пов'язані з компетентнісно орієнтованою освітою, вивчають відомі міжнародні організації, що працюють у сфері освіти. Серед них ЮНЕСКО, ЮНІСЕФ, ПРООН, Рада Європи, Організація європейського співробітництва та розвитку, Міжнародний департамент стандартів та інші. Узагальнені результати наукових досліджень, присвячених загальним методичним аспектам упровадження компетентнісного підходу в освіті як засобу організації особистісно орієнтованого навчання, стали передумовами, які складають підґрунтя Концепції. **Відмінності методичної системи компетентнісного навчання**, зумовлені зміною освітніх парадигм, наведені в наступній таблиці:

<i>Компонент метод. с-ми</i>	<i>Знаннєва парадигма</i>	<i>Компетентнісна парадигма</i>
Цінності	- освіта для суспільного виробництва;	- освіта для самореалізації людини в житті, для особистої кар'єри; - освіта в інтересах суспільства; - освіта для виробництва
Мотиви	навчання учнів як обов'язок; діяльність педагога як виконання професійного обов'язку	зацікавленість учнів у навчанні, задоволення від досягнення результатів зацікавленість педагога в розвитку учнів, задоволення від спілкування з ними
Норми	відповідальність за навчальні досягнення учнів несе педагог; авторитет педагога тримається за рахунок дотримання дистанції, вимагання від учнів дотримання дисципліни і старанності	учні беруть на себе відповідальність за своє навчання; авторитет педагога створюється за рахунок його особистісних якостей
Цілі	- спрямованість навчання на придбання наукових знань; - навчання в молодості як «запас на все життя»	спрямованість навчання на оволодіння основами людської культури ; навчання протягом всього життя
Позиції учасників навчального процесу	педагог «передає» знання; педагог над учнями	педагог створює умови для самостійного навчання; педагог разом із учнями, їх взаємне партнерство

Форми та методи навчання	ієрархічний і авторитарний методи; стабільна структура навчальних дисциплін; стабільні форми організації навчального процесу; акцент на класні заняття під керівництвом педагога	демократичні, побудовані на рівності методи; динамічна структура навчальних дисциплін; динамічні форми організації навчального процесу; акцент на самостійну роботу учнів
Засоби навчання	- основним засобом навчання є навчальна книга	- навчальна книга доповнюється комп'ютерними засобами, ресурсами інформаційно-комунікаційних систем,
Контроль і оцінка навч. досягнень	– контроль і оцінка проводяться переважно педагогом	– зсув акценту на самоконтроль і самооцінку учнів

Відмінності в організації процесу навчання.

<i>Традиційне навчання (підхід, заснований на знаннях)</i>	<i>Компетентнісний підхід</i>
<i>Процес передачі</i> знань, умінь, навичок	<i>Процес оволодіння</i> компетенціями
Що пояснюємо, те й запитуємо. Планований результат передбачає точне відтворення зразка, <i>успішність визначається зіставленням з еталоном.</i>	<i>Еталон не задається.</i> Навчання й перевірка ведуться на нестандартних завданнях. Готовність до продуктивної самостійної дії на наступному етапі.
Традиційна 12-ти бальна шкала оцінювання. Для вчителя схема “виконане – не виконане” Така <i>система оцінювання</i> не стимулює до розв'язання нестандартних завдань, тому що їх неможливо оцінити однозначно	Портфель досягнень учня”, накопичувальні <i>системи оцінювання</i> як інструмент для представлення учнем себе своїх досягнень поза школою
<i>Педагогіка вимог.</i> Для успішного учня передбачається сполучення активності й слухняності абстрактна, мотивація тим, що в майбутньому (коли-небудь) можливо знадобиться	<i>Педагогіка можливостей.</i> В основі мотивації учіння лежать мотивація відповідності й орієнтація на перспективні цілі розвитку особистості
<i>Позиція вчителя</i> – ініціативна й відповідальна особа, суддя, позиція старшого, носія “знання”, що передає фрагменти цього знання кращим учням	<i>Учитель</i> не претендує на володіння монополією знання, він займає позицію організатора, консультанта, він лише організує (регулює, направляє) процес навчання
<i>Позиція учня</i> підлегла, безвідповідальна, об'єкт педагогічних впливів	<i>Учень</i> сам відповідає за власне просування, він суб'єкт власного розвитку
<i>Урок.</i> Традиційне навчання носить репродуктивний характер. Знання й способи дій передаються учнем у готовому вигляді	<i>Урок</i> як одна з можливих форм навчання, але наголос робиться на розширенні позаурочних форм роботи – група по проекту, самостійна робота в бібліотеці, комп'ютерному класі та ін.
<i>Система оцінювання результатів</i> Оцінювання відбувається "методом віднімання" від верхнього рівня досягнень, те, чого учень не досяг.	<i>Система оцінювання результатів</i> Можливість оцінювати знання "методом додавання": від досягнутого рівня до більш високих

1.2.2. Концепція компетентісно орієнтованого навчання математики в основній школі.

Основною метою освітньої галузі “Математика”, як записано в Державному стандарті базової і повної загальної середньої освіти, є «формування в учнів математичної компетентності на рівні, достатньому для забезпечення життєдіяльності в сучасному світі, успішного оволодіння знаннями з інших освітніх галузей у процесі шкільного навчання, забезпечення інтелектуального розвитку учнів, розвитку їх уваги, пам’яті, логіки, культури мислення та інтуїції». Реалізація зазначеної мети необхідно передбачає перехід від традиційної (знаннєво орієнтованої) до компетентісної моделі навчання математики.

Пропонована «Концепція реалізації компетентісного підходу у навчанні математики в основній школі» (далі по тексті – Концепція) визначає (містить) основні дидактичні умови та (окреслює механізми) шляхи (засоби) ефективної організації навчання математики в основній школі на засадах компетентісного підходу.

Актуальність проблеми реалізації компетентісного підходу у навчанні математики в основній школі визначається переходом від знаннєво орієнтованої освітньої парадигми до компетентісної. Аналіз досвіду освітніх систем багатьох країн, свідчить, що орієнтація навчальних програм на компетентісний підхід та створення ефективних механізмів його запровадження сприяє оновленню змісту навчання та освітніх технологій, їх узгодженню із сучасними потребами українського суспільства, його інтеграції до світового освітнього простору. Все це переконливо свідчить про важливість, необхідність і своєчасність зазначеного переходу.

Запровадження компетентісного підходу до навчання, у тому числі до навчання математики, вимагає відходу від традиційної інформаційно-накопичувальної спрямованості процесу навчання і перенесення центру ваги із засвоєння нормативно визначених знань, умінь і навичок на формування і розвиток у школярів здатності самостійно практично діяти, застосовувати індивідуальний позитивний досвід та досягнення у нестандартних, творчих, життєвих ситуаціях, тобто на формування ключових компетентностей, необхідних для життя в суспільстві та швидкозмінному світі. У зв’язку з наведеним, пріоритетним завданням сучасного етапу розвитку середньої загальноосвітньої школи в Україні стають визначення навчального змісту і впровадження методик навчання, які забезпечуватимуть формування особистості учня, його

світогляду, ціннісних орієнтацій, умінь самостійно вчитися, критично мислити, розвинення у них здатності до самопізнання, до самореалізації у різних видах діяльності.

Одну з ключових ролей у формуванні особистості учня в період шкільного навчання відіграє навчальний предмет – математика, а завдання щодо формування в учнів ключових та математичної компетентностей як невід’ємної складової загальнолюдської культури, виступає одним з головних завдань її (математики) навчання в школі. Поступове (на даний час в основній школі) введення в дію положень нової редакції Державного стандарту базової і повної загальної середньої освіти, робить актуальною проблему визначення основних (базових) дидактичних умов і засобів ефективної організації навчання математики на засадах компетентнісного підходу та їхньої реалізації у процесі навчання математики в основній школі.

Законодавчі та нормативно-правові акти, на які спирається Концепція: Закон України «Про освіту»; Закон України «Про загальну середню освіту»; Державна національна програма «Освіта: Україна XXI століття»; Національна доктрина розвитку освіти; Національна стратегія розвитку освіти в Україні на період до 2021 року; Державний стандарт базової і повної загальної середньої освіти;

Освітні установи, на які розрахована реалізація Концепції: загальноосвітні навчальні заклади різного типу: середні загальноосвітні школи, спеціалізовані школи, ліцеї, гімназії, школи і класами з поглибленим вивченням математики.

Компетентнісний підхід у навчанні математики в основній школі. Основні поняття.

1) **компетентність** - набута у процесі навчання інтегрована здатність учня, що складається із знань, умінь, досвіду, цінностей і ставлення, що можуть цілісно реалізовуватися на практиці;

2) **ключова компетентність** - спеціально структурований комплекс характеристик (якостей) особистості, що дає можливість їй ефективно діяти у різних сферах життєдіяльності і належить до загальногалузевого змісту освітніх стандартів;

3) **компетентнісний підхід** — спрямованість навчально-виховного процесу на досягнення результатів, якими є ієрархічно підпорядковані ключова, загальнопредметна і предметна (математична) компетентності;

4) **міжпредметна компетентність** — здатність учня застосовувати щодо міжпредметного кола проблем знання, уміння, навички, способи діяльності та ставлення, які належать до певного кола навчальних предметів і освітніх галузей;

5) **предметна компетентність** — набутий учнями у процесі навчання досвід специфічної для певного предмета діяльності, пов'язаної із засвоєнням, розумінням і застосуванням нових знань;

6) **математична компетентність** — це спроможність особистості бачити та застосовувати математику в реальному житті, розуміти зміст і метод математичного моделювання, будувати математичну модель, досліджувати її методами математики, інтерпретувати отримані результати, оцінювати похибку обчислень.

Компоненти які є спільними для багатьох, якщо не всіх, шкільних навчальних предметів. Серед них, у першу чергу, слід назвати аксіологічний, мотиваційний, загальнокультурний, когнітивний, інформаційний, інтелектуальний, комунікативний, світоглядний компоненти навчання математики, які визначають склад математичної компетентності не лише як предметної, але і як ключової, до яких вона (математична компетентність) віднесена у проекті ДС.

Головні ідеї Концепції

1. Компетентнісний підхід - це орієнтир національної системи освіти. Для його реалізації необхідна екстраполяція його ідей на навчальний процес. Оскільки особливістю компетентнісного підходу є нова мета навчання, очевидним стає те, що відповідно до неї мають бути адаптовані всі компоненти процесу навчання. Тільки за цієї умови можливо досягти формування компетентності учнів як інтегрованого результату навчання, який «складається із знань, умінь, досвіду, цінностей і ставлення, що можуть цілісно реалізовуватися на практиці».

2. Математична компетентність розглядається як особистісна здатність (особистісна якість, характеристика), що інтегрує змістовно-інтелектуальну (знає і розуміє), рефлексивно-діяльнісну (уміє і застосовує) та мотиваційно-ціннісну (виявляє ставлення і оцінює) складові. Відповідні знання, уміння, досвід, ставлення формуються і розвиваються в учнів протягом усього періоду навчання в основній

школі на уроках математики, позакласній та позашкільній роботі, а також в процесі вивчення всіх навчальних предметів прородничого циклу.

3. Принциповою для реалізації компетентнісного підходу є ідея про нерозривну єдність, цілісність знань, умінь і особистісних якостей людини. У зазначеному контексті навчання математики має включати такі аспекти, які є загальними для багатьох, якщо не всіх, шкільних навчальних предметів. Серед них виокремлюються аксіологічний, мотиваційний, когнітивний, інформаційний, інтелектуальний, загальнокультурний, комунікативний, світоглядний компоненти навчання математики. Всі названі компоненти входять до складу математичної та ключових компетентностей, які безпосередньо чи опосередковано формуються при вивченні шкільного курсу математики основної школи.

4. Методична модель формування математичної компетентності учнів основної школи ґрунтується на позитивній мотивації до математичної діяльності; інтеріоризації змістовної сторони математичної діяльності; поетапному введенні на уроках математики, а також на уроках споріднених навчальних предметів знань про математичні моделі реальних об'єктів (процесів і явищ), їх види і класифікації, передбачає цілеспрямований розвиток умінь математичного моделювання.

5. Математична компетентність виступає сферою відношень, що існують між знаннями та практичною (навчальною) діяльністю учнів: без знань не може бути сформована компетентність, проте, не кожне знання і не в кожній ситуації проявляє себе як компетентність. Тому перехід до нової моделі шкільної математичної освіти, де ключовими орієнтирами є компетентність, досвід, суб'єктність, передбачає паралельне співіснування двох підходів до навчання – знаннєвого та компетентнісного.

6. Компетентнісного змісту (якісного і продуктивного характеру) навчальна діяльність школярів набуває під час самостійного перенесення учнями засвоєних математичних знань, умінь і способів діяльності в область їх практичних застосувань, міжпредметних зв'язків, міжособистісних стосунків тощо.

7. Забезпечення готовності вчителів до реалізації завдань компетентісно спрямованого навчання математики в основній школі є

обов'язковою умовою його впровадження в практику роботи загальноосвітніх навчальних закладів.

Підходи до реалізації Концепції.

В основу реалізації головних ідей Концепції покладено наступні підходи:

- акцентуація уваги на результатах навчання, причому як результат розглядається не сума засвоєної інформації, а здатність учня діяти у різних проблемних ситуаціях;
- визначення результативно-цільової спрямованості навчального процесу, управління яким передбачає поетапні дії вчителя та учнів з метою досягнення результату кожного року з кожної компетентності зокрема;
- розроблення та впровадження інтерактивних технологій у процес навчання математики;
- нова акцентуація в діяльності вчителя, що пов'язана з перерозподілом пріоритетів його функцій - від інформаційної до організаторської, консультативної, управлінської.
- зміна акцентів в учнівській діяльності - вона має бути активною, передбачати самостійну й самоосвітню роботу.
- модернізація нормативно-методичного забезпечення.

Мета і завдання реалізації компетентнісного підходу у навчанні математики в основній школі

Основною метою реалізації компетентнісного підходу у навчанні математики в основній школі є формування в учнів математичної компетентності на рівні, достатньому для забезпечення життєдіяльності в сучасному світі, успішного оволодіння знаннями з інших освітніх галузей у процесі шкільного навчання, забезпечення інтелектуального розвитку учнів, розвитку їх уваги, пам'яті, логіки, культури мислення та інтуїції.

Завданнями реалізації компетентнісного підходу у навчанні математики в основній школі є:

- розкриття ролі та можливостей математики у пізнанні та описанні реальних процесів і явищ дійсності, забезпечення усвідомлення математики як універсальної мови природничих наук та органічної складової загальної людської культури;
- розвиток логічного, критичного і творчого мислення учнів, здатності чітко та аргументовано формулювати і висловлювати свої судження;

-забезпечення оволодіння учнями математичною мовою, розуміння ними математичної символіки, математичних формул і моделей як таких, що дають змогу описувати загальні властивості об'єктів, процесів та явищ;

-формування здатності логічно обґрунтовувати та доводити математичні твердження, застосовувати математичні методи у процесі розв'язування навчальних і практичних задач, використовувати математичні знання і вміння під час вивчення інших навчальних предметів;

-розвиток умінь працювати з підручником, опрацьовувати математичні тексти, шукати і використовувати додаткову навчальну інформацію, критично оцінювати здобуту інформацію та її джерела, виокремлювати головне, аналізувати, робити висновки, використовувати отриману інформацію в особистому житті;

-формування здатності оцінювати правильність і раціональність розв'язання математичних задач, обґрунтовувати твердження, розпізнавати логічно некоректні міркування, приймати рішення в умовах неповної, надлишкової, точної та ймовірнісної інформації.

Принципи реалізації компетентнісного підходу у навчанні математики в основній школі

-Сенс реалізації компетентнісного підходу у навчанні математики в основній школі полягає у розвитку в учнів здатності самостійно вирішувати проблеми в різних сферах і видах діяльності на основі використання математичних знань і власного досвіду учнів.

-Зміст навчання математики являє собою дидактично адаптований досвід вирішення використання математичних понять і методів для розв'язання різноманітних проблем, включаючи навчальні, пізнавальні, світоглядні прикладні, практичні.

-Сенс організації процесу навчання полягає у створенні умов для формування в учнів досвіду самостійного розв'язування не лише математичних, а й пізнавальних, комунікативних, організаційних та інших проблем.

-Оцінка навчальних досягнень учнів ґрунтується на аналізі динаміки рівнів освіченості, досягнутих ними на кожному з етапів навчання.

Організація процесу навчання математики в основній школі на засадах компетентнісного підходу

Ключовим поняттям в організації процесу навчання є поняття «методична система» в його класичній інтерпретації як сукупності наступних взаємозалежних компонентів: цілепокладання, зміст, методи, засоби, організаційні форми навчання, його очікувані результати та їхнє оцінювання.

Цілепокладання в організації процесу навчання математики в основній школі на засадах компетентнісного підходу

Цілепокладання – це процес визначення мети діяльності на основі врахування особливостей її виконавців, і у ході якого передбачається досягнення певних результатів. Результатом цілепокладання є мета як планований підсумок подальшої діяльності суб'єкта.

Цілепокладання слід розглядати не лише як процес привласнення (інтеріоризації) зовні заданих вчителем цілей, а й як процес самостійного визначення власних (внутрішніх) цілей, вважаючи його первинним по відношенню до інтеріоризації цілей зовнішніх.

У системі компетентнісного навчання цілепокладання має пронизувати весь навчальний процес і виконувати функцію мотивації діяльності учнів, оскільки саме мотивація дає змогу поступово перевести учнів зі стану об'єкта в положення суб'єкта навчання, створити умови для прояву і розвитку їх природних здібностей.

Організація цілепокладання обов'язково має включати діяльність учня, діяльність учителя та їхню спільну діяльність, оскільки неможливо реалізувати нові освітні цілі, якщо учень пасивно засвоює навчальний матеріал.

При компетентнісному навчанні центр ваги у цілепокладанні зміщується з того, чого хоче досягти вчитель, на те, що потрібно учневі. Вчитель має пам'ятати, що він готує (навіть із дуже обдарованих учнів), не математиків-професіоналів, а насамперед, всебічно розвинену особистість.

Цілепокладання має бути також спрямоване на розвиток у школярів позитивної самооцінки, толерантності й емпатії, розуміння інших людей, розвиток умінь комунікативної взаємодії, співробітництва (а не конкуренції), забезпечення можливості для учнів і їхніх учителів визнавати й цінувати вміння інших.

Формування компетентнісно орієнтованого змісту навчання математики в основній школі.

Сучасне суспільство змінює погляд на зміст математичної освіти. Основна увага спрямована на розвиток здатності учнів застосовувати отримані в школі знання і вміння в життєвих ситуаціях.

З точки зору компетентнісно зорієнтованого підходу до організації навчального процесу, зміст навчання математики має бути спрямований на досягнення таких основних цілей:

- інтелектуальний розвиток учнів, формування видів мислення, характерних для математичної діяльності і необхідних людині для повноцінного життя у суспільстві;
- оволодіння прийомами математичної діяльності, які необхідні у вивченні суміжних предметів для продовження навчання та у практичній діяльності;
- формування уявлень про математику як форму опису і метод пізнання діяльності;
- виховання учнів у процесі навчання математики;
- формування позитивного ставлення та інтересу до математики.

Дидактико-методичні принципи відбору змісту навчання математики в основній школі і його реалізації в навчальних курсах та підручниках алгебри і геометрії.

Принцип соціальної ефективності, який передбачає реалізацію двох основних функцій математичної освіти: власне математична освіта і освіта за допомогою математики.

Принципи пріоритету розвивальної функції навчання та діяльнісного підходу до навчання. У навчальному змісті перенесено акценти із збільшення обсягу інформації, призначеної для засвоєння учнями, на вироблення вмінь її використовувати для досягнення певних цілей. Цей підхід передбачає не лише засвоєння готових знань, а й способів такого засвоєння, способів міркувань, які застосовуються в математиці

Принцип наступності змісту. Курс математики основної школи логічно продовжує реалізацію завдань математичної освіти учнів, розпочату в початкових класах, розширюючи і поглиблюючи ці завдання відповідно до вікових і пізнавальних можливостей школярів.

Принцип відповідності. Компетентнісна орієнтація змісту передбачає врахування при його відборі структури і рівнів навчальної математичної діяльності учнів. Навчальні тексти підручників мають

відповідати двом етапам пізнання: від одиничного через особливе до загального і від нього, через логічне обґрунтування, до практики. Співвідношення між окремим і загальним, індуктивним і дедуктивним, емпіричним і теоретичним має бути різним залежно від рівня навчання і особливостей навчальної діяльності учнів.

Принципи науковості і прикладної реалізованості. Розвиток комп'ютеризації, інформаційних мереж, автоматизованих інформаційних систем висуває специфічні вимоги до стилю мислення людини, а отже, і до змісту шкільної математики. Одна з них пов'язана з необхідністю включення до шкільного курсу елементів дискретної математики (комбінаторика, елементи математичної логіки в їх прикладному аспекті, системи числення, елементи теорії графів тощо). Друга – передбачає ознайомлення учнів з поняттям математичної моделі та методом математичного моделювання, вироблення уявлень про роль цього методу в пізнанні і перетворенні дійсності, формування вмінь будувати простіші математичні моделі.

Принцип діяльнісного підходу до навчання. Необхідною умовою формування компетентностей є діяльнісна спрямованість навчання, яка передбачає постійне включення учнів до різних видів педагогічно доцільної активної навчально-пізнавальної діяльності, а також практична його спрямованість.

Принцип диференційованої реалізованості. Зміст навчання математики розрахований на здійснення двох видів диференціації: 1) за рівнями програмних вимог до математичної підготовки учнів; 2) за змістом курсів математики (загальноосвітній, поглиблений, за вибором, факультативний).

Модульний принцип відбору змісту. Програма містить набір тем (модулів), з яких учитель будує курс. Серед них є обов'язкові для вивчення і теми додаткової частини програми, з яких педагог на свій розсуд може відібрати (або не відібрати) матеріал для розгляду, враховуючи рівень математичної підготовки учнів класу, їхні інтереси, специфіку майбутньої професії, профіль навчання тощо. Відповідно до цього курс математики включає дві частини – інваріантну (дві третини курсу) і варіативну (одну третину курсу). Варіативна частина містить логічно завершені порції матеріалу, які доповнюють інваріантну частину. Цей принцип перспективний, оскільки він дає змогу враховувати різні освітні умови у різних областях країни, інтереси, здібності учнів і обмежитися оптимальною кількістю навчальних і

методичних посібників.

Принцип фузіонізму. Йдеться не про механічне об'єднання алгебраїчного і геометричного матеріалу, а про якісне. Інтеграція змісту досягається введенням узагальнюючих понять сучасної математики. Це насамперед елементи теорії множин і математичної логіки, координатно-векторні поняття, бінарні відношення, що дають змогу з єдиних наукових позицій трактувати основні алгебраїчні і геометричні поняття.

У змісті математики мають бути посилені зв'язки між алгеброю і геометрією, планіметрією і стереометрією. Йдеться про взаємопроникнення геометричних методів і образів у алгебру і навпаки; про геометричну інтерпретацію алгебраїчних залежностей і аналітичне тлумачення геометричних фактів.

Принцип концентризму. Математична підготовка школярів досягається концентричним розвитком таких груп знань: 1) числа і дії над ними, величини, метрична система мір; 2) вирази, рівняння, нерівності, елементи логіки; 3) функції, дослідження функцій; 4) геометричні фігури та їх властивості, геометричні величини, перетворення фігур; 5) координати і вектори; 6) комбінаторика; 7) елементи статистики і теорії ймовірностей; 8) математика і зовнішній світ (моделювання, аналіз даних, специфіка математики як науки, математика в системі наук, історія виникнення і розвитку математичних теорій).

Дидактичні умови організації процесу навчання математики в основній школі на засадах компетентнісного підходу

Сутнісні умови організації процесу навчання математики, побудованого на засадах компетентнісного підходу, яка пов'язана із змістовим компонентом навчання: опора на суб'єктивний досвід учнів при відборі завдань;

- використання відкритих (з невизначеним заздалегідь результатом) і закритих (із заздалегідь запланованим відповіддю) навчальних завдань;

- використання практико-орієнтованих ситуацій - як для постановки проблеми (введення в завдання), так і для її безпосереднього вирішення;

- використання завдань надлишковою (недостатньою) інформацією для вироблення в учнів навичок роботи в умовах невизначеності.

Сутнісні умови організації процесу навчання математики, побудованого на засадах компетентнісного підходу, пов'язаних з процесуальним компонентом навчання математики:

- переважання самотійної пізнавальної діяльності учнів;
- використання індивідуальної, групової та колективної пізнавальної діяльності в різних поєднаннях;
- можливість створення учнями власного індивідуального освітнього продукту. (Це може бути свій спосіб розв'язання задачі, бачення власного підходу до вирішення проблеми тощо. Він не обов'язково буде оптимальним. Учень повинен мати право на помилку !);
 - цілеспрямований розвиток пізнавальної, соціальної, психологічної рефлексії учнів:
 - пізнавальної: як я працював, які методи використовував, які з них привели до результату, які були помилковими і чому, як я тепер би вирішив проблему та інше;
 - соціальної: як ми працювали в групі, як були розподілені ролі, як ми з ними впоралися, які ми припустили помилки в організації робіт та інше;
 - психологічної: як я себе почував, сподобалося мені робота (в групі, із завданням) чи ні, чому, як (з ким) б я хотів працювати і чому та інше;
- використання технологій, що дозволяють організувати суб'єктивну оцінку діяльності учнів, наприклад, своїми однокласниками;
- організація презентацій та захисту своїх пізнавальних результатів (проектів).

Методи і технології навчання, що використовуються в компетентнісному підході, повинні дозволяти учням набути досвіду доцільного застосування знань. В результаті підвищується ймовірність прояву і розвитку в школярів особистісних рис, необхідних для ефективної діяльності в рамках тієї чи іншої компетентності.

Переважаючими мають стати методи, які забезпечують саморозвиток, самоактуалізацію учня, дозволяють йому самому шукати й усвідомлювати придатні саме для нього способи вирішення проблем (у тому числі життєвих).

При компетентнісному підході на одне з перших місць виходять особистісні якості, що дозволяють людині бути успішними в суспільстві.

З цієї точки зору перевагами застосування в процесі навчання активних (метод проектів, ситуаційний аналіз, технології портфоліо тощо), а також групових і колективних методів навчання є:

- розвиток позитивної самооцінки, толерантності та емпатії, розуміння інших людей і їх потреб;
- пріоритетна увага до розвитку умінь співпраці, а не конкуренції;
- забезпечення можливості для учнів, членів групи та їх вчителів, визнавати і цінувати вміння інших, тим самим, отримуючи підтвердження почуття власної гідності;
- розвиток умінь слухання та комунікації;
- заохочення новаторства і творчості.

Важливою передумовою ефективного навчання учнів основної школи *математичної мови* є системне та цілеспрямоване використання вчителем методичних прийомів, що використовуються в процесі навчання іноземних мов: трансформація математичної моделі з використанням різних видів математичної мови (словесна, знакова, графічна) в технології перекладу.

Оцінювання результатів навчання в умовах реалізації компетентнісного підходу.

Оцінювання результатів навчання учнів – це процес опрацювання (систематизації, аналізу, узагальнення тощо) кількісних і якісних показників, отриманих за певними правилами, для визначання рівня сформованості компетентностей учня з подальшою конвертацією одержаного при вимірюванні первинного результату у певну нормовану шкалу балів (оцінку).

Об'єктами оцінювання при компетентнісному підході виступають:

- знання, уміння, навички, способи діяльності у межах змісту конкретного навчального предмета (предметний результат);
- здатність учнів застосовувати знання, уміння, навички, способи діяльності, до розв'язання проблем, які належать до певного кола (або усіх) навчальних предметів, а також реальних (життєвих) ситуацій (загальнонавчальний результат);
- емоційна оцінка учнями об'єктів навчальної діяльності, сукупність ціннісних орієнтацій, мотивація, інтерес, готовність до навчання тощо (особистісний результат).

Вимоги до предметних і загальнонавчальних результатів, визначені Державним стандартом і передбачають, що оцінюванню мають

підлягати відповідно: знання; уміння їх застосовувати в навчальній ситуації для одержання нових знань; використання знань у ненавчальних ситуаціях для прийняття обґрунтованих рішень щодо розв'язання проблем різного роду.

В умовах запровадження компетентнісного підходу, оцінювання виконує не лише *контролюючу функцію*, а й:

- *інформаційну*, оскільки постачає відомості про успішність оволодіння учнями необхідними знаннями й уміннями, забезпечує можливість здійснювати зворотний зв'язок і використовувати цей зв'язок як форму заохочення (але не покарання);

- *діагностичну*, вказуючи на причини недоліків у підготовці кожного школяра, а також відзначаючи навіть незначні успіхи учнів, дозволяючи їм просуватися у навчанні у власному темпі;

- *мотиваційну*, покликану зорієнтувати кожного учня на успіх, що стає одним з потужних стимулів активної участі в процесі навчання;

- *виховну*, перетворюючись в інструмент самооцінки й самопізнання;

- *регулятивну*, спрямовану на забезпечення розвитку в учнів потреби визначати, чи досягнутий результат діяльності;

- *комунікативну*, за рахунок навчання аргументовано відстоювати свою точку зору, логічно обґрунтовувати свої висновки, об'єктивно і толерантно ставитись до рішень, запропонованих іншими.

Оцінювання при компетентнісному підході має перетворитися із процедури співвіднесення (порівняння) дитини з деяким ззовні встановленим нормативом (шаблоном) і прилаштування всіх під один заданий стандарт, у засіб стимулювання учня до досягнення суб'єктивно значущих освітніх результатів. Це вимагає включення до змісту навчання математики формування в учнів навичок рефлексії, самоаналізу, самоконтролю, самооцінки.

Самооцінювання забезпечує внутрішній зворотній зв'язок — одержання учнями даних про свої навчальні досягнення та труднощі, які виникли при виконанні навчальних завдань. Потреба у систематичному самооцінюванні стимулює процес навчання, формує критичність думки та вміння бачити прогрес (або регрес) і перспективи власної (у тому числі навчальної) діяльності.

Для підвищення ефективності системи оцінювання навчальних досягнень учнів щодо об'єктивності оцінки їх діяльності, стимулювання розвитку школярів, забезпечення індивідуалізації процесу навчання оцінювання має здійснюватись не тільки з метою визначити (зафіксувати) рівень знань, вмінь та навичок учня на певний момент часу, а й відстежити його просування у знаннєвому просторі (принцип динамічності). Це передбачає створення системи моніторингу навчальних досягнень учнів на основі регулярного проведення оцінних процедур, починаючи зі стартової діагностики й продовжуючись у подальшому визначенні індивідуального прогресу учнів.

Формування ключових і математичної компетентності (у процесі навчання математики) відбувається поступово. Тому рівень компетентності учня на різних етапах навчання буде різним. Це свідчить про рівневий характер реалізації компетентнісного підходу в навчанні математики.

Пропонується наступна послідовність рівнів у формуванні математичної компетентності учнів.

Кожен з рівнів математичної компетентності передбачає декілька етапів її формування. Ці етапи мають:

- бути пов'язаними з послідовністю формування досвіду учнівської діяльності відносно предметів і процесів сучасності;
- віддзеркалювати хід навчального процесу: мотивацію навчання (усвідомлення учнем цілей і завдань), актуалізацію мінімально необхідного досвіду діяльності, вивчення нового матеріалу з відпрацюванням теоретичного і практичного навчально-інформаційних блоків, самоаналіз отриманих результатів та співвіднесення отриманих результатів з передбачуваними.

Формування в учнів ключових і математичної компетентності може бути спеціальним (безпосереднім) або контекстним (опосередкованим) і здійснюватись упродовж будь-якого часу — однієї навчальної теми або протягом всього терміну навчання в школі.

Рівні сформованості математичної компетентності:

- перший (рівень відтворення) - пряме застосування в знайомій ситуації стандартних прийомів, відомих алгоритмів і технічних навичок, робота зі стандартними, знайомими виразами і формулами, безпосереднє застосування властивостей математичних об'єктів, що вивчаються.

- другий (рівень встановлення зв'язків) ґрунтується на репродуктивній діяльності щодо вирішення завдань, які, хоча і не є типовими, але все ж знайомі учням або дещо виходять за рамки відомого.

- третій (рівень міркувань) трактується як розвиток попереднього рівня. Для вирішення завдань цього рівня потрібні певна інтуїція, роздуми і творчість у виборі математичного інструментарію, самостійна розробка алгоритму дій.

***Очікувані результати та критерії результативності Концепції.
Модель математичної підготовки випускника основної школи.***

Компетентний випускник – це життєво компетентна молода людина, яка володіє життєвими компетенціями, потрібними для успішного самостійного вирішення життєвих завдань, з якими вона зустрічатиметься (або вже зустрічається) в різних сферах власної життєдіяльності (виробництво, політика, життя громади, освіта, сімейне життя, мистецтво та дозвілля, релігія тощо). Компетентний випускник спроможний зберегти, розкрити, розвинути та конструктивно реалізувати свій життєвий і життєтворчий потенціал в умовах складних вимог і ризиків, які висуває до перед ним сьогодення. Така характеристика має сформуватися в процесі навчання і містити знання, вміння, ставлення, досвід діяльності й поведінкові моделі особистості.

Критерії набуття математичної компетентності:

- уміти будувати і досліджувати найпростіші математичні моделі реальних об'єктів, процесів і явищ.
- володіти необхідною оперативною інформацією для розуміння постановки математичної задачі.
- володіти технікою ручних та інструментальних обчислень.
- уміти проектувати і здійснювати алгоритмічну та евристичну діяльність на математичному матеріалі.
- уміти працювати з формулами.
- уміти будувати і читати графіки функціональних залежностей, досліджувати їхні властивості.
- уміти класифікувати і конструювати геометричні фігури на площині і у просторі.
- уміти оцінювати шанси настання тих чи інших подій, міру ризику під час того чи іншого рішення, обирати оптимальний варіант.

Критерії та показники результативності процесу навчання математики в основній школі на засадах компетентнісного підходу

Компетентнісний підхід у навчанні передбачає формування вмотивованої компетентної особистості, здатної:

- швидко орієнтуватися в інформаційному просторі, що динамічно розвивається й постійно оновлюється;
- одержувати, використовувати, створювати різноманітну інформацію;
- виявляти самостійність у постановці завдань та їх вирішенні;
- приймати обґрунтовані рішення, вирішувати проблеми на основі отриманих знань, умінь і навичок, брати на себе відповідальність за отриманий результат;
- активно й зацікавлено пізнавати світ, усвідомлювати цінність знань, науки, творчості;
- усвідомлювати важливість освіти й самоосвіти для життя та діяльності;
- навчатися протягом усього життя, застосовувати отримані знання на практиці.

Пропоновані критерії результативності процесу навчання математики в основній школі на засадах компетентнісного підходу дають змогу відповісти на питання про те, чи є конкретна методика навчання математики системою (методичною системою) чи ні.

1. Впорядкованість навчальної діяльності учнів:

- 1) відповідність способів діяльності учнів змісту, обсягу та характеру поставлених завдань умовам, у яких ця діяльність відбувається;
- 2) розумне розведення в часі і просторі цілеспрямованих навчально-виховних впливів;
- 3) скоординованість всіх навчально-виховних заходів, їх педагогічна доцільність, необхідність і достатність;
- 4) узгодженість планів і дій всіх вчителів, які працюють в даному учнівському колективі;
- 5) зв'язок навчальної та позанавчальної діяльності школярів і вчителів;
- 6) чіткий ритм і розумна організація навчальної діяльності;
- 7) відповідність результатів навчальної діяльності школярів цілям і завданням навчання математики.

2. Наявність сформованого єдиного класного і шкільного колективу:

1) педагогічна частина колективу представляє союз однодумців, здатних до реального самоаналізу та постійному творчості.

2) в учнівському середовищі високо розвинене колективна самосвідомість, «почуття школи».

3) шкільний колектив живе за виробленим їм самим законам, правилам, звичкам, традиціям.

3. Інтегрованість навчально-виховних впливів:

1) концентрація педагогічних зусиль на виробленні та здійсненні єдиного підходу до здійснення навчально-виховного процесу;

2) безперервність виховного впливу на учнів усіма вчителями, що працюють в даному класі;

3) чергування періодів відносного «творчого» спокою (повсякденному відпрацюванням техніки виконання математичних дій) з періодами підвищеного колективного «творчого» напруження (застосування отриманих знань для вирішення прикладних і практичних завдань (у тому числі міжпредметних), розроблення проектів тощо, які завершуються яскравими святковими подіями.

Розділ II

Методична система компетентнісно орієнтованого навчання математики в основній школі.

2.1. Цілепокладання та оцінювання результатів навчання математики в основній школі.

2.1.1. Цілепокладання у контексті впровадження компетентнісно орієнтованого підходу.

У дидактиці цілепокладання розглядається як процес визначення мети діяльності на основі врахування особливостей її виконавців, і у ході якого передбачається досягнення певних результатів. Результатом цілепокладання є мета як планований підсумок подальшої діяльності суб'єкта. Таким чином, цілепокладання є основою для організації будь-якої діяльності.

Для того, щоб процес цілепокладання виявився результативним, суб'єкт повинен усвідомити, що саме мета є причиною його діяльності, що мета діяльності впливає на її (діяльності) результат більше, ніж сама діяльність, а отже, результат діяльності залежить від якості визначення мети.

У методичній системі компетентнісного навчання цілепокладання має пронизувати весь навчальний процес і виконувати функцію мотивації діяльності учнів. Саме мотивація дає змогу поступово перевести учнів зі стану об'єкта в положення суб'єкта навчання, створити умови для прояву і розвитку їх природних здібностей. Для цього необхідно: 1) створити умови для виникнення в учнів внутрішньої потреби включення в навчально-пізнавальну діяльність на уроці (хочу); 2) визначити зміст навчально-пізнавальної діяльності учнів на уроці (зможу); 3) актуалізувати вимоги до учнів відповідно до умов навчально-пізнавальної діяльності (треба).

Організація цілепокладання обов'язково має включати діяльність учня, діяльність учителя та їхню спільну діяльність, оскільки неможливо реалізувати нові освітні цілі, якщо учень пасивно засвоює навчальний матеріал. Необхідно спрямовувати його навчально-пізнавальну діяльність до самостійного пошуку, в процесі якого здобувається досвід цілепокладання, самоорганізації, новаторства й творчості. Мета може конкретизуватися як опанування учнями знаннями, розвиток їх інтелектуальних та творчих здібностей, формування в них умінь опрацьовувати інформацію тощо. Крім того, оскільки при

компетентнісному підході на одне з перших місць виходять особистісні якості, що дозволяють людині бути успішними в суспільстві, то цілепокладання має бути також спрямоване на розвиток у школярів позитивної самооцінки, толерантності й емпатії, розуміння інших людей, розвиток умінь комунікативної взаємодії, співробітництва (а не конкуренції), забезпечення можливості для учнів і їхніх учителів визнавати й цінувати вміння інших.

Таким чином, цілепокладання логічно виступає як спосіб формування життєвої компетентності учнів. Саму ж компетенцію визначення мети слід, на нашу думку, розглядати як ключову, і цілеспрямовано поетапно формувати в школярів компетентність цілепокладання, починаючи з підліткового віку. При цьому важливо розглядати цілепокладання не лише як процес привласнення (інтеріоризації) зовні заданих вчителем цілей, а й як процес самостійного визначення власних (внутрішніх) цілей, вважаючи його первинним по відношенню до інтеріоризації цілей зовнішніх.

Мета діяльності - це її передбачувані результати. Мета може бути загальна або конкретна, далека або ближня, зовнішня чи внутрішня, усвідомлювана чи ні. Поставити мету - означає передбачити, спрогнозувати передбачуваний результат. Добре зрозуміла і позначена мета «наводить» на відповідний результат того, хто її сформулював.

Залежно від освітніх парадигм і дидактичних систем у числі освітніх цілей можуть бути цілі засвоєння знань, умінь і навичок, розвитку здібностей, формування компетентностей, творчої самореалізації, самовизначення, профорієнтації та ін. Мають місце так звані формальні цілі: скласти іспит, вступити до вузу тощо.

Цілепокладання в навчанні - це встановлення учнями та вчителем цілей і завдань навчання на певних його етапах. Воно необхідне для проектування освітніх дій учнів і пов'язано із зовнішнім соціальним замовленням, освітніми стандартами, зі специфікою внутрішніх умов навчання, рівнем розвитку школярів, мотивами їх вчення, особливостями досліджуваної теми, наявними засобами навчання, педагогічними поглядами вчителя та ін.

Діяльність суб'єкта, який ніколи самостійно не ставить собі цілі, може бути тільки керованою ззовні. При необхідності самостійних дій діяльність такого суб'єкта стає хаотичною, випадковою, наслідки її можуть бути різними - від втрати ресурсів, наприклад, часу, до прямої

катастрофи. Таким чином, процес визначення мети є основою для організації будь-якої діяльності.

Мета є мотивом діяльності і від якості цілепокладання залежить результат цієї діяльності. Навіть якщо деякого суб'єкту сказати: «Ти повинен поставити перед собою мету», це не означає, що він зробить саме так.. Насамперед, суб'єкт повинен усвідомлювати, що саме мета є причиною його діяльності і що від якості цілепокладання залежить результат цієї діяльності.

Стрижневою властивістю вірно поставленої мети є її діагностичність (тобто існування можливості перевірити її досягнення або недосягнення). Якщо мета діагностична, то перевірити її досягнення можна (для цього буває достатньо підготувати серію відповідних завдань). Не можна, наприклад, поставити мету «сформувати гармонійно розвинену людину», оскільки досягнення такої мети неможливо перевірити. Можна поставити мету «навчити учнів розв'язувати певні класи задач», адже цю мету перевірити цілком реально, треба тільки підготувати відповідну контрольну роботу.

З іншого боку, не завжди, в силу тих чи інших причин, можна гарантувати стовідсоткову досяжність всіма учнями поставленої діагностично мети (мета є недосяжною). На практиці в таких випадках часто відбувається підміна цілей - недосяжна мета підміняється схожою, але досяжною тим чи іншим способом. Наприклад, мету стовідсоткової математичної грамотності усіма учнями, що не є досяжною, підмінюють метою отримання за контрольну роботу всіма учнями оцінок не нижче, за 6. А ця мета, при удаваній еквівалентності попередньої, досягається дуже простим способом «шість пишемо, два в умі».

Ще одна властивість цілей - операціональність, тобто наявність засобів досягнення. Операціональність є більш вузьким поняттям, ніж досяжність - не для всякої досяжної мети заздалегідь відомий спосіб досягнення, але всяка операціональна мета безумовно досяжна. При цьому цілепокладання важливо розглядати не лише як процес привласнення (інтеріоризації) зовні заданих цілей, а як процес задання власних цілей, вважаючи його первинним по відношенню до зовнішніх цілей.

2.1.2. Результати навчання, об'єкти оцінювання, процедури оцінювання, моніторинг, самоаналіз, самооцінювання.

Проблема удосконалення методів вимірювання та оцінювання результатів навчання є однією з найбільш актуальних у педагогічній теорії і практиці оскільки її розв'язання дозволяє визначати ефективність та шляхи вдосконалення змісту, методів і організаційних форм навчання. Об'єктивні, достовірні, теоретично обґрунтовані вимірювання та оцінки його результатів можуть дати вчителю інформацію про хід навчального процесу, навчальні досягнення кожного учня, виявити впливи тих чи інших факторів на ефективність і результати навчальної діяльності учнів, допомогти встановити міру реалістичності (досяжності) навчальних цілей, адекватності застосовуваних навчальних методів і матеріалів, а також своєчасно скоригувати власні дії та дії учнів у процесі навчання.

Розуміння результату навчання залежить від тієї парадигми, у рамках якої розглядається освіта. Так, у рамках традиційної «знаннєвої» парадигми, метою освіти є передача учням певної суми знань і оволодіння нею вважається головним результатом навчального процесу. Новий Державний стандарт базової і повної середньої освіти ґрунтується на засадах компетентнісного підходу, найважливіша відмінна особливість якого полягає у спрямованості навчально-виховного процесу «на досягнення результатів, якими є ієрархічно підпорядковані ключова, загальнопредметна і предметна компетентності». Це вимагає переорієнтації традиційної системи оцінювання знань, умінь і навичок учнів на визначення рівнів сформованості набутих у процесі навчання компетентностей учнів, як інтегрованої здатності, «що складається із знань, умінь, досвіду, цінностей і ставлення, що можуть цілісно реалізовуватися на практиці».

Таким чином, при компетентнісному підході об'єктами оцінювання виступають, по-перше, знання, уміння, навички, способи діяльності у межах змісту конкретного предмета, необхідні для виконання учнями певних дій з метою розв'язання навчальних проблем, задач, ситуацій (предметний результат); по-друге, здатність учня застосовувати знання, уміння, навички, способи діяльності, до розв'язування проблем, які належать до усіх (або певного кола) навчальних предметів, а також реальних (життєвих) ситуацій (загальнонавчальний (міжпредметний) результат); по-третє, емоційна оцінка учнями об'єктів навчальної

діяльності, сукупність ціннісних орієнтацій, мотивація, інтерес, готовність до навчання тощо (особистісний результат).

Вимоги до предметних і загальнонавчальних результатів у Державному стандарті задаються в предметно-діяльнісній формі й сформульовані у термінах “знає і розуміє”, “уміє і застосовує”. Ці вимоги включають системи предметних і міжпредметних знань, предметних і загальнонавчальних умінь і способів діяльності, що підлягають обов’язковому засвоєнню учнями у результаті навчання й охоплюють зміст основних розділів навчальних предметів і провідні види діяльності, які формуються в процесі навчання. Отже, зазначені вимоги передбачають, що оцінюванню мають підлягати відповідно: знання; уміння їх застосовувати в навчальній ситуації для одержання нових знань; використання знань у ненавчальних ситуаціях, пов’язаних з реальним життям, для прийняття обґрунтованих рішень щодо розв’язування проблем різного роду.

Оцінювання результатів навчання учнів – це процес опрацювання (систематизації, аналізу, узагальнення тощо) кількісних і якісних показників, отриманих за певними правилами, для визначення рівня сформованості компетентностей учня з подальшою конвертацією одержаного при вимірюванні первинного результату у певну нормовану шкалу балів (оцінку). При цьому, оцінювання, в умовах запровадження компетентнісного підходу, виконує не лише контролюючу функцію, а й: інформаційну, оскільки постачає відомості про успішність оволодіння учнями необхідними знаннями й уміннями, забезпечує можливість здійснювати зворотний зв’язок і використовувати цей зв’язок як форму заохочення (але не покарання); діагностичну, вказуючи на причини недоліків у підготовці кожного школяра, а також відзначаючи навіть незначні успіхи учнів, дозволяючи їм просуватися у навчанні у власному темпі; мотиваційну, покликану зорієнтувати кожного учня на успіх, що стає одним з потужних стимулів активної участі в процесі навчання; виховну, перетворюючись в інструмент самооцінки й самопізнання; регулятивну, спрямовану на забезпечення розвитку в учнів потреби визначати, чи досягнутий результат діяльності; комунікативну, за рахунок навчання аргументовано відстоювати свою точку зору, логічно обґрунтовувати свої висновки, об’єктивно і толерантно ставитись до рішень, запропонованих іншими. Разом з тим, виконати своє призначення оцінювання зможе лише при умові його об’єктивності й

достовірності, які досягаються шляхом розроблення відповідних вимірників (інструментарію), критеріїв і оцінних процедур.

Об'єктивність оцінювання передбачає, перш за все, відповідність вимірників вимогам до результатів навчання, закладених у Державному стандарті й конкретизованих у навчальних програмах, тобто валідність змісту перевірочних завдань. По-друге, об'єктивність оцінювання забезпечується можливістю однозначності оцінки роботи учня будь-яким перевіряючим. По-третє, об'єктивність оцінювання вимагає надання учням рівних умов щодо виконання завдань (однаковий час, ідентичний інструктаж, повна самостійність і т.д.).

Виконання другої умови залежить від вибору форми й способу оцінювання. Найпростіше однозначно оцінити виконання завдань з вибором правильної відповіді із певної кількості запропонованих або завдань з альтернативними відповідями різного типу (так – ні, згодний – не згодний тощо). Складніше забезпечити виконання цієї вимоги при оцінюванні усної відповіді учня або завдань, які вимагають розгорнутої відповіді. У цьому випадку однозначність оцінки відповідей учнів можна забезпечити за допомогою використання спеціально розроблених критеріїв оцінки виконання подібних завдань (приклади таких критеріїв можна знайти у матеріалах зовнішнього незалежного оцінювання, міжнародних порівняльних досліджень якості загальної освіти TIMSS, Центру науково-освітніх інновацій та моніторингу та інших. У зв'язку з цим доцільно, на нашу думку, включити до навчальних програм з різних предметів (у тексті пояснювальної записки) зразки вимірників досягнення окремих вимог або планованих результатів навчання. При цьому бажано, щоб кожний вимірник (завдання) супроводжувався статистичними даними, про рівень досягнення вимоги (процентний показник правильного виконання завдання школярами), отриманими на репрезентативних вибірках учнів різних класів. За обов'язковий рівень досягнення окремої вимоги до результатів навчання слід прийняти рівень, що досягається більшістю учнів. У цьому випадку з'являється еталон (норматив), зорієнтований на реальні досягнення учнів. Проте, оскільки така робота вимагає значних трудових і матеріальних витрат, зазначений опис вимог може доповнювати навчальні програми поступово, у міру одержання зазначених статистичних даних.

Орієнтація на компетентнісний підхід визначає особливе значення самої процедури оцінювання. Справа в тому, що в умовах традиційного навчання визначальним елементом системи оцінювання навчальних

результатів виступає нормативно визначена оцінка (оцінний бал), за якою відбувається співвіднесення (порівняння) дитини з деяким ззовні встановленим нормативом (шаблоном) і прилаштування всіх під один заданий стандарт. Саме це визначає суперечність із завданням сучасної освіти забезпечити сприятливі умови для розвитку особистості. Тому оцінювання при компетентнісному підході має перетворитися з мети (демонстрація результатів, необхідних контролюючим органам) у засіб стимулювання учня до досягнення суб'єктивно значущих освітніх результатів. Це, у свою чергу, з необхідністю вимагає включення до змісту навчання формування в учнів навичок рефлексії, самоаналізу, самоконтролю, самооцінки, а також безпосереднього залучення школярів до процесу оцінювання. Тому для повноцінної організації процесу навчання важлива повна відкритість системи вимірників, критеріїв оцінювання навчальних досягнень та «правил» здійснення оцінних процедур. Важливо також, щоб критерії оцінювання, його форми та сам процес були простими та зрозумілими для учнів, доступними та зручними у використанні. Ознайомлення учнів з вимогами та критеріями оцінювання (при цьому важливо ознайомити школярів з вимогами різного рівня) як до початку вивчення теми (розділу) навчального курсу, так і в ході її вивчення дозволяє зробити учнів повноправними учасниками процесу навчання, зацікавленими у його результатах і особистих навчальних досягненнях.

Доповнення загальноприйнятого (традиційного) одноосібного оцінювання учнів вчителем такими формами оцінювання результатів навчальної діяльності як самооцінювання учнем власних навчальних досягнень та/або взаємооцінювання учня учнем надає школярам можливість ефективно і творчо планувати та організовувати власну діяльність, пропонувати альтернативні варіанти вирішення тієї чи іншої проблеми, що безумовно знадобиться для їх майбутнього дорослого життя.

Самооцінювання забезпечує внутрішній зворотній зв'язок — одержання учнями даних про свої навчальні досягнення та труднощі, які виникли при виконанні навчальних завдань. Потреба у систематичному самооцінюванні стимулює процес навчання, формує критичність думки та вміння бачити прогрес (або регрес) і перспективи власної (у тому числі навчальної) діяльності.

Навчити учнів самостійно оцінювати результати навчання можна використовуючи метод проектів та/або організацію їх парної (групової)

роботи. При цьому ефективними є оцінювання індивідуальної навчальної діяльності учня, оцінювання власного внеску кожного учня в роботу групи та оцінювання роботи групи в цілому. Така організація оцінювання сприятиме вихованню в учнів взаємної відповідальності, навчить ставити перед собою і розв'язувати не лише навчальні, а й організаційні й управлінські завдання.

Для підвищення ефективності системи оцінювання навчальних досягнень учнів щодо об'єктивності оцінки їх діяльності, стимулювання розвитку школярів, забезпечення індивідуалізації процесу навчання оцінювання має здійснюватись не тільки з метою визначити (зафіксувати) рівень знань, вмінь та навичок учня на певний момент часу, а й відстежити його просування у знаннєвому просторі (принцип динамічності). Це, у свою чергу, передбачає створення системи моніторингу навчальних досягнень учнів на основі регулярного проведення оцінних процедур, починаючи зі стартової діагностики й продовжуючись у подальшому визначенні індивідуального прогресу учнів.

Повертаючись до вище зазначених особистісних результатів навчання, які тісно пов'язані з навчальною підготовкою школярів і включають ціннісні орієнтації й відношення, мотивацію, інтерес і готовність до навчання, зазначимо, що саме в рамках здійснення моніторингу навчальних досягнень учнів доцільно організовувати їх (особистісних результатів) вивчення. Одночасно слід визнати, що на даний час не розроблено чітких вимог до особистісних результатів учнів. Це утруднює побудову методики об'єктивної оцінки їх особистісних якостей. Проте існує достатній досвід проведення різних соціологічних досліджень, що дозволяють оцінити стан тих або інших особистісних афективних результатів навчання, який можливо і доцільно використовувати в шкільній практиці.

Питання анкети можуть бути спрямовані на отримання інформації: про мотивацію (інтерес до навчального предмета; задоволення при його вивченні; думка учня про досягнення цілей, які він ставить, вивчаючи, наприклад, математику; відношення до своєї школи; почуття належності до шкільного співтовариства та інше); про впевненість у собі (впевненість у своїх здібностях до математики, можливість перебороти труднощі, що виникають при її вивченні тощо); про емоційні фактори (задоволення, тривожність при навчанні та інші); про «стратегію» вивчення (намагається учень, в основному, запам'ятовувати новий

матеріал чи намагається зв'язати його з тим, що він вивчав раніше, чи володіє вміннями самоконтролю в процесі вивчення й інші). Відповіді учнів на адекватні питання анкети дозволять вчителю опосередковано оцінити, наскільки вони впевнені у своїх можливостях при вивченні предмета та наскільки ця впевненість пов'язана з результатами їхньої власної діяльності; наскільки певний ступінь володіння тими або іншими особистісними якостями (або їх комбінаціями) обумовлює вибір ефективних стратегій учіння.

Слід зазначити, що на основі даних, отриманих у результаті оцінювання особистісних афективних результатів навчання не повинні прийматися рішення про атестацію учнів або вчителів. Дана інформація може використовуватися тільки для вдосконалювання процесу (методики) навчання.

Орієнтація процесу навчання при компетентнісному підході на вимоги до його результату докорінно змінює традиційний статус оцінювання в системі навчання: система оцінювання переростає межі моделі контролю рівня засвоєних учнями знань і стає принципово необхідним елементом моделі забезпечення якості освіти, що відповідає як зовнішнім потребам усіх учасників навчального процесу, так і внутрішнім закономірностям розвитку системи освіти. Оцінювання стає процесом, природно інтегрованим у практику навчання. При цьому, основні завдання нової системи оцінювання полягають у тому щоб: визначити, як учень опановує уміннями використання знань; розвинути в учня вміння самостійно оцінювати результат своєї діяльності, контролювати самого себе, знаходити і виправляти власні помилки; зорієнтувати учня на успіх, позбавити його страху перед шкільним контролем і оцінюванням, створити комфортне для навчання середовище, зберегти психологічне здоров'я дітей.

Оцінювання спрямовується на визначення індивідуальних досягнень кожного учня і не передбачає як порівняння результатів, продемонстрованих різними учнями, так і адміністративних висновків за результатами навчання. Критеріями оцінювання виступають очікувані результати, що відповідають навчальним цілям і результатам навчання, визначеним у Державному стандарті та навчальних програмах. Критерії та процедура оцінювання заздалегідь відомі учням. Ті результати, оцінка яких можлива в рамках атестаційних процедур (оцінювання у балах успішності), і ті, що оцінюються в рамках моніторингових досліджень (ціннісні орієнтації, емоційне ставлення, мотиваційні пріоритети,

особистісні якості учнів тощо) розмежовуються, а сама процедура оцінювання включає різні форми й способи, використання яких забезпечує відповідність вимірників і оцінних процедур. Крім того, система оцінювання вибудовується таким чином, що самі учні включаються в контрольну-оцінну діяльність, отримуючи навички й звичку до самооцінки.

Система оцінювання не задає зміст навчання й вимоги до освоєння навчальних програм, тобто не визначає, чому вчити і як учити. У той же час вона є невід'ємною складовою процесу навчання й покликана нести свою частку відповідальності за досягнення необхідної якості навчальних результатів учнів поряд з іншими компонентами системи освіти.

2.2. Компетентісно орієнтований підхід до відбору змісту навчання математики.

Математика – шкільний навчальний предмет у зміст якого входять елементи арифметики, алгебри, початків математичного аналізу, геометрії на площині і в просторі, теорії ймовірностей і математичної статистики, комбінаторики.

Значення математичної освіти обумовлюється тим, що:

- Якість математичної підготовки молодого покоління – індикатор готовності суспільства до соціально-економічного розвитку, мобільності особистості в освоєнні і впровадженні високих технологій.

- Математична освіта – важлива складова загальноосвітньої підготовки. Місце математики в системі шкільної освіти визначається її роллю в інтелектуальному, соціальному і моральному розвитку особистості, розумінні принципів будови і використання сучасної техніки, нових інформаційних технологій, сприйманні наукових і технічних ідей, формуванні наукової картини світу і сучасного світогляду.

- Математика – один з опорних предметів середньої школи, який забезпечує успішне вивчення інших дисциплін, насамперед предметів природничо-наукового циклу.

Найактуальнішою проблемою математичної освіти основної школи є відбір її змісту. Традиційний зміст навчання математики, що складався десятиліттями, забезпечує досить високий рівень математичної підготовки учнів. Проте зміни в галузі техніки, виробництва, освіти, комунікацій ставлять нові вимоги до математичної підготовки

професійних кадрів і спонукають до переосмислення традиційного змісту, з'ясування тенденцій дальшого його розвитку, звичайно, з дотриманням наступності. Не можна не враховувати й те, що дедалі зростає роль формально-логічного апарату математики, алгоритмів і евристик, математичного моделювання, статистико-ймовірнісних методів в економіці, явищах виробничо-технічного характеру, управлінні високоякісними і високоточними технологічними процесами. На зміст навчання математики впливає і широке впровадження у школах рівневої і профільної диференціації. Тому відповідність змісту навчання суспільно-економічним запитам держави стає сьогодні основою нової філософії шкільної математичної освіти.

2.2.1. Компетентнісна орієнтація змісту навчання математики в основній школі.

Проблема відбору змісту шкільної математики була і залишається найактуальнішою. Періодично проводилися реформи (модернізації, удосконалення) змісту, де ставилися різні завдання – посилити практичну і прикладну його спрямованість, удосконалити аксіоматику і, тим самим, покращити логічну організацію матеріалу, наблизити зміст курсу до сучасної математики, усунути перевантаження учнів шляхом вилучення із програми другорядних, неосновних понять і залежностей тощо. При цьому зміни у змісті і вимогах до підготовки учнів були адекватними традиційним цілям математичної освіти, усталеним уявленням про її роль у суспільстві і в житті окремої людини. Відмітимо, що реформи проводилися на належній теоретичній і експериментальній основі.

Соціальні перетворення, які відбулися за останнє десятиріччя, кардинально вплинули і на освітню ситуацію, особливо в парадигмі відношень між суспільством і особистістю. Відбулася зміна пріоритету в сторону особистості. Проблема відбору змісту математики набула особливого значення у зв'язку з висунутим принципово новим соціальним замовленням на цілі і завдання шкільної освіти. Лейтмотивом освіти стають: пріоритет соціально-мотиваційних факторів і загальнолюдських цінностей; методологічна переорієнтація освіти на особистість, на забезпечення активної пізнавальної позиції суб'єкта навчання; організація навчання на основі максимального врахування досвіду взаємодії учня з навколишнім світом, врахування не лише раціональної, а й особистісно-почуттєвої сфери його діяльності;

спрямованість освіти на найповнішу реалізацію здібностей, інтелектуального, духовного і творчого потенціалу молодшої людини, на вироблення стійких механізмів самонавчання, самовиховання та саморозвитку.

Центрованість навчального процесу на особистість учня вимагає нового підходу до його організації. Істотною ознакою такого підходу має бути *компетентнісна орієнтація змісту математики*, що передбачає: інтегративні засади добору змісту, посилення практично-діяльнісної і творчої складових у змісті освіти, дискретності і соціальної його ефективності; забезпечення науковості і прикладної реалізованості, пріоритету розвивальної функції навчання математики; запровадження різних рівнів змісту і вимог до його засвоєння, нових педагогічних технологій, зокрема інформаційних, диференціації навчання (за змістом, рівнями, темпом) з оптимальним поєднанням комплексних і окремих методичних цілей, макро- і мікроструктури навчального процесу.

Важливою науковою проблемою є **проблема відображення**, тобто проектування через призму психолого-дидактичних закономірностей тих факторів, які впливають на формування змісту математики і є методологічною основою його відбору для підручників.

Одним з таких факторів є *значення математичної освіти для життєдіяльності особистості* в сучасному суспільстві. Воно обумовлюється тим, що:

- Якість математичної підготовки молодого покоління – індикатор готовності суспільства до соціально-економічного розвитку, мобільності особистості в освоєнні і впровадженні нових технологій, розумінні принципів будови і правильного використання сучасної техніки, сприйманні наукових і технічних ідей. Тобто від якості математичної підготовки залежить науковий, технічний, технологічний, економічний і оборонний потенціал держави.

- Математична освіта – важлива складова загальноосвітньої підготовки. Місце математики в системі шкільної освіти визначається її роллю в інтелектуальному і соціальному розвитку особистості. Правильні уявлення про природу математики, сутність і походження математичних абстракцій, співвідношення реального і ідеального, про особливості відображення математикою явищ і процесів реального світу, розуміння проблем існування, безмежності і істинності в математиці сприяють формуванню наукової картини світу і сучасного світогляду.

•Математика – один з опорних шкільних предметів, який забезпечує успішне вивчення інших дисциплін, насамперед предметів природничонаукового циклу. Це пояснюється розширенням предмета сучасної математики – вона виступає не лише як галузь знань, але і як потужний метод наукового пізнання в інших науках. При цьому відбулася якісна зміна цього методу – не від реальних експериментальних даних до їх математичного вираження, а від математичних форм до їх реальних еквівалентів. Якщо раніше застосування математичного методу в інших науках зводилося головним чином до статистичної обробки емпіричних даних, то нині мова йде про математичний аналіз структури основних об'єктів вивчення і про створення та дослідження відповідних математичних моделей.

Таким чином, визначаючи обсяг і рівень математичної підготовки учнів основної школи доцільно враховувати насамперед її роль в розвитку особистості і повноцінній діяльності в основних сферах суспільного життя.

Врахування соціальних потреб суспільства і цілей, які воно ставить перед навчанням математики – фактор, який суттєво впливає на відбір компетентнісно орієнтованого змісту. Проблема цілей освіти виступає одним із засобів конструювання навчального матеріалу і визначення принципів його відбору. Основне тут – правильно врахувати економічні, соціально-культурні і духовні тенденції розвитку суспільства, оскільки вони впливають на спрямованість змісту, на співвідношення гуманітарного і природничо-математичного циклу дисциплін у навчальному плані школи. Це співвідношення не механічно переноситься з освітніх систем інших країн, а має враховувати стан науково-технічного потенціалу нашої держави.

