

О. М. Титаренко

5770

**ЗАДАЧ З МАТЕМАТИКИ
З ВІДПОВІДЯМИ**

**СТАРШОКЛАСНИКУ
ТА АБІТУРІЄНТУ**

МАТЕМАТИКА



**ІСПИТУ
АТЕСТАЦІЇ
УРОКУ**

Рекомендовано
Міністерством освіти
і науки України

100%
все!

ПП «ТОРСІНГ ПЛЮС»
ХАРКІВ
2007

ББК 22.1 я7
Т45

Рекомендовано Міністерством
освіти і науки України як навчальний посібник для
абітурієнтів, слухачів підготовчих відділень та студентів
вищих педагогічних навчальних закладів
(Лист № 14/18.2-783 від 15.04.2004)

Рецензенти:

*кандидат фізико-математичних наук, доцент
Харківського національного аерокосмічного
університету (ХАІ) О. В. Головченко*

*вчитель математики вищої категорії, вчитель-методист,
директор середньої загальноосвітньої школи
№32 м. Харкова В. М. Северин*

Титаренко О. М.

Т 45 5770 задач з математики з відповідями. 2-ге вид., випр. —
Харків: ТОРСІНГ ПЛЮС, 2007. — 336 с.
ISBN 966-404-393-1.

Пропонований систематизований задачник охоплює найбільш важливі розділи шкільного курсу математики, включаючи геометрію.

Книга містить близько 6000 задач і вправ, розмішених у порядку зростання ступеня складності, що дає можливість повторити курс шкільної математики і ґрунтовно підготуватися до вступу до обраного ВНЗ.

Для учнів та абітурієнтів.

ББК 22.1 я7

ISBN 966-404-393-1
ISBN 978-966-404-393-5

© Титаренко О. М., 2004
© ФОП Шапіро М. В., макет, 2007

ЗМІСТ

ВІД АВТОРА	6
РОЗДІЛ 1 АРИФМЕТИКА	7
§1 Цілі числа Дії над цілими числами	7
§2 Найбільший спільний дільник (НСД), найменше спільне кратне (НСК)	11
§3 Звичайні дроби Дії зі звичайними дробами	12
§4 Десяткові дроби	17
§5 Приклади на всі дії зі звичайними і десятковими дробами	19
§6 Періодичні дроби	20
§7 Пропорції Похідні пропорції	21
§8 Відсотки Основні задачі на відсотки Складні відсотки	23
РОЗДІЛ 2 МОДУЛЬ (АБСОЛЮТНА ВЕЛИЧИНА) ДІЙСНОГО ЧИСЛА ЦІЛА І ДРОБОВА ЧАСТИНА ЧИСЛА	28
§9 Застосування визначення модуля на практиці	28
§10 Задачі на цілу і дробову частину числа	30
РОЗДІЛ 3 ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТЕОРІЇ МНОЖИН КРУГИ ЕЙЛЕРА	31
§11 Запис множини Підмножина Операції над множинами	31
§12 Текстові задачі, що розв'язуються з використанням кругів Ейлера	34
РОЗДІЛ 4 ДІЇ З АЛГЕБРАЇЧНИМИ ВИРАЗАМИ	36
§13 Область визначення алгебраїчного виразу	36
§14 Степень дійсного числа з цілим показником	36
§15 Додавання, віднімання, множення одночленів і многочленів	38
§16 Ділення многочленів з остачею	39
§17 Формули скороченого множення	40
§18 Трикутник Паскаля	40
§19 Виділення повного квадрата двочлена з квадратного тричлена	41
§20 Розкладання квадратного тричлена на лінійні множники	41
§21 Розкладання многочленів і алгебраїчного виразу на множники	42
§22 Перетворення дробових виразів	44
§23 Перетворення ірраціональних виразів	54
РОЗДІЛ 5 ФУНКЦІЇ, ЇХ ВЛАСТИВОСТІ І ГРАФІКИ	65
§24 Область визначення і множина значень	65
§25 Парні і непарні функції	67
§26 Періодичні функції	69

§27	Обернені функції	70
§28	Задачі на побудову графіків функції	71
РОЗДІЛ 6 АЛГЕБРАІЧНІ РІВНЯННЯ І СИСТЕМИ РІВНЯНЬ		78
§29	Лінійні рівняння і рівняння, що приводяться до них	78
§30	Квадратні рівняння і рівняння, що приводяться до них Теорема Вієта	79
§31	Алгебраїчні рівняння вищих степенів	82
§32	Рівняння, що розв'язуються методом заміни змінної	84
§33	Рівняння з модулем	86
§34	Ірраціональні рівняння	87
§35	Системи рівнянь	92
§36	Рівняння і системи рівнянь з параметрами	97
§37	Задачі на відновлення многочленів	99
РОЗДІЛ 7 АЛГЕБРАІЧНІ НЕРІВНОСТІ		101
§38	Лінійні нерівності і нерівності, що приводяться до лінійних	101
§39	Нерівності другого степеня	101
§40	Раціональні нерівності, що розв'язуються методом інтервалів	102
§41	Узагальнення метод інтервалів	103
§42	Метод заміни змінної	104
§43	Системи нерівностей Сукупність нерівностей Нерівності з модулем	104
§44	Ірраціональні нерівності	106
§45	Задачі на доведення нерівностей	108
§46	Нерівності з параметрами	115
РОЗДІЛ 8 ПРОГРЕСИ		117
§47	Арифметична прогресія	117
§48	Геометрична прогресія	119
§49	Нескінченно спадна геометрична прогресія	120
§50	Комбіновані задачі на арифметичну і геометричну прогресії Задачі підвищеної трудності	121
РОЗДІЛ 9 ТРИГОНОМЕТРІЯ		126
§51	Кути і їх виміри	126
§52	Обчислення і спрощення тригонометричних виразів	127
§53	Тригонометричні тотожності	133
§54	Обернені тригонометричні функції Тригонометричні функції від обернених тригонометричних функцій	139
§55	Тригонометричні рівняння	140
§56	Системи тригонометричних рівнянь	150
§57	Тригонометричні нерівності	151

§58. Тригонометричні рівняння і нерівності з параметрами	154
РОЗДІЛ 10. ПОКАЗНИКОВА І ЛОГАРИФМІЧНА	
ФУНКЦІЇ	156
§59. Показникова функція і її властивості	156
§60. Логарифми. Логарифмічна функція і її властивості	156
РОЗДІЛ 11. ПОКАЗНИКОВІ І ЛОГАРИФМІЧНІ	
РІВНЯННЯ, СИСТЕМИ РІВНЯНЬ, НЕРІВНОСТІ	159
§61. Показникові рівняння	159
§62. Логарифмічні рівняння	162
§63. Системи показникових і логарифмічних рівнянь	166
§64. Показникові і логарифмічні нерівності	167
§65. Показникові і логарифмічні рівняння, системи рівнянь, нерівності з параметрами	174
РОЗДІЛ 12. ЕЛЕМЕНТИ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО	
ЧИСЛЕННЯ	176
§66. Диференціювання функцій	176
§67. Геометричний зміст похідної	179
§68. Дослідження функцій і побудова графіків	182
§69. Екстремальні геометричні задачі	186
РОЗДІЛ 13. МЕТОД МАТЕМАТИЧНОЇ ІНДУКЦІЇ	
§70. Застосування методу математичної індукції при обчисленні сум, добутків, доведенні тотожностей	195
§71. Доведення нерівностей	197
§72. Різні задачі, що розв'язуються методом математичної індукції	199
РОЗДІЛ 14. ЕЛЕМЕНТИ ВЕКТОРНОЇ АЛГЕБРИ	
§63. Задачі з векторної алгебри	201
РОЗДІЛ 15. ГЕОМЕТРІЯ	
§74. Задачі з планіметрії	207
§75. Задачі з стереометрії	225
ВІДПОВІДІ	251

ВІД АВТОРА

Книга написана на основі досвіду викладання автора в центрі довузівської освіти Харківського національного університету радіоелектроніки. Пропонований систематизований задачник охоплює найбільш важливі розділи шкільного курсу математики, включаючи геометрію. Він містить близько 6000 задач і вправ, розташованих, в основному, з наростаючим ступенем складності. Зірочкою (*) відзначені більш складні задачі. До всіх вправ обчислювального характеру подано відповіді, причому використовуються різні форми запису, що, на думку автора, виправдано з методичної точки зору.

Особлива увага в задачнику приділяється перетворенню алгебраїчних виразів, елементарним функціям і графікам, рівнянням і нерівностям, тригонометрії, векторній алгебрі, тому що ці розділи шкільної математики є найбільш важливими для успішного вивчення курсу вищої математики у ВНЗ, технікумі або коледжі.

Відмінна риса посібника полягає в тому, що в ньому представлений широкий набір задач — від найпростіших, розв'язуваних усно, до підвищеної трудності. Це дозволить читачеві ліквідувати прогалини, повторити курс шкільної математики і ґрунтовно підготуватися до вступу в обраний ним навчальний заклад.

Задачник призначений для учнів середніх шкіл, гімназій, ліцеїв, коледжів, технікумів, слухачів підготовчих курсів, студентів педагогічних вузів, іноземних громадян, що навчаються на підготовчих факультетах. Безсумнівно, задачник допоможе абітурієнтам. Викладачі математики, репетитори знайдуть у книзі матеріал, що зможуть використовувати у своїй роботі, зокрема для організації індивідуальної роботи з учнями.

Автор звертає увагу читачів на те, що пропонований збірник задач буде корисний як дуже слабким, так і сильним учням, які добре знають математику, але бажають знати її ще краще. Використовуючи збірник, учні зможуть самостійно або за допомогою батьків (наприклад, під час канікул) повторити матеріал з математики, починаючи з н'ятого класу, розв'язуючи запропоновані в збірнику задачі і вправи.

Наявність у збірнику великої кількості прикладів і задач різного рівня складності з відповідями (без розв'язань) дозволяє використовувати ці задачі при проведенні вступних іспитів з математики у ВНЗ, коледжі або технікумі.

Розділ 1. АРИФМЕТИКА

§1. Цілі числа. Дії над цілими числами

Виконати зазначені дії (1–9):

1. 1) $12345 + 67892$; 2) $573249 + 742765$;
3) $916985 + 317582$; 4) $473982 + 99148 + 5736$.
2. 1) $9800 - 3899$; 2) $87643 - 71389$;
3) $78936 - 9578$; 4) $62453 - 867$.
3. 1) $376857 \cdot 9$; 2) $653 \cdot 597$;
3) $321495 \cdot 10$; 4) $7653 \cdot 1000$.
4. 1) $601047 : 3$; 2) $512073 : 9$;
3) $129800 : 100$; 4) $8681481297 : 879$.
5. 1) $2348 - 329 + 1219 - 834$; 2) $48 \cdot 45 : 36 \cdot 43$;
3) $1206 : 3 - 201 \cdot 2 + 329$; 4) $725 + 837 : 9 - 72 \cdot 9$.
6. 1) $20 + 5 \cdot 4$; 2) $(20 + 5) \cdot 4$; 3) $20 : 5 \cdot 4$; 4) $20 : (5 \cdot 4)$.
7. 1) $(13 + 7) \cdot (2 + 8)$; 2) $13 + 7 \cdot (2 + 8)$;
3) $13 + 7 \cdot 2 + 8$; 4) $(13 + 7) \cdot 2 + 8$.
8. 1) $(14 + 16) : 3 + 2$; 2) $(14 + 16) : (3 + 2)$;
3) $(14 + 16) : 3 \cdot 2$; 4) $(14 + 16) : (3 \cdot 2)$.
9. 1) $(72 - 36) : 12 : 3$; 2) $(72 - 36) : (12 : 3)$;
3) $72 - 36 : 12 : 3$; 4) $72 - 36 : (12 : 3)$.
10. Обчислити найбільш зручним способом, використовуючи закони арифметичних дій:
1) $12839 + 36 + 64$; 2) $1839 + 98 - 39$; 3) $2891 - 63 - 37$;
4) $2 \cdot 879 \cdot 50$; 5) $27 \cdot 92 + 73 \cdot 92$; 6) $182 \cdot 13 - 82 \cdot 13$.

Виконати зазначені дії (11–20):

11. 1) $78 + 23 \cdot 81 - 69$; 2) $78 + 23 \cdot (81 - 69)$;
3) $(78 + 23) \cdot 81 - 69$; 4) $(78 + 23) \cdot (81 - 69)$.
12. 1) $1200 + 420 : 20 - 15$; 2) $1200 + 420 : (20 - 15)$;
3) $(1200 + 420) : 20 - 15$; 4) $(1200 + 420) : (20 - 15)$.
13. 1) $510 : 17 + 24 \cdot 38 - 80$; 2) $510 : 17 + 24 \cdot (38 - 80 : 4)$;
3) $(510 : 17 + 24) \cdot 38 - 80 : 4$; 4) $(510 : 17 + 24) \cdot (38 - 80 : 4)$.
14. $32087 - 87 \cdot (67 + 62524 : 308)$.
15. $467915 + 137865 : (31353 - 48 \cdot 609)$.
16. $((451 - 17 \cdot 3) \cdot 3 - 200) : 500 + 46 \cdot 60$.

17. $506384 + 3 \cdot (53007 - 52275 : 615)$.
18. $343 \cdot (324378 : 54 - 4862) + 777$.
19. $510173 - 39 \cdot (8892 : 39 + 10)$.
20. $2640 + 6 \cdot (4888 : (3006 \cdot 702 - 2110024) - 16)$.

Розв'язати текстові задачі (21–30):

21. 1) У цистерні було 182 т бензину, у неї додали 113 т. Скільки тонн бензину стало в цистерні?
 2) У перший день зібрали 328 т картоплі, що на 15 т менше, ніж у другий день. Скільки тонн картоплі зібрали в другий день?
 3) На одному складі було 839 деталей, на іншому — 1729. Скільки разом деталей на двох складах?
22. 1) Довжина кита 33 м, а довжина акули 15 м. На скільки метрів кит довший за акулу?
 2) Шофер вранці залив у бак 110 л бензину. На кінець дня залишилося 19 л. Скільки літрів бензину витрачено за день?
 3) Площа України 603700 кв. км, а площа Італії на 302800 кв. км менше. Яка площа Італії?
23. 1) Ціна однієї кулькової авторучки 18 коп. Скільки грошей потрібно заплатити за 4 авторучки?
 2) Онуці 6 років, а бабусі — у 12 разів більше. Скільки років бабусі?
 3) Скільки ударів за годину робить серце дорослої людини, якщо за хвилину воно робить 70 ударів?
 4) Мотоцикліст їде зі швидкістю 79 км/год. Яку відстань він проїде за 7 годин?
 5) Продуктивність праці токаря — 42 деталі за годину. Скільки деталей виготовить токарь за восьмигодинний робочий день?
 6) У саду посаджено 12 рядів фруктових дерев по 26 дерев у кожному ряду. Скільки всього дерев посаджено в саду?
 7) Довжина дачної ділянки прямокутної форми 43 м, ширина 32 м. Яка площа дачної ділянки?
 8) Довжина сторони квадрата дорівнює 132 м. Знайти периметр квадрата.
24. 1) За 12 кг цукру заплатили 34 грн 20 коп. Яка ціна 1 кг цукру?
 2) Кілограм борошна коштує 1 грн 80 коп. Скільки кілограмів борошна можна купити за 27 грн?
 3) За 25 днів завод виготовив 2200 деталей, причому щодня однакове число деталей. Скільки деталей виготовляли на заводі щодня?

- 4) Потяг пройшов 1105 км за 17 годин. Яка його швидкість?
- 5) Швидкість літака 850 км/год. За який час він подолає відстань 3400 км?
- 6) Якщо їхати з міста А в місто В потягом, потрібно витратити дві доби і 8 годин, а літаком можна долетіти за 4 години. У скільки разів менше часу витратить мандрівник, якщо полетить літаком?

- 25.** 1) Один робітник виготовляє 25 деталей за годину, а інший — на 3 деталі більше. Скільки всього деталей виготовлять робітники за 8 годин, працюючи разом?
- 2) Автомобіль проїхав 180 км зі швидкістю 45 км/год і 280 км зі швидкістю 56 км/год. Скільки годин автомобіль був у дорозі?
 - 3) Лижник пройшов за 3 години 45 км. Скільки часу йому буде потрібно, щоб з тією ж швидкістю пройти 60 км?
 - 4) Собака погнався за лисицею, коли відстань між ними була 90 м. Через скільки хвилин собака наздожене лисицю, якщо лисиця пробігає за хвилину 320 м, а собака — 350 м?
 - 5) З пунктів А і В одночасно назустріч один одному виїхали два велосипедисти. Один їхав зі швидкістю 13 км/год, а інший — зі швидкістю 18 км/год. Через 2 години велосипедисти зустрілися. Знайти відстань між пунктами А і В.
 - 6) Відстань між пунктами А і В дорівнює 24 км. З пункту А в пункт В вирушив пішохід зі швидкістю 4 км/год. Через 2 години тим самим маршрутом вирушив другий пішохід, який досяг пункту В одночасно з першим пішоходом. Знайти швидкість другого пішохода.
 - 7) Мотоцикліст проїхав відстань від одного міста до другого за 4 години, рухаючись зі швидкістю 55 км/год. Скільки часу буде потрібно мотоциклісту на зворотний шлях, але вже іншою дорогою, якщо вона довше на 30 км, а його швидкість буде менше колишньої на 5 км/год?
 - 8) З одного пункту одночасно виїхали два велосипедисти в протилежних напрямках. Один їхав зі швидкістю 13 км/год, а інший — зі швидкістю 17 км/год. Знайти відстань між велосипедистами через 3 години.
 - 9) Знайти три числа, сума яких дорівнює 300, якщо друге число в 2 рази більше першого, а третє — у 3 рази більше першого.
 - 10) Знайти три числа, сума яких дорівнює 1100, якщо друге число в 2 рази більше першого, а третє — у 4 рази більше другого.

- 26.** Від однієї і тією ж платформи в протилежних напрямках відправилися два електропоїзди. Швидкість одного з них 70 км/год, а іншого 80 км/год. Через скільки годин відстань між ними буде 600 км?
- 27.** Якщо кожному зі своїх друзів Сергій дасть 4 персика, то в нього залишиться 2 персика; якщо він стане давати по 5 персиків, то не вистачить одного персика. Скільки друзів у Сергія і скільки персиків у нього було?
- 28*.** Використовуючи тільки арифметичні дії, подати перші десять чисел натурального ряду, використовуючи тільки одну цифру 2, застосовуючи її в точності п'ять разів.
- 29*.** Використовуючи тільки арифметичні дії і дужки, подати перші десять чисел натурального ряду, використовуючи тільки одну цифру 3, застосовуючи її в точності чотири рази.
- 30*.** Використовуючи тільки арифметичні дії, подати число 100 п'ятьма однаковими цифрами.
- 31.** Виконати додавання (віднімання) цілих чисел:
 1) $5 - 29$; 2) $-29 + 16$; 3) $5 - (-16)$; 4) $-8 + (-13)$;
 5) $-7 - 21$; 6) $-6 - (-15)$; 7) $17 + (-18)$; 8) $-19 - (-5)$;
 9) $26 + (-44) + (-14) + (-4) + 6$;
 10) $35 + (-13) + 31 + (-49) + (-4)$.
- 32.** Виконати множення (ділення) цілих чисел:
 1) $6 \cdot (-4)$; 2) $(-8) \cdot 7$; 3) $(-8) \cdot (-10)$; 4) $0 \cdot (-6)$;
 5) $0 : (-3)$; 6) $(-36) : (-12)$; 7) $(-18) : 2$; 8) $28 : (-4)$.
- 33.** Обчислити найбільш зручним способом, використовуючи закони арифметичних дій:
 1) $80 - 116 - 64$; 2) $50 - 211 - 139$; 3) $100 - 353 - 247$.

Виконати зазначені дії (34–40):

- 34.** 1) $28 - 4 \cdot (25 - 33) - 100$; 2) $28 - 4 \cdot (25 - 33 - 100)$;
 3) $(28 - 4) \cdot (25 - 33) - 100$; 4) $(28 - 4) \cdot (25 - 33 - 100)$.
- 35.** 1) $30 - 120 : 30 - 36$; 2) $30 - 120 : (30 - 36)$;
 3) $(30 - 120) : 30 - 36$; 4) $(30 - 120) : (30 - 36)$.
- 36.** 1) $570 : 19 - 36 \cdot 25 - 60 : 2$; 2) $570 : 19 - 36 \cdot (25 - 60 : 2)$;
 3) $(570 : 19 - 36) \cdot 25 - 60 : 2$; 4) $(570 : 19 - 36) \cdot (25 - 60 : 2)$.
- 37.** $39780 - (4912 + 709 \cdot 52) - 250$.
- 38.** $(10101 - 419) : 94 - (10101 + 817) : 53$.
- 39.** $11005 + 64 \cdot 84 : 28 - 6539 : 13 - 79348$.
- 40.** $(37 - 255) \cdot 102 - 375 \cdot 12 + (3075 : 15) \cdot 42$.

§2. Найбільший спільний дільник (НСД), найменше спільне кратне (НСК)

Розкласти на прості множники числа (41–50):

41. 6. **42.** 18. **43.** 36. **44.** 49. **45.** 1001.
46. 1024. **47.** 2250. **48.** 2904. **49.** 9555. **50.** 16473.

Знайти НСД і НСК зазначених двох чисел (51–60):

51. 2; 4. **52.** 4; 6. **53.** 9; 12. **54.** 15; 21.
55. 17; 36. **56.** 28; 42. **57.** 45; 60. **58.** 144; 168.
59. 60; 240. **60.** 98; 100.

Знайти НСД і НСК зазначених трьох чисел (61–70):

61. 4; 6; 8. **62.** 15; 18; 21. **63.** 16; 24; 28.
64. 10; 21; 23. **65.** 8; 15; 19. **66.** 56; 70; 126.
67. 54; 90; 162. **68.** 26; 51; 78. **69.** 216; 336; 612.
70. 675; 4725; 7425.

Знайти НСД і НСК зазначених чотирьох чисел (71–80):

71. 2; 8; 9; 70. **72.** 4; 16; 32; 64. **73.** 15; 16; 36; 100.
74. 40; 60; 100; 150. **75.** 25; 45; 135; 245. **76.** 6; 38; 76; 180.
77. 8; 28; 140; 420. **78.** 54; 81; 135; 189.
79. 96; 1056; 1872; 3744. **80.** 90; 135; 1485; 1800.

Розв'язати задачі (81–84):

- 81.** Яке найменше число метрів матеріалу повинне бути в рулоні, щоб його можна було продати без остачі по 2 м, по 6 м, по 10 м?
- 82.** У велосипеді ведуча шестірня має 44 зубця, а ведена — 20 зубців. Знайти найменше число оборотів, що зробить ведуча шестірня, щоб шестерні зайняли первісне положення. Скільки оборотів зробить за цей час ведена шестірня?
- 83.** Усі присутні на святі хлопці одержали однакові гостинці. В усіх гостинцях разом було 106 яблук і 159 груш. Скільки хлопців було на святі? Скільки яблук і скільки груш було в кожному гостинці?
- 84.** На змаганнях з настільного тенісу брали участь рівні по складу команди, всього 123 хлопчиків і 82 дівчинки. В усіх командах була однакова кількість хлопців і дівчат. Скільки команд брало участь у змаганнях? Скільки хлопчиків і скільки дівчаток було в кожній команді?

§3. Звичайні дроби. Дії зі звичайними дробами

85. Записати неправильними дробами числа:

- 1) $2\frac{1}{2}$; 2) $3\frac{1}{3}$; 3) $1\frac{5}{8}$; 4) $7\frac{5}{11}$; 5) $11\frac{2}{3}$;
6) $21\frac{1}{3}$; 7) $70\frac{3}{4}$; 8) $91\frac{2}{3}$; 9) $407\frac{2}{5}$; 10) $501\frac{7}{15}$.

86. Записати змішаними числами дроби:

- 1) $\frac{3}{2}$; 2) $\frac{4}{3}$; 3) $\frac{5}{2}$; 4) $\frac{7}{5}$; 5) $\frac{12}{7}$;
6) $\frac{15}{11}$; 7) $\frac{49}{13}$; 8) $\frac{86}{17}$; 9) $\frac{206}{3}$; 10) $\frac{1204}{55}$.