Фактор, який потребує системного підходу при його аналізі, пов'язаний з відображенням компонентів математичної науки в шкільних підручниках і психолого-дидактичним обґрунтуванням цього відображення. У зв'язку з цим потрібні ґрунтовні дослідження таких питань: відображення математики як діяльності в змісті шкільної освіти (через методологічні знання, методи та способи діяльності, що відповідають логіці пізнання в математиці); врахування тенденцій розвитку математики (генералізації знань, посилення функції теорії в науці, інтеграції і диференціації науки).

Урахування основних видів діяльності людини, структури і особливостей цієї діяльності – важливий фактор формування змісту

шкільної математики. Необхідний аналіз основних сфер суспільного життя (матеріального виробництва, духовного і культурного простору, управління, соціально-політичного і сімейно-побутового життя), в основі яких лежать відповідні види діяльності. Вони педагогічно переосмислюються з урахуванням психологічних і навчальних можливостей учнів, групуються і відображаються в змісті освіти: в знаннях про види діяльності; в уміннях і навичках їх реалізації; в досвіді емоційно-ціннісного ставлення до видів дійсності, до системи цінностей суспільства.

Традиційний зміст навчання математики, що складався десятиріччями, забезпечує досить високий рівень математичної підготовки учнів. Проте *зміни в галузі техніки, виробництва, освіти, комунікацій* ставлять нові вимоги до математичної підготовки і спонукають до переосмислення традиційного змісту, з'ясування тенденцій подальшого його розвитку, звичайно, з дотриманням наступності. Не можна не враховувати й те, що дедалі зростає роль формально-логічного апарату математики, алгоритмів і евристик, математичного моделювання, статистико-ймовірнісних методів в економіці, явищах виробничо-технічного характеру, управлінні високоякісними і високоточними технологічними процесами.

На зміст математики в основній школі впливає і впровадження профільного навчання в старшій школі. У зв'язку з цим важливим завданням є організація *допрофільної підготовки учнів* з метою надання допомоги їм в раціональному виборі майбутнього навчального профілю. Допрофільна підготовка реалізується насамперед запровадженням різних курсів математики (поглибленого, за вибором, факультативних) для підготовки до успішного вивчення учнями математики як профільного предмета

Тому *відповідність змісту навчання суспільно-економічним запитам держави має бути основою нової філософії загальної середньої математичної освіти.*

Дослідження факторів, які впливають на формування змісту, допоможе з'ясувати *принципи відбору змісту і засади їх реалізації.*

Розглянемо принципи або загально-методичні положення, які варто врахувати відбираючи зміст навчального матеріалу з математики.

Принцип соціальної ефективності. Математичні знання мають бути достатніми для продовження освіти. Соціальна ефективність змісту передбачає *реалізацію методичною системою навчання основних*

функцій математичної освіти: власне математична освіта; освіта за допомогою математики; спеціалізуюча – як елемент допрофільної підготовки. Традиційно домінувала перша функція. Це виправдано, оскільки навчання математики має забезпечувати достатньо високий рівень підготовки, необхідний для формування майбутнього науково-технічного, технологічного і гуманітарного потенціалу суспільства. Проте нова соціально-економічна ситуація потребує перегляду значимості цих функцій. Більшу увагу треба приділяти другій функції (освіта за допомогою математики), яка полягає у спрямуванні змісту предмета на вироблення якостей мислення, необхідних для адаптації і повноцінного функціонування людини в суспільстві, на засвоєння математичного апарату як засобу постановки і розв’язання проблем реальної дійсності. З цією метою у державних документах (стандарті, навчальних програмах) мають фіксуватися не лише переліки математичних умінь, а й *деталізовані рівні математичного розвитку*, яких учні мають досягти на другому ступені навчання.

Принцип відповідності. Компетентнісна орієнтація змісту передбачає врахування при його відборі структури і рівнів навчальної математичної діяльності учнів. Зміст навчання і тип мислення взаємообумовлені: рівень змісту (загальноосвітній, поглиблений) проектує певний тип мислення (переважно емпіричний чи теоретичний) і, навпаки, останній враховується при відборі змісту. Мислення учня реалізується в його навчальній діяльності, яка включає взаємозв’язані компоненти: 1) мотиваційний (інтереси, потреби, мотиви); 2) змістовий (формально-логічні і оперативні знання); 3) процесуально-операційний (методи, способи і орієнтири діяльності); 4) прогностичний (прийняття рішення, складання програми діяльності, передбачення результату). Залежно від змісту компонентів у навчальній діяльності переважають емпіричні (чуттєво-предметні) або теоретичні (раціональні) узагальнення.

Особливості навчальної діяльності, де домінують емпіричні узагальнення: засвоєння матеріалу шляхом аналізу чуттєво-предметних його властивостей; встановлення родо-видових залежностей у класифікаціях; упорядкування знань на наочно-інтуїтивній основі за їх зовнішніми ознаками. Послідовність відповідних дій: а) аналіз одиничного - предметних моделей або уявлень про них; б) з’ясування особливого - порівняння і виділення спільних ознак, їх узагальнення; в) формулювання загального у вигляді гіпотези; г) доведення або

спростування гіпотези; д) усвідомлення відповідного способу діяльності. Така навчальна діяльність може бути результатом вивчення загальноосвітнього курсу математики.

Навчальна діяльність, де домінують теоретичні узагальнення характеризується: засвоєнням системи узагальнених знань і способів діяльності; відшукуванням у математичних фактах істотних зв'язків і відношень шляхом аналітико-синтетичної, рефлексивної діяльності; вираження зв'язків і відношень у вигляді загальних ідей, принципів, понять, які об'єднують матеріал у систему. Послідовність дій і операцій: а) аналіз одиничного – виділення істотного відношення, необхідного для існування певного математичного факту; б) з'ясування особливих форм існування істотного відношення і їх моделювання; оцінювання специфічності і відмінності особливих форм; в) встановлення єдності істотного відношення і його особливих форм; конструювання способу діяльності. Така навчальна діяльність – результат поглибленого вивчення математики. Наприклад, аналіз виведення площ паралелограма, трикутника і трапеції (одиничного) дає змогу знайти особливе, а потім дійти до загального принципу знаходження площ: фігуру, площу якої потрібно знайти, перетворюємо в таку рівновелику фігуру, площу якої вміємо знаходити. Надалі цей принцип застосовується в різних конкретних випадках.

Таким чином, специфіка одиничного у навчальній діяльності залежить від рівня вивчення математики. На рівнях стандарту або академічному це може бути приклад з довкілля, модель, малюнок, а на профільному рівні – зв'язки, відношення, властивості, які необхідні для існування певних математичних об'єктів.

Видбираючи зміст підручника важливо правильно врахувати не лише специфіку одиничного, особливого і загального, але і види зв'язку між ними. Загальне може охоплювати лише свої особливі форми. Так, виходячи із загального поняття «переміщення», дістанемо окремі його види (симетрію, поворот, паралельне перенесення) і відповідні способи діяльності. Загальне не лише охоплює свої особливі форми, але і саме виступає особливою формою. Так, загальне поняття «рівність фігур» має свої особливі прояви (рівність відрізків, кутів, тіл тощо) і виступає особливим видом поняття «подібність фігур».

Навчальні тексти підручників мають відповідати двом етапам пізнання: від одиничного через особливе до загального і від нього, через логічне обґрунтування, до практики. Звичайно, співвідношення між

окремим і загальним, індуктивним і дедуктивним, емпіричним і теоретичним має бути різним залежно від рівня навчання і особливостей навчальної діяльності учнів. Але обидва етапи мають бути притаманними у навчальній діяльності, оскільки впливають на розвиток творчості учня, його активність, ініціативу, привчають проводити невеликі дослідження, самостійно відкривати нові математичні факти. У зв'язку з цим, навчальний матеріал, що вивчається на рівні стандарту, в більшій мірі ніж на поглибленому рівні, має спиратися на наочність і інтуїцію учнів, на їх життєвий досвід, що робить його доступним. Вивчення математичних фактів, як правило, розпочинається з аналізу учнем його емпіричного досвіду (відповідних прикладів, моделей чи малюнків, які мають виконувати не лише ілюстративну, але і евристичну роль). Це дає змогу з'ясувати істотні ознаки понять, властивості геометричних фігур і на основі цього самостійно сформулювати відповідні твердження. На цьому рівні вивчення математики систематично використовуються конструктивні означення, які дають змогу учневі усвідомити процес створення (побудови) відповідного математичного об'єкту. Але у змісті математики, що вивчається на поглибленому рівні, поняття здебільшого означаються через рід (посилання на більш загальне поняття) і видову відмінність (виділення ознак, що відрізняють нове поняття від інших), сприймання яких вимагає складнішої розумової діяльності. Причому зміст понять розкривається за допомогою означень, а їх обсяг – із залученням класифікацій (поділу понять за певною ознакою). Тобто курси математики повинні мати не лише різну інформаційну ємність та діагностико-прогностичну спрямованість, але і різнитися способами упорядкування матеріалу, ступенем узагальненості знань, співвідношенням між теоретичними і емпіричними знаннями.

Соціальну ефективність змісту математики забезпечує *відповідність обсягу змісту навчальному часу, відведеному на його засвоєння*. На вивчення математики в 5-9 класах відводиться по чотири години на тиждень. Навчальний матеріал підручників нерідко залишається переобтяженим. Очевидно, що за відведені години учень не в змозі свідомо засвоїти навчальний матеріал, виробити вміння застосовувати його на практиці, не в змозі осмислити значення математики як інструмента пізнання дійсності. Це призводить до зниження математичної культури учнів, виховного впливу математики на особистість, її ролі у розвитку мислення. У ситуації, що склалася,

потрібно зменшити обсяги курсів математики за рахунок якісної переробки змісту, а саме: уникнення надмірної строгості викладу (дедукція і абстрактність мають спиратися на наочність і інтуїцію учнів), зменшення обсягу громіздких обчислень і перетворень. Назріла потреба переглянути той матеріал, який не використовується ні для логічного розгортання курсу, ні під час розв'язування задач і не має прикладного спрямування. А такого навчального матеріалу є немало.

Принципи науковості і прикладної реалізованості. Розвиток комп'ютеризації, інформаційних мереж, автоматизованих інформаційних систем висуває специфічні вимоги до стилю мислення людини, а отже, і до змісту шкільної математики. Одна з них пов'язана з необхідністю *включення до шкільного курсу елементів дискретної математики* (комбінаторика, елементи математичної логіки в їх прикладному аспекті, системи числення, елементи теорії графів тощо). Введення елементів дискретної математики дасть змогу, з одного боку, більш результативно опановувати інформатику, а з другого, – посилити прикладну спрямованість курсу шляхом розширення меж застосування математичних методів у природничих і гуманітарних дисциплінах.

Основна тут наукова проблема полягає в тому, що в природничих і гуманітарних дисциплінах застосовуються різні за своєю природою математичні моделі. Різні також і способи побудови та дослідження цих моделей. У природничих дисциплінах провідну роль відіграють кількісні моделі, як результат кількісного вираження реальних процесів. Тоді як у гуманітарних курсах переважають структурні моделі, побудова і дослідження яких потребує залучення нових розділів математики, насамперед елементів дискретної математики. Таким чином, *вдале поєднання неперервної і дискретної математики – важлива риса сучасних її курсів.*

Компетентнісно орієнтований зміст математики повинен розкривати гносеологічне її значення. Один із шляхів – ознайомлення учнів як з поняттям математичної моделі, так із методом математичного моделювання, вироблення уявлень про роль цього методу в науковому пізнанні та практиці, формування вмінь будувати простіші математичні моделі.

Вивчаючи математику, школярі мають усвідомити, що процес її застосування до розв'язування будь-яких прикладних задач розчленовується на такі етапи: 1) формалізація (перехід від ситуації, описаної у задачі, до формальної математичної моделі цієї ситуації, і від

неї, до чітко сформульованої математичної задачі); 2) розв'язування задач у межах побудованої моделі; 3) інтерпретація одержаного розв'язання задачі та застосування його до вихідної ситуації.

Зміст математики в основній школі, як правило, не виходить за межі математичної моделі, тобто увага приділяється, в основному, лише другому етапові – розв'язанню задач вже сформульованих математичною мовою. Це стосується і задачного матеріалу, який у більшості випадків розвиває чисто технічні навички. Тоді як зміст навчального матеріалу повинен забезпечувати оволодіння учнями математичною культурою такого рівня, коли освоюються всі три виділені етапи застосування математики до розв'язування задач, які виникають у людській практиці.

Зазначимо, що це завдання найбільш повно і цілісно реалізується при розв'язуванні задач на оптимізацію. Питання прийняття оптимальних рішень людині доводиться розглядати на різних рівнях – від побутового до проблем управління, транспорту, ефективного використання природних багатств, тобто необхідність розв'язувати оптимізаційні проблеми різної складності так чи інакше постає перед кожним членом суспільства.

З математичного погляду в цих задачах відшукується найбільше та найменше значення функцій, що залежать від довільного числа змінних величин. Дослідження побудованих математичних моделей потребує вмінь знаходити геометричні образи даних алгебраїчних співвідношень і, навпаки, переходити до алгебраїчного співвідношення від геометричного образу, зображеного в декартовій системі координат.

Геометричні образи задаються, в основному, за допомогою функцій двох змінних. Тому курс математики повинен містити, по-перше, відомості про геометричні образи та деякі їх властивості таких основних співвідношень:

$$f(x,y) \geq 0, f(x,y) > 0, f(x,y) = 0 \quad \Leftrightarrow \begin{cases} f_1(x,y) \geq 0; \\ f_2(x,y) \geq 0. \end{cases}$$

По-друге, набори задач на вироблення взаємообернених умінь: геометричний образ функція двох змінних. Таким чином, при визначенні стратегічних напрямів удосконалення шкільної математичної освіти пошук шляхів і засобів озброєння учнів уміннями будувати математичні моделі взагалі, а оптимізаційні зокрема стає актуальним завданням. У зв'язку з цим підручники з математики повинні містити

оптимізаційні задачі та основні способи їх розв'язання різних рівнів складності.

Основний метод математики, що впливає із означення її предмета, метод абстракції. Абстрагування має на меті *створити мисленні образи адекватні практичному досвіду*. Відбираючи зміст важливо правильно абстрагуватися від властивостей реальних предметів з тим, щоб забезпечити мисленні переходи від предметів до відповідних наочних образів, і навпаки. Від цього залежить науковість викладу матеріалу і його прикладна спрямованість.

Розглянемо шкільну геометрію. Вона вивчає геометричні фігури і їх властивості, які утворені шляхом абстрагування від реального змісту предметів, коли до уваги береться лише їх форма і розміри або лише форма (поверхня, площа, лінія, точка). Складність полягає в тому, що результати абстрагування не завжди тлумачаться однозначно. Так, кут визначається як фігура, яка складається з двох променів із спільним початком. Але таких кутів на практиці і на складніших геометричних фігурах немає. Є кути, утворені двома відрізками із спільним кінцем (кути трикутника, кут між усиками кімнатної антени, кут між ребрами піраміди і ін.). Тобто, мисленний образ кута, який закладено в його означенні, не підкріплюється реально, не має матеріального змісту.

Невирішене питання методики геометрії пов'язане з геометричними величинами. Геометричні фігури можуть мати не лише певні властивості, але й кількісну міру цих властивостей. Довжина, площа, об'єм – це властивості геометричних фігур. Кількісні міри цих властивостей (міри довжини, площі, об'єму) є числовими характеристиками фігур. У змісті геометрії ці поняття не завжди розмежовуються. Візьмемо узагальнююче поняття многокутника. У елементарній геометрії розрізняють два різні поняття, які позначаються терміном “многокутник”: многокутник як деяка лінія і многокутник як деяка область. Вживаються різні назви цих фігур, наприклад, “одновимірний многокутник” і “двовимірний многокутник”. Перший многокутник не має числової характеристики – площі, а другий – її має. У шкільній геометрії зустрічаються такі підходи:

1. Дається одне означення многокутника (трикутника, чотирикутника і ін.) як області: частина площини, обмежена замкненою ламаною лінією, разом з цією лінією називається многокутником.

2. Вводиться означення многокутника теж як області, але таке: частина площини обмежена замкненою ламаною лінією називається

многокутником. У кмітливого учня може виникнути запитання: чи потрібно до частини площини віднести і ламану, яка її обмежує?

3. Спочатку даються “каркасні” означення геометричних фігур: Проста замкнена ламана називається многокутником, якщо її сусідні ланки не лежать на одній прямій”; чотирикутником називається фігура, яка складається з чотирьох точок і чотирьох відрізків, що послідовно їх сполучають і т.д. Пізніше, перед вивченням площ фігур, вводиться нове поняття “плоский многокутник” (трикутник, чотирикутник і т.д.) і даються нові означення.

4. Поняття многокутника як ломаної і як області ототожнюються. Дається, наприклад, означення: Проста замкнена ламана називається многокутником. Потім робиться уточнення: фігуру, яка складається із многокутника і його внутрішньої області, також називають многокутником. Проте смисл цих понять різний з погляду з’ясування числових характеристик відповідних фігур.

Наведення прикладів можна продовжити. Це говорить про те, що розробляючи зміст математики і відображаючи його в навчальних програмах і підручниках виникають багато питань, які вирішуються неоднозначно і потребують детального аналізу, експериментальної перевірки та обговорення її результатів.

Прикладна спрямованість курсу передбачає не лише правильне розкриття змісту математичних понять, а й виділення конкретних ситуацій, явищ, для опису яких поняття використовуються.

Принцип діяльнісного спрямування змісту. Необхідною умовою формування компетентностей є діяльнісна спрямованість навчання, яка передбачає постійне включення учнів до різних видів педагогічно доцільної активної навчально-пізнавальної діяльності, а також практична його спрямованість. Необхідно, де це можливо, не лише показувати виникнення математичного факту із практичної ситуації, а й ілюструвати його застосування на практиці.

Зміст навчального матеріалу має забезпечувати не екстенсивне, а інтенсивне навчання і самонавчання учнів, перенесення акцентів із збільшення обсягу інформації, призначеної для засвоєння учнями, на вироблення вмінь її використовувати для досягнення певних цілей, тобто на інтелектуальний розвиток учня. *Знати математику – це вміти її застосовувати* (розв’язувати задачі, користуватися математичною мовою, доводити твердження, критично аналізувати свої міркування).

Цей підхід передбачає не лише засвоєння готових знань, а й способів цього засвоєння, способів міркувань, які застосовуються в математиці, створення педагогічних ситуацій, які стимулюють самостійні відкриття учнями математичних фактів. З огляду на це навчальний матеріал повинен містити загальні схеми розв'язування задач, загальні підходи до моделювання прикладних ситуацій, відомості про суть задачі, їх склад і структуру. Навчальний матеріал має містити алгоритми і евристики, якими визначається процес переходу від вихідних даних до шуканого результату (алгоритми виконання арифметичних дій, основних побудов, перетворень виразів, обчислень за формулами; евристики розв'язування певних типів задач, доведення теорем, виконання допоміжних побудов тощо), а також завдання на самостійні пошуки алгоритмів і евристик шляхом узагальнення розв'язань певних груп задач. У підручнику доцільно вміщувати поради щодо того, як діяти у тій чи іншій навчальній ситуації, сформульовані у вигляді правил або вказівок. Останні спрямовані на розпізнавання математичних залежностей, на застосування понять, теорем або способів розв'язування задач і сприяють ефективному виробленню як окремих, так і узагальнених умінь. Добір змісту поглибленого навчання повинен передбачати також самостійне складання учнями евристик, що включає: 1) виділення групи задач, встановлення оператора задач і тих знань, на базі яких їх можна розв'язати; 2) осмислення способу розв'язання групи задач на кількох задачах–моделях (розв'язання яких включає операції, притаманні даному способу діяльності), виділення потрібних операцій та роздільне їх закріплення і узагальнення; 3) визначення раціональної послідовності виконання операцій та складання на їх основі моделі способу діяльності – евристичної схеми; 4) встановлення повноти і меж застосування способу діяльності, його відповідності програмним вимогам.

Принцип пріоритету розвивальної функції навчання. Розвивальний ефект відбувається здебільшого на основі вироблення умінь доводити твердження і розв'язувати задачі, застосовувати методи математики, розуміння аксіоматичної її побудови, суті абстрактних геометричних конструкцій. Але потрібно більше враховувати значення математики в діяльності людини сьогодні і, особливо, в історичному контексті (на її основі започатковувалися і розвивалися інші науки), доцільно поряд з питаннями, пов'язаними з логічною побудовою курсів, якомога ширше використовувати образно-чуттєвий, естетичний,

художньо графічний, емоційно- ціннісний потенціал математики. Зміст має відображати досвід творчої діяльності, відповідні ціннісні орієнтації (фрагменти історії математики, математичних теорій і методів, долі вчених, які творили науку, зробили визначні відкриття і ін.).

Розвивальну функцію навчання реалізує також *персоніфікований виклад матеріалу*, тобто подання, де це можливо, математичних фактів з погляду їх історичного становлення і розвитку. Важливу роль у навчанні математики відіграє систематичне використання історичного матеріалу, який підвищує інтерес до вивчення математики, стимулює потяг до наукової творчості, пробуджує критичне ставлення до фактів, дає учням уявлення про математику як невід’ємну складову загальнолюдської культури. На дохідливих прикладах слід показувати учням, як розвивалися математичні поняття і відношення, теорії та методи. Ознайомлення учнів з іменами та біографіями видатних учених, які створювали математику, зокрема видатних українських математиків, сприятиме національному і патріотичному вихованню школярів.

Принцип наступності. Особливого значення на сьогодні набуває проблема цілісності змісту: спільні наукові підходи до трактування понятійного апарату, дотримання концентричного розвитку змістово-методичних ліній та забезпечення їх наступності на різних ступенях навчання та ін. Гострота цієї проблеми обумовлюється насамперед тим, що зміст предметів впроваджується поетапно – початкова, основна, старша школа. Однак без цілісного уявлення про зміст навчання на всіх ступенях школи (хоча б на рівні основних понять і залежностей) може бути порушена його наступність. Адже зміст навчання основної школи має узгоджуватись із змістом початкової і враховувати тенденції його розвитку у старшій школі. Особливо актуальна наступності при введенні нових розділів: комбінаторика, елементи теорії ймовірності і математичної статистики. Доповнення курсу математики цими розділами можна лише вітати, оскільки “ймовірнісно-статистична грамотність” потрібна в повсякденному житті кожної людини. Проте методична система їх вивчення ще не розроблена. Вона може бути ефективною лише за умови створення відповідної змістово-методичної лінії, що розпочинається в початковій школі. В пропедевтичному плані цей матеріал обов’язково повинен розглядатися в початковій і основній школі шляхом збільшення питомої ваги задач комбінаторного, імовірнісного характеру, задач з підсиленними логічними елементами,

розв'язання яких потребує спеціальних засобів аналізу даних (графи, матриці, таблиці).

На цілісність змісту негативно впливає також “класичний” шлях його удосконалення – намагання дістати кращі результати навчання за рахунок локальних змін. Так у зв'язку із зменшенням навчального часу на вивчення математики при збереженні того самого обсягу її змісту, що приводить до перевантаження учнів, вже сьогодні відбувається розвантаження змісту основної і старшої школи шляхом необов'язкового або оглядового вивчення окремих тем, їх перестановки, вилучення із програми фрагментів матеріалу без цілісного переосмислення змісту навчальних курсів. Не можна забувати і про те, що вчителі і надалі користуватимуться альтернативними підручниками, які відображають різні авторські дидактичні підходи до навчання. Вони інколи неузгоджуються один з одним і не зводяться до «спільного знаменника».

Перераховане вище може привести до фрагментарності навчального простору та необхідності значного доопрацювання вже виданої навчально-методичної літератури, що завдасть фінансових збитків. Цього можна уникнути, якщо розробити концепцію шкільної математики на весь термін її вивчення. Вона, визначаючи нову методичну систему навчання (цілі навчання, пріоритети розвитку, структуру та принципи відбору змісту, загальну характеристику навчального матеріалу, технології навчання), дасть цілісне уявлення про зміст освіти, що відповідає новій соціальній ситуації. Така концепція буде основою для подальшої розробки державного стандарту і навчальних програм для основної та старшої школи.

Принцип диференційованої реалізованості. Зміст математики розрахований на здійснення двох видів диференціації: 1) за змістом навчального матеріалу (програми і підручники відрізняються обсягом матеріалу, його змістом і упорядкованістю); 2) за рівнями програмних вимог до математичної підготовки учнів. Перший вид диференціації здійснюється шляхом запровадження чотирьох курсів математики (загальноосвітнього, поглибленого, за вибором, факультативних).

Загальноосвітній курс математики.

Курс математики основної школи логічно продовжує реалізацію завдань математичної освіти учнів, розпочату в початкових класах, розширюючи і доповнюючи ці завдання відповідно до вікових і пізнавальних можливостей школярів. В основу побудови змісту й

організації процесу навчання математики покладено *компетентнісний підхід*, відповідно до якого кінцевим результатом навчання предмета є сформовані певні компетентності як здатності учня успішно діяти в навчальних і життєвих ситуаціях і нести відповідальність за свої дії. Компетентність є особистісним утворенням, яке формується на основі здобутих знань, досвіду діяльності, вироблених ціннісних орієнтацій, ставлень, оцінок.

Навчання математики в основній школі передбачає передусім формування предметної математичної компетентності, сутнісний опис якої подано у розділі «Державні вимоги до загальноосвітньої підготовки учнів» програми. Крім того, воно має зробити певний внесок у формування окремих ключових (більш загальних, що виходять за межі одного предмета) компетентностей, зокрема, загальнонавчальної (уміння вчитися), комунікативної (здатності грамотно формулювати і висловлювати судження), загальнокультурної та інших. Формування зазначених компетентностей підпорядковується реалізації загальних завдань шкільної математичної освіти, що здійснюється на всіх ступенях школи. До них належать:

- формування *ставлення* до математики як невід'ємної складової загальної культури людини, необхідної умови її повноцінного життя в сучасному суспільстві на основі ознайомлення з ідеями і методами математики як універсальної мови науки і техніки, ефективного засобу моделювання і дослідження процесів і явищ навколишнього світу;

- забезпечення *оволодіння* математичною мовою, розуміння ними математичної символіки, математичних формул і моделей як таких, що дають змогу описувати загальні властивості об'єктів, процесів та явищ;

- формування *здатності* логічно обґрунтовувати та доводити математичні твердження, застосовувати математичні методи у процесі розв'язування навчальних і практичних задач, використовувати математичні знання і вміння під час вивчення інших навчальних предметів;

- розвиток *умінь* працювати з підручником, опрацьовувати математичні тексти, шукати і використовувати додаткову навчальну інформацію, критично оцінювати здобуту інформацію та її джерела, виокремлювати головне, аналізувати, робити висновки, використовувати отриману інформацію в особистому житті;

- формування *здатності* оцінювати правильність і раціональність розв'язання математичних задач, обґрунтовувати твердження, приймати

рішення в умовах неповної, надлишкової, точної та ймовірнісної інформації.

Крім цих загальних освітніх завдань в основній школі реалізуються такі специфічні для даного етапу навчання математики освітні завдання:

- розширення учнів про число (від вивчених у початковій школі натуральних чисел до дійсних), формування культури усних, письмових, інструментальних обчислень;
- формування системи функціональних понять, умінь використовувати функції та їх графіки для характеристики залежностей між величинами, опису явищ і процесів;
- вироблення умінь виконувати перетворення алгебраїчних виразів, розв'язувати рівняння, нерівності та їх системи, моделювати за допомогою рівнянь реальні ситуації, пояснювати здобуті результати;
- формування уявлення про математичну статистику і теорію ймовірностей, про особливості організації статистичних досліджень, наочне подання статистичних даних, визначення числових характеристик статистичного ряду, понять випадкової події та її ймовірності;
- формування знань про геометричні фігури на площині, їх властивості, а також умінь застосовувати здобуті знання у навчальних і життєвих ситуаціях; розвиток умінь виконувати геометричні побудови;
- формування уявлення про найпростіші геометричні фігури в просторі та їх властивості, а також первинних умінь застосовувати їх у навчальних і життєвих ситуаціях;
- ознайомлення зі способами і методами розв'язування математичних задач, доведення тверджень, формування умінь їх практичного використання;
- формування знань про основні геометричні величини, про способи їх вимірювання й обчислення для планіметричних і найпростіших стереометричних фігур, а також умінь застосовувати здобуті знання у навчальних і життєвих ситуаціях;
- вивчення геометричних перетворень площини (рухів, подібності) та їх найпростіших властивостей, а також розвиток в учнів функціональних уявлень на геометричному змісті;
- ознайомлення з основами методу координат і векторного методу.

Зміст математичної освіти в основній школі структурується за такими змістовими лініями: *числа; вирази; рівняння і нерівності; функції; елементи комбінаторики, теорії ймовірностей та*

статистики; геометричні фігури; геометричні величини. Кожна з них розвивається з урахуванням завдань вивчення математики на цьому ступені шкільної освіти, в якому виокремлюються два основні етапи: 5-6 класи і 7-9 класи. Освітні завдання на першому етапі реалізуються у процесі вивчення єдиного курсу математики, на другому – двох курсів: алгебри і геометрії.

Поглиблений курс математики.

Поглиблене вивчення окремих навчальних предметів крім розширення і поглиблення змісту, має сприяти формуванню стійкого інтересу до предмета, розвитку відповідних здібностей і орієнтації на професійну діяльність, де використовуються одержані знання. Поглиблене вивчення здійснюється за спеціальними програмами і підручниками, або за модульним принципом - програма загальноосвітньої школи доповнюється набором модулів, які поглиблюють відповідні теми.

Поглиблене вивчення математики в 8 – 9 класах передбачає розширення і поглиблення змісту відповідного курсу математики загальноосвітньої школи, посилення його прикладної спрямованості, формування в учнів стійкого інтересу до предмета, виявлення і розвиток математичних здібностей, підготовку до поглибленого навчання математики в старшій школі. Поглиблене вивчення математики в основній школі є певною мірою орієнтаційним. Важливо тут допомогти учневі усвідомити ступінь свого інтересу до предмета і оцінити можливості оволодіння ним із тим, щоб після закінчення дев'ятого класу зробити свідомий вибір на користь подальшого поглибленого вивчення математики або вивчення її в межах загальноосвітнього курсу.

Інтерес до вивчення математики має постійно стимулюватися. Проте у випадку втрати в учня інтересу до математики програмою передбачена можливість переходу до вивчення предмета в межах загальноосвітнього курсу.

Вимоги до результатів поглибленого вивчення математики не мають бути надмірними. Завищені вимоги породжують перевантаження і, як наслідок, призводять до втрати інтересу до предмета. Тому вимоги цієї програми лише незначною мірою перевищують вимоги загальноосвітньої програми. Поглиблене вивчення математики у 8 – 9 класах має відбуватися не стільки за рахунок розширення теоретичного матеріалу, а насамперед шляхом наповнення курсу різноманітними

цікавими і змістовними складнішими задачами з достатнім евристичним навантаженням.

Складові частини змісту поглибленого курсу математики включають відповідні частини загальноосвітнього курсу. Цей курс передбачає поглиблення і розширення знань, що набуваються в загальноосвітньому курсі, та їх застосування до розв'язування більш складних, змістовних задач, а також з метою ґрунтовнішого вивчення властивостей математичних об'єктів загальноосвітнього курсу. Утім, до поглибленого курсу включено кілька тем, які в загальноосвітньому курсі вивчаються лише на найпростішому, оглядовому рівні і містять мінімум означень і основних фактів. Це множини і операції над ними; множини в теорії чисел; основні формули комбінаторики; метод математичної індукції; елементи аналітичної геометрії; застосування векторів і геометричних перетворень до розв'язування задач. Цей перелік тем спрямований насамперед на розширення і поглиблення математичного апарату, який використовується учнями, і є базою для подальшого вивчення курсу математики та інших шкільних предметів.

У ряді тем програми передбачено обґрунтування тих відомостей, які в загальноосвітньому курсі математики подаються як готові факти, тобто без обґрунтування чи доведення. Наприклад, поглиблений розгляд понять «рівносильне рівняння», «рівносильна нерівність» виробляє в учня потребу доводити факти, які здаються інтуїтивно очевидними.

Програмою передбачена можливість різного рівня поглибленого навчання. У ній виокремлено три рівні складності навчального матеріалу: такий, що вивчається в рамках загальноосвітнього курсу; матеріал для поглибленого вивчення; додаткові питання і теми. Це дозволяє вчителю гнучко враховувати навчальні можливості учнів та наявність часу для вивчення окремих тем у поточний момент.

Курси за вибором – обов'язкові навчальні курси, самостійний вибір яких здійснюється учнем з двох і більше альтернатив, запропонованих школою. Курси за вибором сприяють вибору учнем його подальшого навчального профілю і розвитку відповідних предметних компетентностей шляхом формування цінностей і ставлень, поглиблення і розширення теоретичних і прикладних знань, формування вмінь і навичок, набуття досвіду пізнавальної і творчої діяльності, розкриття й розвитку задатків і здібностей. Це допоможе їм оцінити свої можливості щодо вивчення математики на профільному рівні та зорієнтувати на подальший вибір профілю навчання. Саме тому зміст

таких курсів має не тільки містити інформацію, що розширює знання її шкільного курсу математики, а й знайомити учнів із різними способами діяльності, необхідними для подальшого успішного вивчення математики на профільному рівні.

Факультативні курси – необов’язкові навчальні курси, що сприяють вибору учнем майбутнього навчального профілю шляхом поглибленого вивчення нормативного навчального предмета або певної галузі практичної діяльності. Навчальні програми курсів за вибором та факультативних курсів для основної школи можуть пропонуватися як Міністерством освіти і науки України, так і навчальними закладами після їх розгляду відповідними предметними комісіями Науково-методичної ради з питань освіти Міністерства освіти і науки України.

Курси математики повинні мати різну інформаційну і інтелектуальну ємність, діагностико-прогностичну спрямованість та соціальну ефективність (обсяг математичних знань має бути достатнім для успішної майбутньої трудової чи навчальної діяльності), а також різнитися способами упорядкування матеріалу, ступенем узагальнення знань, співвідношенням між теоретичними і емпіричними знаннями.

Курси математики – рівнево диференційовані, тобто орієнтовані на три рівні вимог до математичної підготовки: середній, достатній, високий. Розробляючи програмні вимоги доцільно дотримуватись шести умов:

1. *Фіксованість* програмних вимог. Вони включають переліки опорних уявлень, знань, умінь, навиків і способів діяльності (алгоритми і евристики). Останні відображають розвиток особистісних якостей учня. Способи діяльності задаються переліком відповідних операцій. Зміст операцій і їх послідовність враховують рівень мислительної діяльності учня (переважно емпіричний чи теоретичний). Вимоги фіксуються також мінімізованим набором спеціальних завдань.

2. *Доступність* вимог. Забезпечується врахуванням при їх розробці психологічного аспекту – змісту і психологічних особливостей навчальної діяльності учнів, рівнів їх розвитку як результату навчання на кожній ступені шкільної освіти. Рівень програмних вимог повинен відповідати тій навчальній діяльності, в ході якої засвоюються знання, виробляються вміння і навики.

3. *Наступність* при переході від одного рівня програмних вимог до іншого. В процесі навчання не слід пред’являти більш високі вимоги тим учням, які не досягли обов’язкових результатів навчання.

4. *Відкритість* рівнів вимог. Учні повинні знати їх заздалегідь і орієнтуватися на них в процесі навчання. Цим самим досягається вмотивованість оцінки і відповідність між оцінкою вчителя і самооцінкою учня.

5. *Узгодженість* видів програмних вимог (тематичних, річних, за навчальний курс), критеріїв оцінок з їх рівнями, що забезпечує об'єктивність оцінювання.

6. *Відповідність* вимог цілям вивчення і змісту навчальних курсів.

Отже, *математична підготовка забезпечується двовимірною моделлю диференціації навчання*, основні поняття якої – курс математики і рівень вимог (табл.1, де, наприклад, A_1 – вивчення загальноосвітнього курсу на середньому рівні).

Таблиця 1

Курси Рівні	Загально- освітній (А)	Поглибле- ний (Б)	Курси за вибором (С)	Факультативні (Д)
1. Середній	A_1	B_1	C_1	D_1
2. Достатній	A_2	B_2	C_2	D_2
3. Високий	A_3	B_3	C_3	D_3

Важлива методична проблема – *фіксація рівнів програмних вимог*. Програми з математики мають містити перелік умінь на кожному з рівнів навчання. Проте вимоги, задані переліком умінь, допускають досить широке тлумачення. Засобом їх конкретизації є *набори спеціальних еталонних задач*, які розробляються для кожного рівня навчання. Кількість їх має бути мінімальною, а зміст задач учні повинні знати заздалегідь. Якщо учень після вивчення курсу вміє розв'язувати відповідні еталонні задачі, це означає, що він досяг певного рівня навчання. Такий підхід дає змогу школяру вибрати певний рівень засвоєння математичного матеріалу і варіювати своє навчальне навантаження.

Модульний принцип відбору змісту. Програма містить набір тем (модулів), з яких учитель будує курс. Серед них є обов'язкові для вивчення і теми додаткової частини програми, з яких педагог на свій розсуд може відібрати (або не відібрати) матеріал для розгляду, враховуючи рівень математичної підготовки учнів класу, їхні інтереси, специфіку майбутньої професії, профіль навчання тощо.

Відповідно до цього *курс математики включає дві частини – інваріантну (дві третини курсу) і варіативну (одну третину курсу)*.

Варіативна частина містить логічно завершені порції матеріалу, які доповнюють інваріантну частину.

Вважаємо цей принцип перспективним, оскільки він дає змогу враховувати різні освітні умови у різних областях країни, інтереси, здібності учнів і обмежитися оптимальною кількістю навчальних і методичних посібників.

Принцип фузіонізму (від лат. фузіо – злиття). Йдеться не про механічне об'єднання алгебраїчного і геометричного матеріалу, а про якісне. *Інтеграція змісту досягається введенням узагальнюючих понять сучасної математики.* Це насамперед елементи теорії множин і математичної логіки, координатно-векторні поняття, бінарні відношення, що дають змогу з єдиних наукових позицій трактувати основні алгебраїчні і геометричні поняття.

У змісті математики мають бути посилені зв'язки між алгеброю і геометрією, планіметрією і стереометрією. Йдеться про взаємопроникнення геометричних методів і образів у алгебру і навпаки; про геометричну інтерпретацію алгебраїчних залежностей і аналітичне тлумачення геометричних фактів.

Дійовими інтеграційними чинниками є відомості про математичні методи та уміння їх застосовувати, зокрема це стосується методу координат. Застосування методу координат дає змогу розглядати фігури і числа як взаємозв'язані моделі знань і встановлювати попарну відповідність між базисними поняттями геометрії (точка, вектор, лінія, перетин ліній, поверхня тощо) і алгебри (число, набір чисел (координат), рівняння, система рівнянь тощо).

У діючих шкільних підручниках з геометрії розглядаються не лише фігури, а деякі їх рівняння (прямої, кола). Таке проникнення методів аналітичної геометрії в елементарну – правомірне. Проте використання чисел (координат) епізодичне, обмежується окремою темою і тому не сприяє інтеграції алгебраїчного та геометричного матеріалу в свідомості учня повною мірою. Вважаємо, що числова характеристика фігур (поряд з евклідовим підходом до їх вивчення) повинна використовуватись з перших кроків вивчення геометрії. Візьмемо, наприклад, таке важливе поняття, як “рівні фігури”. Його вивчення, як правило, супроводжується позиційною побудовою трикутників або вирізанням і накладанням їх. Проте в цій темі є корисним координатне (числове) підкріплення: будуємо дві системи координат; на першій відмічаємо три довільні точки A , B , C , а на другій – точки A_1 , B_1 , C_1 з тими самими

координатами. Утворюємо трикутники ABC та A_1, B_1, C_1 . Після цього з'ясовуємо, що трикутники (фігури), у яких відповідні вершини мають однакові координати – рівні. Нарешті, метод координат – один із найефективніших прийомів розв'язування задач на доведення залежностей між лінійними елементами геометричних фігур і відшукування геометричних місць точок.

Обґрунтовано необхідність включення в курс планіметрії елементів стереометрії. Елементи стереометрії в 7-9 класах вивчаються на наочно інтуїтивній основі, що має важливе значення для розвитку просторової уяви і мислення учнів, а в 10-11 класах – із залученням планіметричних фактів (аналогії у формулюванні аксіом, деяких понять і теорем, зведення стереометричних задач до планіметричних тощо). Дослідження цієї проблеми показали доцільність паралельного вивчення в курсі геометрії основної школи понять стереометрії. Проте недостатньо з'ясованими залишаються питання, пов'язані із змістом і обсягом стереометричного матеріалу в курсі планіметрії; перерозподілом планіметричного матеріалу (за рахунок чого вводити стереометричні поняття); збереженням строгості розгортання планіметричного матеріалу (чи не “заважатимуть” стереометричні факти, які вводяться із залученням досліду, інтуїції, експерименту усвідомленню учнями дедуктивного викладу планіметрії); вимогами до засвоєння елементів стереометрії.

Принцип концентризму. Математична підготовка школярів досягається концентричним розвитком таких груп знань: 1) числа і дії над ними, величини, метрична система мір; 2) вирази, рівняння, нерівності, елементи логіки; 3) функції, дослідження функцій; 4) геометричні фігури та їх властивості, геометричні величини, перетворення фігур; 5) координати і вектори; 6) комбінаторика; 7) елементи статистики і теорії ймовірностей; 8) математика і зовнішній світ (моделювання, аналіз даних, специфіка математики як науки, математика в системі наук, історія виникнення і розвитку математичних теорій).

Елементи статистики і теорії ймовірностей мають вводитися поступово в міру накопичення досвіду і створення належного навчально-методичного забезпечення. Важливою проблемою тут є визначення структури і обсягу цього матеріалу на різних етапах навчання і його взаємозв'язків з іншим матеріалом з метою посилення прикладного спрямування математики.

Зміст сучасного підручника має бути трикомпонентним. Це, насамперед, система математичних знань, яка розкривається в тексті (основному, додатковому і пояснювальному). Зміст включає і ті знання, які відображають зв'язки математики з практикою, з іншими предметами. Це логіка, моделювання, математика і зовнішній світ. У змісті підручника виділяються способи діяльності: вказівки, схеми, зразки розв'язання типових задач. Це можуть бути і спеціальні ілюстративні засоби, які розвивають творчі можливості учнів, а не лише виконують допоміжну роль. Важливо, щоб способи діяльності виділялися з орієнтацією на змістово-методичні лінії розміщення матеріалу і передбачалося систематичне їх використання, уточнення і узагальнення. Наприклад, у темі “Ознаки рівності трикутників” виділяємо відомий спосіб діяльності у вигляді вказівок. Його уточнюємо і застосовуємо при доведенні властивостей і ознак чотирикутників. Нарешті тема “Ознаки подібності трикутників” дає змогу цей спосіб діяльності узагальнити і використати при розв'язанні різноманітних задач на подібні трикутники. Якщо такого підходу дотримуватися стосовно кожної змістово-методичної лінії курсу математики, то це полегшить самонавчання учнів за підручником і сприятиме виробленню загальних підходів до дослідження математичних залежностей. Нарешті зміст має відображати досвід творчої діяльності, нагромаджений людством у галузі математичної освіти, відповідні ціннісні орієнтації (фрагменти історії математики, математичних теорій і методів, долі вчених, які зробили визначні відкриття і ін.).

Всі компоненти змісту розгортаються концентрично (уточнюються, поглиблюються і узагальнюються) протягом всього вивчення математики.

2.2.2. Реалізація концепції компетентісно орієнтованого навчання математики в основній школі у навчальних програмах і підручниках з математики для основної школи.

Курс математики основної школи логічно продовжує реалізацію завдань математичної освіти учнів, розпочату в початкових класах, розширюючи і доповнюючи ці завдання відповідно до вікових і пізнавальних можливостей школярів. В основу побудови змісту й організації процесу навчання математики покладено *компетентнісний підхід*, відповідно до якого кінцевим результатом навчання предмета є сформовані певні компетентності як здатності учня успішно діяти в навчальних і життєвих ситуаціях і нести відповідальність за свої дії.

Компетентність є особистісним утворенням, яке формується на основі здобутих знань, досвіду діяльності, вироблених ціннісних орієнтацій, ставлень, оцінок.

Навчання математики в основній школі передбачає передусім формування предметної математичної компетентності, сутнісний опис якої подано у розділі «Державні вимоги до загальноосвітньої підготовки учнів» цієї програми. Крім того, воно має зробити певний внесок у формування окремих ключових (більш загальних, що виходять за межі одного предмета) компетентностей, зокрема загальнонавчальної (уміння вчитися), комунікативної (здатності грамотно формулювати і висловлювати судження), загальнокультурної та інших. Формування зазначених компетентностей підпорядковується реалізації загальних завдань шкільної математичної освіти, що здійснюється на всіх ступенях школи. До них належать:

- формування *ставлення* учнів до математики як невід'ємної складової загальної культури людини, необхідної умови її повноцінного життя в сучасному суспільстві на основі ознайомлення з ідеями і методами математики як універсальної мови науки і техніки, ефективного засобу моделювання і дослідження процесів і явищ навколишнього світу;

- забезпечення *оволодіння* учнями математичною мовою, розуміння ними математичної символіки, математичних формул і моделей як таких, що дають змогу описувати загальні властивості об'єктів, процесів та явищ;

- формування *здатності* логічно обґрунтовувати та доводити математичні твердження, застосовувати математичні методи у процесі розв'язування навчальних і практичних задач, використовувати математичні знання і вміння під час вивчення інших навчальних предметів;

- розвиток *умінь* працювати з підручником, опрацьовувати математичні тексти, шукати і використовувати додаткову навчальну інформацію, критично оцінювати здобуту інформацію та її джерела, виокремлювати головне, аналізувати, робити висновки, використовувати отриману інформацію в особистому житті;

- формування *здатності* оцінювати правильність і раціональність розв'язування математичних задач, обґрунтовувати твердження, приймати рішення в умовах неповної, надлишкової, точної та ймовірнісної інформації.

Крім цих загальних освітніх завдань в основній школі реалізуються такі специфічні для даного етапу навчання математики освітні завдання:

- розширення знань учнів про число (від вивчених у початковій школі натуральних чисел до дійсних), формування культури усних, письмових, інструментальних обчислень;

- формування системи функціональних понять, умінь використовувати функції та їх графіки для характеристики залежностей між величинами, опису явищ і процесів;

- забезпечення оволодіння учнями мовою алгебри, уміннями здійснювати перетворення алгебраїчних виразів, розв'язувати рівняння, нерівності та їх системи, моделювати за допомогою рівнянь реальні ситуації, пояснювати здобуті результати;

- формування в учнів уявлення про математичну статистику і теорію ймовірностей як окремі науки, про особливості організації статистичних досліджень, наочне подання статистичних даних, визначення числових характеристик статистичного ряду, понять випадкової події та її ймовірності;

- забезпечення оволодіння учнями мовою геометрії, розвиток їх просторових уявлень і уяви, умінь виконувати геометричні побудови за допомогою геометричних інструментів (лінійки з поділками, транспортира, косинця, циркуля і лінійки);

- формування в учнів знань про геометричні фігури на площині, їх властивості, а також умінь застосовувати здобуті знання у навчальних і життєвих ситуаціях;

- формування в учнів уявлення про найпростіші геометричні фігури в просторі та їх властивості, а також первинних умінь застосовувати їх у навчальних і життєвих ситуаціях;

- ознайомлення учнів зі способами і методами математичних доведень, формування умінь їх практичного використання;

- формування в учнів знань про основні геометричні величини (довжину, площу, об'єм, міру кута), про способи їх вимірювання й обчислення для планіметричних і найпростіших стереометричних фігур, а також умінь застосовувати здобуті знання у навчальних і життєвих ситуаціях;

- вивчення геометричних перетворень площини (рухів, подібності) та їх найпростіших властивостей, а також розвиток в учнів функціональних уявлень на геометричному змісті;

- ознайомлення учнів з основами методу координат і векторного

методу.

Необхідною умовою формування компетентностей є діяльнісна спрямованість навчання, яка передбачає постійне включення учнів до різних видів педагогічно доцільної активної навчально-пізнавальної діяльності, а також практична його спрямованість. Необхідно, де це можливо, не лише показувати виникнення математичного факту із практичної ситуації, а й ілюструвати його застосування на практиці.

Важливу роль у навчанні математики відіграє систематичне використання історичного матеріалу, який підвищує інтерес до вивчення математики, стимулює потяг до наукової творчості, пробуджує критичне ставлення до фактів, дає учням уявлення про математику як невід'ємну складову загальнолюдської культури. На дохідливих прикладах слід показувати учням, як розвивалися математичні поняття і відношення, теорії та методи. Ознайомлення учнів з іменами та біографіями видатних учених, які створювали математику, зокрема видатних українських математиків, сприятиме національному і патріотичному вихованню школярів.

Характеристика навчального змісту і особливостей його реалізації. Зміст математичної освіти в основній школі структурується за такими змістовими лініями: *числа; вирази; рівняння і нерівності; функції; елементи комбінаторики, теорії ймовірностей та статистики; геометричні фігури; геометричні величини*. Кожна з них розвивається з урахуванням завдань вивчення математики на цьому ступені шкільної освіти, в якому виокремлюються два основні етапи: 5 — 6 класи і 7 — 9 класи. Освітні завдання на першому етапі реалізуються у процесі вивчення єдиного курсу математики, на другому — двох курсів: алгебри і геометрії.

Курс математики 5 — 6 класів передбачає розвиток, збагачення і поглиблення знань учнів про числа і дії над ними, числові й буквені вирази, величини та їх вимірювання, рівняння, числові нерівності, а також уявлень про окремі геометричні фігури на площині і в просторі. Понятійний апарат, обчислювальні алгоритми, графічні уміння і навички, що мають бути сформовані на цьому ступені вивчення курсу, є тим підґрунтям, що забезпечує успішне вивчення в наступних класах алгебри і геометрії, а також інших навчальних предметів, де застосовуються математичні знання.

Основу курсу становить розвиток поняття числа та формування міцних обчислювальних і графічних навичок. У 5 — 6 класах

відбувається поступове розширення множини натуральних чисел до множини раціональних чисел шляхом послідовного введення дробів (звичайних і десяткових), а також від'ємних чисел разом із формуванням культури усних, письмових, інструментальних обчислень.

Навчальний матеріал, що стосується виразів, величин, рівнянь і нерівностей, геометричних фігур, має загалом пропедевтичний характер. Ознайомлення з ним готує учнів до свідомого системного вивчення відповідних тем у курсах алгебри і геометрії. Зокрема, учні мають дістати уявлення про використання букв для запису законів арифметичних дій, формул, навчитись обчислювати значення простих буквених виразів, складати за умовою задачі й розв'язувати нескладні рівняння першого степеня спочатку на основі залежностей між компонентами арифметичних дій, а згодом із використанням основних властивостей рівнянь. Важливе значення для підготовки учнів до систематичного вивчення алгебри, геометрії та інших предметів мають початкові відомості про метод координат, які дістають учні 5 — 6 класів: зображення чисел на координатній прямій, прямокутна система координат на площині, виконання відповідних побудов, побудова і аналіз окремих графіків залежностей між величинами.

Істотне місце у вивченні курсу займають текстові задачі, основними функціями яких є розвиток логічного мислення учнів та ілюстрація практичного застосування математичних знань. Під час розв'язування текстових задач учні також вчать використовувати математичні моделі. Розв'язування таких задач супроводжує вивчення всіх тем, передбачених програмою.

Зміст геометричного матеріалу включає початкові відомості про планіметричні (відрізок, промінь, пряма, кут, трикутник, прямокутник, квадрат, коло, круг) і стереометричні (прямокутний паралелепіпед, куб, піраміда, циліндр, конус, куля) фігури. Учні набувають навичок вимірювання довжини відрізка й градусної міри кута, знаходження площ і об'ємів деяких фігур, побудови геометричних фігур за допомогою лінійки, косинця, транспортира і циркуля. Розширюються уявлення учнів про вимірювання геометричних величин на прикладах вимірювання і порівняння відрізків і кутів, побудови відрізків даної довжини і кутів із заданою градусною мірою, оперування формулами периметрів, площ і об'ємів геометричних фігур — знаходження невідомого компонента формули за відомими. Побудова кута за допомогою транспортира або косинця (прямого кута), прямої та відрізка

за допомогою лінійки використовується при побудові трикутників, прямокутників, перпендикулярних і паралельних прямих.

Вивчення геометричних фігур має передбачати використання наочних ілюстрацій, прикладів із довкілля, життєвого досвіду учнів, виконання побудов і сприяти виробленню вмінь виділяти форму і розміри як основні властивості геометричних фігур. Закріплення понять супроводжується їх класифікацією (кутів, трикутників, взаємного розміщення прямих на площині). Властивості геометричних фігур спочатку обґрунтовуються дослідно-індуктивно, потім застосовуються в конкретних ситуаціях, що сприяє виробленню в учнів умінь доказово міркувати.

Основа інтеграції геометричного матеріалу з арифметичним і алгебраїчним — числові характеристики (довжина, площа, об'єм) геометричних фігур. Узагальнюються знання учнів про одиниці вимірювання довжини, площі, об'єму і вміння переходити від одних одиниць до інших, оскільки ці знання і вміння використовуються у вивченні предметів природничого циклу і в трудовому навчанні.

У навчання математики в 5 — 6 класах вводяться елементи комбінаторики й теорії ймовірностей. В учнів формуються початкові відомості про множину, її елементи. Учні набувають умінь розв'язувати найпростіші комбінаторні задачі шляхом розгляду можливих варіантів. На прикладах пояснюються поняття випадкової події та ймовірності появи випадкової події.

Важливим є формування в учнів умінь подавати дані у вигляді таблиць, графіків і діаграм різних типів та на основі їхнього аналізу робити відповідні висновки.

Вивчення математики у 5 — 6 класах здійснюється з переважанням індуктивних міркувань в основному на наочно-інтуїтивному рівні із залученням практичного досвіду учнів і прикладів із довкілля. Відбувається поступове збільшення теоретичного матеріалу, який вимагає обґрунтування тверджень, що вивчаються. Це готує учнів до ширшого використання дедуктивних методів на наступному етапі вивчення математики.

У 7 — 9 класах вивчаються два математичних курси: алгебра і геометрія.

Основними завданнями курсу алгебри є формування умінь виконання тотожних перетворень цілих і дробових виразів, розв'язування рівнянь і нерівностей та їх систем, достатніх для вільного

їх використання у вивченні математики і суміжних предметів, а також для практичних застосувань математичного знання. Важливе завдання полягає в залученні учнів до використання рівнянь і функцій як засобів математичного моделювання реальних процесів і явищ, розв'язування на цій основі прикладних та інших задач. У процесі вивчення курсу посилюється роль обґрунтувань математичних тверджень, індуктивних і дедуктивних міркувань, формування різноманітних алгоритмів, що має сприяти розвитку логічного мислення і алгоритмічної культури школярів.

На цьому етапі шкільної математичної освіти учні починають ознайомлюватися з дійсними числами. Так, до відомих учням числових множин долучається множина ірраціональних чисел.

Основу курсу становлять перетворення раціональних та ірраціональних виразів. Важливо забезпечити формування умінь школярів вільно виконувати основні види перетворень таких виразів, що є передумовою подальшого успішного засвоєння курсу та використання математичного апарату під час вивчення інших шкільних предметів. Розглядається поняття степеня з цілим показником та його властивості.

Істотного розвитку набуває змістова лінія рівнянь та нерівностей. Відомості про рівняння доповнюються поняттям рівносильних рівнянь. Процес розв'язування рівняння трактується як послідовна заміна даного рівняння рівносильними йому рівняннями. На основі узагальнення відомостей про рівняння, здобутих у попередні роки, вводиться поняття лінійного рівняння з однією змінною. Курс передбачає вивчення лінійних рівнянь, квадратних рівнянь та рівнянь, які зводяться до лінійних або квадратних. Розглядаються системи лінійних рівнянь та рівнянь другого степеня з двома змінними. Щодо останніх, то увага зосереджується на системах, де одне рівняння — другого степеня, а друге — першого степеня. Передбачається розгляд лише найпростіших систем рівнянь, у яких обидва рівняння другого степеня.

Значне місце відводиться застосуванню рівнянь до розв'язування різноманітних задач. Ця робота має пронизувати всі теми курсу. Важливе значення надається формуванню умінь застосовувати алгоритм розв'язування задачі за допомогою рівняння.

Елементарні відомості про числові нерівності доповнюються і розширюються за рахунок вивчення властивостей числових нерівностей, розгляду лінійних нерівностей з однією змінною та квадратних нерівностей та їх розв'язування. Розглядається розв'язування систем

двох лінійних нерівностей з однією змінною.

У 7 класі вводиться одне з фундаментальних математичних понять — поняття функції. У цьому ж класі розглядається лінійна функція та її графік. Ці відомості використовуються для графічного ілюстрування розв'язування лінійного рівняння з однією змінною, а також системи двох лінійних рівнянь з двома змінними. Інші види функцій розглядаються у зв'язку з вивченням відповідного матеріалу, що стосується решти змістових ліній курсу. Зокрема у 8 класі в темах «Раціональні вирази» та «Квадратні корені» учні ознайомлюються з функціями $y = \frac{k}{x}$, $y = x^2$ і $y = \sqrt{x}$ та їх властивостями. У 9 класі розглядається квадратична функція. Вивчення її властивостей пов'язується, зокрема, з розв'язуванням квадратних нерівностей.

Таким чином, функціональна лінія пронизує весь курс алгебри основної школи і розвивається в тісному зв'язку з тотожними перетвореннями, рівняннями і нерівностями. Властивості функцій, як правило, встановлюються за їх графіками, тобто на основі наочних уявлень, і лише деякі властивості обґрунтовуються аналітично. У міру оволодіння учнями теоретичним матеріалом кількість властивостей, що підлягають вивченню, поступово збільшується. Під час вивчення функцій чільне місце відводиться формуванню умінь будувати й аналізувати графіки функцій, характеризувати за графіками функцій процеси, які вони описують, спроможності розуміти функцію як певну математичну модель реального процесу.

Прикладна спрямованість вивчення функцій, рівнянь, нерівностей доповнюється ознайомленням з елементами комбінаторики, теорії ймовірностей і статистики.

Головна лінія **курсу геометрії** — геометричні фігури та їх властивості. Основними поняттями курсу є: *точка, пряма, площина, належати, лежати між*. Перші три поняття — це основні геометричні фігури, а два останніх — основні відношення. Це неозначувані поняття — для них не формулюються означення, але їх зміст розкривається через опис, показ, характеристику. Інші поняття курсу визначаються, а їх властивості встановлюються шляхом доказових міркувань. Учень має усвідомити, що під час доведення теорем можна користуватися означеннями, аксіомами і раніше доведеними теоремами.

Фігури, що вивчаються: на площині — точка, пряма, відрізок, промінь, кут, трикутник, чотирикутник, багатокутник, коло, круг; у просторі (крім названих) — призма, піраміда, циліндр, конус, куля.

Учень повинен формулювати означення планіметричних фігур та їх елементів, зображати їх на малюнку, класифікувати кути, трикутники, чотирикутники, правильні многокутники.

Засвоєння стереометричного матеріалу обмежується формуванням уявлень учнів про взаємне розміщення прямих і площин у просторі, призму, піраміду, циліндр, конус, кулю та їх властивості.

У 7 класі учні ознайомлюються з основами геометричної науки — означеннями, аксіомами, теоремами, основними методами доведення теорем.

Однією з основних задач, що вивчається в курсі геометрії, є розв'язування трикутників. У 8 класі розглядається задача розв'язування прямокутного трикутника. Для цього вводиться поняття косинуса, синуса, тангенса гострого кута прямокутного трикутника, доводиться теорема Піфагора. Дана тема продовжується в 9 класі — розв'язуються довільні трикутники. Це потребує введення формул для знаходження синуса і косинуса тупого кута та доведення теореми косинусів і теореми синусів.

Розширюються уявлення учнів про аналітичне задання геометричних фігур, зокрема подається рівняння прямої, кола, виводяться формули довжини відрізка, координат середини відрізка, формується поняття про метод координат, який застосовується до доведення теорем та розв'язування задач.

Поглиблюються і систематизуються відомості про геометричні величини: довжину, градусну міру кута, площу, об'єм. У 8 класі вводиться одне з найскладніших понять шкільного курсу — поняття площі. Виведення формул для обчислення площ планіметричних фігур (прямокутника, паралелограма, трикутника, ромба, трапеції, правильних многокутників) спирається на основні властивості площ. Вивчення формул площ фігур дає можливість розв'язувати низку прикладних задач.

У 9 класі до відомих учням скалярних величин долучаються векторні величини. Розглядаються рівні, протилежні, колінеарні вектори. Вивчення дій над векторами є необхідним як для розв'язування фізичних задач, так і для розв'язування математичних задач векторним методом.

Істотне місце у вивченні курсу геометрії займають побудови фігур циркулем і лінійкою. Розв'язування задач на побудову фігур сприяє розвитку як творчого, так і алгоритмічного мислення учнів.

Графічні вміння учнів включають також і зображення геометричних фігур та їх елементів, виконання допоміжних побудов. Розв'язування задач на побудову супроводжує вивчення всіх тем, передбачених програмою. Окрім того, побудови мають широке практичне застосування.

У 9 класі вивчення стереометричних фігур передбачає використання наочних ілюстрацій, прикладів із довкілля, життєвого досвіду учнів, формування вмінь за готовими формулами обчислювати площі поверхонь та об'єми тіл. Виконання стереометричних зображень обмежується копіюванням зразків, запропонованих у підручнику та в іншій наочності, яку використовує вчитель.

Особливості змісту та методичного апарату підручників з математики для 5 – 6 класів.

Зміст арифметичного матеріалу розгортається навколо фундаментальних понять: число, величина, математична модель.

Зміст алгебраїчного матеріалу: вирази та їх числові значення; рівняння, нерівності; відношення та пропорції, відсотки; елементарні відомості про статистику та способи подання даних; види випадкових подій; відомості з історії науки.

Засади розробки змісту:

- Індуктивний підхід до викладу змісту з поступовим включенням елементів дедукції.
- Алгебричний матеріал вводиться поступово у взаємозв'язку з арифметичним.
- Значне збільшення питомої ваги текстових задач, що використовуються з різною дидактичною метою на всіх етапах вивчення теоретичного матеріалу.
- Поступове збагачення математичної мови учнів у мінімально необхідному для подальшого розвитку обсязі з включенням елементів сучасної математичної мови (термінологічної, логічної, символічної, схематичної, графічної).
- Послідовне формування уявлень учнів про основні алгебраїчні поняття як математичні моделі (з використанням терміну “математична модель”), що дозволяють описувати і вивчати процеси та явища реального світу.

• Пропедевтика основних понять систематичного курсу алгебри.

Зміст геометричного матеріалу: планіметричні і стереометричні фігури; геометричні величини, одиниці їх вимірювання; числові

характеристики фігур (на координатній прямій і площині); приклади геометричних перетворень (симетрії, паралельне перенесення) в техніці, архітектурі, побуті; побудови (без посилання на аксіоми конструктивної геометрії).

Засади розробки змісту:

- Наочність елементів геометрії, де акцент робиться на розвиток просторових уявлень, застосування знань до прикладних ситуацій, пропедевтику змістових ліній і математичних методів шляхом постановки геометричного експерименту з реальними прообразами фігур.

- Інтеграція геометричного матеріалу з арифметичним і алгебраїчним. Основа інтеграції – підкріплення властивостей геометричних фігур числовими характеристиками.

- Посилення зв'язку планіметричних і стереометричних фактів – планіметричні подаються як складові стереометричних.

- Пропедевтика елементів дедукції шляхом індуктивного встановлення загальних положень і застосування їх у конкретних ситуаціях.

- Неперервне, починаючи з перших кроків навчання, оволодіння просторовими формами шляхом предметного моделювання.

- Збільшення питомої ваги геометричних задач комбінаторного, імовірного характеру, задач із підсиленими логічними елементами, розв'язання яких передбачає спеціальних засобів аналізу даних (графи, матриці, таблиці).

- Послідовність матеріалу визначається як логікою його внутрішнього взаємозв'язку, так і чередуванням видів математичної діяльності учня.

- Наступність змісту, систематизація і поглиблення знань, одержаних в 1–4 класах.

Навчання математики в 5-6 класах є зв'язуючою ланкою між початковою школою (зкладаються основи осмисленого розуміння математичних понять, операцій, дій, методів і способів пізнання навколишнього світу) та 7-11 класами де на фундаменті пропедевтики основних понять алгебри, геометрії, інформатики фізики, хімії, біології, астрономії закладеному у 1 – 4 класах формуватиметься у процесі вивчення систематичних курсів наукова природничо-математична система знань, просторова модель світу, світоглядні переконання, алгоритмічна, графічна, мовленнєво-мисленнєва грамотність.

Компетентісний підхід до навчання потребує оновленого змісту шкільної математичної освіти, істотних змін щодо структури, дидактико - методичного забезпечення з врахуванням специфіки предмета, найновіших наукових досягнень, узгодження понятійного апарату, термінології, інтеграції знань при вивченні всіх навчальних предметів ,впровадження інноваційних освітніх технологій з урахуванням світового досвіду проектного навчання.

У шкільному підручнику з математики (для кожного року навчання) прогнозованими мають бути як результати навчання, розвитку так і результати виховання: рівень психофізичного, духовного здоров'я, національної свідомості, світоглядних переконань, моральності, толерантності, духовності, усвідомлення учнями відповідальності за власні дії і вчинки, та їх наслідки. У змісті завдань і запитань та методичному супроводі підручника, який є механізмом управління навчальною пізнавальною самостійною, мисленево-мовленевою діяльністю учнів важливо передбачити мотивацію самонавчання, потребу самовдосконалення, самооцінювання і самоконтролю,самоорганізації.

При створенні навчальних програм для кожного класу, як по вертикалі так і по горизонталі важливо врахувати, що шкільна математична освіта є фундаментом цілісної системи навчально-виховного процесу основної школи, де закладається підґрунтя розвитку творчої особистості, засобів і методів пізнання навколишнього світу, мовленево-мисленевої діяльності, формування рис і якостей необхідних у майбутньому для ділової професійно мобільної ініціативної людини.

Досвід освітніх систем багатьох країн світу свідчить, що орієнтація навчальних програм і підручників на компетентісний основі та створення ефективних механізмів його впровадження сприяє удосконаленню навчально-виховних технологій, їх узгодженню із сучасними потребами інтеграції до світового освітнього простору.

Компетентісний підхід передбачає кінцевим результатом навчання кожного предмета сформовані певні предметні та ключові компетентності як здатність учня успішно використовувати набуті знання, уміння, навички та інструмент для самонавчання, самоконтролю, самооцінки, засіб раціонально діяти в навчальних і життєвих ситуаціях та нести відповідальність за свої дії, вчинки, прогнозувати їх наслідки.

Знання, вміння та навички способи і методи діяльності, які учні отримують під час навчання математики в 1 – 6 класах поступово набувають вагомості предметних і ключових компетентностей оскільки саме вони є "тими індикаторами, які дають змогу визначити готовність учня успішно навчатись у наступному класі та впевнено розв'язувати життєві проблеми повсякдення, до життя, подальшого особистісного розвитку кожного учня на шляху до досягнення власних життєвих планів, мрій активної участі в житті суспільства, як громадянина визначає рівень навчальних досягнень, вмотивованої потреби самовдосконалення, самонавчання.

Дослідницька спрямованість завдань у підручниках з математики для 5 – 6 класів виконує функцію підготовки учня до самостійного оволодіння знаннями, формує вміння знаходити і обробляти інформацію (навчає вчитись) та вміння трансформувати набуті знання у інтегровану систему знань.

Компетентнісний підхід до моделювання змісту підручника з математики у 1-11 класах, зокрема у 5 – 6 класах, передбачає цілісність, системність, інтеграцію знань, їх наступність, створення можливостей для мовленево–мислиневого розвитку кожного учня, оволодіння навичками самостійно аналізувати, міркувати, робити узагальнення й висновки у процесі оволодіння предметними і ключовими компетентностями завдяки завданням різного рівня складності з елементами пошуково–дослідницької діяльності.

Підручник з математики на кожному етапі навчання як складова системи навчання математики загальноосвітньої освіти має формувати в учня поступово і цілеспрямовано уявлення про математику як про могутній засіб пізнання природи, Всесвіту, допомагати осмислити себе як частину світу в якому він живе й зрозуміти, що людина є мірою всіх речей навколишнього світу не лише тому, що пов'язана з існуючою системою мір, симетричністю, пропорційністю (золотий переріз), а ще й тому, що все, що створюється нею, є мірилом її розуму, наполегливої праці, духовності.

Реалізація у змісті та задачному матеріалі підручника принципу диференційованого навчання, де основою є методична система навчання учнів розв'язуванню задач, орієнтована на забезпечення логічних ланцюжків від практики «перевідкриття» істини до теоретичних узагальнень, що спрямовані на розвиток самостійної дослідницької діяльності учнів, умінь знаходити навчальну інформацію з різних

джерел де вчитель, дотримуючись уніфікації термінології та однозначності понять в системі математичної освіти постійно контролює та коригує і спрямовує пізнавальну самостійну діяльність кожного учня.

З урахуванням світових освітніх тенденцій та вимог до оновленого змісту шкільної освіти математику доцільно розглядати як цілісну систему впливу на інтеграцію змісту шкільної освіти у цілому, формування дослідницьких рис і якостей особистості. Вимогою часу освітнього світового простору є посилення національного виховання учнів, підвищення рівня мовленнєвої, графічної, алгоритмічної, суспільствознавчої, екологічної, економічної культури та оціночних самостійних суджень, підвищення відповідальності кожного за власні вчинки, за їх наслідки та готовність до професійного самовизначення, працевлаштування. Моральність поведінки учня у майбутньому потребує постійного моделювання відповідних навчальних та задачних ситуацій, можливість їх критичного оцінювання, осмислення та пошуків варіантів альтернативних рішень, формування умінь визначати раціональніший спосіб та обґрунтовувати власні міркування. Прогнозованими так само, як і рівень знань, умінь, способів і методів діяльності мають стати морально – етичні риси і якості поведінки кожного, ділові властивості, розвиток природніх задатків, нахилів, пошуки професійних перспектив діяльності з метою реалізації мрій кожного учня.

Створення цілісної сучасної педагогічної технології впливу на навчальні досягнення учнів з математики та функціонування всіх складових єдиного організму навчально-виховного процесу від дошкільного віку до закінчення загальноосвітніх навчальних закладів потребує узгодження вимог вишів до рівня навчальних досягнень учнів з математики та сформованих компетентностей у абітурієнтів з метою забезпечення подальшого успішного навчання та професійної мобільності майбутніх фахівців. Особливої уваги потребує підготовка психолого-педагогічних кадрів у педагогічних навчальних закладах де враховуючи вимоги сьогодення, щодо рівня предметних знань та професійної майстерності необхідно виховувати у майбутніх освітян всі ті риси і морально-етичні якості, світоглядні переконання, духовність, патріотизм, яких чекає держава і суспільство від випускників навчальних закладів. Учитель учителів має бути не лише наставником, радником, але і взірцем моральності, духовності, порядності,

інтелектуальної загальнолюдської досконалості, працелюбства, милосердя, людяності, патріотизму.

Концептуальні засади творення шкільного підручника з математики передбачають врахування вікових особливостей і пізнавальних можливостей та інтересів учнів, психології мислительної діяльності навчально-виховного процесу, специфіки предмета, його мету, завдання і функції, впливи на якість навчання інших предметів та вимоги чинних програм і Державних стандартів. Одним із ефективних механізмів реалізації у підручнику оновленого змісту математичної освіти, формування комунікативної, інформаційно-комунікаційної, проєктно-технологічної компетентностей є система задач і вправ, яка враховує найновіші досягнення вітчизняної і світової науки та практики і інноваційні технології навчання.

Оновлений зміст шкільної математичної освіти 5 – 6 класів потребує істотних змін щодо змісту структури, методичного забезпечення у підручнику: врахування проблеми наступності та найновіших наукових досягнень, узгодження понятійного апарату, термінології, інтеграції знань при вивченні всіх навчальних предметів дидактико-методологічного супроводу з урахуванням світового досвіду освітніх проєктних технологій.

Врахування вікових пізнавальних можливостей і інтересів і потреб учнів кожного класу (колективу і особистості), ґрунтуються на загальнолюдських цінностях та принципах науковості, полікультурності, світського характеру освіти, системності, інтегративності, єдності навчання й виховання, на засадах гуманізму в інтересах людини, родини, суспільства, держави. Зокрема, формування математичних знань, способів і методів діяльності, їх практичне застосування має ґрунтуватись на основі засвоєних раніше знаннях, умінь і навичках, умінь самостійно організовувати науково – дослідницьку діяльність, використовувати додатково довідники, словники та інші джерела інформації.

У підручниках необхідно закласти основи системного виховання особистості, рівень національної свідомості, світоглядних переконань, моральності, духовності, толерантності, активізуючи усвідомлення учнем власних можливостей самовдосконалення, самовираження творчої активності в реальних умовах сучасного суспільства з урахуванням перспектив розвитку особистості, як цього вимагає сучасний глобалізований світ.

Інформаційний зміст підручника у кожному класі має відповідати чинним програмам, віковим особливостям і пізнавальним можливостям та інтересам учнів, формувати в них поетапне цілісне уявлення про математичну освіту, її роль і значення у житті суспільства, кожної особистості. Зміст підручника загалом має сприяти оволодінню предметними та ключовими компетентностями (інформаційними, просторовими, мисленнєвими, мовленнєвими, графічними, алгоритмічними), передбаченими програмою і Державним стандартом.

Задачний матеріал у підручнику має виконувати функції поступового нарощення складності засвоєння матеріалу; забезпечувати диференціацію навчання, розвиток інтересу до предмета, із використанням елементів цікавої математики; стимулювати дослідницьку діяльність; потреби самоконтролю, самооцінки, самонавчання, формування інформаційної та комунікаційної компетентностей. Послідовність викладу матеріалу в підручнику має бути такою, щоб «... все сьогоденнє закріплювало вчорашнє і прокладало дорогу в майбутнє» (К. Ушинський).

Чітке дотримання принципу наступності у кожному класі та при переході із класу в клас забезпечує доступність, посильність, науковість системність, цілісність знань, привчає аналізувати, систематизувати, узагальнювати.

Додатком до підручників мають бути дидактико-методичні матеріали (навчальні посібники з друкованою основою, методичний посібник для вчителя, аудіо та відеоматеріали, ППЗ).

Кожний підручник з математики як складова системи навчання математики загальноосвітньої освіти має формувати, поглиблювати й збагачувати в учня чітку систему зорових образів понять, розвивати уяву, фантазію, мислення, допомагати кожному осмислити себе як частину навколишнього світу й зрозуміти, що людина є мірою всіх речей навколишнього світу не лише тому, що пов'язана з існуючою системою мір, симетричністю, пропорційністю (золотий переріз), а ще й тому, що все, що створюється нею, є мірилом її розуму, таланту, працелюбства, духовності.

Важливим орієнтиром удосконалення математичної освіти в цілому і, зокрема, вітчизняного підручникотворення є Загальноєвропейські рекомендації, де визначаються підходи, різні завдання й цілі компетентнісного навчання та успішний досвід впровадження освітніх реформ.

У змісті кожного підручника через систему задач і вправ важливо передбачити найважливіші відомості не лише з курсів геометрії, алгебри, інформатики, але й з фізики, хімії, біології, екології, географії, історії, українознавства, елементи економіки, реклами, бізнесу тощо, що сприятиме зміцненню міжпредметних зв'язків, розширенню ерудиції, світогляду учнів, готуватиме їх до життя в суспільстві, яке швидко змінюється.

Враховуючи специфіку математики, виникнення її понять з практичних потреб людини, інтегрованість знань про навколишній світ та проблемний характер методів і способів діяльності, які використовуються на уроках математики, в підручнику доцільно поєднувати ідеї дитиноцентризму, особистісно зорієнтованого та проблемного навчання – з впровадженням інтерактивних методів практичної діяльності.

Індуктивний та дедуктивний виклад матеріалу дає змогу учням з наочною образною мисленнєвою поступово осмислювати абстракції з опорою на навколишній світ, що створює надійну основу для підведення учнів до осмислення всіх нових наукових понять. Учні важливо зрозуміти й відчути, що навчання математики є для нього життєвою необхідністю незалежно від вибраної професії, що отримані ним знання є часткою величезної мудрої науки, що була і є для людини постійним супутником на шляху розвитку цивілізації, джерелом нових наукових відкриттів у різних галузях, основою успішної професійної діяльності.

Підручник має бути диференційованим ще на рівні пояснення матеріалу, що дає змогу дещо розширити зміст, включати цікавий, доступний необов'язковий для вивчення матеріал, що розвиватиме допитливість та дасть змогу учню самостійно включатись у пошукову дослідницьку діяльність, і всім тим учням, яких учитель недооцінює, та не приділяє їм достатньої уваги.

Оскільки творча діяльність є переважно одноосібною, доцільно всіляко стимулювати у підручнику самостійну діяльність засобами різного рівня складності вправ, завдань, запитань. Те, що до кожної задачі в підручнику можна поставити кілька різних запитань (а це різні суть задачі і різні числові вирази та задачі ситуації) навчає бачити багатоаспектність кожної ситуації, привчає учнів до узагальнених висновків та моделювання задачних ситуацій у повсякденному житті, навчає аналізувати, виокремлювати, порівнювати, узагальнювати використовувати аналогію тощо.

Проектні дослідницькі завдання підручника сприяють і заохочують активну розумову діяльність учнів та доповнюють роботу за підручником пошуками нових джерел інформації, роздумами, спонукають до творчих дій. Пізнавальна діяльність на основі предметноперетворювальних та мовленнєвотворчих дій притаманна учням від дошкільного віку до закінчення школи і є для них цікавою й бажаною. Завдання підручника мають стимулювати гру й зробити її засобом унаочнення задачних ситуацій, поданих у підручнику.

Структурування змісту підручника може варіюватись. У підручнику має простежуватися наочно-логічний розвиток та рівномірний розподіл передбаченого програмою матеріалу. У змісті підручника доцільно виділити такі структурні елементи: слово до учня, вступ, розділи й теми (передбачені програмою), задачі і вправи та запитання. Після кожного розділу має бути рубрика „Для допитливих” (Матеріал для тих, у кого є потреба в глибших математичних знаннях), рубрики „Перевір себе” (для вироблення навичок самоконтролю та самооцінювання), „Міркуй, досліджуй, роби висновки” (для тих учнів, які мають високий рівень підготовки до школи та для обдарованих): у кінці підручника – рубрику „Самооцінювання навчальних досягнень” та висновки, узагальнювальні тексти, наочні схеми, таблиці, завдання на самосистематизацію та самооцінювання навчальних досягнень учнів. Підручник повинен мати додатки: словник (глосарій), тлумачний словник термінів, довідкові таблиці важливих даних, список сучасної додаткової літератури, алфавітний покажчик. Усе те головне, що треба запам’ятати учню, має бути виділено дизайнером так, щоб учень бачив, виділяв його із загального тексту легко запам’ятовував. Підсумкові та узагальнювальні таблиці, схеми, цікаві й зрозумілі запитання, система задач і вправ, ілюстрації у підручнику мають доповнювати й збагачувати текст. Урізноманітненню пізнавальної діяльності учнів сприятиме чергування видів діяльності (практичні роботи, творчі завдання, вправи, запитання). Різні види самостійних завдань, запитань мають сприяти набуттю навичок та вмінь (пізнавальних, практичних, життєвих), постійно поглиблювати й збагачувати читацькі компетентності, вміння вчитися контролювати й оцінювати свої дії, знання.

Структура підручника з класу в клас має повторюватися з поступовим розширенням і збагаченням функцій підручника, його інформаційної, мотиваційної, розвивальної, виховної контролюючої, систематизуючої. З метою узагальнення й систематизації знань важливо

подавати в ігровій формі цікаві учню узагальнюючі таблиці, схеми, де необхідно буде заповнити пропуски або доповнити й зробити самостійно висновки й обґрунтувати їх. Цікавими й корисними для учня є узагальнюючі завдання „Знайди помилку”, „Чи допущено помилку?”, де йому необхідно обґрунтувати правильність тверджень, дій (виправити допущену помилку), пояснити свої міркування. Ігрова діяльність при розв’язуванні найрізноманітніших задачних ситуацій є підґрунтям ділових ігор, важливим етапом підготовки до професійної діяльності. Завершуватись кожний підручник з математики має системою узагальнюючих задач і вправ, яка органічно продовжиться в підручнику з математики для наступного класу, де збережуться, як рубрики, так і методичні прийоми формування понять зі стрижневою проблемою – навчання учнів розв’язуванню задач, де підходи до викладу текстового й ілюстративного матеріалу урізноманітнюються й ускладнюються з урахуванням специфіки змісту, вікових особливостей і пізнавальних інтересів учня, збагачення кругозору, ерудиції, світогляду, планування своєї майбутньої професійної діяльності.

Підручник для кожного класу має бути привабливим для учня постійною новизною, дизайном, ігровими ситуаціями, легкістю і посильністю пізнання. На кожному етапі навчання має бути цілеспрямоване накопичення зорових образів математичних понять, осмислення термінології, розвиток мовлення, формування прийомів розумових дій, вироблення вмінь зосереджувати увагу, запам’ятовувати, осмислювати почуте, побачене. Математичні поняття й просторові образи математичних понять мають формуватись у процесі пізнання навколишнього світу, розвитку мовлення, мислення, виховання національної свідомості, моральності, духовності, інтересу до краси й виразності слова.

Передбачені підручниками практичні самостійні дії, цікаві, посильні завдання, вправи, запитання мають постійно стимулювати допитливість учнів, інтерес до навчання, дарувати їм позитивні емоції, навчати вчитися, формувати навички самоконтролю, самооцінки. Підручник має забезпечувати загальний інтелектуальний розвиток дитини, активізацію індивідуальних пізнавальних можливостей, інтересів, природних нахилів, здібностей; формування мовленнєвих умінь, мислення, просторової уяви у процесі пізнання навколишнього світу (через поняття чисел, геометричних фігур, відношень,

взаємозв'язків) та осмислення через зміст задач загальнолюдських, морально-етичних, духовних цінностей народу.

Важливо, щоб система шкільних підручників з математики створила умови для учнів простежити еволюцію поступового осмислення людством природничо-математичної картини світу від найдавніших часів до сьогодення. Учням доцільно дати змогу через систему задач і запитань перевідкрити відомі людству наукові закони і закономірності, методи і способи пізнання навколишнього світу що сприятиме формуванню цілісних природничо-математичних знань важливих для практичної повсякденної діяльності, розширення світогляду, ерудиції.

Формування в учнів вмінь складати за графічним зображенням та числовим виразом умову задачі, визначати відомі й шукані величини, аналізувати зміст задач та запитань до неї, робити узагальнення значно розширюється і збагачується у підручниках з математики для 5-6 класів де учні вчать самостійно розкривати суть змісту задач за допомогою графічного зображення, таблиць, схем, вибирати для розв'язування задачі раціональні способи та обґрунтовувати їх, розглядати різні можливі варіанти інтерпретації, обґрунтовувати найраціональніший. Текстові задачі у підручнику мають бути короткими, з чітким зрозумілим змістом та сприяти осмисленому читанню, логічним міркуванням, алгоритмізації дій, формувати уміння виражати чітко, лаконічно свої думки, обґрунтовувати їх правильність. Учнів важливо навчити через систему підказок у підручнику відтворювати текстову задачу в звичному для них графічному зображенні, за допомогою схем, що полегшить пошуки шляхів розв'язування задач та застосування набутого досвіду при вивченні інших предметів.

Інтегруюча здатність задач поєднувати мовленнєву, графічну, алгоритмічну, обчислювальну культуру в єдину систему інтелектуального розвитку, розширить можливості мисленнєвої діяльності, вивільнить учню час для самостійних роздумів, пошуків нових джерел інформації, для дослідницько-пошукової діяльності, привчатиме їх до самоконтролю, самооцінювання, самонавчання, самовдосконалення і стане засобом соціалізації, самовираження, самоствердження. Послідовність викладу матеріалу у підручнику з математики 5-6 класів має відповідати психології пізнання учнями навколишнього світу, враховуючи їх мовленнєво-мисленнєві можливості, спроможність просторового осмислення картини світу, в

якому вони живуть та рівню розвитку прийомів розумових дій, що дають їм можливості осмислити відповідні математичні дії і операції з числами, просторові ознаки і властивості, формувати та поглиблювати обчислювальні уміння і навички у процесі розв'язування різноманітних задач різного рівня складності та проблем повсякдення. Через зрозумілу учням 5-6 класів мову ілюстрацій, схем, таблиць важливо, щоб вони легко і непомітно для себе осмислювали суть алгоритму, поняття множини, функції, функціональних залежностей, просторових взаємозв'язків і відношень, на основі яких у подальшому формуватимуть, вдосконалюватимуть протягом усього життя власну просторову модель світу, світоглядні переконання, професійну майстерність.

Оскільки в школі всі математичні поняття вивчаються концентрично, з поступовим ускладненням, розширенням та збагаченням кожного поняття та його зорового образу при переході з класу в клас та при використанні одних і тих самих понять у процесі вивчення різних предметів, необхідно забезпечити дотримування єдиної термінології та однозначності формування понять, посилюючи скрізь в системі, де це доцільно, інтеграцію знань. Підручники з математики мають сприйматися учнем в системі як єдине ціле з поступовим ускладненням викладу матеріалу, містити систематизуючі таблиці, схеми, тлумачний словник-довідник основних понять, означень, формул.

Науковість змісту підручника має бути забезпечена чіткою системою наукових понять, які ні в якому разі не можна ні спрощувати, ні деформувати у початковій школі. Підручник повинен містити систематизований виклад матеріалу, посильний і зрозумілий учням кожного конкретного класу, що відповідає навчальній програмі, співвідноситься з одиницями навчального часу, що відводиться на осмислене вивчення, на закріплення матеріалу. У доступній для учнів формі в підручнику доцільно розкривати дидактично-методичними засобами суть основних наукових ідей, законів, понять та їх взаємозв'язків (забезпечуючи коректність введення наукових понять їх відповідність загальноприйнятій термінології та символіці). При введенні кожного наукового поняття слід зберігати коректність та їх відповідність загальноприйнятій термінології і символіці з опорою на навколишній світ та практику повсякдення.

Враховуючи, що в системі шкільної освіти математиці відводиться роль стрижня, фундаменту для формування прийомів розумових дій,

вироблення загальнотрудових умінь і навичок, графічної, інформаційної, алгоритмічної культури, навичок моделювання розвитку просторової уяви, фантазії мислення, виховання рис емоційно-вольової сфери, формування наукового світогляду, самоконтролю, самооцінки у підручниках з математики мають бути закладені основи для їхнього формування.

Орієнтування освітніх технологій навчання математики та світові стандарти потребує узгодженої з іншими предметами цілісної системи інтегрованих підручників, спрямованих на поетапне послідовне і цілеспрямоване формування предметних і ключових компетентностей засобами інформаційних проектних комунікаційних технологій.

У 5 – 6 класі всі учні творці. Підручник має враховувати природню допитливість, потребу самоствердження, інтерес до технічного конструювання механізмів, моделювання пристроїв, одягу, потребу Інтернетних мандрівок, творення мультфільмів. Комп'ютерна графіка, можливість творити відкриває учню шлях до творчості, дає змогу проявити свої здібності, заявити про свої ділові риси і якості.

Рубрики «Міркуй, досліджуй, роби висновки» наведені у шкільних підручниках з математики („Математика, 5 кл”, „Математика, 6 кл”), та наведена рубрика «Міркуй, Роби висновки”. "Вибери тему дослідження» дають змогу учню самостійно вибрати завдання дослідження і полегшують вчителю діагностику інтересів та навчальних досягнень кожного учня, орієнтують у доборі індивідуальних підготовчих завдань для успішного виконання вибраної проблеми дослідження.

Ці рубрики цікаві учням можливістю вдовольнити природню допитливість, відкрити нове і одночасно є засобом узагальнення, систематизації, самовдосконалення алгоритмічної, графічної мовленевої грамотності, привчають до самоконтролю, самооцінювання.

Вільний вибір завдання(«Вибери завдання самостійно») для розв'язування та пошуки проблеми дослідження формують в учня самоповагу і віру в свої сили та риси самостійності, організованості, цілеспрямованості, виховують потребу самоконтролю, самооцінки, спонукають до творчості.

Фрагменти індивідуальної дослідницької роботи доцільно ілюструвати у підручнику поєднуючи із традиційними методами навчання, цікавими ігровими елементами, що дарують учню позитивні емоції. що забезпечують високий рівень досягнень учнів.

Особливості змісту та методичного апарату підручників з математики для 7 – 9 класів.

Зміст алгебраїчного матеріалу: числа та дії над ними; вирази та їх перетворення; рівняння, нерівності, системи рівнянь та нерівностей; функції; елементи прикладної математики, зокрема, фінансових розрахунків.

Засади розробки змісту:

- Формування вмінь і навичок тотожних перетворень алгебраїчних виразів, розв'язування рівнянь, нерівностей пов'язується з розвитком змістової числової лінії від множини раціональних до множини дійсних чисел; перші уявлення про можливість подальшого розширення поняття числа виробляються при введенні умовної одиниці для випадків від'ємного дискримінанта квадратного рівняння.

- Розвиток логічного мислення та математичної мови учнів; умінь логічно обґрунтовувати розв'язання алгебраїчних завдань із використанням нескладних дедуктивних міркувань.

- Формування уявлень про основні математичні поняття (число, рівняння, нерівність, функція) як важливі найпоширеніші математичні моделі процесів та явищ реального світу.

- Поступове оволодіння алгебраїчними методами (координатний, тотожних перетворень тощо).

Зміст матеріалу з комбінаторики, статистики та елементів теорії ймовірності: правила комбінаторного додавання і множення та їх застосування до розв'язування відповідних задач; відомості про статистику; основні способи подання та аналізу статистичних даних та їх числові характеристики; деякі статистичні закономірності в реальному світі; класичні ймовірнісні моделі на конкретних прикладах.

Засади розробки змісту:

- Індуктивний підхід до викладу навчального матеріалу з ілюстрацією всіх теоретичних положень на конкретних прикладах з оточуючого світу.

- Формування комбінаторних рис мислення в процесі розв'язування текстових задач.

- Використання змістових міжпредметних зв'язків при засвоєнні статистичних та імовірнісних понять.

- Включення до методичної системи практичних та лабораторних робіт.

Зміст геометричного матеріалу: геометричні фігури (на площині і в просторі), їх властивості; геометричні величини, їх вимірювання; елементи тригонометрії; початки аналітичної геометрії і векторної алгебри; побудови (циркулем і лінійкою); методи розв'язування задач; окремі методологічні питання геометрії.

Засади розробки змісту:

- Поєднання логічної строгості і геометричної наочності. Дедукція і абстрактність матеріалу спирається на наочність і геометричну інтуїцію учнів.

- Паралельне подання планіметричних і стереометричних фактів. (Вивчається в основному планіметрія, а просторові форми виступають як об'єкти, що ілюструють застосування і узагальнення планіметричних фактів).

- Значне послаблення аксіоматичної лінії і перенесення акцентів на наочну геометрію. Мінімізація аксіом і їх «приховане» («неявне») введення з опорою на життєвий досвід учня.

- Конструктивний підхід до означення геометричних понять.

- Підсилення традиційних початкових афінних фактів метричними, що дасть змогу розширити коло змістових задач.

- Основний зміст групується навколо трьох геометричних фігур – трикутника, чотирикутника, кола. Основний апарат доведення – ознаки рівності трикутників, однак залучаються і засоби алгебри.

- Інтеграція геометричного матеріалу з арифметичним та алгебраїчним на спільній науковій основі, виходячи з позицій єдиної математики. Інтеграційними чинниками можуть бути: 1) метод координат, який дає змогу розглядати фігури і числа як взаємозв'язані моделі знань і встановлювати попарну відповідність між базисними поняттями геометрії (точка, вектор, лінія, перетин ліній, поверхня тощо) і алгебри (число, набір чисел (координат), рівняння, система рівнянь тощо); 2) елементи теорії множин та математичної логіки, які дають змогу з єдиних наукових позицій трактувати деякі геометричні та алгебраїчні поняття; 3) переходи від геометричних образів до функцій двох змінних і, навпаки, що виробляють також уміння будувати математичні моделі взагалі і оптимізаційні зокрема.

Таким чином, пропонується така процедура відбору компетентнісно орієнтованого змісту математики в основній школі:

З'ясовуються основи відбору змісту – методологічні знання, які окреслюють межі пошуку змісту і включають основні фактори, що

впливають на його відбір. Проте основи відбору не впливають на обсяг змісту. Якщо керуватися лише основами відбору, то це може привести до переобтяження навчального матеріалу другорядними питаннями, прояву суб'єктивізму, перебільшення ролі принципу науковості. Все це мало місце під час удосконалення програм і підручників на початку 80-х років. Тому з урахуванням основ відбору *розробляється система принципів відбору*. Останні визначають напрями діяльності по відбору змісту і спрямовані на досягнення сучасних цілей математичної освіти. Нарешті основи і принципи є підставою для *створення засад відбору змісту*.

2.2.3. Допрофільна підготовка як необхідна умова компетентісно орієнтованого навчання математики

Допрофільна підготовка здійснюється у 8–9 класах і покликана повною мірою забезпечувати реалізацію інтересів, нахилів і здібностей учнів з математики шляхом відповідних змін у завданнях, змісті й організації процесу навчання. Допрофільна підготовка забезпечує наступність між основною та старшою школою, закладає інформаційні та психолого-педагогічні основи для успішного вивчення учнями математики як профільного предмета (математичні, фізико-математичні профілі, окремі ліцеї, коледжі, спеціалізовані фізико-математичні школи, школи і класи з поглибленим вивченням математики) і створює передумови для обрали для себе ті галузі діяльності, в яких математика відіграє роль апарату, специфічного засобу для вивчення і аналізу закономірностей навколишнього світу. які планують пов'язати свою майбутню професію з математикою

За наявності відповідного навчально-методичного, кадрового забезпечення навчальний заклад за потребою може запроваджувати допрофільну підготовку і в більш ранньому віці учнів.

Мета допрофільної підготовки – надання допомоги учневі в раціональному виборі майбутнього навчального профілю, створення сприятливих умов для його самовизначення і самореалізації, подальшого профільного навчання шляхом диференціації та індивідуалізації навчання в основній школі.

Завдання допрофільної підготовки:

– оптимальний вибір учнем майбутнього спрямування профільного навчання;

- розвиток особистості учня, розкриття, розвиток і реалізація його задатків і здібностей;
- підтримання і розвиток мотивації навчально-пізнавальної і творчої діяльності, продовження навчання, формування в учня інтересу до певного профілю (профілів), до профільного навчання загалом;
- інформування учня про переваги, цілі й завдання профільного навчання, перелік профілів, їхній зміст і особливості, можливий вплив вибору навчального профілю на подальше професійне навчання і його потенційний зв'язок з трудовою (професійною) діяльністю;
- набуття учнем досвіду самопізнання, самовизначення і самореалізації у процесі здійснення допрофільної підготовки, вибору навчального профілю.

Форми реалізації допрофільної підготовки.

До основних форм допрофільної підготовки необхідно віднести: поглиблене вивчення окремих навчальних предметів, курсів за вибором, факультативних курсів, проведення профільної орієнтації, профільного консультування, інформаційної роботи, заняття в математичних гуртках, наукових товариствах учнів, конкурс-захист науково-дослідницьких робіт з математики у Малій академії наук, участь у предметних олімпіадах з математики, співбесіди в кабінетах профорієнтації та ін.

Технології допрофільної підготовки – це різновид освітніх технологій; сукупність способів діяльності працівників системи середньої освіти, спрямованих на надання учневі допомоги в раціональному виборі майбутнього навчального профілю, створення сприятливих умов для самовизначення і самореалізації, подальшого профільного навчання.

Серед технологій допрофільної підготовки можна виділити такі: профільної діагностики, профільної орієнтації, профільного консультування, профільного інформування та ін.

Профільна діагностика - встановлення і комплексне вивчення здібностей, мотивів та інтересів, навчальних досягнень і результатів допрофільної підготовки учнів, які характеризують можливості їх навчання за певним профілем. Профільна діагностика дає змогу прогнозувати оптимальний навчальний профіль, вносити зміни в процес допрофільного навчання з метою підвищення його ефективності.

Профільна орієнтація – спрямована на ознайомлення учнів 8 – 9 класів з навчальними профілями, сприяння йому у визначенні оптимального з них. Профільна орієнтація здійснюється на основі

діагностування здібностей та можливостей учня, гарантує вибір навчального профілю з урахуванням його здібностей, потреб і бажань. Профільна орієнтація також передбачає розвиток в учня позитивного ставлення до профільного навчання.

Профільне консультування – індивідуальна консультативна допомога учневі у виборі навчального профілю в старшій школі.

Інформаційна робота – поширення інформації про допрофільне і профільне навчання за допомогою мережі Інтернет (сайт, оголошення та ін.), засобів масової інформації, друкованої продукції (інформаційних журналів і газет, брошур, буклетів, листівок).

Ефективність допрофільної підготовки вимагає налагодження дієвої діагностики рівня навчальних досягнень учнів основної школи, профільно-консультаційної психодіагностики з метою визначення професійних інтересів і якостей учнів для створення однорідних за підготовленістю та інтересами мікроколективів (класів, груп).

В освітній системі України за останній час сталося багато змін. Всі вони детально описані в Національній стратегії розвитку освіти в Україні на 2012–2021 роки [5]. У цьому документі визначено основні напрями і шляхи реалізації ідей та положень Національної доктрини розвитку освіти, здійснення реформування освіти впродовж найближчих 10 років у нових соціально-економічних умовах. Ключовими напрямками державної освітньої політики, крім іншого, мають стати:

- модернізація структури, змісту й організації освіти на засадах компетентнісного підходу, переорієнтації змісту освіти на цілі сталого розвитку;

- створення і забезпечення можливостей для реалізації різноманітних освітніх моделей, навчальних закладів різних типів і форм власності, різноманітних форм та засобів отримання освіти.

У Національній стратегії зазначається, що для здійснення стабільного розвитку і нового якісного прориву в національній системі освіти необхідно, зокрема, забезпечити створення умов для диференціації навчання, посилення професійної орієнтації та допрофільної підготовки, забезпечення профільного навчання, індивідуальної освітньої траєкторії розвитку учнів відповідно до їх особистісних потреб, інтересів та здібностей.

Найбільші зміни зараз відбуваються в старшій школі, основою розвитку якої стає профільність - орієнтація на широку диференціацію, варіативність, інтеграцію загальної і допрофесійної освіти.

Профільний підхід до організації навчання в старшій школі значно розширює можливості учня у виборі власної освітньої траєкторії і створює сприятливі умови для врахування індивідуальних особливостей, інтересів і потреб учнів, для формування у них орієнтації на той або інший вид майбутньої професійної діяльності. Повною мірою це стосується і навчання математики.

Сучасні тенденції реформування системи освіти визначають профільне навчання як один із засобів забезпечення рівного доступу до якісної освіти. В оновленій 2013 року Концепції профільного навчання в старшій школі зазначається, що профільне навчання є одним із ключових напрямів модернізації й удосконалення системи освіти нашої держави й передбачає реальне й планомірне оновлення школи старшого ступеня, яка б найбільшою мірою враховувала інтереси, нахили і здібності, можливості кожного учня, в тому числі з особливими освітніми потребами, у контексті соціального та професійного самовизначення і відповідності вимогам сучасного ринку праці.

Профільне навчання – вид диференціації й індивідуалізації навчання, що дає змогу за рахунок змін у структурі, змісті й організації освітнього процесу повніше враховувати інтереси, нахили і здібності учнів, їх можливості, створювати умови для навчання старшокласників відповідно до їхніх освітніх і професійних інтересів і намірів щодо соціального і професійного самовизначення.

Профіль навчання – це спосіб організації диференційованого навчання, який передбачає розширене, поглиблене і професійно зорієнтоване вивчення циклу споріднених предметів.

Профіль навчання визначається з урахуванням інтересів та можливостей учнів, перспектив здобуття подальшої освіти і професійних перспектив учнівської молоді; кадрових, матеріально-технічних, інформаційних ресурсів школи; соціокультурної і виробничої інфраструктури району, регіону.

Наприкінці навчання в 9 класі учень має визначитися, за яким профілем надалі він хоче продовжити навчатися. А це не так вже й легко зробити в 14 років. В дійсності часто за учня роблять вибір батьки чи навіть навчальний заклад. Іноді бажання учня не співпадають з його можливостями, або можливостями навчального закладу. Для того щоб профілізація освіти була ефективною, необхідно, щоб учень самостійно зробив свідомий і об'єктивний вибір того чи іншого профілю, а щоб уникнути розчарувань, він має бути обізнаний з існуючими варіантами і

попередньо самовизначитися. В цьому і полягає етап допрофільної підготовки.

У Проекті Концепції профільного навчання в старшій школі однією з передумов для профільного навчання названо організацію допрофільної підготовки учнів на завершальному етапі основної школи (8-9 класи) і як результат – вмотивований вибір учнем профілю навчання. Основні питання, що стосуються змісту, мети, форм і технологій реалізації допрофільної підготовки детально висвітлені у спеціальному розділі Концепції [6].

Допрофільна підготовка – це компонент профільного навчання, який здійснюється в основній школі (8–9 класи) і покликаний повною мірою забезпечувати реалізацію інтересів, нахилів і здібностей учнів шляхом відповідних змін у завданнях, змісті й організації процесу навчання. Допрофільна підготовка забезпечує наступність між основною та старшою школою, закладає інформаційні та психолого-педагогічні основи для успішного профільного навчання учня і створює передумови для життєвого і професійного самовизначення.

За наявності відповідного навчально-методичного, кадрового забезпечення навчальний заклад за потребою може запроваджувати допрофільну підготовку і в більш ранньому віці учнів.

Мета допрофільної підготовки – надання допомоги учневі, в раціональному виборі майбутнього навчального профілю, створення сприятливих умов для його самовизначення і самореалізації, подальшого профільного навчання шляхом диференціації та індивідуалізації навчання в основній школі.

Завдання допрофільної підготовки:

- оптимальний вибір учнем майбутнього спрямування профільного навчання;
- розвиток особистості учня, розкриття, розвиток і реалізація його задатків і здібностей;
- підтримання і розвиток мотивації навчально-пізнавальної і творчої діяльності, продовження навчання, формування в учня інтересу до певного профілю (профілів), до профільного навчання в цілому;
- інформування учня про переваги, цілі і завдання профільного навчання, перелік профілів, їхній зміст і особливості, можливий вплив вибору навчального профілю на подальше професійне навчання і його потенційний зв'язок з трудовою (професійною) діяльністю;

– набуття учнем досвіду самопізнання, самовизначення і самореалізації у процесі здійснення допрофільної підготовки, вибору навчального профілю.

Розглянемо конкретні шляхи організації допрофільної підготовки з математики, які апробовані автором статті в ліцеї «Престиж».

Вибір профілю навчання є проблемою не лише для учнів та їх батьків, але й для навчального закладу. До розв'язання цієї проблеми потрібно підходити комплексно. Вчитель та навчальний заклад мають з свого боку не лише запропонувати певний перелік профілів, а ще й здійснювати координаційну роботу щодо допрофільної підготовки учнів основної школи. Психологи навчальних закладів або класні керівники мають діагностувати соціально-психологічну готовність учнів 9-х класів до професійного самовизначення, ознайомлювати учнів з результатами тестів, надавати психолого-педагогічні консультації з питань вибору майбутньої професії тощо.

В умовах профільної школи класи з великою кількістю учнів можуть ділитися на групи, а от класи з малою кількістю учнів різняться профілями.

Створення допрофільних класів в ліцеях і гімназіях може відбуватися двома способами:

1) при наборі в ліцей учнів тестують за декількома напрямками і таким чином визначають тих, які складуть основу класу фізико-математичного профілю;

2) після першого семестру, або першого року навчання в ліцеї, учнів перерозподіляють в класи за рівнем їх успішності та нахилами.

Кожен із способів має свої недоліки і переваги, як і рання допрофільзація в цілому.

Допрофільна підготовка може початися і з п'ятого класу, як це зроблено у ліцеї «Престиж» м. Києва. Ліцей працює для учнів 5-11 класів. Тож, в 5 клас приходять учні з різних навчальних закладів з різним рівнем підготовленості і різним рівнем знань з базових предметів (при вступі учні складають екзамени з української мови, математики та іноземної мови). На основі результатів написаних робіт учнів розподіляють у відповідні класи. У цих класах однакова кількість годин математики та логіки, що дає можливість учням в подальшому, за бажанням і відповідним рівнем навчальних досягнень, переходити з класу в клас.

До 8 класу програми різняться лише варіативними складовими, факультативами і гуртками. В одному класі за рахунок ліцейних годин читається «Освітній центр», де учні на пропедевтичному рівні знайомляться з цікавими застосуваннями математики і фізики в оточуючому нас світі, а в іншому, наприклад, «Культури світу», де краєзнавство переплітається з вивченням іноземної мови.

Форми реалізації допрофільної підготовки можуть бути різними: поглиблене вивчення окремих навчальних предметів, курсів за вибором, у тому числі профілеорієнтаційного спрямування, факультативних курсів, створення допрофільних груп, проведення профільної орієнтації, профільного консультування, інформаційної роботи, заняття в предметних гуртках, наукових товариствах учнів, конкурс-захист науково-дослідницьких робіт у Малій академії

У ліцеї «Престиж» для усіх класів вчителем математики читається курс за вибором «Логіка» [1 - 3], який дає можливість підсилити рівень математичної підготовки класу, підготувати учнів до олімпіад (де пропонуються завдання з логічним навантаженням), змагань та конкурсів, підвищити інтерес до вивчення математики, розширити рівень загального розвитку і познайомитися з нелегкою наукою логіка, яка знадобиться в навчанні і роботі, наприклад таких майбутніх спеціалістів як слідчий, юрист тощо.

Учні з класів, що в подальшому можуть стати гуманітарними, не завжди розуміють суть деяких понять. На уроці логіки вчитель може пояснити, наприклад, що таке контрприклад за допомогою ось такого завдання у цікавій формі.

1. Чи правильними є визначення? Якщо ні, то виберіть контрприклад.

1) Квадрат – це фігура, у якої всі сторони рівні.



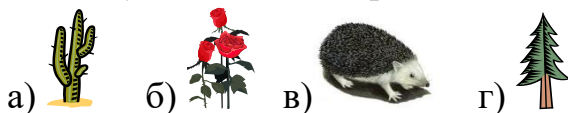
2) Морква – це овоч жовтогарячого кольору.



3) Чашка — посуд, з якого п'ють.



4) Кактус – це колюча рослина.



Учнів класу, що в майбутньому може стати фізико-математичним, можуть зацікавити задачі з неочікуваною відповіддю. Наприклад.

1. Цеглина важить 2 кг та ще половину цеглини.
2. Який годинник показує правильний час лише двічі на добу?
3. У ряді з 13 чисел сума будь-яких трьох сусідніх чисел дорівнює 12. Перше число 3. Чому дорівнює останнє число?
4. 20 учні сховались під парасолькою. Парасоля не закриває їх, але ніхто не змок. Чому?

У 7 класі, зазвичай, учні відвідують факультативи, гуртки, беруть участь в олімпіадах, конкурсах, починають писати роботи до МАН, раз на семестр виконують наукові проекти, що теж сприяє самовизначенню в подальшому.

Провівши попередню пропедевтичну роботу у 5-7 класах, навчальний заклад має можливість у 8 класі формувати класи за профілями під певні групи учнів, а не навпаки, коли учнів добирають під визначені профілі. Наприклад, якщо учні класу мають гарну математичну підготовку, але їм все ніяк не вдається опанувати фізику, класу (батькам і учням) може бути запропонований профіль «Прикладна математика», якщо ж крім гарних досягнень з математики учні показують гарні результати у вивченні інформатики - «Інформаційно-технологічний».

З 8 класу учні вчаться за різними програмами з математики, так як для учнів 8 – го і 9 – го класів розроблені і впроваджені в учбовий процес по два підручники алгебри і геометрії (для загальноосвітніх шкіл і для класів з поглибленим вивченням математики). Тож подальший перехід з класу в клас ускладнено, хоч і можливий.

Реалізація основних положень Концепції профільного навчання відбувається за допомогою внесення змін до всіх компоненти методичної системи. Особливе місце при цьому відводиться підручникам і навчальним посібникам. Сучасний шкільний підручник є не лише носієм змісту освіти і засобом навчання, а повною мірою виступає цілісною моделлю процесу навчання. Це забезпечується єдністю змістового і процесуального наповнення, поєднанням засобів для викладання і учіння, розширенням і об'єднанням дидактичних функцій тощо. На основі сучасних підручників з математики можлива організація учбового процесу, направленою на формування ключових компетентностей старшокласників, набуття ними навичок самостійної науково-практичної, дослідницько-пошукової діяльності, розвиток їх

інтелектуальних, психічних, творчих, етичних, фізичних, соціальних якостей, прагнення до саморозвитку і самоосвіти.

Переваги здійснення допрофілізації з 5 - 6 класу (для вчителя):

- на уроці легко працювати з учнями, що знаходяться приблизно на одному рівні математичної підготовки, учбових можливостей і переваг;
- підвищується ефективність здійснення диференціації вчення в рамках одного класу і індивідуального підходу до учнів;
- одиниця учбового матеріалу засвоюється учнями всього класу за меншу кількість часу, що забезпечує розгляд додаткового теоретичного матеріалу, завдань підвищеної складності і вправ з логічним навантаженням.

Негативні сторони здійснення профілізації з 5-6 класу (для вчителя):

- працюючи на паралелі, вчитель витрачає більше часу на підготовку, оскільки повинен підготувати фактично 2 різні уроки;
- створюються неоднозначні стосунки між учнями з класів різних профілів, класними керівниками і вчителями-предметниками;
- вчителю математики важко досягти значних результатів в класі не математичного напрямку.

Позитивні сторони здійснення ранньої профілізації для учнів, які в майбутньому будуть орієнтовані на фізико-математичний профіль:

- що вчать, які хочуть вчитися, мають всі можливості задовольнити свої потреби і досягти високих результатів;
- у сильних класах збільшується здорова конкуренція, що є рушійною силою для здобуття знань.

Негативні сторони здійснення допрофілізації для учнів, які в майбутньому орієнтуватимуться на гуманітарний профіль:

- деякі учні можуть втратити інтерес до навчання;
- у школярів з гуманітарного класу може розвинути відчуття неповноцінності і втрата мотивації.

У класах різних профілів існують такі відмінності:

- рівень знань,
- рівень мотивації до навчання,
- рівень самоорганізації (учні фізико-математичного класу більш здатні до самоорганізації, вона для них не є такою обтяжливою, як для учнів гуманітарного класу, до яких ближчий творчий безпорядок),
- емоційно-вольові та психологічні характеристики.

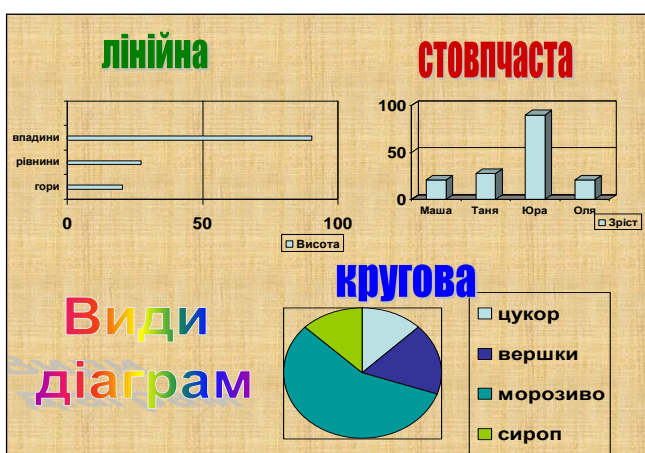
Відповідно методика однією й тією ж бути не може.

Працюючи в класах, орієнтованих в майбутньому на фізико-математичний профіль, вчителям доцільно застосовувати такі методичні прийоми:

1. Змотивувати і обґрунтувати вивчення кожної теми навчальної теми; інтенсифікувати процес навчання.

2. Подавати нову інформацію схемами, таблицями, діаграмами. Систематично використовувати нові інформаційні технології для пояснення нового матеріалу, перевірки отриманих знань і умінь, розглядати різні способи розв'язування завдань.

На малюнках 1 і 2 подано фрагменти презентації, яку доцільно використати на уроці для вивчення теми «Діаграми».



Мал. 1



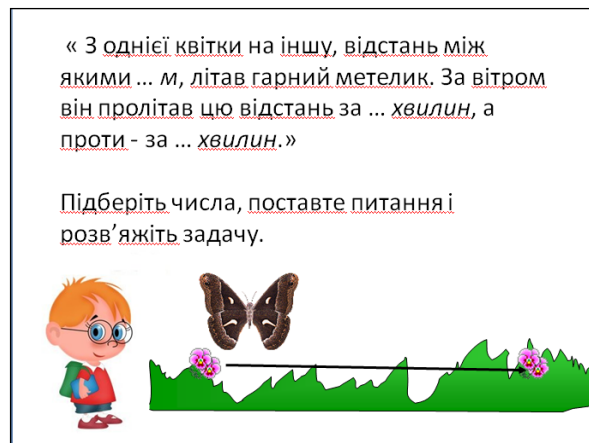
Мал.2

3. Деякі теоретичні питання виносити на самостійне опрацювання учнів за підручником або з використанням додаткової літератури.

4. Розв'язування завдань за готовими малюнками(мал.3), розв'язування задач для розвитку творчого мислення, наприклад задач без вимоги (мал.4) тощо.



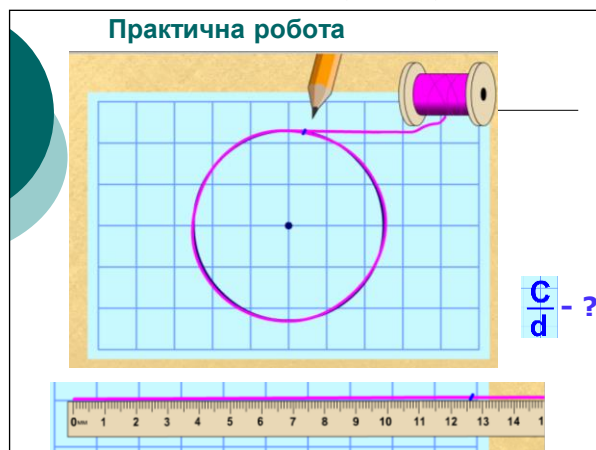
Мал. 3



Мал. 4

5. Пропонувати учням написання великої кількості письмових робіт: самостійні роботи, математичні диктанти, літучки, робота в робочих зошитах, тест-контролях. Це дає змогу інтенсифікувати процес закріплення та корекції знань; формуванню в учня об'єктивної картини рівня своїх знань.

6. Використовувати практичні роботи творчого характеру. Наприклад «Визначення довжини кола» (мал.5).



Мал. 5

Працюючи в класах, орієнтованих в майбутньому на гуманітарний профіль, вчителям доцільно застосовувати інші методичні прийоми:

1. Матеріал подавати дрібними дозами з детальними поясненнями і демонстрацією використання теоретичного матеріалу на практиці, поступово ускладнюючи учбовий матеріал.

Наприклад, вивчаючи додавання раціональних чисел, варто спочатку пояснити додавання двох від'ємних чисел, проводячи аналогію з боргом, одразу показати приклади і запропонувати учням виконати дії самостійно. Завдання зручно подавати на мультимедійній дошці у вигляді таблиці, де кольорові клітинки з'являться за потребою (мал. 6). Потім, проводячи аналогії з боргом і прибутком, пояснити додавання додатного і від'ємного чисел (мал. 7).

ЗАПОВНІТЬ ТАБЛИЦЮ

Борг	-4	-3	-2	-10	-8	-12
Борг						
-5	-9	-8	-7	-15	-13	-17
-6	-10	-9	-8	-16	-14	-18
-8	-12	-11	-10	-18	-16	-20
-10	-14	-13	-12	-20	-18	-22
-14	-18	-17	-16	-24	-22	-26

Мал.6

ЗАПОВНІТЬ ТАБЛИЦЮ


Прибуток	+4	+3	+2	+10	+8	+12
Борг						
-5	-1	-2	-3	+5	+3	+7
-6	-2	-3	-4	+4	+2	+6
-8	-4	-5	-6	+2	0	+4
-10	-6	-7	-8	0	-2	+2
-14	-10	-11	-12	-4	-6	-2

Мал.7

2. Проводити корекцію знань, умінь і навиків після написання письмових робіт, вимагати виконання учнями вдома роботи над помилками попередньої домашньої роботи. Це дає змогу кожному учню побачити кількість помилок, які він допустив, що сприяє об'єктивній оцінці учня своїх знань, проаналізувати помилки та виправити їх, користуючись або підказками вчителя, залишеними в зошиті, або підручником.

3. Систематично проводити індивідуальні заняття і заняття в малих групах. Для деяких учнів на таких заняттях можна розглядати теми з випередженням. Це дає змогу вирівняти сприйняття учнями теми та сприяє підвищенню самооцінки слабкого учня під час уроку, що може дати поштовх до навчання.

4. Писати твори на задану тему (мал.8).



**Можливі теми
творів з
математики в 5-6
класах**

1. Як дробі допомагають людині
2. Прості числа
3. Світ трикутників
4. Симетричні фігури
5. Чотирикутники різних видів
6. Як я потоваришував з модулем
7. Мої улюблені задачі
8. Світ без прямокутних паралелепіпедів

Мал. 8

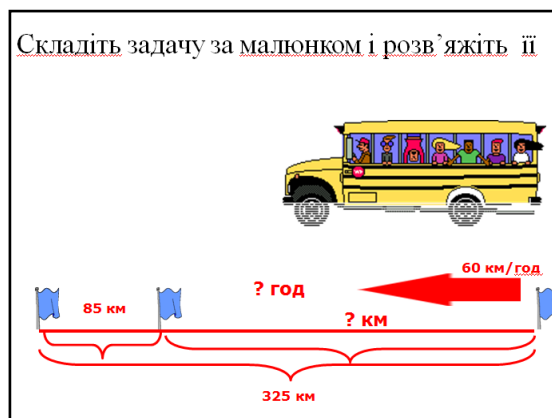
5. Раз на тиждень проведення уроку корекції знань, умінь і навичок. Учні сідають по одному за парту і працюють самостійно за підручником, при цьому вчитель ходить по класу і перевіряє виконання завдань, показуючи де помилка, пояснюю чому не так. Робота не оцінюється. Це дає змогу індивідуально з кожним з'ясувати труднощі, які виникають, поступово залучати учнів до самостійної роботи, створити здорову атмосферу в класі.

6. У таких класах користуються попитом завдання, де необхідно скласти умову до певного якогось виду задачі або скласти умову до задачі за малюнком чи схемою, які можна представити на мультимедійній дошці (мал. 9). Це дає змогу підвищити інтерес до предмету; навіть на уроках математики дати вихід творчим здібностям учням.

Наприклад, в 5 класі при вивченні теми відсотки вчитель може пропонувати учням самостійно придумувати умови до задач на знаходження числа за відсотком та відсотку від числа. Це є корисним, оскільки учням для розв'язування задач перш за все треба правильно визначати вид задачі.

Крім того, учням можна пропонувати схеми (мал. 9), це дає змогу вчителю діагностувати чи вміють учні їх читати і з ними працювати. А

розвинути креативне мислення допоможуть малюнки, до яких можна придумати багато різних умов, наприклад, малюнок 10.



Мал. 9



Мал.10

Ефективним засобом, який допомагає вчителю математики в підготовці і проведенні уроків на одній паралелі в класах різних профілів, є мультимедійна дошка. Урок можна будувати з декількох блоків, що мають різне навантаження. Конкретні приклади таких уроків представлені у роботі [4] і на сайті mathlessons.ucoz.com.

У багатьох ліцях і гімназіях допрофільна підготовка починається вже з 5 класу. Нормативних документів, що регламентують таке раннє розділення учнів за рівнями навчання до теперішнього часу не було. Недостатньо досліджено це питання і в наукових роботах по педагогіці і методиці вчення. Все це вказує на існування проблеми ранньої допрофільзації та її актуальність.

За допомогою допрофільного навчання створюються умови для забезпечення поглибленого вивчення окремих навчальних дисциплін, що сприяє формуванню стійкого інтересу до предмету, розвитку відповідних задатків і здібностей, розширенню і поглибленню змісту

тощо. Все це вказує на такі основні функції ранньої допрофільної підготовки:

- інформаційна (розширення і поглиблення знань і умінь з окремих учбових дисциплін);
- психологічна (рефлексія, розширення уявлень учнів про себе, свої здібності і можливості);
- діяльнісна (залучення учнів до активної творчої роботи).

Розділ III. Формування предметних і ключових компетентностей учнів основної школи в процесі навчання математики.

3.1. Навчання учнів основної школи математичної мови як складової математичної компетентності

В основу сучасної концепції базової і повної середньої освіти школярів покладено принцип гуманізації навчального процесу, що реалізується засобами особистісно та компетентісно орієнтованого навчання.

Реальні передумови для побудови відповідних ефективних систем навчання створюються за рахунок ключового положення про планування рівневих результатів навчання, закладеного в ідеології дидактичних функцій Державного стандарту шкільної освіти та критеріях оцінювання навчальних досягнень учнів з математики. Отже відкривається можливість неформальної дії механізму стандартизації змісту шкільної математичної освіти н відміну від жорстко детермінованої системи регламентації навчально-виховного процесу відповідно до єдиних для всіх учнів результатів навчання незалежно від індивідуальних навчальних можливостей та спрямування пізнавальних інтересів.

Зміст освіти орієнтований на послідовну реалізацію культурологічного принципу його побудови і пріоритетними є завдання розвитку логічного мислення засобами математики, освоєння та свідоме застосування математичної мови та методу математичного моделювання для розв'язування практичних та прикладних задач. Цим самим забезпечується базис математичної культури та предметної математичної компетентності, а отже і здатності застосовувати математику в реальному житті.

Кінцевим результатом навчання математики на засадах компетентнісного підходу є математичні компетентності учнів, що включаються, зокрема, до загальнокультурних.

Математична компетентність розглядається як особистісна якість, що інтегрує змістово-інтелектуальну (знає і розуміє), рефлексивно-діяльнісну (уміє і застосовує) та мотиваційно-ціннісну (виявляє ставлення та оцінює) складові. Ця якість особистості учня формується та розвивається протягом всього періоду навчання учнів в основній школі. Змістово-інтелектуальний компонент математичної компетентності складається з елементів математичної мови, математичних та логічних операцій, математичних моделей, базових алгоритмів та математичних тверджень.

Набування предметно-галузевих математичних компетентностей безпосередньо пов'язане з процедурою засвоєння математичних понять, виконанням математичних та логічних операцій, використанням математичної і, зокрема символічної мови та мови графіків, розуміння її зв'язку з природною мовою.

У цьому контексті є цікавою думка американського фізика Р.Фейнмана: «Математика - це мова плюс міркування, це наче мова і логіка разом. Математика - це знаряддя для міркувань. У ній сконцентровано результати точного мислення багатьох людей»

Методична модель процедури формування математичної компетентності учнів основної школи ґрунтується на позитивній мотивації до математичної діяльності, пізнавальному інтересі до математики та її історії, а отже історії виникнення та розвитку математичних понять і термінів. До речі, історія математики, в певному сенсі, є унікальною, оскільки на відміну від історії будь-якої іншої галузі знань вона найменшою мірою є історією помилок. Для усвідомленого засвоєння та використання математичного терміна суттєвою є інформація про те, що це слово означає в точному перекладі мовою його походження, коли і ким вперше було його (або відповідний йому символ) застосовано в математиці. Історія математики дає можливість чіткого простеження дії принципу наступності у розвитку цієї науки на відміну від принципу сумарного накопичення фактів. Природним чином важливість цього принципу зберігається у разі побудови методичних систем і, зокрема, для ефективного навчання математичної мови.

Освоєння математичного методу пізнання дійсності та інтерпретація отриманого знання засобами математичної мови є базисом

математичної культури та предметної математичної компетентності. Адже математична компетентність – це вміння застосовувати математику в реальному житті, розуміти суть методу математичного моделювання. Саме засвоєння математичної мови та основних математичних моделей шкільного курсу як складових математичної компетентності на кожному з вікових періодів навчальної діяльності школяра є необхідними для його розвитку як біологічного виду, оскільки відбувається активний розвиток мислення та підготовки розуму для вивчення інших наук і не лише природничих.

Успішне набування учнями основної школи предметної математичної компетентності, що має досить розгалужену структуру, безпосередньо і в першу чергу залежить від своєчасного та усвідомленого засвоєння ними математичної мови на операційному рівні. Сформованість відповідних компонентів мислення та вмінь застосовувати математичну мову є необхідною умовою для побудови та перетворення математичних моделей в контенті природничої освіти та використанні їх в широкому спектрі практичних потреб.

Математична мова, математичні моделі слугують як засобом наукового пізнання, так і водночас інтеграційним чинником процесу утворення в учнів наукової картини світу.

Усвідомлене та стійке в часі засвоєння математичної мови необхідне як для набування предметно-мовленевих компетентностей (вміння задавати запитання по суті та давати на них відповіді, логічно та аргументовано викладати свої думки) та розумових компетентностей (вміння аналізувати, виділяти головне, порівнювати, зіставляти, уміння класифікувати, будувати та читати графіки тощо).

Зазначені уміння в контексті змісту шкільних математичних курсів виробляються в процесі опрацювання базових математичних понять як на етапі первинного засвоєння їх змісту, так і поступового його розширення в процесі застосування. Поступово створюється так званий «навколопонятійний простір» (за О.І.Маркушевичем), що включає пояснення з використанням прикладів, синонімів, інтерпретаційних моделей, різновидів розглядуваного поняття тощо.

Сформованість такого предметно-мовленевого простору навколо математичного поняття, його різноплановість забезпечує успішне використання математичних понять для розв'язування прикладних задач та задач практичного змісту.

Під час нагромадження знань і навичок формується вміння застосовувати математичну мову та математичні моделі. Уміння виробляються на основі знань і навичок та включають розуміння взаємовідношень між метою певної діяльності, умовами та способами її виконання.

Навички і уміння формуються лише за умови цілеспрямованої організації відповідної навчальної діяльності учнів.

Від якості засвоєння учнями математичної мови безпосередньо залежать окремі результати набування мовленевих компетентностей (вміння задавати запитання по суті та давати на них відповіді; логічно та аргументовано викладати свої думки) та розумових компетентностей (вміння аналізувати, виділяти головне, порівнювати, зіставляти; уміння систематизувати (класифікувати, будувати та читати графіки, таблиці).

Міжнародні моніторингові порівняльні дослідження результативності шкільної, і зокрема математичної, освіти засвідчили, що навіть набуті учнями знання й уміння далеко не завжди забезпечують вміння їх застосовувати для моделювання нескладних реальних процесів та ситуацій. Основною причиною є формальне, несвідоме засвоєння термінологічного та знаково-символьного апарату математичної мови.