Скоротити дроби (87–89):

- 87.** 1) $\frac{4}{6}$; 2) $\frac{15}{20}$; 3) $\frac{100}{250}$; 4) $\frac{45}{900}$; 5) $\frac{33}{88}$;
6) $\frac{75}{90}$; 7) $\frac{150}{120}$; 8) $\frac{140}{210}$; 9) $\frac{330}{495}$; 10) $\frac{1250}{1625}$.

- 88.** 1) $\frac{15 \cdot 5}{30 \cdot 10}$; 2) $\frac{12 \cdot 6}{18 \cdot 4}$; 3) $\frac{15 \cdot 9}{18 \cdot 20}$; 4) $\frac{6 \cdot 7 \cdot 8}{7 \cdot 8 \cdot 9}$;
5) $\frac{4 \cdot 9 \cdot 121}{2 \cdot 3 \cdot 11}$; 6) $\frac{3 \cdot 9 \cdot 17}{6 \cdot 15 \cdot 51}$; 7) $\frac{15 \cdot 13 \cdot 6}{6 \cdot 9 \cdot 5 \cdot 26}$; 8) $\frac{19 \cdot 4 \cdot 7}{8 \cdot 57 \cdot 21}$;
9) $\frac{29 \cdot 8 \cdot 3 \cdot 13}{26 \cdot 4 \cdot 20 \cdot 29}$; 10) $\frac{49 \cdot 77 \cdot 56 \cdot 100}{33 \cdot 70 \cdot 42 \cdot 280}$; 11) $\frac{37 \cdot 147 \cdot 63 \cdot 25}{111 \cdot 49 \cdot 100 \cdot 3}$;
12) $\frac{128 \cdot 44 \cdot 49 \cdot 60}{66 \cdot 84 \cdot 32 \cdot 112}$; 13) $\frac{69 \cdot 171 \cdot 130 \cdot 108}{162 \cdot 78 \cdot 92 \cdot 114}$.

- 89.** 1) $\frac{41 + 7 \cdot 41}{41}$; 2) $\frac{12 \cdot 5 + 12 \cdot 2}{12 \cdot 14}$; 3) $\frac{9 \cdot 4 + 5 \cdot 9}{3 \cdot 27}$;
4) $\frac{8 \cdot 9 - 8 \cdot 7}{16 \cdot 20}$; 5) $\frac{34 \cdot 8 - 34 \cdot 3}{68}$; 6) $\frac{76 \cdot 3 + 76 \cdot 7}{19 + 19 \cdot 4}$;
7) $\frac{197 \cdot 8 - 197 \cdot 2}{197 \cdot 7 - 197 \cdot 4}$; 8) $\frac{1999 \cdot 16 + 1999 \cdot 2 - 1999 \cdot 9}{1999 \cdot 13 - 1999 \cdot 4}$.

Додати дроби (90–93):

- 90.** 1) $\frac{5}{7} + \frac{1}{7}$; 2) $\frac{12}{19} + \frac{7}{19}$; 3) $\frac{1}{3} + \frac{4}{3}$; 4) $\frac{5}{4} + \frac{9}{4}$.
91. 1) $1 + \frac{1}{3}$; 2) $4 + \frac{2}{5}$; 3) $5 + 1\frac{1}{3}$; 4) $8 + 8\frac{1}{6}$.

92. 1) $\frac{1}{3} + \frac{1}{2}$; 2) $\frac{1}{4} + \frac{1}{6}$; 3) $\frac{1}{12} + \frac{19}{18}$; 4) $\frac{33}{32} + \frac{49}{48}$.

93. 1) $5\frac{1}{3} + 3\frac{1}{3}$; 2) $2\frac{1}{4} + 7\frac{3}{4}$; 3) $3\frac{5}{7} + 2\frac{3}{7}$; 4) $2\frac{3}{7} + 5\frac{3}{7}$;
5) $3\frac{7}{8} + 2\frac{7}{8}$; 6) $2\frac{1}{6} + 3\frac{1}{9}$; 7) $3\frac{3}{8} + 2\frac{5}{12}$; 8) $4\frac{8}{9} + 5\frac{4}{15}$.

Виконати віднімання дробів (94–96):

94. 1) $2 - \frac{3}{5}$; 2) $5 - \frac{3}{7}$; 3) $\frac{13}{8} - 1$; 4) $\frac{37}{12} - 3$;
5) $\frac{7}{8} - \frac{1}{8}$; 6) $\frac{19}{20} - \frac{9}{20}$; 7) $7\frac{2}{7} - \frac{5}{7}$; 8) $1\frac{1}{4} - \frac{7}{8}$.

95. 1) $\frac{11}{28} - \frac{5}{14}$; 2) $\frac{35}{36} - \frac{5}{8}$; 3) $\frac{49}{100} - \frac{17}{50}$; 4) $\frac{3}{5} - \frac{1}{7}$;
5) $5\frac{5}{6} - 3\frac{1}{6}$; 6) $10\frac{1}{3} - 8\frac{2}{3}$; 7) $2\frac{17}{24} - 1\frac{5}{36}$; 8) $16\frac{1}{12} - 15\frac{1}{4}$;
9) $7\frac{3}{4} - 1\frac{5}{6}$; 10) $8\frac{3}{10} - 6\frac{11}{15}$; 11) $4\frac{1}{75} - 3\frac{11}{150}$.

96. 1) $\frac{1}{18} - \frac{1}{12}$; 2) $\frac{11}{30} - \frac{9}{20}$; 3) $\frac{3}{8} - 5\frac{1}{8}$; 4) $\frac{1}{4} - 2\frac{1}{6}$;
5) $4\frac{3}{4} - 6\frac{1}{4}$; 6) $5\frac{2}{9} - 7\frac{6}{7}$; 7) $1\frac{31}{36} - 3\frac{7}{24}$; 8) $2\frac{5}{121} - 3\frac{7}{99}$.

Виконати множення дробів (97–98):

97. 1) $\frac{5}{6} \cdot \frac{12}{25}$; 2) $\frac{35}{48} \cdot \frac{16}{25}$; 3) $\frac{12}{19} \cdot \frac{9}{4}$; 4) $\frac{36}{91} \cdot \frac{13}{24}$;
5) $\frac{7}{60} \cdot \frac{55}{63}$; 6) $\frac{2}{9} \cdot 0$; 7) $\frac{3}{7} \cdot 14$; 8) $18 \cdot \frac{2}{3}$;
9) $2\frac{1}{6} \cdot 9$; 10) $2\frac{4}{5} \cdot 15$; 11) $4\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{13}$; 12) $1\frac{1}{4} \cdot 2\frac{4}{5}$;
13) $3\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{7}$; 14) $2\frac{1}{3} \cdot 1\frac{3}{15}$; 15) $3\frac{6}{31} \cdot 2\frac{5}{13}$.

98. 1) $\frac{5}{27} \cdot (-18)$; 2) $(-24) \cdot \frac{11}{40}$; 3) $\left(-2\frac{1}{2}\right) \cdot 4$; 4) $(-9) \cdot 3\frac{2}{9}$;
5) $\frac{3}{34} \cdot \left(-\frac{17}{60}\right)$; 6) $\left(-\frac{2}{9}\right) \cdot \frac{27}{6}$; 7) $\left(-4\frac{1}{3}\right) \cdot \frac{6}{13}$; 8) $\frac{9}{22} \cdot \left(-1\frac{5}{6}\right)$;
9) $2\frac{1}{5} \cdot \left(-1\frac{1}{11}\right)$; 10) $2\frac{29}{31} \cdot \left(-4\frac{10}{13}\right)$.

Виконати ділення дробів (99–100):

- 99.** 1) $1 : \frac{1}{5}$; 2) $2 : \frac{1}{3}$; 3) $1 : 2\frac{1}{4}$; 4) $0 : \frac{6}{7}$;
5) $27 : 1\frac{4}{5}$; 6) $\frac{7}{3} : 14$; 7) $\frac{7}{8} : 2$; 8) $\frac{3}{8} : \frac{5}{7}$;
9) $\frac{4}{5} : \frac{4}{9}$; 10) $\frac{3}{5} : \frac{6}{25}$; 11) $\frac{17}{31} : \frac{493}{899}$; 12) $\frac{15}{22} : \frac{15}{33}$;
13) $\frac{4}{15} : 3\frac{1}{15}$; 14) $4\frac{1}{2} : 1\frac{1}{2}$; 15) $1\frac{2}{7} : 1\frac{5}{7}$; 16) $10\frac{1}{3} : 2\frac{2}{3}$;
17) $9\frac{3}{8} : 1\frac{9}{16}$; 18) $3\frac{5}{13} : 2\frac{10}{39}$.

- 100.** 1) $1 : \left(-\frac{1}{3}\right)$; 2) $0 : \left(-\frac{1}{2}\right)$; 3) $\left(-\frac{1}{2}\right) : \frac{1}{4}$; 4) $\frac{1}{9} : \left(-\frac{1}{99}\right)$;
5) $\left(-\frac{5}{6}\right) : \left(-\frac{10}{3}\right)$; 6) $\left(-\frac{11}{23}\right) : \frac{11}{46}$; 7) $\frac{2}{3} : \left(-\frac{5}{12}\right)$;
8) $\left(-1\frac{1}{2}\right) : 1\frac{1}{5}$; 9) $\left(-12\frac{2}{5}\right) : 3\frac{1}{10}$; 10) $\left(-1\frac{2}{19}\right) : \left(-2\frac{4}{19}\right)$.

101. Виразити в метрах:

- 1) 2 см; 2) 7 см; 3) 10 см; 4) 50 см; 5) 105 см.

102. Виразити в годинах:

- 1) 5 хв; 2) 15 хв; 3) 20 хв; 4) 90 хв; 5) 3 год 10 хв.

103. Виразити в хвиликах:

- 1) 2 с; 2) 6 с; 3) 30 с; 4) 45 с; 5) 120 с; 6) 210 с.

104. Виразити в гривнях:

- 1) 1 к; 2) 2 к; 3) 5 к; 4) 50 к; 5) 1 грн 20 к; 6) 7 грн 40 к.

105. Обчислити, скільки метрів у:

- 1) $\frac{1}{2}$ км; 2) $\frac{1}{4}$ км; 3) $\frac{2}{5}$ км; 4) $\frac{7}{8}$ км; 5) $1\frac{3}{4}$ км

106. Обчислити, скільки грамів у:

- 1) $\frac{1}{5}$ кг; 2) $\frac{3}{4}$ кг; 3) $\frac{3}{8}$ кг; 4) $1\frac{2}{5}$ кг; 5) $2\frac{1}{10}$ кг

107. Обчислити, скільки сантиметрів складають:

- 1) $\frac{1}{5}$ м; 2) $\frac{1}{4}$ м; 3) $\frac{5}{8}$ м; 4) $1\frac{1}{2}$ м; 5) $\frac{7}{5}$ м.

108. Обчислити, скільки годин складають:

- 1) $\frac{3}{8}$ доби; 2) $\frac{5}{12}$ доби; 3) $1\frac{1}{8}$ доби; 4) $2\frac{1}{3}$ доби.

Розв'язати задачі на дроби (109–120):

- 109.** Садівник посадив 60 дерев, три чверті з них складають яблуні. Скільки яблунь посадив садівник?
- 110.** Турист у перший день пройшов $\frac{3}{5}$ усього шляху. Скільки кілометрів пройде турист, якщо в перший день він пройшов 15 км?
- 111.** Велосипедист проїхав $\frac{4}{9}$ усього шляху. Скільки км шляху йому залишилося проїхати, якщо він проїхав 20 км?
- 112.** Кожне з двох однакових яблук розрізали на 4 рівні частини. Яку частину яблука одержить дитина, якщо їй дадуть 5 частин?
- 113.** Довжина всієї дороги 30 км, заасфальтовано $\frac{2}{5}$ дороги. Скільки км дороги залишилося заасфальтувати?
- 114.** Швидкість равлика $\frac{1}{12}$ метра за хвилину. Яку відстань проповзе равлик за $6\frac{1}{4}$ години.
- 115.** В одному пакеті $2\frac{1}{2}$ кг цукру, в іншому — на $\frac{1}{4}$ кг більше. Скільки кілограмів цукру в двох пакетах?
- 116.** В одному ящику $2\frac{2}{3}$ кг яблук, що на $2\frac{1}{5}$ кг менше, ніж в іншому ящику. Скільки кілограмів яблук у двох ящиках?
- 117.** 1 кг цукерок коштує $9\frac{3}{5}$ грн. Скільки коштує $1\frac{1}{4}$ кілограмів цукерок?
- 118.** До магазину завезли 900 кг борошна. У перший день продали $\frac{1}{5}$ всього борошна, у другий день — $\frac{2}{5}$ остачі. Скільки кілограмів борошна залишилося продати?
- 119.** Поле було засіяно за три дні. У перший день була засіяна $\frac{1}{6}$ частина всього поля, у другий день — $\frac{3}{8}$ усього поля. Яка частина всього поля була засіяна за третій день?
- 120.** Басейн наповнюється через першу трубу за 4 години, через другу — за 6 годин. Яку частину басейну залишиться наповнити після спільної роботи обох труб протягом двох годин?

Виконати зазначені дії (121–150):

$$121. \frac{5}{7} + \frac{45}{77} - \frac{3}{11}$$

$$122. \frac{2}{5} + \frac{3}{8} - \frac{3}{200}$$

$$123. 4\frac{1}{12} + 7\frac{7}{24} - 5\frac{17}{18}$$

$$124. \frac{7}{33} - \frac{3}{7} - \frac{3}{7} - \frac{2}{33} + \frac{6}{11}$$

$$125. 3\frac{2}{15} - 5\frac{1}{2} - \frac{7}{9} + 1\frac{7}{48} - 2\frac{2}{11} - \frac{2}{5} - 6\frac{5}{9}$$

$$\checkmark 126. \left(\frac{19}{42} - \frac{98}{57} \right) : \frac{7}{18}$$

$$127. \left(\frac{18}{85} : \frac{27}{68} \right) \cdot \frac{45}{28}$$

$$128. 3\frac{1}{3} + 1\frac{2}{3} - 3 - 4\frac{5}{6}$$

$$129. 2\frac{3}{5} - 1\frac{1}{2} - 4 - 4\frac{1}{15}$$

$$130. \left(9\frac{7}{12} - 8\frac{11}{12} \right) : \frac{2}{9}$$

$$131. \left(\frac{11}{12} - \frac{5}{8} - \frac{1}{6} \right) \left(4 - \frac{4}{9} \right)$$

$$132. 16\frac{1}{3} - 11\frac{3}{7} \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{15} \right)$$

$$133. \left(2\frac{1}{3} - 2\frac{5}{6} \right) : 1\frac{1}{6} + 5\frac{3}{14}$$

$$134. \left(3\frac{3}{4} - 2 - 9 \right) : \left(-\frac{7}{8} \right)$$

$$135. \left(\frac{5}{48} - 3\frac{1}{5} - \frac{1}{2} \right) : \left(-\frac{2}{45} \right) - 2$$

$$136. \left(5\frac{3}{8} + 18\frac{1}{2} - 7\frac{5}{24} \right) : 16\frac{2}{3}$$

$$137. \left(3\frac{1}{2} - 2\frac{2}{3} + 5\frac{5}{6} + 4\frac{3}{5} \right) \cdot 1\frac{2}{13}$$

$$138. \left(\left(\frac{3}{4} - \frac{7}{11} \right) : \frac{3}{5} - \frac{1}{22} : \frac{2}{31} \right) \cdot 22$$

$$139. \left(\frac{1}{4} : 4 + \frac{3}{16} \right) \left(20\frac{5}{8} : 5\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \right)$$

$$140. \left(9\frac{8}{9} - 8\frac{11}{12} \right) \cdot \frac{18}{115} + 6\frac{5}{6} : 13\frac{2}{3} + \frac{8}{23}$$

$$141. 7\frac{5}{7} : 3\frac{3}{5} - \left(\frac{53}{56} - \frac{29}{35} \right) : \frac{33}{40}$$

$$142. \left(12\frac{5}{12} + 1\frac{2}{3} - 3\frac{5}{6} + 2\frac{3}{4} \right) : \left(2\frac{1}{2} - \frac{2}{5} - 2 \right)$$

$$143. 2\frac{3}{5} : 6\frac{1}{15} + 1\frac{1}{14} - 1\frac{39}{73} \left(5\frac{5}{7} - 5\frac{1}{16} \right)$$

$$144. 66\frac{3}{5} : \left(5 + 3\frac{1}{5} : \left(\left(1 - \frac{3}{5} \right) : \frac{1}{2} \right) \right) - 7\frac{3}{20}$$

145. $\left(\frac{5}{7} \cdot 2\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{6} - 1\right) : \left(1 - \frac{7}{8} \cdot 1\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{14}\right) \cdot 9$.
146. $\left(\left(\frac{15}{28} - \frac{11}{36}\right) \cdot \frac{21}{29} + 6\frac{6}{7} : \frac{16}{21}\right) : 1\frac{5}{6}$.
147. $\left(\left(5\frac{5}{9} - \frac{7}{18}\right) : 35 + \left(\frac{40}{63} - \frac{8}{21}\right) : 20 + \left(\frac{83}{90} - \frac{41}{50}\right) : 2\right) \cdot 175$.
148. $\frac{28\frac{4}{5} : 13\frac{5}{7} + 6\frac{3}{5} : \frac{2}{3}}{3\frac{3}{11} : \frac{9}{11}}$.
149. $\frac{\left(1\frac{1}{2} + 2\frac{2}{3} + 3\frac{3}{4}\right) \cdot 5\frac{2}{5}}{14 - 15\frac{1}{8} : 2\frac{1}{5}}$.
150. $\frac{36\frac{2}{3} : 15 + 8\frac{2}{3} \cdot 7}{12\frac{1}{3} + 8\frac{6}{7} : 2\frac{4}{7}} + \frac{2\frac{3}{8} : \frac{3}{4} + 24 \cdot \frac{7}{9}}{7\frac{2}{3} - 157\frac{4}{5} : 24}$.

§4. Десяткові дроби

Записати у вигляді десяткових дробів (151–160):

151. $\frac{3}{10}$. 152. $\frac{17}{100}$. 153. $\frac{19}{1000}$. 154. $\frac{121}{1000}$.
155. $\frac{457}{100\,000}$. 156. $45\frac{83}{10000}$. 157. $\frac{2}{5}$. 158. $\frac{3}{4}$.
159. $\frac{5}{16}$. 160. $2003\frac{5}{8}$.

Записати у вигляді звичайних дробів (161–170):

161. 0,2. 162. 0,37. 163. 0,135. 164. 0,4593.
165. 1,8. 166. 1,24. 167. 15,03. 168. 1,125.
169. 5,004. 170. 2,03051.

171. Записати числа коротше:

1) 2,7000; 2) 3,800; 3) 0,50; 4) 3,010; 5) 30,030.

172. Розмістити десяткові дроби в порядку зростання: 0,303; 3,303; 0,0303; 0,333; 3,03.

173. Розмістити десяткові дроби в порядку спадання: 0,5005; 5,05; 0,0505; 0,505; 5,505.

- 174.** Викреслити в числі 20,002060 три нулі так, щоб вийшло:
1) якомога більше число; 2) якомога менше число.
- 175.** Написати всі цифри, які можна поставити замість букви a , щоб вийшла вірна нерівність:
1) $0,a2 > 0,12$; 2) $0,1a < 0,14$; 3) $5,001 < 5,0a1$.
- 176.** Додати десяткові дробі:
1) $2,1 + 5,2$; 2) $5,36 + 3,23$; 3) $1,18 + 2,82$;
4) $29,03 + 120,4$; 5) $0,65 + 0,812$; 6) $3,084 + 15,62$;
7) $5 + 1,58$; 8) $6,9 + 0,205 + 0,098 + 0,55999$.
9) $(-0,34) + 4,57$; 10) $3,63 + (-5,24)$; 11) $(-0,34) + (-2,69)$.
- 177.** Виконати віднімання десяткових дробів:
1) $6,7 - 2,1$; 2) $7 - 1,8$; 3) $17 - 6,254$; 4) $48,7 - 0,854$;
5) $15,1 - 15,099$; 6) $45,006 - 32,229$; 7) $1,39 - 5$;
8) $12,3 - 15,01$; 9) $5,0063 - 16,128$; 10) $11 - 32,75 - 14,397$.
- 178.** Розв'язати рівняння:
1) $x + 2,7 = 4,3$; 2) $2,3 + x = 3,1$;
3) $x - 0,29 = 3,31$; 4) $18,7 - x = 0,25$.
- 179.** Виразити в дециметрах:
1) 6 см; 2) 18 см; 3) 2 дм 20 см; 4) 3 дм 2 см; 5) 15 дм 25 см.
- 180.** Виразити в метрах:
1) 3 м 2 дм 3 см 1 мм; 2) 2 м 7 см 1 мм; 3) 5 м 3 мм;
4) 2 дм 3 см; 5) 7 дм 6 мм; 6) 7 см 5 мм.
- 181.** Виразити в кілометрах:
1) 2 км 125 м; 2) 13 м; 3) 7 дм; 4) 17 см;
5) 3002 м; 6) 1 км 6 м 25 см; 7) 4 м 4 дм 4 см.
- 182.** Виразити в кілограмах:
1) 1 кг 450 г; 2) 5 кг 70 г; 3) 2 кг 2 г.
- 183.** Виразити в гривнях:
1) 35 к; 2) 22 грн 6 к; 3) 130 грн 57 к.
- 184.** Виконати множення десяткових дробів:
1) $1,44 \cdot 10$; 2) $0,27 \cdot 10$; 3) $2,49 \cdot 100$; 4) $0,04 \cdot 10000$;
5) $15,2 \cdot 8,9$; 6) $8,02 \cdot 3,007$; 7) $0,72 \cdot 0,31$; 8) $57,48 \cdot 0,35$;
9) $2,9 \cdot 0,1$; 10) $0,9 \cdot 0,01$; 11) $101,09 \cdot 0,001$.
- 185.** Виконати ділення десяткових дробів:
1) $9,71 : 10$; 2) $8,3 : 10$; 3) $13,61 : 100$; 4) $473 : 10000$;
5) $28,71 : 3$; 6) $0,12 : 0,3$; 7) $9,6 : 12$; 8) $10,01 : 9,1$;
9) $0,35 : 0,07$; 10) $636 : 0,12$; 11) $9 : 0,032$.

Виконати зазначені дії (186–189):

- 186.** $13,6 + 7,4 - 10,25$. **187.** $14,2 - 10,8 - 3,4$.

188. $(0,63 + 0,12) : (0,63 - 0,38)$.

189. $(8 - 0,2) \cdot (7,2 - 5,7) + (5,4 - 3,65) \cdot (4,3 - 2,7)$.

Розв'язати задачі (190–198):

190. Швидкість потяга 84,5 км/год. Який шлях пройде потяг за 3,5 години?

191. Автомашина проїхала 3 години зі швидкістю 32,4 км/год і 5 годин зі швидкістю 56,8 км/год. Який шлях проїхала автомашина за весь цей час?

192. Купили 3 кг цукру за ціною 2,75 грн за кілограм і 2 кг риса за ціною 3,25 грн за кілограм. Яка ціна всієї покупки?

193. 1 кг цукерок коштує 12,25 грн. Яка ціна 2,8 кг цукерок?

194. Знайти площу прямокутника зі сторонами 2,5 см і 3,4 см.

195. У книзі 240 сторінок. Хлопчик прочитав 0,8 сторінок усієї книги. Скільки сторінок йому залишилися прочитати?

196. Брат і сестра зробили покупку на 90 грн. Брат заплатив 0,3 вартості покупки, а сестра — решту суми. Скільки грошей заплатила сестра за покупку?

197. Два пішоходи вийшли одночасно назустріч один одному і зустрілися через 3,5 години. Швидкість першого пішохода 4,1 км/год, а другого — 5,3 км/год. Яка відстань була між пішоходами на початку руху?