Психолого-педагогічна експертиза поданих на конкурс рукописів підручників виявила, що нерідко саме лінгво-семантичний бік тексту підручника реалізовано недостатньо і не системно. Чимало математичних термінів мають іншомовне походження, і при ознайомленні з ними в учнів не виникає ніяких асоціацій. З огляду на це корисно ознайомлювати учнів із значенням нового слова в мові його походження. Відомою є позитивна роль асоціативних зв'язків для довготривалого запам'ятовування та мотиваційно-ціннісного ставлення учня до нової початкової інформації, інтересу та бажання вчитись.

У математиці кожне нове поняття формується на основі інших уже відомих, які використовуються в цьому процесі як опорні. Це сприяє доступності нового знання і, певною мірою, готовності учнів до його сприйняття. У забезпеченні системності математичних знань суттєва роль належить фундаментальному поняттю відповідності. Формування його починається вже в початкових класах на основі досвіду дитини встановлювати певні відповідності між парами різноманітних предметів шляхом порівняння, пізніше – між числами, точками тощо. Уявлення про те, що означає слово «відповідати» починає формуватись досить рано поступово розширюючи свій обсяг та охоплюючи математичні

об'єкти. Щоб навчити учнів правильно вживати вирази із словом «відповідає», увагу учнів зосереджують на парах відповідних елементів, що розглядаються в завданнях і поступово збагачують свою математичну мову словами та виразами «відповідає», «знаходиться у відповідності», «пара чисел» або інших об'єктів. Освоєнню ідеї відповідності сприяє робота з таблицями, схемами.

Поняття пари та множини пар лежать в основі понять координатна пряма, система координат, функція та способи задання функції.

Застосування координатної прямої для моделювання множини цілих чисел та виведення правил виконання операцій додавання та віднімання на цій множині, знижує рівень абстрактності цього процесу, дає змогу застосовувати найбільш доцільний спосіб викладу нового знання. Все це запобігає формальному заучуванню правил учнями. Виконання серії завдань на координатній прямій завершується узагальненими висновками та формулюванням алгоритмів додавання або віднімання цілих чисел.

Методичний аспект процесу розвитку математичної мови в навколопонятійному просторі добре простежується на прикладі поняття «функція», що набуває свого послідовного розвитку протягом всього часу вивчення курсів алгебри та початків аналізу в основній та старшій школі.

Якісне засвоєння цього поняття є однією з умов досягнення кожним учнем практичної компетентності, безпосередньо пов'язаної з освоєнням методу математичного моделювання. З поняттям функції безпосередньо пов'язана реалізація загальноосвітньої, прикладної та світоглядної мети.

Виключна роль поняття функції в математичній освіті школярів визнавалась завжди, оскільки це поняття, як ніяке інше, втілює в собі діалектичні риси сучасного математичного мислення. У процесі формування в учнів цього поняття, засвоєння відповідної термінології та символіки, а також під час їх подальшого застосування в учнів формуються якості, важливі для успішної практичної діяльності людини.

Поняття функції було і залишається одним з найважливіших понять шкільного курсу математики незалежно від змін у формулюваннях означень цього поняття, що в різні періоди розвитку математики зумовлювались цілим рядом причин. Суть поняття функції полягає у встановленні певної відповідності між елементами множин деяких

об'єктів. Означення функції вдосконалювалось протягом більш як двох століть під впливом тих вимог, що виникають у процесі розвитку інших наук, для яких вона є одним із засобів пізнання.

Сучасне означення функції – це результат дії тенденції звільнення цього поняття від пут формального апарату – від ототожнення функції з формулою, якою її можна задати. До XIX ст. функцію фактично ототожнювали з її аналітичним виразом. Оскільки існували функції, для яких в різних ситуаціях використовувались неоднакові аналітичні записи, та функції з дуже складними аналітичними записами, то виникла потреба в означенні, що не пов'язувалось з аналітичним виразом. Означення функції, звільнене від його аналітичного виразу, вперше з'являється у 1934 р. у працях М.І. Лобачевського та у 1937 р. у працях П. Діріхле. Відповідно до цих означень маємо функцію y від x кожного разу, коли будь-якому значенню x відповідає цілком певне значення y . Причому спосіб, яким встановлюється ця відповідність, ніяк не впливає на факт існування функції. За сучасним означенням функції об'єктами, між якими встановлюється відповідність, необов'язково повинні бути значення величин. Це істотно розширило діапазон застосування наукового поняття функції.

Уявлення учнів про функцію та навички користування відповідними мовними зворотами формуються в процесі розгляду прикладів залежностей між величинами або змінними. Такий матеріал є в підручниках для II – V класів у задачах та завданнях на заповнення таблиць, що містять значення змінної та виразу із змінною. Виробленню навичок функціонального мислення значною мірою сприяють словесні характеристики розглядуваних залежностей, вживання слів: «відповідає», «відповідні», «пара відповідних значень», «залежить», «перебувають у залежності». Починаючи з VI класу в математичний словник учнів активно входять терміни: «функція», «незалежна змінна», «аргумент» та вирази: « y є функцією від x », «область визначення функції», «область значень функції», «пари відповідних значень аргументу та функції».

Якість засвоєння учнями знань, пов'язаних з поняттям функції, як із шкільного курсу математики, так і з основ інших наук, значною мірою залежить від того, як вони оволоділи новими елементами математичної мови, що пов'язані з поняттям функції. Важливими є уміння учнів розпізнавати функції серед різних залежностей, уміння перейти від словесного її задання до символічного, графічного, до задання у вигляді

таблиці, уміння перейти від одного способу задання до іншого, застосовувати здобуті знання, уміння, навички до розв'язування задач практичного змісту, що є ефективним засобом мотивації потреби в ґрунтовному вивченні поняття функції, засобом активізації пізнавальних інтересів. Забезпечення мотиваційного аспекту навчальної діяльності допоможе запобігти формальності в навчанні, створити позитивне ставлення до того, що пізнається і до самого процесу пізнання, виробити міцні навички. Щоб учні не заучували формальне означення функції, бажано розглянути з ними його структуру. Адже кожне слово в означенні має свій важливий для процесу засвоєння зміст. Усвідомлення цього факту допоможе учням краще зрозуміти і зміст самого поняття, його внутрішню логіку. Перші слова в означенні «Залежність змінної y від змінної x » розуміємо так: є значення двох змінних, значення цих змінних перебувають у певній залежності. У другій частині означення подається ознака залежності, яку можна вважати функцією: «кожному значенню змінної x відповідає *єдине* значення змінної y ». Зміст кожної частини означення учні з'ясовують під час виконання вправ. Виконуючи кожную вправу, учні висловлюють розгорнуті міркування, в основі яких лежить означення. Відповідаючи на запитання, сформульовані у завданнях або заданих учителем, учні поступово його засвоюють.. Тому не радимо вимагати від учнів заучування означення функції відразу після його введення вчителем. Це краще робити паралельно з виконанням вправ.

Теоретичного матеріалу в підручнику небагато. Однак оскільки поняття функції є одним з основних у курсі алгебри, то його слід ретельно опрацювати з учнями. Під час самопідготовки можна використати такі форми роботи, як складання запитань до частин тексту та усних відповідей на них, складання конспекту за поданим раніше зразком.

Нові елементи математичної мови засвоюються в процесі виконання вправ, у яких пропонується перейти від одного способу задання функції до іншого; знайти для функції, заданої формулою, значення, що відповідають даним значенням аргументу; заповнити таблицю, обчислити відповідні значення функції тощо. Виконуючи ці вправи, учні усвідомлюють важливі положення: «Щоб задати функцію треба зазначити спосіб, за яким для кожного значення аргументу можна знайти відповідне значення функції», також те, що одну й ту саму

функцію можна задати різними способами відповідно до потреб її застосування.

При знаходженні області визначення функції користуються положенням про те, що «коли функцію задано формулою і область визначення функції не зазначено, то вважають, що область визначення складається з усіх значень незалежної змінної, при яких ця формула має смисл».

Слід нагадати учням про те, що поняттям «область значень» вони вже користувались, вивчаючи вирази зі змінною та зауважити, що в алгебрі здебільшого розглядають числові функції, області визначення та області значень яких належать числовим множинам. Звичайно в алгебрі замість терміна «числова функція» вживають термін «функція».

Для вироблення в учнів уміння правильно користуватись формою запису $y=f(x)$ пропонують вправи на читання символічних записів цього виду та записування в символічній формі речень відповідного змісту, висловлених звичайною мовою. Здебільшого такі вправи виконують на етапі актуалізації знань, їх включають у математичні диктанти тощо. Наприклад:

1. Прочитайте подані записи зліва направо та справа наліво.

$$f(2)=4;$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{4};$$

$$f(0,7)=0,49;$$

$$f(3)=9;$$

$$f(0,1)=0,01;$$

$$f(0,11)=0,0121;$$

$$f(0)=0;$$

$$f\left(\frac{3}{4}\right)=\frac{9}{16};$$

$$f(1,3)=1,69.$$

Причому це корисно робити і в розгорнутій, і в скороченій формі. У скороченій – «еф від 2 дорівнює чотирьом» або «4 дорівнює еф від 2». У розгорнутій – «Якщо значення аргументу дорівнює 2, то значення функції дорівнює 4»; «4 – це значення функції при значенні аргументу 2».

Часто уявлення про функцію настільки тісно пов'язують з тим аналітичним виразом, яким її можна задати, що їх ототожнюють. Проте це неправильно, оскільки є функції, які на різних проміжках області визначення задаються різними аналітичними виразами; функції, що задаються однаковими аналітичними виразами, але мають неоднакові області визначення. Приклади таких функцій можна навести. Розглядаються такі функції і в наступних класах. Щоб запобігти неправильним уявленням учнів про функцію, їм можна розповісти про те, що на початку XVII ст.. французький математик Фур'є своїми працями поклав край суперечкам між математиками про те, чи можна

ототожнювати функцію з формулою. Сучасне уявлення про функцію як відображення однієї числової множини на другу почало формуватись у XIX ст.. Після створення теорії множини поняття функції узагальнюється для об'єктів довільної природи.

Вивчаючи функції, учні ознайомлюються з важливим мовним засобом, що запозичується з математики різними науковими та виробничими галузями. Це графічний спосіб зображення функціональних залежностей. Мотивацією потреби в оволодінні цим способом задання функції можуть бути відомості про те, що графіки використовують для швидкого знаходження значень функції за значенням аргументу, а також для наочного зображення функціональних залежностей і надання наочності їх властивостям. Є багато самописних приладів, які автоматично наносять на папір графіки спостережуваних функціональних процесів без їх аналітичного запису (наприклад термограф, який будує графік температури за часом; барограф, який будує графік залежності тиску атмосфери від часу; кардіограф, який будує графік роботи людського серця; сейсмограф, який будує графік коливань земної поверхні та ін). Ці приклади допомагають учням зрозуміти навіщо людям потрібні графіки, чому треба навчитись «читати» і будувати їх.

Уміння «читати» графіки виробляється в учнів у результаті виконання завдань. При цьому вони усвідомлюють, що графік функції утворюють всі точки, абсциси яких дорівнюють значенням аргументу, а ординати – відповідним значенням функції. Це може бути лінія на площині або дискретна сукупність точок. Складнішим є завдання, в яких пропонується побудувати графіки функцій, заданих формулою. Виконуючи такі завдання учні переходять від одного способу задання функції до іншого: формула \rightarrow таблиця \rightarrow графік. Корисно кілька завдань виконати і за іншою схемою: графік \rightarrow таблиця \rightarrow формула, вибравши для цього нескладні залежності, що записуються відомими учням формулами.

Щоб запобігти формальному засвоєнню знань та вмінь доцільно варіювати умови завдань. Поряд з формулюванням завдань у термінах: «значення аргументу», «значення функції», корисно вживати терміни: «значення x з області визначення функції», «значення y з області значень функції». Взагалі важливо, щоб завжди між графічним образом та аналітичною формою запису встановлювався безпосередній зв'язок. Це допомагає учням краще оволодіти поняттям функції. Висловлювання

міркувань вголос розвиває математичну мову учнів. Тому радимо кожного разу при узагальнюючому повторенні тем, пов'язаних з поняттям функції, розглядати у взаємозв'язку всі способи задання функції на прикладі однієї відомої учням залежності.

Корисно також розглянути хоч би один приклад функції з дискретною областю визначення. З досвіду відомо, що при побудові графіків таких функцій учні допускають грубу помилку, сполучаючи всі точки графіка суцільною лінією.

Математична культура стала однією з необхідних складових загальної культури нашого сучасника. Загальний культурний рівень характеризується і рівнем розвитку математичного мислення та математичної мови – двох взаємопов'язаних компонентів математичної культури.

Якщо знання засвоєні формально, то при застосуванні нових елементів математичної мови учні не вміють відокремити зміст від даної знакової форми. Це проявляється при переході з природної мови на математичну та від однієї математичної моделі до іншої. Вказаний недолік можливо певною мірою попередити на рівні переходу від природної мови до мови наукових термінів, застосовуючи історико-генетичний аналіз слова (символа), що дає можливість розповісти учням «біографію» нового терміна(символа), історію розвитку відповідного поняття, з'ясувати місце цього поняття в системі понять. Систематичне використання історико-генетичних відомостей при вивченні нових елементів математичної мови сприяє формуванню пізнавальних інтересів і водночас позитивних мотивів навчальної діяльності. При цьому встановлюється генетичний зв'язок поняття з реальною дійсністю.

Історія математики переконливо свідчить про те, що ця наука не є витвором «чистого розуму», а має виразне практичне походження. Математичні поняття виникають та змінюють під впливом потреб практики і внутрішніх запитів самої математики.

З огляду на висловлені міркування та досвід інших країн (програми та підручники з математики) вважаємо за доцільне робити чіткий і цілком виразний акцент на поняттях математична культура та математична мова в навчальній роботі з учнями.

Психолого-педагогічні передумови успішного засвоєння учнями основної школи математичної мови як знакової системи. Оскільки мова математики є окремим випадком знакових систем, які можна

назвати мовами, то при вивченні нових елементів математичної мови доцільно застосовувати прийоми, які використовуються для формування в учнів певних семантичних та синтаксичних знань і умінь при вивченні будь-якої іншої мови. Семантичні уміння допомагають засвоювати математичні поняття, розпізнавати їх, виділяти суттєві ознаки та встановлювати між ними взаємозв'язки. Синтаксичними уміннями забезпечується грамотне читання, зображення математичних моделей та виконання тотожних перетворень алгебраїчних виразів. Ці два види умінь лежать в основі перетворення інформації, записаної звичайною мовою, в певну математичну модель, а також в основі умінь переходити від однієї математичної моделі до іншої.

Взагалі кажучи, кожна сучасна культурна людина має вміти говорити, писати й думати математичною мовою (хоча б у межах компетентностей, визначених в галузі математики Державним стандартом базової та повної середньої освіти), оскільки, як ми можемо помітити, коли уважні, цією мовою, зрештою, «говорить» оточуюча дійсність. У наш час високих технологій це цілком обґрунтоване доповнення до часто вживаної фрази «кожна культурна людина повинна володіти хоча б однією іноземною мовою». Усвідомити таку потребу учневі допоможе нагадування хоча б такого факту, що поряд з математичною теорією музики існує математична теорія живопису. За висловом Леонардо да Вінчі вона є «витонченим дослідженням та винаходом, що базується на вивченні математики, яке силою ліній примушувало здаватись віддаленим те, що близько, і великим те, що є невеликим».

Свідоме розуміння суті та змісту математичних понять, походження нового терміна, знака є необхідною умовою успішного формування математичної культури школяра. невиконання її стає джерелом формального засвоєння учнями нових математичних знань. Якщо знання засвоєні формально, то при застосуванні нових елементів математичної мови учні не вміють відокремити зміст від даної знакової форми. Це проявляється при переході з природної мови на математичну та, навпаки, від однієї математичної моделі до іншої. Вказаний недолік можливо певною мірою попередити на рівні переходу від природної мови до мови наукових термінів, застосовуючи історико-генетичний аналіз слова (символа), що дає можливість розповісти учням «біографію» нового терміна (символа), історію розвитку відповідного йому поняття, з'ясувати місце цього поняття в системі понять.

Освоєння математичного методу пізнання дійсності та інтерпретація отриманого знання засобами математичної мови є базисом математичної культури та предметної математичної компетентності. Адже математична компетентність – це вміння застосовувати математику в реальному житті, розуміти суть методу математичного моделювання. Саме засвоєння математичної мови та основних математичних моделей шкільного курсу як складових математичної компетентності на кожному з вікових періодів навчальної діяльності школяра є необхідним для його розвитку як біологічного виду, оскільки відбувається активний розвиток мислення та підготовки розуму для вивчення інших наук і не лише природничих. За результатами досліджень психологів мислительної операції, що мають виконувати учні в процесі освоєння різного роду знакових систем, є аналогічними.

До знаково-символьних мовних засобів, які використовують в основній школі, відносять тексти формулювань означень математичних понять та фактів (твердження та формули); способи діяльності (порядок виконання певних інтелектуальних дій та опис цих дій); математичну термінологію; логіко-математичну символіку та формалізовані математичні речення у вигляді виразів, рівнянь, нерівностей тощо.

Усвідомлене та стійке в часі засвоєння математичної мови необхідне як для набування предметно-мовленевих компетентностей (вміння задавати запитання по суті та давати на них відповіді, логічно та аргументовано викладати свої думки) та розумових компетентностей (вміння аналізувати, виділяти головне, порівнювати, зіставляти, уміння класифікувати, будувати та читати графіки тощо).

Від якості засвоєння учнями математичної мови безпосередньо залежать окремі результати набування мовленнєвих компетентностей (вміння задавати запитання по суті та давати на них відповіді; логічно та аргументовано викладати свої думки) та розумових компетентностей (вміння аналізувати, виділяти головне, порівнювати, зіставляти; уміння систематизувати (класифікувати, будувати та читати графіки, таблиці).

У тексті Державного стандарту базової та повної середньої освіти сформульовані державні вимоги до навчальних досягнень учнів. К рубриці «Знає та розуміє» вміщено основні вимоги до засвоєння математичної мови. Вже на цьому етапі важливо уникнути формалізму, який спричиняється зокрема через абстрактність математичних понять, іншомовне походження в багатьох випадках математичних термінів, знаково-символьну специфіку математичної мови (словесної, знаково-

символьної, графічної) в їх взаємозв'язку та взаємоперетвореннях. Саме тому робота досвідчених вчителів з навчання учнів математичної мови є системною та цілеспрямованою. Спостереження вчителів та методистів підтверджують висновки психологів про те, що ефективними при навчанні математичної мови є вправи, аналогічні тим, що застосовуються у навчанні іноземних мов для читання та запису окремих термінів та математичних речень, які їх містять; прямий та зворотний переклад словенських та знаково-символьних записів; робота із словником тощо).

Наукову підтримку природності до доцільності такого методичного підходу знаходимо у сучасних математиків. Так, у книзі, виданої Міжнародною математичною спільнотою, «Математика, її межі та перспективи» Ю.І.Манін, спів директор Боннського математичного інституту, розглядає математику як галузь лінгвістики або філології.

Мова й мислення тісно пов'язані між собою; у процесі освоєння учнями математичної мови та при її використанні розвивається математичне мислення, формуються специфічні для математики мовні конструкції та відповідні розумові дії.

Головним джерелом знань для учнів є шкільний підручник. Протягом всього часу навчання в школі учні набувають умінь самостійно опрацьовувати математичний текст. Це важлива ланка в системі роботи вчителя математики по формуванню в учнів умінь навчальної праці.

Залежно від вікових особливостей учнів форми роботи з підручником можуть бути різними, проте вчасно сформовані уміння самостійно опрацьовувати математичний текст стають у наступних класах надійним резервом підвищення ефективності процесу навчання, сприяють попередженню формального заучування.

Відомо, що відтворення та сприймання інформації, записаної математичною мовою, викликає в учнів певні труднощі. Це пояснюється тим, що математична мова має значно менше «надмірностей», ніж, наприклад мова художніх творів. Вважають, що потреба в надмірностях пов'язана з фізіологічними особливостями мозку і є умовою забезпечення нормального сприйняття інформації. Текст без надмірностей швидко стомлює, важко запам'ятовується, зумовлює напруження пам'яті, послаблення уваги. Щоб полегшити сприймання математичних текстів, застосовують наочність, а найчастіше – графічне зображення. Згідно з результатами досліджень психологів, при

схематизації знань включаються ефективні «неформальні» ресурси людини, оскільки досвід обробки зорової інформації в неї надзвичайно великий. У пізнавальному процесі схема часто виконує допоміжну роль і на певному етапі, коли структура вивчених явищ стає для учнів очевидною, потреба в ній відпадає. Тоді можна переходити до скороченого запису інформації за допомогою знаків.

Тут можна виділити два етапи: 1) побудова схеми й одночасний розгорнутий запис її відповідними термінами; 2) перехід до символічного запису й робота з ним. Саме в такій послідовності відбувається, наприклад, ознайомлення учнів з поняттям функції. Переклад функціональної залежності на графічну мову допомагає виявити приховані зв'язки між досліджуваними величинами. При цьому здобувають і певну додаткову інформацію.

Щоб математична символіка стала звичною для учнів, доцільно вивішувати в кабінетах математики на певний час таблиці із зображенням математичних символів, графіків функцій тощо. Зауважимо, що учні не можуть засвоїти математичну мову без вироблення конкретних навичок і вмінь, пов'язаних з кожним її елементом. Нагадаємо, що в психології навичка визначається як здатність у процесі цілеспрямованої діяльності виконувати певну дію раціональною з належною точністю і швидкістю, без зайвих витрат фізичної та нервово-психічної енергії. У процесі формування навичок виділяють такі етапи: початок осмислення навички, свідоме її відтворення, автоматизація навички, високоавтоматизована навичка. Не обов'язковим, але можливим є період деавтоматизації, за яким має йти етап повторної автоматизації.

Під час нагромадження знань і навичок формується вміння застосовувати математичну мову. Уміння виробляються на основі знань і навичок і включають розуміння взаємовідношень між метою певної діяльності, умовами та способами її виконання.

Відповідним чином ці висновки доцільно врахувати при організації навчальної діяльності з навчання математичної мови. Як знакова система, вона використовує алфавіти рідної, латинської, грецької мов та цілий ряд спеціальних математичних символів, що застосовуються для символічного позначення окремих математичних понять та операцій.

Успішне набування учнями основної школи предметної математичної компетентності, що має досить розгалужену структуру, безпосередньо і в першу чергу залежить від своєчасного та

усвідомленого засвоєння ними математичної мови на операційному рівні.

Елементи символічної математичної мови учні добре сприймають та засвоюють на першому етапі їх вивчення. тобто коли вони вводяться та закріплюються. Проте наприкінці навчального року помиляються в символічних записах до 30 % учнів V-VII класів. Виявилось, що значна частина помилок у застосуванні математичної символіки зумовлюється не сформованістю уміння читати такі записи словами. Учні не завжди усвідомлюють адекватність символічного запису його словесному вираженню.

Щоб запобігти недолікам такого характеру у знаннях учнів, доцільно включити в навчальний процес форми навчальної діяльності, аналогічні до тих, що застосовуються в процесі вивчення іноземної мови. В обох випадках учнів навчають семантики мови, коли розкривається змістовий бік навчання, і синтаксису цієї мови, коли роз'яснюється його внутрішня будова. Отже, вправи, які становлять основу для математичної діяльності учнів, слід добирати так, щоб розкривався зміст символів, які вводяться, щоб учні вчилися правильно їх використовувати; вироблялось вміння перекладати з природної мови на формалізовану і навпаки у відповідності з рівнем математичної підготовки, встановленим державним стандартом в освітній галузі «Математика».

Методи, методичні прийоми та засоби навчання, застосування яких сприяє засвоєнню учнями основної школи математичної мови як складової їх математичної компетентності. Під методом навчання (від давньо-грецького *ιναχ*) прийнято розуміти процес взаємодії між учителем та учнем, коли відбувається передача та засвоєння знань, умінь навичок, передбачених змістом навчання.

Навчально-пізнавальна діяльність учнів основної школи при навчанні математичної мови здійснюється з використанням словесних, наочних та репродуктивних методів.

У різних класифікаціях методів певні види навчальної діяльності можуть бути віднесені до різних дидактичних категорій. Так передача нової навчальної інформації у вигляді бесіди, роботи з підручником, математичного диктанту можуть розглядатись в одних випадках як методичні прийоми, а в інших – як методи. Залежно від особливостей побудови навчального матеріалу та навчальної діяльності учнів кожний

метод має певну логічну структуру –індуктивну, дедуктивну або індуктивно-дедуктивну.

У навчальній практиці методи та прийоми навчання реалізуються за допомогою різноманітних засобів навчання, що використовуються для ефективної організації навчальної діяльності школярів.

Методи та методичні прийоми, якими володіє вчитель математики, становлять характерну ознаку його методичної системи та педагогічної майстерності.

Контроль за ефективністю засвоєння елементів математичної мови здійснюється за допомогою усних, письмових методів перевірки, а також само- та взаємоперевірки результатів навчання. Особливості цього компонента навчального матеріалу сприяють активному використанню методів стимулювання навчально-пізнавальної діяльності, формуванню позитивних мотивів та інтересу до навчання математики.

При цьому застосовуються як активні (учень є активним учасником уроку), так і інтерактивні методи (учитель й учень знаходяться в режимі бесіди, діалогу).

Розумова діяльність людини відбувається за допомогою мови. Це шлях матеріалізації думки з метою усвідомлення її самою людиною та передати її іншим людям. Реалізована в слові думка продовжує свій розвиток. З цим процесом безпосередньо пов'язаний розвиток мислення учнів.

Математичній мові властиві такі якості, як точність, лаконізм, визначеність. Аналогічні якості мислення розвиваються в процесі навчання математики.

Так, засвоєння курсу алгебри супроводжується поступовим освоєнням відповідною формалізованою мовою термінів і символів, що сприяє виробленню якостей математичного мислення.

Засвоєння будь-якої математичної теорії передбачає знання термінів і символів, розуміння їх змісту, вміння застосовувати їх для побудови математичних моделей. І, навпаки, вміння природною мовою описати певну математичну модель.

Досить поширеним недоліком, який нерідко спостерігається на уроках алгебри, є неуважне ставлення до усної математичної мови, розгорнутої, аргументованої відповіді з поясненнями та коментуванням своїх записів розв'язань завдань та тотожних перетворень алгебраїчних виразів.

Вимога вчителя міркувати вголос – це важлива передумова неформального засвоєння абстрактного навчального матеріалу.

Для грамотного письмового запису ходу логічних міркувань при виконанні завдань обов'язковим є виконання завдань за зразком. Це передусім стосується початкового етапу засвоєння нового знання. Тут домінують міркування за аналогією із зразками з тексту підручника або запропонованими вчителем.

Активний розвиток логічного мислення та математичної мови відбувається при проведенні дедуктивних міркувань у завданнях на доведення, з'ясування істинності або хибності певного математичного твердження.

Перші навички дедуктивних міркувань найкращим чином формуються саме на числовому та алгебраїчному матеріалі.

Учні поступово усвідомлюють логічний зміст мовних конструкцій, в основі яких лежать логічні операції (Див. додаток 1 до 2.3.).

Успішне формування в учнів математичної мови та математичного мислення значною мірою залежить від застосування вчителем методів, прийомів, засобів навчання та форм організації навчальної діяльності учнів відповідно до особливостей навчального матеріалу та конкретної дидактичної мети.

Такі методи навчання як аналіз та синтез при розв'язуванні задач розглядаються як прийоми мислення.

Так під час доведення тверджень застосовується аналітичний метод, коли дане твердження шляхом логічно обґрунтованих кроків (перетворень) зводиться до твердження, істинність якого є очевидною або доведена.

Метод аналізу при розв'язуванні задач виступає як прийом для побудови за умовою задачі математичної моделі (рівняння, системи рівнянь тощо).

Поєднання цих двох методів є цілком природним і дало назву аналітико-синтетичному методу.

Індуктивний метод застосовується, коли на основі певного числа окремих спостережень формулюється загальний висновок здебільшого у вигляді гіпотези з наступним доведенням сформульованого твердження.

Метод дедукції має в своїй основі таку форму мислення, коли нове твердження виводиться логічним шляхом з деяких відомих тверджень за правилами логічного виведення.

Системне та коректне застосування цих методів сприяє розвитку усної математичної мови, логічного мислення та привчає учнів до аргументованих відповідей.

Позитивні результати дає цілеспрямована робота з розвитку математичної мови у поєднанні на етапі актуалізації базових знань на початку уроку. При цьому досягається психологічний результат «входження» в тему уроку та активізується пізнавальний інтерес. Оскільки навчальна діяльність відбувається на рівні відтворення набутих знань та вмінь з незначним евристичним навантаженням, то відчуття успішності доступне й учням з лише задовільними результатами навчання математики. Це активізує їх пізнавальний інтерес.

Останнім часом в роботах психологів, методистів, вчителів, викладачів вищих навчальних закладів небезпідставно стверджується, що ефективність навчання математики є низькою. Цей факт підтверджується і результати моніторингових досліджень.

Поміж багатьох причин чітко простежується вплив мотиваційного фактору.

Адже мотив – це внутрішня спонукальна сила, що забезпечує інтерес особистості до пізнавальної діяльності, активізує розумові зусилля.

Особливе значення в організації навчальної роботи підлітків має саме внутрішнє стимулювання їх пізнавальної діяльності, тобто розвиток у них пізнавальних потреб, інтересів і мотивів учіння.

У цей віковий період відбувається оволодіння загальною будовою навчальної діяльності, способами самостійного переходу від одного виду дії до іншого (від орієнтувальних навчальних дій до виконавчих і потім до контрольних-оцінювальних), що є основою самоорганізації навчальної діяльності.

Навчальні дії об'єднуються у прийоми та інші великі блоки діяльності. Окремі дії та операції згортаються, переходять у розумовий план, що дозволяє швидше здійснювати навчальну діяльність.

Істотно розвивається вміння знаходити й зіставляти декілька способів розв'язування однієї задачі, пошук нестандартних способів розв'язування, що дозволяє переводити навчальну діяльність з репродуктивного на продуктивний рівень.

Ознаками цілеспрямованої навчальної діяльності як особливої форми активності учня є наявність пізнавальних мотивів, що є

похідними з пізнавальних потреб учня; наявність мети свідомої самозміни, розуміння та прийняття учнем навчальної задачі, спрямованість на засвоєння теоретичних знань, навичок, вмінь та способів розумової діяльності.

В особистісно-орієнтованому навчанні зміст, методи й прийоми, засоби та організаційні форми мають спрямовуватись на розкриття й використання суб'єктивного досвіду кожного учня, на формування особистісно значущих мотивів та способів пізнання.

Аналізуючи причини незадовільного стану математичної підготовки школярів ми брали до уваги результати психологічних досліджень.

Так А.Н.Леонтьєв пише, що основне вузлове питання становлення особистості перетворюється в те, як мотиви перетворюються в те стійке, що характеризує дану особистість.

Між мотивацією та якостями особистості існує двосторонній зв'язок і особистості впливають на особливості мотивації, а особливості мотивації, закріпившись, стають якостями особистості. На думку А.Н.Леонтьєва основна структура особистості є відносно стійкою конфігурацією головних, всередині себе ієрархізованих, мотиваційних ліній.

При цьому під мотивом навчальної діяльності розуміють всі фактори, що обумовлюють прояви навчальної активності; потреби, цілі, установки, почуття відповідальності, інтересу.

Стосовно навчання математики виразне прослідковується «мотив уникнення зусиль». Учень зацікавлений не в навчальному результаті, а у позитивному виході з ситуації. Якщо йому це вдається (вдалось списати правильно виконане завдання іншим учнем), то подальша активність різко знижується.

Саме тому при навчанні математичної мови особливу увагу доцільно звертати на такі методи, методичні, прийоми; організаційні форми навчальної діяльності, що сприяють формуванню позитивних мотивів, активізують пізнавальну діяльність, пробуджують інтерес до занять математикою.

Доцільно систематично робити акценти на тому, що математична діяльність – це найкоротший шлях для формування тих розумових операцій, які є необхідними для успішної роботи в різних сферах людської діяльності. Звичайно, ні численні тотожні перетворення, ні побудова нескладних математичних моделей за сюжетами текстових

задач, ні вміння визначати властивості функцій за їх графіками не використовуються, наприклад, у менеджерській або адвокатській діяльності, в роботі інженера або лікаря. Однак заняття математикою забезпечують розвинене мислення – логічне, алгоритмічне, евристичне.

Нові елементи математичної мови часто опрацьовуються в режимі фронтальної форми організації навчальної діяльності учнів. Це усне повторення на початку уроку, математичні диктанти, виконання коментованих завдань, аналіз результатів відповідей або самостійних та контрольних робіт. Побіжний коментар вчителя про роль математики у розвитку мислення, про роботу над собою у цьому напрямі дозволяє зрозуміти сенс фрази «математика потрібна всім».

Приклад. Школа з поглибленим вивченням англійської мови. В цьому класі аналізуються результати виконання контрольної роботи з математики. Після зауваження учневі, що у нього є всі можливості для суттєво кращих результатів з математики, вчитель отримав відповідь: «Мій тато перекладач з кількох іноземних мов і я буду перекладачем. Математика в мене на другому плані». «Прекрасно», - сказав вчитель – саме в процесі занять математикою твій мозок освоює операції, необхідні перекладачеві».

Далі на прикладі розв'язання текстової задачі проілюстрував процедурну поступового перекладу текстового формату інформації у схематичний і далі в знаковий, формалізований у вигляді рівняння.

Кожну нову тему і нові терміни почали записувати на дошці та в зошитах українською та англійською мовами. Спочатку вчитель, а потім учні. Звичайно, це позитивно вплинуло на інтерес до занять математикою.

Цей методичний прийом успішно застосовується в форматі методів інтерактивного навчання.

3.2. Формування предметних і ключових компетентностей в учнів основної школи засобами проектних технологій

Проектні технології навчання посилюють, як відомо, розвивальний характер навчання, формують спільну, цілеспрямовану, сплановану й усвідомлену діяльність, що передбачає формування системи інтелектуальних і практичних умінь, творчозорієнтованих на удосконалення творчої особистості.

Знання, вміння та навички, способи і методи діяльності, які учні отримують під час навчання у школі у процесі дослідницької пошукової діяльності, набувають вагомості компетентностей оскільки саме вони є "тими індикаторами, які дають змогу визначити готовність учня-випускника до життя, його подальшого особистісного, творчого розвитку й підготовки до активної участі в житті суспільства.

Технологія проектів є ефективним доповненням до всіх інших сучасних педагогічних технологій, що сприяють становленню творчої особистості учня.

Зародження ідей використання проектних технологій в діяльності учнів у вітчизняній і світовій педагогічній теорії і практиці бере свій початок у XVII столітті.

Поняття "проект" використовувалось ще у XVII-XVIII століттях і служило синонімом словам "експеримент" у природничих науках і "розгляд справ" у юриспруденції. Пізніше, у XIX столітті, були визначені освітні моделі проектів, які використовуються і сьогодні. Більш давня модель Вудворта передбачає, що учні спочатку вивчають мету і завдання, набувають знань та навичок, які в подальшому використовуються для конструювання проектів. Модель Ричардса передбачає "занурення" в проблему, її фундаментальне дослідження, з обов'язковим досягненням кінцевого результату та обґрунтуванням його правильності.

Проектні технології навчання забезпечують перехід від традиційних освітніх технологій до інноваційних, забезпечуючи формування в учнів певної системи інтелектуальних і практичних умінь, зорієнтованих на удосконалення творчої особистості, вироблення навичок самоконтролю, самооцінювання, самовдосконалення.

Дослідницька діяльність має виконувати функцію підготовки учня до самостійного оволодіння знаннями, уміння знаходити і обробляти інформацією (навчити вчитися) і функцію формування вміння трансформувати набуті знання у здобування інтегрованої системи знань та їх використання в нестандартних ситуаціях як важливу життєву компетентність.

В основі проектної діяльності лежить інтеграція знань та безпосереднє застосування набутих знань учнів під час дослідницької практичної діяльності.

Особливо проекти почали активно запроваджуватись у шкільне навчання на початку XX століття. Значний внесок у педагогічну теорію та практику цього періоду вніс Дж. Дьюї, який вбачав необхідність подолання протиріччя між особистістю та суспільством, протиріччя "між тим, що той, хто вчить, хоче робити, і тим, що його примушують робити". Дж. Дьюї запропонував навчати через практичну діяльність, що відповідає особистій зацікавленості і практичній потребі кожного учня у знаннях.

Особистісно зорієнтований підхід до навчання та дослідницьку пошукову діяльність, що впроваджують сьогодні в освітні заклади, були започатковані ще в часи Арістотеля, Сократа, Платона, Евкліда, Піфагора.

Протягом багатьох віків ідеї такого навчання змінювались, вдосконалювались, збагачувались.

Сократ вважав, що вчитель має допомагати учню у пошуках істини, а кожен з учасників діалогу (вчитель і учень) мають бути рівними. Ефективність спільної діяльності вчителя і учня описано в праці «Мистецтво розв'язувати задачі» давньогрецького математика Паппа Олександрійського (III ст. до н.е.), де показано прийоми, які необхідно застосовувати, коли задачу неможливо розв'язати за допомогою логічних способів. Одним із найпоширеніших педагогічних підходів до формування творчої особистості дитини вважався пошуково-дослідницький метод навчання (як різновид творчої діяльності). Так, Фр. Рабле і М. Монтень (XV-XVI ст.) відстоювали необхідність освоєння дітьми реальних і корисних знань, а не «порожніх слів». Вони наголошували на важливості розвитку самостійності мислення та творчої діяльності учнів. Дж. Локк (XVII ст.) виняткову увагу у навчанні приділяв природному поясненню фактів. Мішель де Монтень теоретично обґрунтував методи навчання і виховання, спрямовані на розвиток самостійності, творчого мислення, ініціативності. Формуванню творчої особистості учня приділяв особливу увагу Г. Сковорода, дбаючи про внутрішній світ вихованців, їх позитивні емоції, інтерес до пізнавальної діяльності і пошуки природних задатків, схильностей до певної праці, якою мають займатись у повсякденні. К. Ушинський, вважав, що дитина втомлюється не діяльністю, а її одноманітністю і односторонністю, а тому пропонував організацію самостійної діяльності.

Класики світової педагогіки (Я. Коменський, Ж. Руссо, Т. Песталоцці, А. Дістервег, Г. Сковорода, К. Ушинський, Л. Толстой, В. Сухомлинський та ін.) постійно збагачували засоби педагогічного впливу на формування творчої особистості, її соціалізацію.

У творах Г. Сковороди, Я. Коменського, К. Ушинського, Г. Ващенко, В. Сухомлинського створення умов для розвитку індивідуальних здібностей, природних нахилів, рис і якостей, виховання особистості займає особливе місце. Про посилену, цікаву навчально-виховну діяльність, яка готувала учня до творчої праці дбали О. Астряб, Ш. Амонашвілі, К. Лебединцев, В. Сухомлинський. Творчі вчителі, не зважаючи на постійні зміни програм і підручників, вимоги організації переважно колективної праці, намагались впроваджувати індивідуальне навчання (індивідуальні картки, різні варіанти проблемних завдань), що унеможливлювало списування та спонукало учня до самостійності.

Радянська система виховання “слухняних гвинтиків” лише у колективі позбавляла учнів потреби самостійно працювати. Навіть при використанні завдань «Самостійна робота», списування стали нормою.

Освітні реформи в незалежній Україні протягом останніх 20-ти років через впровадження нових шкільних програм і підручників та використання інноваційних технологій дещо змінили психологію учня і певною мірою сформували в них потребу самостійного здобування знань, орієнтуючись на необхідність зовнішнього тестування.

Виховання в учнів умінь і навичок самостійно навчатись, стимулює мотивацію потреби власної самооцінки, самоконтролю, самовдосконалення. Передбачити самостійну дослідницьку діяльність та оволодіння учнями способами і методами дій, творчою працею доцільно в усіх підручниках, починаючи з 1-ого класу.

Основу технології проектів, на думку Дж. Дьюї, складають: здібності дитини, закладені природою (школа має створити умови для їх розкриття) , та розвиток знання, що є підґрунтям для пристосовування учня до навколишнього життя, до практичного самоврядування. Залучення учнів до соціальних відносин є одночасно і способом, і результатом виховання, моделлю інтелектуального розвитку.

Ці ідеї знайшли своє висвітлення у працях американських педагогів І.Кілпатріка та Ф. Паркера, котрі намагалися організувати активну пізнавальну діяльність учнів на основі спільної активної пошукової діяльності у процесі роботи над проектом, спрямованим на розв'язання конкретної практичної проблеми (соціальної, побутової, виробничої).

У 1920-х роках минулого століття освітні проектні технології стають популярними у світі. У зарубіжних школах Європи та Америки, Скандинавських країнах цей метод розвивався активно і досить успішно, раціонально поєднуючи теоретичні знання і практичний досвід учнів для вирішення багатьох проблем повсякденного життя.

Зміст і педагогічні завдання проектних технологій в угоду більшовицькій ідеології освіти СРСР спотворювались. Зміст освіти визначався не стільки програмою, інтересами тих, хто вчиться, скільки потребами пропаганди більшовицької ідеології. Успіхи педагога вимірювались не тільки освітньо-виховним ефектом, але й насамперед розв'язанням тієї господарської, політичної, культурно-просвітницької роботи промфінплану, яку культурний заклад взяв на себе. Заклади освіти мали виконувати виробничі, культурно-побутові, політичні проекти, а тому не враховували інтереси учня.

Використання проектів змінювало форми навчальної роботи, переводило їх з класно-урочних на лабораторну і бригадну. Проекти були груповими, бригадними, загальношкільними і навіть міжшкільними. Педагог у даній технології навчання виступав насамперед як організатор умов, необхідних для розгортання педагогічного процесу, у якому безпосередня активна роль мала

належати тим, хто вчиться. У процесі виконання різноманітних проектів ті, хто навчався, відчували потребу в знаннях і уміннях, які вони мали відшукати, засвоїти, використати в міру необхідності. Для цього створювалися спеціальні підручники, пристосовані до роботи за технологією проектів (підручник-газета, підручник-журнал), у яких містилася оперативна інформація.

Вважалось, що метод проектів: привчає до планування роботи; формує вміння самоорганізованості вчить знаходити різні варіанти, враховувати обставини, труднощі, перевіряти себе в роботі; робити правильну звітність; розвиває наполегливість, цілеспрямованість у досягненні мети; привчає до прийняття рішень самостійно; розширює сферу інтересів, можливості пізнання світу.

Передбачалось, що розвиток ініціативності, творчої діяльності учнів сприятиме застосуванню набутих знань і навичок у процесі розв'язання практичних завдань. Проектна технологія була проголошена єдиним засобом для перетворення «школи навчання» у «школу життя», де набуті знання реалізуються у ході практичної діяльності учнів. Залежно від способу організації навчальної роботи й особливості діяльності учня, Г. Ващенко розрізняв такі групи методів, як: пасивні, напівактивні й активні. Пасивні методи передбачали відтворювальний характер засвоєння учнем матеріалу, а напівактивні (вербальні та наочні) методи були елементами практичних дій. До активних методів відносили логічне мислення і всі форми висловлювання та індукцію, дослідницькі методи та методи проектів.

Поняття «активні методи» з'явилося у вітчизняній та зарубіжній педагогіці у 20-30-х роках XX століття. Застосування проектів знайшли своє відображення в ідеях та досвіді В. Шульгіна. Значний внесок у розробку цих питань зробив О.Ривін (1878-1944). У 1918 році на Київщині (м.Корнін) педагогом О. Ривіним була створена школа з новою організацією процесу навчання. Організований діалог чи метод діалогічних знань, що полягав у тому, що учні три чверті часу на уроці працювали в парах.

Склад пар постійно змінювався. Вчитель виступав організатором навчальної діяльності, робив зауваження, необхідні пропозиції, спрямовував діяльність, підбадьорював, оцінював. Робота в парах змінного складу ґрунтувалась на обговоренні, дискусії, що включало механічне запам'ятовування матеріалу, потребувало мислення. О.Ривін з'ясував, що учень засвоює швидко і якісно лише те, що має можливість використати відразу після одержання інформації на практиці або передати іншому. Проте більшість радянських педагогів того часу скептично поставилася до таких ідей, тому вони і не набули широкого впровадження у шкільну практику.

Бригадно-лабораторний і проектні методи, виробничі та трудові екскурсії, практики, кооперативне навчання не мали відповідного

методичного забезпечення, невідповідність вчителя, відсутність матеріальної бази в школах призвели до виникнення проблем, труднощів реалізації цих ідей.

З 1932 р. відбулось повернення до традиційної класно-урочної системи з пануючою стандартизацією та уніфікацією форм, методів, засобів і прийомів навчання, що призвело до одноманітності, механічного заучування матеріалу.

Учень, якого змушували засвоїти і відтворити матеріал, запропонований йому вчителем, ставав пасивним виконавцем, не пристосованим до життя у суспільстві.

Проте, вчителі новатори намагалися урізноманітнити діяльність учня, впроваджували елементи диференціації навчання, проблемних ситуацій, практичних досліджень.

Впровадження дослідницької діяльності набуває поширення наприкінці 70-х - початку 80-х років ХХ ст., що було пов'язано з появою педагогіки співробітництва, яка базувалася на активних формах і методах співпраці учнів та педагогів.

У 70-х роках ХХ ст. активізація пізнавальної самостійної діяльності учнів почала широко впроваджуватися в систему освіти В. Сухомлинським, Ш.Амонашвілі, В. Шаталовим, Є. Ільїним. Це стало підґрунтям для виникнення теорії і практики розвивального навчання. Завдяки виконанню творчих завдань активізується дослідницька діяльність учня, виникає інтерес і мотив до самонавчання, самовдосконалення.

У 80-х роках ХХ століття зростає інтерес учених-педагогів і вчителів-практиків до методів, які забезпечують створення навчального мікроклімату на основі співпраці й демократизації, що сприяє розвитку творчого мислення та вміння самостійно опановувати знання і способи діяльності.

Нові освітні технології передбачають залучення учнів до пошукової діяльності, активізують творчі здібності. Такі методи навчання відкривали можливість кожному учню виявити свої знання і вміння у практичній діяльності через постійне залучення їх до процесу мислення. Учень вчився самостійно засвоювати знання, виокремлюючи потрібну інформацію, узагальнюючи та розподіляючи її у певній послідовності.

Метод проєктів, що ґрунтується на ідеї побудови навчання на основі дослідницьких дій, активної практичної діяльності з урахуванням особистих інтересів, мотивів, пізнавальних можливостей і потреб, знаходив все більше прихильників серед вчителів і учнів.

Технологія навчання у грі (побудова навчального процесу шляхом включення учнів в ігрове моделювання ситуацій) надавала максимальну свободу інтелектуальній діяльності учня, яка обмежувалась лише конкретними правилами гри. Обираючи свою роль, учні створювали проблемні ситуації, продумували та шукали шляхи їх розв'язання,

вчилися обґрунтовувати правильність одержаного результату. Участь учнів у обговоренні важливих проблем, у виборі варіанту досягнення кінцевого результату у дискусіях сприяла розвитку мислення, давала змогу визначити і відстоювати власну позицію, формуючи навички думання, узагальнення, аналізу, синтезу, що поглиблює, розширює знання, вчить їх використовувати. Метод інверсії (орієнтований на пошук ідей у нових, неочікуваних напрямках) частіше за все в тих, що є протилежними до традиційних поглядів та переконань, активізує мислення учнів, впливає на рівень їх творчих здібностей.

Удосконалення вміння дискутувати й аргументувати свою думку сприяє виробленню вміння формулювати, висловлювати власну думку з дискусійного питання, аргументовано впливати на думку співрозмовника тощо.

Визначення мети і самостійне формулювання завдань залежить від уміння застосовувати мовні засоби для правильної комунікації та сприйняття почутого чи прочитаного тексту, що сприяє розвитку інтелектуальних та особистісних якостей, досягненню завдань, поставлених на кожному етапі.

Мета і завдання дослідницького, проблемного навчання реалізуються у комплексі, підпорядковуючись провідній освітній меті (проблемі), що забезпечує успішність її досягнення. На думку В. Бєзпалька, «мета в педагогічній системі має бути поставлена діагностично, тобто настільки точно, щоб можна було зробити висновок про ступінь її реалізації, і побудувати певний дидактичний процес, який гарантуватиме її досягнення за визначений час». Мета навчання - це передбачуваний кінцевий результат організованої, взаємопов'язаної педагогічної діяльності вчителя та пізнавальної діяльності учнів, спрямований на розв'язання конкретних завдань.

П. Підкасистий вважає, що способи організації навчального процесу, які «визначають, яким чином можна досягти в процесі навчання поставлених цілей і завдань навчання, якими нормативними положеннями слід для цього керуватися». Мотивом дослідницької діяльності для тих, хто навчається, стає не стільки сам процес пізнання, скільки намагання розв'язати конкретну проблему, розробити рекомендації, що будуть використані на практиці. Цінність кожного проекту визначається його освітнім, розвивальним і виховним потенціалом. Можливість залучати тих, хто вчиться, до різноманітних видів діяльності забезпечує не лише розширення кругозору, життєвого досвіду, а й сприяє оволодінню різними способами творчої дослідницької діяльності.

Завдяки раціональному поєднанню теоретичного знання та його практичного застосування до розв'язання конкретних проблем технологія проектів успішно впроваджується у сучасній зарубіжній

школі, зокрема у США, Великій Британії, Бельгії, Фінляндії, Німеччині, Італії, та інших країнах.

Сучасний світ характеризується стрімким соціальним, технологічним і політичним розвитком, який потребує від людини здатності робити духовно-моральний вибір у прийнятті рішень, вміння спілкуватись і бути успішним, мобільним та відповідальним. Зміст освіти потребує змін спрямованих на формування життєздатності особистості, професійної мобільності. Необхідно надати можливості всім без винятку учням виявити свої таланти, здібності, обдарування, творчий потенціал та реалізувати свої особисті плани, мрії, задуми. Освітній процес має передбачити дії: навчитися пізнавати (учитися); навчитися працювати; навчитися жити у злагоді з самим собою; навчитися жити у суспільстві.

Компетентності, передбачені Державним стандартом загальної освіти є тими індикаторами, які дозволяють визначити готовність випускника загальноосвітнього навчального закладу до життя, подальшого особистісного розвитку, до активної участі у суспільному житті. Для отримання учнями ключових компетентностей, які на думку І. Єрмакова «необхідні для розв'язання життєвих завдань і продуктивного здійснення життя як індивідуального проекту.

Особливості організації проектних технологій у навчально-виховному процесі залежать від мети і практичних завдань та ґрунтуються на самостійній пізнавальній діяльності.

Технологія проектів є ефективним доповненням до інших педагогічних технологій, що сприяють становленню особистості учня. Реалізація принципу особистісно-зорієнтованого навчання потребує включення кожного учня в активний навчально-пізнавальний процес, у практичну діяльність створеного освітньою середовища, що забезпечує можливість вільного доступу до різних джерел інформації, спілкування з ровесниками, обговорення проблем, пошуки шляхів їх розв'язування.

Проектні технології формують у учнів цілісні знання, підвищують мотивацію навчання та пошуків додаткової інформації, потребу опанування найважливішими методами наукового пізнання (обґрунтувати задум, самостійно сформулювати завдання проекту передбачити методи і засоби його реалізації), навичками пошуково-дослідницької роботи, а також рефлексію та інтерпретацію результатів.

Для організації навчальної діяльності учнів програма «Intel®Навчання для майбутнього» пропонує використовувати метод проектів. В основі цього методу лежить розвиток пізнавальних навичок учнів, вміння самостійно конструювати свої знання та орієнтуватися в інформаційному просторі, розвиток критичного мислення, формування навичок мислення високого рівня.

Метод проектів завжди орієнтований на самостійну діяльність учнів - індивідуальну, парну, групову, - яку учні виконують упродовж певного

часу. Метод проектів завжди припускає можливість вирішення деякої проблеми. Результат виконаних проектів має бути „відчутним”, тобто, якщо це теоретична проблема - то має пропонуватись конкретне її розв’язання, якщо практична - конкретний результат, готовий до впровадження.

Прикладні проекти відрізняються чітко визначеним результатом діяльності його учасників (наприклад, проект закону, довідкові матеріали, словник, аргументоване пояснення будь-якого явища). Такі проекти передбачають ґрунтовне осмислення структури, розподіл функцій між учасниками, оформлення результатів діяльності, їх подальшу презентацію та зовнішнє рецензування.

Сьогоднішні форми проектної діяльності ввібрали в себе кращі ідеї і традиції класно-урочної системи Я.Коменського, вільного виховання Ж. Руссо, концепції навчання Г. Песталоці, філософію серця Г.Сковороди, теорію матеріальної освіти Г. Спенсера, педантизму Дж.Дьюї, ідеї теоретика трудової школи Кершенштайнера, експериментальної педагогіки В. Лая та збагатилися сучасними системами навчання (теорія поетапного формування прийомів розумових дій, програмоване навчання, проблемне, розвивальне навчання, педагогіка співробітництва, гуманістична педагогіка, інформаційно-комунікаційні технології).

Рациональне поєднання розмаїття сучасних освітніх технологій дає змогу вчителю організовувати навчально-виховний процес особистісно зорієнтований на досягнення учнями предметних, міжпредметних та ключових компетентностей відповідно до природних здібностей, задатків, схильностей.

Формування пізнавальної самостійності, всебічного розвитку здібностей, природних нахилів, обдарувань, світоглядних переконань, морально-етичної поведінки, активної життєвої позиції, ініціативності учня все більше входить в навчально-виховний процес сьогодення.

Проектувальна діяльність для сучасної школи є способом досягнення дидактичної мети через детальну розробку технології, що завершується реальним, практичним результатом, оформленим рукописом, презентацією.

Проектна діяльність - це система навчання, за якою учні самостійно набувають знань, умінь і навичок у процесі планування та виконання практичних завдань-проектів, що постійно ускладнюються вимагаючи самостійності учнів, активності, ініціативності, цілеспрямованості, працелюбства. В основу пошукової діяльності покладено ідею навчання засобами самостійної, активної діяльності учнів з урахуванням їх особистих інтересів, здібностей, нахилів.

Математика в проектній діяльності учнів виступає засобом і методом пізнання навколишнього світу, способом розвитку мислення, інтелектуальних здібностей, графічної, алгоритмічної, мовленнєвої

культури, сприяє чіткості, лаконічності викладу матеріалу, графічному унаочненню, систематизації та узагальненню інтегрованих знань у схемах, таблицях, формулах тощо. За компетентісного підходу до навчання математичні знання набувають особливого значення, їхні функції значно розширюються, адже математичні методи пізнання і понятійний апарат стає складовою ключових та міжпредметних компетенцій.

Загальним методичним аспектам упровадження компетентісного підходу в освіті як засобу організації особистісно орієнтованого навчання, присвячені праці Г. Єльнікової, І. Єрмакова, О. Локшиної, О. Овчарук, Дж. Равена, С.Шишова та ін. Реалізацію компетентісного підходу в математичній освіті досліджували С. Раков, І. Аллагулова, Н. Ходирєв, О. Шавальова, В. Ачкана. Значна увага у дослідженнях приділяється формуванню математичної компетентності вчителя математики на основі дослідницьких методів з використанням інформаційних технологій; формуванню комунікаційної математичної компетентності учнів в освітньому процесі; підготовці майбутніх учителів до формування математичної компетентності учнів на основі проектних технологій; реалізації компетентісного підходу в процесі інтеграції знань, розвитку мислення, формування наукової картини світу.

Надзвичайно актуальними є цілісні, системні дослідження проблеми визначення змісту, методів, форм і засобів навчання математики в основній школі, що спрямовані на формування математичної компетентності учнів з метою підвищення рівня їх математичної підготовки, та розширення збагачення кругозору дослідницьких здібностей.

Формування в учнів ключових та математичної компетентностей є невід'ємною складовою загальнолюдської культури, підвищення рівня обчислювальної, графічної, алгоритмічної, мовленевої грамотності, реалізації компетентісного підходу у процесі навчання математики в основній школі.

Проекти орієнтовані на самостійну діяльність учнів розв'язувати практичні завдання.

Дослідницькі проекти мають на меті організацію діяльності учнів, спрямовану на розв'язання творчих завдань із заздалегідь невідомим результатом та передбачають наявність певних етапів роботи (обґрунтування актуальності теми дослідження, предмету та об'єкту, визначення цілей та завдань, виявлення методів пошуку та джерел інформації, висунення гіпотези, визначення шляхів розв'язання проблеми, збір даних, їх аналіз та синтез, обговорення та оформлення отриманих результатів, виступ з повідомленням, рукопис, презентація.

Дослідницька діяльність учнів формує загально-практичні уміння і навички поглиблює обчислювальну та графічну культуру. Пошукова

діяльність збору необхідної інформації з різних джерел стимулює потребу читати, відбирати, порівнювати відомості, їх систематизувати та узагальнювати.

Формування творчої особистості є закономірним психолого-педагогічним процесом що поступово і цілеспрямовано накопичує, необхідний обсяг знань, сприяє формуванню рис і якостей, умінь, навичок, що створюють умови для нестандартних рішень і несподіваних відкриттів. Творчий процес не завжди піддається педагогічному спостереженню, аналізу, оскільки цей процес невидимий для ока і йому властиві несподівані знахідки, злети і падіння, духовні надбання, втрати, розчарування. Процес формування творчої особистості в педагогіці зводиться до моделювання задачних ситуацій, проблем, які передбачають дослідницькі дії, прояв кмітливості, винахідливості.

Прагнення і вміння учнями пізнавати нове у процесі творчого пошуку, єдність дидактичної мети зі змістом, врахування закономірностей засвоєння навчального матеріалу, методів і способів дій у процесі їхньої самостійної пізнавальної діяльності, допомагає відчувати закони, закономірності, процеси і явища, події навколишнього світу.

Проектна діяльність як і будь яка інша починається з осмислення суті проблеми, її мети. Організована вчителем пізнавальна діяльність кожного учня є наближеною до дослідницької. Пізнавальна самостійність, активність учня формує риси і якості ділової людини, дає змогу відчувати впевненість в собі, самореалізуватись, навчитись організованості, цілеспрямованості, умінню із різних джерел брати необхідну інформацію, перевіряти, зіставляти, протиставляти дані, робити самостійні висновки у разі необхідності проводити власні вимірювання, обчислення тощо. Системо утворюючим фактором, що надає дослідницькій діяльності цілісності є мета проекту. За Б. Блумом мету визначає система розумових навичок, які важливо формувати у процесі пошукової діяльності (див. наведену нижче таблицю).

У процесі дослідницької діяльності учні класів використовуючи методи пізнання в навчанні вчать ставити перед собою завдання і планомірно крок за кроком шукати на них відповіді завдяки використанню різних джерел інформації. Аналіз інформації (порівняння, співставлення, протиставлення фактів) вчить учня осмислювати, структурувати знання, перекодовувати інформацію, використовувати її у найрізноманітніших ситуаціях, аргументувати правильність одержаних результатів або ж спростовувати їх.

Більшість помилок, незадовільних оцінок учні отримують через невміння аналізувати інформацію, виділяти головне, будувати свої міркування, використовувати дані, співвідносити їх зі шуканими. Учням необхідно оволодіти словесною мовою, графічною символічною,

<i>Розумові навички</i>	<i>Визначення</i>	<i>Що робить учень</i>
Знання	Запам'ятовування специфічної інформації	Реагує, сприймає, згадує, довідується
Розуміння	Розуміння заданого матеріалу незалежно від іншого матеріалу	Пояснює, перекладає, показує, інтерпретує
Застосування	Використання методів, концепцій, принципів і теорій у нових ситуаціях	Вирішує нові проблеми, демонструє використання знань, конструює
Аналіз	Розчленування інформації на складові елементи	Обмірковує, розкриває, перераховує, міркує, порівнює
Синтез	Складання цілого з окремих частин	Комбінує, становить, придумує, творить
Порівняльна оцінка	Визначення цінності матеріалів і методів, коли задані цілі, стандарти й критерії	Оцінює, обговорює

навчитись вибудовувати алгоритми своїх дій, контролювати їх та використовувати набутий досвід і знання у найрізноманітніших задачних ситуаціях та у практиці повсякденного життя. Узагальнення, класифікація, систематизація отриманої інформації готує учнів до творчої проблемно-пошукової діяльності. Поступово все більшої ваги набуває вміння користуватись інформацією, отримувати її з різних джерел. Використання комп'ютерної техніки і інформаційних технологій підвищує якість навчання та ефективність управління навчальними закладами.

Особливої актуальності набуває формування в учнів досвіду пошуково-дослідницької діяльності, яка поступово переростає у науково-дослідницьку роботу старшокласників.

Вирішальний вплив на розвиток творчої особистості учнів має систематичне і постійне залучення учнів до різного виду творчої діяльності (зокрема пошуково-дослідницької), яка поступово ускладнюється та урізноманітнюється з набуттям знань, досвіду.

Пошуково-дослідницька діяльність, окрім засвоєння учнями освітніх стандартів та формування предметних, міжпредметних та ключових компетентностей, розвитку творчих здібностей, виконує функції соціалізації та профорієнтації. Можливості соціальної творчості дають змогу формувати в учнів здатність до самореалізації у сучасному соціумі та засвоєння ними морально-етичних ціннісних орієнтацій. Уміння проектувати та організовувати самостійну діяльність, налаштовувати комунікативні стосунки з однолітками та партнерами по діяльності, засвоювати знання та вміння, необхідні для організації нової діяльності, привчає знаходити застосування накопиченим знанням та

вмінням у нових умовах, сприяє формуванню соціально-позитивних моделей поведінки.

Формою організації пошуково-дослідницької роботи учнів є як колективна, так і індивідуальна творча діяльність, сутністю якої є свідомо і спільна співпраця, свідоме позиційне самовизначення кожного учня.

Дослідницькі проекти спроможні інтенсифікувати навчання завдяки можливостям підсумовувати, узагальнювати, систематизувати, поглиблювати зміст вивченого та формувати риси і якості творчої особистості.

Робота над проектом є комплексною діяльністю, що передбачає дослідження певного аспекту навчальної проблемної ситуації, пов'язана з аналізом інформації. Проектна діяльність, починається з осмислення суті проблеми, її мети, передбачення кінцевого результату.

Пізнавальна самостійна активність учня формує риси і якості ділової людини, дає змогу відчути впевненість в собі, самореалізуватись, навчитись організованості, цілеспрямованості, вмінню з різних джерел брати необхідну інформацію, перевіряти, зіставляти, протиставляти дані, робити самостійні висновки, у разі необхідності проводити власні вимірювання, обчислення, тощо. Системоутворюючим фактором, що надає дослідницькій діяльності цілісності, є мета проекту.

Проектувальна діяльність для сучасної школи є способом досягнення дидактичної мети, через детальну розробку технології, що завершується реальним, практичним результатом, оформленим рукописом, презентацією.

Розвиваючий ефект проектних технологій очевидний, зростає активна допитливість, пізнавальний інтерес учнів до оволодіння дослідницькими методами; формується свідомий і творчий вибір оптимальних засобів перетворювальної діяльності, вдосконалюються прийоми розумових дій, системно і комплексно проявляються потреби в пошуках необхідної інформації, самостійно опановуються нові знання, що стають засобом перетворювальної діяльності.

Технологія проектів - один з найбільш розповсюджених видів пошуково-дослідницької діяльності учнів. В основі проектних технологій лежить інтеграція та безпосереднє застосування набутих знань учнів під час практичної діяльності. Інноваційні технології навчально-виховного процесу стимулюють інтерес учнів до навчання, до активно пошуково-дослідницької діяльності, оволодіння певною сумою знань, умінь, навичок, методів і способів дій при її вирішенні та формуванні життєвих навичок та професійної орієнтації особистості.