198. Швидкість катера в стоячій воді 16,2 км/год, а швидкість течії ріки — 1,5 км/год. Скільки кілометрів пройде катер за 2 год проти течії і за 3 год за течією ріки?

**§5. Приклади на всі дії
зі звичайними і десятковими дробами**

Виконати зазначені дії (199–210):

199. $\left(8\frac{5}{12} - 5\frac{19}{36}\right) \cdot 4,5 - 5\frac{2}{3} : 0,85$.

200. $0,0625 : \left(\frac{1}{8} + \frac{5}{16}\right) \cdot 2,8$. **201.** $7,2375 : 2,5 - \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{25} + 2,26\right)$.

202. $2\frac{1}{4} \cdot 1\frac{1}{9} + (3,25 + 5,5) \cdot \left(0,2 - \frac{1}{70}\right)$.

$$\begin{aligned}
203. & \left(\frac{2}{7,5-6} - \frac{1}{9,5-7} \right) : \frac{14}{15} \\
204. & \left(2\frac{11}{15} + 1,6 + 1\frac{7}{12} + \frac{1}{3} \right) : \left(3\frac{5}{14} - 2\frac{19}{30} \right) : 1\frac{3}{7} \\
205. & \frac{\left(2,5 - \frac{7,5}{5} \right) \cdot 0,5}{(2-1,8) : 0,4} + \frac{\left(6\frac{3}{5} - 3\frac{3}{14} \right) \cdot 5\frac{5}{6}}{(21-1,25) : 2,5} \\
206. & 1\frac{7}{20} : 2,7 + 2,7 : 1,35 + \left(0,4 : 2\frac{1}{2} \right) \left(4,2 - 1\frac{3}{40} \right) \\
207. & \left(\frac{0,012}{5} + \frac{0,04104}{5,4} \right) 4560 - 42\frac{1}{3} \\
208. & \frac{\left(2\frac{2}{3} - 1\frac{5}{6} \right) \cdot 0,6}{0,4} + \frac{\left(178\frac{3}{4} - 169\frac{5}{8} \right) \cdot 0,4}{0,8} \\
209. & \frac{(1,09 - 0,29) 1\frac{1}{4}}{\left(18,9 - 16\frac{13}{20} \right) \cdot \frac{8}{9}} + \frac{(11,81 + 8,19) \cdot 0,02}{9 : 11,25} \\
210. & \frac{21\frac{1}{4} - 19\frac{7}{8}}{0,012 : 0,048} + \frac{115\frac{3}{16} - 108\frac{1}{4}}{0,0004 : 0,008}
\end{aligned}$$

§6. Періодичні дроби

Зобразити звичайні дроби у вигляді десяткових періодичних дробів (211–215):

$$211. \frac{1}{3} \quad 212. \frac{1}{6} \quad 213. \frac{7}{11} \quad 214. \frac{12}{37} \quad 215. \frac{57}{225}$$

Зобразити періодичні дроби у вигляді звичайних (216–226):

$$\begin{aligned}
216. & 0,(1). \quad 217. 0,(5). \quad \textcircled{218.} 0,(8). \quad 219. 0,(15). \\
220. & 0,(36). \quad 221. 0,(54). \quad 222. 0,(123). \quad 223. 0,(142857). \\
224. & 0,10(01). \quad 225. 0,48(3). \quad \textcircled{226.} 0,2(35).
\end{aligned}$$

Порівняти числа (227–229):

$$227. 0,(2) \text{ і } \frac{2}{9}. \quad 228. 0,11(12) \text{ і } 0,11\overline{12}. \quad 229. 0,(32) \text{ і } 0,32\overline{1}.$$

Обчислити (230–235):

230. $(4,(6) + 5,5) \cdot 5$.

231. $(4 - 1,(3) \cdot 2) \cdot 0,2$.

232. $(2,(6) + 1,8(3)) : 1,5$.

233. $(3,1(6) - 2,4(6)) : 1,4$

234.
$$\frac{3\frac{1}{8} + 2,08(3) - 0,(3)}{7,3 - 0,4 \cdot 8,5}$$

235.
$$\frac{12 \text{ } 08 - 1,8}{2,08(3) + 2,0(6) - 0,25}$$

§7. Пропорції. Похідні пропорції

Знайти x із пропорції (236–245):

236. $x : 9 = 2 : 3$.

237. $10 : x = 5 : 2$.

238. $36 : (x - 3) = 54 : 3$

239. $2 : 3 = (5x - 7) : 12$.

240. $3 : 7 = 15 : (2 - 3x)$.

241. $x : 2,08 = 5 : 8$.

242. $x : 1\frac{3}{7} = 1\frac{1}{5} : 1\frac{1}{3}$.

243. $0,45 : (x + 0,8) = 6 : 20$.

244. $1,25 : 1,4 = 0,75 : x$.

245. $2\frac{1}{2} : 0,4 = (4 - x) : 1\frac{3}{5}$.

246. *Концентрацією розчину* називається відношення кількості розчиненої речовини до кількості розчину. Нерідко концентрацію виражають у відсотках.

1) У 2 л води розчинено 40 г солі. Знайти концентрацію розчину.

2) Концентрація розчину солі дорівнює $1/20$. Скільки солі міститься в 4 л розчину?

247. У 800 г розчину міститься 50 г солі. Скільки солі міститься: 1) в 1 г розчину; 2) у 240 г розчину?

248. Господарка варить вишневе варення, причому на 3 склянки вишні кладе 2 склянки цукрового піску. Скільки цукрового піску потрібно покласти на 12 склянок вишні?

249. За 6 годин годинник відстав на 5 секунд. На скільки відстане годинник: 1) за 9 годин; 2) за добу; 3) за тиждень?

250. У скільки разів кілометр довше міліметра?

251. Скільки метрів у мільйоні міліметрів?

252. Скільки діб складає 72 мільйона хвилин?

253. Скільки років складає 1 095 000 годин? (Передбачається, що в році 365 діб.)

- 254.** Скільки квадратних міліметрів міститься в квадратному метрі?
- 255.** Швидкість потяга 24 м/сек. Знайти його швидкість у кілометрах за годину.
- 256.** Швидкість звуку в повітрі 330 м/сек. Знайти його швидкість у кілометрах за годину.
- 257.** Швидкість літака 900 км/год. Знайти його швидкість у метрах за секунду.
- 258.** Швидкість равлика $\frac{1}{12}$ метра за хвилину. Знайти його швидкість у кілометрах за годину.
- 259.** Відстань між Москвою і Санкт-Петербургом у 650 км зображено на карті відрізком 6,5 см. Знайти чисельний масштаб карти.
- 260.** Відстань між Києвом і Харковом у 420 км зображено на карті відрізком 14 см. Знайти чисельний масштаб карти.
- 261.** На карті, масштаб якої 1:600000, відстань між Харковом й Ізюмом дорівнює 18 см. Знайти цю відстань на місцевості.
- 262.** Чисельний масштаб топографічної карти 1:50000. Чому дорівнює відстань на місцевості, якщо на карті вона складає:
1) 1 см; 2) 5 см; 3) 2,5 см; 4) 6 см?
- 263.** Чисельний масштаб топографічної карти 1:6000000. Чому дорівнює відстань на місцевості, якщо на карті вона складає:
1) 0,5 см; 2) 1 см; 3) 5 см; 4) 8 см?
- 264.** Довжина хвилиної стрілки годинника дорівнює 2 см, довжина годинної стрілки 1,5 см. У скільки разів швидкість кінця хвилиної стрілки більше швидкості кінця годинної стрілки?
- 265.** Швидкість пароплава відноситься до швидкості течії ріки як 36:5. Пароплав рухався за течією 5 год 10 хв. Скільки часу буде потрібно йому, щоб повернутися назад?
- 266.** Довести теореми на похідні пропорції:

1) якщо $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, то $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$;

2) якщо $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, то $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$;

3) якщо $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, то $\frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$;

- 4) якщо $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, то $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$;
 5) якщо $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, то $\frac{a+c}{b+d} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$;
 6) якщо $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, то $\frac{na+mb}{pa+rb} = \frac{nc+md}{pc+rd}$;
 7) якщо $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, то $\frac{a^n+b^n}{c^n+d^n} = \frac{a^n}{c^n} = \frac{b^n}{d^n}$, $n \in \mathbb{Z}$.

267. Довести, що якщо $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{a}$, то $a = b = c$.

268*. Довести теорему:

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3} = \dots = \frac{a_{n-1}}{b_{n-1}} = \frac{a_n}{b_n} = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1} + a_n}{b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_{n-1} + b_n}$$

§8. Відсотки. Основні задачі на відсотки. Складні відсотки

269. Виразити у відсотках:

- 1) 0,02; 2) 0,05; 3) 0,27; 4) 0,68; 5) 0,5; 6) 0,8;
 7) 0,004; 8) 0,007; 9) 2; 10) 5; 11) 1,2; 12) 4,5.

270. Виразити у вигляді десяткових дробів:

- 1) 7%; 2) 9%; 3) 33%; 4) 240%; 5) 5,7%; 6) 0,03%.

271. Виразити у відсотках звичайні дробі і числа:

- 1) $\frac{1}{2}$; 2) $\frac{3}{4}$; 3) $\frac{7}{1000}$; 4) $1\frac{3}{5}$; 5) $2\frac{7}{50}$.

Знайти відсотки від заданих чисел (272–281):

272. 10% від 40.

273. 2% від 50.

274. 18% від 70.

275. 25% від 120.

276. 30% від 320.

277. 40% від 70.

278. 60% від 350.

279. $(1/7)\%$ від 840.

280. $(3/4)\%$ від 400.

281. 7,5% від 48.

282. Знайти число, якщо:

- 1) 24% його дорівнюють 96; 2) 210% його дорівнюють 63;
 3) 12,5% його дорівнюють 7,5; 4) 0,3% його дорівнюють 0,21.

283. Знайти, скільки відсотків складає:

- 1) 3 від 6; 2) 12 від 18; 3) 100 від 50; 4) 1,6 від 2,5;

5) 14,7 від 19,6; 6) $1\frac{5}{8}$ від $\frac{13}{15}$; 7) $\frac{3}{5}$ від 1,5.

Знайти невідоме x (284–293):

284. $3\% \cdot x = 6$.

285. $13\% \cdot x = 65$.

286. $60\% \cdot x = 24$.

287. $120\% \cdot (x + 8) = 144$.

288. $150\% \cdot (3x - 5) = 60$.

289. $(0,8)\% \cdot x = 1,2$.

290. $\left(\frac{2}{3}\right)\% \cdot x = 6\frac{1}{5}$.

291. $(0,13)\% \cdot \frac{5x}{6} = 3,25$.

292. $\left(10\frac{3}{4}\right)\% \cdot (x - 7) = 8,6$.

293. $\left(2\frac{1}{2}\right)\% \cdot (2x - 8) = 0,15$.

Розв'язати текстові задачі на відсотки (294–335):

294. З 20 учнів класу 3 відмінники. Який відсоток усіх учнів класу складають відмінники?

295. Визначити відсоток солі в розчині, якщо в 400 г розчину міститься 32 г солі.

296. Шахова команда школи набрала в змаганнях 68 очок, що складає 85% числа зіграних партій. Скільки партій зіграли в змаганнях шахісти школи?

297. З молока одержують 10% сиру. Скільки сиру одержують з 40 кг молока?

298. Скільки сушених груш вийде з 50 кг свіжих, якщо при сушінні зі свіжих груш виходить 15% сушених?

299. Яблуко антоновка містить 10,7% цукру. Скільки цукру міститься в 20 кг цих яблук?

300. Скільки сухої ромашки вийде з 25 кг свіжої, якщо вона при сушінні втрачає 84% своєї маси?

301. М'ясо під час варіння втрачає 35% своєї ваги. Скільки варто взяти сирого м'яса, щоб приготувати 130 порцій вареного по 40 г у кожній порції?

302. Ціна товару складає 64 грн. Після зниження ціни товар коштує 56 грн. На скільки відсотків була знижена ціна на товар?

303. Фотоапарат коштував 100 грн. Ця ціна була знижена на 14%, а через деякий час нова ціна знову була знижена на 20%. Скільки став коштувати фотоапарат після другого зниження ціни?

- 304.** У перший день зі складу вивезли 40% цукру. У другий день було вивезено 75% остачі. Скільки залишилося відсотків від усього цукру, що мався на складі?
- 305.** Як зміниться число, якщо його спочатку збільшити на 30%, а потім зменшити на стільки ж відсотків?
- 306.** Як зміниться число, якщо його спочатку зменшити на 30%, а потім збільшити на стільки ж відсотків?
- 307.** Деякий товар спочатку подорожчав на 10%, а потім подешевшав на 10%. Як змінилася ціна цього товару?
- 308.** Число збільшено на 25%. На скільки відсотків потрібно зменшити отримане число, щоб знову вийшло задане число?
- 309.** Число зменшено на 5%. На скільки відсотків потрібно збільшити нове число, щоб вийшло задане число?
- 310.** Вітя купив два журнали. Перший з них на 50% дорожче від другого. На скільки відсотків другий журнал дешевше першого?
- 311.** З нафти одержують 30% гасу. Скільки потрібно взяти нафти, щоб одержати 27 тонн гасу?
- 312.** Хлопці у класі складають 75% від усієї кількості учнів. Дівчат у класі 8. Скільки всього учнів у класі?
- 313.** У кіоску в перший день продали 38% усіх зошитів, у другий день 55% усіх зошитів, а в третій день — інші 126 зошитів. Скільки разом зошитів продали в кіоску за три дні?
- 314.** Зі складу в перший день відпустили 30% усього вугілля, у другий день 60% остачі, а в третій день — інші 84 т. Скільки разом тонн вугілля було на складі?
- 315.** З 1 т мідного колчедана, що містить 2,5% міді, отримано 22 кг міді. Скільки відсотків міді вдалося виділити і скільки відсотків склали збитки?
- 316.** Від шматка проводу спочатку відрізали 55%, а потім ще 40% остачі. Скільки відсотків шматка залишилося?
- 317.** У зв'язку з підвищенням розряду робітник став замість 480 грн одержувати 600 грн. На скільки відсотків підвищилася зарплата робітника?
- 318.** Зарплату робітнику підвищили спочатку на 15%, а потім через рік ще на 20%. На скільки відсотків підвищилася зарплата робітника в порівнянні з первісною?
- 319.** Скільки грамів йоду міститься в 300 г його 6% розчину?
- 320.** Після першого удосконалення продуктивність верстата підвищилася на 20%, а після другого — ще на 20%. На скільки

відсотків підвищилася продуктивність верстата після двох удосконалень?

- 321.** На скільки відсотків знизиться ціна товару, якщо спочатку її знизити на 10%, а потім ще на 20%?
- 322.** На скільки відсотків збільшиться реальна зарплата, якщо ціни на всі продовольчі й непродовольчі товари зменшити на 20%?
- 323.** Букіністичний магазин купив книгу на 35% дешевше ціни, зазначеної на обкладинці, а продав на 25% дешевше. Скільки відсотків прибутку одержав магазин?
- 324.** Скільки води варто долити до 7,5 кг 12% розчину солі, щоб одержати 10% розчин?
- 325.** Скільки солі варто додати до 7,5 кг 12% розчину солі, щоб одержати 20% розчин?
- 326.** Є 735 г 16% розчину йоду в спирті. Скільки грамів спирту варто долити до розчину, щоб одержати 10% розчин?
- 327.** До розчину, що містить 40 г солі, додали 200 г води, після чого його концентрація зменшилася на 10%. Скільки води містив розчин і яка була його концентрація?
- 328.** На скільки відсотків збільшиться площа квадрата, якщо периметр його збільшити на 10%?
- 329.** На скільки відсотків збільшиться площа прямокутника, якщо довжину прямокутника збільшити на 40%, а ширину — на 30%?
- 330.** Виразити у відсотках зміну площі прямокутника, якщо довжина його збільшиться на 20%, а ширина зменшиться на 20%?
- 331.** На скільки відсотків збільшиться об'єм куба, якщо довжину кожного його ребра збільшити на 10%?
- 332.** На скільки відсотків збільшиться об'єм прямокутного паралелепіпеда, якщо довжину і ширину його збільшити на 20%, а висоту зменшити на 20%?
- 333.** Машиніст провів потяг за 7 год 30 хв замість 9 год за графіком. На скільки відсотків зменшився час пробігу? На скільки відсотків була збільшена швидкість потяга?
- 334.** Число a складає 75% від числа b . Якщо число b збільшити на 600, то воно буде більше a на 40% від збільшеного числа b . Знайти ці числа.

335*. До просушки вологість зерна дорівнювала 23%, а після просушки стала дорівнювати 12%. На скільки відсотків зменшилася вага зерна після просушки?

Розв'язати задачі на складні відсотки (336–340):

336. Первісний внесок в ощадбанк дорівнює 400 грн. За рік нараховується 3%. Обчислити суму внеску: 1) через 2 роки; 2) через 5 років.

337. Вкладник вніс в ощадбанк 3000 грн. Ощадбанк нараховує щорічно 5% від суми внеску. Якою стане сума внеску: 1) через 4 роки; 2) через 10 років?

338. Вкладник ощадбанку вніс деяку суму на терміновий внесок і через рік у нього на ощадкнижці було 576,8 грн. Обчислити суму внеску, якщо по терміновим вкладам ощадбанк платить 3% річних?

339. Вкладник на початку року взяв 20% свого внеску. Наприкінці року, після нарахування відсотків, весь внесок складав 1008 грн. Ощадбанк нараховує щорічно 5% від суми внеску. Який був первісний внесок?

340. Середній річний відсоток приросту населення щорічно залишається постійним. Якби він збільшився на $k\%$, то через n років чисельність населення була б у два рази більше, ніж при нормальних умовах. Знайти річний відсоток приросту населення.

Розділ 2. МОДУЛЬ (АБСОЛЮТНА ВЕЛИЧИНА) ДІЙСНОГО ЧИСЛА. ЦІЛА І ДРОБОВА ЧАСТИНА ЧИСЛА

§9. Застосування визначення модуля на практиці

341. Знайти модуль чисел $-3; \sqrt{12}; 3,5; -2,1; -3\frac{1}{2}; 0;$
 $-\frac{9}{5}; -\sqrt{3}; -2\frac{3}{8}; -4^2; 3-\sqrt{6}; 1-\sqrt{5}.$

342. Розмістити числа в порядку зростання:
 $-1; -5; |2|; |-\sqrt{5}|; 0; |-25|; |1-\sqrt{2}|; |3-\sqrt{10}|.$

Записати вирази без знака модуля (343–375):

- 343.** $x + |x|$. **344.** $x - x$. **345.** $x - x$. **346.** $|x + 1|$.
347. $|x - 3|$. **348.** $|2x - 4|$. **349.** $|2 - 5x|$. **350.** $-|3x - 12|$.
351. $3|x + 2| + 4x$ **352.** $x - |x + 8|$. **353.** $-2|x + 3| + 2x$.
354. $x^2 - 4|x| + 3$. **355.** $x^2 - x|x - 4| + 4x$.
356. $|x + 1| + |x - 1|$. **357.** $|x + 3| - |x - 3|$.
358. $|x^2 - 7x + 6|$. **359.** $|x^2 - 2|x| - 3|$. **360.** $|x^3 - 8|$.
361. $|x^4 - 81|$. **362.** $|\sqrt[3]{x} + 4|$. **363.** $|\sqrt{x} - 1|$.
364. $|2 - \sqrt{x + 1}|$. **365.** $|x - \sqrt{x}|$. **366.** $\frac{x}{x}$.
367. $\frac{x + 3}{|x + 3|}$. **368.** $\frac{x^2 - 9}{|x| - 3}$. **369.** $\frac{x^2 - 81}{|x - 9|} + x$.
370. $\frac{x - \sqrt{2} + |x - \sqrt{2}|}{2(x - \sqrt{2})}$. **371.** $\frac{x^2 - x}{|x^2 - x|}$. **372.** $||x| - 5|$.
373*. $||x| - |x + 4||$.
374. 1) $|2 - \sqrt{2}|$; 2) $|1 - \sqrt{2}|$, 3) $|\sqrt{2} + \sqrt{3} - 4|$.
375. 1) $|\sqrt{7} + \sqrt{5} - 4| + |\sqrt{7} + \sqrt{5} - 5|$; 2) $|\sqrt{3} - \sqrt{6} + 1| - |\sqrt{7} - \sqrt{3} - 1|$;

- 3) $|\sin 3|$; 4) $|\cos 4|$; 5) $|\operatorname{tg} 2|$;
 6) $|\operatorname{ctg} 3, 3|$; 7) $\arcsin(\cos 2)$; 8) $\operatorname{arctg}(\operatorname{tg} 11)|$;
 9) $|\lg 5|$; 10) $|\log_{0.3} 2|$; 11) $|\log_{2-\sqrt{3}} 2|$;
 12) $|\log_{\sqrt{2}-1} 3|$; 13) $\lg \arcsin(\sqrt{7}/4)$.

376*. Записати за допомогою знака модуля, що хоча б одне з чисел a , b або c відмінне від нуля.

377*. Записати за допомогою нерівності, використовуючи знак модуля, що принаймні два з чисел a , b і c відмінні.

378. Довести тотожності: 1) $|x| = |-x|$; 2) $|f(x)| = |-f(x)|$.

379*. Довести нерівності:

- 1) $|a| - |b| \leq |a + b| \leq |a| + |b|$; 2) $|a - |b|| \leq a - b \leq |a| + b$
 3) $|a + b| \geq ||a| - |b||$; 4) $a - b \geq |a - b|$.

Записати вирази без знака модуля (380–415):

- 380.** $|e^x - 1|$. **381.** $|3^{x-2} - 5|$. **382.** $\lg|x|$.
383. $|\lg x|$. **384.** $|\lg x| + 1$. **385.** $\log_2|x + 1|$.
386. $|\log_2(x + 1)|$. **387.** $\log_2(|x| - 3)$. **388*.** $|\log_2(|x| - 3)|$.
389. $|\lg(x^2 - 8)|$. **390.** $|1 - \sqrt{\log_2(x + 1)}|$. **391.** $|1 - \log_2 \sqrt{x + 1}|$.
392. $|\log_{\frac{1}{3}} x|$. **393.** $|\log_{\frac{1}{3}}(x - 2)|$. **394.** $|\log_{\frac{1}{3}}(x - 1) - 1|$.
395. $|\lg|x|| + 1$. **396.** $\log_3(\sqrt{x} + |\sqrt{x} - 1|)$. **397.** $\sin|x|$.
398. $|\sin x| - \sin x$. **399.** $\cos(|x| + x)$. **400.** $|\cos x| + \cos x$.
401. $\operatorname{tg}|x| - \operatorname{tg} x$. **402.** $|\operatorname{tg} x|$. **403.** $|\sin x| - \frac{1}{2}$. **404.** $|\sin x - \frac{1}{2}|$.
405. $|\operatorname{tg} x - \frac{\sqrt{3}}{3}|$. **406.** $\frac{\sin|x|}{\sin x}$. **407.** $\frac{|\sin x|}{\sin x}$. **408.** $\frac{\cos x}{|\cos x|}$.
409. $\frac{\operatorname{tg} x}{|\operatorname{tg} x|}$. **410.** $\arcsin|x|$. **411.** $|\arcsin x|$. **412.** $\arccos|x|$.
413. $|\operatorname{arctg} x|$. **414.** $|\lg(\operatorname{tg} x)|$. **415.** $|\lg(\sin x + 1)|$.