Технологія виконання проектів передбачає постановку певної проблеми і наступне її розкриття, розв'язання з обов'язковою наявністю ідеї та гіпотези розв'язування проблеми, чітким плануванням дій, розподілом (якщо розглядається групова робота) ролей, тобто наявністю

завдань для кожного учасника за умов тісної взаємодії, відповідальності учасників проекту за свою частину роботи, регулярного обговорення проміжних кроків та результатів. У ході проектної діяльності передбачається використання різноманітних методів, засобів навчання спрямованих на інтеграцію знань, умінь, з різних галузей науки, техніки, творчості.

На думку вчених, проектне навчання стимулює і посилює позитивну мотивацію до навчання, зростання інтересу до розширення джерельної бази пошуків нової інформації, формує в учнів творчі здібності, навички дослідницької діяльності, інформаційну ключову компетентність.

На власному досвіді та досвіді учасників проекту учні вчаться, поглиблюють знання, розширюють кругозір, ерудицію, самовдосконалюються.

Навчально-дослідницька діяльність розвиває почуття відповідальності, самодисципліни, здатностей до активної пізнавальної діяльності і самоорганізації, вміння планувати свою роботу і час, бажання робити свою справу якісно та вміння представити результати своєї роботи у вигляді презентації.

Значний внесок у розвиток теорії проектування зробив Є. Полат. Він дає класифікацію дослідницьких проектів відповідно до предметно-змістової спрямованості, виділяючи монопроекти, та міжпредметні проекти. Монопроекти виконуються на уроках одного предмету, хоча і передбачаються під час використання знань з інших дисциплін. Міжпредметні проекти виконуються зазвичай у позаурочний час, передбачають інтеграцію знань з декількох предметів та потребують кваліфікованої допомоги вчителів-предметників.

А. Клименко та О. Подколзіна класифікують проекти відповідно до домінуючого методу чи діяльності : прикладні, дослідницькі, рольові, інформаційні.

Дослідницькі проекти потребують чіткого визначення, добре обміркованої структури, мети, актуальності предмета дослідження, передбачення соціальної значущості, раціонально поєднаних методів, якісної обробки зібраних даних, обґрунтування результатів. Кожен проект має відповідну структуру: визначену тему дослідження, обґрунтування її актуальності, визначення предмета й об'єкта, завдань і методів, визначення методології дослідження. Учні вчаться висувати гіпотези та підтверджувати або спростовувати їх.

Творчі проекти не мають детально опрацьованої структури спільної діяльності учасників, вона довільна і підпорядковується кінцевому результату, логіці спільної діяльності, інтересам учасників проекту, які заздалегідь домовляються про заплановані результати і форму їх представлення (рукописний журнал, колективний колаж, відеофільм

свята, сценарій), і спільно розробляють сценарій фільму, програму свята, макет журналу, альбому, газети, тощо.

В ігрових проектах учні беруть собі ролі, обумовлені характером і змістом проекту. Імітуючи соціальні і ділові стосунки, учні вигадують проблемні ситуації. Ступінь творчості учнів дуже високий, але домінуючим видом діяльності є гра.

Інформаційні проекти, що спрямовані на збирання інформації про об'єкт, її аналіз і узагальнення фактів, потребують добре продуманої структури, систематичної корекції у ході роботи над проектом. Структуру такого проекту: мета проекту, його актуальність; методи отримання (літературні джерела, засоби масової інформації, бази даних, у тому числі й електронні, інтерв'ю, анкетування тощо) та обробки інформації (її аналіз, узагальнення, зіставлення з відомими фактами, аргументовані висновки); результат (стаття, доповідь, реферат, відеофільм); презентація (публікація, у тому числі в електронній мережі, обговорення).

Формування творчої особистості, яка володіє методами і засобами опрацювання різноманітної сучасної інформації, вмє ставити перед собою конкретні завдання і розв'язувати їх за допомогою новітніх інформаційних комп'ютерних технологій, здатної володіти певним стилем мислення, конкретними навичками, способами і методами дій, є важливим завданням навчання у класах.

Інформаційна культура розглядається нині як необхідний компонент освіти, як засіб для ознайомлення з різними професіями і є основою інтеграції навчальних дисциплін, гуманітаризації, освіти і гуманізації навчального процесу.

Оволодіння інформаційною культурою - це шлях універсалізації рис і якостей особистості, що сприяє осмисленню самої себе, свого мислення і своєї ролі, в гармонізації внутрішнього світу.

Термін "інформація" походить від латинського іПогтагіо, що значить роз'яснення, виклад, певні відомості, сукупність яких-небудь даних, знань. Відображення предметного світу за допомогою знаків, сигналів, символів, моделей, які можна зрозуміти, перекодувати, інтерпретувати за допомогою звичної нам мови в процесі людського спілкування, активної дослідницької діяльності значно розширює пізнавальні можливості, стимулює розвиток уяви, фантазії, мислення.

В українській мові слово „інформація” використовувалось виключно у значенні "ідея, наука". Згодом до інформації ставилися як до "опису фактів або новин", зводили лише до вербальних сигналів.

Спілкування за допомогою словесної мови, графічних зображень, схем, таблиць, графіків і діаграм, цифр (сенсорні носії інформації) збагачує людське мовлення.

У “Філософському словнику” наведено, поняття інформація як: повідомлення, поінформованість про стан справ, відомості про щось, які

передаються людиною; невизначеність, що зменшується або зникає в результаті одержання повідомлень; повідомлення, яке пов'язане з управлінням; передавання, відображення розмаїття в різних об'єктах і процесах живої та неживої природи. У сучасному "Короткому філософському словнику" загальноживані означення терміну зводяться до таких тлумачень: повідомлення, опис фактів; новини, нові відомості; зменшення невизначеності в результаті повідомлення; передавання, основа зв'язку й управління в живій природі та машинах; відображення розмаїття.

Найбільш поширеною є думка, що інформація - це твердження, факти, цифри плюс змістові зв'язки між ними, що свідчать про певну структуру й логічний взаємозв'язок її елементів.

Важливо відпрацювати з учнями всі етапи проектної діяльності: розробка плану діяльності, проектування етапів діяльності, поетапний аналіз результатів діяльності та коригування змісту діяльності, оформленню результату виконаного проекту, презентації.

Одним із головних завдань сучасної школи є формування готовності учня до життя в інформаційному суспільстві. Учень має засвоювати знання про основи інформаційного обміну, про способи накопичення, збереження обробки і передачі інформації різного типу, формувати вміння виокремлювати з інформаційного потоку лише необхідні знання, набувати навичок їх цілеспрямованого застосування. Учні мають навчитись такій технології, завдяки якій вирішення будь-яких завдань буде для них посиленням на основі доступної сьогодні інформації. Досягнення особистістю високого рівня інформаційної культури - одне з основних завдань сучасної освіти. Сприйняття і обробка великих обсягів інформації, оволодіння нею сучасними засобами, методами і технологією роботи потребує певного рівня культури опрацювання інформації. середовища, перетворювати отримані відомості і передавати результати обробки іншим предметам, явищам, процесам.

Метод проектів у системі методів навчання як інтелектуально-пізнавальний пошук знань, наділених особистісним змістом, комунікативною діяльністю веде до вироблення власної життєвої позиції, емоційного особистісного змісту ціннісних аспектів різних дій і відносин особистості.

Застосування методу проектів у навчанні передбачає: формування навчально-пізнавальних і професійних інтересів, природніх здібностей і схильностей шляхом включення суб'єктів навчання у діяльність, наближену до наукового пошуку, дослідницької діяльності; формування позитивного ставлення до навчання і праці через створення таких умов діяльності, де отримують позитивне схвалення, заохочення, підкріплення; формування комунікативних здатностей через інтенсивне спілкування у межах робочої групи проекту і за її межами, зокрема з

використанням інформаційно-комунікаційних технологій, допрофесійну підготовку учнів у процесі виконання проекту з елементами майбутньої професійної діяльності; розвиток особистості для свідомого визначення учнем темпу і ритму навчання, створення передумов для професійної орієнтації та соціальної адаптації.

Зорієнтованість навчальної діяльності на самостійність, ініціативність, формування соціальної зрілості, взаємовідповідальність, і особиста відповідальність за ділянку проекту, уміння об'єктивно оцінювати свою роль і місію у колективі, намагання внести свій посильний вклад у вирішення проблеми, проявити притаманні риси і якості робить колективну працю цікавою і важливою для самоствердження особистостей.

Реалізації ідей і задумів педагога у процесі проектної діяльності при навчанні математики. Проектування є важливою складовою освітньої діяльності, одним із шляхів поліпшення якості навчання у допрофільних класах та у закладах освіти в цілому.

Виконання інноваційного освітнього проекту потребує: створення сприятливих мотиваційних умов для формування готовності до інноваційної діяльності, чіткої постановки проблеми і вибору відповідної стратегії досягнення кінцевої мети.

Проектне навчання характеризується широкою диференціацією, варіативністю, багатoproфільністю, інтеграцією загальної та допрофесійної освіти, а отже, має створити сприятливі умови для реалізації індивідуальних пізнавальних можливостей, особливостей їхніх інтересів і потреб та зорієнтувати на майбутню фахову діяльність.

Навчальний матеріал у підручниках і посібниках має бути поданий доступно й пов'язаний з практичними завданнями, стимулювати дослідницько-пошукову роботу.

Проектна робота є логічним підбиттям підсумків в опануванні окремої теми чи взагалі розділу або і матеріалу в цілому, що вивчався протягом року з використанням інформації з інших шкільних предметів.

Застосування проектних технологій є засобом раціоналізації навчання, ефективною формою організації розвивального навчально-виховного педагогічного процесу, дієвим способом інтеграції знань, розвитку дослідницької діяльності, мовленнєвої поведінки, розвитку творчих здібностей, практичної реалізації інтелектуального потенціалу учня.

Природно, що на початковому етапі учні мають ретельно готуватись до пошуково-дослідницької діяльності, знати, які саме знання і які джерела інформації їм необхідні, де вони зможуть знайти потрібні дані, яку додаткову інформацію треба знайти тощо.

Ознайомлення учнів з проектами їхніх однокласників, зокрема роботами МАН, нерідко змінює профорієнтаційні наміри учня,

стимулює інтерес і потребу спробувати власні сили (як з'ясовується учень також робив аналогічні винахідницькі спроби і навіть має певні результати). З метою профорієнтації учня доцільно проводити для учня дискусії, диспути, круглі столи за участю успішних особистостей регіону, населеного пункту, демонструвати цікаві відеоматеріали реалізації успішних проєктів. Учні важливо навчитись правильно оцінювати свій інтелектуальний потенціал, наявні риси і якості, ділові, загальнолюдські можливості і здібності та знати, що самовдосконаленню немає меж, що багато вирішує сила волі, цілеспрямованість, наполегливість, працелюбство, організованість, об'єктивна самооцінка, самоконтроль, самовиховання.

Учень має навчитись орієнтуватись в бурхливому потоці інформації, що постійно змінюється, знати достовірні джерела та вміти вибирати головне, систематизувати та узагальнювати необхідні відомості, обґрунтовувати їх науковість тощо.

Особливо популярною серед учнів є написання реферату за вибраною темою із списку переліку тем. Уже сам процес вибору теми є корисним для учня, оскільки спонукає до аналізу кожної проблеми, змушує порівнювати, співставляти, протиставляти, визначати цікаву, посильну для себе тему.

Важливо заохотити учня у написанні реферату. Для цього до кожної теми має бути заздалегідь підготовлений список тем для реферату, список рекомендованих для використання джерел інформації та вимоги для написання реферату. Схильність учнів до дослідницької діяльності індивідуальна, а тому проявляється по-різному у своєрідності пізнавальних можливостей і інтересів, спостережливості, вмінні зосередитись, наполегливо шукати шляхи розв'язання проблеми, проявляти гнучкість мислення, силу волі, працьовитість, наполегливість, фантазію, багату просторову уяву, сміливість припущень, здатність самоконтролю, самооцінки.

Учителю важливо спрямовувати дослідницькі пошуки кожного учня, допомагати накопичувати необхідні знання, досвід, навчати їх науковим методам пізнання, вдосконалювати пошуково-дослідницьку пізнавальну діяльність, знайомити їх з різними методами наукових досліджень та обґрунтувань правильності чи неправильності кінцевого результату.

Розвиток індивідуальності учня, стимулювання саморозвитку, самовдосконалення, самовираження починається з пропозиції вчителя учню вибрати самостійно одне з двох (трьох і більше) завдань для розв'язування. Сам факт вибору є творчою процедурою.

Завдання з неповними даними, з кількома можливими відповідями або такі, що не можуть бути розв'язані; конструювання об'єктів з потрібними властивостями; виконання побудов з обмеженням креслярських інструментів змушують учня замислитись, шукати,

відкидати варіанти, знаходити необхідну інформацію, винаходити несподівані навіть для себе ситуації, варіанти розв'язування тощо.

Вироблення в учнів мотивації дослідницької роботи активізує пізнавальні можливості і інтереси, сприяє усвідомленому підходу до виконання проекту, створює умови для прояву природніх нахилів, здібностей, задатків.

Робота над проектом передбачає: формулювання теми, обґрунтування її актуальності, суспільного значення; визначення мети конкретних завдань; вибір раціональних методів та засобів реалізації; збір необхідної початкової інформації та визначення необхідного обсягу знань на вирішення проблеми; планування діяльності, моделювання кінцевого результату; планування діяльності, моделювання кінцевого результату та обґрунтування правильності одержаних результатів; поетапний контроль виконання проекту, оцінювання кінцевого результату та дослідницької діяльності в цілому.

Колективне обговорення учнями всіх рішень, що приймаються на основі узгодження їхніх інтересів, використання різноманітних методів групової роботи (мозковий штурм, виявлення альтернатив, вибір оптимального варіанту тощо), формує риси толерантності, етичної поведінки, взаємоповаги, доброзичливості, стриманості.

Збір та аналіз інформації, отриманої на основі спостережень, особистого досвіду та пошук оптимального способу досягнення мети проекту, планування роботи, побудова алгоритму діяльності є необхідною умовою успіху.

Пошуки інформації, що містяться у друкованих виданнях, а в разі потреби і в архівах та Інтернеті, дають змогу зробити учню самостійні узагальнення, уточнення, корекцію власних дій тощо. Узагальнення та класифікацію зібраних матеріалів, виготовлення ілюстрованого матеріалу: схем, графічних зображень, відео репортажу, створення сайту та підготовка презентації захисту проекту є цілісним процесом.

Виконання запланованих етапів спостереження, робота з джерельною базою, розгляд різних варіантів вирішення проблем та вибір серед них раціонального, потребує від учнів ініціативності, рішучості у прийнятті рішень та вміння обґрунтувати доцільність і правильність розв'язку.

Учні згуртовують пошуки, спільні ідеї, версії обговорення варіантів розв'язання проблем. Висунуті гіпотези з інтересом перевіряються учнями, а зібрані матеріали узагальнюються, систематизуються та використовуються для презентації. Успіх проекту значною мірою залежить від оформлення його результатів та вміння представити, презентувати проект.

Оцінювання результатів дослідження і проекту в цілому та його обговорення, презентацію слід провести за участю ровесників та педагогів, представників наукових установ, виробництва, бізнесу.

Усний захист проекту по формі нагадує процедуру обговорення наукової роботи, коли автори представляють проект, обґрунтовують актуальність, значення, новизну, і логіку дослідження, відповідають на запитання слухачів та зауваження опонентів. Якщо робота колективна, то це робить один з її найактивніших учасників. Проте роботу над проектом не можна вважати завершеною без аналізу учнями ходу та результатів діяльності, проведення презентації.

Колективні проекти вчать співробітництву, умінню працювати в команді, толерантності, колективізму, умінню досягати спільними зусиллями мети, формують вміння відчувати свою значущість у колективній праці та реальні можливості для самоствердження, прояви лідерських рис і якостей. Метод проектів тісно пов'язаний з проблемним навчанням, оскільки є стимулом потреби самостійної діяльності, спонукає сформулювати мету діяльності, визначити завдання та необхідні етапи для реалізації мети. Формування світогляду наукової картини світу, методів і способів діяльності учнів має бути закладене у змісті пізнавальної діяльності, у методиці дослідження проекту.

Учитель готує учнів до проектної діяльності поступово і цілеспрямовано у процесі виконання окремих елементів (етапу) з усім класом, ініціюючи диференційовано самостійну пошукову діяльність учнів.

Розвивальний вплив застосування методу проектів полягає у включенні учнів у процес проектування проблеми, визначення ідей, прогнозування результату, знаходження шляху вирішення проблеми, виконання завдання та визначення ефективного способу досягнення кінцевого результату.

Важливо відпрацювати з учнями всі етапи проектної діяльності: розробка плану діяльності, проектування етапів діяльності, поетапний аналіз результатів діяльності та коригування змісту діяльності, подання (презентація) в результаті виконання проекту.

Метод проектів, пов'язаний з діагностикою, прогнозуванням і проектуванням, привчить учня передбачити результати своїх дій планувати пошуки, обґрунтовувати одержані результати.

Враховуючи особливості педагогічних закономірностей, принципи прогнозованості та перспективності діяльності передбачає: теоретичну й практичну орієнтованість проектної діяльності на розвиток особистості учня; планування освітньої й творчої проектної діяльності відповідно до мети; реалізацію концептуального задуму й побудову освітнього процесу з урахуванням всіх факторів, що визначають його ефективність; визначення змісту й стратегії дій по розвитку творчих знань, умінь і здібностей учнів до проектування. Відповідно до прогнозованих тенденцій розвитку учня, структурування освітнього процесу. На основі аналізу сукупності змістовних і процесуальних сторін всіх напрямків дослідження, змісту, засобів і технологій, за допомогою яких

реалізуються цілі, розробка цілей і змісту освітньої підготовки учнів, шляхів і засобів її реалізації важливо диференціювати дослідницьку діяльність відповідно до індивідуальних форм організації навчального процесу.

Сприйняття загальної картини навколишньої дійсності, її просторової моделі є умовою цілісного становлення й розвитку особистості і основою інтеграційних процесів. Інтегрований зміст навчання є інформаційноємним, оскільки це розвиває в учня здібності мислити та інтелектуальний розвиток особистості.

Комплексність, системність й упорядкування засобів проектної діяльності учнів пов'язує теорію з практикою й повсякденним життям, синтезує досягнення сучасної психології, дидактики й передового педагогічного досвіду. Забезпечення цілісності, послідовності й системності всіх зв'язків при плануванні й реалізації освітньо-виховної інформаційної діяльності сприяє пошуку ефективності інформаційних засобів, реалізації системності й цілісності.

Проектна діяльність стимулює самостійність, саморозвиток учня, потребу самовдосконалення, сприяє розвитку інтелекту, певного стилю мислення, здатність вносити певні зміни і корекцію у свою діяльність, свідоме саморегулювання дослідницької діяльності, її планування та пошуки нових засобів виконання.

Для вчителя важливо спрямувати діяльність учня на осмислення потреби застосування набутих знань у практиці повсякденного життя.

Повторюючи шлях першовідкривача, в учня виникає потреба в пошуках раціональних способів і методів діяльності, що формує ключові компетенції, стимулюючи прояв кмітливості, винахідливості на рівні природних задатків, здібностей та стає основою уміння вчитися, як основної ключової компетенції. Навчальний матеріал для проектної діяльності вчитель має так добирати, щоб учень мав можливість вибору навчального завдання проекту та умови для самоконтролю й самооцінки не лише результату, але і процесу кожного етапу проектної діяльності.

Мета визначає вибір змісту, організаційних форм, методів і засобів навчання учнів в умовах проектної діяльності, а зміст передбачає розвиток особистості, формування мотивації навчальної проектної діяльності у контексті особистісно-орієнтованого навчання.

Використання інноваційних навчальних технологій передбачає моделювання проблемних, пошукових, дослідницьких, комп'ютерних та ін., а також прийомів проектної діяльності як механізмів реалізації методу проектів, міжпредметне й міжсистемне інтегрування змісту та методів навчання у взаємозумовленості та взаємозв'язку з процесами інформатизації, технологізації, модернізації освіти.

Самостійне виконання пошукових і творчих завдань передбачає конструювання й комбінування відомих учням знань, прийомів пошукової і творчої діяльності. Учень переосмислює наявні у нього

знання й конструює (створює) власну дослідницьку програму, вчиться бачити загальне, розчленовувати та об'єднувати у єдине ціле. Моделюючи процес навчання, підбираючи необхідні проектні завдання, учитель як дослідник-проектувальник діагностує об'єкт і суб'єкт як єдине ціле, прогнозує й оцінює кінцевий результат.

Учня важливо навчити послідовно і цілеспрямовано використовувати інформаційно-комунікаційні технології, самостійно аналізувати та систематизувати інформацію з різних джерел.

Передумовою провадження дослідницького підходу при навчанні математики в школі є готовність, компетентність вчителя у використанні комп'ютера, налаштованість учнів на дослідницьку діяльність, доброзичлива атмосфера у класі, позитивні емоції, забезпечення умов самостійної творчості кожного учня цікавими і посилюючими завданнями.

Дослідницький підхід у навчанні математики - це розгляд кожної теми, кожного розділу з точки зору самостійного дослідження учнем проблем, задачних ситуацій, певних закономірностей, явища, що враховує вже сформовані в учня творчі здібності, нахили, рівень просторового бачення, уяви, мислення, а тому потребує від вчителя значних зусиль для організації посильної пізнавальної діяльності для кожного учня.

Залучення учнів до самостійних спостережень дає змогу їм встановлювати взаємозв'язки і відношення предметів і явищ дійсності, осмислювати закономірності світу, у якому вони живуть, узагальнювати, робити самостійні висновки, що сприяє вихованню у школярів активності, ініціативи, допитливості, розвитку уяви, мислення, фантазії, формує навички самоконтролю.

Формуючи дослідницькі здібності учня, доцільно привчати їх до самоконтролю своїх дій та самооцінки кінцевого результату, обґрунтування правильності власних міркувань чи спростування їх.

Доцільно сформулювати в учнів уявлення про математику як універсальний інструмент для побудови моделей реального світу, навчити їх в абстрактній формі моделювати та досліджувати просторові властивості об'єктів, процесів, закономірностей реального світу.

Розвиток дослідницьких здібностей учнів передбачає уміння самостійних спостережень, накопичення знань, досвіду у процесі практичного здійснення задуму; застосування отриманих знань, навичок, умінь у найрізноманітніших нестандартних ситуаціях; самостійне обґрунтування правильності кінцевого результату.

Формування досвіду творчої діяльності в учнів, потребує створення ситуацій, у яких необхідно діяти не за стандартними правилами, стереотипами, а творчо, проявляти ініціативу. Творчі ситуації створюються для виявлення індивідуальних і групових здібностей учнів. Такі пошуково-дослідницькі завдання не передбачують стандартного шляху вирішення, способу досягнення мети, їх може бути декілька. Чим

більше типів творчих ситуацій створюється в процесі навчання у школі, тим більший вплив освітнього середовища на розвиток творчої особистості учнів.

Виготовлення моделей геометричних тіл дає змогу учням осмислити просторові ознаки і властивості. Обчислювальні і графічні засоби навчання обмежують формування абстрактних понять на уроках геометрії. Використання комп'ютерних технологій на уроках математики полегшує учням осмислення абстрактних понять. Схеми і діаграми дають можливість глибше розкрити зміст понять, продемонструвати зв'язок між поняттями, показати структуру доведення тверджень, усно розв'язати задачі, організовувати контроль, самоконтроль. Використання комп'ютера значно активізує просторове бачення на всіх етапах, починаючи з діагностики та прогнозування навчальних досягнень учнів, що розширює пізнавальні можливості учнів, збагачує динамічне унаочнення, сприяє розвитку творчого мислення у процесі оперування просторовими структурами.

Досвід роботи і експериментальні дослідження переконують у доцільності використання при вивченні геометричного матеріалу одночасно планіметричних та стереометричних фігур вже у 5-6 класах, що значно розширює та поглиблює знання учнів основної школи. Специфіка вивчення стереометричного матеріалу потребує ранньої пропедевтики понять, цілеспрямованого послідовного накопичення зорових образів у процесі формування прийомів розумової діяльності, розвитку графічної грамотності. Більш раннє ознайомлення учнів із стереометричним матеріалом поглибить і збагатить просторові уявлення, значно розширить пізнавальні можливості учнів. Стереометричний матеріал цікавий для пошуково-дослідницької діяльності учнів.

Використання комп'ютеру як засобу навчання дає можливість розширити функції графічних зображень, поетапно унаочнювати і спрямовувати міркування учня, уточнювати і корегувати уявлення, поняття.

Динамічне унаочнення засобами комп'ютерних технологій дає змогу учню простежити послідовність геометричних побудов, осмислити кожний крок, побачити раціональність послідовності, поглиблює алгоритмічну грамотність.

Для частини учнів, у яких дома є комп'ютери і вони цікавляться можливостями комп'ютерної графіки, цікавою і посильною є дослідницька діяльність, пов'язана з конструюванням образів геометричних понять, у них є потреба активізувати свою винахідливість, кмітливість, дати волю фантазії.

При формуванні в учнів абстрактних понять, доцільно максимально використовувати можливості динамічного унаочнення з опорою на предмети і явища навколишнього світу у поєднанні з раніше

сформованими зоровими образами понять та пропонувати учням самостійно розробити послідовність дій (алгоритм).

Комп'ютерне моделювання надзвичайно привабливе для учня як метод пізнання, як можливість творити, фантазувати, з'ясовувати, спростовувати, шукати і знаходити. Така активна пошуково-дослідницька практична діяльність не лише дає змогу учню свідомо засвоїти систему знань, але і формує творчу особистість, риси і якості працелюбності, організованості, цілеспрямованості, формуючи ключові компетентності.

Динаміка педагогічного процесу розглядається як розвиток у напрямку до більш високих рівнів цілісності через зміну функціональних станів навчально-виховної системи, як рух від часткового, зорієнтованого на певну конкретну функцію, до повного, різностороннього, спрямованого на самореалізацію у житті, що визначається і корегується самою особистістю у процесі самовиховання, самоосвіти.

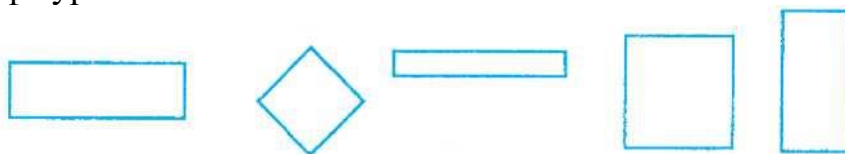
Підготовкою учнів до осмислення потреби доведень може бути проект *“У суперечках народжується істина”*. Наводимо фрагмент із проекту учениці Олени Павленко (м. Кривий Ріг, гімназія № 95).

Грецькі вчені значно випереджали інші народи не лише у математиці, але і в багатьох інших науках. Чому? Пояснюють це тим, що вони вміли сперечатись, розмірковувати, аргументувати свої думки, висловлювати їх чітко, послідовно, доводити істинність, ... Суперечки давали змогу знаходити помилки в міркуваннях суперника (або власних), доводити правильність тверджень, помічати певні закономірності, закони. Адже кожному хотілося довести, що суперник не правий, знайти хибність його суджень, помилки, неточності, а це активізувало мислення.

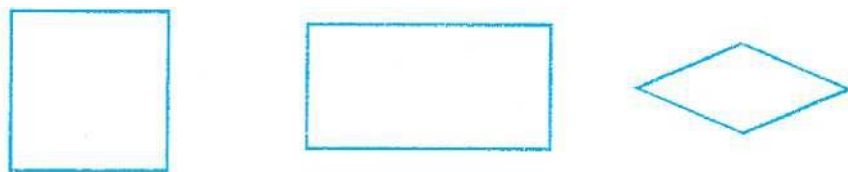
Міркування і доведення, обґрунтування істинності тверджень є основою науки математики. У математиці всі поняття взаємопов'язані, одні впливають з інших, утворюють чітку систему.

Саме тому важливо навчитись міркувати, помічати ці зв'язки, відношення, залежності. Це зробить для вас цікавим заняття математикою, полегшить її засвоєння.

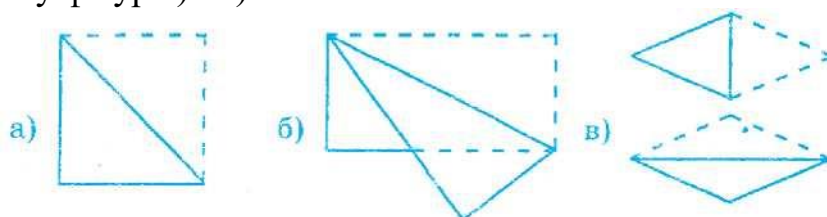
Наприклад: Спробуй пояснити, які ознаки є спільними для зображених фігур.



1. Досліди практично і спробуй довести міркуваннями, що із запропонованих клаптиків тканини а), б), в), тільки клаптик а) має форму квадрата.



Пригадаємо, що у квадрата всі сторони і кути рівні (кути прямі). Перевіримо рівність сторін. Клаптик тканини перегнемо по діагоналі. Краї співпали у фігур а) і в).



Отже, краї співпадають у квадрата і у ромба, якщо їх перегнути по будь-якій із діагоналей. Не збігаються краї лише у прямокутника. Отже, фігура б) не є квадратом (сторони не рівні).

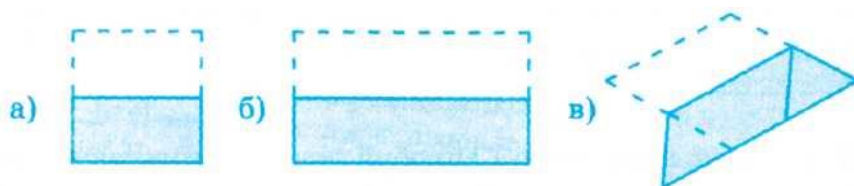
Перегинаючи клаптики а) і в) ще раз пополам, дістаємо те саме — краї (сторони) збігаються, отже сторони у цих фігур рівні.

Чи можна стверджувати, що клаптики тканини а) і в) мають форму квадрата?

Щоб стверджувати, що це квадрати, ми довели лише, що всі сторони його рівні - це необхідна умова, але не достатня.

Краї тканини в) також збіглися, але клаптики мають форму ромбів. У ромба також сторони рівні.

б) Перевіримо рівність кутів. Перегинаємо клаптики тканини по середній лінії.



У випадку ромбів кути не співпадають, бо у ромба рівні лише протилежні кути. Кути збігаються лише в тому випадку, коли клаптик є квадратом або прямокутником. Проте у прямокутника, як ми переконались, не рівні сторони.

Отже, ми практично довели, що лише клаптик тканини а) має форму квадрата, оскільки виконується як необхідна умова (сторони рівні), так і достатня умова (кути рівні).

Учні успішно виконують завдання: теоретично довести, що прямокутник - квадрат. Обґрунтуй правильність відповіді.

Проте є багато випадків, коли довести істинність неможливо, недоцільно, нераціонально. Саме тому важливо оволодіти методами теоретичних доведень.

Формою пошуково-дослідницької діяльності учнів класів є індивідуальне дослідження в обраній галузі. Передбачається, що буде сформовану потребу до самонавчання, самоконтролю, самооцінювання, самоосвіти та здатність до саморозвитку, оволодіння методами дослідницької роботи, реалізацію у поведінці ціннісного ставлення до себе як до особистості, самоповагу, почуття людської гідності, сформовану здатність до сприйняття життєвих ситуацій та їх творчого вирішення, до професійного самовизначення; готовність до інтелектуально-творчої діяльності.

В умовах сьогодення коли в учнів втрачається інтерес до знань переважає невміння вчитися й долати труднощі пізнавальної діяльності через відсутність необхідної початкової бази знань, умінь, навичок, що стають підґрунтям для самонавчання, самовиховання, самоконтролю, самооцінки. Споживацька психологія учня руйнує його активну творчу діяльність, гальмує потребу самостійного навчання, самовиховання, самовдосконалення.

Своєрідним тренажером для формування необхідних рис і якостей та вміння застосовувати знання і поглиблювати їх при навчанні математики є розв'язування нестандартних, дослідницьких задач. Доцільно добирати різноманітні цікаві для кожного учня завдання, щоб долучати їх до творчої діяльності, математичної культури.

Стимулюючи до пошуку оригінальних розв'язків важливо враховувати індивідуальні особливості учня, його пізнавальні можливості, стійкі навички дослідницької діяльності, ділові риси і якості формуються у процесі виконання найрізноманітніших різного рівня складності практичних пошукових завдань.

Корисним для учня є аналіз зразків розв'язаних задач, які демонструють загальні підходи, відображають красу і оригінальність різних варіантів пошуків розв'язування, формують нестандартність мислення, тренують інтелект. Кожен, учень, який захопаний у математику, має насолоду від краси математичного мислення, аналізуючи різні нестандартні ситуації, готуючись до нелегких, а іноді і екстремальних життєвих ситуацій. Проте відчутти красу математики можна лише у процесі творчих пошуків.

Метод математичного моделювання (МММ) є потужним сучасним пізнавальним методом і ефективним засобом розв'язування прикладних задач. У зв'язку з широким впровадженням комп'ютерів в освіту та всі інші галузі виробництва, науки його роль постійно зростає в практичній діяльності.

Для прикладу можна ознайомитись із проектом: «Математичне моделювання при розв'язуванні прикладної задачі «Криниця Лотоса» -

загадки зі Стародавнього Єгипту. Учня 41 групи Державного ліцею м. Біла Церква - Андрія Лунченка (науковий керівник - Н. Чернетко, вчитель методист вищої категорії).

Поетапне (з початкової школи по 11 класи) цілеспрямоване накопичення досвіду інтелектуально-творчої діяльності стає підґрунтям пошуково-дослідницької діяльності у профільних класах для творчої самореалізації випускників шкіл. Передбачається, що у випускників має бути сформований гуманістичний світогляд, оснований на загальнолюдських і на національних цінностях, готовність до творчого цілісного сприйняття навколишнього світу, високий рівень самосвідомості, готовність до подальшої неперервної самоосвіти та саморозвитку, здатність до особистісного самовизначення та самореалізації у різного виду творчій діяльності.

Формування творчої особистості у 5-6 класах має забезпечити кожному учневі поступове накопичення досвіду пошуково-дослідницької діяльності та готовності до самореалізації його у житті.

Учні мають усвідомлено обирати якомога раніше напрямок своєї майбутньої професійної діяльності, та мати достатню мотивацію і сформовані інтереси. Наявність внутрішньої мотивації навчання, для учнів, стає за виразом І. Єрмакова, «життєвим проектом», орієнтовною основою дій, спрямованих на формування життєвого шляху.

Формування творчої особистості учнів у процесі пошуково-дослідницької діяльності. Формування творчої особистості є закономірним психолого-педагогічним процесом, що поступово і цілеспрямовано накопичує необхідний обсяг знань, сприяє формуванню рис і якостей, умінь, навичок, що створюють умови для нестандартних рішень і несподіваних відкриттів. Творчий процес не завжди піддається педагогічному спостереженню, аналізу, оскільки цей процес невидимий для ока і йому властиві несподівані знахідки, злети і падіння, духовні надбання, втрати, розчарування. Процес формування творчої особистості в педагогіці зводиться до моделювання задачних ситуацій, проблем, які передбачають дослідницькі дії, прояв кмітливості, винахідливості. Учня важливо привчати до користування тлумачними словниками, довідниками, додатковою літературою.

Це привчить до пошуків об'єктивної інформації відбору важливих даних, їх узагальнення, систематизації, усвідомлюючи, що від цього залежить успіх реалізації творчого задуму. Спрямовуючи дії учня у процесі дослідницької діяльності, вчитель привчає його до певного алгоритму пошукової діяльності, до об'єктивності аналізу, до порівнянь (співставлення і протиставлення) фактів, подій, об'єктів дослідження, формує вміння орієнтуватись у потоці найрізноманітнішої інформації, вчить відбирати необхідні, важливі дані, відкидаючи неістотне, непотрібне.

Проектні технології навчання створюють умови для творчої самореалізації особистості, всебічного розвитку та самовдосконалення, формують в учнів ділові риси і якості дослідника, сприяють інтеграції знань, професійній орієнтації, самоствердженню. Навчити учня мислити, самостійно вчитись, ставити перед собою мету і досягати її, проявляти ініціативу у пошуках для себе майбутньої професії відповідно до здібностей, нахилів, рівня знань, пізнавальних інтересів є одним з найважливіших завдань кожного навчального закладу, кожного вчителя.

Пізнавши радість творчості, успіху, перемоги учень шукатиме в подальшому самостійно нових можливостей проявити себе, випробувати власні сили. Учителю важливо стимулювати творчість учня, створювати різні форми самостійної роботи різного рівня складності враховуючи індивідуальні інтереси і можливості учнів класу, пробудити пізнавальну активність, кмітливість, винахідливість, потребу в дослідницькій діяльності. Успіхи реалізації педагогічного задуму залежать від якісного зворотнього зв'язку між вчителем і учнями.

Прикрі помилки у шкільних підручниках, які допускають сьогодні видавництва з метою економії коштів (працюють без коректора, а інколи і без редактора) творчі вчителі використовують як засіб активізації творчих здібностей учнів, пропонуючи завдання: «Знайди помилку. Поясни.», «Чи допущено помилку? Відповідь обґрунтуй», «Виправ помилку у завданні ...» тощо.

Корисними для учня є вказівки вчителя знайти самостійно помилку у розв'язаному ним домашньому завданні, виправити та пояснити. Учень має звикнути, що допущена помилка - це природно для людини, яка виконує певну роботу. Важливо навчити перевірити себе, знаходити і виправляти помилки, неточності. У жодному разі не треба змушувати учня переписувати, якщо ж виникла прикрість, то достатньо закреслити і виправити помилку. З часом закреслень стане менше, оскільки досвід, сформовані уміння і навички принесуть впевненість дій, уважність, поглиблення знань. Оцінки вчителя мають виконувати функції заохочення, дарувати позитивні емоції, бути стимулом до навчання.

Важливо створювати умови, коли кожен учень самостійно вибирає тему і може отримати необхідну кваліфіковану консультацію. Якщо учень береться вперше за дослідницьку роботу, він має обов'язково прочитати кілька (за власним вибором) вже написаних рефератів або проектів. Кожному учню доцільно дати чітку інструкцію, де кожен етап чітко і зрозуміло описаний, та надавати консультаційні поради, якщо виникають труднощі. При оцінюванні учнівських робіт слід чітко розмежувати уміння оформити рукопис і якість реалізації ідеї, уміння знайти цікаву і потрібну інформацію, яка допомагає розкрити тему, власні коментарі, уміння обґрунтувати актуальність теми та зробити правильні висновки. Увагу слід звернути окремо на оформлення рукопису, ілюстративний матеріал, додатково використані (крім

вказаних) джерела інформації, високо оцінити творчі знахідки, зроблені власноруч схеми, таблиці, малюнки. Мовленнєву грамотність доцільно не включати у загальну оцінку проекту, а виділяти окремо, адже такий вид роботи є засобом навчання мови, можливістю висловлювати власні міркування не боячись зниження оцінки, чи осуду вчителя. Роботу над помилками учень має вчитись проводити самостійно. Досвід роботи в школі показує, що учні, які мають змогу обирати самостійно тему для написання реферату і самостійно визначають час для його написання (у разі потреби термін продовжувався) вчать себе контролювати, стають організованішими, ініціативними.

Оскільки вибір тем для учня був великий (можна було його розширювати), а написання рефератів не мало стислого терміну виконання і не було обов'язковим, то кожному учню хотілось одержати додатково хорошу оцінку, тому брались за роботу всі. По мірі завершення роботи учню надавалось право коротко ознайомити однокласників зі найцікавішими і найважливішими на його думку фрагментами, ілюстраціями. Кожен учень класу мав можливість поставити питання. Учитель підсумовував, розставляв акценти і обов'язково знаходив позитив та високо оцінював насамперед ініціативність у виборі теми, працелюбство, поставлену мету, підходи до розв'язання завдань, авторські знахідки, що вели до мети. Таким чином учень мав змогу довести класу і собі, що йому посильні творчі завдання, що він здібний і може впевнено братись за складніші проблеми у майбутньому, а зараз йому важливо лише усунути незначні прогалини у знаннях з математики та працювати більше над виразністю мовлення, грамотністю.

Найбільш переконливим для учня було зображення ланцюга з відсутніми окремими ланками, який ілюстрував його математичні знання з незначними прогалинами.

Кожен учень ставив для себе завдання знайти у своїх знаннях прогалини і усунути їх, зміцнити власний ланцюг математичних знань. З цією метою учитель проводив тестування та анкетування, де учень наочно переконувався у тому, що саме йому треба повторити, яких знань та вмінь йому бракує. Тестування та анкетування було особливим, адже вчитель дозволяв учням відповісти на запитання вдома без поспіху та користуючись довідковою літературою.

Учні поступово починали розуміти потребу постійно вчитись, мати вміння знаходити потрібну інформацію з різних джерел, здобути знання, а не принести з дому бездоганно заповнені дорослими тести чи анкети. Оскільки право на помилку має кожен, то оцінювалось високо вчителем вміння її знайти у себе і виправити. Оцінка не знижувалась за закреслення, виправлення, цінувались раціональні підходи до розв'язування, оригінальність ідей, презентації та вміння самоконтролю.

Якщо вчитель виставляє оцінки лише за зміст викладеного матеріалу і його унаочнення, а не знижує за закреслення і граматичні

недоліки, учень відчуває себе впевненіше у висловлюванні власних міркувань. Найвищу оцінку мають отримувати учні за оригінальні думки і ідеї. За грамотність написання оцінку знижувати недоцільно, адже це окрема копітка індивідуальна робота де учень має зрозуміти, настільки для нього важливо позбутись помилок, які у майбутньому гальмуватимуть його професійні успіхи і можуть стати перешкодою у виборі професії та у самоствердженні.

Підготовка до успішного впровадження в профільних класах проектних технологій має проводитись якомога раніше, використовуючи природню допитливість, постійну потребу у новизні учнів початкової школи (найкраще з дошкільного віку) та зростання їх кмітливості, винахідливості в молодшому і старшому підлітковому віці. У цей період учні беруться з ентузіазмом за вирішення проблем, які є непосильні вченим багатьох попередніх поколінь.

Право вибирати самостійно завдання, проблему, випробовувати свої сили в пошуках шляхів розв'язання, розглядати різні варіанти, знаходити серед них раціональних шлях стимулює учня до навчання вчитись контролювати кожен крок (етап), оцінювати результат, знаходити прогалини у власних знаннях і усувати їх, знаходити необхідну інформацію, осмислювати та узагальнювати її.

Учителі великих міст нерідко користуються можливістю запросити науковців, успішних представників бізнесу, організовують екскурсії на виробництва куди деякі учні планують піти працювати, оскільки їхні діди і прадіди та батьки працюють саме там.

У творчого вчителя проблемні ситуації для організації пошуково-дослідницької діяльності учнів виникають постійно у процесі ознайомлення з новим матеріалом чи при виконанні практичних завдань.

Учням доцільно пропонувати самостійно замислитись і проаналізувати світ, що оточує їх сьогодні і той що був у давнину та проаналізувати зміни що відбулися. Чому саме прямокутник став улюбленою геометричною формою сучасних будівель, пристроїв, приладів, речей повсякденного вжитку, тротуарів, доріг, земельних ділянок тощо? Тут доречними будуть аналіз ілюстрації храмів, будівель з колонами, башнями, де поєднано різні стереометричні форми і де можна знайти всі геометричні форми.

Ілюстрації навколишнього світу кам'яного періоду і сьогодення дають змогу учням замислитись над змінами, які відбулись на нашій планеті із розвитком цивілізації, збуджують уяву, фантазію, змушують шукати все нові предмети (їх частини) у довкіллі, що нагадують їм чотирикутники, міркувати, порівнювати, співставляти, узагальнювати, протиставляти, робити для себе важливі висновки-відкриття.

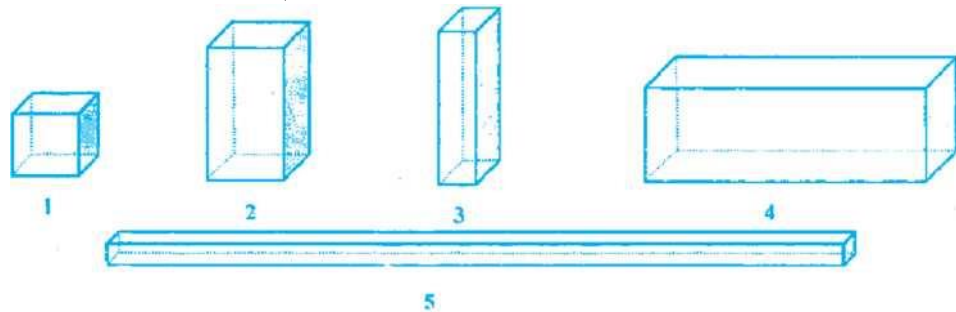
Цій темі можна присвятити кілька дослідницьких проектів. Збудити уяву, фантазію учнів, розширити пізнавальні можливості і інтерес учнів

до природничо-математичних знань допоможе учнівський проект «Кристали навколо нас»

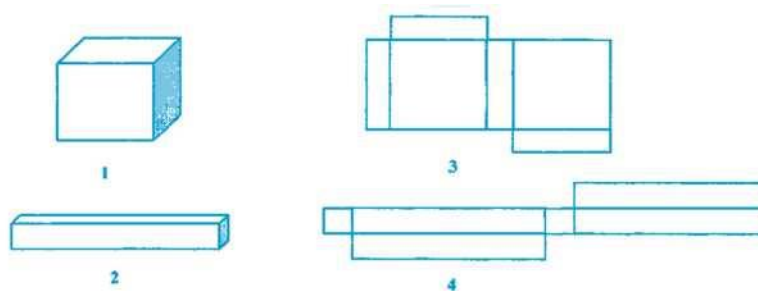


Малюнок колекції кристалів зроблений у Британському музеї Карелом Чапекем допомагає учням збагнути, що людина запозичила у природи геометричні форми (чотирикутник також) і відібрала форми найраціональніші для виготовлення предметів повсякденного вжитку, для будівництва житла, найрізноманітніших споруд, пристроїв, механізмів тощо. Учнім буде цікаво дізнатись, що форму багатогранників мають віруси і що достатньо з'ясувати та чітко визначити форму невідомого медикам вірусу, щоб можна було знайти способи його руйнування(лікування).

Очевидно, розглядаючи множину різноманітних чотирикутників, учні виділять і осмислять поступово серед них множину прямокутників, чотирикутників, а серед прямокутників визначать і множини квадратів тощо. Важливо привчати учнів бачити у зображеннях призм грані чотирикутної форми (чотирикутники), виділяти серед них рівні (грані), розуміти, чому окремі ребра (всі вони рівні) призм зображені пунктирними лініями тощо.



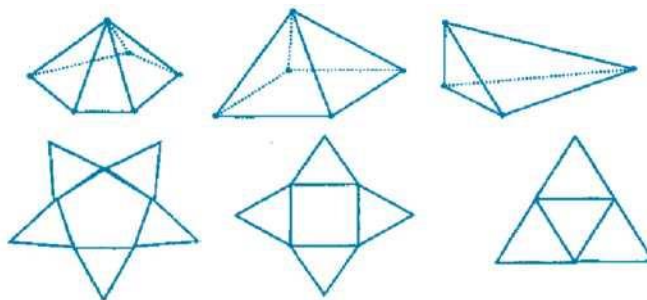
Визначення форми геометричних фігур, з яких утворено розгортку, розфарбовування протилежних граней однаковим кольором, позначення точками вершин призм, та проведення однаковим кольором однакових (рівних) ребер сприяє розвитку просторового бачення, умінь на око оцінювати довжини ребер, визначати рівні тощо, готує до осмисленого засвоєння курсу стереометрії.



Кожна двовимірна геометрична фігура на площині може і має бути пов'язана із тривимірними стереометричними фігурами, а отже формуватись з опорою на предмети тривимірного навколишнього світу. Формування в учнів поняття про чотирикутники, їх розмаїття в навколишньому світі (шкільна дошка, кришка столу, аркуш паперу, сторінки книжок, вікна, двері, стеля, підлога, стіни, тротуари, посівні ділянки, стенди і т.д.) доцільно пов'язувати з багатогранниками.

Вивчення геометричного матеріалу важливо розглядати у тісному взаємозв'язку з формуванням обчислювальних умінь, навичок, виробленням умінь розв'язувати задачі. (Таблиця множення з вивченням площі та периметра чотирикутників).

Цікавими корисними для учнів, починаючи з початкової школи, є виготовлення моделей куба, різних розмірів прямокутних паралелепіпедів, розфарбовування рівних (протилежних) граней, ребер тощо. Рівносторонні та рівнобедрені трикутники, їх ознаки краще осмислюються та запам'ятовуються учнями у процесі побудови та склеювання розгорток пірамід. Виготовленням моделей призм та пірамід учням цікаво займатись на уроках трудового навчання та на позакласних заняттях.



При виготовленні ялинкових прикрас, де використовуються найчастіше конуси, циліндри вчителю доцільно звернути увагу учнів на розгортку циліндра та довжину кола (межу основи), яку нескладно виміряти (довжина прямокутника). Розглядаючи розгортку конуса учні помічають, що довжину кола (межу основи) виміряти значно складніше. Учитель повідомляє учням, що знаючи довжину радіуса кола, довжину кола визначають за спеціальною формулою. Для учнів, які зацікавилися, можна записати і формулу. Захоплюючись технічним моделюванням, учні самостійно навчаються користуватися креслярськими інструментами. Великі можливості для розвитку фантазії учнів мають креслярські інструменти, зокрема, циркуль і лінійка.

Слід заохочувати ініціативу учнів по виготовленню стереометричних моделей з найрізноманітніших матеріалів (пластилін, сірники, цупкий папір, пластик, дрiт, нитки тощо) та використовувати найрізноманітніші дитячі конструктори. Важливо, щоб учні навчились бачити геометричні форми в навколишньому світі, розуміли що світ, у якому вони живуть, є тривимірним. Навіть тонкий аркуш паперу, який ми звикли порівнювати з прямокутником, може стати унаочненням прямокутного паралелепіпеда, висота якого є товщиною аркуша паперу. Значне поживання на уроках математики в учнів викликає вивчення планіметричних фігур у поєднанні із стереометричними з предметами навколишнього світу. Учням цікаво осмислювати тривимірний простір, в якому вони живуть. Побудова розгортки куба прямокутного паралелепіпеда, чи будь якої іншої призми чи піраміди за клітинками зошита допомагає осмислити ознаки і властивості призми та піраміди, вчить просторовому баченню, мисленню.

Необмежені можливості для формування, розширення і збагачення в учнів міжпредметних та ключових компетентностей є створення вчителем цікавих проблемних ситуацій для використання масштабу і масштабних перетворень, використання координатної площини для визначення шляху мандрівника, орієнтації на місцевості, ілюстрацій різних подій діаграмами, гістограмами тощо. Є цікаві учнівські проекти, присвячені історії виникнення масштабу, перших планів на місцевості, мистецтву архітектурних проектів тощо. Аркуш паперу є найдоступнішим матеріалом для конструювання. Вирізаний з паперу квадрат можна розрізати по діагоналі, утворивши два рівні трикутники і скласти з них новий один прямокутний рівнобедрений трикутник, паралелограм можна перекроїти у прямокутник тощо. Можна утворювати різні геометричні фігури перегинанням аркуша паперу, застосовуючи мистецтво оригамі.

Важливо, щоб завдання були доступними, посильними, цікавими і щоб учень бачив результат своєї роботи, вчився самостійно контролювати і оцінювати його. Завдання мають бути різноманітними, розвивальними із застосуванням креслярських інструментів чітких алгоритмів дій, спроб самостійно перевірити правильність результату та обґрунтувати його.

Як показують проведені експериментальні дослідження та власний досвід роботи у школі пошуково-дослідницька діяльність учнів на уроках математики дає змогу учням з великим інтересом і завзяттям пізнавати тривимірний навколишній світ у процесі вимірювання і побудов, виготовлення моделей (папір, картон, пластик, дрiт, сірники, пластилін, глина, гіпс) застосування мистецтва оригамі тощо. Вже з 5 класу до вивчення курсу стереометрії учнів доцільно готувати природнім шляхом у процесі пошуків важливої інформації із найрізноманітніших джерел, її узагальнення, систематизації.

Ефективним засобом виховання рис і якостей наполегливості, організованості, цілеспрямованості, кмітливості, винахідливості, розвитку, інтелекту є заняття з дошкільного віку мистецтвом оригамі - старовинної техніки складання різноманітних фігур із квадрата паперу без застосування клею і ножниць.

Виготовлення з паперу різних цікавих виробів методом згинання у Японії стало справжнім мистецтвом.

Величезний творчий потенціал оригамі використовують сьогодні у різних галузях діяльності людини: математиці, педагогіці, психології, медицині, конструюванні, архітектурі, дизайні. Заняття оригамі є цікавою і корисною творчою діяльністю для людей різних країн світу, незалежно від віку і роду занять.

Особливої популярності набуває використання оригамі в сучасній психології, педагогіці. Оригамі відіграє важливу роль в розвитку уяви, фантазії, мислення, при ознайомленні дітей з азами геометрії, формою предметів навколишнього світу, при виготовленні моделей та паперових саморобок.

Паперові іграшки (оригамі) відомі в усіх країнах світу. Шапочку від сонця або іграшковий човник чи літак може зробити кожна людина.

Папір - один із найдоступніших матеріалів, з яким доводиться працювати дітям, тому важливо їх навчити вибирати папір та враховувати вимоги до роботи з ним.

Розпочинати роботу з папером хорошої якості важливо якомога раніше з дошкільного віку. Папір має бути красивим, цупким, тонким і податливим та привабливим для малюка. Зразки паперових літаків, човників, саморобок захоплюють уяву, стимулюють фантазію. Виконуючи перші роботи за зразком дитина осмислює можливості аркуша (властивості прямокутника), звикає, граючись, до термінології (чотирикутник, прямокутник, квадрат, трикутник, відрізок, кут, сторона, діагональ тощо), набуває неоціненного досвіду в акуратному перегинанні паперу, поділі квадрата і прямокутника на рівні частки тощо.

У процесі складання різноманітних фігурок з паперу у дошкільні роки формуються непомітно уявлення про квадрат, прямокутник, рівні сторони, кути (прямі і непрямі), діагональ перегину квадрата, накладання рівних фігур, тощо виховуються такі якості, як допитливість, спостережливість, кмітливість, винахідливість, просторова уява, відчуття пропорції, логічність міркувань, пам'ять, дослідницькі здібності, зосередженість, фантазія, ініціативність, розвивається точність координації рухів, ділові риси і якості.

У процесі цікавої творчої діяльності виховується любов до природи, екології, закладаються основи екології душі, формуються вміння доводити справу до кінця, риси працелюбності, наполегливості, важливі ділові якості самостійної особистості.

Іграшки, виготовлені в техніці оригамі, викликають особливий інтерес у дітей, збуджують потребу творити, шукати нове. Створені власними руками різноманітні вітальні листівки, саморобки для ялинки, пакети, конверти, коробочки для зберігання насіння квітів тощо діти з радістю дарують рідним і близьким.

Робота в техніці оригамі має велике значення для реалізації міжпредметних зв'язків у процесі навчання в школі при засвоєнні елементарних знань з геометрії у початкових класах та виконанні практичних завдань на інших уроках. Дослідження раціонального поєднання роботи правої та лівої півкуль мозку сприяє гармонійному розвитку особистості, пошуково-дослідницькій самостійній діяльності, розвитку конструкторських раціоналізаторських здібностей.

Заняття оригамі зменшують рівень підсвідомої тривожності, неспокою, виводять із стану депресії, підвищують упевненість у своїх силах, активізують мислительну діяльність.

Поєднуючи риси мистецтва і технічної діяльності, оригамі виконує зв'язки з різними навчальними предметами (розвиток усного мовлення при аналізі саморобки, графічні зображення, придумування казкових подій тощо).

Ті, хто користується Інтернетом, зможуть запозичити технології виготовлення та найрізноманітніші варіанти оригамі.

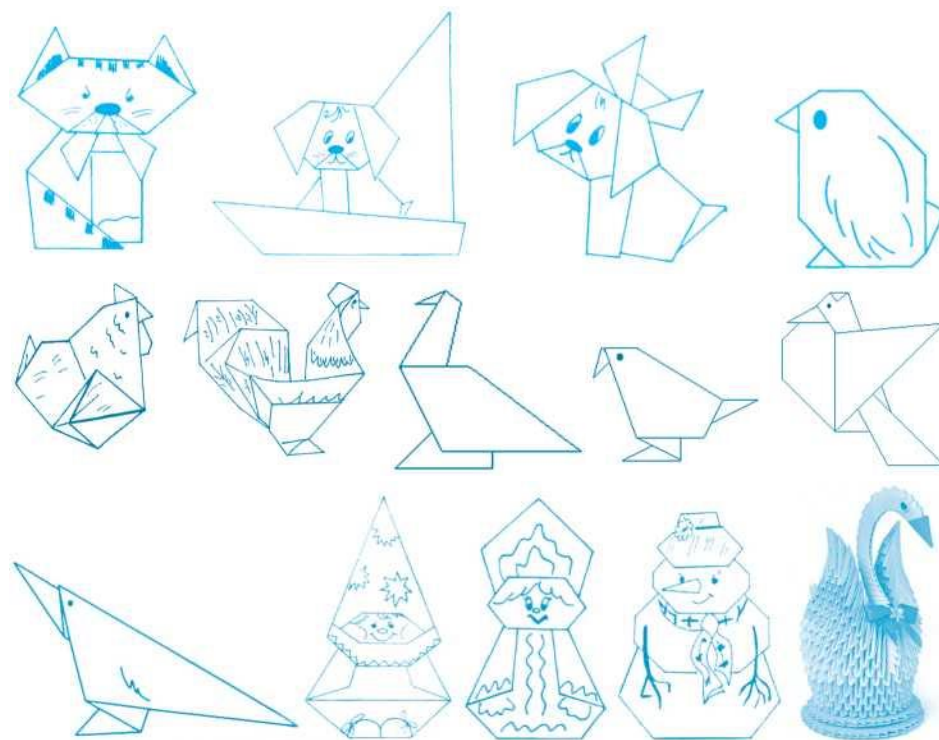
Найпростішим засобом організації дослідницької діяльності дітей у процесі формування в них просторових уявлень та розвитку творчих здібностей, уяви, фантазії, мислення є виготовлення моделей геометричних тіл та їх комбінацій за допомогою мистецтва оригамі (створення просторових форм із листка паперу переважно квадратної форми). Оригамі є дієвим засобом реалізації ідей прикладної спрямованості. Процес створення оригамі дарує позитивні емоції, збуджує інтерес, пожвавлює розумову діяльність, увагу, розвиває уяву, формує фантазійні образи уяви, вдосконалює практичні уміння і навички. Цікавими і необмеженими є дослідження можливостей оригамі дітьми з дошкільного віку та у допрофільних класах. У профільних класах учням цікаво досліджувати прикладну спрямованість стереометрії засобами оригамі, що допомагає розвитку просторового бачення та осмисленню того, що математика є способом мислення. Проекти, пов'язані з оригамі, формують в учнів підвищену увагу і інтерес до вивчення математики, розкривають її прикладну суть. З Інтернету учні зможуть дізнатися, яких успіхів в оригамі досягли Леонардо да Вінчі, Льюїс Керрол, Лев Толстой, Фрідріх Фрйобель, Роу Сундра, Акіри Йошизави та багато інших.

Сьогодні у 26 країнах світу існують центри оригамі. Старшокласникам, безумовно, цікаво дізнатись, чим же так зацікавило світ мистецтво оригамі, у чому його суть і що нового можна внести сьогодні у розвиток оригамі. Безумовно, оригамі вносить елементи

творчості в уроки математики, зокрема, стереометрії, знайомить з особливостями дизайну, моделювання, активізує дослідницькі здібності, кмітливість, винахідливість, раціоналізаторські здібності. Дослідження можливостей оригамі є безмежним джерелом для застосування проектних технологій, які сформують в майбутньому потребу у створенні ще одного міжнародного центру оригамі в Україні.

Інтерес до навчання, зокрема дослідницької пошукової діяльності, формується в учнів з перших кроків навчання в початковій школі. Для вчителя математики надзвичайно важливим є рівень математичних знань, сформованості просторових уявлень, розвитку уяви, фантазії мислення з якими учні приходять до п'ятого класу. Причиною труднощів засвоєння математичних знань учнями 5-11 класів є сформовані у початковій школі помилкові уявлення, що лежать в основі математичних понять, плутанина у термінології, відсутність практичних умінь і навичок та досвіду самостійної пошуково-дослідницької діяльності, готовності до творчого розв'язування задач. Радимо ознайомитись із фрагментами пошуково-дослідницької діяльності вчительки початкових класів Оксани Миколаївни Гальчук (с.Дмитрівка, Києво-Святошинський район Київської області) на сайті НАПН України. Цікавий і змістовний проект Тетяни Володимирівни Цесельської присвячений формуванню в учнів чітких наукових уявлень і понять про цифри (знаки) і числа (кількість об'єктів), що стають в подальшому основою вивчення числа і фундаментом для осмислення всієї системи математичних понять та оволодіння предметними компетентностями. У проекті зібрано і упорядковано прислів'я, приказки, скороговки, смішинки у яких народи світу використовують числа і цифри. Враховуючи вікові особливості учнів їхні пізнавальні можливості й інтереси презентація проекту відображає методичні знахідки ідеї і задуми педагога та передбачає уникнення помилок, осмислене засвоєння основних математичних понять. Це дослідження надзвичайно важливе для творчих вчителів, майбутніх педагогів, що навчаються у педагогічних навчальних закладах, психологів, методистів.

Цікаві і захоплюючі заняття конструювання з паперу методом оригамі проводить вчителька початкової школи села Синяви Рокитнянського району Інна Олександрівна Капшук. Учні, граючись, оволодівають важливими геометричними поняттями, засвоюють термінологію, осмислюють на основі практичних дій ознаки геометричних фігур, зокрема, прямокутника, квадрата, ромба, прямокутних трикутників. Завдяки перегинанню, накладанню учні вчаться розрізняти рівні фігури, рівні кути, рівні площі, осмислюють поняття алгоритма, тощо. У її роботі описана послідовність виготовлення саморобок методом оригамі.



Ознайомитися з проектом Капшук Інни Олександрівни можна на сайті НАПН України (naps.gov.ua).

Керуючись висловлюванням Конфуція, що «до знань ведуть три шляхи: шлях міркувань - цей шлях найблагородніший, шлях наслідування - цей найлегший, шлях досвіду - цей шлях найтяжчий», Т. Бублій поєднує в своїй роботі всі три шляхи і намагається навчати учнів самостійно знаходити істину не шукаючи легкого шляху. Розвиваючи творчо-пошукові здібності учнів, вчитель створює умови для активної пізнавальної діяльності кожного учня, розвитку рис і якостей ділової людини. Задум рольової гри та різноманітних ігрових ситуацій часто має вигляд запитання чи загадок, що проектує хід гри, надаючи грі пізнавального характеру і вимагає певного рівня знань.

Проведення різноманітних рольових ігор, конкурсів, змагань, географічних вікторин робить заняття різноманітними, цікавими і корисними.

У процесі дослідницької діяльності учні поглиблюють і збагачують математичні знання, вчаться пошукам та обробці важливої інформації із різних джерел, розширюють і поглиблюють знання, осмислюють екологічні проблеми, знайомляться із бездумною руйнацією людиною гармонії природи, що веде до непередбачуваних катастроф. Проявляючи природну допитливість, кмітливість, винахідливість, учні шукають шляхи попередження екологічного лиха в Україні на планеті, замислюються над екологією людської душі.