§10. Задачі на цілу і дробову частину числа

Записати числа без використання символів цілої і дробової частини (416–423):

$$416. [4]; \{4\}; [-4]; \{-4\}; [0]; \{0\}; [4,9]; \{4,9\};$$

$$[-4,2]; \{-4,2\}; [0,5]; \{0,5\}; [-0,5]; \{-0,5\}.$$

$$417. \left[\frac{5}{4}\right]; \left\{\frac{5}{4}\right\}; \left[1\frac{5}{9}\right]; \left\{1\frac{5}{9}\right\}; \left[-1\frac{5}{9}\right]; \left\{-1\frac{5}{9}\right\}.$$

$$418. \left[3\frac{2}{7}\right]; \left\{3\frac{2}{7}\right\}; \left[-3\frac{2}{7}\right]; \left\{-3\frac{2}{7}\right\}; \left[-\frac{7}{3}\right]; \left\{-\frac{7}{3}\right\}.$$

$$419. [\sqrt{2}]; \{\sqrt{2}\}; [\sqrt{5}]; \{\sqrt{5}\}; [-\sqrt{2}]; \{-\sqrt{2}\}; \left[\frac{\sqrt{3}}{2}\right]; \left\{\frac{\sqrt{3}}{2}\right\}.$$

$$420. [\sqrt{23}]; \{\sqrt{23}\}; [-\sqrt{23}]; \{-\sqrt{23}\}; [5-\sqrt{65}]; \{5-\sqrt{65}\};$$
$$[4-\sqrt{15}]; \{4-\sqrt{15}\}; [\sqrt{51}-8]; \{\sqrt{51}-8\}; [8-\sqrt{87}]; \{8-\sqrt{87}\}.$$

$$421. \left[\sin \frac{\pi}{2}\right]; \left\{\sin \frac{\pi}{2}\right\}; \left[\operatorname{tg} \frac{\pi}{3}\right]; \left\{\operatorname{tg} \frac{\pi}{3}\right\}; \left[\operatorname{ctg} \frac{2\pi}{3}\right]; \left\{\operatorname{ctg} \frac{2\pi}{3}\right\}.$$

$$422. [\arcsin 1]; [\arccos (-1)]; [\arctg 1]; [\lg 3 + \log_3 10].$$

$$423. \left\{\lg \frac{1}{101}\right\}; \{\lg 0,2\}; \{\lg 1001\}; \{\lg \arcsin 1\}; \{\lg \sin 2\}; \{\lg \cos 6\}.$$

Довести тотожності (424–426):

$$424. [x+k] = [x] + [k], \quad k \in \mathbb{Z}. \quad 425. \{x+k\} = \{x\}, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

$$426. \left[\frac{n}{2}\right] + \left[\frac{n+1}{2}\right] = n, \quad n \in \mathbb{N}.$$

Спростити вирази (427–429):

$$427. \{x\} + [x]. \quad 428. [x+4] + [x-3] + [x-1].$$

$$429. \{x+1\} + \{x+2\} + \{x-5\} + \{x-6\}.$$

Записати функції без використання символів цілої і дробової частини (430–437):

$$430^*. y = [\sin x]. \quad 431^*. y = \{\sin x\}. \quad 432^*. y = [\cos x].$$

$$433^*. y = \{\cos x\}. \quad 434^*. y = [\arcsin x]. \quad 435^*. y = \{\arcsin x\}.$$

$$436^*. y = [\arccos x]. \quad 437^*. y = \{\arccos x\}.$$

Розділ 3. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТЕОРІЇ МНОЖИН. КРУГИ ЕЙЛЕРА

§11. Запис множини. Підмножина. Операції над множинами

Записати множини, перелічивши їхні елементи (438–441):

- 438.** Множину всіх додатних простих чисел, менших 30.
439. Множину всіх цілих додатних степенів числа 5, менших 630.
440. Множину всіх додатних чисел, кратних 9, які менші 80.
441. Множину різних одноколірних шахових фігур.

Перелічити елементи множини A (442–445):

- 442.** $A = \{x \mid x^2 - 5x + 4 = 0\}$.
443. $A = \{x \mid x^3 - 2x^2 - 3x = 0\}$.
444. $A = \{x \mid x^2 \leq 4, x \in \mathbb{Z}\}$.
445. $A = \{\text{зимові місяці року}\}$.

Записати множини, використовуючи одну або різні форми запису (446–449):

- 446.** Множину всіх додатних парних чисел.
447. Множину всіх додатних чисел, кратних 9.
448. Множину коренів рівняння $x^3 - 4x = 0$.
449. Множину коренів рівняння $\cos x = 0$.

Знайти всі підмножини заданих множин M, A, B, C, D (450–454):

- 450.** $M = \{\text{лось; як}\}$. **451.** $A = \{1; 5\}$. **452.** $B = \{\emptyset; 3\}$
453. $C = \{-\frac{1}{6}; 0; \frac{5}{9}\}$. **454.** $D = \{\{2; 7\}; 2; 9\}$.
455. За допомогою кругів Ейлера переконатися в тім, що які б не були множини A, B, C :

- 1) якщо $A \supset B$ і $B \supset C$, то $A \supset C$;
- 2) якщо $A \subset B \subset C \subset A$, то $A = B = C$,
- 3) якщо $A \subset B \subset C$, то $A \cup B \subset C$.

456*. Довести, якщо множина складається з n елементів, то число її підмножин дорівнює 2^n .

Для заданих множин A, B знайти $A \cup B, A \cap B$ (457–478):

- 457.** $A = \{1; 3\}, B = \{3; 7\}$. **458.** $A = \{-3, 10; 5\}, B = \{0; 5, 6\}$.
459. $A = \{1; 3; 7\}, B = \{0; 5\}$. **460.** $A = \{2; 4; 6\}, B = \{-2; 2; 8; 10\}$.
461. $A = \{-1; -2; 2; 1\}, B = \{1; 2; -2; 5\}$.
462. $A = \{1; 6\}, B = \left\{\frac{2}{3}; \frac{8}{9}\right\}$. **463.** $A = \{-1, 0; 0,5\}, B = \{2; 0; 7\}$.
464. $A = \{0; 4; 5; 7\}, B = \{3; 4; 7\}$.
465. $A = \left\{\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; -\frac{1}{2}\right\}, B = \left\{0; \frac{1}{3}\right\}$.
466. $A = \{-0,5; 2; 0,9\}, B = \{2; -0,5\}$.
467. $A = [0; 5], B = (1; 6)$. **468.** $A = (-\infty; 1], B = [1; +\infty)$.
469. $A = [-5; 2], B = [3; +\infty)$. **470.** $A = (-\infty; 3], B = (1; +\infty)$.
471. $A = (-1; 0], B = [0; 2)$. **472.** $A = [0; 3), B = (-1; +\infty)$.
473. $A = (-\infty; 1], B = (-\infty; -3)$. **474.** $A = (-\infty; 0), B = [0; 6)$.
475. $A = (-\infty; 1), B = (1; +\infty)$. **476.** $A = (-1; 0), B = [0; 9)$.
477. $A = \{2n-1 \mid n \in N\}, B = \{2n \mid n \in N\}$.
478. $A = \{(x, y) \mid |x| \leq 1\}, B = \{(x, y) \mid |y| \leq 1\}$.

Для заданих множин A, B знайти $A \cap B$ (479–482):

- 479.** $A = \{\text{прямокутники}\}, B = \{\text{ромби}\}$.
480. $A = \{2n \mid n \in N\}, B = \{3n \mid n \in N\}$.
481. $A = \{6n+1 \mid n \in N\}, B = \{6n+2 \mid n \in N\}$.
482*. $A = \{4n+2 \mid n \in N\}, B = \{3n \mid n \in N\}$.

Для заданих множин A, B, C знайти $A \cap B \cap C, A \cup B \cup C$ (483–487):

- 483.** $A = [-2; 2], B = (-\infty; 0), C = [0; 5)$.
484. $A = (2; 10), B = (3; 9), C = (4; 8)$.

485. $A = (-5; 8)$, $B = (-2; 10)$, $C = (0; 13)$.

486. $A = (-\infty; 4]$, $B = [4; +\infty)$, $C = (0; 4)$.

487. $A = [-7; 3]$, $B = [5; +\infty)$, $C = (-\infty; -3]$.

Для заданих множин A , B знайти $A \cup \bar{B}$, $\bar{A} \cap B$ (488–492):

488. $A = [-3; 3]$, $B = (-\infty; 0)$.

489. $A = (-\infty; 5)$, $B = (-\infty; 0)$.

490. $A = (-1; 0]$, $B = [0; 4)$.

491. $A = [0; 1)$, $B = (-2; +\infty)$.

492. $A = (0; +\infty)$, $B = [-7; 7)$.

Для заданих множин A , B знайти $\overline{A \cup B}$, $\overline{A \cap B}$ (493–494):

493. $A = (-1; 0]$, $B = [0; 8)$.

494. $A = [-3; 3]$, $B = (-\infty; 0)$.

Для заданих множин A , B знайти $A \setminus B$, $B \setminus A$ (495–499):

495. $A = \{\text{прямокутники}\}$, $B = \{\text{квадрати}\}$.

496. $A = \{x | x \in \mathbb{Z}, -2 \leq x \leq 8\}$, $B = \{x | x \in \mathbb{N}, 3 \leq x \leq 19\}$.

497. $A = \{n | n \in \mathbb{N}\}$, $B = \{n | n \in \mathbb{N}, n \leq 15\}$.

498. $A = \{2n | n \in \mathbb{N}\}$, $B = \{2n - 1 | n \in \mathbb{N}\}$.

499. $A = (-3; 4]$, $B = [3; 9)$.

500. Користуючись кругами Ейлера, переконатися в правильності рівності $A \setminus (B \setminus A) = A$.

501. Спростити: 1) $(A \cap B) \cap (A \cap \bar{B})$; 2) $A \cap (A \cup B)$.

502. З'ясувати, для яких множин правильна рівність $A \cup B = A \cap B$.

503. З'ясувати, чи існує множина X , що задовольняє при кожному A рівності $A \cup X = A$.

504. З'ясувати, чи існує множина X , що задовольняє при кожному A рівності $A \cap X = A$.

§12. Текстові задачі, що розв'язуються з використанням кругів Ейлера

- 505.** У класі 35 учнів. З них 20 займається в математичному гуртку, 11 — у біологічному, 10 хлопців не відвідують ці гуртки. Скільки біологів захоплюється математикою?
- 506.** В одному канадському місті всі жителі говорять англійською або французькою мовою. Англійською мовою говорять 90% усіх жителів, французькою — 80%. Скільки відсотків усіх жителів говорять обома мовами?
- 507.** Кожний із членів команди грає або у футбол, або в хокей, або у футбол і в хокей. Скільки гравців у команді, якщо відомо, що 18 грають в обидві гри, 23 у футбол, 21 — у хокей?
- 508.** З 220 студентів 163 грають у шахи, 175 — у футбол, 22 студента не грають у ці ігри. Скільки студентів одночасно грає в шахи і в футбол?
- 509.** У групі зі 100 туристів 66 володіють англійською мовою, 54 французькою і 33 людини володіють обома мовами. Скільки туристів у групі не знають ні англійської, ні французької мови?
- 510.** З 20 людей двоє вивчали тільки англійську мову, троє — тільки німецьку, шестеро — тільки французьку. Ніхто не вивчав трьох мов. Один вивчав англійську і німецьку, троє — англійську і французьку. Скільки людей вивчало німецьку і французьку мови?
- 511.** Із 100 студентів англійську мову вивчають 42, французьку — 28, німецьку — 30, французьку і німецьку — 8, англійську і французьку — 10, німецьку і англійську — 5, англійську, німецьку і французьку — 3. Скільки студентів не вивчають жодної мови? Скільки студентів вивчають лише англійську, лише німецьку, лише французьку?
- 512.** У класі 38 учнів. З них 16 захоплюється математикою, 17 — фізикою, 18 — історією. Захоплюються двома предметами — математикою і фізикою — четверо, математикою й історією — троє, фізикою й історією — п'ятеро. Троє не захоплюються ні математикою, ні фізикою, ні історією.
- 1) Скільки учнів захоплюється одночасно трьома предметами?
 - 2) Скільки учнів захоплюється лише одним з цих предметів?
- 513.** У загоні з 40 дітей 30 вміють плавати, 27 вміють грати в шахи і тільки п'ятеро не вміють ні того, ні іншого. Скільки дітей вміють плавати і грати в шахи?

- 514.** У спортивному таборі 65% хлопців вміють грати у футбол, 70% — у волейбол, 75% — у баскетбол. Яке найменше число хлопців у процентному відношенні, що вміють грати і у футбол, і у волейбол, і у баскетбол?
- 515.** У ліцеї при деякому університеті 70 учнів. З них 27 займаються в драмгуртку, 32 співають в хорі, 22 захоплюються спортом. У драмгуртку 10 учнів з хору, у хорі 6 спортсменів, у драмгуртку 8 спортсменів; 3 спортсмена відвідують і драмгурток, і хор. Скільки учнів не співають в хорі, не захоплюються спортом і не займаються в драмгуртку?
- 516.** У класі 40 учнів. З них з української мови мають «трійки» 19 учнів, з математики — 17 і з фізики — 22 учні. Лише з одного предмета мають «трійки»: з української мови — 4 учня, з математики — 4 і з фізики — 11 учнів. Сім учнів мають «трійки» і з математики, і з фізики, з них п'ятеро мають «трійки» і з української мови.
- 1) Скільки учнів вчать без «трійок»?
 - 2) Скільки учнів мають «трійки» з двох предметів?
- 517.** (Задача Льюїса Керролла.) У бою 70 із 100 піратів втратили око, 75 — одно вухо, 80 отримали поранення в руку і у 85 була поранена нога. Яке може бути мінімальне число тих піратів, що отримали одночасно всі чотири поранення?
- 518.** Після сутички піратів капітана Флінта з флібустьєрами капітана Блада в судовому журналі капітана Флінта було записано: «Усі пірати моєї команди постраждали. 81% з них утратили верхній зуб, 82% — нижній, у 83% було підбите праве око, у 84% — ліве». Як за цими даними встановити, який відсоток піратів Флінта одночасно позбавився двох зубів і виявився з двома підбитими очима?
- 519.** У деякій школі є клас захоплених хлопців. Сім учнів з цього класу захоплюються математикою, шість — фізикою, п'ять — астрономією. Четверо з учнів захоплюються математикою і фізикою, троє — математикою і астрономією, двоє — фізикою і астрономією, а один — і математикою, і фізикою, і астрономією. Скільки учнів у цьому класі?
- 520.** Підлога кімнати площею 12 м^2 покрита трьома килимами: площа одного килима 5 м^2 , другого — 4 м^2 , третього — 3 м^2 . Кожні два килими перекриваються по площі $1,5 \text{ м}^2$, причому $0,5 \text{ м}^2$ з цих $1,5 \text{ м}^2$ приходить на ділянку підлоги, де перекриваються всі три килими.
- 1) Яка площа підлоги, не покритої килимами?
 - 2) Яка площа ділянки, покритої тільки одним килимом, площа якого 5 м^2 ?

Розділ 4. ДІЇ З АЛГЕБРАЇЧНИМИ ВИРАЗАМИ

§13. Область визначення алгебраїчного виразу

Знайти, при яких значеннях змінних мають значення вирази (521–529):

521. $\frac{8}{9x}$

522. $\frac{13}{x-8}$

523. $\frac{x+1}{9}$

524. $\frac{2x}{|x|-7}$

525. $\frac{a+3}{a(a-6)}$

526. $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-4}$

527. $\frac{3x}{x^2-9}$

528. $\frac{x-2}{x^2+4}$

529. $\frac{7m+4n}{m-2n}$

§14. Степінь дійсного числа з цілим показником

Піднести до степеня задані числа (530–550):

530. $\left(\frac{2}{3}\right)^2$

531. $\left(2\frac{1}{2}\right)^2$

532. $\left(1\frac{1}{4}\right)^3$

533. $(-1)^2$

534. -1^2

535. $-(-1)^2$

536. $(-1)^3$

537. $\left(-\frac{3}{4}\right)^2$

538. $\left(-\frac{2}{5}\right)^3$

539. $(-0,1)^2$

540. $-(0,1)^2$

541. $(0,1)^{-1}$

542. $\left(\frac{5}{8}\right)^{-2}$

543. $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2}$

544. $(-0,2)^{-1}$

545. $(-0,4)^{-2}$

546. $-(0,2)^{-2}$

547. $\left(-3\frac{1}{2}\right)^{-2}$

548. $\left(1\frac{1}{2}\right)^{-3}$

549. $(-0,25)^{-3}$

550. $-\left(1\frac{2}{3}\right)^{-1}$

Подати (одним або декількома способами) дробу у вигляді чисел або виразів, що містять степені з від'ємними показниками (551–578):

551. $\frac{1}{4}$

552. $\frac{1}{8}$

553. $\frac{1}{16}$

554. $\frac{1}{27}$

555. $\frac{1}{64}$	556. $\frac{1}{81}$	557. $\frac{1}{125}$	558. $\frac{1}{144}$
559. $\frac{1}{243}$	560. $\frac{1}{256}$	561. $\frac{1}{625}$	562. $\frac{81}{16}$
563. $\frac{256}{625}$	564. 0,1.	565. 0,01.	566. 0,0001.
567. 0,5.	568. $\frac{1}{x}$	569. $\frac{1}{x^2}$	570. $\frac{7}{x}$
571. $\frac{1}{7x}$	572. $\frac{9}{x^2}$	573. $\frac{1}{9x^2}$	574. $\frac{8}{x^4}$
575. $\frac{1}{8x^3}$	576. $\frac{17}{x-4}$	577. $\frac{1}{3(x+1)^4}$	578. $\frac{6}{1(2x^4+9)^7}$

Записати вирази у вигляді степеня з основою x
(579–604):

579. $x \cdot x^5$	580. $(-x)^2 \cdot x^3$	581. $x^3 \cdot (-x)^4$
582. $-x^2 \cdot x^6$	583. $-x^4 \cdot x^{-17}$	584. $(x^5)^{14}$
585. $(x^7 \cdot x^9)^2$	586. $x^7 \cdot (x^9)^2$	587. $(x^3 \cdot x^2)^n$
588. $\left(\frac{1}{x}\right)^{-5}$	589. $\left(\frac{x^2}{x^9}\right)^3$	590. $\left(\frac{x}{x^6}\right)^{-7}$
591. $\left(\frac{x^3 \cdot x^4}{x^5}\right)^{-6}$	592. $\left(\frac{1}{x^{-8}}\right)^5$	593. $\left(\frac{x}{x^{-1}}\right)^{19}$
594. $\left(\frac{x^4}{x^{-3}}\right)^{-8}$	595. $\left(\frac{x^{-2}}{x^{-5}}\right)^{-9}$	596. $x^{2n} \cdot x^{n-1}$
597. $x^n \cdot x^{5-n}$	598. $x^{n+1} \cdot x^{3-n}$	599. $x^{4n} : x^{2m-n}$
600. $x^{n+5} : x^{n-2}$	601. $x^{n-1} : x^{n-3}$	602. $x^{n^2-4} : x^{n^2-n}$
603. $x^{mn-3} : x^{mn-6}$	604. $(x^n \cdot x^{-n})^{-3}$	

Знайти значення числових виразів (605–624):

605. $\frac{14^{15}}{2^{13} \cdot 7^{14}}$	606. $\frac{26^9}{13^8 \cdot 8^3}$	607. $\frac{9^6 \cdot 4^3}{27^4 \cdot 2^5}$	608. $\frac{12^9}{2^{15} \cdot 3^7}$
609. $\frac{3^5 \cdot 5^7}{15^7 \cdot 2^8} \cdot \frac{22^9 \cdot 3^{12}}{11^8 \cdot 9^4}$	610. $\frac{34^{10}}{2^{11} \cdot 17^9} : \frac{7^6 \cdot 2^7}{14^8}$		

$$611. \frac{24^4}{2^6 \cdot 3^3} : \frac{20^4}{2^7 \cdot 5^8}.$$

$$613. \frac{21^8 \cdot 4^6}{3^{21} \cdot 7^5} : \frac{8^5 \cdot 49^3}{14^4 \cdot 9^5}.$$

$$615. \frac{2 \cdot 7^{22} - 13 \cdot 7^{21}}{49^{10}}.$$

$$617. \frac{7 \cdot 2^{78} - 9 \cdot 2^{77}}{16^{19}}.$$

$$619. \frac{5 \cdot 2^{13} \cdot 4^{11} - 16^9}{(3 \cdot 2^{11})^3}.$$

$$621. \frac{4^7 \cdot 2^{10}}{3 \cdot 2^{15} \cdot 16^2 - 5 \cdot 2^2 \cdot 2^{20}}.$$

$$623. \frac{22 \cdot (21 \cdot 7^{30} - 7^{31})}{7^{32} + 4 \cdot 7^{31}}.$$

$$612. \frac{12^6}{4^9 \cdot 9^5} \cdot \frac{40^5}{2^8 \cdot 5^4}.$$

$$614. \frac{16^3 \cdot 3^{21}}{2^8 \cdot 5^6} : \frac{18^{10}}{2^7 \cdot 5^8}.$$

$$616. \frac{4 \cdot 3^{32} + 9 \cdot 3^{30}}{9^{16}}.$$

$$618. \frac{15 \cdot 3^{13} + 4 \cdot 27^5}{17 \cdot 9^7}.$$

$$620. \frac{2^{21} \cdot 27^3 + 15 \cdot 4^{10} \cdot 9^4}{6^9 \cdot 2^{10} + 12^{10}}.$$

$$622. \frac{5(2 \cdot 5^{65} + 6 \cdot 5^{64})}{5^{66} + 3 \cdot 5^{65}}.$$

$$624. \frac{(2 \cdot 6^{24} + 7 \cdot 6^{23}) \cdot 95}{(19 \cdot 216^4)^2}.$$

§15. Додавання, віднімання, множення одночленів і многочленів

Звести подібні члени (625–634):

$$625. 2x^2 + 5x^2 - 3x^2 + 4x^2. \quad 626. 7ab + 5ab - 9ab.$$

$$627. -5xy + 7xy - xy + 4xy. \quad 628. -7y^2 - 8y + 5y + 8y^2.$$

$$629. 6m^2 - 3\frac{1}{2}m^2 - 5\frac{1}{2}m^2. \quad 630. 1\frac{1}{4}x^5 - \frac{1}{2}x^5 - \frac{7}{8}x^5.$$

$$631. 13xy - 2xy^3 - 4x^2y^2 - 8xy + 6x^2y^2 + 5xy^3.$$

$$632. a^2bc + 3ab^2c - 5abc^2 + 8a^2bc - 4ab^2c - 3abc^2.$$

$$633. -5x^4 + 2x^3 - 8x^2 + 3x - 4x^4 + 2x^3 + 8x^2 - 3x.$$

$$634. 16x^3 - 5x^{10} + 7x^5 + 4x^3 + 5x^{10} + 3x - 7x^5.$$

Виконати зазначені дії і отримані многочлени звести до стандартного вигляду (635–650):

$$635. (3x^4 - x) - (x^4 + 3x) - (1 - 4x).$$

$$636. (3x^5 - 2x^2 + 4x) - (3x^5 + x) - (x^3 - 2x^2 - 5).$$

$$637. 7a^2 - ab - 2b^2 + 5 + (a^2 - 3ab + 4) - (8 - 2b^2).$$

$$638. 3x^2(x^2 - 2x + 3) + 3x(x^3 - 3x + 4) - 5(x^4 + 3x^3).$$

- 639.** $(x^2 - 3x + 2)(3x + 4) - 13(1 - x^2)$.
640. $(x - 1)(x^3 + x^2 + x + 1) + 2x^4 - 5$.
641. $(x + 1)(x^4 - x^3 + x^2 - x + 1) - 2x^2 - 3$.
642. $(3a^2 - 3ax - y^2) - (-a^2 + 2x^2 - 3ax) - 2(2a^2 - ax)$.
643. $5x - (4x - (7x - 2)) + 6x - (3x - 4)$.
644. $6x^2 + (9x^2 - 3x - (x^2 + 4x)) - (-5 - x) \cdot 7$.
645. $(3x - 1)(4x^2 - 2x + 3) + 4x - 9 - x(2x - 3)x + 12$.
646. $(x - 2)(x - 4) - (x - 1)(x - 3) + (-5 - 3x)$.
647. $2(3x - 1)(2x + 5) - 6(2x - 1)(x + 2) - x \cdot 8(1 - x)$.
648. $5(2x + 3)(x + 2) - 2(5x - 4)(x - 1) - 40x - 21 + x^3$.
649. $(2a^2 - 5b^2 - 3ab)(ab^2 + 3a^3 - 2a^2b) - ab^3(7a - 5b)$.
650. $(5y^2 - 3y^3 + 4y - 1) \cdot (3 - 2y^2 - 6y) - (18y - 7)$.