Сформувати в дітей інтерес до дослідницької діяльності, розвивати творчі здібності, потребу активних пізнавальних дій важливо з народження, таємничий навколишній світ, споконвіків вабив допитливих, кмітливих, винахідливих і дарував найбільш наполегливим

радість відкриттів. Дитина стежить за навколишнім світом з перших днів свого життя, емоційно реагує на звуки, відтінки фарб, зміни інтонації голосу рідних, реагує на колискову, слухає музику, казки. розглядає іграшки, радіє і ображається... Дослідницька діяльність активізується з першими словами, першими кроками, першою розламанною іграшкою, розбитою чашкою... Саме у цей важливий період слід всіляко підтримувати потребу дитини у пізнанні довкілля, створювати проблемні ситуації, спонукати до непередбачуваних дій, дослідів. Малюку-досліднику важливо набувати досвіду, робити для себе посильні висновки, осмислюючи, чого і чому робити не треба. Це його перші відкриття (вогонь пече, гостре боляче колеться або ріже, вода холодна і розливається, а чай має охолонути.). Про події, що відбуваються навколо, про зміни явищ, закономірностей, закони, що діють на планеті Земля і у Всесвіті, дитина підростаючи дізнається все більше. Від дорослих залежить настільки розвивається(гальмується) природна допитливість, інтерес до нового, невідомого, потреба творити, виконувати певні дії, брати участь у грі, копіювати, вигадувати нове... З перших кроків навчання у школі дослідницька діяльність має стати способом осмислення нових знань, їх узагальнення, систематизації, інтеграції. Навчаючись вчитись учень поступово оволодіває способами, методами, засобами прийомів і дій, необхідними для організації самостійної пізнавальної діяльності, навичками самоконтролю, самооцінювання, самовиховання. Учень звикає до потреби знаходити важливу додаткову інформацію з різних джерел та використовувати її у різноманітних навчальних ситуаціях. Дізнаватись багато більше, ніж подано у шкільних підручниках, допомагають учням науково-популярні видання, довідники, хрестоматії, Інтернет.

Пошуково-дослідницька пізнавальна діяльність є найбільш природною навчальною діяльністю для учнів, оскільки нав'язування невластивого для них темпу і ритму роботи колективної роботи нерідко стає причиною втрати інтересу до навчання і небажання відвідувати школу.

Використання проектних технологій у процесі навчання учнів з першого класу має забезпечити готовність до проведення дослідницько-пошукової діяльності у профільних класах. Оскільки для учнів природною є ігрова діяльність доцільно на рівні рольової гри долучати їх до наукових досліджень. Кожна гра відбувається при дотриманні певних вимог і правил, а тому для учнів цілком природно знати вимоги і правила для організації і проведення наукових досліджень. Роль науковця надзвичайно приваблива для учня і тому вони з великим завзяттям і натхненням беруться за роботу. Через відсутність знань і досвіду інтерес і впевненість дуже швидко згасають. Щоб цього не сталося, вчителі мають подбати про поступове осмислення учнями ідеї дослідницької діяльності та поетапного засвоєння окремих елементів

пошукової діяльності та вміння поєднувати їх у єдине ціле. Розпочинати доцільно із цікавих і нескладних проблем, які учні зможуть швидко вирішити: довести правильність результату та провести презентацію. Успіхи перших досліджень окрилюють, стимулюють нові пошуки, активізують творчі здібності. Крок за кроком учні навчаються самостійно вибирати проблему, визначати тему, висувати гіпотезу дослідження, ставити завдання що реалізують задум, ідею, досягнення кінцевого результату. Контролюючи виконання поставлених перед собою завдань учні вчаться організованості, наполегливості, працелюбству оволодівають методами і способами практичних дій, набувають досвіду дослідницької діяльності. Маючи певний досвід проектної діяльності, учні можуть переходити до осмислення цілісності наукового дослідження його етапів, організаційної підготовчої роботи, розробки методики дослідження, продумуючи кожен крок послідовності дій що призведуть до кінцевого результату. З метою приведення в систему знань учнів про дослідницьку роботу важливо провести на прикладі колективної роботи з поетапним аналізом і обговоренням кожного кроку цікаве захоплююче для учнів наукове дослідження. Кожен учень має брати активну участь у розробці кожного етапу проекту, вчитись висловлювати власні міркування під час обговорення, збирати, узагальнювати, систематизувати необхідну інформацію, пропонувати ідеї, шляхи розв'язання проблеми тощо. Це дає змогу учню проявити себе, визначити, для себе все те що найбільше вабить, цікавить. Вчителю важливо зорієнтувати учня що саме доцільно прочитати йому у науково-популярних журналах, довідниках, яку інформацію необхідно знайти в Інтернеті. Поділитись своїми міркуваннями з вчителем, обговорити знахідки з однокласниками для учня є надзвичайно важливо, адже про його успіхи мають знати всі. Довести собі і всім свою спроможність стати науковцем-дослідником є для учня надзвичайно важливим.

Орієнтиром для пошуків цікавого і посильного проекту можуть стати такі поради:

1. Визнач на початковому етапі (можна орієнтовно) мету, завдання свого дослідження (винаходу). Обов'язково прикинь кінцевий результат.

2. Обґрунтуй актуальність проблеми (для кого і для чого важливо розв'язати поставлене тобою завдання, що це дасть в майбутньому і для кого). Дай відповідь, що для тебе дасть розв'язання цього завдання, з'ясуй для себе важливість і потребу цієї роботи. Спробуй з'ясувати, хто досліджував цю проблему і яких результатів вже досягнуто.

3. Визнач предмет дослідження (це твій передбачуваний кінцевий результат, те до чого ти прагнеш).

4. Визнач об'єкт дослідження (це те, що досліджується, процес досягнення кінцевої мети).

5. Визнач гіпотезу дослідження. Гіпотеза - це припущення, що передбачає пошук невідомого, при якому треба виконати кілька важливих кроків, що сприятимуть удосконаленню задуму дослідження. Гіпотеза визначає оптимальний варіант з кількох можливих.

6. Напиши план дослідження (послідовність роботи та окремі етапи, після яких передбачено короткі висновки). Для того, щоб розпочати роботу відповідно до мети і завдань, необхідно визначити джерельну базу (визначити довідкову та додаткову літературу, перелік авторів праці, яких необхідно знати і використати та з'ясуй через Інтернет, хто займався цією проблемою і які кінцеві результати та їх впровадження. Визнач, що маєш ти з'ясувати та з якою метою і в якій послідовності.

7. Організація дослідження. Визнач послідовність етапів проведення дослідження. Після кожного етапу дослідження слід підвести підсумок та зробити певні висновки, у разі потреби внести коригуючі зміни, уточнення, а можливо і доповнити перелік пошуку необхідної інформації.

8. Оформлення результатів (у вигляді рукопису) проведеного дослідження передбачає: вступ, де визначено актуальність, мету і завдання дослідження, предмет, об'єкт, гіпотезу та орієнтований кінцевий результат, його значущість. Далі бажано зробити два розділи: теоретичний і практично-дослідницький. Після кожного розділу доцільно зробити висновки та в кінці роботи написати «Загальні висновки». Обов'язково подати список використаної літератури.

9. У «Додатку» можуть бути анкети, тести, різного рівня схеми, таблиці, фотографії, моделі тощо.

10. Презентація проекту (результатів дослідження) має ознайомити присутніх з усіма етапами проведеного дослідження від задуму до кінцевого результату і обґрунтувати його значення як теоретичне, так і практичне. Для цього доцільно використати можливості комп'ютерної графіки (динамічного унаочнення), ілюстративний матеріал, (схеми, малюнки, таблиці, алгоритми) за чітко підготовленим планом: вступна частина (актуальність, мета, завдання, гіпотеза, джерельна база), основна частина (шляхи, способи і методи досягнення поставлених завдань, етапи, найефективніші засоби, контроль і оцінювання результатів), висновки та їх обґрунтування (перспективи використання результатів та подальші напрямки дослідження).

Презентація проекту - це ілюстрація (словесно, графічно) творчого задуму на висвітлення послідовності етапів його реалізації, надзвичайно важливим є обґрунтування правильності отриманих результатів, доцільності впровадження та перспективність.

Перші учнівські спроби дослідницької діяльності потребують особливої уваги і підтримки з боку вчителя і дорослих, всілякого заохочення і високої оцінки, премій, нагород.

3.3. Формування предметних і ключових компетентностей учнів основної школи у процесі навчання геометрії

Психолого-методичні засади формування предметних і ключових компетентностей учнів основної школи у процесі навчання геометрії.

В умовах швидкого розвитку суспільства, інформаційного середовища, сучасних потреб ринку праці репродуктивна система навчання є застарілою. На сьогодні успішними є люди, які вміють системно мислити, аналізувати, порівнювати, практично вирішувати професійні та життєві проблеми. Тому серед завдань сучасної загальноосвітньої школи є формування в учнів умінь самостійно приймати рішення, працювати в команді, бути ініціативними, готовими до стресових ситуацій. Ці якості можливо формувати в учнів на уроках математики за умови компетентнісного підходу до навчання.

На противагу концепції «засвоєння знань, умінь і навичок» компетентнісний підхід у навчанні має за мету таке засвоєння учнями умінь, що дає їм змогу ефективно діяти в особистих, життєвих і професійних, а особливо у нових та проблемних ситуаціях. Отже, компетентнісний підхід підсилює прикладний і практичний характер предметного навчання. Головним завданням вчителя за таких умов є мотивування учнів до ініціативи і самостійності, створення розвивального середовища для реалізації здібностей та інтересів.

Предметні знання, вміння і навички є важливою але недостатньою освітньою метою. Однією з проблем сучасної шкільної математичної освіти є невідповідність між кількістю набутих учнями знань та їх можливостями застосовувати ці знання у життєвій практиці. На сьогодні важливо сформувати в молоді особистісні якості, які допоможуть адаптуватися до суспільних і природних змін. Невипадково компетентнісний підхід є одним і напрямків стратегії розвитку освіти в Україні. У Державному стандарті базової і повної загальної середньої освіти компетентнісний підхід означається як спрямованість навчально-виховного процесу на досягнення результатів, якими є ієрархічно підпорядковані ключова, загальнопредметна і предметна (галузева) компетентності.

Вчені-педагоги виокремлюють п'ять наскрізних ключових компетентностей: вміння вчитися; здоров'язберігаюча; загальнокультурна (комунікативна); соціально трудова; інформаційна.

Визначення понять у Державному стандарті свідчать про конкретизацію ключових освітніх компетентностей на рівні освітніх галузей і предметів для кожного ступеня навчання. Це означає, що формування ключових компетентностей неможливе без формування предметних компетентностей у рамках конкретного предмета. Компетентність як інтегрований результат навчальної діяльності учнів формується передусім на основі опанування змісту освіти.

У формуванні ключових компетентностей школярів значну роль відіграє навчання геометрії (формування відповідних предметних компетентностей).

Геометрія, як наука, виникла з життєвих потреб людини у глибоку давнину. Змінюючись від практичної до суто дедуктивної, вона перетворилася на феномен загальнолюдської культури. Все, що нас оточує – геометрія. Геометричні знання і вміння, геометрична культура є сьогодні професійно значущими для багатьох сучасних спеціальностей: дизайнерів, конструкторів, вчених і робітників. Серед шкільних предметів математичного циклу геометрія вирізняється вільнодумністю, небажанням підкорятися алгоритмам, а інколи навіть логіці. Вона є потужним засобом розвитку особистості. Геометрія допомагає пізнати оточуючий світ, у якому більшість предметів нагадують різні геометричні фігури. Ми живемо у світі геометрії. Щоб орієнтуватися в ньому, потрібно навчитися розуміти, як він влаштований. Геометрія формує в людини просторову уяву, знайомить з просторовими формами і законами їх сприйняття. З іншого боку, геометрія має всі можливості для розвитку обох півкуль головного мозку людини, оскільки в ній інтуїтивно зрозумілі факти логічно обґрунтовуються і доводяться. Дійсно, геометрія, на думку О.Д.Александрова, це «лід і полум'я». Це єдиний шкільний предмет, що базується на послідовному доведенні всіх тверджень. А якщо людина розуміється на доведенні, нею неможливо маніпулювати.

У навчанні математики роль геометрії не вичерпується її змістом. Наочні інтерпретації допомагають кращому розумінню властивостей геометричних фігур, їх прояву у реальному житті. Також, для успішного формування предметних і ключових компетентностей учням необхідно розв'язати чимало геометричних задач.

Предметні компетенції формуються у Державному стандарті через вимоги до рівня навчальних досягнень учнів з геометрії. Розробка методики формування геометричних і ключових компетентностей учнів передбачає уточнення переліку, змісту і рівнів сформованості предметних і

ключових компетентностей як результату навчання учнів змістових ліній і окремих тем з геометрії в основній школі. Потрібно також визначити які ключові компетентності і яким чином формуються засобом геометрії серед інших навчальних предметів.

Математична компетентність – це уміння бачити та застосовувати математику в реальному житті, розуміти зміст і метод математичного моделювання, вміння будувати математичну модель, досліджувати її методами математики, інтерпретувати отримані результати, оцінювати похибку обчислень.

Формування математичної компетентності в учнів основної школи на уроках геометрії передбачає наступні компоненти.

Процедурна компетентність – уміння розв’язувати типові математичні задачі. Формування передбачає:

- навчання алгоритмів розв’язування геометричних задач;
- вироблення вміння систематизувати типові задачі, знаходити критерії зведення задач до типових; розпізнавати типову задачу або зводити її до типової;
- вироблення вміння використовувати різні інформаційні джерела для пошуку процедур розв’язування геометричних задач (підручник, довідник, Інтернетресурси).

Логічна компетентність – володіння дедуктивним методом доведення та спростування тверджень. Формування передбачає:

- вироблення вмінь використовувати на практиці понятійний апарат дедуктивних теорій (означення геометричних понять, аксіоми, властивості геометричних фігур і їх доведення, наведення прикладів і контрприкладів тощо);
- вироблення вмінь відтворювати дедуктивні доведення та доведення правильності процедур розв’язування геометричних задач;
- вироблення вмінь наводити дедуктивні обґрунтування правильності розв’язання задач та шукати логічні помилки у невірних дедуктивних міркуваннях;
- вироблення вмінь використовувати математичну та логічну символіку на практиці.

Технологічна компетентність – володіння сучасними математичними пакетами. Формування передбачає:

- вироблення вмінь використовувати у навчанні пакети символічних перетворень, електронні таблиці (Excel, Gran 2Д(3Д), DG) і ін.;

- вироблення вмінь оцінювати похибки при використанні наближених обчислень;

- вироблення вмінь будувати комп'ютерні моделі для предметної області задачі з метою їх евристичного, наближеного або точного розв'язання.

Дослідницька компетентність – володіння методами дослідження практичних та прикладних задач математичними методами. Формування передбачає:

- вироблення вмінь будувати математичні моделі при вирішенні практичних проблем;

- вироблення вмінь будувати аналітичні моделі задач;

- вироблення вмінь висувати та перевіряти справедливості гіпотез, спираючись на відомі методи (індукція, аналогія, узагальнення), а також на власний досвід досліджень;

- вироблення вмінь інтерпретувати результати, отримані формальними методами;

- систематизувати отримані результати, досліджувати межі достовірності отриманих результатів, встановлювати зв'язки з попередніми результатами, шукати аналогії в інших розділах математики.

Методологічна компетентність – уміння оцінювати доцільність використання математичних методів для розв'язання практичних та прикладних задач. Формування передбачає:

- вироблення вмінь аналізувати ефективність розв'язування задач математичними методами;

- навчання рефлексії власного досвіду розв'язування задач та подолання перешкод з метою постійного вдосконалення власної методології проведення досліджень.

Формування математичної компетентності в учнів основної школи на уроках геометрії передбачає різною мірою формування процедурної, логічної, технологічної, дослідницької і методологічної складової на кожному з рівнів вимог до навчальних досягнень учнів з геометрії з урахуванням психологічних особливостей, рівня інтелектуального розвитку і навчальних потреб школярів відповідного віку.

Організація навчальної діяльності учнів основної школи з геометрії з метою формування ключових і предметних компетентностей передбачає: відмову від репродуктивного повторення геометричних фактів; пріоритет навчальних завдань, які активізують розумову діяльність школярів (практичних робіт, задач практичного змісту); активне використання

прийомів вибору, порівняння, класифікації, перетворення, конструювання; встановлення зв'язків між геометричними поняттями на основі власного досвіду учнів; використання ІКТ. Особливостями системи вправ з геометрії для формування предметних і ключових компетентностей учнів основної школи є: аналіз властивостей геометричних фігур з різних точок зору засобом системи вправ; залучення вправ на встановлення відповідності між предметною, вербальною, графічною і символічною моделями; застосування контрприкладів; виділення типових геометричних задач у якості орієнтованої основи дій; розв'язування геометричної задачі різними способами.

На думку професора Ю. Я. Когана новизна компетентнісного підходу у навчанні полягає у нових освітніх технологіях. Зі змісту поняття компетентності очевидно, що йдеться про методи активного навчання. Тому визначення методів активізації навчальної діяльності учнів з геометрії і відшукування шляхів і форм їх реалізації є актуальним з огляду на проблему компетентнісного навчання.

Однією з найважливіших видів людської діяльності є навчальна діяльність. Будь-яка навчальна діяльність спрямована на засвоєння деякого змісту, що є необхідною умовою формування предметних і ключових компетентностей учнів. Засвоєння – особливий процес, що передбачає сприйняття, мислення, пам'ять.

Психологи розглядають сприйняття як степінь і форму пізнання людиною дійсності, що зумовлене особливостями органів чуття. Образи сприйняття людиною реальних предметів формуються в результаті її діяльності.

Мислення також вважається людською діяльністю. Як і практична діяльність, мислення є набір дій, підпорядкованих усвідомленій меті, і здійснюється за допомогою логічних операцій. Мислительна діяльність має внутрішню (теоретичну) і зовнішню (предметно-дійову) форми.

Пам'ять, подібно до інших психічних процесів, є діяльністю. Запам'ятовування, згадування, відтворення, впізнання – будь-який з цих процесів є видом людської діяльності. Вона вимагає зусиль і мотивації, здійснюється в результаті специфічних операцій (наприклад, смислове групування матеріалу, мнемонічні прийоми і т. ін.).

Отже, сприйняття, мислення, пам'ять – психічні процеси, що ґрунтуються на активності людини. За словами В. О. Крутецького, засвоєння – це організована пізнавальна діяльність учнів.

Психологи обґрунтували стратегію активного навчання. Провідною ланкою процесу навчання дослідники вважають власну діяльність учнів. Набуття знань школярами відбувається в результаті і за умови виконання ними пізнавальної діяльності.

Активізація пізнавальної діяльності учнів – це перехід до більш високого рівня активності та самостійності учнів у процесі навчання, який стимулюється розвитком пізнавального інтересу, та відбувається завдяки удосконаленню методів та прийомів навчального процесу. Активізація пізнавальної діяльності учнів під час вивчення математики є однією з проблем сучасної шкільної освіти. Це пов'язано із зниженням інтересу молоді до навчання в цілому, а також з підвищенням ролі математики в різних галузях суспільства.

Для активізації пізнавальної діяльності учнів важливим є вдалий вибір методів, прийомів та засобів навчання, при якому враховуються певні психологічні особливості учнів.

Під методом навчання у дидактиці розуміють способи навчальної роботи вчителя й організації навчально-пізнавальної діяльності учнів з розв'язання різних дидактичних задач, спрямованих на оволодіння виучуваним матеріалом. За характером навчальної пізнавальної діяльності учнів розрізняють такі методи навчання: пояснювально-ілюстративний; репродуктивний; проблемний; частково пошуковий; дослідницький.

Пояснювально-ілюстративним методом у навчанні математики користуються для введення понять, вивчення аксіом, теорем, розв'язування задач. Реалізувати цей метод допомагають вправи на виділення істотних ознак поняття і усвідомлення неістотних властивостей. Для цього зручно використовувати вправи за готовими малюнками на розпізнавання об'єктів поняття, що вивчається.

Репродуктивний метод застосовується для закріплення нового матеріалу, перевірки домашнього завдання. Учні відтворюють розв'язання задач, формулювання і доведення теорем, означення математичних понять і т. ін. Цей метод реалізується шляхом виконання вправ за зразком, за алгоритмом. Під час виконання таких вправ в учнів формується фонд дійових знань для продуктивної діяльності.

Одним із проблемних методів, що використовується у навчанні геометрії, є метод доцільних задач. Цей метод запропонував наприкінці XIX ст. С. І. Шохор-Троцький. Суть методу полягає в тому, що для кращого розуміння навчального матеріалу учням пропонуються

підготовчі задачі. Вони готують учнів до розуміння означення нового поняття, до «відкриття» теореми, розуміння її доведення, до самостійного розв'язування задачі. Інколи за допомогою доцільних задач викладається вся тема. Наприклад, під час введення поняття «ромб» учням пропонується вправа: «Побудуйте паралелограм, у якого дві суміжні сторони рівні. Такий паралелограм називається ромбом. Сформулюйте означення ромба».

Я. Й. Грудьонов визначив психологічні умови застосування методу доцільних задач: «Для застосування методу доцільних задач бажано добирати мінімальну кількість підготовчих вправ, до того ж одна і та сама вправа може розглядатись кілька разів, допомагаючи відтінити окремі деталі теми».. Наведений вище приклад такої вправи задовольняє цю умову.

Частково пошуковий метод ще інколи називають евристичною бесідою. Евристична бесіда полягає в тому, що вчитель заздалегідь готує систему запитань, відповідаючи на які учні самостійно формулюють означення поняття, «відкривають» доведення теореми, знаходять спосіб розв'язування задачі.

Підготовчі задачі, на основі яких учні самостійно «відкривають» і формулюють нові теореми, викликають у них жвавий інтерес. Під час введення геометричних теорем корисно використовувати вправи на побудову відповідних фігур. Наприклад, «Накресліть довільний чотирикутник і виміряйте транспортиром його кути. Чому дорівнює їх сума?»

Очевидно, що метод доцільних задач є різновидом евристичного методу.

Для ефективнішого застосування методу евристичної бесіди доцільно вправи, які мають проблемний характер, пропонувати учням для домашньої роботи. У домашніх умовах кожен учень має змогу спокійно розглянути достатню кількість окремих випадків, звернутися до літератури і самостійно «прийти до відкриття». Розв'язування таких задач не є обов'язковим для всіх учнів, і пропонується на високому рівні системи геометричних вправ.

Дослідницький метод передбачає самостійний пошук розв'язування пізнавальних задач. Так, у 9 класі після вивчення формул обчислення площ прямокутника, паралелограма, трикутника для учнів з високим рівнем навчальних досягнень посильним є, наприклад, завдання вивести формулу для обчислення площі трапеції.

Правильний вибір методів навчання у відповідності до цілей та змісту навчання і вікових особливостей учнів сприяє розвитку пізнавальної активності та пізнавальної самостійності учнів, а також підвищує інтерес учнів до предмета, виробляє вміння та навички використовувати набуті знання на практиці, спонукає учнів до самостійної діяльності, формує світогляд.

В основі будь-якої навчальної діяльності учнів лежить, в першу чергу, їх активність. Процес їх активізації є процесом перетворення суб'єкта (в нашому випадку – учня) в стан активності. Поняття активності досліджувалось в психолого-педагогічній науці в різних аспектах. Термін «активність» походить з латинської «actives», що означає діяльний, енергійний, ініціативний [2]. Активність учнів виражається через запитання, прагнення думати, пізнавальну самостійність у процесах сприйняття, відтворення, розуміння та творчого застосування. Критеріями сформованості активності особистості виступають: ініціативність, дієвість, енергійність, інтенсивність, добросовісність, інтерес, самостійність, усвідомлення дій, воля, наполегливість в досягненні мети та творчість. Завдяки цим якостям є можливість простежити підвищення активності учнів в процесі навчання.

Пізнавальна активність у навчальному процесі є складовою об'єктивного закономірного навчання як активного процесу пізнання. Це виступає важливим фактором необхідності активної діяльності учнів у пізнанні. Однак характер та ступінь активності учнів у навчанні можуть бути різними. Які ж фактори впливають на це? Передусім, це пізнавальний інтерес. Саме його втрата, як правило, є причиною зниження пізнавальної активності дітей.

Стимулами пізнавальної активності в навчально-виховному процесі, крім внутрішнього стимулу – пізнавального інтересу, також можуть виступати такі педагогічні прийоми, як заохочення, розкриття необхідності та значення навчального завдання (мотивація), підкреслення розвитку позитивних рис особистості в процесі навчання, своєчасне визнання успіхів учнів, активна позиція вчителя, довіра учням та інших, які вже стають зовнішніми стимулами пізнавальної активності учнів. Пізнавальна активність учнів є показником якості їх навчально-пізнавальної діяльності, спрямованості учня на ефективне опанування знань та способів діяльності.

Одним із головних завдань у педагогічній діяльності вчителя є збільшення активності учнів до рівня самостійності. Самостійність - це здатність з власної точки зору підійти до розв'язання складних учбових питань, вміння виконувати цю роботу без сторонньої допомоги. Вона проявляється в їх критичній думці, в умінні висловити свої думки незалежно від чужого погляду. Активність не завжди поєднується із самостійністю, але є її необхідною умовою. Основою для самостійності виступає система знань, вмінь та навичок, якою володіє учень, а також використання вже засвоєного матеріалу приводить до опанування новими знаннями, вміннями та навичками. Так як самостійність завжди передбачає активність, то саме вона відображає ставлення учнів до навчально-пізнавальної діяльності..

У навчальному процесі повна самостійність учнів не є можливою. Тому головною ознакою самостійності учнів є досягнення поставленої мети без сторонньої допомоги, але з участю вчителя в цьому процесі. Саме вчитель найчастіше виконує такі функції діяльності як постановка її мети, формулювання завдання та перевірка отриманих результатів. Під пізнавальною самостійністю розуміють таку якість особистості, яка характеризується її прагненнями та вміннями без сторонньої допомоги отримувати знання, опанувати засобами діяльності та розв'язувати пізнавальні задачі.

Розвиток пізнавальної самостійності учнів у навчально-виховному процесі відбувається завдяки системі прийомів, методів, форм навчання, які адекватні досягнутому рівню навченості учнів. Їх вдалий підбір в методиці навчання приводять до активізації навчального процесу.

Наведені вище міркування дають можливість виділити такі критерії активізації пізнавальної діяльності учнів:

- формування пізнавального інтересу до об'єкта навчання;
- збільшення активності в процесі навчання;
- розвиток пізнавальної самостійності.

Головне призначення методів та прийомів навчання полягає в організації пізнавальної діяльності учнів.

У сучасній школі класно-урочна форма організації навчання є основною. Незважаючи на малу тривалість, уроки мають ті структурні компоненти, які характеризують процес навчання в цілому, зокрема: цільовий, стимуляційно-мотиваційний, змістовий, операційно-діяльнісний, контрольнo-регульовальний та оцінно-результативний.

Тому від ефективності уроків залежить ефективність навчального процесу. Урок є складним «відрізком» навчального процесу. Як усі складні об'єкти, уроки можуть бути поділені на типи за різними ознаками. Ця проблема не вирішена остаточно ні у світовій, ні у вітчизняній дидактиці.

Із педагогів минулого найстрункішу класифікацію уроків дав К. Д. Ушинський. Він виділив такі типи уроків: 1) уроки змішані, метою яких є повторення вивченого, пояснення і закріплення нового матеріалу; 2) уроки усних вправ; 3) уроки письмових вправ; 4) уроки перевірки і оцінювання знань, які проводяться після певного періоду навчання та наприкінці навчального року..

Сучасна дидактика в цілому зберігає розроблену К. Д. Ушинським класифікацію уроків, але дещо її уточнює. Основними типами уроків з математики, які проводяться в школі, є такі [2]:

- 1) уроки засвоєння нових знань, навичок і умінь;
- 2) уроки застосування знань, навичок і умінь;
- 3) уроки узагальнення і систематизації знань;
- 4) уроки перевірки, оцінки і корекції знань, навичок і умінь.
- 5) комбіновані (змішані);

Вищеназвані типи уроків входять до системи, створеної на основі навчальної мети занять. Класифікація уроків за основною дидактичною метою є найзручнішою для вчителя. У структурі кожного типу уроку є внутрішня структура кожного етапу. Вона визначається найдоцільнішим добром методів, прийомів і засобів навчання, необхідних для вирішення поставлених навчальних завдань. Наприклад, етап сприймання й усвідомлення учнями навчального матеріалу може відбуватися на основі лекцій вчителя, проблемного викладу, евристичної бесіди, демонстрування наочності, самостійної роботи з підручником тощо. Етап осмислення знань – за допомогою ширшої мислительної діяльності учнів: аналізу вивчених матеріалів або здобутих фактів, порівняння, узагальнення, розкриття логічно-наслідкових зв'язків, формування висновків, виконання проблемних завдань тощо.

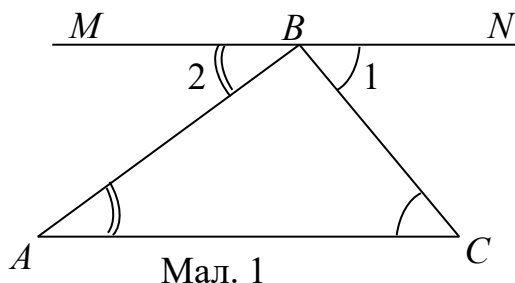
Сьогодні вчитель вільно обирає структуру уроку. Не обов'язково дотримуватися формального поєднання і послідовності етапів уроку. Однак, не можна допускати порушення закономірностей пізнавальної діяльності, не враховувати чинників її ефективності.

Розглянемо методику реалізації критеріїв активізації навчальної пізнавальної діяльності учнів на уроках математики різних типів.

Структура уроку засвоєння нових знань, навичок і умінь визначається логікою процесу засвоєння і передбачає залучення школярів до активної пізнавальної діяльності з метою сприйняття, усвідомлення нових знань через вимушене і невимушене запам'ятовування і відтворення найсуттєвішого з виучуваного матеріалу. З цією метою на уроках математики нами застосовується метод дискусії. Ми домагаємося на своїх уроках, щоб діти могли вільно висловлювати свою думку й уважно слухати думку виступаючих (зазвичай це використовується при доведенні теорем, тверджень, геометричних побудов).

Процес сприйняття тісно пов'язаний з мисленням. У процесі життя у дитини формуються три види мислення: наочно-дійове, наочно-образне, абстрактно-теоретичне (понятійне). Але новий вид мислення, що виникає у дитини, не витісняє та не замінює повністю попередні види. Взаємодіючи, абстрактне та наочне мислення розвиваються та удосконалюються у процесі навчання. Відповідаючи на питання про психологічні функції наочного матеріалу, що включено до процесу навчання, А. М. Леонтьєв вказував, що психологічна функція наочного навчального матеріалу проявляється в тому, що наочний матеріал служить як би зовнішньою опорою внутрішніх дій, які виконує дитина під керівництвом учителя у процесі оволодіння знаннями [17]. Доцільне використання засобів наочності залежить від того, наскільки вони сприяють діяльності, безпосередньою метою якої є не засвоєння цієї наочності, а оволодіння учнем знаннями, задля чого і використовуються ці засоби наочності. Прикладом активізації пізнавальної діяльності учнів на етапі засвоєння нових знань із залученням наочності є застосування нами практичних робіт і анімацій з електронних навчальних засобів на уроках геометрії. Так формування поняття бісектриси кута корисно починати з практичної роботи, частиною якої є побудова бісектриси кута, вирізаного з паперу за допомогою перегинання і суміщення сторін кута. Учні мають можливість безпосередньо переконатися у рівності кутів, утворених поділом даного кута його бісектрисою, шляхом накладання. Наочно спостерігати цей процес дає можливість анімація з електронного засобу навчального призначення [4]. Для активного сприйняття готових доведень учні мають усвідомлювати причину вибору саме такого шляху. Ретельний аналіз змісту теореми розкриває

значення кожної ланки доведення, пояснює учням походження ідеї доведення, дає можливість узяти участь у пошуку доведення. Вивчаючи доведення теореми про суму кутів трикутника, учні знайомляться зі способами додаткових побудов.



Мал. 1

Дано: $\triangle ABC$.

Довести: $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$.

Доведення

1. Проведемо через вершину B трикутника пряму MN , паралельну AC . Утворені кути позначимо цифрами: $\angle 1$ і $\angle 2$ (мал. 1)

2. $\angle 1 = \angle C$, $\angle 2 = \angle A$ як внутрішні різносторонні при паралельних прямих MN і AC та січних BC і AB відповідно.

3. Кути $1, 2, B$ утворюють розгорнутий кут, тому $\angle 1 + \angle B + \angle 2 = 180^\circ$.

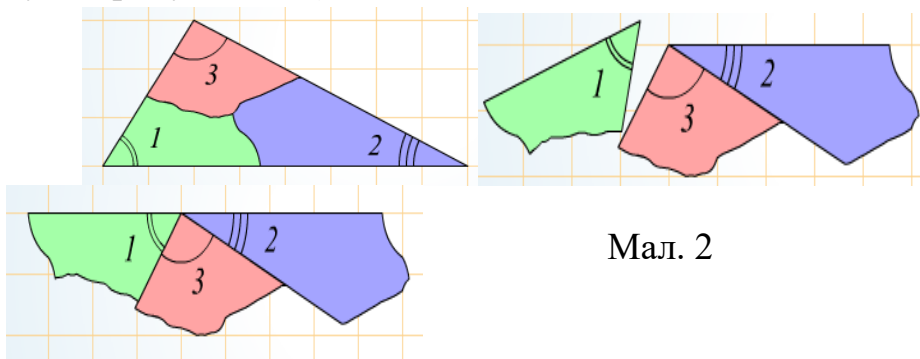
4. Замінивши в цій рівності кути 1 і 2 рівними їм кутами C і A , дістанемо: $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$.

З метою усвідомлення учнями потреби в додаткових побудовах корисно застосовувати практичні роботи. А саме:

1. На аркуші паперу накресліть будь-який трикутник і виміряйте його кути.

2. Обчисліть суму кутів трикутника, зробіть висновок.

Або вправи за анімаціями з електронних засобів навчального призначення такого змісту: «За анімацією зробіть висновок про суму кутів трикутника» (мал. 2)



Мал. 2

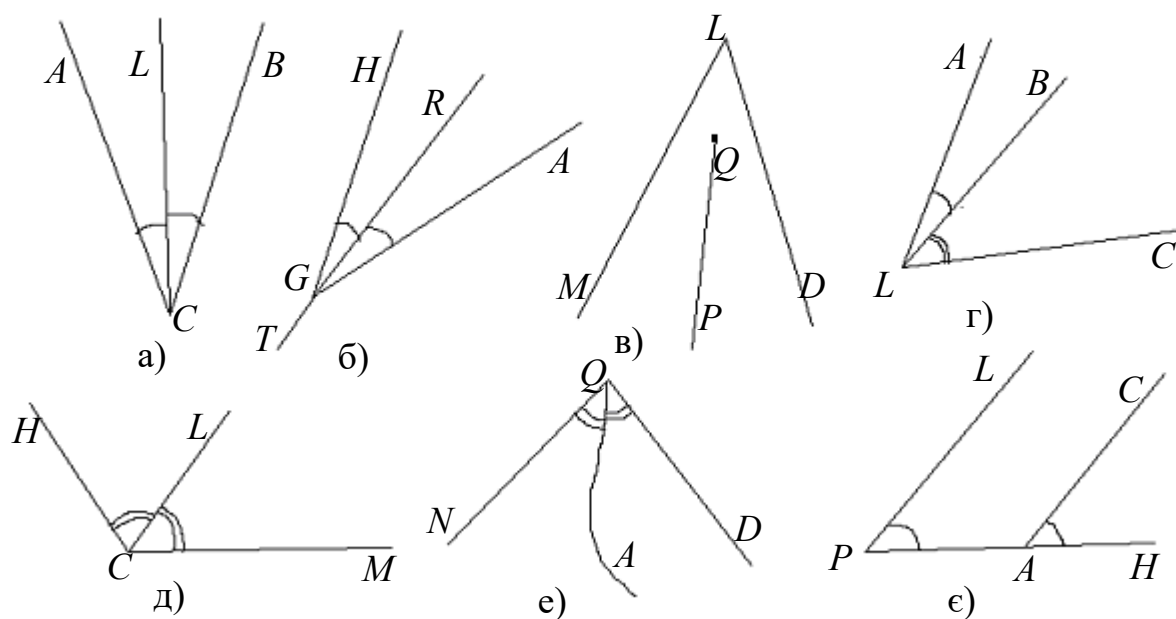
Продовжуючи міркування, пояснюємо, що для доведення теореми потрібно побудувати розгорнутий кут, який складається з кутів трикутника (або рівних їм кутів). Рівність кутів можна довести за допомогою відомих раніше тверджень про кути, що утворюються при перетині паралельних прямих січною. Тому й проводиться пряма, паралельна до однієї зі сторін трикутника. Зрозуміти учням доцільність такої додаткової побудови допомагає розглянута анімація.

Серед прийомів активізації навчальної діяльності учнів на етапі сприйняття нового матеріалу використовуємо такі: а) прийом новизни (включення в зміст навчального матеріалу цікавих відомостей, фактів, історичних даних); б) прийом семантизації (в основі лежить збудження інтересу завдяки розкриттю змістовного значення слів (приклад танго – дотикаюсь, тангенс – дотична (лат), пі – від слова периферія – коло (грецьк.)); в) прийом значимості (створення установки на необхідність вивчення матеріалу в зв'язку з його актуальністю в сучасному світі, естетичною цінністю).

Навчитися застосовувати набуті знання можна лише в процесі активної пізнавальної діяльності. Активізація пізнавальної діяльності учнів на уроках застосування знань, навичок і умінь здійснюється засобом системи вправ. Зокрема, залученням до системи практичних задач, практичних робіт, усних вправ за готовими малюнками та електронними динамічними моделями, математичних диктантів. Застосування засвоєного математичного поняття передбачає такі розумові дії, як підведення під поняття (розпізнавання) та обернена дія – відшукування наслідків. Наприклад, система вправ на розпізнавання поняття «бісектриса кута» (7-й клас) має спонукати учнів до таких дій: пригадати означення бісектриси кута; переконатися, що істотні властивості в ньому пов'язані сполучником «і»; на основі перевірки виконання кожної із властивостей зробити висновок щодо належності (чи неналежності) променя до поняття бісектриси даного кута.

Наприклад

«Які лінії на малюнку є бісектрисами кутів? Рівні кути позначено однаковою кількістю дуг (мал. 3)».



Мал. 3

Вправи на застосування понять найчастіше передбачають дію відшукування наслідків. Так, система вправ на застосування поняття рівнобедреного трикутника має передбачати виведення таких наслідків з цього поняття: 1) дві сторони рівнобедреного трикутника рівні; 2) кути при основі рівні; 3) бісектриса кута при вершині є висотою і медіаною, проведеними до основи; 4) пряма, що містить згадану бісектрису кута при вершині, є віссю симетрії цього трикутника. Наприклад:

1. Назвіть основу і бічні сторони рівнобедреного трикутника ABC , якщо $a = 7$ см, $b = 5$ см, $c = 7$ см.
2. Назвіть основу рівнобедреного трикутника KLM , якщо $\angle K = \angle L = 35^\circ$.
3. У рівнобедреному трикутнику висота, проведена до основи, вдвічі менша від основи. Обчисліть кути трикутника.
4. У рівнобедреному трикутнику з основою AC проведено бісектрису BK . Знайдіть точку, симетричну точці A відносно прямої BK .

Для компетентнісного навчання будь-якого предмета важливим є етап оцінювання навчальних досягнень. Процес вимірювання компетентностей учнів, набутих під час навчання геометрії, неможливий без розробки відповідних вимірників. У процесі дослідження нами уточнено рівні

сформованості математичної компетентності учнів основної школи засобом геометричного матеріалу. Перший рівень (рівень відтворення) передбачає пряме застосування в знайомій ситуації стандартних прийомів, відомих алгоритмів і технічних навичок, робота зі стандартними, знайомими виразами і формулами, безпосереднє застосування властивостей геометричних фігур. Другий рівень (рівень встановлення зв'язків) ґрунтується на репродуктивній діяльності щодо вирішення завдань, які, хоча і не є типовими, але все ж знайомі учням або дещо виходять за рамки відомого. Третій рівень (рівень міркувань) трактується як розвиток попереднього рівня. Для вирішення завдань цього рівня потрібні певна інтуїція, роздуми і творчість у виборі математичного інструментарію, самостійна розробка алгоритму дій.

Система завдань для формування предметних і ключових компетентностей учнів основної школи в процесі навчання геометрії.

Визначним критерієм математичної компетентності учнів традиційно вважається вміння розв'язувати задачі. Реалізація цілей навчання геометрії полягає у застосуванні фактів і методів предмета у якості засобів розв'язування задач. Саме через розв'язування учнями навчальних задач реалізуються освітні, виховні, розвивальні і практичні освітні цілі. Тому є актуальним пошук відповідних технологій і методів навчання учнів розв'язувати геометричні задачі. Потрібно також визначити ознаки знаннєвої і компетентнісної складових геометричної задачі для визначення її функцій у системі навчальних задач.

Оскільки компетентність як результативно-діяльнісна характеристика освіти, представлена готовністю до цілепокладання, оцінювання, дії та рефлексії, передбачає досвід самостійної діяльності на основі універсальних знань, максимальна частка вивчення нового геометричного матеріалу опрацьовується в процесі розв'язування компетентнісних задач. Такі задачі мають бути практично значущими для учнів, такими, що демонструють міжпредметні зв'язки та потребують застосування геометричних знань, є цікавими та мають практичне застосування у власному повсякденному житті учнів. За допомогою використання компетентнісних задач перед учнем постає значуща для кожного з них проблемна ситуація, що, в свою чергу, ініціює активізацію їх інтелектуальної самостійної діяльності.

Одним із типів компетентнісних задач є прикладні геометричні задачі, побудовані на певних матеріальних об'єктах.

Добір задач прикладного змісту має відповідати певним дидактичним вимогам. А саме, оскільки розв'язування задач практичного змісту є невід'ємною складовою процесу навчання геометрії, такі задачі мають бути в усіх розділах курсу. Місце кожної практичної задачі має визначатися тим, що її розв'язування підготовлене розв'язаннями попередніх задач і готує до розв'язування наступної задачі. Прикладні задачі можуть реалізовувати різні навчальні цілі: готувати до вивчення або розпочинати вивчення нової теми, сприяти поглибленню знань у процесі вивчення теми або завершувати цей процес, закріплювати і повторювати вивчений матеріал. Слід пам'ятати, що задачі прикладного змісту розв'язуються не тільки тоді, коли теоретичний матеріал уже засвоєний, а й на інших етапах навчання.

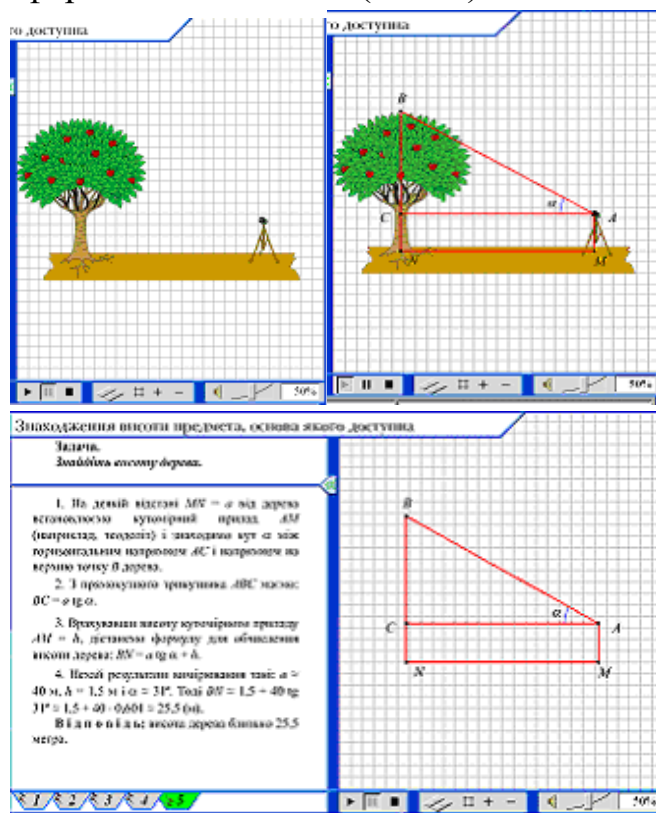
Зміст нематематичного матеріалу в умові прикладної задачі має бути доступним для учнів відповідного віку. Тобто технічна сторона задачі має відповідати досвіду учнів, спиратися на раніше відомі поняття і не виходити за межі навчальної програми. Поряд із цим практичні задачі мають знайомити учнів з уживаними на практиці способами вимірювання і побудови. Недоцільно пропонувати учням задачі, які не мають актуальності у сучасному житті. Зміст практичної задачі має бути об'єктом вивчення, а не носити ілюстративний характер.

З метою формування в учнів умінь знаходити геометричні фігури у навколишніх об'єктах корисно пропонувати їм вправи на аналіз реальних об'єктів і їх вимірювання з певною точністю. Крім цього, доцільно підібрати вправи, які вимагають розпізнавання просторової геометричної фігури за її розгорткою.

Систематичний курс геометрії ставить за мету, зокрема, засвоєння учнями основ науки, формування абстрактного мислення і просторової уяви. Недоцільно вимагати, щоб на кожному уроці встановлювався зв'язок геометрії з життям. Тому запозичений з практики задачний матеріал має подаватися на уроках геометрії в строго обмеженому обсязі, необхідному для поглиблення і вдосконалення знань, умінь і навичок учнів, формування відповідних практичних компетенцій. Надмірне захоплення задачами практичного змісту під час вивчення систематичного курсу геометрії може сформувати хибне, примітивне ставлення до математики.

Для того, аби учні основної школи навчилися розв'язувати прикладні задачі, потрібно щоб вони вміли розв'язувати відповідні абстрактні задачі. Наприклад, до прикладної задачі «Тінь від стовпа, висота якого 9 м, становить 5 м. Виразіть у градусах висоту Сонця над горизонтом»

відповідною абстрактною задачею буде «Знайдіть градусну міру кута прямокутного трикутника, що лежить навпроти катета, довжиною 9 м, якщо довжина другого катета – 5 м». Однак такого вміння недостатньо. Результати міжнародного порівняльного дослідження навчальних досягнень з математики TIMSS свідчать про недостатню сформованість умінь учнів основної школи вирішувати практичні ситуації засобами математики поряд з високими результатами застосування геометричних знань і вмінь до розв'язування абстрактних задач (дослідницька компетентність). Школярам потрібно вміти створювати геометричні моделі відповідних практичних ситуацій і оцінювати відповідність здобутих результатів закономірностям реального світу. Так розв'язування багатьох прикладних задач з теми «Розв'язування трикутників» ґрунтується на розв'язуванні прямокутних трикутників. Для вироблення в учнів умінь будувати геометричні моделі ми пропонуємо учням розглянути розв'язання кількох прикладних задач за електронним засобом навчального призначення. Завдяки анімаціям школярі спостерігали перетворення прикладного малюнка в абстрактний. Наприклад, розв'язування задачі «Знайдіть висоту дерева» супроводжується трансформацією малюнка (мал. 3):



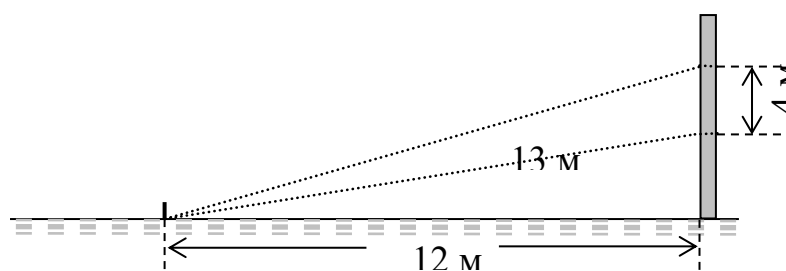
Мал. 3

Мислительні дії учнів щодо переходу від прикладної до абстрактної задачі унаочнюються. У процесі дослідження ми спостерігали значно вищі

результати формування вмінь розв'язувати прикладні задачі за нашою методикою. До системи вправ ми включали такі практичні задачі, умови яких допомагають учням пов'язувати вивчення геометрії з навколишнім середовищем і повсякденним життям. Наприклад, до теми «Розв'язування трикутників» пропонуються такі прикладні задачі різного рівня складності.

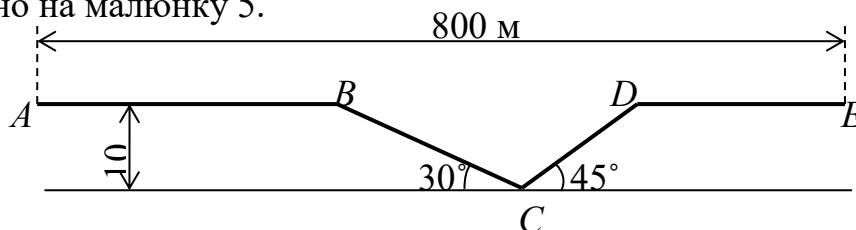
1. З даху будинку, висота якого 12,8 м під кутом нахилу 32° видно дах іншого будинку, висотою 10 м. Знайдіть ширину вулиці, якщо будинки розміщені навпроти по різні боки вулиці.

2. До вертикального стовпа прикріплено два троси так, як показано на малюнку 4. Знайдіть довжину більшого троса.



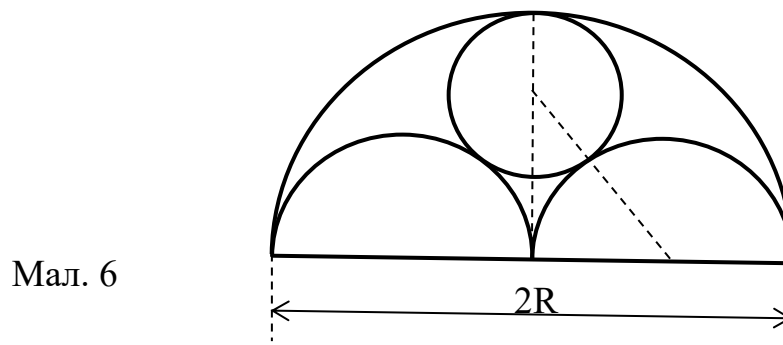
Мал. 4

3. Знайдіть довжину газопроводу $ABCDE$, схему якого зображено на малюнку 5.



Мал. 5

4. Обчисліть радіус меншого кола у конструкції рами вікна, зовнішня частина якої має форму півкруга радіуса R (мал. 6).

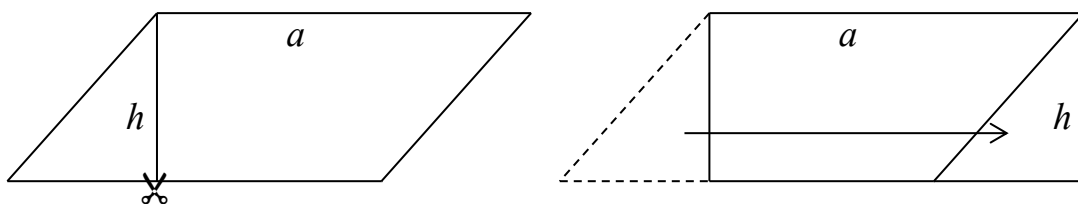


Мал. 6

Для формування в учнів основної школи ключових і предметних компетентностей корисно застосовувати практичні роботи з геометрії. Такі роботи пов'язані з вимірюваннями й обчисленнями, моделюванням

геометричних фігур, побудовою геометричних фігур у геометричних перетвореннях, встановлення відстані до недоступної точки, відстані між двома недоступними точками і ін. Практичні роботи забезпечують формування в учнів конструктивних умінь внаслідок багаторазового виконання практичних дій з використанням креслярських інструментів, застосування засвоєного теоретичного матеріалу на практиці, поглиблення знань, умінь, які активізують пізнавальну діяльність. Виконуючи практичні роботи, учні переконуються у справедливості геометричних фактів. Наприклад, після вивчення формули обчислення площі паралелограма корисно запропонувати учням практичну роботу за такою послідовністю дій:

1. Виріжте шаблон паралелограма. Позначте його основу і висоту.
2. Розріжте шаблон по лінії, що є висотою.
3. З утворених фігур складіть прямокутник (мал. 7).
4. Порівняйте площі паралелограма і утвореного прямокутника. Зробіть висновок.
5. Запишіть формулу для обчислення площі паралелограма, застосовуючи формулу площі прямокутника.



Мал. 7

Рівень виконання практичних робіт значною мірою залежить від сформованості в учнів умінь виконувати основні побудови, вимірювання, обчислення з наближеними даними. Мається на увазі насамперед формування практичних умінь, пов'язаних з креслярськими і вимірювальними інструментами. Педагогічні дослідження показують, що формування таких умінь є успішним за умови правильного поєднання словесного пояснення з унаочненням дій креслярськими інструментами, що дає повну орієнтовну основу дій.

Практичні роботи з геометрії сприяють формуванню в учнів дослідницької компетентності. Наприклад, під час вивчення першої формули площі трикутника (як півдобутку сторони на висоту, проведену до цієї сторони) корисною буде колективна практична робота, під час якої учні мають вимірювати сторони і висоти виготовленого з паперу

трикутника. Результати записуються на дошці без позначень відповідних відрізків:

Сторони: 24 см, 21 см, 29 см

Висоти: 16,5 см, 20,5 см, 23,5 см

Далі вчитель пропонує обчислити площу даного трикутника. Учні не пам'ятають відповідності сторін і висот. Виникає проблема, що вирішується фактом однозначності площі трикутника. Учні роблять висновок про те, що найбільша висота проведена до найменшої сторони. Тепер площу трикутника можна обчислити трьома способами. Далі постає питання про неточність вимірів і наближені обчислення. Таким чином задача на пряме застосування формули перетворюється на справжню проблемну ситуацію і засіб формування компетентностей.

Сучасні цілі і вимоги до результатів геометричної освіти передбачають виховання в учнів дивергентного мислення, спрямованого, зокрема, на відшукування різних варіантів розв'язання тієї самої задачі. У дослідженні [7] встановлено, що дивергентне мислення учнів формується в процесі їхньої аналітико-синтетичної діяльності такими прийомами, як аналіз через синтез, виконання додаткових побудов, розв'язування задач різними способами тощо. Практична реалізація формування в учнів 7 – 9 класів таких прийомів мислительної діяльності здійснювалася за допомогою геометричних вправ на зображення і розпізнавання геометричних фігур, їх перетину і об'єднання, встановлення істинності геометричних тверджень (заповнення пропусків у формулюванні означень і властивостей геометричних фігур) тощо. Важливим механізмом формування дивергентного мислення є інтуїція. Сучасні психологічні дослідження свідчать про наявність таких етапів дії інтуїції в людини під час розв'язування задачі (проблеми), як: накопичення в пам'яті образів і абстракцій понять; їх несвідоме перетворення і комбінування з метою вирішення задачі; чітке усвідомлення задачі; її несподіване вирішення [7]. Таким чином, інтуїція у дитини може спрацювати, якщо задачу поставлено, а акцент з інтелектуальної перенесено на емоційну, чуттєву сферу. Можливі такі шляхи розвитку інтуїції учнів під час розв'язування задачі: актуалізація знань, потрібних для розв'язування (постановка навідних запитань, переформулювання умови задачі); пошук зв'язків між елементами знань (з'ясування родо-видових відношень, виконання додаткових побудов); пошук шляхів розв'язування задачі; варіативність етапів розв'язування; ігнорування надлишкової інформації. Учителеві слід заохочувати учнів до інтуїтивних міркувань, оскільки в такий спосіб

школярі вчатьсЯ будувати гіпотези, прогнозувати результати своєї діяльності, приймати рішення.

Для визначення ознак знаннєвої і компетентнісної складових геометричної задачі означимо поняття компетентнісно-орієнтованої геометричної задачі як задачі, розв'язання якої передбачає застосування набутих знань в умовах певної невизначеності, за межами навчальної ситуації, спонукає учнів до мислительної діяльності, а не відтворення інформації або виконання відомих алгоритмів. Для цього розглянемо типології геометричних задач за характером їх компонентів.

За характером умови розрізняють такі типи: з повною умовою; з неповною умовою (невизначені задачі); з надлишковою умовою, з умовою, що містить протиріччЯ. Задачі з повною умовою зазвичай є тренувальними або навчальними. Інші типи завдань з такої класифікації слід віднести до компетентнісно-орієнтованих. Педагогічні спостереження свідчать про те, що процес розв'язування задач згаданого типу має бути керованим. Розглянемо такі задачі:

1. Сторони паралелограма мають довжину 3 см і 5 см, а висота – 4 см. Обчисліть площу паралелограма.

2. Сторони паралелограма мають довжину 4 см і 5 см, а висота – 3 см. Обчисліть площу паралелограма.

Більшість учнів опускають факт відсутності вказівки щодо розміщення відомої висоти паралелограма. Отриманий розв'язок не перевіряється ними за умовою задачі. Це свідчить неповноту сформованості навичок розв'язування геометричних задач зокрема, а також, геометричних і ключових компетентностей в цілому.

Задача «У трикутнику одна сторона має довжину 10 см, а друга 8 см Знайдіть довжину третьої сторони» є невизначеною (з неповною умовою). Для компетентнісного підходу у навчанні геометрії важливо, щоб учні не обмежувалися констатацією неможливості отримання точного розв'язку, але побачили можливість оцінити його межі ($2 < a < 18$). Для цього на початковому етапі формування відповідних компетентностей потрібно бажаний результат розв'язання таких задач відображати у її вимозі («У яких числових межах знаходиться довжина третьої сторони?»).

Геометричні задачі з надлишковою умовою сприяють формуванню вміння аналізувати умову, знаходити потрібні і відкидати зайві дані. При цьому зайвими можуть бути різні дані для різних учнів. Наприклад, у задачі «Обчислити площу прямокутника за відомими довжинами сторони, діагоналі та кутом між діагоналями» окремі учні знаходитимуть площу, як

половину добутку довжин діагоналей на синус кута між ними (таким чином дана довжина сторони є зайвою), інші обчислюють сторону прямокутника за теоремою Піфагора і знайдуть площу як добуток сторін (дане значення кута зайве). Можливий варіант розв'язання, коли зайвою стане довжина діагоналі. Використання різних способів розв'язування задач є корисним для їх порівняння, вироблення в учнів навичок самоконтролю, а головне, формування в них відповідних предметних і ключових компетентностей.

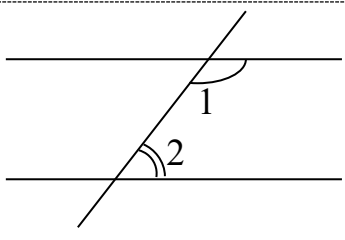
Геометрична задача, умова якої містить протиріччя, не має розв'язку. Важливо, щоб в учнів виробилася потреба аналізувати умову задачі на предмет протиріччя. Наприклад, задача «Обчисліть площу трикутника, сторони якого дорівнюють 10 см, 19 см і 8 см» не має розв'язку, оскільки не існує такого трикутника. Розв'язування таких задач виховує в учнів потребу аналізувати умову задачі до початку її розв'язування, аби уникнути зайвої роботи.

Отже, геометричні задачі кожного зі згаданих типів виконують певні розвивальні функції і сприяють формуванню в учнів предметних і ключових компетентностей. Корисно варіювати умову задачі задля змінювання способу її розв'язування. Це сприяє виробленню в учнів узагальнених умінь, формуванню самостійного мислення.

Важливою умовою формування правильних узагальнень в учнів психологи вважають варіювання неістотних ознак поняття за умови інваріантності істотних. Водночас О. М. Кабанова-Меллер на основі експериментальних даних доводить, що така умова не є достатньою. Варіювання у побудові системи геометричних задач реалізується таким чином: якщо в означенні того чи іншого поняття є істотною певна ознака, необхідно, щоб ця ознака у задачах, пропонованих учням, була інваріантною, інші ж, неістотні ознаки, мають широко варіюватись.

Варіювання форми подання умови задачі сприяє фіксації в пам'яті учнів того чи іншого прийому розв'язування задач. При цьому варіювання умови геометричних задач стосується неістотних її сторін, що безпосередньо не впливають на застосування прийому розв'язування, а саме, числових даних, буквених позначень, розміщення фігур тощо. Такі задачі і саму систему називають однотипними. У психології доведено, що асоціації (зв'язок двох процесів, що відбуваються у свідомості, за якого попередній процес сприяє виникненню наступного) виникають шляхом повторення дій, тому однотипні задачі в якості тренувальних мають бути в системі вправ з геометрії. Забезпечити розв'язання потрібної кількості

однотипних геометричних задач можливо завдяки задачам за готовими малюнками. Корисно також пропонувати учням на різних рівнях завдання певного типу, що мають однакову логічну структуру, але різну форму презентації умови, забезпечуючи в такий спосіб допомогу в їх розв'язанні. Наприклад:

<p>Один з кутів, утворених при перетині двох паралельних прямих, дорівнює 122°. Знайти значення інших кутів.</p>		<p>Дано: $a \parallel b$, c – січна, $\angle 1 = 135^\circ$. Знайти: $\angle 2$.</p>
--	--	--

Форму презентації умови задачі можна варіювати шляхом введення додаткових елементів, збільшення кількості числових даних.

Варіювання видів розумової діяльності реалізується шляхом залучення до системи геометричних вправ задач на прямі й обернені дії. Я. Й. Грудьонов пропонує застосовувати принцип порівняння для того, щоб підкреслити взаємозв'язок, спільне та відмінне в системі задач. Метод одночасного розв'язування (доведення) прямих і обернених задач (теорем) був запропонований П. М. Ерднієвим. На думку автора, такий підхід сприяє швидшому і глибшому засвоєнню навчального матеріалу. Психолог В. А. Крутецький вважає здатність мисленого переходу від прямої дії до оберненої вихідним елементом математичних здібностей. Варіювання прямих і обернених дій у системі геометричних вправ відбувається завдяки їх чергуванню на застосування прямої і оберненої теореми.

Застосування здобутих знань, умінь і навичок традиційно зводиться до розв'язування задач, які вже сформульовані. Однак психологи вважають, що корисно ознайомлювати учнів з обома процесами (розв'язування і складання задачі) в їх діалектично протилежних якостях і взаємозв'язках. Адже на практиці, в житті людина повинна вміти самостійно формулювати проблему і, застосовуючи математичні знання, розв'язувати її. Тому до системи задач з геометрії в основній школі корисно залучити вправи на складання задачі, пропонуючи сюжет і тип задачі (наприклад, скласти задачу за малюнком)

За сучасними психологічними уявленнями математичне мислення складається з п'яти підструктур. Перша, топологічна, допомагає оперувати відношеннями належності і неперервності. Школярі, у мисленні яких переважає така підструктура, надають перевагу копітким аналітичним міркуванням. Учні, у яких домінує алгебраїчна підструктура

математичного мислення, навпаки, не бажають докладно пояснювати всі кроки розв'язання, обґрунтовувати власні дії. Ті, у кого переважає проєктивна підструктура, надають перевагу дослідженню математичних об'єктів з різних точок зору. Перевага порядкової і метричної підструктур зумовлює підвищений інтерес до роботи за алгоритмом, результатом кожного кроку якого є число, а не загальний абстрактний вигляд. Домінантна підструктура математичного мислення учнів пояснює різні їхні уподобання щодо характеру мислительної діяльності у процесі розв'язування геометричних задач. Тому, добираючи систему вправ з геометрії для досягнення певної мети, потрібно передбачати варіацію видів математичного мислення, пропонуючи різні типи вправ: на обчислення, доведення, побудову, дослідження.