§16. Ділення многочленів з остачею

Виконати ділення з остачею заданих многочленів на дво-
член або многочлен (651–669):

- 651.** $2x^2 - 15x + 13$ на $(x - 1)$.
652. $x^3 - 6x^2 + 5x + 12$ на $(x + 1)$.
653. $x^3 - x^2 - 22x + 40$ на $(x - 2)$.
654. $2x^3 - 5x^2 - 14x + 8$ на $(x + 2)$.
655. $2x^3 - 3x^2 - 11x + 6$ на $(x - 3)$.
656. $x^3 + 3x^2 - 14x + 24$ на $(x + 6)$.
657. $x^4 - 3x^3 - x^2 + 8x - 4$ на $(x^2 - 4x + 4)$.
658. $x^6 - x^4 + 4x^2 - 4$ на $(x^3 + x^2 - 2)$.
659. $-x^4 + 7x^2 - 2x - 8$ на $(2 - x)$.
660. $x^5 - 4x^4 - 3x^3 + 6$ на $(1 - x)$.
661. $4x^3 + 3x^2 - 2x + 1$ на $(x + 1)$.
662. $3x^4 + 5x^2 + 7$ на $(x^2 + x)$.
663. $x^5 + 1$ на $(x^2 + 2x + 1)$.
664. $x^4 + x^3 + 3x^2 + 2x + 2$ на $(x^2 - x + 1)$.
665. $x^5 + 5x^2 - 12x + 6$ на $(x^3 + x + 5)$.
666. x^5 на $(2 - 3x^2)$.
667. $2x^6$ на $(3x^3 + 4)$.
668*. $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$ на $(x + y + z)$.

669*. $x^n - 1$ на $(x - 1)$, $n \in N$.

670*. Знайти, при яких значеннях a і b многочлен $x^4 + 6x^3 + 3x^2 + ax + b$ ділиться без остачі на многочлен $x^2 + 4x + 3$.

671*. Знайти, при яких значеннях a і b многочлен $6x^4 - 7x^3 + ax^2 + 3x + 2$ ділиться без остачі на многочлен $x^2 - x + b$.

§17. Формули скороченого множення

Виконати зазначені дії (672–690):

672. $(x + 3ay)^2$. **673.** $(2a - 5b)^2$. **674.** $(mx + ny)^2$.

675. $\left(\frac{1}{3}a^4 - \frac{1}{2}b^3\right)^2$. **676.** $(a^n + b^n)^2$. **677.** $(5a^n - 9b^m)^2$.

678. $(x + 3y)^3$. **679.** $(2a - b)^3$. **680.** $(3x + 2y)^3$.

681. $(x^3 - 2y^4)^3$. **682.** $(x + y + z)^2$. **683.** $(x - y - z)^2$.

684. $(2x - 3y + 4z)^2$. **685.** $(x^2 + 4y^3 - 5z^4)^2$.

686. $(-x^2 + ax + c^2)^2$. **687.** $(ax^4 - b^2x^3 - c^5)^2$.

688. $(x + y + z)^3$. **689.** $(a - 2x + x^2)^3$.

690. $(a - b - c + d)^2$.

Подати у вигляді квадрата двочлена (691–700):

691. $x^2 - 2xy + y^2$. **692.** $x^2 - 4xy + 4y^2$.

693. $x^2 + 6xy + 9y^2$. **694.** $9a^2 + 12a + 4$.

695. $x^4 + 14x^2y + 49y^2$. **696.** $\frac{1}{4}x^2 + x + 1$.

697. $4a^2 + \frac{4a}{5} + \frac{1}{25}$. **698.** $0,49a^2 + 1,4a + 1$.

699. $0,04x^2 - 0,4xy + y^2$. **700.** $0,09x^2 - 0,12xy + 0,04y^2$.

§18. Трикутник Паскаля

Використовуючи трикутник Паскаля, піднести до вказаного степеня двочлени (701–712):

701. $(x + y)^4$. **702.** $(x - y)^4$. **703.** $(x + y)^5$.

704. $(x - y)^5$. **705.** $(x + y)^6$. **706.** $(x - y)^6$.

$$\begin{array}{lll}
 707. (x+2y)^4. & 708. (x-3y)^4. & 709. (2x+3y)^4. \\
 710. (3x-4y)^4. & 711. (a-2x^2)^5. & 712. (x^3+2y^2)^6.
 \end{array}$$

§19. Виділення повного квадрата двочлена з квадратного тричлена

Виділити повний квадрат (713–740):

$$\begin{array}{lll}
 713. x^2+2x-10. & 714. x^2-4x+9. & 715. x^2+6x+3. \\
 716. x^2-8x-5. & 717. x^2+x+1. & 718. x^2-3x-6. \\
 719. x^2+5x+8. & 720. x^2-7x+5. & 721. x^2+9x-4. \\
 722. x^2-10x. & 723. x^2+13x. & 724. 2x^2+4x+9. \\
 725. 2x^2+3x-1. & 726. 2x^2-5x+4. & \\
 727. 3x^2+24x+43. & 728. 3x^2+9x-2. & \\
 729. 4x^2-3x+6. & 730. 5x^2+20x+4. & \\
 731. -x^2+2x+4. & 732. -x^2+3x-7. & \\
 733. -2x^2-10x+3. & 734. -3x^2+7x-12. & \\
 735. -4x^2+x+2. & 736. -5x^2-30x-33. & \\
 737. 0,2x^2+2x+9. & 738. -0,3x^2+12x-125. & \\
 739. \frac{1}{3}x^2-4x-2. & 740. -\frac{1}{2}x^2-8x+3. &
 \end{array}$$

§20. Розкладання квадратного тричлена на лінійні множники

Використовуючи формулу $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$, розкласти квадратні тричлени на множники (741–750):

$$\begin{array}{lll}
 741. x^2-5x+6. & 742. x^2+8x+15. & 743. 6x^2-5x-6. \\
 744. 10x^2-17x+3. & 745. 5x^2+23x-10. & 746. 7x^2-8x+1. \\
 747. -x^2+5x-4. & 748. -x^2-4x-3. & 749. -\frac{1}{6}x^2+\frac{3}{2}x-3. \\
 750. -0,3x^2-2,4x+6. & &
 \end{array}$$

§21. Розкладання многочлена і алгебраїчного виразу на множники

Винести за дужки спільний множник (751–776):

- 751.** $5a^2b + 15ab^2$. **752.** $a^3b + ab^3$ **753.** $x^2y - xy^2 - 9xy$.
754. $a^2b + abc$. **755.** $a^4b^3 + a^3b^4$. **756.** $3x^3y^2z - 9xy^2z^3$.
757. $x^5 + 2x^4 + 3x^3 + 4x^2$. **758.** $\frac{2}{3}ab - \frac{1}{3}ac$.
759. $-a^2x - b^2x - c^2x$ **760.** $-2ax^3 - 4ax^2$.
761. $-20xy + 25xz - 35cx$. **762.** $4ax - 8ay - 12a$.
763. $36ab^2c^3 - 27a^3bc^2 - 45a^2b^3c$
764. $7a^4x^2y - 14a^2x^3y^2 - 49a^3x^2y^2 + 35a^2x^2y^3$.
765. $8x^6y^8z^7 + 16x^9y^7z^5 - 72x^8y^9z^4$.
766. $2ab(x+y)^2 - a^2b^2(x+y)$.
767. $3a^4b^3(x-2y)^5 + 9a^3b^4(x-2y)^4$. **768.** $a + \frac{a}{b} + \frac{a}{c}$.
769. $\frac{5abc}{m} - abc$. **770.** $3xy + \frac{6xy}{z} + \frac{9xy}{u}$.
771. $\frac{a-b-c}{m} + \frac{a-b-c}{n}$. **772.** $x + y + \frac{x+y}{xy} + \frac{x+y}{x-y}$.
773. $x + \frac{x-2y}{5ab} - 2y$. **774.** $3x^3 + 3y^3 - \frac{x^3 + y^3 + z^3}{x+y+z} + 3z^3$.
775. $\frac{15y}{x(x-2y+3z)} + \frac{10x}{y(x-2y+3z)} - \frac{25}{x-2y+3z}$.
776. $\frac{12a^4b^2c}{35x(a^2+b^2+c^2)} - \frac{18a^3b^3c}{25y(a^2+b^2+c^2)} - \frac{24a^3b^2c^2}{15z(a^2+b^2+c^2)}$.

Розкласти на множники способом винесення загального
множника за дужки (777–787):

- 777.** $a(b+c) + m(b+c)$. **778.** $x(a-b) + y(b-a)$.
779. $m(x-y) - n(y-x)$. **780.** $5(x-5) + 10(5-x)$.
781. $x^2(a-b) + y^2(b-a)$. **782.** $5(x+y) - (x+y)^2$.
783. $(x-y)^3 - (x-y)^2$. **784.** $y^{n+1} - y^n$.
785. $7x^{n+2} - 14x^2$. **786.** $18x^{n+5} - 45x^{n+8}$.
787. $6x^{m+6} - 30x^{m+3} + 54x^m$.

Розкласти многочлени на множники способом групування (788–805):

- 788.** $ac + bc + a + b$. **789.** $a(2x - 5y) + 2x - 5y$.
790. $a^2 + ab - c(a + b)$. **791.** $2a(x + y) - x - y$.
792. $-m(x - y) + (y - x)$. **793.** $5x(a - y) - a + y$.
794. $x^2 - 3x - xy + 3y$. **795.** $5(7 - x)^2 + 8x - 56$.
796. $3ax + 3ay + 2x + 2y$. **797.** $10x + 10y - x^2 - xy$.
798. $y^2 - x^2 - 9y + 9x$. **799.** $a^3 + ab^2 - a^2b - b^3$.
800. $m^2n^2 + mn - m^3 - n^3$. **801.** $x^2 - ax - a^2y + axy$.
802. $3x^3 - 2y^3 - 6x^2y^2 + xy$. **803.** $3(a + b)^2 - 2a^2 - 2ab$.
804. $3a + ab^2 - a^2b - 3b$. **805.** $4x^2y^2 + 5xz^3 - 20yz^2 - x^3yz$.

Застосовуючи формули скороченого множення, розкласти на множники (806–835):

- 806.** $9 - x^2$. **807.** $36x^2 - 49y^2$.
808. $5x^3 - 5y^3$. **809.** $2ab^2x^3 + 2ab^2y^3$.
810. $6x^2 - 12x + 6$. **811.** $a^2 - b^2 - a - b$.
812. $x^2 - y^2 - x + y$. **813.** $x^2 - 2xy + y^2 - z^2$.
814. $a^2b^2 - c^2$. **815.** $x^4 - y^4$.
816. $81a^4 - 16b^4$. **817.** $x^{2n} - y^{4n}$.
818. $x^{-2} - y^{-2}$. **819.** $x^{-4} - 16y^{-6}$.
820. $x^4 - 0,0001$. **821.** $16 - x^2y^2$.
822. $(x - 2)^2 - 9$. **823.** $25 - (x - 2)^2$.
824. $m^2 - 9x^2 + 6xy - y^2$. **825.** $5cx^2 - 5c - x^2 + x$.
826. $x^2 - 121y^2 - 8ax + 16a^2$. **827.** $x^7 + xy^6 - 5x^6y - 5y^7$.
828. $x^{3n} + y^{3n}$. **829.** $125x^3 - y^3$.
830. $27a^3 + 1000b^3$. **831.** $(a - 2)^3 + 8$.
832. $4(x + y)^2 - 9(x - y)^2$. **833.** $x^4 + 4$.
834. $a^2 + x^2 - a^2x^2 + 4ax - 1$. **835.** $x^4 + 4x^2 - 5$.

Розкласти на множники, застосовуючи різні способи (836–851):

- 836.** $a^4 + a^2b^2 + b^4$. **837.** $x^3 - 3x - 2$.
838. $x^3 + 4x^2 - 3x - 18$. **839.** $x^3 + 6x^2 + 11x + 6$.
840. $x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 5$. **841.** $x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$.
842. $x^6 - x^4 + 2x^3 + 2x^2$. **843*.** $x^5 + x + 1$.
844*. $x^8 + x^4 + 1$. **845*.** $x^8 + x^7 + 1$.

$$846^*. x^8 + x + 1.$$

$$847. x^8 + 5x^4 + 9.$$

$$848^*. xy(x+y) - yz(y+z) - zx(z+x).$$

$$849^*. (x+y+z)^3 - x^3 - y^3 - z^3.$$

$$850^*. (x-y)^3 + (y-z)^3 + (z-x)^3.$$

$$851^*. x^4 + y^4 + z^4 - 2x^2y^2 - 2x^2z^2 - 2y^2z^2.$$

Розкласти квадратні тричлени на лінійні множники двома способами:

1) використовуючи формулу $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$;

2) не обчислюючи коренів квадратного тричлена $ax^2 + bx + c$ (852–857):

$$852. x^2 - 6x - 16. \quad 853. x^2 - 11x + 28. \quad 854. -x^2 + 8x - 15.$$

$$855. -x^2 - x + 20. \quad 856. 2x^2 - 5x - 3. \quad 857. 3x^2 + 4x + 1.$$

§22. Перетворення дробових виразів

Записати (одним або декількома способами) дріб у вигляді суми або різниці двох дробів (858–864):

$$858. \frac{x+5}{x}. \quad 859. \frac{x-4}{x}. \quad 860. \frac{2x+3}{5x}. \quad 861. \frac{x}{6-x}.$$

$$862. \frac{x}{x^2-9}. \quad 863. \frac{x+5}{x^2-1}. \quad 864. \frac{2x+2y+3z}{x+y}.$$

Скоротити дроби (865–886):

$$865. \frac{4x^3y^5}{2xy^4}. \quad 866. \frac{72xy^7}{9x^3y^9}. \quad 867. \frac{10a^{4k}b^{2n}}{15a^{3k}b^n}.$$

$$868. \frac{18x^4y^3z^2}{12xy^2z^3}. \quad 869. \frac{72x^n y^{3k} z^{6m}}{32x^{3n} y^{4k} z^{9m}}. \quad 870. \frac{(7a^5)^8}{(-49a^5)^4}.$$

$$871. \frac{(-3x^3)^3}{27x^6y^2}. \quad 872. \frac{-9y-4x}{9y+4x}. \quad 873. \frac{15a-6b}{2b-5a}.$$

$$874. \frac{x^9-x^6}{x^4-x^7}. \quad 875. \frac{5x-35}{49-x^2}. \quad 876. \frac{a^2-b^2}{(b-a)^2}.$$

$$877. \frac{(a-b)^{13}}{b-a}. \quad 878^*. \frac{(a-b)^n}{(b-a)^k}, \quad n, k \in \mathbb{Z}. \quad 879. \frac{2x^3y^3-7x^4y^2}{18x^2y^4-63x^3y^3}.$$

$$880. \frac{(x-3y)^2+12xy}{3y^2+xy}. \quad 881^*. \frac{2x^2+3xy-9y^2}{x^2+5xy+6y^2}.$$

$$\begin{array}{lll}
 882. \frac{xy^2 + x^3 + x^2y}{x^3y - y^4} & 883. \frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 - 3x - 4} & 884. \frac{3x^2 - x - 2}{x^2 + 5x - 6} \\
 885. \frac{x^6 - 3x^3 - 4}{x^9 + 1} & 886*. \frac{x^{16} + x^8 + 1}{x^4 + x^2 + 1} &
 \end{array}$$

Привести дробі до спільного знаменника (887–892):

$$\begin{array}{ll}
 887. \frac{5}{ab^2c^3}; \frac{3}{a^2b^3c^4} & 888. \frac{a}{6x^3y^2}; \frac{b}{9x^4z^2} \\
 889. \frac{5}{12x^3y^2}; \frac{1}{7x^2z}; \frac{13}{21x^4z^4} \\
 890. \frac{a}{a-b}; \frac{4a}{b^3-a^3}; \frac{3}{a^2+ab+b^2} \\
 891. \frac{1}{(x+y)^2}; \frac{2}{(x-y)^2}; \frac{3}{x^2-y^2} \\
 892. \frac{1}{(2x-y)^2}; \frac{3}{4x^2-y^2}; \frac{5}{(2x+y)^2}
 \end{array}$$

Спростити числові вирази (893–912):

$$\begin{array}{ll}
 893. \left(1\frac{2}{3}\right)^{-3} : \left(\frac{3}{5}\right)^5 + 7 \cdot \left(1\frac{1}{8}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{8}{9}\right)^{-1} \\
 894. \frac{5 \cdot 4^{-1} - 4 \cdot 5^{-1}}{\left(2\frac{2}{9}\right)^{-1}} & 895. (9 \cdot 10^{-2} - 2 \cdot 5^{-1}) : 10^{-2} \\
 896. 3^3 - (0,25)^{-2} - (0,125)^{-1} - 2 \cdot (27,14)^0 \\
 897. 6 \cdot 10^{-1} - \left(7^0 - \frac{1}{7}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-5} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^6 \cdot \left(\frac{7}{18}\right)^{-1} \\
 898. \left(7 - 5 \cdot \left(\frac{7}{32}\right)^0\right)^{-2} + \left(\frac{4}{9}\right)^{-1} - 2\frac{3}{8} \cdot \left(\frac{19}{8}\right)^{-1} \\
 899. \frac{(0,26)^0 - (0,2)^{-1}}{(8 : 5^3)^{-1} \cdot (0,4)^3 + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1}} \\
 900. \frac{\left(8\frac{1}{8}\right)^{-1} - \left(21\frac{2}{3}\right)^{-1}}{13^{-1}} + 4 \cdot \left(169\frac{1}{3}\right)^0
 \end{array}$$

$$901. \frac{3^{-2} + 3^0}{2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^{-2} + 7 \cdot (-3)^{-2} + \left(\frac{3}{4}\right)^{-2}} - 9 \frac{2}{37}.$$

$$902. \frac{6^{-1} - \left(\frac{3}{4}\right)^{-2}}{7^{-1} \left(6 + \left(\frac{2}{3}\right)^2\right)} \cdot \left(18^0 - \frac{1}{8}\right)^{-1} + 9 \cdot 10^{-1} + \left(\frac{10}{1011}\right)^{-1}.$$

$$903. (0,3)^{-3} + \left(\frac{3}{7}\right)^{-1} - (-0,5)^2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{-1} + (-1)^4 \cdot 9 - 27^{-1}.$$

$$904. \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} - \left(\frac{1}{7}\right)^{-1} + \left(\frac{6}{17}\right)^0 \cdot \frac{3}{8} - (0,125)^{-2} \cdot 7 - 13 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3.$$

$$905. \frac{\left(-\frac{1}{3}\right)^4 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{-5} \cdot 2^8}{\left(\frac{8}{9}\right)^{-1} + 4^{-1} - 5 \cdot 2 \cdot 10^{-1}} \quad 906. \frac{2^{-4} - 3^{-2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}}{3 \cdot \left(4 - \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}\right)}.$$

$$907. 3 \cdot 10^{-1} - \left(8^0 - \frac{1}{8}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(-\frac{1}{8}\right)^{-1}.$$

$$908. \frac{64 \cdot 4^{-3} + 8 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-3}}{3 + \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}} + (1,5)^{-1} \quad 909. 8,5 \cdot 10^6 : (1,7 \cdot 10^8).$$

$$910. \frac{\left(\frac{1}{7}\right)^{-3} \cdot (49)^2 \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^4 + \left(\frac{1}{7}\right)^{-4}}{196} \quad 911. \frac{\left(\frac{9}{32}\right)^2 \cdot (48)^4 \cdot \left(\frac{2}{81}\right)^2 - 113}{11}.$$

$$912. \frac{3^2 \cdot 2^6 \cdot 4^3 \cdot 9^4 \cdot \left(\frac{1}{36}\right)^3 + \frac{2^7}{8}}{125} + 6 \cdot \left(2 \frac{1}{2}\right)^{-1}.$$

Спростити вирази (913–1038):

$$913. \frac{3a + 4b}{c} + \frac{c - 2b}{c}.$$

$$914. \frac{x}{x+y} + \frac{y}{x+y}.$$

$$915. \frac{1}{2}(x+y)^2 + \frac{1}{2}(x-y)^2. \quad 916. \frac{1}{2}(x+y)^2 - \frac{1}{2}(x-y)^2.$$

$$(917) \frac{5}{x-y} + \frac{2}{y-x}.$$

$$919. \frac{9x}{x-y} + \frac{9y}{y-x}.$$

$$(921) \frac{x}{y(x^2 - y^2)} + \frac{y}{x(y^2 - x^2)}.$$

$$923. \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \right)^2 - \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a} \right)^2.$$

$$925. (1-x)(1+x^2+x^4)(1+x).$$

$$927. \frac{x+y}{x-y} : \frac{x+y}{y}.$$

$$(929) a-x - \frac{a^2+x^2}{a+x}.$$

$$931. \frac{x-81}{9x-81} - \frac{7x+9}{9x-x^2}.$$

$$933. \frac{x^2y}{a^5+a^6} \cdot \frac{a^4+a^5}{xy^2}.$$

$$935. \frac{x^2-6xy}{3y^2-xy} - \frac{9y}{x-3y}.$$

$$937. (a^2-b^2):(a^{-1}+b^{-1}).$$

$$939. \frac{16y}{9x^2+4xy} - \frac{81x}{9xy+4y^2}.$$

$$940. \frac{x-5}{x^2+5x} + \frac{x+5}{x^2-5x} - \frac{4x}{x^2-25}.$$

$$941. \left(\frac{x}{8x+1} + 1 \right) \cdot \frac{1-64x^2}{81x^2-1} - \frac{8x}{1-9x}.$$

$$942. \left(\frac{5}{3-x} - 4x \right) : \frac{4x^2-12x+5}{x^2+6x+9}.$$

$$943. \left(4x+1 - \frac{1}{1-4x} \right) : \left(4x - \frac{16x^2}{4x-1} \right).$$

$$944. \frac{a+18}{a^2-36} - \frac{1}{a^2-36} \cdot \frac{(a+6)^2}{a}.$$

$$918. \frac{1}{5x-4y} + \frac{1}{4y-5x}.$$

$$920. \frac{x-y}{2x-3y} - \frac{x-2y}{3y-2x}.$$

$$922. \frac{x^2+2xy}{x^3-8y^3} - \frac{4y^2}{8y^3-x^3}.$$

$$924. \frac{(x-y)^2+4xy}{1+x/y}.$$

$$926. \left(\frac{x^2-1}{x^2+1} \right)^2 + \left(\frac{2x}{x^2+1} \right)^2.$$

$$928. \left(x - \frac{x^2-y^2}{x-y} \right) \left(y + \frac{x^2-y^2}{x+y} \right).$$

$$930. \frac{a^2}{x^2-ax} + \frac{x}{a-x}.$$

$$932. \frac{x^3+x^2y}{y^6} \cdot \frac{y^7}{x^2}.$$

$$934. \frac{(x+4)^2}{3x-9} : \frac{2x+8}{x^2-9}.$$

$$936. \frac{x}{7a^2-ax} - \frac{49a}{7ax-x^2}.$$

$$938. \frac{(a^{-2}b^{-1}+a^{-1}b^{-2})}{a^{-2}-b^{-2}}.$$

$$945. \left(\frac{a+b}{a^2+ab} - \frac{1}{a^2-b^2} \right) : \frac{a+b}{(b-a)^2} \cdot \frac{(a+b)^2}{2b^2}.$$

$$946. \left(\frac{9a+c}{a^2-9ac} + \frac{9a-c}{a^2+9ac} \right) \cdot \frac{a^2-81c^2}{a^2+c^2}.$$

$$947. \left(\frac{a^3-27b^3}{a-3b} + 3ab \right) \cdot \left(\frac{a-3b}{a^2-9b^2} \right)^2.$$

$$948. \left(\frac{2xy}{y^2-16x^2} - \frac{x}{y-4x} \right) : \frac{x^2}{y^2+4xy}.$$

$$949. \left(\frac{a+3b}{a-3b} + \frac{a-3b}{a+3b} - \frac{a^2+9b^2}{a^2-9b^2} \right) \cdot \frac{5a^2-45b^2}{a^2+9b^2}.$$

$$950. \frac{1}{x+y} \left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x} \right) - \frac{2x-y}{xy} + \frac{1}{y}.$$

$$951. xy + \frac{xy}{x+y} \cdot \left(\frac{x+y}{x-y} - x - y \right).$$

$$952. \left(\frac{8a-8b}{a^3+b^3} - \frac{a-b}{a^2-ab+b^2} \right) : \frac{8-a-b}{a^3+b^3}.$$

$$953. \left(\frac{2ax+b}{2a+b} - \frac{bx-2a}{b-2a} \right) \cdot \left(\frac{4a^2-b^2}{x^2-1} : \frac{4a^2+b^2}{x+1} \right).$$

$$954. \left(\frac{x+y}{y} - \frac{x}{x+y} \right) : \left(\frac{x+y}{x} - \frac{y}{x+y} \right).$$

$$955. \frac{4n^2-81m^2}{154n} \cdot \left(\frac{2m-9n}{9m^2-2mn} - \frac{2m+9n}{9m^2+2mn} \right).$$

$$956. \left(\left(\frac{x^2}{y^3} - \frac{1}{x} \right) : \left(\frac{x}{y^2} + \frac{1}{y} + \frac{1}{x} \right) \right) : \frac{(x+y)^2-4xy}{1-\frac{y}{x}}.$$

$$957. \frac{b+3}{b-12} : \left(\frac{b^2+81}{b^2-144} + \frac{6}{b+12} \right).$$

$$958. \left(a + \frac{b^2}{a+b} \right) \cdot \left(1 + \frac{b^3}{a^3-b^3} \right) \cdot (a-b).$$

$$959. \frac{a-8}{a+8} - \frac{a^2+192}{a^2-64} \qquad 960. \frac{a^2-24}{a^2-9} - \frac{a-8}{a-3}.$$