П. М. Ерднієв у своєму дослідженні доводить ефективність у навчальному процесі матричного підходу до побудови системи вправ. «Вправа набуває системної якості, якщо вона містить у своєму складі чотири компоненти: вихідну задачу; обернену задачу; складання і розв'язування задачі, аналогічної до вихідної; узагальнену задачу». У роботі над математичною вправою (задачею) чітко виділяються чотири послідовних і взаємопов'язаних етапи: складання математичної вправи; виконання вправи; перевірка правильності результату; перехід до складнішої вправи. В існуючій практиці навчання здебільшого обмежуються другим із зазначених вище етапів. Однак життя вимагає від людини, насамперед, уміння (компетенції) розпізнавати проблеми, які виникають у довкіллі, і для вирішення формулювати їх у вигляді задачі (математичною мовою, зокрема). Тому важливо навчити школярів обох процесів (як розв'язування, так і складання задачі) з їх протилежними якостями і взаємозв'язками. Основою розвитку творчості дітей можуть бути елементарні завдання на складання геометричної задачі, аналогічної до даної, оберненої до даної, за запропонованою життєвою ситуацією (на знаходження площі земельної ділянки, кресленні прямого кута за допомогою звичайної мотузки (застосуванням Єгипетського трикутника) і т. ін.).

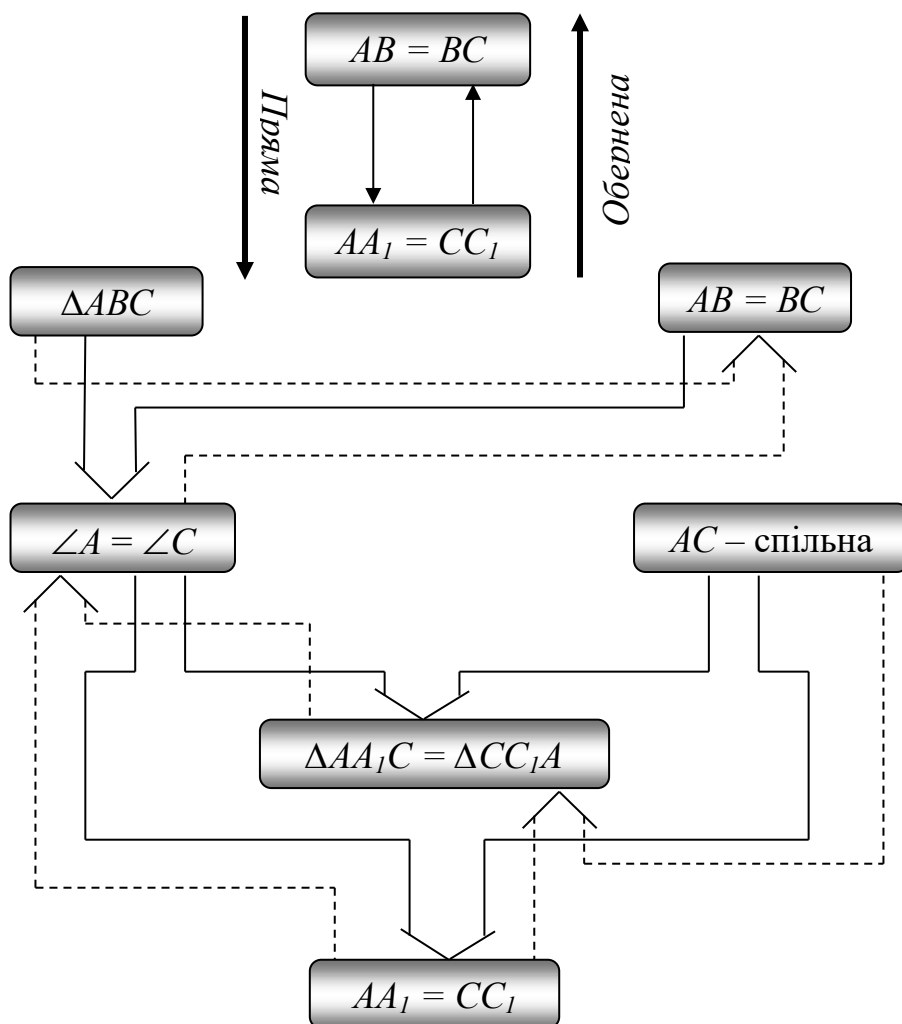
У доборі вправ до певної навчальної теми зазвичай варіюють сюжети і числові значення величин, зберігаючи незмінними математичні залежності. Це призводить до утворення однотипної системи вправ. Структурно протилежні задачі часто розглядаються окремо в часі. «Метод обернених задач» відомий у методиці і передбачає одночасне розглядання взаємно обернених задач. Ефективність такої методики в тому, що учні

оволодівають як новими зв'язками між відомими фактами, так і складнішими формами міркування. У методиці геометрії «Метод обернених задач» реалізується шляхом вивчення взаємно обернених тверджень.

Розглянемо для прикладу два взаємно обернені твердження:

Пряме твердження	Обернене твердження
У рівнобедреному трикутнику висоти, проведені до бічних сторін, рівні.	Якщо в трикутнику дві висоти рівні, то такий трикутник рівнобедрений.

Схема доведення тверджень наведена на мал. 8



Мал. 8. Граф-схема доведення взаємно обернених тверджень

Кожна стрілка означає логічний крок доведення. У доведеннях взаємно обернених тверджень візуально поєднано, а також наочно зображено відмінності і схожість. А саме: в обох доведеннях

застосовується спільна сукупність понять і висловлювань (рівні трикутники, відрізки і кути); висловлювання, що є вихідним для доведення першого твердження, є висновком для оберненого і навпаки. Таким чином, свідоме протиставлення понять у доведенні взаємно обернених теорем про рівнобедрений трикутник спонукає до невимушеного протиставлення інших, простіших тверджень про ознаки рівності прямокутних трикутників. Розуміння переходу одного поняття в інше (пов'язаних одним носієм інформації) сприяє усвідомленню учнями характеристичних властивостей геометричних понять, формуванню нового рівня абстракції і логічного мислення.

Узагальнення означає перехід знання на вищий рівень на основі встановлення для даних об'єктів спільних властивостей чи співвідношень. Узагальнення пов'язане з аналогією. Просте застосування аналогії веде до утворення задачі, однотипної до вихідної, а застосування узагальнення до вихідної задачі дає складнішу задачу. Для свідомого засвоєння геометричних понять чи способу розв'язування недостатньо застосовувати однотипні завдання. Корисно дати учням можливість самостійно узагальнити розв'язану задачу для того, щоб розв'язати складнішу, видозмінюючи, за потребою, попередній спосіб розв'язання.

Отже, застосування геометричних задач у вигляді матриці задач (вихідної, оберненої, аналогічної до вихідної та узагальненої) сприяє свідомому засвоєнню понять і формуванню узагальнених умінь.

Як приклад, пропонуємо таку матрицю задач на засвоєння властивості відстані між серединами послідовно відкладених відрізків:

Вихідна	Обернена
Відрізок довжиною 20 см поділено на дві нерівні частини. Чому дорівнює відстань між серединами цих частин?	Відстань між серединами відрізків, на якій точка O ділить відрізок AB , дорівнює 10 см. Яка довжина відрізка AB ?
Аналогічна до вихідної	Узагальнена
На промені AM відкладено відрізки $AB = 4$ см і $BC = 6$ см. Знайдіть відстань між серединами відрізків AB і BC .	Відрізок, довжиною m поділено на будь-які два відрізки. Знайдіть відстань між серединами цих відрізків.

Формування геометричних та ключових компетентностей учнів з допомогою електронних засобів навчання. Недостатність розробки методики формування в учнів предметних і ключових компетентностей зумовлює проблему виявлення засобів досягнення відповідних навчальних цілей. Ріст можливостей застосування інформаційно-комунікаційних

технологій у навчальному процесі, зокрема, дозволить вирішити цю проблему. Для прикладу розглянемо методику формування в учнів основної школи математичної компетентності під час вивчення геометричних побудов з використанням електронної наочності.

Аналіз результатів тестування учнів основної школи у рамках міжнародного порівняльного дослідження навчальних досягнень з математики TIMSS засвідчив низький рівень сформованості у них процедурної і дослідницької складових математичної компетентності.

Провідною ідеєю систематичного курсу геометрії основної школи є конструктивізм: майже всі геометричні поняття означаються конструктивно, доведення багатьох теорем спирається на використання фігур, реальне існування яких можна підтвердити побудовою. Виховна і розвивальна функції геометрії в основній школі реалізуються більшою мірою завдяки задачам на побудову. Одним із засобів формування в учнів конструктивних умінь (вироблення процедурної і дослідницької компетентностей) є система вправ, більшість компонентів якої – задачі на побудову. Конструктивні геометричні задачі відіграють важливу роль у формуванні і розвитку мислення учнів, його логічної, просторової, інтуїтивної компоненти, у формуванні вмінь виконувати геометричні побудови, вихованні графічної культури. Розв'язування задач на побудову також є ефективним засобом підвищення алгоритмічної культури учнів. Адже їх особливістю є знаходження певного алгоритму, виконання якого веде до розв'язку задачі. Навчальною програмою з геометрії в основній школі передбачено такі результати формування конструктивних умінь учнів:

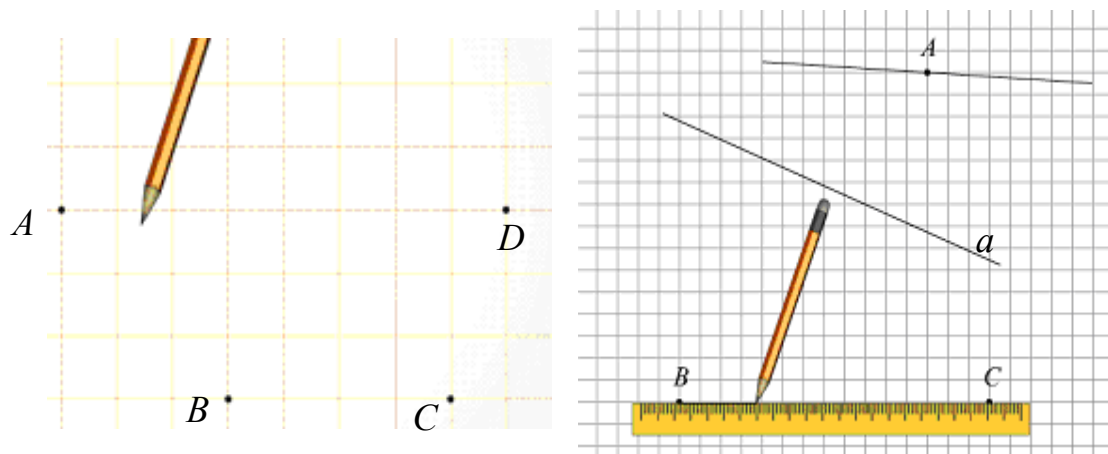
1. Уміти зображати за допомогою креслярських інструментів геометричні фігури, які вивчаються (точки, прямі відрізки, трикутники, кола, чотирикутники (вписані, описані відносно кола), многогранники, тіла обертання та їх елементи і т. ін.)
2. Вміти виконувати основні побудови та нескладні задачі, розв'язання яких зводиться до основних побудов.
3. Будувати фігуру, що є означеним геометричним місцем точок.
4. Будувати образи фігур за поданим геометричним перетворенням.

На початок вивчення систематичного курсу геометрії основної школи учні вже мають навички виконувати найпростіші геометричні побудови: позначати точки на площині, проводити прямі, кола, відрізки, що

дорівнюють заданим, будувати кути заданої градусної міри з використанням транспортира, проводити паралельні та перпендикулярні прямі за допомогою лінійки і косинця, зображати кути, трикутники, чотирикутники, прямокутні паралелепіпеди, циліндри, конуси, призми, піраміди і т. ін. Для успішного вдосконалення цих умінь і формування графічної культури школярі мають виконувати достатню кількість завдань на зображення геометричних фігур і їх елементів. Наприклад:

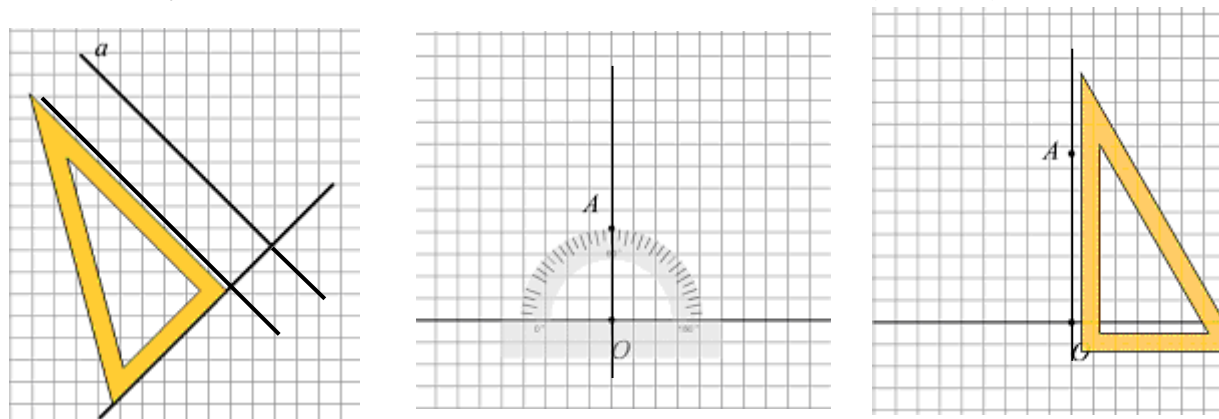
1. Накресліть два відрізки і порівняйте їх довжини.
2. Побудуйте кут, градусна міра якого дорівнює 65° .
3. Накресліть трикутник ABC . Назвіть сторони і кути трикутника.
4. Побудуйте два дотичні кола з радіусами, що дорівнюють 2 і 3 клітинкам зошита.
5. Накресліть довільний чотирикутник і проведіть його діагоналі.
6. Накресліть зображення прямокутного паралелепіпеда. Проведіть діагоналі його основ та ін.

Під час виконання таких вправ потрібно вимагати від учнів не тільки виконання умови, а й якості малюнка. Школярі мають удосконалювати вміння користуватися креслярськими інструментами, обирати зручне розташування зображення на аркуші зошита чи на дошці. Корисно вчити учнів виконувати ескізи зображень геометричних фігур «від руки». Формування таких умінь відбувається ефективніше, якщо учні мають можливість спостерігати динаміку геометричних зображень. Електронні засоби навчального призначення містять відповідні анімації. Наприклад, на перших уроках систематичного курсу геометрії вводяться такі неозначувані поняття, як точка і пряма. Розглядаючи анімації зображення цих фігур, учні не тільки набувають про них уявлень, а й споглядають спосіб їх зображення (мал. 9).



Мал. 9

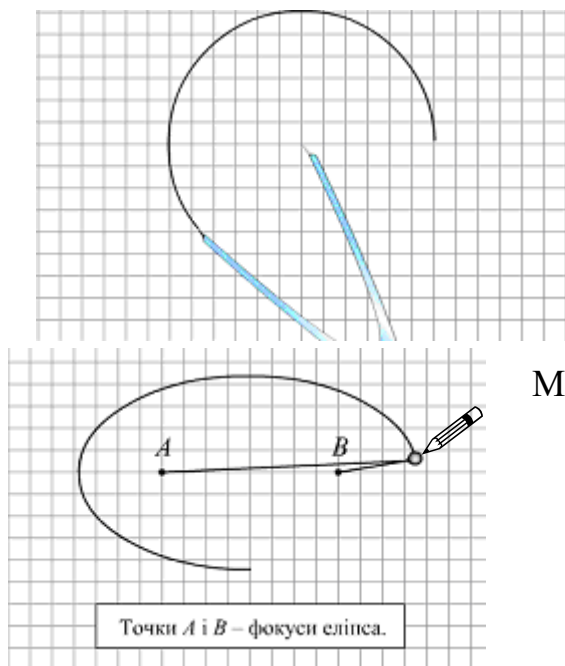
Анімації побудови паралельних і перпендикулярних прямих за допомогою лінійки, косинця і транспортира застосовуються для ознайомлення учнів з відповідними способами діяльності (мал. 10).



Мал. 10

Дії учнів під час виконання зображень геометричних фігур переконують в ефективності роботи з такими анімаціями. Семикласники, котрі мають можливість їх спостерігати, виконують малюнки швидше, впевненіше користуються креслярськими інструментами.

Корисними для учнів є анімації зображення кола за допомогою циркуля й еліпса з використанням нитки, зафіксованої у його фокусах. Спостереження зацікавлюють школярів і спонукають до самостійної побудови фігур (особливо еліпса) (мал. 11).



Мал. 11

Під час виконання вправ на зображення геометричних фігур необхідно вимагати від учнів правильного написання літер на малюнку. Букви, які позначають пряму, мають знаходитися по один бік від прямої, так, щоб вони не перетинали інші лінії. Назви вершин многокутників потрібно розміщувати у їх зовнішній області.

Для формування графічних умінь учнів корисними є графічні диктанти.

Наприклад. Диктант з теми «Точки, прямі та їх властивості».

1. Позначте дві точки M і N . Проведіть через них пряму. Позначте дві точки C і D , які лежать на прямій MN .
2. Позначте дві точки L і K . Поведіть через них пряму. Позначте дві точки C і D , які не лежать на прямій KL .
3. Позначте в зошиті три точки A , B , C так, щоб через них можна було провести пряму. Запишіть всі можливі назви цієї прямої.
4. Позначте в зошиті три точки A , B , C так, щоб вони не лежали на одній прямій. Запишіть, які різні прямі можна провести через ці точки.
5. Позначте точки A , B , C , D так, щоб точки B , C , D лежали на одній прямій, а точка A на ній не лежала. Через кожні дві точки проведіть пряму. Скільки утворилося прямих?

6. Яка найбільша кількість точок перетину може бути у п'яти різних прямих? Відповідь проілюструйте за допомогою малюнка.

7. Яке найбільша кількість прямих може мати п'ять різних точок перетину? Відповідь проілюструйте за допомогою малюнка.

Графічні диктанти виконують розвивальну і виховну функції. Виконання учнями таких вправ на початку вивчення планіметрії сприяє розвитку в них логічного і просторового мислення, виховує графічну культуру й охайність.

Практичні роботи з геометрії призначені, зокрема, для формування і вдосконалення графічних і конструктивних умінь школярів. Сформованість умінь їх виконання забезпечують систематичні вправляння у зображенні геометричних фігур та їх елементів. Наприклад.

Практична робота.

1. Накресліть систему координат і в ній трикутник, вершини якого мають координати $A(-5; 5)$, $B(-1; 3)$, $C(-5; 1)$.

2. Використовуючи клітинки зошита, побудуйте трикутники $A_1B_1C_1$ і $A_2B_2C_2$, утворені шляхом перетворення симетрії трикутника ABC відносно осей Ox і Oy відповідно.

3. Знайдіть координати вершин трикутників $A_1B_1C_1$, $A_2B_2C_2$ і порівняйте їх з координатами вершин трикутника ABC . Зробіть висновок.

У систематичному курсі геометрії спеціально виокремлюють задачі на побудову, які розв'язуються лише за допомогою циркуля і лінійки. Їх дидактична цінність полягає не тільки у виробленні практичних навичок виконання основних побудов, а й у розвитку в учнів логічного мислення, формуванні навичок евристичної діяльності.

Розв'язування задачі на побудову за допомогою циркуля і лінійки зводиться до виконання скінченної послідовності таких елементарних побудов:

1. Позначити одну чи кілька точок: на площині; на прямій; на колі.

2. Провести пряму: довільну, що проходить через дану точку; через дві дані точки.

3. Описати коло: з довільної точки довільним радіусом; з довільної точки даним радіусом; з даної точки довільним радіусом; з даної точки даним радіусом.

4. Знайти точку перетину: двох прямих; прямої і кола; двох кіл.

Формування в учнів умінь виконувати елементарні побудови здійснюється за допомогою розглянутих вище типів вправ.

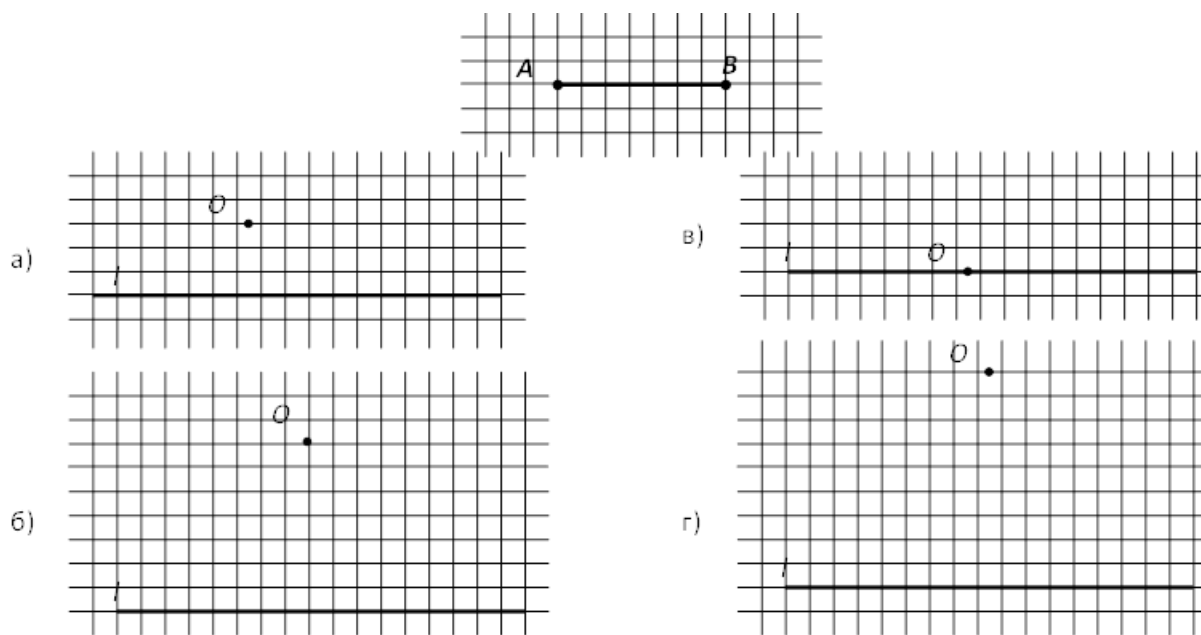
Процес розв'язування задач на побудову складається з чотирьох етапів: 1) пошуку способу побудови (аналіз); 2) побудови шуканої фігури; 3) доведення правильності виконаної побудови; 4) дослідження побудови. Навчання учнів дотримуватись етапів геометричних побудов здійснюється у процесі розв'язування основних задач на побудову. А саме:

1. Побудувати трикутник з даними сторонами a, b, c .
2. Відкласти від даної півпрямой в даній півплощині кут, який дорівнює даному куту.
3. Побудувати бісектрису даного кута.
4. Поділити даний відрізок навпіл.
5. Через дану точку провести пряму, перпендикулярну до даної прямої.

У процесі навчання учнів основних геометричних побудов реалізується мета ознайомлення їх з деякими прийомами знаходження способу побудови шуканої фігури, навчання правильно будувати геометричні фігури за допомогою циркуля і лінійки і доводити правильність виконання побудови.

Виконання учнями зазначеної в задачі побудови можливе за умови усвідомлення ними властивостей геометричного місця визначальних точок шуканої фігури. Наприклад, для побудови відрізка досить побудувати його кінці, трикутника – його вершини і т. ін. Для формування в учнів загального підходу до розв'язування основних задач на побудову пропонуємо добірку вправ на відшукування геометричних місць точок.

1. Знайдіть точку, яка лежить на відстані 5 см від даної точки O . Яку фігуру утворюють усі точки площини з такою властивістю?
2. На зображеній прямій (мал. 12) знайдіть точки, віддалені на відстань AB від точки O .



Мал. 12

На кожному з малюнків точка O розміщується на відстані від прямої l : а) меншій AB ; б) рівній AB ; в) рівній нулю; г) більшій AB . Звертаємо увагу учнів на те, що залежно від розміщення прямої l і точки O шуканих точок може бути дві, одна або не бути жодної.

3. Відстань між точками K і L 5 см. Знайдіть точку, що лежить на відстані 7 см від точки K і 9 см від точки L .

Цю вправу розв'язуємо колективно, запитуючи учнів:

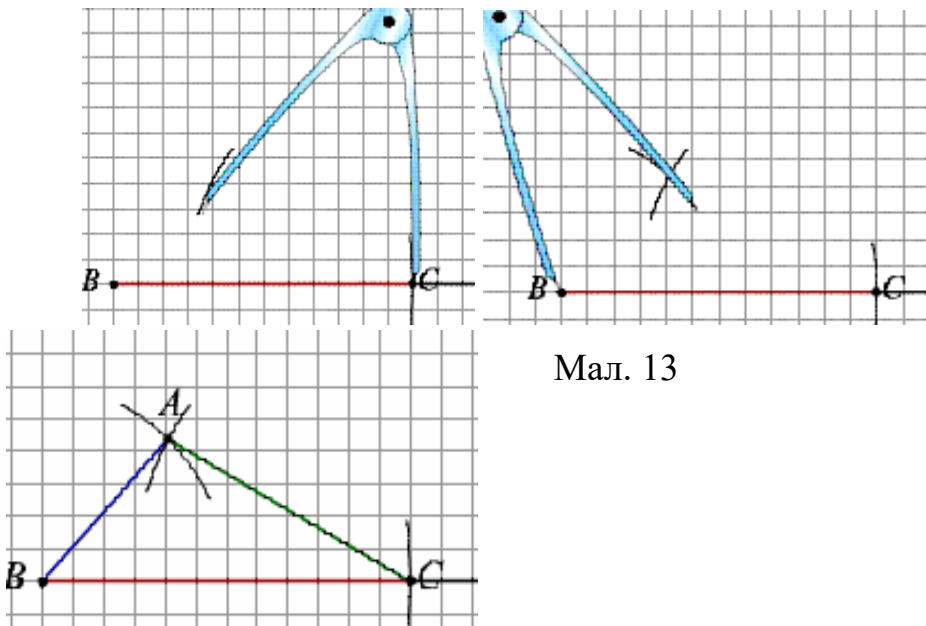
а) Скільки на площині точок, віддалених від точки K на 7 см? Яку геометричну фігуру вони утворюють?

б) Скільки на площині точок, віддалених від точки L на 9 см? Яку геометричну фігуру вони утворюють?

в) Чому утворені кола не перетинаються? За якої відстані між точками K і L кола не перетнуться? Будуть дотикатися?

г) Скільки розв'язків має задача?

У результаті виконання таких вправ учні готові до розв'язування задачі на побудову трикутника за даними сторонами. Для складання плану побудови здійснюємо етап аналізу за анімацією з електронного засобу навчального призначення (мал. 13).



Мал. 13

Звертаємо увагу учнів на те, що дві з трьох вершин можна вважати відомими, а третя вершина A – шукана. Для усвідомлення учнями геометричного місця точок, яким є точка A , пропонуються такі вправи:

1. Яка властивість точки A відносно точки B ? Скільки існує таких точок? Яку фігуру вони утворюють?
2. Яка властивість точки A відносно точки C ? Скільки існує таких точок? Яку фігуру вони утворюють?
3. Яка властивість точки A відносно точок B і C ? Як знайти точку A ? Скільки існує таких точок?
4. Скільки розв'язків має задача?

Розглянута анімація допомагає семикласникам виконати побудову. Етап доведення пропонується для самостійного виконання.

Для систематизації здобутих знань учням пропонується сформулювати відповідний спосіб дій. Наприклад: «Щоб побудувати трикутник, досить побудувати його вершини. Дві вершини можна вважати відомими, якщо на промені від його початку відкласти даний відрізок. Третя вершина – шукана».

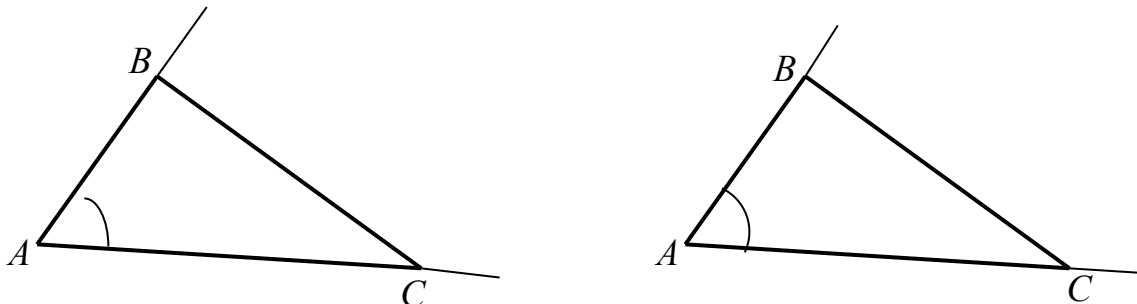
Спосіб побудови трикутника за його сторонами застосовується для розв'язування інших конструктивних задач:

1. Побудуйте рівносторонній трикутник зі стороною a .
2. Побудуйте рівнобедрений трикутник з основою a і бічною стороною b .

Ці задачі учні виконують за аналогією до відповідної основної побудови.

Спосіб розв'язування задачі на побудову кута, який дорівнює даному, ґрунтується на побудові трикутника, рівного даному. Учні самостійно усвідомлюють таку аналогію в результаті виконання вправ:

1. Побудуйте трикутник $A_1B_1C_1$, рівний трикутнику ABC , зображеному на малюнку.
2. У трикутнику $A_1B_1C_1$ позначте кут, рівний куту A трикутника ABC (мал. 14).

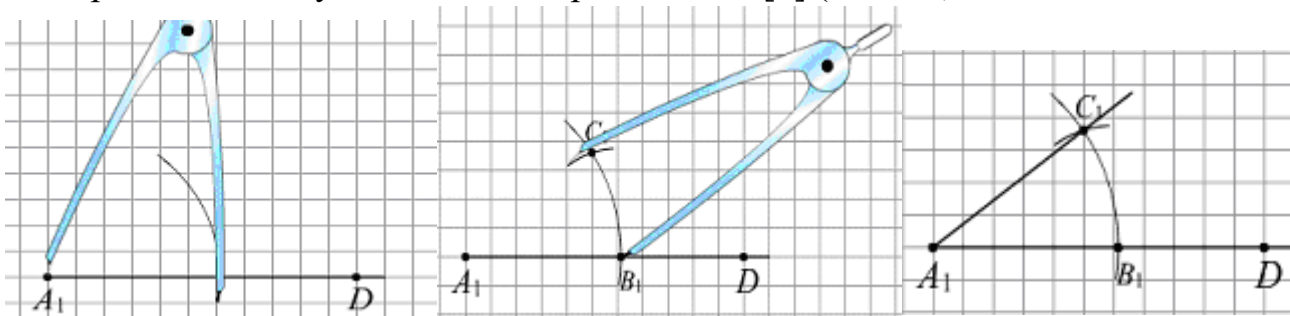


Мал. 14

Продовжте сторони AB і AC даного трикутника та відповідні сторони A_1B_1 і A_1C_1 побудованого трикутника.

3. Як можна побудувати кут, рівний даному?

Звертаємо увагу учнів на те, що кути в даному трикутнику ABC дорівнюють відповідним кутам у трикутнику $A_1B_1C_1$, тобто $\angle A = \angle A_1$. Аналізуючи малюнок, школярі встановлюють, що для побудови кута, який дорівнює даному, потрібно на даному куті утворити трикутник, дві сторони і вершина якого збіглися б зі сторонами і вершиною кута, а потім побудувати трикутник, який дорівнює утвореному. Таким чином спосіб побудови знайдено. План побудови учні складають за анімацією з електронного засобу навчального призначення [5] (мал. 15).



Мал. 15

Набуті учнями вміння будувати кут, рівний даному, застосовуються ними для виконання вправ:

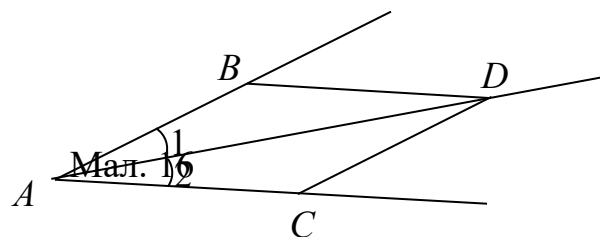
1. Побудуйте трикутник за двома сторонами і кутом між ними.

2. Побудуйте рівнобедрений трикутник за бічними сторонами і кутом між ними.
3. Побудуйте трикутник за стороною і прилеглими до неї кутами.
4. Побудуйте рівнобедрений трикутник за основою і прилеглим кутом.

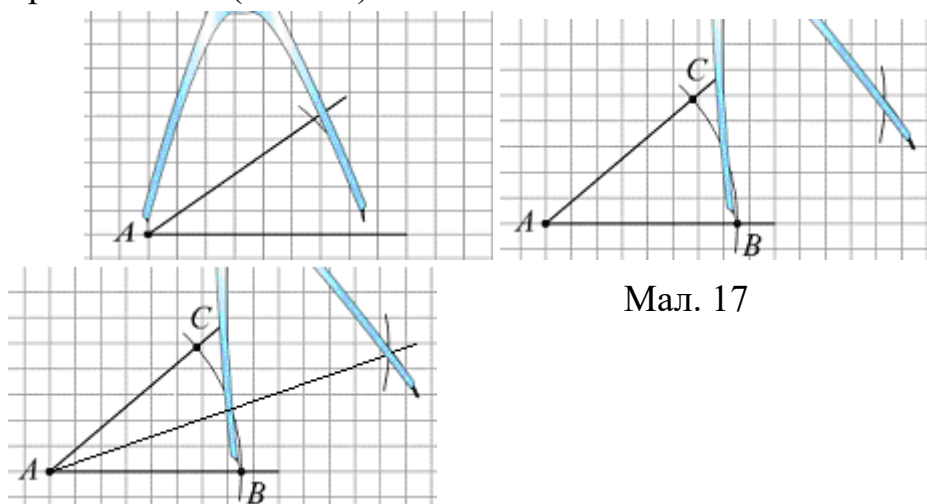
Доведення правильності побудови кута, рівного даному, ґрунтується на самому процесі побудови. Під час вправляння пропонується усне виконання етапу доведення. Таким чином учні повторюють спосіб доведення й усвідомлюють цілісність структури виконання геометричних побудов.

Більшість учнів знайома з процесом побудови бісектриси кута з курсу математики 5 – 6 класів. Задача на побудову такого змісту дає можливість зрозуміти природу відповідних конструктивних дій. Для складання плану побудови бісектриси кута учням пропонується виконати такі вправи за готовим малюнком 16:

- 1) Дано: $AB = AC$.
Доведіть: $BD = DC$.
- 2) Дано: $AB = BD = DC = AC$.
Доведіть: $\angle 1 = \angle 2$.



Потім переглядається анімація з електронного засобу навчального призначення (мал. 17).



Мал. 17

Після цього учні складають план побудови бісектриси кута і виконують вправи:

1. Накресліть довільний трикутник. Побудуйте його бісектриси. Чи зберігається властивість бісектрис трикутника внаслідок вашої побудови?

2. Дано рівнобедрений трикутник. Побудуйте точку перетину бісектриси кута при основі з бічною стороною.

3. Побудуйте кут, який дорівнює $\frac{1}{4}$ даного кута.

4. Побудуйте кут удвічі більший за даний.

5. Побудуйте кут так, щоб дана точка лежала на його бісектрисі.

Задача поділу відрізка навпіл виконується учнями на основі таких вправ:

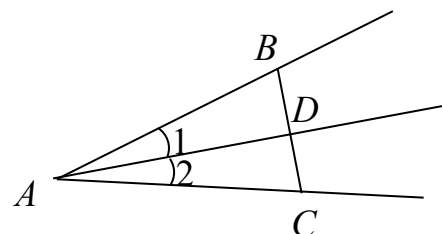
1. За малюнком 18 виконайте такі вправи:

а) Дано: $\angle 1 = \angle 2$, $AB = AC$.

Доведіть: $BC \perp AD$.

б) Дано: $AB = AC$, $BC \perp AD$.

Доведіть: $\angle 1 = \angle 2$.



Мал. 18

2. Побудуйте рівнобедрений трикутник за даною основою. Дайте відповіді на запитання:

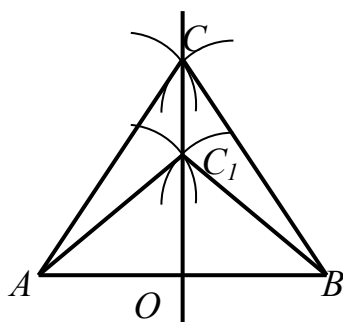
а) Скільки можна побудувати таких трикутників?

б) Сполучіть вершини C і C_1 трикутників прямою (мал. 19). Чи рівні трикутники ACC_1 і BCC_1 ? Якою є міра кутів ACO і BCO ?

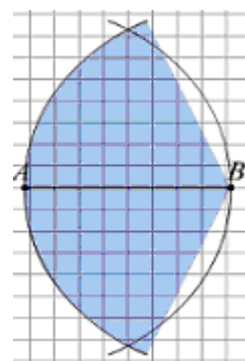
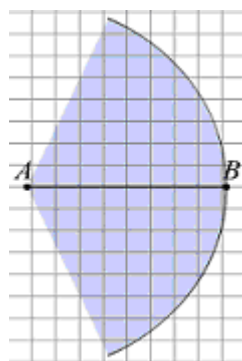
в) Як називається відрізок CO в трикутнику ACB ?

г) Які за довжиною відрізки AO і BO ?

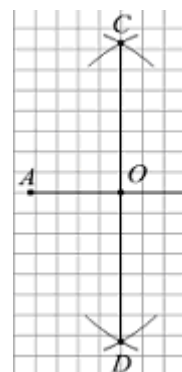
Спостерігаючи анімацію поділу відрізка навпіл (мал. 20), учні складають план такої побудови. Уточнюємо, що для зручності побудови розхил циркуля змінювати необов'язково.



Мал. 19

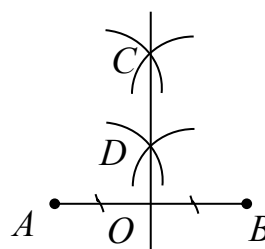


Мал. 20



Уміння ділити заданий відрізок навпіл закріплюються виконанням вправ:

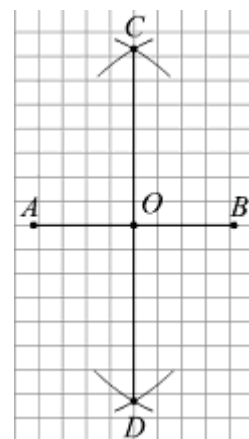
1. Накресліть довільний трикутник. Побудуйте одну з його медіан.
2. Поділіть даний відрізок на чотири рівні частини.
3. Побудуйте відрізок, удвічі більший за даний відрізок.
4. Складіть план поділу відрізка навпіл за малюнком 21.



Мал. 21

Розв'язання задачі на побудову прямої, що проходить через дану точку O і перпендикулярна даній прямій a , має два випадки. Пояснюємо учням, що таким чином ми отримуємо два способи такої побудови в залежності від розміщення точки O . Обидва способи ґрунтуються на побудові відрізка AB , що лежить на прямій a і кінці якого рівновіддалені від даної точки O (у випадку, коли точка O лежить на прямій a , ця точка буде серединою відрізка AB) і зводяться до побудови перпендикуляра до прямої a , який проходить через точку O . Звертаємо увагу школярів на те, що такі побудови вже виконувалися ними під час побудови середин відрізків. Для цього учням пропонуються такі вправи:

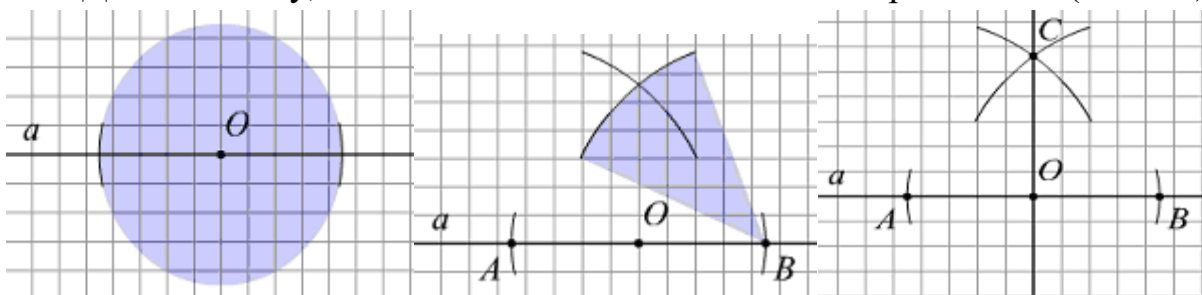
1. На малюнку 22 зображено процес побудови середини відрізка AB . Виконавши потрібні побудови, доведіть, що $CD \perp AB$.
2. Побудуйте перпендикуляр до даного відрізка. (Вказівка: розв'яжіть задачу про поділ відрізка навпіл і зазначте відрізок, утворений при побудові, що є шуканим)
3. Побудуйте перпендикуляр до даної прямої a . (Вказівка: позначте на прямій довільний відрізок і побудуйте до нього перпендикуляр, використовуючи розв'язання попередньої задачі).



Мал. 22

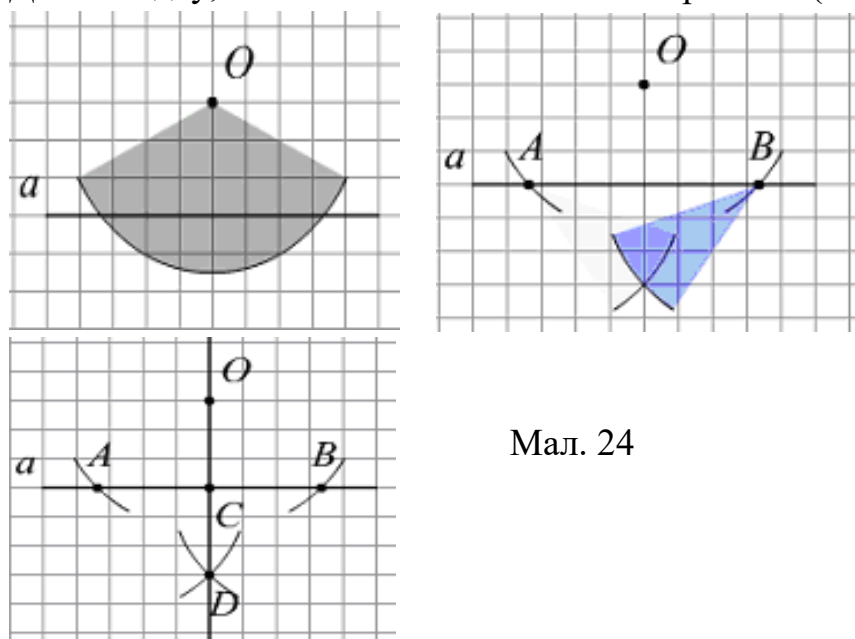
Потім учні переглядають анімацію побудови прямої, що проходить через дану точку і перпендикулярна даній прямій, і складають план кожного випадку побудови.

Для випадку, коли точка O лежить на прямій a (мал. 23).



Мал. 23

Для випадку, коли точка O не лежить на прямій a (мал. 24).



Мал. 24

Здобуті вміння учні закріплюють, розв'язуючи такі задачі:

1. Побудуйте прямий кут.
2. Накресліть довільний трикутник. Побудуйте одну з його висот.
3. Через дану точку A проведіть пряму, що проходить між даними точками B і C , на однаковій відстані від них.
4. Побудуйте прямокутний трикутник за двома катетами.
5. Побудуйте прямокутний трикутник за катетом і прилеглим кутом.

Пропонована методика навчання основних побудов спрямована на усвідомлення учнями конструктивних дій як практичного застосування властивостей геометричного місця точок, рівновіддалених від даної. Щоб учні могли самостійно знаходити способи побудов, пропонуються відповідні підготовчі вправи, перегляд анімацій виконання основних побудов для складання плану алгоритму побудови.

Вивчення основних побудов спрямоване, з одного боку, на вироблення вмінь виконувати ці побудови, з іншого, – на засвоєння учнями способу дій щодо розв’язування складніших задач на побудову. Використання наочності різного типу (електронної зокрема) інтенсифікує цей процес і робить його усвідомленим для учнів завдяки активізації їхнього наочно-образного мислення.

3.4. Формування в учнів основної школи вмінь математичного моделювання як складової математичної компетентності

Зміст, структура та функції моделювання як складової математичної компетентності. Математика як наука в ході свого історичного розвитку накопичила багато фактів, які свідчать про те, що математичні поняття, операції, способи логічних міркувань зазнають суттєвого впливу практики і мають цілком певне практичне походження. Багато розділів сучасної математики формувалися під безпосереднім впливом потреб техніки, економіки, військової справи, управління тощо.

Специфічність відображення математичної дійсності визначає основні напрямки формування в учнів наукового світогляду у процесі навчання. На відміну від природничих наук математика не пов’язана з дійсністю безпосередньо. Законом матеріального світу у математиці відповідають зв’язки абстрактно-логічного характеру між математичними поняттями, а системність світу відображається у такому понятті сучасної математики як математична структура. Розкриття матеріального походження математичних понять разом з тим повинно враховувати той факт, що абстрактне мислення є для математики таким же невід’ємним, як зв’язок з дійсністю. Саме високий ступінь абстрактності математичних понять, логічна розробленість математичних теорій і складає силу математики, робить її могутнім знаряддям пізнання світу і забезпечує широку застосовність.

Розвиток в учнів правильних уявлень про характер відображення математичних явищ і процесів реального світу, ролі математичного моделювання в науковому пізнанні і на практиці має велике значення для формування у них наукового світогляду.

Моделювання у навчанні природничих предметів, зокрема в процесі розв'язування задач, виступає як матеріалізована форма продуктивної розумової діяльності учнів, а самі моделі – як продукти і як засоби її здійснення. Використання різних видів моделей створює підґрунтя для оволодіння школярами вміннями самостійно відкривати знання, стимулює їх пізнавальний інтерес, предметну зацікавленість, позитивно впливає на мотивування учнів до навчання, активізує самостійний пошук ними способів розв'язування навчальних проблем, а отже, сприяє формуванню системи природничо-математичних знань, навичок і умінь, необхідних у повсякденному житті та майбутній трудовій діяльності, розвитку конструктивного мислення як невід'ємної складової загальної культури людини. Тому формування в учнів вміння математичного моделювання є важливим завданням сучасної шкільної освіти, в першу чергу, природничо-математичної.

Аналіз науково-методичної літератури та практики шкільного навчання показали, що, незважаючи на широке застосування методу математичного моделювання в різних навчальних дисциплінах, формування в учнів відповідних умінь відбувається переважно на уроках математики. Це, на нашу думку, значно знижує дидактичну ефективність використання названого методу в процесі навчання. Подолати таку обмеженість, на наш погляд, можливо, якщо формування умінь математичного моделювання буде відбуватися не лише на уроках математики, а й при вивченні усіх природничих предметів.

Особливого значення розв'язання проблеми формування в учнів умінь математичного моделювання набуває у зв'язку з переходом школи до компетентнісного навчання. Це зумовлює необхідність проведення досліджень, пов'язаних з розробкою ефективних методів та засобів формування в учнів умінь математичного моделювання при вивченні природничих предметів.

Математика не існує у безповітряному просторі, математичні поняття, аксіоми, теореми і теорії мають своїм витокom реальність і своєю головною метою – дослідження реальності за допомогою математичного моделювання. Навчання математики має відбивати діалектику пізнання дійсності і побудови самих математичних теорій на основі практики.

Компетенція – завчасно задана соціальна норма до освітньої підготовки учня, необхідної для його ефективної продуктивної діяльності в визначеній сфері.

Компетентність – сукупність особистих якостей учня (ціннісно-смыслових орієнтацій, знань, умінь, навичок), обумовлених досвідом його діяльності в визначеній сфері.

Математична компетентність – це вміння бачити та застосовувати математику в реальному житті, розуміти *зміст і метод математичного моделювання*, *вміння будувати математичну модель, досліджувати її методами математики*, інтерпретувати отримані результати, оцінювати похибку обчислень. Будемо відносити математичну компетентність до предметно-галузевих. І це цілком слушно, адже математика займає особливе місце у системі знань людства, виконуючи роль універсального та найпотужнішого методу сучасної науки.

Аналіз ситуацій що виникають у повсякденному житті, для вирішення яких потрібні знання та вміння, що формуються під час навчання математики, показує, що перелік необхідних для цього предметних умінь невеликий:

- вміння проводити обчислення, включаючи округлення та оцінку результатів дій використовувати для підрахунків відомі формули;
- вміння вилучати та проінтерпретувати інформацію, представлену в різній формі (таблиць, діаграм, графіків, схем тощо);
- вміння застосовувати знання елементів статистики та ймовірності для характеристики нескладних реальних явищ і процесів;
- вміння обчислювати довжини, площі та обсяги реальних об'єктів при вирішенні практичних завдань.

Математична компетентність є важливим показником якості математичної освіти, природничої підготовки молоді.

Однак компетентність не можна трактувати тільки як суму предметних знань, умінь і навичок. Це – те, що набувається в результаті навчання і життєвого досвіду нову якість, що погоджує знання та вміння учня зі спектром інтегральних характеристик якості підготовки, у тому числі і зі здатністю застосовувати отримані знання та вміння до вирішення проблем, що виникають у повсякденній практиці.

Математична модель являє собою формалізований опис системи з допомогою абстрактної мови, зокрема за допомогою математичних співвідношень, що відбивають процес функціонування системи. Базовим апаратом, на якому ґрунтується математичне моделювання, є по суті вся

математика. Тут застосовується диференціальне, інтегральне, алгебраїчне числення, теорії множин, різні математичні алгоритми і т. д. Варто відзначити, що одні й ті самі математичні моделі можуть використовуватися для вивчення реальних систем різної природи, оскільки математичний опис вихідних систем має одну і ту ж форму. Подальший поділ математичних моделей на класи, так само як і для моделей в цілому, залежить від вибору критерію класифікації. Так, наприклад, у відповідності з характером співвідношень, які визначають залежності між характеристиками і параметрами математичних моделей, вся їх сукупність, може бути розділена на два основних типи:

а) детерміновані - коли в будь-який заданий момент часу встановлюється однозначна відповідність між параметрами і характеристиками даної системи;

б) імовірнісні (стохастичні) - коли в будь-який заданий момент часу можуть бути зафіксовані лише розподілу ймовірностей для характеристик системи.

За принципом побудови і характером функціонування виділяють наступні типи моделей:

а) аналітичні - при побудові яких процеси функціонування їх елементів записуються у вигляді деяких функціональних співвідношень або логічних умов. Характерною рисою аналітичних моделей є те, що при їх побудові використовуються математичні конструкції (найчастіше різні формули, рівняння і їх системи і т.д.), які були отримані на основі уявлень про функціонування оригінальної системи. У результаті при використанні такої моделі процес функціонування початкової системи як правило в явному вигляді не відтворюється;

б) імітаційні моделі - при побудові й використанні яких моделюючий алгоритм з тим або іншим ступенем точності відтворює функціонування вихідної системи. При цьому найчастіше здійснюється імітація елементарних явищ, що становлять досліджуваний процес, що протікає в системі, без порушення взаємозв'язку між ними та їх логічної структури. Імітаційні моделі можуть бути створені й успішно використовуватися для більш широкого класу систем, ніж аналітичні, так як вони дозволяють легко виділити необхідні досліднику характеристики системи і тим самим уникнути процесів, що ускладнюють вивчення вихідного об'єкта.

Для вивчення будь-якої реальної системи з застосуванням математичного моделювання потрібно в першу чергу побудувати її

математичний опис, яке і буде математичною моделлю. Незалежно від характеру створюваної математичної моделі та її належності до того чи іншого класу згідно з обраним принципом класифікації, істотним моментом є та обставина, що будь-яка математична модель будується відповідно з єдиними правилами.

Основні класифікації моделей ураховують засоби їхньої побудови, характеристики моделюючих об'єктів, сфери додатка моделей, але будь-яка класифікація приречена на неповноту. У даній роботі виробляється класифікація моделей з погляду пізнання дійсності й з погляду гносеологічних функцій.

Класифікація моделей з погляду цілей пізнання дійсності.

Початкові моделі виникли на зорі людського суспільства, коли первісна людина зображувала тварин, на яких він полював, у вигляді малюнків і фігурок. Масове використання моделей у виразній формі почалося в епоху Відродження в архітектурі й будівництві, коли зодчі зображували споруджувані ними будівлі у вигляді невеликих копій. Характерною рисою цих моделей є їхній описовий характер.

Моделі-описи широко використовуються й у цей час. Основна їх ціль - знайомство з тим або іншим об'єктом або явищем. Так, карта є моделлю частини земної поверхні, глобус - моделлю земної кулі, геометрія Лобачевського може бути описана за допомогою моделі Клейна, у якій площина Лобачевського зображується у вигляді кола, графові структурні моделі описують взаємозв'язку різних частин об'єкта або процесу. Метою таких моделей крім знайомства із чимсь новим для суб'єкта є зберігання деякої великої інформації. Такі моделі часто стають демонстраційними й використовуються в процесі навчання, забезпечуючи його наочність. Наприклад, при навчанні геометрії використовуються моделі геометричних тіл і їхніх комбінацій, у машинобудуванні застосовують моделі різних механічних з'єднань.

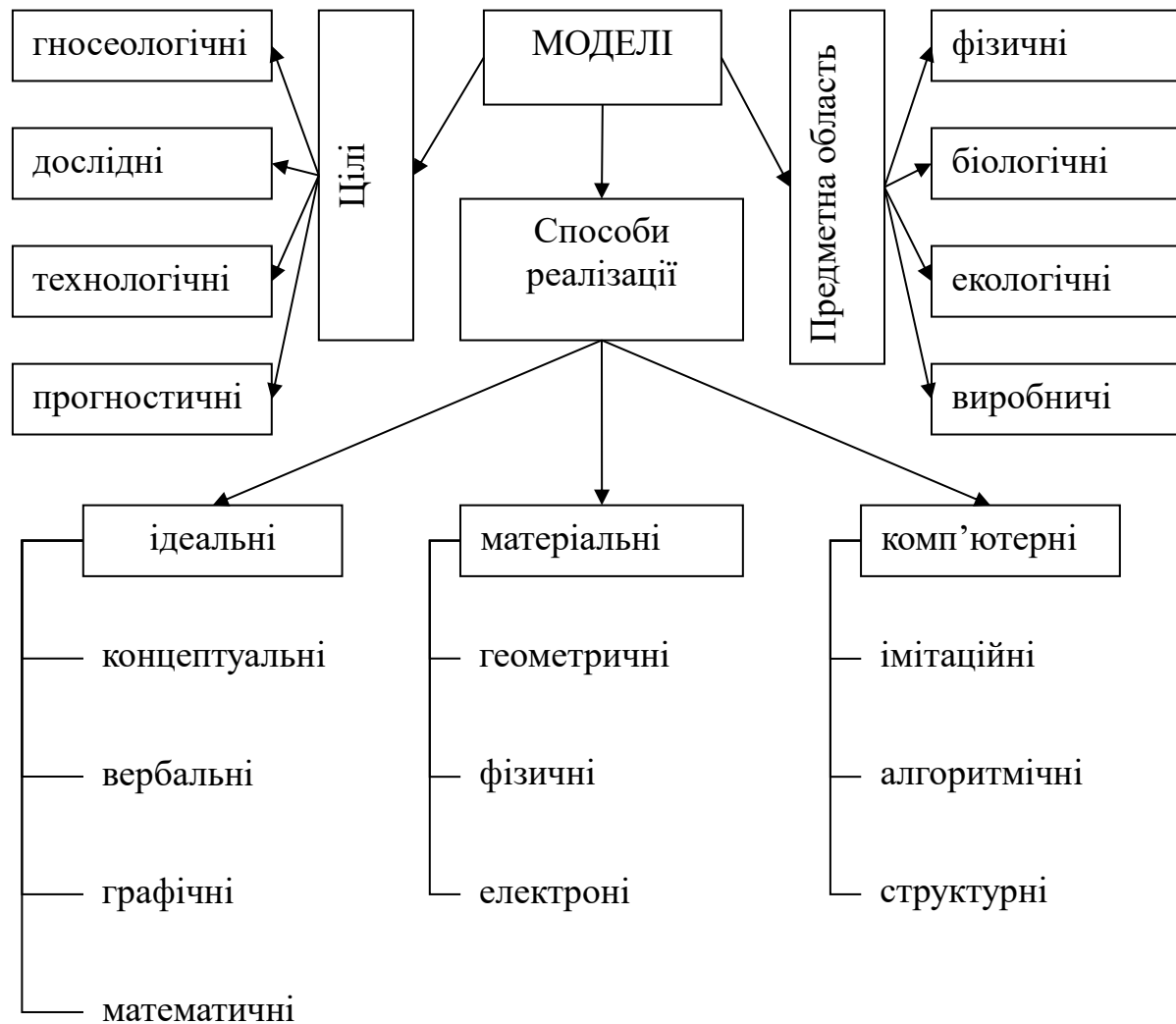
Демонстраційні моделі служать для знайомства індивідумів з «ідеальними» образами (зразками) об'єктів. Так, названі вище моделі з'єднань є їхніми зображеннями, у яких немає нічого зайвого, і видалення якої-небудь складової моделі зруйнує її. До демонстраційних моделей ставляться й зразки взуття, одягу, нових телевізорів, автомобілів, літаків на різних виставках. До демонстраційних моделей можна віднести й манекенниць, що демонструє зразки одягу, взуття, зачісок і т.д.

Навчальні моделі використовуються в процесі навчання з метою посилення наочності. Із цього погляду до таких моделей можна віднести моделі-опису, наприклад карти, які подають докладну інформацію про будову земної поверхні, моделі геометричних тіл, що знайомлять із їхньою формою, муляжі людського тіла або його окремих органів, що показують їхню будову.

До навчальних моделей ставляться різного роду тренажери, що відтворюють різні ситуації, що виникають при роботі машин або при функціонуванні складних систем (заводів, компаній, банків, галузей і т.д.). Імітації поведінки автомобіля, літака, космічного апарата дозволяють навчити людини управляти цими машинами й оптимально поводитися у випадку нестандартних (аварійних) ситуацій.

До навчальних моделей ставляться військові навчання й маневри, у процесі яких імітуються техногенні аварії або катастрофи, захоплення заручників, погрози терористичних актів і т.д.

Більш загальну класифікацію представимо за допомогою наступної схеми:



Матеріальна модель, яку ще називають речовою, є певним матеріальним об'єктом чи сукупністю об'єктів, які відображають тією чи іншою мірою властивості об'єкта моделювання.

Залежно від повноти і способу відображення цих властивостей розрізняють три базових типи матеріальних моделей: геометричну, фізичну і предметно-математичну.

Геометрична модель - це певний об'єкт, який геометрично подібний до свого оригіналу. Вона подає зовнішній вигляд представлення оригіналу і слугує для демонстраційних цілей (моделі деталей машини, муляжі плодів тощо). Модель інколи виконують в іншому масштабі (макети споруд), або зі зміною розмірності простору (двовимірна мапа тримірної місцевості, фотографії тримірних предметів).

Оскільки під час побудови геометричних моделей найважливішу роль відіграє їхня геометрична подібність, а не процеси функціонування,

то в кібернетиці, що вивчає процеси управління, ці моделі мають лише допоміжне значення.

Фізична модель відображає подібність між моделлю та оригіналом не тільки з погляду їхньої форми і геометричних співвідношень, а й з позиції основних фізичних процесів, що в них відбуваються, наприклад: виконання у зменшеному масштабі моделі конструкції літака, автомобілів; моделюючі електричні кола, які застосовують з метою аналізу складних і потужних енергосистем; моделі різних гідротехнічних споруд, виконані в лабораторних умовах тощо.

Недоліком такого методу моделювання є його низька універсальність; для кожного явища, яке досліджують, необхідно будувати його індивідуальну модель. Навіть вивчення впливу окремих параметрів на одну модель потребує її заміни або істотної переробки. Це вимагає значних затрат праці, часу та матеріальних засобів.

Предметно-математичну модель розглядають інколи як різновид фізичної моделі, за якої відсутні вимоги щодо тотожності фізичної природи оригіналу і моделі. Цей метод допускає лише тотожність математичного опису процесів в оригіналі і моделі, хоча ці процеси можуть розвиватись на різній матеріальній основі. Предметно-математична модель представляє матеріальну систему, в якій відбуваються інші фізичні процеси, ніж в оригіналі, однак і ті, й інші можна описати однаковими чи подібними математичними виразами.

Наприклад, подібними рівняннями описують: коливання струни, маятника, струму в електричному контурі; прямолінійний рух тіла з тертям і обертовий рух тіла навколо нерухомої осі.

До ідеальних моделей, які ще називають абстрактними, концептуальними, належать моделі двох типів.

По-перше, це моделі, які існують у думках людини, тобто які уявляє людина. Їх називають уявними, інтуїтивними моделями.

По-друге, це логіко-математичні (формальні, знакові, математичні) моделі, які є втіленням уявних моделей у вигляді систем математичних рівнянь чи нерівностей з коефіцієнтами у вигляді чисел чи букв, логічних виразів, таблиць, матриць, схем, графіків та інших способів логічного і математичного опису тих чи інших явищ і процесів.

Зазначимо, що перед створенням будь-якої матеріальної чи знакової моделі в уяві людини завжди виникає відповідна уявна модель.

Математична модель охоплює клас невизначених (абстрактних) математичних об'єктів (параметрів чи векторів) і відношення між ними.

З усіх існуючих у сучасній математиці абстрактних моделей найпоширенішими є такі чотири різновиди: моделі множини дійсних чисел, моделі лінійно-векторного простору, моделі матричного простору, моделі бульової алгебри.

За галузями використання всі моделі можна класифікувати так:

- навчальні(наочні посібники, тренажери);
- дослідницькі(зменшені або збільшені копії реального об'єкта, наприклад модель річкового теплохода);
- науково-технічні (створюються для досліджень процесів і явищ, наприклад стенд для тестування комп'ютерів);
- ігрові(військові, економічні, спортивні, ділові ігри, які створюються для розробки і перевірки різноманітних стратегій поведінки);
- імітаційні (не наближено, а досить точно імітують реальні ситуації для проведення експериментів)

Властивості моделей:

- *Скінченність*: модель відображає оригінал лише в скінченному числі відношень, і, крім того, ресурси моделювання скінченні;
- *Спрошеність*: модель відображає лише суттєві сторони об'єкта;
- *Наближеність*: дійсність відображається моделлю грубо або наближено;
- *Адекватність*: наскільки успішно модель описує моделюючу систему;
- *Інформативність*: модель повинна містити в собі достатньо інформації про систему, що моделюється (в рамках гіпотез, прийнятих при побудові);
- *Потенційність*: передбачуваність моделі та її властивостей;
- *Складність*: зручність її використання;
- *Повнота*: враховані всі необхідні властивості;
- *Адаптивність*.

Одночасна вимога простоти і адекватності моделі є суперечливими. З точки зору адекватності складні моделі являються більш прийнятними за прості. У складних моделях можна врахувати більше число чинників, що впливають на характеристики об'єктів, що вивчаються. Хоча складні

моделі і точніше відбивають модельовані властивості оригіналу, але вони громіздкіші, затратніші і незручні у використанні. Тому дослідник прагне до спрощення моделі, оскільки з простими моделями легше оперувати. Наприклад, теорія апроксимації — це теорія коректної побудови спрощених математичних моделей. При прагненні до побудови простої моделі необхідно дотримуватися основного принципу спрощення:

спрощувати модель можна до тих пір, поки зберігаються основні властивості, характеристики і закономірності, властиві оригіналу.