961. $\left(2 + 3x + \frac{1}{2-3x}\right) : \left(1 + \frac{1}{4-9x^2}\right)$.
962. $\left(9x^2 + 1 + \frac{1}{9x^2-1}\right) : \left(9x^2 + \frac{81x^4}{1-9x^2}\right)$.
963. $\left(\frac{b}{9a-a^3} - \frac{1}{a^2+3a} + \frac{3}{a^2b-9b}\right) : \frac{b^2-6b+9}{a^3b-9ab}$.
964. $\left(1 - \frac{1}{1-x}\right)^2 : \left(1 - \frac{1-2x^2}{1-x} + x\right)$.
965. $\left(1 + \frac{x^{-n} + y^{-n}}{x^{-n} - y^{-n}}\right)^{-2}$. 966. $\frac{7-2a}{ab-a^2} - \frac{7-2(a+b)}{b^2-a^2}$.
967. $\left(\frac{a-5}{a^2-5a+25} - \frac{ab-5b}{a^3+125}\right) : \frac{a-b+5}{a^3b+125b}$.
968. $\left(\frac{x^2}{x-2} - 8\right) : \frac{4-x}{4-x^2} + 4-x$.
969. $\left(\frac{3}{a} - \frac{6}{a+3}\right) \left(3 + \frac{a^2+9}{a-3}\right)$. 970. $\frac{a^2-4b^2}{a-2b} - \frac{a^3-8b^3}{a^2-4b^2}$.
971. $\frac{x^2+x-xy-y}{x^2+x+xy+y} : \frac{x^2-x-xy+y}{x^2-x+xy-y}$.
972. $\frac{x^6+x^{13}}{x^{-6}+x^{-13}}$. 973. $\frac{x^{2001}+x^{2003}+x^{2005}}{x^{-2001}+x^{-2003}+x^{-2005}}$.
974. $(x^{-9} - 7x^{-6} + 16x^{-3}) : x^{-3} - (x^{-3} - 4)^2$.
975. $\frac{9a+35}{9a^2-49} + \frac{2}{3a+7} + \frac{4}{7-3a}$.
976. $\left(a - \frac{a^2+b^2}{a+b}\right) : \left(\frac{1}{b} + \frac{2}{a-b}\right)$.
977. $\left(x - \frac{x+y}{x-y} + y\right) : \left(1 - \frac{2y+1}{x^2-y^2}\right)$.
978. $\left(\frac{5a+b}{a^2-25b^2} - 5a-b\right) : \frac{3a+15b}{5a+b} - \frac{3}{a-5b}$.
979. $\frac{a-5}{4+3a} : \left(\frac{a^2-4a+17}{16-9a^2} + \frac{2}{4+3a}\right)$.
980. $\left(\frac{a+8b}{4b} - \frac{12b}{8b-a}\right) : \left(1 - \frac{a^2-4ab+16b^2}{a^2-16b^2}\right)$.

981. $\left(\frac{11y - 3y^2}{(y-3)^2} + y \right) : \left(y - \frac{7y - 27}{(y-3)^2} - 3 \right).$
982. $\left(3m - \frac{5}{m+n} \right) \cdot \left(3m + \frac{5}{m+n} \right) + \frac{25}{(m+n)^2}.$
983. $\left(1 + \frac{2x^2 - xy + y^2}{x^2 - y^2} \right) \cdot \left(\frac{8x}{3x-y} - \frac{3x+y}{x} \right).$
984. $\frac{b}{x-b} - \frac{ab}{x-a} \cdot \left(\frac{x+a}{ax-ab} + \frac{x+b}{b^2-bx} + \frac{x}{ab} \right).$
985. $\frac{5}{a+b} - \frac{5a-5b}{2a-5b} \cdot \left(\frac{2a-5b}{a^2-b^2} - 2a+5b \right).$
986. $\left(\frac{a-x}{a^2+ax+x^2} - \frac{1}{a-x} \right) \cdot \left(\frac{2x+a}{a} + \frac{2a+x}{x} \right).$
987. $\left(1 - \frac{7a+b}{a-b} \right) \cdot \left(1 - \frac{4a}{a+3b} \right) : \left(1 + \frac{8a^2+8b^2}{a^2-9b^2} \right).$
988. $\left(\frac{a^2-ab}{b^2+ab} - ab + a^2 \right) \cdot \frac{b}{b-a} + \frac{a}{a+b}.$
989. $\left(\frac{a+b}{a-b} + \frac{a}{b} \right) \cdot \left(\frac{a}{b} - \frac{a-b}{a+b} \right) : \left(\frac{a^2+b^2}{a^2b-b^3} \right)^2.$
990. $\frac{a+12}{a-13} : \left(\frac{a^2+23a+157}{a^2-169} + \frac{1}{a+13} \right).$
991. $\left(\frac{9(a+2)}{a^3+8} - \frac{a+4}{a^2-2a+4} \right) \cdot \frac{6a-3a^2-12}{5-a}.$
992. $\frac{1}{a^2-6ax} + \frac{a+12x}{a(6ax+36x^2)} + \frac{2}{36x^2-a^2}.$
993. $\left(\frac{x+4}{2x} - \frac{5}{x-4} - \frac{x-44}{2x^2-8x} \right) : \frac{x+9}{8x} \cdot \frac{1}{x-7}.$
994. $\left(\frac{1}{a+1} - \frac{3}{a^3+1} + \frac{3}{a^2-a+1} \right) \cdot \left(a - \frac{2a-1}{a+1} \right).$
995. $\left(\frac{a}{a+n} - \frac{a}{a^2+n^2+2an} \right) : \left(\frac{a}{a-n} - \frac{a}{a^2-n^2} \right).$
996. $\frac{14n+1}{(n^2-4)(n-2)} + \frac{2}{n+2} + \frac{n+3}{n^2-4} - \frac{3n+1}{n^2-4n+4}.$
997. $\frac{3a+2}{8a-7} \cdot \left(\frac{3a^2+2a}{9a^2+12a+4} - \frac{2a+3}{3a+2} \right) + \frac{9a-4}{8a-7} - \frac{a-5}{a}.$

998. $\left(\frac{b}{a^2+ab} - \frac{2}{a+b} + \frac{a}{b^2+ab}\right) : \left(\frac{b}{a} - 2 + \frac{a}{b}\right)$.
999. $\left(\frac{a+1}{2a-2} + \frac{6}{2a^2-2} - \frac{a-3}{2a+2}\right) : \frac{3a+2}{3}$.
1000. $\left(\frac{1}{x-y} - \frac{y^2}{xy^2-x^3}\right) : \left(\frac{x+y}{x^2-xy} - \frac{x}{y^2-xy}\right) - \frac{x}{x-y}$.
1001. $\frac{4a^2-3a+5}{a^3-1} - \frac{1-2a}{a^2+a+1} + \frac{6}{1-a}$.
1002. $\frac{2a}{2a-b} + \frac{16a^2b-2ab^2}{b^3-8a^3} + \frac{b^2+6ab}{4a^2+2ab+b^2}$.
1003. $\frac{5x-2}{4-3x} - \frac{4+7x}{4+3x} + \frac{24-2x+9x^2}{9x^2-16}$.
1004. $\frac{2}{x-3} + \frac{3}{2x-6} - \frac{2x-6}{2x^2-12x+18}$.
1005. $\frac{8}{m} - \frac{5}{2m-3n} - \frac{10m+15n}{9n^2-4m^2}$.
1006. $\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{2}{a+b}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)\right) : \frac{(a+b)^2}{ab}$.
1007. $\frac{2-a}{a^2+1-2a} - \frac{1-a(1-a)}{1-a} \cdot \frac{a}{a^3+1}$.
1008. $\left(\frac{a+3b}{(a-b)^2} + \frac{a-3b}{a^2-b^2}\right) : \frac{a^2+3b^2}{(a-b)^2}$.
1009. $\frac{(x^2-2xy+y^2)^3}{(x^2+xy)^3} \cdot \frac{(x^2(x+y))^3}{((y-x)^3)^2}$.
1010. $\frac{a^2-4}{a^2+2a} \cdot \left(a + \frac{2a}{a-2}\right) - \frac{a^3-8}{a+2} \cdot \left(2 + \frac{a^2}{a+2}\right)^{-1}$.
1011. $\left(\frac{6}{x^2+5x+4} - \frac{2}{(x+1)(x+2)} + \frac{x}{(x+2)(x+4)}\right)^2 \cdot \frac{x^2+4x+4}{2}$.
1012. $\left(\frac{a}{a^2-1} - \frac{4}{a^2+a}\right) \cdot \frac{a^2-a}{2-a} + \frac{2a^2-3a-1}{(a+1)^2}$.
1013. $\left(\left(\frac{x}{x+y}\right)^{-2} + \frac{(x-y)^2+4xy}{y^2+xy}\right) \cdot \frac{x^6}{x^3y^3-y^6}$.

$$1014. \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{3c}{ab} \right) \cdot (a + b - 3c) : \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{2}{ab} - \frac{9c^2}{a^2b^2} \right).$$

$$1015. \left(\frac{5}{7a} - \frac{5}{a-b} \cdot \left(\frac{a-b}{7a} - a + b \right) \right) : \frac{a+b}{2a}.$$

$$1016. \left(\frac{a^2}{3b^2} - 6 + \frac{27b^2}{a^2} \right) : \left(\frac{a}{3b} - \frac{3b}{a} \right).$$

$$1017. \frac{49m^2 - 14m + 1}{21m^2 + 33m} \cdot \left(\frac{6m}{1-7m} + \frac{5m}{7m+1} \right) + \frac{1}{3}.$$

$$1018. \frac{26xy}{x^2 - y^2} : \left(\frac{1}{x^2 - y^2} + \frac{1}{x^2 - 2xy + y^2} \right).$$

$$1019. \left(\frac{x^2 + 3}{3x - 2} + \frac{x^2 + 3}{x + 2} \right) : \frac{x^3 + 3x}{2 - 3x} + \frac{x^2 - 8x - 16}{x + 2}.$$

$$1020. \left(\frac{x-8}{5x-6} - \frac{x-8}{x-6} \right) \cdot \frac{5x-6}{16x-2x^2} + \frac{x^2-34}{6-x}.$$

$$1021. \left(\frac{x+6}{x^2-64} + \frac{x+10}{x^2-16x+64} \right) : \left(\frac{x+4}{x-8} \right)^2 + \frac{6+x}{8+x}.$$

$$1022. \frac{x}{mx-3m^2} - \frac{3}{x^2+x-3mx-3m} \cdot \left(1 + \frac{8x+x^2}{8+x} \right).$$

$$1023. \left(\frac{1}{3+9x} - \frac{1-x}{27x^3+1} : \frac{1-3x}{9x^2-3x+1} \right) \cdot \frac{9x+3}{3x-1}.$$

$$1024. \left(\frac{a^2}{a+b} - \frac{a^3}{a^2+2ab+b^2} \right) : \left(\frac{a}{a+b} - \frac{a^2}{a^2-b^2} \right).$$

$$1025. \frac{5a+42}{a+8} - \left(\frac{a-8}{a+4} \right)^2 \cdot \left(\frac{a+10}{64-16a+a^2} - \frac{a+6}{64-a^2} \right).$$

$$1026. \frac{(ab^{-1} + a^{-1}b + 1)(a^{-1} - b^{-1})^2}{a^2b^{-2} + a^{-2}b^2 - (ab^{-1} + a^{-1}b)} - \frac{1-a^2}{ab}.$$

$$1027. \frac{5(x+5)}{x^2+5x+25} + \frac{x^3-5x^2}{(x+5)^2} \cdot \left(\frac{5x}{x^3-125} + \frac{1}{x-5} \right).$$

$$1028. \left(\frac{2+x}{(2-x)^2} + \frac{4}{x^2-4} + \frac{2-x}{(2+x)^2} \right) : \frac{16x^2}{16-x^4} + \frac{x^2}{x^2-4}.$$

$$1029. \left(\frac{x}{a+x} + a \right) \cdot \left(\frac{a}{a-x} - x \right) - \left(\frac{a}{a+x} + x \right) \cdot \left(\frac{x}{a-x} - a \right).$$

$$1030. \left(1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^3}\right) : \left(1 - \frac{1}{a} + \frac{1}{a^2} - \frac{1}{a^3}\right).$$

$$1031. \frac{x}{x^2 - 1} + \frac{x^2 + x - 1}{x^3 - x^2 + x - 1} + \frac{x^2 - x - 1}{x^3 + x^2 + x + 1} - \frac{2x^3}{x^4 - 1}.$$

$$1032. \frac{x + x^2 + \dots + x^{2002} + x^{2003}}{x^{-1} + x^{-2} + \dots + x^{-2002} + x^{-2003}}.$$

$$1033^*. \frac{x + y}{(y - z)(z - x)} + \frac{y + z}{(z - x)(x - y)} + \frac{z + x}{(x - y)(y - z)}.$$

$$1034^*. \frac{x^2}{(x - y)(x - z)} + \frac{y^2}{(y - z)(y - x)} + \frac{z^2}{(z - x)(z - y)}.$$

$$1035^*. \frac{x^3}{(x - y)(x - z)} + \frac{y^3}{(y - z)(y - x)} + \frac{z^3}{(z - x)(z - y)}.$$

$$1036^*. \frac{x^4}{(x - y)(x - z)} + \frac{y^4}{(y - z)(y - x)} + \frac{z^4}{(z - x)(z - y)}.$$

$$1037^*. \frac{x^3y - xy^3 + y^3z - yz^3 + z^3x - zx^3}{x^2y - xy^2 + y^2z - yz^2 + z^2x - zx^2}.$$

$$1038^*. \frac{3}{1 - x^3} + \frac{3}{1 + x^3} + \frac{6}{1 + x^6} + \frac{12}{1 + x^{12}} + \frac{24}{1 + x^{24}} + \frac{48}{1 + x^{48}}.$$

1039. Відомо, що $a + a^{-1} = b$. Знайти:

- 1) $a^2 + a^{-2}$; 2) $a^3 + a^{-3}$; 3) $a^4 + a^{-4}$; 4) $a^5 + a^{-5}$;
5) $a^6 + a^{-6}$; 6) $a^7 + a^{-7}$; 7) $a^8 + a^{-8}$.

Довести тотожності (1040–1047):

$$1040. (a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = (ac - bd)^2 + (bc + ad)^2.$$

$$1041. a(b - c)^2 + b(c - a)^2 + c(a - b)^2 = (b + c)(c + a)(a + b) - 8abc.$$

$$1042. (a + b + 1)(a^2 + b^2 - ab - a - b + 1) = a^3 + b^3 - 3ab + 1.$$

$$1043^*. (a + b + c)^2 + (a - b + c)^2 + (a + b - c)^2 + (b + c - a)^2 = 4(a^2 + b^2 + c^2).$$

$$1044^*. (a - b)^3 + (b - c)^3 + (c - a)^3 = 3(a - b)(b - c)(c - a).$$

$$1045^*. (a + b + c)^3 - a^3 - b^3 - c^3 = 3(a + b)(a + c)(b + c).$$

$$1046^*. (a + b + c)^3 - (a + b - c)^3 - (a + c - b)^3 - (b + c - a)^3 = 24abc.$$

$$1047^*. \frac{(x - a)(x - b)}{(c - a)(c - b)} + \frac{(x - a)(x - c)}{(b - a)(b - c)} + \frac{(x - b)(x - c)}{(a - b)(a - c)} = 1.$$

1048*. Довести твердження: 1) якщо $abc = 1$, то $\frac{1}{1+a+ab} + \frac{1}{1+b+bc} + \frac{1}{1+c+ca} = 1$;

2) якщо $ab + bc + ca = 1$, то $\frac{a}{1-a^2} + \frac{b}{1-b^2} + \frac{c}{1-c^2} = \frac{4abc}{(1-a^2)(1-b^2)(1-c^2)}$.

1049*. Довести, що якщо $x^2 + x + 1 = 0$, то: 1) $x^3 = 1$;

2) $x + x^{-1} = -1$; 3) $x^{26} + x^{-26} = -1$; 4) $x^{99} + x^{-99} = 2$.

1050*. Обчислити числове значення алгебраїчного виразу $x^{3333} + x^{333} + x^{33} + x^3 + 1996$, якщо значення x задовольняє умові $x^2 + x + 1 = 0$.

§23. Перетворення ірраціональних виразів

Обчислити без калькулятора і таблиць (1051–1150):

1051. $\sqrt{\frac{4}{49}}$. **1052.** $\sqrt{\frac{64}{25}}$. **1053.** $\sqrt{\frac{121}{961}}$. **1054.** $\sqrt[3]{\frac{19}{81}}$.

1055. $\sqrt{2\frac{47}{121}}$. **1056.** $\sqrt{12100}$. **1057.** $\sqrt{57600}$.

1058. $\sqrt{5290000}$. **1059.** $\sqrt{1,44}$. **1060.** $\sqrt{3,61}$.

1061. $\sqrt{98,01}$. **1062.** $\sqrt{0,2025}$. **1063.** $\sqrt{0,1369}$.

1064. $\sqrt{0,09}$. **1065.** $\sqrt{0,0016}$. **1066.** $\sqrt{0,000081}$.

1067. $\sqrt{5^2 - 4^2}$. **1068.** $\sqrt{13^2 - 12^2}$. **1069.** $\sqrt{17^2 - 8^2}$.

1070. $\sqrt{117^2 - 108^2}$. **1071.** $\sqrt{313^2 - 312^2}$.

1072. $\sqrt{122^2 - 22^2}$. **1073.** $\sqrt{45,8^2 - 44,2^2}$.

1074. $\sqrt{6,8^2 - 3,2^2}$. **1075.** $\sqrt{21,8^2 - 18,2^2}$.

1076. $\sqrt{\left(1\frac{1}{16}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2}$. **1077.** $\sqrt{3^2 + 4^2}$. **1078.** $\sqrt{6^2 + 8^2}$.

1079. $\sqrt{5^2 + 12^2}$. **1080.** $\sqrt{15^2 + 20^2}$. **1081.** $\sqrt{20^2 + 21^2}$.

1082. $\sqrt{32 \cdot 72}$. **1083.** $\sqrt{19,6 \cdot 28,9}$. **1084.** $\sqrt{14,4 \cdot 22,5}$.

- 1085.** $\sqrt{2,56 \cdot 4,41}$. **1086.** $\sqrt{1,21 \cdot 1,69}$. **1087.** $\sqrt[3]{32}$.
1088. $\sqrt[3]{-\frac{1}{27}}$. **1089.** $\sqrt[3]{0,001}$. **1090.** $\sqrt[4]{0,0256}$.
1091. $\sqrt[3]{15\frac{5}{8}}$. **1092.** $\sqrt[3]{\frac{0,25}{2^7}}$. **1093.** $\sqrt[3]{-0,064}$.
1094. $\sqrt[3]{(-3)^6}$. **1095.** $\sqrt[4]{(-4)^{12}}$. **1096.** $\sqrt[6]{(-2)^{11}(-2)^7}$.
1097. $\frac{\sqrt[4]{27} \cdot \sqrt[4]{12}}{\sqrt[4]{4}}$. **1098.** $\sqrt[3]{0,027 \cdot 5^6}$. **1099.** $\sqrt[4]{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt[4]{6\frac{3}{4}}$.
1100. $\sqrt[3]{18\frac{3}{4}} \cdot \sqrt[3]{1\frac{1}{5}}$. **1101.** $\sqrt[4]{\frac{64}{0,25}}$. **1102.** $\sqrt[4]{\frac{256}{0,0016}}$.
1103. $\sqrt[3]{63 \cdot 147}$. **1104.** $\sqrt[4]{48 \cdot 27}$. **1105.** $\sqrt[6]{81} \cdot \sqrt[6]{9}$.
1106. $\frac{\sqrt[5]{6}}{\sqrt[3]{192}}$. **1107.** $\sqrt[3]{-125} \cdot \sqrt[7]{(0,1)^7}$. **1108.** $(\sqrt[4]{9})^{-2}$.
1109. $\sqrt[4]{125} \cdot \sqrt[4]{5}$. **1110.** $\sqrt[4]{32 \cdot 3} \cdot \sqrt[4]{8 \cdot 27}$.
1111. $\sqrt[3]{64 \cdot 3} \cdot \sqrt[3]{9}$. **1112.** $\frac{\sqrt[4]{21}}{\sqrt[4]{336}}$. **1113.** $7 - 4 \cdot \sqrt[3]{0,125}$.
1114. $3,5 \cdot \sqrt[7]{128}$. **1115.** $\sqrt[3]{0,3} \cdot \sqrt[3]{0,09}$. **1116.** $\frac{\sqrt[4]{7500}}{\sqrt[4]{12}}$.
1117. $\sqrt[3]{18 \cdot 96}$. **1118.** $\sqrt{\sqrt{256}}$. **1119.** $\sqrt[3]{\sqrt{729}}$.
1120. $(9 \cdot 169)^{\frac{1}{2}}$. **1121.** $(125 \cdot 27)^{\frac{1}{3}}$. **1122.** $(8 \cdot 343)^{\frac{1}{3}}$.
1123. $\left(\frac{1}{49} \cdot 0,09\right)^{\frac{1}{2}}$. **1124.** $7^{\frac{2}{3}} \cdot 49^{\frac{2}{3}}$. **1125.** $\frac{4^{\frac{2}{3}} \cdot 2^{-2}}{(\sqrt[3]{16})^{-\frac{1}{2}}}$.
1126. $\left(\frac{1}{16} \cdot 625\right)^{-\frac{1}{4}}$. **1127.** $108^{\frac{3}{2}} \cdot 12^{\frac{3}{2}}$.
1128. $32^{\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot 4\sqrt[3]{2}$. **1129.** $\left(\frac{\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{49}}\right)^{\frac{3}{2}}$.
1130. $\left(27^{\frac{1}{12}}\right)^{-4} \cdot \left(\frac{216}{125}\right)^{\frac{1}{3}}$. **1131.** $(0,04)^{-1,5} - (0,125)^{-\frac{2}{3}}$.
1132. $9^{\frac{1}{3}} : 9^{\frac{5}{6}} \cdot 243$. **1133.** $(8 \cdot 125 \cdot 216)^{\frac{1}{3}}$.

$$1134. \left(\frac{1}{512} \cdot \frac{1}{27} \right)^{-\frac{1}{3}}$$

$$1135. 6^{\frac{1}{7}} \cdot 6^{\frac{2}{7}} \cdot 6^{\frac{4}{7}}$$

$$1136. \left(2^{\sqrt{27}} \right)^{\sqrt{3}} \cdot 2^{-3}$$

$$1137. \left(\frac{81^3}{343^2} \right)^{\frac{1}{6}}$$

$$1138. (0,00032)^{-\frac{2}{5}}$$

$$1139. 27^{-\frac{1}{3}} \cdot 81^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[3]{9}$$

$$1140. \sqrt[4]{9} \cdot 3^{-1,5}$$

$$1141. \sqrt[3]{25} \cdot 5^{-\frac{2}{3}}$$

$$1142. \frac{81^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[5]{4}}{3^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{-3,6}}$$

$$1143. \sqrt[4]{\frac{5^{20}}{9^8}} \cdot \sqrt[3]{\frac{3^6}{5^9}} \cdot \frac{81}{25}$$

$$1144. \frac{27^{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt[3]{4}}{2^{\frac{5}{3}} \cdot \sqrt{3}} + \frac{7}{2}$$

$$1145. \frac{81 \cdot 9^{-2} + 9 \cdot \left(\frac{3}{5} \right)^{-2}}{13 \left(9 + \left(\frac{1}{81} \right)^{-\frac{1}{4}} \right)}$$

$$1146. \frac{\left(\frac{1}{81} \right)^{\frac{1}{2}} - \left(\frac{1}{27} \right)^{\frac{1}{3}}}{2^{\frac{2}{3}}}$$

$$1147. 1^{-5} - (0,0016)^{-\frac{1}{4}} + 18^0$$

$$1148. \left(81 \cdot \left(3^{\frac{1}{3}} \right)^{-6} - 2^3 \right)^{-8} + \left(33 \left(4^{\frac{1}{4}} \right)^{-12} + \frac{2^{-5}}{-2} \right)^{-1}$$

$$1149. 3 \cdot \left(2^{\frac{6}{7}} \right)^{\frac{7}{3}} + \left(\left(5^{\frac{4}{3}} \right)^{\frac{3}{2}} + (0,25)^{-1} \right) \left(\frac{1}{2} \right)^{-1}$$

$$1150. (0,008)^{-\frac{1}{3}} - \left(-\frac{1}{4} \right)^{-2} + 256^{0,75} - \left(\frac{1}{7} \right)^{-1} + 13^0$$

Звільнити дроби від ірраціональності в знаменнику (1151–1163):

$$1151. \frac{15}{\sqrt{3}} \quad 1152. \frac{18}{\sqrt{6}} \quad 1153. \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} \quad 1154. \frac{30}{\sqrt[3]{9}}$$

$$1155. \frac{10}{\sqrt[4]{125}}.$$

$$1156. \frac{2}{\sqrt[3]{7} - \sqrt[3]{2}}.$$

$$1157. \frac{1}{\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4}}.$$

$$1158. \frac{1}{\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}}.$$

$$1159. \frac{c}{\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}}.$$

$$1160. \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{6}}.$$

$$1161. \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5}}.$$

$$1162^*. \frac{1}{2 - \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{6}}.$$

$$1163^*. \frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{6} - \sqrt{3} + \sqrt{2} - 1}.$$

Звільнити дроби від ірраціональності в чисельнику (1164–1171):

$$1164. \frac{\sqrt{5}}{20}. \quad 1165. \frac{\sqrt{3}}{6}. \quad 1166. \frac{\sqrt[3]{4}}{12}. \quad 1167. \frac{\sqrt[4]{8}}{4}. \quad 1168. \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{44}.$$

$$1169. \frac{a\sqrt{b} + b\sqrt{a}}{ab}. \quad 1170. \frac{x\sqrt{y} - y\sqrt{x}}{xy}. \quad 1171. \frac{1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}}{4}.$$

Винести множник з-під радикала (1172–1186):

$$1172. \sqrt{27}.$$

$$1173. \sqrt{125}.$$

$$1174. \sqrt{28}.$$

$$1175. \sqrt{18}.$$

$$1176. \sqrt{80}.$$

$$1177. \sqrt{75}.$$

$$1178. \sqrt[3]{16}.$$

$$1179. \sqrt[3]{54}.$$

$$1180. \sqrt[4]{48}.$$

$$1181. \sqrt[5]{96}.$$

$$1182. \sqrt{x^5}.$$

$$1183. \sqrt[3]{x^{14}}.$$

$$1184. \sqrt[4]{x^{23}}.$$

$$1185. \sqrt[9]{(-9x)^{11}}.$$

$$1186. \sqrt{-x^{15}}, x \leq 0.$$

Спростити вирази (1187–1197):

$$1187. \sqrt{(-41)^2}.$$

$$1188. \sqrt[4]{(-37)^4}.$$

$$1189. \sqrt{(\sqrt{5} - 1)^2}.$$

$$1190. \sqrt{(2 - \sqrt{5})^2}.$$

$$1191. \sqrt{(\sqrt{3} - 4)^2}.$$

$$1192. \sqrt[16]{(-1 - \sqrt{6})^{20}}.$$

$$1193. \sqrt[6]{a^6}.$$

$$1194. \sqrt[12]{(-7x)^4}.$$

$$1195. \sqrt[30]{(-x - y)^{18}}.$$

$$1196. \sqrt{(\sqrt{7} - 2)^2} + \sqrt{(\sqrt{7} - 3)^2} + \sqrt{(5\sqrt{2} - 7)^2}.$$

$$1197. \sqrt{(2\sqrt{10} - 7)^2} - \sqrt{(3\sqrt{10} - 10)^2} + \sqrt{(3 - \sqrt{8})^2}.$$

Внести множник під знак радикала (1198–1208):

1198. $2\sqrt{2}$. 1199. $4\sqrt{3}$. 1200. $5\sqrt[3]{2}$. 1201. $3\sqrt[3]{4}$.
 1202. $3\sqrt[4]{2}$. 1203. $x\sqrt{x}$. 1204. $x\sqrt[3]{x}$. 1205. $x^6 \cdot \sqrt[4]{x}$.
 1206. $x\sqrt{y}$. 1207. $x^2 \cdot \sqrt[5]{y}$. 1208. $x^3 \cdot \sqrt[8]{y}$.

Спростити вирази (1209–1286):

1209. $\left((3\sqrt{3})^{-\frac{2}{3}} - 64^{-0.25} \right) \cdot \left((3\sqrt{3})^{-\frac{2}{3}} + 64^{-0.25} \right)$.
 1210. $\left(4^{-\frac{1}{4}} + (2\sqrt{2})^{-\frac{4}{3}} \right) \cdot \left(4^{-\frac{1}{4}} - (2\sqrt{2})^{-\frac{4}{3}} \right)$.
 1211. $(1 - \sqrt{6})^2 \cdot (1 + \sqrt{6})^2 - (1 - \sqrt{5})^2 \cdot (1 + \sqrt{5})^2$.
 1212. $8\sqrt{3} - \sqrt{3} \cdot (\sqrt{3} + \sqrt{64}) + 16$.
 1213. $(\sqrt{48} - \sqrt{27} + 2\sqrt{75} + 3\sqrt{108}) \cdot \sqrt{3}$.
 1214. $\sqrt{45} - \sqrt{125} - \frac{1}{3}\sqrt{180} + \sqrt{80}$.
 1215. $(2 + \sqrt{6}) \cdot (1 - 3\sqrt{6}) \cdot 3\sqrt{6} + 48\sqrt{6}$.
 1216. $(2\sqrt{12} - 3\sqrt{15}) \cdot \sqrt{3}$. 1217. $(1 + 5\sqrt{2}) \cdot (1 - 3\sqrt{2})$.
 1218. $(8\sqrt{5} + 2\sqrt{3}) \cdot \sqrt{5} - \sqrt{60} - 40$.
 1219. $\sqrt{48} - 6\sqrt{3} \cdot (3 - 2\sqrt{12}) + 15\sqrt{3} - 72$.
 1220. $3\sqrt{72} - 2\sqrt{50} - 3\sqrt{8}$. 1221. $\sqrt{20} + \sqrt{45} - \sqrt{125}$.
 1222. $2\sqrt{54} - 3\sqrt{24} + 4\sqrt{150}$. 1223. $\sqrt{28} - \sqrt{63} + \sqrt{112}$.
 1224. $\sqrt{18} - \sqrt{32} + \sqrt{50}$. 1225. $4\sqrt{75} - 3\sqrt{48} + 2\sqrt{300}$.
 1226. $3\sqrt{242} - 6\sqrt{200} + 7\sqrt{8}$. 1227. $\sqrt{243} - \sqrt{27} - \sqrt{147}$.
 1228. $\left(19\sqrt{\frac{13}{19}} - 13\sqrt{\frac{19}{13}} \right)^2$. 1229. $\left(\sqrt{4 - \sqrt{7}} - \sqrt{4 + \sqrt{7}} \right)^2$.
 1230. $\sqrt[4]{19 - \sqrt{105}} \cdot \sqrt[4]{19 + \sqrt{105}}$.
 1231. $\sqrt[3]{\sqrt{43} + 4} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{43} - 4}$.
 1232. $(\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}) \cdot (\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4})$.
 1233. $(\sqrt[3]{10} - \sqrt[3]{7}) \cdot (\sqrt[3]{100} + \sqrt[3]{70} + \sqrt[3]{49})$.
 1234. $(\sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{2}) \cdot (\sqrt[3]{25} - \sqrt[3]{10} + \sqrt[3]{4})$.
 1235. $(\sqrt{5} - \sqrt{2})^3 + 17\sqrt{2}$. 1236. $(2\sqrt{3} + 1)^3 - 37$.

$$1237. (\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5})^2 - 10.$$

$$1238. (\sqrt{2} - \sqrt{3} - 2)^3 + 38.$$

$$1239. \frac{\sqrt{7-4\sqrt{3}}}{\sqrt{2-\sqrt{3}}} \sqrt{2+\sqrt{3}}.$$

$$1240. \frac{\sqrt{31+8\sqrt{15}}}{\sqrt{4+\sqrt{15}}} \cdot \sqrt{4-\sqrt{15}}.$$

$$1241. \frac{\sqrt{60} - \sqrt{20}}{\sqrt{15} - \sqrt{5}}.$$

$$1242. \frac{\sqrt{27} - \sqrt{21} - \sqrt{15}}{3 - \sqrt{7} - \sqrt{5}}.$$

$$1243. \frac{\sqrt{18} - \sqrt{30} - \sqrt{24}}{\sqrt{6} - \sqrt{10} - \sqrt{8}}.$$

$$1244. \frac{(\sqrt{7}-1)^2 - 5}{\sqrt{7} - \sqrt{5} - 1}.$$

$$1245. \frac{(\sqrt{11}-2)^2 - 7}{\sqrt{11} + \sqrt{7} - 2}.$$

$$1246. \frac{2\sqrt{21} - 7}{6 - \sqrt{21}}.$$

$$1247. \sqrt{8x} + \sqrt{18x} + \sqrt{72x}.$$

$$1248. \sqrt{48x} - \sqrt{75x} + \sqrt{147x}.$$

$$1249. \sqrt{20x} + \sqrt{45x} - \sqrt{80x}.$$

$$1250. \sqrt{54x} - \sqrt{150x} - \sqrt{216x}.$$

$$1251. \frac{x^{\frac{4}{3}} \cdot x^{2.5}}{x^{\frac{5}{6}}}.$$

$$1252. \frac{x^{1.5} \cdot \sqrt[3]{x^7}}{\left(x^{\frac{2}{3}}\right)^{-1}}.$$

$$1253. \frac{x^{6.2} \cdot \sqrt[5]{y^{14}}}{(y^{-0.4} \cdot x^{0.4})^3}.$$

$$1254. \frac{x^{\frac{9}{5}}}{x^{\frac{7}{10}} \cdot x^{\frac{4}{15}}}.$$

$$1255. (x^{-1.8} \cdot x^{0.2})^{1.25}.$$

$$1256. (x^{0.6})^{\frac{1}{3}} \cdot x^{0.5} \cdot x^{2.3}.$$

$$1257. (x^{1.8})^{\frac{4}{9}} \cdot \left(x^{-\frac{6}{5}}\right)^{-0.5}.$$

$$1258. \left(x^{\frac{3}{4}} \cdot x^{-\frac{1}{3}}\right)^{\frac{2}{5}} \cdot x^{0.3} \cdot x^{0.7}.$$

$$1259. \left(x^{\frac{5}{8}} \cdot x^{-\frac{1}{3}}\right)^{-\frac{1}{7}}.$$

$$1260. \frac{x^{-2.2} \cdot x^{6.7}}{x^{3.1} \cdot x^{-2.9}}.$$

$$1261. x^{\frac{1}{8}} \cdot \sqrt[4]{x} \cdot \sqrt[8]{x^5}.$$

$$1262. x^{\frac{8}{9}} \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[9]{x^7}.$$

$$1263. \sqrt{x\sqrt{x}}.$$

$$1264. \sqrt[3]{x\sqrt{x}}.$$

$$1265. \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt{x}.$$

$$1266. \frac{\sqrt[4]{x^3} \cdot \sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x}}, x > 0.$$

$$1267. \sqrt{\frac{x}{y}} \sqrt{\frac{y}{x}}.$$

$$1268. \sqrt{\frac{m}{n}} \sqrt{\frac{n}{m}} \sqrt{\frac{m}{n}}.$$

$$1269. \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x\sqrt{x}}}.$$

$$1270. \sqrt[5]{x^2} \cdot \sqrt[4]{x^{-3}}.$$

$$1271. \sqrt[4]{x^3} \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[3]{x}.$$

$$1272. \sqrt[6]{x} \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[5]{x}.$$

$$1273. \sqrt[5]{x^4} \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt[4]{x^{-11}}.$$

$$1274. \sqrt[5]{x^4} \cdot \sqrt[4]{x^3} \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt{x}.$$

$$1275. \sqrt[3]{\frac{a}{b}} \sqrt{\frac{b^2}{a}} \sqrt{\frac{1}{a^2}}, \quad b > 0.$$

$$1276. \sqrt[3]{\frac{a}{x}} \sqrt{\frac{1}{ax}} \sqrt{\frac{a}{x^3}}.$$

$$1277. \sqrt[3]{x^9 y^{18}} - \left(\sqrt[7]{xy^2} \right)^7.$$

$$1278. \sqrt[7]{\frac{16a^9}{b^4}} \cdot \sqrt[7]{\frac{8a^{12}}{b^3}}.$$

$$1279. \frac{\sqrt[3]{16x^5 y^8} \cdot \sqrt[3]{128x^3 y^5}}{\sqrt[3]{4x^2 y^4}}.$$

$$1280. \left(\left(\sqrt[9]{x} \sqrt[9]{x} \right)^9 - \sqrt[9]{x} \right) : \sqrt[9]{x}.$$

$$1281. 2x \cdot \sqrt[7]{\frac{1}{64x^6}}.$$

$$1282. \frac{\sqrt[3]{3a^5 b^2} \cdot \sqrt[3]{9a^8 b^2}}{3b \cdot \sqrt[3]{a^{10} b^4}}.$$

$$1283. \sqrt[3]{abc} \cdot \sqrt[3]{a^2 b^4 c^7} \cdot \sqrt[3]{bc}.$$

$$1284. \sqrt[4]{2ab^7} \cdot \sqrt[4]{8a^3 b}.$$

$$1285. \left(\sqrt[3]{64x^{-9}} \right)^2.$$

$$1286. \left(\sqrt[4]{81x^{-12}} \right)^3.$$

Розкласти вирази на множники (1287–1292):

$$1287. x - y; \quad x, y \geq 0.$$

$$1288. \sqrt{x} - 49.$$

$$1289. 5 - 3x^{\frac{1}{3}}, \quad x \geq 0.$$

$$1290. \sqrt{a} - \sqrt{b} + a - b.$$

$$1291. x^{\frac{5}{2}} + 6x^{\frac{5}{4}} + 9.$$

$$1292. x + 4\sqrt{x} - 12.$$

1293. Довести тотожності (формули складних радикалів):

$$\sqrt{a + \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a + \sqrt{a^2 - b}}{2}} + \sqrt{\frac{a - \sqrt{a^2 - b}}{2}};$$

$$\sqrt{a - \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a + \sqrt{a^2 - b}}{2}} - \sqrt{\frac{a - \sqrt{a^2 - b}}{2}}.$$

Спростити вирази (1294–1347):

$$1294. \frac{1}{a + \sqrt{a^2 - b^2}} + \frac{1}{a - \sqrt{a^2 - b^2}}.$$

$$1295. \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} - \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}.$$

$$1296. \left(1 + \frac{a}{\sqrt{a^2 - b^2}} \right) : \left(a + \sqrt{a^2 - b^2} \right).$$

$$1297. \frac{1}{\sqrt{a}+1} - \frac{\sqrt{a}}{a-1} - \frac{2}{a-1}. \quad 1298. \left(\frac{a-b}{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}} + \sqrt[3]{ab} \right) : (\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b})^2.$$

$$1299. (\sqrt[3]{2a} + \sqrt[3]{5b}) \left((2a)^{\frac{2}{3}} + (5b)^{\frac{2}{3}} - \sqrt[3]{10ab} \right).$$

$$1300. \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b} - 1}{a + \sqrt{ab}} + \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{2\sqrt{ab}} \left(\frac{\sqrt{b}}{a - \sqrt{ab}} + \frac{\sqrt{b}}{a + \sqrt{ab}} \right).$$

$$1301. \frac{\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{a^2 - b^2}}{\sqrt{a^2 + b^2} - \sqrt{a^2 - b^2}} - \sqrt{\frac{a^4}{b^4} - 1}, \quad |a| > |b| > 0.$$

$$1302. \frac{2\sqrt{x} + 3}{4x + 6\sqrt{x} + 9} : \frac{1}{8\sqrt{x^3} - 27}.$$

$$1303. \left(\frac{4}{2\sqrt{x} + 3x} - \frac{9\sqrt{x}}{2 + 3\sqrt{x}} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}}{3\sqrt{x} - 2}.$$

$$1304. \left(\sqrt{16 - x^2} + 7 \right) : \left(\frac{7}{\sqrt{4+x}} + \sqrt{4-x} \right).$$

$$1305. \frac{5 - x^{-0.5}}{1 + \sqrt{x}} - \frac{5\sqrt{x} + x^{-0.5}}{x - 1}. \quad 1306. \left(\frac{1 + 8a\sqrt{a}}{1 + 2\sqrt{a}} - 2\sqrt{a} \right) \cdot \frac{(1 + 2\sqrt{a})^2}{1 - 4a}.$$

$$1307. \left(\sqrt{ab} - \frac{ab}{a + \sqrt{ab}} \right) : \frac{\sqrt[4]{ab} - \sqrt{b}}{a - b}.$$

$$1308. \left(\frac{1}{\sqrt[6]{a} - \sqrt[6]{b}} - \frac{1}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}} \right) \cdot (\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}).$$

$$1309. \frac{x + 6\sqrt{x} + 9}{7\sqrt{x}} \cdot \left(\frac{7\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 3} - \frac{42\sqrt{x}}{x - 9} \right).$$

$$1310. 32 \cdot \left(\frac{\sqrt{x} + 7}{\sqrt{x} - 7} + \frac{\sqrt{x} - 7}{\sqrt{x} + 7} - \frac{196}{x - 49} \right)^{-3}.$$

$$1311. \frac{5xy - 3x^2}{y - x} - \frac{x\sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} + \frac{x\sqrt{x}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}.$$

$$1312. \frac{a + b}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}} - \frac{a - b}{\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}} + 7 \sqrt[3]{ab}.$$

$$1313. \frac{\sqrt{a} - a^{\frac{1}{2}}b}{1 + \sqrt{a^{-1}b}} + \frac{\sqrt[3]{a^2} - a^{\frac{1}{3}}b}{\sqrt[6]{a} - a^{\frac{1}{3}}\sqrt[3]{b}} - 2\sqrt{a}.$$

$$1314. \frac{1}{1+2\sqrt{x}} + \frac{1}{1-2\sqrt{x}} - \frac{32x^2+4}{1-64x^3}.$$

$$1315. \frac{a^2+5+a\sqrt{a^2+5}}{a+\sqrt{a^2+5}} + 8\sqrt{a^2+5}.$$

$$1316. \left(\sqrt{a} + \frac{b-\sqrt{ab}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} \right) : \left(\frac{a}{\sqrt{ab}+b} + \frac{b}{\sqrt{ab}-a} - \frac{a+b}{\sqrt{ab}} \right).$$

$$1317. \left(\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a+b}} - \frac{\sqrt{a+b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} \right)^{-2} - \left(\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a+b}} - \frac{\sqrt{a+b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} \right)^{-2}.$$

$$1318. \frac{\sqrt[3]{a^5b^{-1}} - \sqrt[3]{a^{-1}b^5}}{\sqrt[3]{a^2b^{-1}} + \sqrt[3]{a^{-1}b^2}}. \quad 1319. \frac{a^{\frac{3}{8}}b^{-\frac{1}{8}} - a^{-\frac{1}{8}}b^{\frac{3}{8}}}{a^{\frac{1}{8}}b^{-\frac{1}{8}} + a^{-\frac{1}{8}}b^{\frac{1}{8}}}.$$

$$1320. \left(\frac{6}{9-x} + \frac{3-\sqrt{x}}{3\sqrt{x}+x} \right) : \frac{81+18x+x^2}{9x\sqrt{x}}.$$

$$1321. \left(a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}} \right) : \left(2 + \sqrt[3]{\frac{a}{b}} + \sqrt[3]{\frac{b}{a}} \right) - \frac{\sqrt[3]{ab}}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}}.$$

$$1322. \left(1 - \frac{1+ab}{1+\sqrt[3]{ab}} \right) : \left(\sqrt{ab}(1-\sqrt[3]{ab}) - \frac{(1-ab)(\sqrt[3]{ab}-1)}{1+\sqrt{ab}} \right).$$

$$1323. \frac{\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}} + \frac{a+b}{a^{\frac{2}{3}} - \sqrt[3]{ab} + b^{\frac{2}{3}}}.$$

$$1324. \left(\frac{a - \sqrt{a^2+b^2}}{a + \sqrt{a^2+b^2}} - \frac{a + \sqrt{a^2+b^2}}{a - \sqrt{a^2+b^2}} \right) : \frac{169b^2}{4a\sqrt{a^2+b^2}}.$$

$$1325. \frac{n+7+\sqrt{n^2-49}}{n+7-\sqrt{n^2-49}} + \frac{n+7-\sqrt{n^2-49}}{n+7+\sqrt{n^2-49}}.$$

$$1326. \left(\frac{a+\sqrt{a^2-9}}{a-\sqrt{a^2-9}} - \frac{a-\sqrt{a^2-9}}{a+\sqrt{a^2-9}} \right) : \frac{a\sqrt{a^2-9}}{9}.$$

$$1327. \left(\frac{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} - \sqrt{ab} \right) : (a-b) + \frac{2\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}.$$

$$1328. \left(\frac{2}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} - \frac{2\sqrt{a}}{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}} \cdot \frac{a-\sqrt{ab}+b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} \right) : \frac{\sqrt{ab}}{a-b}.$$

$$1329. \frac{x^2-x-2+(x-1)\sqrt{x^2-4}}{x^2+x-2+(x+1)\sqrt{x^2-4}}, \quad x \geq 2.$$

$$1330. \left(\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a-b} \right)^{-1} - \left(\sqrt[4]{ab} - \frac{\sqrt[4]{ab^3}-a}{\sqrt[4]{ab}-\sqrt{a}} \right).$$

$$1331. \frac{\left(1 - \left(\frac{a}{b} \right)^{-2} \right) a^2}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 + 2\sqrt{ab}} + b - a.$$

$$1332^*. \frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}}} + \frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{2-\sqrt{3}}}.$$

$$1333. \frac{(a^2-b^2) \cdot (\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b})}{\sqrt[3]{a^4} + \sqrt[3]{ab^3} - \sqrt[3]{a^3b} - \sqrt[3]{b^4}} + 8a + b.$$

$$1334. \frac{(\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{y})^3}{x-y-\sqrt[3]{x^2y}+\sqrt[3]{xy^2}} + \frac{(\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{y})^3}{x+y+\sqrt[3]{x^2y}+\sqrt[3]{xy^2}}.$$

$$1335. \left(\frac{\sqrt{x-a}}{\sqrt{x+a}+\sqrt{x-a}} - \frac{\sqrt{x-a}}{\sqrt{x+a}-\sqrt{x-a}} \right) : (a-x).$$

$$1336. \left(\frac{\sqrt[4]{a^3b}-\sqrt[4]{ab^3}}{\sqrt{b}-\sqrt{a}} + \frac{1+\sqrt{ab}}{\sqrt[4]{ab}} \right)^{-2} \left(1 + 2\sqrt{\frac{b}{a}} + \frac{b}{a} \right)^{\frac{1}{2}}.$$

$$1337. \left(\sqrt{x} + \sqrt[4]{x^{-1}y^3} \right) : \left(\frac{\sqrt[4]{x}-\sqrt[4]{y}}{\sqrt[4]{x}} + \frac{\sqrt[4]{y}}{\sqrt[4]{x}-\sqrt[4]{y}} \right).$$

$$1338. \frac{a}{\sqrt[3]{a}-1} - \frac{\sqrt[3]{a^2}}{1+\sqrt[3]{a}} + \frac{1}{\sqrt[3]{a}+1} + \frac{1}{1-\sqrt[3]{a}} - \sqrt[3]{a^2}.$$

$$1339. \frac{2\sqrt{x^3}+\sqrt{y^3}-(y-x)^3(\sqrt{x}+\sqrt{y})^3}{\sqrt{x^3}+\sqrt{y^3}} - \frac{3(\sqrt{xy}-x)}{y-x}.$$

$$1340. \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}} - \left(\frac{a+\sqrt[4]{ab^3}}{\sqrt{a}+\sqrt[4]{ab}} - \sqrt[4]{ab} \right) : \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}}.$$

$$1341^*. \frac{(a^2+a\sqrt{ab}+b\sqrt{ab}+b^2)(\sqrt{a}+\sqrt{b})^{-2}-\sqrt{ab}}{a-b} + \frac{2\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}.$$

$$1342^* \left(\frac{\sqrt[3]{x^4} - 8y \cdot \sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x^2} + 2 \cdot \sqrt[3]{xy} + 4 \cdot \sqrt[3]{y^2}} \right) : \left(1 - 2 \sqrt[3]{\frac{y}{x}} \right) - \sqrt[3]{x^2}.$$

$$1343^* \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})^4 \cdot (x - y)^4 - 4\sqrt{xy}(x + y) - 8xy}{(x - y)^2}.$$

$$1344^* \frac{\left\{ \frac{\sqrt[4]{a^3b} - a}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} + \frac{1}{\sqrt{a^{-1}}} \right\} \cdot (\sqrt[4]{ab} + \sqrt{b})}{a + b - (a\sqrt{a} + b\sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})^{-1}}.$$

$$1345^* \frac{x + 2 \cdot \sqrt{xy} + 9y}{\sqrt{x} + 3 \cdot \sqrt{y} - 2 \cdot \sqrt[4]{xy}} - 2 \sqrt{y}.$$

$$1346^* \frac{\sqrt[3]{x^4} + \sqrt[3]{x^2y^2} - 2 \cdot \sqrt[3]{x^3y}}{\sqrt[3]{x^4} + \sqrt[3]{xy^3} - \sqrt[3]{x^3y} - \sqrt[3]{y^4}}.$$

$$1347^* \frac{x^3 - 3x - 2 + (x^2 - 1)\sqrt{x^2 - 4}}{x^3 - 3x + 2 + (x^2 - 1)\sqrt{x^2 - 4}}, \quad x \geq 2.$$