При цьому поняття простоти (чи складності) моделі є поняттям відносним. Модель вважається досить простою, якщо сучасні засоби дослідження (математичні, інформаційні, фізичні) дають можливість провести якісний і кількісний аналіз з необхідною точністю. А оскільки можливості засобів досліджень безперервно ростуть, то ті завдання, які раніше вважалися складними, тепер можуть бути віднесені до категорії простих. У загальному випадку в поняття простоти моделі входить і психологічне сприйняття моделі.

Слід зазначити, що з метою меншої втрати адекватності спрощення моделей доцільніше проводити:

- а) на фізичному рівні зі збереженням основних фізичних співвідношень,
- б) на структурному рівні зі збереженням основних системних властивостей.

Спрощення ж моделей на математичному (абстрактному) рівні може привести до істотної втрати міри адекватності. Наприклад, спрощення характеристичного рівняння високого порядку до 2 - 3 - го порядку може привести до абсолютно невірних висновків про динамічні властивості системи.

Відзначимо, що простіші (грубі) моделі використовуються при розв'язанні задач синтезу, а складніші точні моделі — при розв'язанні задач аналізу.

Також необхідно відмітити:

1. Модель є "чотиримісною конструкцією", компонентами якої є суб'єкт; завдання, що вирішується суб'єктом; об'єкт-оригінал і мова опису або спосіб відтворення моделі. Особливу роль в структурі узагальненої моделі відіграє задача, що вирішується суб'єктом. Поза контекстом завдання або класу завдань поняття моделі не має сенсу.

2. Кожному матеріальному об'єкту відповідає незліченна множина в рівній мірі адекватних, але різних по суті моделей, пов'язаних з різними завданнями.

3. Парі завдання-об'єкт теж відповідає безліч моделей, що містять в принципі одну і ту ж інформацію, але що розрізняються формами її представлення або відтворення.

4. Модель за визначенням завжди є лише відносною, наближеною подібністю об'єкту-оригіналу і в інформаційному відношенні принципово бідніша за останній. Це її фундаментальна властивість.

5. Довільна природа об'єкту-оригіналу, що фігурує в прийнятому визначенні, означає, що цей об'єкт може бути матеріально-речовим, може носити чисто інформаційний характер і, нарешті, може бути комплексом різнорідних матеріальних і інформаційних компонентів. Проте незалежно від природи об'єкту, характеру вирішуваної задачі і способу реалізації модель є інформаційною освітою.

6. Частковим, але дуже важливим для розвинених в теоретичному відношенні наукових і технічних дисциплін являється випадок, коли роль об'єкту-моделювання в дослідницькому або прикладному завданні грає не фрагмент реального світу, що розглядається безпосередньо, а деякий ідеальний конструкт, тобто по суті справи інша модель, створена раніше і практично достовірна. Подібне вторинне, а в загальному випадку n - кратне моделювання може здійснюватися теоретичними методами з подальшою перевіркою отримуваних результатів за експериментальними даними, що характерно для фундаментальних природних наук. У менш розвинених в теоретичному відношенні областях знання (біологія, деякі технічні дисципліни) вторинна модель зазвичай включає емпіричну інформацію, яка не охоплює існуючі.

7. Лінійність або нелінійність. Воно зазвичай розшифровується як лінійна (нелінійна) залежність від входів операторів S (лінійність або нелінійність параметрів стану) або V (лінійність або нелінійність моделі в цілому). Лінійність може являтися як природним, таким, що добре відповідає природі, так і штучною (що вводиться для цілей спрощення) властивістю моделі.

8. Безперервність або дискретність. Воно виражається в структурі великих кількостей (сукупностей), яким належать параметри стану, параметр процесу і виходи системи. Таким чином, дискретність безлічі Y , X - веде до моделі, званої дискретної, а їх безперервність - до моделі з безперервними властивостями. Дискретність входів (імпульси зовнішніх сил, ступінчастість дії та ін.) в загальному випадку не веде до дискретності моделі в цілому. Важливою характеристикою дискретної моделі є кінцівка або нескінченність числа стану системи і числа значень вихідних характеристик. У першому випадку модель називається дискретною кінцевою. Дискретність моделі також може бути як природною умовою (система стрибкоподібно міняє свій стан і вихідні властивості), так і штучно внесеною особливістю. Наприклад, заміна безперервної математичної функції на набір значень у фіксованих точках.

9. Безперервність або дискретність. Воно виражається в структурі великих кількостей (сукупностей), яким належать параметри стану, параметр процесу і виходи системи. Таким чином, дискретність безлічі Y , X - веде до моделі, званої дискретної, а їх безперервність — до моделі з безперервними властивостями. Дискретність входів (імпульси зовнішніх сил, ступінчастість дії та ін.) в загальному випадку не веде до дискретності моделі в цілому.

10. Детермінованість або стохастичність. Якщо в моделі серед величин x , a , y , x - є випадкові, тобто визначувані лише деякими імовірнісними характеристиками, то модель називається стохастичною (імовірнісною, випадковою). В цьому випадку і усі результати, отримані при розгляді моделі, мають стохастичний характер і мають бути відповідно інтерпретовані. Тут підкреслимо, що з точки зору практики межа між детермінованими і стохастичними моделями виглядає розпливчатою. Зручний практичний прийом полягає в тому, що при малих відхиленнях від фіксованих значень модель вважається детермінованою, а відхилення результату досліджується методами оцінок або аналізу її чутливості. При значних же відхиленнях застосовується методика стохастичного дослідження.

11. Скінченність або нескінченність числа входів, виходів, параметрів стану, постійних параметрів системи.

Теоретично розглядаються обидва типи, але на практиці працюють лише із скінченновимірними (кінцевими) моделями.

Моделювання — це метод дослідження явищ і процесів, що ґрунтується на заміні конкретного об'єкта досліджень (оригіналу) іншим, подібним до нього (моделлю).

Моделювання в широкому сенсі — це особливий пізнавальний процес, метод теоретичного та практичного опосередкованого пізнання, коли суб'єкт замість безпосереднього об'єкта пізнання вибирає чи створює схожий із ним допоміжний об'єкт-замісник (модель), досліджує його, а здобуту інформацію переносить на реальний предмет вивчення.

Моделювання — це процес створення та дослідження моделі, а модель — засіб, форма наукового пізнання.

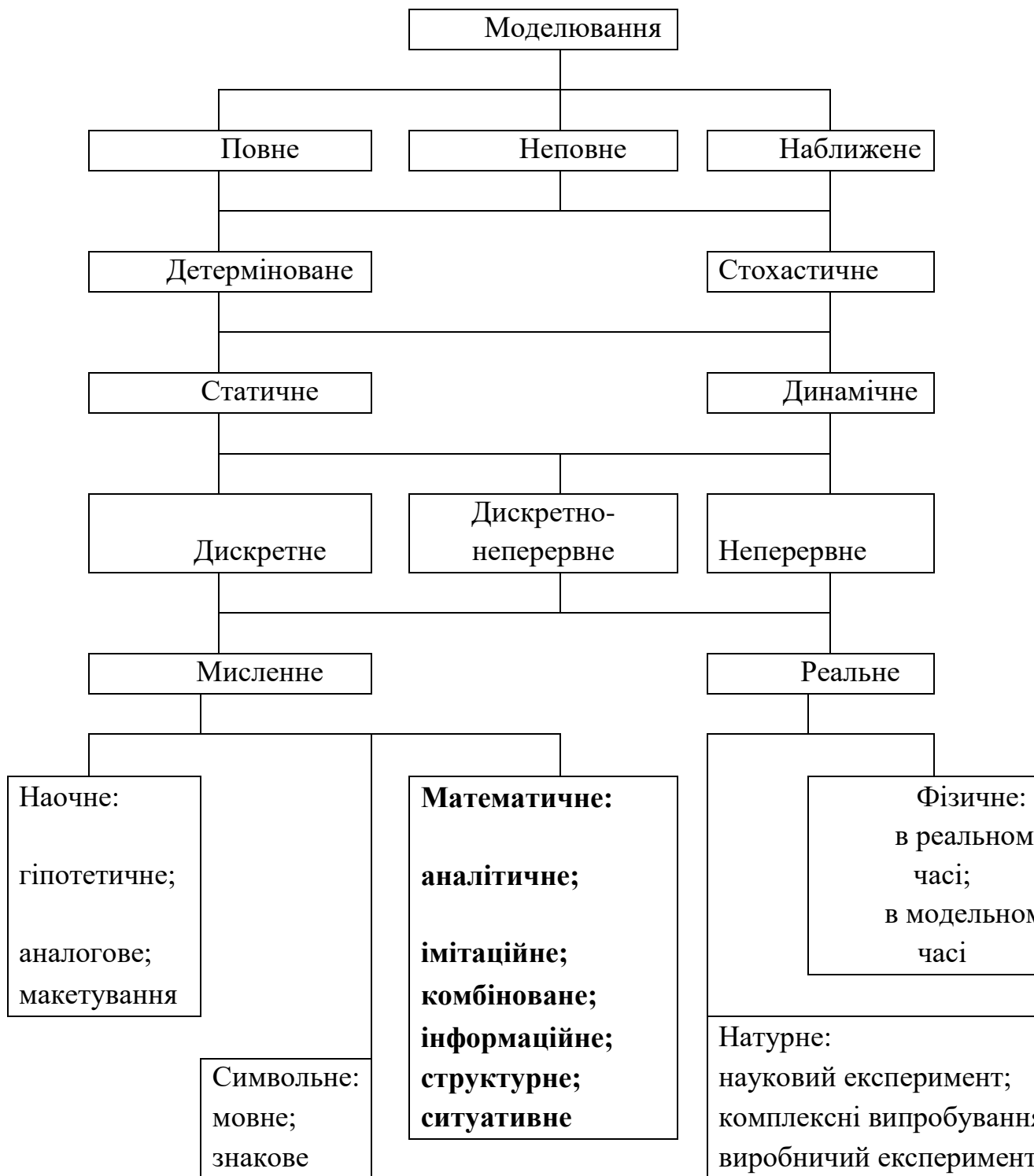
Під моделлю розуміється об'єкт будь-якої природи (мислено уявлена або матеріально реалізована система), котрий, відображаючи чи відтворюючи в певному сенсі об'єкт дослідження, здатний заміщати його так, що вивчення моделі дає нову інформацію про об'єкт.

Моделювання широко використовується в дослідженні систем різної природи, але особливого значення воно набуває в соціальному управлінні, в рамках методології системного підходу.

Моделювання — одна з основних категорій теорії пізнання. На ідеї моделювання, по суті, базується будь-який метод наук. дослідження. Основні види моделювання — фізичне і математичне.

Характерною рисою розглядуваного методу є можливість відтворення моделлю відповідно до завдань дослідження тих чи інших істотних властивостей, структур досліджуваного об'єкта, взаємозв'язків і відносин між його елементами. В процесі пізнання модель іде слідом за об'єктом, будучи певною його копією, а у відтворенні, конструюванні, навпаки, об'єкт йде слідом за моделлю, копіюючи її.

Класифікація видів моделювання



Охарактеризуємо коротко кожний з видів математичного моделювання.

Для аналітичного моделювання характерним є те, що основні закони функціонування записуються у вигляді деяких аналітичних співвідношень

Ситуації моделюють для різних цілей. Головна з них – необхідність передбачати нові результати або нові властивості явища. Ці прогнози можуть бути пов'язані з розповсюдженням існуючих результатів або мати принциповіший характер. Часто вони відносяться до умов, які, ймовірно, матимуть місце в деякий момент в майбутньому. З іншого боку, прогнози можуть відноситися до подій, безпосереднє експериментальне дослідження яких нездійснено. Найбільш важливий приклад такого роду дають численні прогнози, які робилися на основі математичних моделей в програмі космічних досліджень. Проте для цієї мети моделюються не всі ситуації: в деяких випадках досить уміти описувати математичними засобами роботу системи для того, щоб добитися глибшого розуміння явища (саме цю роль і грають багато видатних фізичних теорій, хоча на їх основі робляться також і прогнози). Зазвичай при такому математичному описі не враховується елемент контролю, проте в моделях, побудованих, наприклад, для дослідження роботи мереж, таких як схеми руху поїздів або літаків, контроль часто є важливим чинником.

Умови ефективного застосування методу моделювання у процесі навчання математики учнів основної школи.
Застосування математичного моделювання на уроках не тільки реалізує міжпредметні зв'язки, а й активізує різні процеси мислення (аналіз, синтез, аналогія, узагальнення та ін.), сприяє пізнавальній активності учнів.

За допомогою методу математичного моделювання вдається звести вивчення складного до простого, незнайомого до знайомого, зробити складний об'єкт доступним для ретельного і всебічного вивчення. Залучення різних допоміжних моделей створює добре підґрунтя для оволодіння вмінням самостійно відкривати знання, стимулює продуктивну пізнавальну діяльність, позитивно впливає на мотивування діяльності, а отже, сприяє формуванню та розвитку евристичного мислення учнів.

Успішне виконання завдань математичного моделювання може бути забезпечено лише за орієнтації навчального процесу на вирішення подібних завдань.

В шкільному навчанні моделювання як метод пізнання включає такі етапи:

- 1) побудову моделі, яка конструюється;
- 2) дослідження моделі (експериментальне або уявне);
- 3) аналіз одержаних результатів і перенесення їх на дійсний об'єкт вивчення.

А це фактично три етапи розв'язування прикладних задач.

На першому етапі — формалізації — відбувається перехід від реальної ситуації до побудови формальної математичної моделі. Для побудови такої моделі учні повинні вміти: виділити основні взаємозв'язки між компонентами досліджуваної проблеми, аналізувати повноту даних, які є в умові задачі, виражати математичними символами ті економічні положення і їх взаємозв'язки, які дані в умові задачі тощо. У результаті такої роботи повинна з'явитися математична модель (рівняння, система рівнянь, нерівність, система нерівностей тощо), яка адекватно відображає дану реальну ситуацію.

На другому етапі задача розв'язується «всередині математичної моделі». На цьому етапі учні повинні навчитись вибирати найраціональніший метод, спосіб або прийом для розв'язування поставленої математичної задачі. Таке вміння залежить від рівня математичної підготовки учня.

На третьому етапі — інтерпретації — учні повинні навчитись повертатись до вихідної ситуації, виявляти відповідність одержаних результатів економічної ситуації, яка розглядалась, переходити від загальних тверджень до часткових, оцінювати значення даних економічних факторів для практичної діяльності тощо.

У загальноосвітній школі в цілому приділяється увага роботі над другим етапом моделювання, а етапи формалізації та інтерпретації залишаються розкритими недостатньо. Використання комп'ютерної техніки у школі не знімає вищевказаної проблеми, оскільки вона застосовується знов-таки для розв'язування задачі всередині математичної моделі, а послаблена увага до проблеми складання математичної моделі може призвести до небажаних результатів. Виходячи з цього, необхідна організація навчання учнів елементам моделювання, які належать до всіх трьох етапів.

Звичайно, важливим засобом навчання елементам моделювання, які належать до етапів формалізації та інтерпретації, є сюжетні задачі. Під сюжетною розуміють задачу, яка описує реальну або наближену до

реальної ситуацію на неформально-математичній мові. Тому з цієї точки зору будь-яка задача, яка виникає на практиці, є сюжетною. Але сюжетні задачі можуть не містити достатніх для розв'язування числових значень, і такі задачі називають задачами-проблемами. У шкільних підручниках задач такого типу майже нема, а учням відразу представляється словесна модель задачі, яка не дає уявлення про характер відображень математикою явищ життя, таким чином, нема умов для змістовного розкриття діяльності, яка проходить на цьому етапі математичного моделювання. Взагалі потрібно шукати шляхи змістовного розкриття і конкретизації етапів формалізації та інтерпретації математичного моделювання. Ця проблема може бути реалізована за допомогою розв'язування прикладних задач.

Одним із засобів формування в учнів математичних компетентностей є використання прикладних задач що розв'язуються за допомогою рівнянь та нерівностей, систем рівнянь та нерівностей. Прикладні задачі відсутні (чи майже відсутні) у більшості підручників для середньої та старшої школи, хоча важливість їх використання у курсі алгебри та початків аналізу велика.

Прикладні задачі вважаються одним з типів навчальних задач. А до основних етапів розв'язування навчальних задач віднесебмо:

- 1) аналіз формулювання задачі;
- 2) пошук плану розв'язування;
- 3) здійснення плану, перевірку і дослідження знайденого розв'язку;
- 4) обговорення (аналіз) знайденого способу розв'язування з метою з'ясування його раціональності, можливості розв'язування задачі іншим методом чи способом.

У процесі розв'язування прикладних задач здійснюється навчання учнів елементам математичного моделювання, адже найбільш відповідальним і складним етапом розв'язування прикладної задачі є побудова її математичної моделі. Реалізація цього етапу вимагає від учнів багатьох умінь: виділяти істотні фактори, що визначають досліджуване явище (процес); вибирати математичний апарат для побудови моделі; виділяти фактори, що викликають похибку при побудові моделі. Прикладні задачі можна умовно розділити на такі, у яких математична модель міститься в умові задачі та такі, розв'язання яких передбачає побудову математичної моделі. Розв'язування перших значно простіше у порівнянні з розв'язуванням неформалізованих задач та відповідно складається з таких же етапів, як і розв'язування будь-якої

навчальної задачі. При розв'язування неформалізованих задач вище зазначені етапи доповнюються в зв'язку з необхідністю побудови математичної моделі. Тому до етапів розв'язування неформалізованих прикладних задач ми відносимо:

- 1) постановку задачі;
- 2) переклад умов задачі на мову математики;
- 3) складання математичної моделі задачі;
- 4) пошук плану розв'язування задачі всередині моделі;
- 5) здійснення плану, перевірку і дослідження знайденого розв'язку в середині моделі;
- 6) інтерпретацію отриманого результату;
- 7) обговорення (аналіз) знайденого способу розв'язування з метою з'ясування його раціональності, можливості розв'язування задачі іншим методом чи способом.

При вивченні математики доцільно вводити поняття математичної моделі для найпростіших об'єктів, предметів, процесів, набувати навичок бачити за ними їх математичну модель. По мірі ускладнення об'єктів, явищ, що вивчаються, ускладнюються відповідні математичні моделі.

Розглядаючи питання ширше, необхідно пригадати, що моделювання присутнє в усіх видах творчої діяльності людей різноманітних спеціальностей – дослідників, підприємців, політиків, воєначальників. Формування умінь будувати математичні моделі адекватні реальним ситуаціям має бути невід'ємною частиною навчання математики у школі.

Педагогічно доцільне і грамотне впровадження методичної системи формування знань і вмінь математичного моделювання з урахуванням психолого-педагогічних основ навчальної діяльності та у відповідності до принципу диференціації навчання забезпечує належний рівень формування вмінь математичного моделювання і підвищує ефективність навчання математики у школі взагалі; сприяє більш якісному та свідомому засвоєнню навчального матеріалу, надає навчально-пізнавальній діяльності дослідницького, творчого характеру, сприяє формуванню навичок та вмінь самостійної роботи у старшокласників.

Організація навчальної діяльності математичного моделювання повинна здійснюватися на основі системного, діяльнісного, комплексного та особистісно-орієнтованого підходів і потребує педагогічно-доцільної диференціації навчання та комплексного

використання як традиційних засобів, так і засобів інформаційно-комунікаційних технологій.

Сьогодні актуальним є створення нових підручників та посібників з математики для основної та старшої школи, в яких навчальний матеріал, що стосується математичного моделювання викладався б детальніше.

Використання у процесі навчання математики різних функцій математичного моделювання сприяє продуктивному мисленню учнів, оскільки їхня увага своєчасно переключається з моделі на отриману з її допомогою інформацію про об'єкт і навпаки. Таке переключення зводиться до мінімуму відволікання розумових сил учнів від предмета їх діяльності.

Робота з математичного моделювання полягає у з'ясуванні його елементів. Аналіз дає можливість виділити наступні елементи:

- заміна вихідних термінів на вибрані математичні еквіваленти;
- оцінка повноти вихідної інформації і введення при необхідності числових даних, яких не вистачає;
- виявлення даних для розв'язування задачі на практиці.

Процес математичного моделювання можна поділити на чотири етапи. Перший етап — формулювання законів, за якими зв'язуються між собою основні об'єкти моделі. Він вимагає широкого знання фактів відносно досліджуваного явища і глибокого проникнення в їх взаємозв'язок. Як правило, досліджуване явище супроводжується великою кількістю взаємодій між багатьма об'єктами явища. Простежити за всіма об'єктами і зв'язками між ними дуже важко й громіздко. Тому досліднику необхідно виділити основні об'єкти і основні взаємодії між ними для того, щоб математична модель була доступною для подальшого вивчення. Цей етап завершується записом у математичній формі сформульованих якісних уявлень про зв'язки між об'єктами моделі.

Другий етап — дослідження математичних задач, до яких зводиться математична модель. Основним тут є розв'язування прямої задачі, тобто одержання в результаті аналізу моделі вихідних даних для подальшого їх зіставлення з результатами спостережень досліджуваного явища. На цьому етапі важливу роль відіграє математичний апарат, необхідний для аналізу математичної моделі, і обчислювальна техніка — потужний засіб для одержання кількісної вихідної інформації як результату розв'язування складних математичних задач. При цьому широко застосовуються методи обчислювальної математики. Отже, на цьому

етапі дослідник повинен вибрати перш за все апарат для розв'язання сформульованої на першому етапі математичної задачі, а потім розробити алгоритм розв'язання задачі на ПЕОМ.

Третій етап — перевірка, чи задовольняє прийнята гіпотетична модель критерій практики, тобто перевірка, чи узгоджуються результати спостережень з теоретичними наслідками моделі в межах точності спостережень. Якщо відхилення виходять за межі точності спостережень, то модель не може бути прийнятою. Часто при побудові моделі деякі її характеристики залишаються невизначеними. Задачі, в яких визначаються характеристики моделі таким чином, щоб вихідна інформація була порівняною в межах точності спостережень з результатами спостережень досліджуваних явищ, називаються оберненими задачами. Якщо математична модель така, що ні при якому виборі характеристик ці умови не можна задовольнити, то модель неприйнятна для дослідження цих явищ. Застосування критерію практики для оцінки математичної моделі дозволяє робити висновок про правильність положень, які лежать в основі моделі, яку треба вивчати. Цей метод є єдиним методом вивчення не доступних нам безпосередньо явищ макро- і мікросвіту.

Четвертий етап — подальший аналіз моделі в зв'язку з накопиченням даних про досліджувані явища і модернізація моделі. У процесі розвитку науки і техніки дані про досліджувані явища все більше і більше уточнюються і настає момент, коли висновки, одержані на основі існуючої математичної моделі, не відповідають нашим знанням про явище. Тоді виникає необхідність побудови нової більш досконалої математичної моделі.

Більш складний процес моделювання містить в собі наступні п'ять етапів:

1. Змістовне описування об'єкта моделювання. На цьому етапі необхідно сформулювати сутність проблеми з позиції системного підходу. Для цього необхідно виявити найсуттєвіші риси та властивості об'єкта моделювання, дослідити взаємозв'язки між елементами та його структуру, можливі стани елементів та співвідношення між ними, хоча б наближено визначити гіпотези щодо факторів, які обумовлюють стан та розвиток системи. Таке описування системи називають концептуальною моделлю.

2. Побудова математичної моделі. Цей етап полягає у формалізації концептуальної моделі, тобто в поданні її у вигляді певних

математичних залежностей (функцій, рівнянь, нерівностей, тотожностей тощо). Для цього необхідно, передусім, визначити тип економіко-математичної моделі, дослідити можливість її застосування до поставленого практичного завдання, уточнити перелік відібраних для моделювання факторів та типи взаємозв'язків між ними. Потім визначають систему критеріїв, обмежень та значення керованих параметрів, у разі необхідності будують цільову функцію.

У разі неможливості одержання розв'язку доводиться переглядати модель та здійснювати певні спрощення, наприклад, робити заміну нелінійних залежностей лінійними, стохастичних — детермінованими, виключати певні фактори з моделі, поділяти модель на підмоделі тощо.

3. Підготовка інформаційної бази моделювання та чисельна реалізація моделі. На цьому етапі здійснюється збір наявної інформації та її аналіз, що полягає не тільки в принциповій можливості одержання інформації необхідної якості, а й в аналізі витрат на підготовку або придбання інформаційних масивів.

Чисельна реалізація моделі полягає в розробленні алгоритмів, виборі пакетів прикладних програм або розробленні власних програмних засобів та безпосередньому проведенні обчислень.

4. Перевірка адекватності моделі. Аналіз чисельних результатів уможливорює вирішення питання про ступінь відповідності моделі реальній системі чи явищу (за тими властивостями системи, що були обрані як суттєві). За результатами перевірки моделі на адекватність приймається рішення щодо можливості її практичного застосування, напрямків її корекції.

При корегуванні моделі можуть уточнюватись суттєві параметри та обмеження, здійснюється оптимізація моделі, що полягає в її спрощенні за умови збереження заданого рівня адекватності.

5. Застосування моделі. Застосування результатів моделювання в економіці спрямоване на розв'язання практичних завдань, зокрема, аналізу економічних об'єктів, економічного прогнозування, розроблення управлінських рішень тощо.

Необхідно зауважити, що процес моделювання має, як правило, ітеративний характер. На будь-якому з етапів можна повернутись до попередніх, оскільки може статися, що модель виявиться надто складною або суперечливою, бракує необхідної для моделювання інформації чи витрати на її придбання надто великі, модель може

виявитись неадекватною та суперечити практичному досвіду або нас може не задовольняти її точність тощо.

Побудова математичних моделей базується тільки за допомогою певних кількісно чітко визначених величин, які у процесі дослідження можуть змінюватись або залишитись незмінними (константами). Тому перш ніж будувати математичну модель або застосовувати уже відомі математичні методи і моделі, необхідно розчленувати об'єкт дослідження на ті елементи (компоненти), які характеризують найбільш істотні властивості даного об'єкта (процесу, явища). Потім кожному елементу утвореної таким чином системи ставиться у відповідність певна кількісна величина. Внаслідок цього одержимо деяку абстрактну систему взаємопов'язаних елементів (компонентів), що представляє (моделює) ту реальну систему або об'єкт, які ми досліджуємо. Процес (процедура) побудови такої абстрактної спрощеної системи називається математичною формалізацією реального об'єкта, явища або системи. Тому побудована абстрактна система і є певною моделлю реальної системи. Але це ще не математична модель у повному розумінні цього поняття (слова). Необхідно ще встановити зв'язки між окремими елементами системи та між елементами системи і середовищем, в якому функціонує ця система. На етапі встановлення кількісних зв'язків та співвідношень між елементами побудованої системи (моделі) застосування математичних методів можна вважати традиційним. Тут широко використовуються методи математичної статистики, методи побудови емпіричних формул, менше – комбінаторний та логічний аналіз.

Математична модель є спрощенням реальної ситуації. Відчутне спрощення наступає тоді, коли неістотні особливості ситуації відкидаються і складне початкове завдання зводиться до завдання, що ідеалізується, піддається математичному аналізу. Саме при такому підході в класичній прикладній механіці виникли блоки без тертя, невагомі нерозтяжні нитки, нев'язкі рідини, абсолютно тверді або чорні тіла і інші подібні моделі, що ідеалізуються. Ці поняття не існують в реальній дійсності, вони є абстракціями, складовою частиною ідеалізації, зроблених автором моделі. І проте їх часто можна з успіхом вважати хорошим наближенням до реальних ситуацій. Описаний образ дій при побудові математичних моделей не є єдиним, і цьому зовсім не варто дивуватися. У іншому можливому підході першим кроком є побудова простій моделі декількох найбільш характерних особливостей

явища. Це часто робиться для того, щоб відчутти дане завдання, причому робиться це ще до того, як саме завдання остаточно сформульоване. Потім ця модель узагальнюється, щоб охопити інші факти, поки не буде знайдено прийнятне або адекватне рішення. Є ще підхід, коли із самого початку вводиться в розгляд одночасне велике число чинників. Він часто застосовується в дослідженні операцій, і такі моделі зазвичай вивчають імітаційними методами з використанням ЕОМ.

Найважливіше рішення, яке часто приймається на самому початку процесу моделювання, стосується природи даних математичних змінних. По суті вони діляться на два класи. У один з них входять відомі характеристики, тобто величини, що піддаються (принаймні теоретично) точному вимірюванню і управлінню. Такі змінні називаються детермінованими змінними. У інший клас входять невідомі характеристики, тобто величини, які ніколи не можуть бути точно зміряні і мають випадковий характер, – вони називаються стохастичними змінними. Модель, що містить стохастичні змінні, повинна за визначенням описуватися математичним апаратом теорії вірогідності і статистики. Детерміновані змінні часто, але не завжди вимагають залучення звичайного математичного аналізу. Природа деяких ситуацій буває ясна не відразу, інші ситуації характеризуються змінними обох типів. Для побудови моделі надзвичайно важливо, щоб природа змінних була правильно представлена.

Методична модель формування в учнів основної школи умінь математичного моделювання в процесі навчання математики. У ранньому юнацькому віці розвивається здатність учнів тривало зосереджуватись на пізнавальних об'єктах, переборювати дію сильних відволікаючих подразників, розподіляти й переключати увагу. Зростає роль післядовільної уваги, яка виявляється за умови, що учіння спонукується спеціальними інтересами. Для юнаків і дівчат, у яких склались такі інтереси, все, що є об'єктом їхніх інтересів, стає й об'єктом їхньої уваги.

У середньому шкільному віці в учнів свідомо і цілеспрямовано формуються такі якості характеру, як сила волі, витримка, наполегливість, самоконтроль, осмисленість, критичність тощо. Проте продуктивність зусиль юнаків залежить часто від настрою: декому важко переходити від неробочого стану до праці, дехто часто лінується, відволікається. Вони критично ставляться до засвоєваних ними знань,

до висловлювань дорослих, схильні до постановки проблем, до диспутів і філософствування.

Варто зауважити, що в середніх класах школи розвиток пізнавальних процесів досягає такого рівня, що учні стають здатними виконувати всі види розумової роботи дорослої людини. Активно розвивається теоретичне мислення, що дає можливість учнім на основі загальних фактів будувати гіпотези, перевіряти їх, що свідчить про пріоритетний розвиток логічного мислення. Пізнавальні процеси учнів набувають таких якостей, які роблять їх більш досконалішими і гнучкими, причому розвиток засобів пізнання дуже часто випереджає особистісний розвиток учнів. Когнітивний розвиток у цьому віковому періоді характеризується прискореним рухом абстрактного мислення й використанням метакогнітивних навичок. Становлення інтелекту на даному етапі передбачає розвиток творчих здібностей, шляхом вияву інтелектуальної ініціативи й спрямованістю на створення чогось нового. Це потребує активного розвитку формального мислення.

Поява формального мислення означає виникнення у суб'єкта пізнання здатності до широких узагальнень, новий підхід до розв'язування задач, який полягає у спрямованості на групування та структурування фактів, на виділення й контроль змінних величин, формування гіпотез та їх логічне обґрунтування й доведення. У зв'язку з цим, в учнів удосконалюється процес володіння складними інтелектуальними операціями аналізу й синтезу, теоретичного узагальнення й абстрагування, аргументування і доведення. Для юнаків і дівчат стає притаманним встановлення причинно-наслідкових зв'язків різноманітних явищ, систематичність, стійкість і критичність мислення, самостійна творча діяльність. Виникає тенденція до узагальненого розуміння світу, до цілісності й абсолютизації в оцінках тих чи інших явищ дійсності. Ж. Піаже констатував, що логіка юнацького періоду – це складна когерентна система, відмінна від логіки дитини; вона складає сутність логіки дорослих людей і основу елементарних форм наукового мислення.

Таким чином, учні переходять до вищих рівнів абстрактного та узагальнюючого мислення. Учні цього віку більш усвідомлено і міцно оволодівають логічними операціями. Розрізнені знання перетворюються в систему знань, яка є основою формування наукового світогляду, зокрема, переконань. Актуальною стає потреба в науковому обґрунтуванні, пошуку теоретичних пояснень явищ дійсності, логічному

доведенні їх існування. Завдяки цьому процес міркування стає економнішим і продуктивнішим; формується система взаємопов'язаних узагальнених і образних операцій. Мислення стає дедуктивно-гіпотетичним завдяки перетворенню конкретних мисленнєвих операцій на формальні, які включаються в єдину, цілісну систему. Тому когнітивні структури в юнацькому віці мають складну будову й індивідуальну своєрідність. Описані зміни когнітивних структур служать передумовою виникнення здатності до інтроспекції, до рефлексії.

Сутність математики становлять абстракції та узагальнення, а її особливістю є спеціальна мова, знакова символіка. Математиці властива формалізація знань, в ній оперують формальними структурами зв'язків і відношень. Математика – наука дедуктивна, і провідним методом побудови її сучасних теорій є аксіоматичний метод.

При навчанні в школі роль аксіом значно зменшується. І хоча вважається, що в старшому шкільному віці учні старших класів можуть вільніше оперувати процесами індукції і дедукції, цілеспрямовано розгортати складну систему суджень, свідоміше аналізувати основи своїх умовиводів, аксіоматичне означення ймовірності для них надто абстрактне і може бути недоступним для розуміння в силу недостатньої бази знань і життєвого досвіду, неможливості експериментально перевірити ті чи інші твердження стосовно випадкових подій та їх ймовірностей.

Загальновизнано, математика є універсальним і могутнім методом пізнання. Вона виявляється добре пристосованою для кількісної обробки будь-якої наукової інформації, незалежно від її змісту. Більш того, у багатьох випадках математичний формалізм виявляється єдиною можливим способом виразити фізичні характеристики явищ і процесів, оскільки їх природні властивості і особливо відносини безпосередньо не спостережувані. Скажімо, яким чином у фізичних термінах описати тяжіння, ефекти електромагнетизму і т.п.? Їх можна представити тільки математично як певні числові співвідношення в законах, що фіксуються кількісними показниками. Сучасна наука в особі квантової механіки і трохи раніше теорія відносності лише додали абстрактність теоретичним об'єктам, цілком лишаю їх наочності. Тільки і залишається апелювати до математики. Заявив же одного разу Л. Ландау, що сучасному фізику зовсім не обов'язково знати фізику, йому досить знати математику.

Математична освіта не повинна обмежуватись тільки сучасним і строгим викладом математичної теорії, а і формувати уявлення про зв'язок її з практикою, про її необмежені можливості у пізнанні оточуючого нас світу. Побудова та дослідження математичних моделей у процесі вивчення природничо-математичних предметів сприятиме не тільки свідомому засвоєнню математичних знань, а і розумінню місця математики у системі наук та її ролі у пізнанні оточуючої дійсності. Разом з тим, старшокласники матимуть можливість познайомитися з одним із ефективних наукових методів сучасної математики — методом математичного моделювання та оволодіти цим методом.

Навчати математичного моделювання необхідно під час вивчення кожного природничо-математичного предмета, а не лише вивчаючи окрему дисципліну за рахунок введення елективного курсу «Математичне моделювання», розробку якого ми пропонуємо в наступному пункті.

На нашу думку, найбільш ефективною є така послідовність етапів у системі навчання математичного моделювання:

1. Вступні лекції з математичного моделювання, на яких мотивується необхідність оволодіння методом математичного моделювання, вводяться поняття «модель», «математична модель», «моделювання», «математичне моделювання», дається спрощена евристична схема діяльності математичного моделювання, наводяться приклади розв'язування задач за даною схемою.

2. Лекції, практичні, семінарські та лабораторні заняття (з кожної конкретної природничої дисципліни) з елементами математичного моделювання, тобто розглядається застосування матеріалу, що вивчається, до розв'язання конкретних практичних проблем через математичне моделювання, або ж показується виконання практичних проблем через математичне моделювання на конкретних математичних моделях.

3. Написання проектів та манівських робіт по суміжним предметам з елементами математичного моделювання.

4. Спецкурси з математичного моделювання для учнів старших класів, ввідні лекції для ознайомлення 8-ми та 9-ти класників з методом математичного моделювання, відкриті семінарські заняття і таке інше.

Розглянемо детальніше ті теоретичні аспекти математичного моделювання, на які слід обов'язково звернути увагу, об забезпечити виконання вказаної послідовності етапів.

Вступні заняття (лекції) з математичного моделювання необхідно розпочати з 8 класу, хоча вивчення самого моделювання в класах з поглибленим вивченням математики розпочинається з 9 класу. Однак, на нашу думку, провести 2 заняття на додаткових уроках в позашкільний час буде досить, щоб ознайомити учнів з основними поняттями та пояснити послідовність евристичної схеми математичного моделювання. Орієнтовний план проведення даних занять такий:

Зміст лекції № 1 «Математичне моделювання як метод наукового дослідження навколишнього світу»:

1. Реальні процеси та їх відображення математикою.
2. Математичні моделі, основні види математичних моделей.
3. Математичне моделювання, як науковий метод. Евристична схема діяльності математичного моделювання.

Зміст лекції № 2 «Методи математичного моделювання»:

1. Метод використання фундаментальних законів фізики, біології, розвитку суспільства.
2. Метод варіації — знаходження оптимального розвитку.
3. Метод універсальності.
4. Метод аналогій.

Зміст даних занять має бути цікавим учням, а також доступним, а саме, розглядати приклади моделей з якими учні вже знайомі (рівняння, системи рівнянь, геометричні фігури, таблиці, діаграми і т.д.)

Зі вступних лекцій розпочинається оволодіння учнями методом математичного моделювання. Наступним кроком є лекції та практичні заняття (з кожної конкретної природничої дисципліни) з елементами математичного моделювання, дані заняття необхідно погоджувати з вчителями предметниками та проводити інтегровані уроки з тої чи іншої теми пов'язаної з математичним моделюванням. Це дасть змогу виконати наступні завдання:

- Наступність і послідовність у навчання математичного моделювання
- Органічне поєднання основного предмета з необхідністю його практичного застосування через математичне моделювання
- Доступність математичних моделей
- Прикладну спрямованість навчання математичного моделювання в системі будь-якої дисципліни.

Таке навчання можна назвати проблемним, тому що перед учнями ставиться певна проблема прикладного характеру, яка згодом спільними

зусиллями розв'язується за допомогою методу математичного моделювання. Такі заняття стимулюють учнів до розширення теоретичних знань з певного предмету, а також формують правильне уявлення про закономірності навколишнього світу, ілюструють суть процесу пізнання, що значно підвищує інтерес до вивчення математики.

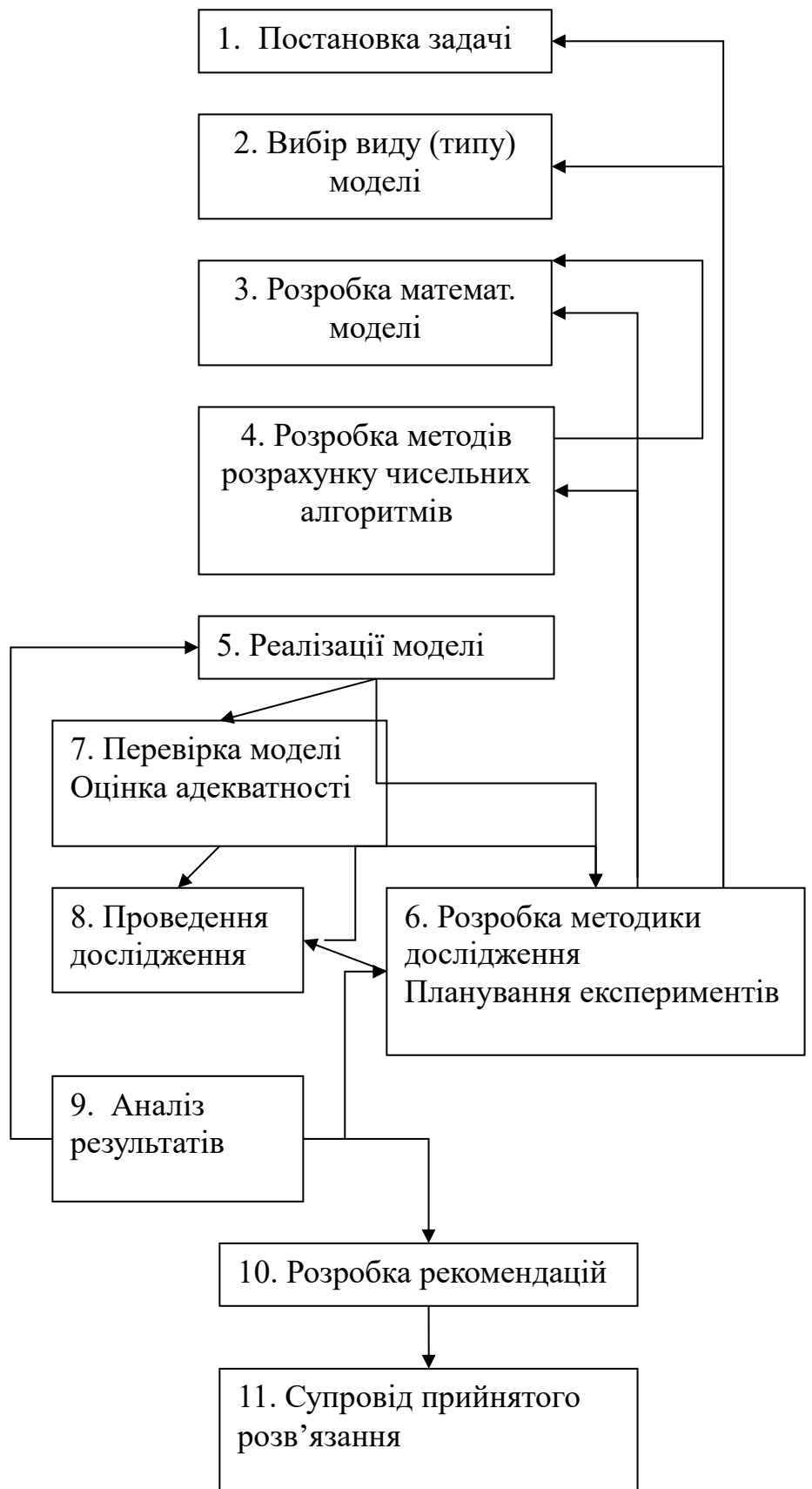
При написанні творчих робіт учні досліджують деяку проблему методами математичного моделювання, така самостійна творча робота найкраще сприяє закріпленню знань і вмінь набутих на різних предметах.

Спецкурси з математичного моделювання завершують роботу з навчання учнів. Вони мають на меті закріпити та розширити знання, навички та вміння старшокласників з математичного моделювання, дають можливість осмислити всі вивчені ними розділи не тільки математики, а й природничих дисциплін, за рахунок їх практичного застосування.

Особливістю таких спецкурсів є те, що різні форми організації навчальної діяльності повинні вдало поєднуватися.

Контроль знань та вмінь учнів з математичного моделювання недоцільний, так як вміння математичного моделювання вторинні від власне математичних вмінь і включають їх, тому доцільно організовувати тематичні тести з математичного моделювання.

Навчання, як правило, повинне починатися з розгляду реальних ситуацій і задач, котрі виникають в них, з пошуку засобів для їх математичного опису, побудову відповідних математичних моделей. Потім об'єктом вивчення стають вже самі моделі, їх дослідження, що приводить до розширення теоретичних знань учнів. Після того, як відповідна теорія побудована, її апарат застосовується до розв'язування початкової задачі, а також інших завдань з інших областей, що приводять до моделей цього самого ж класу.



Необхідно формувати такі навички та вміння:

- Цілеспрямоване складання та аналіз математичних моделей реальних задач та розвиток відповідної інтуїції на доступному для учнів рівні;
- Відбір даних, потрібних для розв’язання задачі, прикидка їх необхідної точності;
- Вибір завчасне не заданого методу дослідження;
- Складання задач, які вимагають для свого розв’язання знань із різних розділів курсу;
- Доведення розв’язку задачі до практично прийнятного результату;
- Застосування довідників та таблиць;
- Прикидки, оцінки порядків величин;
- Дії з різними величинами;
- Методи контролю правильності розв’язання.

Уникаючи одноманітності та шаблону в процесі складання задач, доцільно застосовувати різноманітні формулювання умов, у тому числі й такі, в яких суттєво виділена описова частина, формулювання-оповідання, задачі-розрахунки та ін..

Слід мати на увазі, що задачі з практичним змістом не можуть складати самостійної дидактичної системи задач, які забезпечать необхідне закріплення всього теоретичного матеріалу, що вивчається на уроках математики.

Широко відомі серйозні труднощі, які мають учні в процесі розв’язання прикладних задач.

Перша складність полягає в математизації запропонованого тексту, тобто у складанні математичної моделі, яка може являти собою рівняння, нерівність або їх систему, діаграму, графік, таблицю, функцію тощо.

Для того, щоб перевести зміст задачі на математичну мову, учням необхідно ретельно вивчити і правильно тлумачити її, формалізувати питання задачі, виразивши шукані величини через відомі та введені змінні.

Друга складність — складання рівнянь та нерівностей бажано найбільш раціональним способом.

У випадку, коли теорія застосовується до розв’язування прикладної задачі, будується модель цієї задачі в поняттях даної теорії. Також з

моделлю ми можемо зустрітися, коли дана теорія застосовується в інших. Тоді будується модель першої в об'єктах другої.

У процесі вивчення математики учні, як правило, мають справу вже з готовими математичними моделями. У цьому плані курс фізики вигідно відрізняється тим, що етап побудови математичної моделі розглянутого явища детально обговорюється, і математична модель народжується спільними зусиллями вчителя й учня. До того ж моделі на уроках фізики є досить різноплановими. Навіть у процесі вивчення одного й того самого явища використовується цілий набір моделей. У курсі математики (за діючими підручниками) подібних прикладів, нажаль, надто мало. Дослідження отриманого розв'язку часто зводиться до підстановки його в модель або перевірки існування змісту знайденого розв'язку. Перший варіант є внутрішньо модельною перевіркою, другий — виконується побічно, без достатньої уваги. А в першому — є суттєві недоліки.

Побудувавши математичну модель, учні не проводять дослідження її результативності в плані отримання відповіді, яка узгоджувалася б із практикою. Дуже часто залишають без уваги перетворення, що зводять модель до вигляду, який є найбільш зручним для практичного використання. Нераціональність подачі вибраної моделі впливає на наступні етапи розв'язання та дослідження розв'язків.

Математичне моделювання як засіб пізнання та дослідження застосовують вже з першого класу під час вивчення предметів природничого циклу, праці, творчості. З переходом учнів до основної школи настає час ознайомити їх з математичним моделюванням як прийомом діяльності в процесі дослідження реальних об'єктів і процесів та під час розв'язування задач прикладного характеру, а зміст курсу математики 10 та 11 класів дає змогу навчити учнів такому прийому діяльності.

Метою перших уроків є прищепити учням навички математичного моделювання, навчити правильно виконувати всі його етапи, показати його застосування для розв'язування прикладних задач.

У процесі складання математичної моделі, як і під час створення інших моделей, ми відволікаємось від несуттєвих для конкретної задачі властивостей об'єктів, від другорядних умов, що не впливають на розв'язок задачі. Коли задачу переведено на мову математики, то маємо справу не з «машинами», «ділянками землі» тощо, а з числами,

геометричними фігурами, формулами, рівняннями, тобто з математичними об'єктами.

Учням у школі найчастіше доводиться розв'язувати задачі з абстрактним змістом, до яких вони не завжди проявляють інтерес. А від цього зменшується їхня активність. Часто у школярів виникає думка, що прикладні задачі потрібні в житті, а всі інші — ні. Щоб в учнів не виникали такі помилкові уявлення, бажано переконувати їх, що майже кожна абстрактна задача може бути математичною моделлю деякої прикладної задачі.

Доцільно розкривати практичне значення матеріалу, який вивчають, наближати зміст текстової традиційної задачі до життєвих проблем, пропонувати учням складати і розв'язувати задачі розповіді, складати задачі за матеріалами екскурсій, спостережень або бесід про певну технічну деталь чи на основі ознайомлення з історичною довідкою, практикувати задачі з теоретичним навантаженням суміжних дисциплін, пояснювання знаходження числових виразів, розглядати адекватні прикладні задачі з різними сюжетами, які мають однакову математичну модель, наповнювати абстрактні задачі практичним змістом.

Вимоги до системи задач. Основним засобом навчання старшокласників математичного моделювання є задачі. Вдало підібрана система задач забезпечить формування навичок та вмінь математичного моделювання на досить високому рівні. Ця система задач носить інтегрований характер, вона складається з підсистем задач, створених у рамках кожної природничої дисципліни. Вказані підсистеми задач мають спільні риси:

1. Всі вони містять прикладні задачі. Прикладні задачі — це задачі, які поставлені зовні математики і розв'язуються математичними методами і засобами. Прикладні задачі, як і будь-які інші задачі, у процесі навчання виконують різні дидактичні цілі, основними з яких є навчаюча (формування системи математичних знань, навичок і вмінь на різних етапах засвоєння); виховна (формування наукового світогляду, пізнавального інтересу і самостійності, навичок навчальної праці, моральних якостей особистості); розвиваюча (розвиток логічного мислення, оволодіння загальними та специфічними розумовими діями та ефективними прийомами розумової діяльності). Розв'язання будь-якої задачі прикладного характеру зводиться до побудови та дослідження відповідної математичної моделі.

2. Розв'язування задач здійснюється за спрощеною та розширеною евристичними схемами діяльності математичного моделювання.

3. За своїми дидактичними цілями задачі поділяються на тренувальні (для вироблення стійких навичок і вмінь) і розвиваючі (для розвитку, зокрема, і творчого мислення). Тренувальні задачі — задачі досить простого змісту, такі, о текст задачі містить підказку у виборі математичної моделі. Саме тренувальні задачі повинні бути першими, що забезпечать поетапне оволодіння евристичною схемою діяльності математичного моделювання.

У процесі навчання математичного моделювання заслуговують на увагу творчі завдання на складання розвиваючих текстових задач з різним змістом за даною математичною моделлю, які свідчитимуть про те, що математичні методи дослідження носять універсальний характер і застосовуються для вивчення різних за своєю природою процесів.

Формування вмінь математичного моделювання через систему прикладних задач реалізується в межах кожної з навчальних дисциплін, що буде сприяти міжпредметному узагальненню набутих знань і вмінь.

Рекомендована література

1. Богоявленський Д.Н., Менчинская Н. А. Психология усвоения знаний в школе. – М.: Узд-во АПН РСФСР, 1959. – 347 с.
2. Бондар В.І. Дидактика. – К., Либідь, 2005. – 264 с.
3. Буковська О. І., Васильєва Д. В. Логіка. 5 клас: Навчальний посібник. – Харків: ФОП Співак В.Л., 2011. – 144с.
4. Буковська О. І., Васильєва Д. В. Логіка. 6 клас: Навчальний посібник. – Харків: ФОП Співак В.Л., 2011. – 144с.
5. Буковська О. І., Васильєва Д. В. Логіка. 7 клас: Навчальний посібник. – Харків: ФОП Співак В.Л., 2012. – 144с.
6. Буковська О.І., Васильєва Д.В. Гурток з математики у 7 класі. Математичне моделювання. // Математика в рідній школі. – 2014. - № 6. – С. 39 – 47.
7. Бурда М.І. Компетентнісна орієнтація змісту шкільних підручників з математики // Проблеми сучасного підручника : зб. наук. праць / [ред. кол.; наук. ред. – О. М. Топузов]. – К. : Педагогічна думка, 2014. – Вип. 14. – 866 с. – С. 78 – 85.
8. Бурда М.І. Про нову програму з математики для 5-9 класів загальноосвітніх навчальних закладів//Математика в сучасній школі. – №10. – 2012. – с.2-4
9. Васильєва Д. В. Мультимедіа на уроках математики: 5 – 6 класи /Дарина Васильєва. – К.: Редакція газет природничо-математичного циклу, 2013. – 128 с.
- 10.Вашуленко О.П. Активізація пізнавальної діяльності учнів на уроках геометрії за допомогою електронної наочності // Комп'ютер у школі та сім'ї. – 2012. – № 1. – С. 44 – 46.
- 11.Вашуленко О.П. Методика формування геометричних понять в учнів основної школи з використанням електронних засобів навчання // Математика в сучасній школі. – 2012. – № 2. – С. 31 – 34.
- 12.Вашуленко О.П. Навчання семикласників основних геометричних побудов з використанням електронної наочності // Математика в сучасній школі. – 2012. – № 1. – С. 14 – 19
- 13.Ващенко Л.С. Про оцінювання рівня сформованості предметної компетентності учнів основної школи - застосування знань та умінь з біології у практичній

діяльності/ Л.С.Ващенко // Хімія і біологія у школі.- 2013. - №3.-С.12-17

- 14.Волошена В.В. Формування в учнів основної школи вмінь математичного моделювання як складової математичної компетентності // Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання в підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми: наукове видання. — Вінниця: ВДПУ, 2014. – Вип. 37. — С.122-125.
- 15.Геометрія: електронний засіб навчального призначення для 7 класу загальноосвітніх шкіл / Автори предметного наповнення: М.І. Бурда, О.П.Вашуленко – К.: ІПТ. 2007. – 107МБ.
- 16.Геометрія: електронний засіб навчального призначення для 8 класу загальноосвітніх шкіл / Автори предметного наповнення: М.І. Бурда, О.П.Вашуленко – К.: ІПТ. 2008. – 107МБ.
- 17.Глобін О.І. Компетентісний потенціал шкільної математичної освіти // Матеріали всеукраїнської науково-практичної конференції «Компетентісно спрямована освіта: перший досвід, порівняльні підходи, перспективи», Київ, 28 квітня 2011р. – К.: Вид-во Київського університету імені Бориса Грінченка, 2011. – с.28-33.
- 18.Глобін О.І. Компетентісний підхід у навчанні та стандарт шкільної математичної освіти [Текст] / О.І.Глобін // Математика в школі. – 2011. - №11-12. – с. 3-7.
- 19.Глобін О.І. Модель системи оцінювання результатів навчання в умовах реалізації компетентісного підходу. [Текст] / О.І. Глобін // Компетентісні засади змісту освіти в 11-річній школі: матеріали Всеукраїнської науково-практичної конференції, 28 – 29 березня 2013 року / Ред. кол.: Федоренко О. А., Єрмаков І. Г. (наук. ред.), Ратушна А. М. – К. : Оберіг, 2013. – 608 с. – С. 75-79.
- 20.Глобін О.І. Оцінювання навчальних досягнень учнів в умовах реалізації компетентісного підходу // Вісник Черкаського університету : вип. 153 : серія “Педагогічні науки” – Черкаси, 2012. – С. 24-31.
- 21.Глобін О.І. Сучасна система оцінювання навчальних результатів учнів загальноосвітньої школи. [Текст] / О.І. Глобін // Актуальні питання природничо-математичної освіти: зб. наук. праць. – Суми: вид-во СумДПУ, 2013. –

Вип.2. – С.174-180.

- 22.Глобін О.І. Цілепокладання як засіб управління навчальною діяльністю учнів на уроці математики // Актуальні питання природничо-математичної освіти: зб. наук. праць. – Суми: вид-во СумДПУ, 2014. – Вип.3. – С.103-109.
- 23.Головань М. С. Компетенція та компетентність: порівняльний аналіз понять / М. С. Головань // Педагогічні науки: теорія, історія, інноваційні технології. Науковий журнал. – Суми: СумДПУ ім. А. С.Макаренка, 2011. – № 8(18). – с.224-234.
- 24.Голуб Г.Б., Коган Е.Я., Прудникова В.А. Парадигма актуального образования/ Г.Б.Голуб, Є.Я.Коган, В.А.Прудникава// Вопросы образования –2007.- № 2.
- 25.Голуб Г.Б., Коган Е.Я., Фишман И.С. Оценка уровня сформированности ключевых профессиональных компетенностей выпускником УНПО: подходы и процедуры/ Г.Б.Голуб, Є.Я.Коган, І.С.Фишман// Вопросы образования –2008.- № 2.
- 26.Груденов Я.И. Совершенствование методики работы учителя математики: Кн. для учителя. – М.: Просвещение, 1990. – 224 с.
- 27.Гусев В.А. Психолого-педагогические основы обучения математике. – М.: ООО «Издательство «Вербум-М», ООО «Издательский центр «Академия», 2003 – 432 с.
- 28.Давыдов В.В. Проблемы развивающего обучения. – М.: Педагогика, 1986. – 240. – с.16-22.
- 29.Державний стандарт базової і повної середньої освіти. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://zakon2.rada.gov.ua/laws/show/1392-2011-п>
- 30.Зіненко І. М. Визначення структури математичної компетентності учнів старшого шкільного віку / І. М. Зіненко // Педагогічні науки: теорія, історія, інноваційні технології, 2009. – № 2. – с. 165-174.
- 31.Кабанова-Меллер Е.Н. Формирование приёмов умственной деятельности и умственное развитие учащихся. – М.: Просвещение, 1968. – 288 с.
- 32.Каплунович И.Я., Петухова Т.А. Пять подструктур математического мышления: как их выявить и использовать в преподавании / И.Я. Каплунович, Т.А. Петухова // Математика в школе. – 1998. – № 5. – С. 45 – 48.

- 33.Ковалева Г.С. Изучение естественнонаучной грамотности в рамках международной программы PISA/ Г.С.Ковалева. - Естествознание в школе.- 2004.- №2.
- 34.Ковалева Г.С.Международное исследование PISA – 2006 / Г.С.Ковалева. - Народное образование.- 2008.- №7.- С.173-180.
- 35.Костюк Г.С. Навчально-виховний процес і психічний розвиток особистості. – К.: Радянська школа, 1989. – 608 с.
- 36.Крутецкий В.А. Психология математических способностей школьников. – М.: Просвещение, 1968. – 431 с.
- 37.Кудрявцев Л.Д. Мысли о современной математике и ее изучении / Л.Д. Кудрявцев. - М.: Наука, 1977. - 65 с.
- 38.Леонтьев А.Н. Проблемы развития психики. – 4-е изд. – М.: Изд-во МГУ, 1981. – 584 с.
- 39.Локшина О.І. Зміст шкільної освіти в країнах Європейського Союзу: теорія і практика (друга половина ХХ – початок ХХІ ст.): Монографія/ О.І. Локшина. К., 2009 – 403 с.
- 40.Манин Ю.И. Математика как метафора.М.- МЦНМО, 2010.- 424 с.
- 41.Математика: Навчальна програма для учнів 5-9 класів загальноосвітніх навчальних закладів // Математика в сучасній школі. – 2012.– №10. – С.3-7.
- 42.Матеріали міжнародного дослідження TIMSS 2011. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://monitoring.koippo.kr.ua/index.php?option=com_content&view=article&id=23:timss-2011&catid=3:2012-01-23-20-15-04&Itemid=4
- 43.Матеріали сайту Центру науково-освітніх інновацій та моніторингу. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.monitoring.in.ua/>
- 44.Мацько Н. Д. Реалізація змістової складової компетентнісного навчання математики [Текст] / Н. Д. Мацько // Компетентнісні засади змісту освіти в 11-річній школі: матеріали Всеукраїнської науково-практичної конференції, 28 – 29 березня 2013 року / Ред. кол.: Федоренко О. А., Єрмаков І. Г. (наук. ред.), Ратушна А. М. – К. : Оберіг 2013 – 608 с. – С. 408 – 412.

45. Менчинская Н.А. Проблемы учения и умственного развития школьника. – М.: Педагогика, 1989. – 220 с.
46. Моніторинг якості освіти: світові досягнення та українські перспективи / За заг. ред. О.І. Локшиної – К.: К.І.С., 2004. – 128с.
47. Національна стратегія розвитку освіти в Україні на 2012–2021 роки. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.mon.gov.ua/images/files/news/12/05/4455.pdf>
48. Нежнов П.Г., Карданова У.Ю., Ельконин Б.Д. Оценка результатов школьного образования: структурный подход / П.Г. Нежнов, У.Ю. Карданова, Б.Д. Ельконин // Вопросы образования – 2011. – № 1.
49. Онищук В.А. Урок в современной школе: Пособие для учителей. – М.: Просвещение, 1981. – 191 с.
50. Основные результаты международного исследования образовательных достижений учащихся PISA – 2006 / [Баранова В.Ю., Ковалева Г.С., Кошеленко Н.Г., Красновский Э.А. и др.]. – М.: Центр оценки качества образования ИСМО РАО, 2007. – 99 с.
51. Підготовка до зовнішнього незалежного оцінювання 2012р. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://testportal.gov.ua/index.php/text/zno/>
52. Проект Концепції профільного навчання в старшій школі. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://prof.moippo.org.ua/index.php/normativni-dokumenti/kontseptsiji-polozhennya-nakazi-listi-monms-ukrajini/43-onovlenyi-proekt-kontseptsii-profilnoho-navchannia-v-starshii-shkoli>
53. Раков С. А. Математична освіта: компетентнісний підхід з використанням ІКТ : монографія / Раков С. А. – Х. : Факт, 2005. – 360 с.
54. Савченко О.Я. Уміння вчитися як ключова компетентність загальної середньої освіти / О.Я. Савченко // Компетентнісний підхід у сучасній освіті: світовий досвід та українські перспективи. Бібліотека з освітньої політики / За заг. ред. О. Овчарук. – К.: “К.І.С.”, 2004. – 111 с.
55. Тарасенкова Н.А. Використання знаково-символьних засобів у навчанні математики, Черкаси. Відлуння плюс, 2002. – 399 с.

- 56.Хинчин А.Я. Педагогические статьи.М.:Из-во АПН СССР,1963,204 с
- 57.Хмара Т.М. (у співавторстві) До питання дидактичних функцій електронного підручника // [Текст]/Т.М.Хмара, Задорожня Т.М. // Проблеми сучасного підручника: зб. наук. Праць / [ред.. кол.; наук. ред. - О.М.Топузов]. - К.: Педагогічна думка, 2014.- Вип.14. – С.802-809.
- 58.Хмара Т.М. Математична мова. Квантори існування та загальності. // Математика в рідній школі. - №11.- 2014-С.11-14.
- 59.Хмара Т.М. Навчання учнів математичної мови.К.:»Рад. шк.»,1987,95 с.
- 60.Хмара Т.М. Прикладне спрямування результатів навчання в компетентнісній моделі Державного стандарту в освітній галузі «Математика». [Текст] / Т.М. Хмара, Т.І. Війчук // Актуальні питання природничо-математичної освіти: зб. наук. праць. – Суми: вид-во СумДПУ, 2013. – Вип.2. – С.167-174.
- 61.Хмара Т.М. Розвиток математичної мови учнів основної школи в «навколопонятійному просторі». [Текст] / Т.М.Хмара // Математика в сучасній школі. – №11. – 2013. – С.2-5.
- 62.Хмара Т.М., Кравчук О.П. Якісні задачі в змісті шкільних підручників як засіб реалізації міжпредметних зв'язків [Текст] Хмара Т.М., О.П.Кравчук // Проблеми сучасного підручника: зб. наук. праць / [ред..кол.;наук.ред.-О.М.Топузов].- К.:Педагогічна думка,2014.-Вип.14.-С.321-329.
- 63.Шеварев П.А. Обобщенные ассоциации в учебной работе школьника. – М.: АПН РСФСР, 1959. – 302 с.
- 64.Шеншев Л.В.Общие моменты мышления в процессе усвоения математики и иностранного языка.- Вопр. Психологии,1960, №4.
- 65.Шишов С.Е. Школа: мониторинг качества образования / С.Е. Шишов. – М.Педагогическое общество России.– 2000.
- 66.Эрдниев П.М. О научных основах построения системы упражнений // Советская педагогика. – 1962. - № 7. – С. 27 – 38.
- 67.Эрдниев П.М., Эрдниев Б.П. Укрупнение дидактических единиц в обучении математике: Книга для учителя. – М.: Просвещение, 1986. – 255 с.

68. Ягенська Г.В. Формування дослідницьких умінь учнів 7-9 класів на уроках і у позакласній роботі з біології. Методичний посібник/ Г.В. Ягенська.- Луцьк, 2011.- 105 с.