1348*. Довести справедливність рівностей:

$$1) \sqrt{7 + 4\sqrt{3}} + \sqrt{7 - 4\sqrt{3}} = 4; \quad 2) \sqrt{2\sqrt{2} - 3} - \sqrt{2\sqrt{2} + 3} = -2;$$

$$3) \sqrt[3]{9 + \sqrt{80}} + \sqrt[3]{9 - \sqrt{80}} = 3;$$

$$4) \sqrt[3]{20 + 14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{20 - 14\sqrt{2}} = 4.$$

Розділ 5. ФУНКЦІЇ, ЇХ ВЛАСТИВОСТІ І ГРАФІКИ

§24. Область визначення і множина значень

1349. $f(x) = x^2 - 5x + 6$. Знайти $f(0)$, $f(2)$, $f(3)$, $f(4)$.

1350. $f(x) = \sqrt{\frac{8-x}{x}}$. Знайти $f(1)$, $f(3)$, $f(4)$, $f(7)$.

1351. $f(x) = x^2 - x + 1$. Знайти $f(-x)$, $f(\sqrt{x})$, $f\left(\frac{1}{x}\right)$.

1352. $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$. Знайти $f(0)$, $f(-x)$, $f\left(\frac{5}{x}\right)$,

$f(x+1)$, $f(x)+1$, $\frac{1}{f(x)}$.

1353. $f(x) = \begin{cases} x, & x < 0, \\ x^2 + 2, & x \geq 0. \end{cases}$ Знайти $f(-2)$, $f(0)$, $f(1)$, $f(3)$

1354. $y = \begin{cases} x, & x < -1, \\ x^3, & -1 \leq x \leq 1, \\ 5, & x > 1. \end{cases}$ Знайти $y(-3)$, $y(0)$, $y\left(\frac{1}{2}\right)$, $y(4)$.

Знайти область визначення функцій (1355–1417):

1355. $y = \frac{17}{x}$. **1356.** $y = \frac{5}{x+2}$. **1357.** $y = \frac{4}{x-5}$.

1358. $y = \frac{2}{x} + \frac{3}{x+4}$. **1359.** $y = \frac{1}{|x|-3}$. **1360.** $y = \frac{1}{|x-3|}$.

1361. $y = \sqrt{x-2}$. **1362.** $y = \sqrt[3]{x-2}$. **1363.** $y = \sqrt{-4x-12}$.

1364. $y = \frac{1}{x^2 - 5x + 4}$. **1365.** $y = \frac{3}{x^2 + x}$.

1366. $y = \sqrt{x-3} + \sqrt{x}$. **1367.** $y = \sqrt{(x-1)(x+2)}$.

1368. $y = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+4}$. **1369.** $y = \frac{5}{\sqrt{x}-3}$.

1370. $y = \sqrt{\frac{x-4}{x+1}}$. **1371.** $y = \frac{1}{(x-1)^2}$.

- 1372.** $y = \frac{1}{x^2 - 1}$. **1373.** $y = \sqrt{x} + \sqrt{9 - x^2}$.
1374. $y = \frac{1}{\sqrt{|x| - 9}}$. **1375.** $y = \frac{\sqrt{x - 4}}{x^2 - 16}$.
1376. $y = \sqrt{x^2 + x}$. **1377.** $y = \sqrt[3]{x^2 + x}$.
1378. $y = \sqrt{\frac{3 + 2x - x^2}{x - 2}}$. **1379.** $y = \sqrt{x - \sqrt{x}}$.
1380. $y = x\sqrt{x - 5}$. **1381.** $y = \sqrt{x^2(x - 5)}$.
1382. $y = \sqrt{x^2(x - 3)^2(x - 5)}$. **1383.** $y = \sqrt{(2 + x)^2 x^5 (9 - x)}$.
1384. $y = \sqrt[3]{5}$. **1385.** $y = \sqrt[4]{6}$.
1386. $y = \lg(8 - x)$. **1387.** $y = \lg(x + 2)$.
1388. $y = \frac{1}{\log_5(x - 6)}$. **1389.** $y = \frac{\sqrt{3 - x}}{\lg(x - 1)}$.
1390. $y = \sqrt{\log_{0.3}\left(\frac{x - 6}{x + 5}\right)}$. **1391.** $y = \lg(x^2 - 6x - 7)$.
1392. $y = \sqrt{\log_7 \log_{\frac{2}{3}}\left(\frac{4 - x}{2 + x}\right)}$. **1393.** $y = \lg(5 - x^2) + \sqrt{x^2 + x}$.
1394. $y = \sqrt{5 - x - \frac{6}{x}} + \log_5(6 - 5x - x^2)$.
1395. $y = \sqrt{\log_{\frac{1}{4}}\left(\frac{x}{x + 1}\right)^2 - 1}$. **1396.** $y = \sqrt{\frac{4x - x^2 - 3}{\lg(x^2 - 4)}}$.
1397. $y = \arccos\left(\frac{x - 4}{x}\right)$. **1398.** $y = \arcsin(5x - 1)$.
1399. $y = \arcsin\left(\frac{x - 5}{6}\right) - \lg(x^2 - 10x + 24)$.
1400. $y = \frac{\sqrt{1 - 9x^2}}{\operatorname{arctg} x}$. **1401.** $y = \operatorname{tg} 3x$. **1402.** $y = \lg \sin x$.
1403. $y = \lg \cos x$. **1404.** $y = 2^{\frac{1}{x}}$. **1405.** $y = 4^{\sqrt{x}}$.
1406. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{x-1}{x+1}}$. **1407.** $y = \arccos(\log_3 x)$.

$$1408. y = \arcsin(\log_2(1-x)). \quad 1409. y = \lg(-\arcsin x).$$

$$1410. y = \arcsin\left(\frac{\pi}{4} \operatorname{arctg} x\right). \quad 1411. y = \arccos\left(\frac{1}{x}\right).$$

$$1412. y = \sqrt{-x} + \frac{1}{\sqrt{x+5}}. \quad 1413. y = 7^{3 \arcsin x}.$$

$$1414. y = \log_{-1} 6. \quad 1415. y = \log_r(5-x^2).$$

$$1416. y = \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{6}\right). \quad 1417. y = \sqrt[10]{\sin \sqrt{x}}.$$

Знайти множину значень функцій (1418–1444):

$$1418. y = 3x^2. \quad 1419. y = -2x^2. \quad 1420. y = 4 - x^2.$$

$$1421. y = x^2 + 5. \quad 1422. y = x - 1. \quad 1423. y = 3x + 2.$$

$$1424. y = \sqrt{x}. \quad 1425. y = \sqrt[3]{x}. \quad 1426. y = \sqrt{2-x}.$$

$$1427. y = \sqrt[3]{5-x}. \quad 1428. y = \frac{1}{x+2}. \quad 1429. y = \frac{1}{x^2+2}.$$

$$1430. y = \lg(2x). \quad 1431. y = \lg(1-x). \quad 1432. y = \frac{x+3}{x-2}.$$

$$1433. y = 5^{\sin x}. \quad 1434. y = 5^{\lg x}. \quad 1435. y = \left(\frac{1}{2}\right)^{\cos x}.$$

$$1436. y = \left(\frac{1}{3}\right)^{\sin x}. \quad 1437. y = \lg|x|. \quad 1438. y = |\lg x|.$$

$$1439. y = \sin 2x. \quad 1440. y = -\sin 5x + 5. \quad 1441. y = \operatorname{arctg}(x-2).$$

$$1442. y = \arccos|x|. \quad 1443. y = \arcsin|x|. \quad 1444. y = x \sin x.$$

§25. Парні і непарні функції

Дослідити функції на парність (непарність) (1445–1498):

$$1445. y = 3x. \quad 1446. y = 3x + 2.$$

$$1447. y = 3x^2 + 2. \quad 1448. y = 6x^6 + 3x^2 + 7.$$

$$1449. y = x^{10} - x^4. \quad 1450. y = x^2 + |x|.$$

$$1451. y = 5x^3. \quad 1452. y = x^{13} - x^5 - x.$$

$$1453. y = \frac{1}{2x}. \quad 1454. y = \frac{3-x}{x-4}.$$

- 1455** $y = x^5 - 3x + 1$. **1456** $y = |x| + x$.
1457 $y = \sqrt[3]{x}$. **1458** $y = \sqrt{x}$.
1459 $y = \sqrt{1 - x^3}$. **1460** $y = x - \frac{1}{x}$.
1461 $y = |x - 4|$. **1462** $y = 2x + \operatorname{tg} x$.
1463 $y = \frac{2 \sin x}{5x}$. **1464** $y = \sin x - \operatorname{tg} x$.
1465 $y = x^{12} - \cos 5x$. **1466** $y = x^3 - \sin 5x$.
1467 $y = \sin 3x + \operatorname{ctg} 8x$. **1468** $y = \sin 2x \cos 5x$.
1469 $y = \sin^3(2x) - \operatorname{tg}^5(4x)$. **1470** $y = x \sin 4x$.
1471 $y = \frac{x}{\operatorname{tg} x}$. **1472** $y = 3 \cos 5x - 9$.
1473 $y = 5x^3 - \frac{1}{9x^5}$. **1474** $y = 5x - 2 \sqrt[3]{x}$.
1475 $y = \sqrt{x^4 + 1}$. **1476** $y = \sqrt[3]{3x^3 - 2x} - 9x^7$.
1477 $y = x - x^2$. **1478** $y = x^3 - x^2$.
1479 $y = \cos x + \sin^2 x$. **1480** $y = \cos x + \sin 2x$.
1481 $y = \arcsin x + \operatorname{arctg} x$. **1482** $y = \ln(5x)$.
1483 $y = \lg \cos x$. **1484** $y = 5^{x^2 + x^4}$.
1485 $y = x - \frac{\cos x}{x}$. **1486** $y = x^3 \sin \frac{1}{x}$.
1487 $y = x^3 \operatorname{arctg}(2x)$. **1488** $y = x \sin^2 x - \operatorname{tg}^3 x$.
1489 $y = |x| - 5e^{x^2}$. **1490** $y = |x - 2| + |x + 2|$.
1491 $y = |x + 3| - |x - 3|$. **1492** $y = \ln\left(x + \sqrt{1 - x^2}\right)$.
1493 $y = \lg\left(\frac{2 + x}{2 - x}\right)$. **1494** $y = \ln\left(\frac{1 - x}{1 + x}\right)$.
1495 $y = \log_2\left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right)$. **1496** $y = \cos(\arcsin x)$.
1497 $y = \left(\sqrt{3 - 2\sqrt{2}}\right)^x + \left(\sqrt{3 + 2\sqrt{2}}\right)^x$.
1498* $y = \begin{cases} \ln x, & x > 0, \\ \ln\left(-\frac{1}{x}\right), & x < 0. \end{cases}$

§26. Періодичні функції

Знайти основний період функцій (1499–1521):

- 1499.** $y = \cos 3x$. **1500.** $y = \cos \frac{x}{2}$.
- 1501.** $y = \cos \left(2x - \frac{\pi}{3} \right)$. **1502.** $y = \sin 7x$.
- 1503.** $y = \sin \left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{3} \right)$. **1504.** $y = \sin \frac{\pi x}{4}$.
- 1505.** $y = \operatorname{tg}(\sqrt{3} \cdot x)$. **1506.** $y = 5^{\sin 4x}$.
- 1507.** $y = \operatorname{tg} \left(\frac{5x}{3} - 3 \right)$. **1508.** $y = \{6x - 5\}$.
- 1509.** $y = (\{x\} - 0,5)^2$. **1510.** $y = \{k \cdot x\}$, $k \neq 0$.
- 1511.** $y = \sin 3\pi x$. **1512.** $y = \cos 5x + \cos 10x$,
- 1513.** $y = \sin \frac{\pi x}{3} + \sin \frac{\pi x}{4}$. **1514.** $y = \sin x \cdot \sin 6x$.
- 1515.** $y = \cos^2 6x$. **1516.** $y = 3 \sin x - 5 \cos \pi x$.
- 1517.** $y = 2 \cos \frac{x}{3} + 3 \operatorname{tg} \frac{x}{8}$. **1518.** $y = \cos \frac{\pi x}{9} - \operatorname{ctg} \frac{\pi x}{24}$.
- 1519.** $y = \sin \frac{x}{2} + 3 \cos \pi x$. **1520.** $y = 5 \operatorname{ctg} \frac{x}{8} + \sin 2\pi x$.
- 1521.** $y = 7 \operatorname{tg} 2x + \operatorname{tg} 3x + 4 \sin 5x$.
- 1522*.** Функція $f(x)$ визначена при $x \in (-a; a)$. Довести, що:
1) функція $f_1(x) = f(x) + f(-x)$ парна; 2) функція $f_2(x) = f(x) - f(-x)$ непарна.
- 1523*.** Довести, що якщо для всіх $x \in \mathbb{R}$ і деякому $T > 0$ виконується рівність $f(x+T) = \frac{1-f(x)}{1+f(x)}$, то функція $f(x)$ періодична з періодом $2T$.
- 1524*.** Довести, що якщо для всіх $x \in \mathbb{R}$ і деякому $T > 0$ виконується рівність $f(x+T) = \frac{1+f(x)}{1-f(x)}$, то функція $f(x)$ періодична з періодом $4T$.

1525*. Функція $D(x)$ визначена в такий спосіб:

$$D(x) = \begin{cases} 0, & \text{якщо } x - \text{раціональне,} \\ 1, & \text{якщо } x - \text{іраціональне.} \end{cases} \quad \text{Довести, що:}$$

- 1) функція $D(x)$ періодична, причому будь-яке раціональне число є її періодом;
 2) ніяке ірраціональне число не є періодом функції $D(x)$.

§27. Оборнені функції

Для заданої функції y знайти оборнену (1526–1547):

1526. $y = 4x + 5$. **1527.** $y = \frac{5}{x-5}$. **1528.** $y = \sqrt{x}$.

1529. $y = \sqrt[3]{1-x^3}$. **1530.** $y = 8^{1+2}$. **1531.** $y = \lg \frac{x}{3}$.

1532. $y = \log_v 9$. **1533.** $y = 2 \sin 7x$. **1534.** $y = \operatorname{arctg} \frac{x}{2}$.

1535. $y = \frac{3^x}{1+3^x}$. **1536.** $y = x^2$: 1) $x \geq 0$; 2) $x \leq 0$.

1537. $y = x^2 + 4$: 1) $x \geq 0$; 2) $x \leq 0$.

1538. $y = x^2 + 6x$: 1) $x \geq -3$; 2) $x \leq -3$.

1539. $y = \sqrt{1-x^2}$: 1) $-1 \leq x \leq 0$; 2) $0 \leq x \leq 1$.

1540*. $y = \sin x$: 1) $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$; 2) $-\frac{3\pi}{2} \leq x \leq -\frac{\pi}{2}$.

1541*. $y = \operatorname{tg} x$: 1) $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$; 2) $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$.

1542*. $y = \arccos(x^2)$: 1) $0 \leq x \leq 1$; 2) $-1 \leq x \leq 0$.

1543*. $y = \sin^3 x$: 1) $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$; 2) $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$.

1544*. $y = \cos^2 x$: 1) $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$; 2) $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi$; 3) $\pi \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$.

1545*. $y = \sin^2 x$: 1) $-\pi \leq x \leq -\frac{\pi}{2}$; 2) $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq 0$; 3) $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

1546. $y = \begin{cases} x^3, & x < 0, \\ x^2, & x \geq 0. \end{cases}$ **1547.** $y = \begin{cases} x, & x < 1, \\ x^2, & 1 \leq x \leq 4, \\ 2^x, & x > 4. \end{cases}$

§28. Задачі на побудову графіків функцій

Побудувати графіки функцій (1548–1841):

- 1548.** $y = x + 1$. **1549.** $y = -x + 2$. **1550.** $y = 2x + 1$.
1551. $y = -2x + 2$. **1552.** $y = -2x - 4$. **1553.** $y = 2x - 2$.
1554. $y = \frac{x}{3}$. **1555.** $y = -\frac{x}{3}$. **1556.** $y = \frac{x}{3} + 1$.
1557. $y = -\frac{x}{2} - 1$. **1558.** $y = \frac{x-1}{2}$. **1559.** $y = \frac{-x-1}{2}$.
1560. $y = 3x^2$. **1561.** $y = \frac{1}{2}x^2$. **1562.** $y = -x^2$.
1563. $y = -2x^2$. **1564.** $y = -\frac{1}{3}x^2$. **1565.** $y = (x-3)^2$
1566. $y = (x+2)^2$. **1567.** $y = -(x+2)^2$. **1568.** $y = x^2 - 4$.
1569. $y = (x-1)^2 + 2$. **1570.** $y = (x+1)^2 + 2$.
1571. $y = (x-2)^2 + 4$. **1572.** $y = (x-2)^2 - 4$.
1573. $y = 2(x-1)^2 + 1$. **1574.** $y = -2(x+1)^2 + 1$.
1575. $y = -(x-3)^2 - 4$. **1576.** $y = x^2 + 4x$.
1577. $y = x^2 - 6x$. **1578.** $y = -x^2 + 4x$.
1579. $y = -x^2 - 4x$. **1580.** $y = 2x^2 + 4x$.
1581. $y = -2x^2 + 4x$. **1582.** $y = -2x^2 - 4x$.
1583. $y = 2x^2 - 4x$. **1584.** $y = x^2 - 8x + 15$.
1585. $y = x^2 - 4x + 5$. **1586.** $y = x^2 - 3x + 2$.
1587. $y = 2x^2 - 3x + 1$. **1588.** $y = 3x^2 - 6x + 5$.
1589. $y = 2x^2 - 3x - 2$. **1590.** $y = -3x^2 + 8x + 3$.
1591. $y = -2x^2 + 5x - 2$. **1592.** $y = -x^2 + 8x - 15$.
1593. $y = 2x^3$. **1594.** $y = -x^3$.
1595. $y = -2x^3$. **1596.** $y = (x-1)^3$.
1597. $y = (x+1)^3$. **1598.** $y = x^3 + 1$.
1599. $y = (x-1)^3 - 1$. **1600.** $y = 8 - (x+1)^3$.
1601. $y = 2(x+1)^3 + 2$. **1602.** $y = 2\sqrt{x}$.
1603. $y = \sqrt{-x}$. **1604.** $y = -\sqrt{x}$.
1605. $y = \sqrt{x} + \sqrt{-x}$. **1606.** $y = \sqrt{x-2}$.

- 1607.** $y = \sqrt{2-x}$. **1608.** $y = \sqrt{-1-x}$.
1609. $y' = \sqrt{x+2}$. **1610.** $y = \sqrt{x+1}$.
1611. $y = \sqrt{x}-1$. **1612.** $y = -\sqrt{x}+1$.
1613. $y = -\sqrt{x}-1$. **1614.** $y = -\sqrt[3]{x}$. **1615.** $y = 2\sqrt[3]{x}$.
1616. $y = -2\sqrt[3]{x}$. **1617.** $y = \sqrt[3]{x-1}$. **1618.** $y = \sqrt[3]{x+1}$.
1619. $y = \sqrt[3]{x}+2$. **1620.** $y = \sqrt[3]{x}-2$. **1621.** $y = -\sqrt[3]{x}-1$.
1622. $y = -\sqrt[3]{x+2}+2$. **1623.** $y = x^4$. **1624.** $y = -x^4$.
1625. $y = \sqrt[4]{x}$. **1626.** $y = \sqrt[4]{-x}$. **1627.** $y = -\sqrt[4]{x}$.
1628. $y = \sqrt[4]{x}+1$. **1629.** $y = \sqrt[4]{x}-1$. **1630.** $y = -\sqrt[4]{x}-1$.
1631. $y = \sqrt[4]{x-1}$. **1632.** $y = \frac{1}{2x}$. **1633.** $y = \frac{1}{x+2}$.
1634. $y = \frac{1}{x-2}$. **1635.** $y = -\frac{1}{x}$. **1636.** $y = \frac{1}{2-x}$.
1637. $y = \frac{1}{x}+1$. **1638.** $y = \frac{1}{x}-1$. **1639.** $y = -\frac{1}{x}-2$.
1640. $y = -\frac{1}{x}+2$. **1641.** $y = |x-2|$. **1642.** $y = -|x-2|$.
1643. $y = |x+2|$. **1644.** $y = -|x+2|$. **1645.** $y = |x|+2$.
1646. $y = -|x|+2$. **1647.** $y = -|x|-2$. **1648.** $y = |x|-2$.
1649. $y = 2|x|-2$. **1650.** $y = -2|x|+2$. **1651.** $y = -2|x|-2$.
1652. $y = 2x+|x|$. **1653.** $y = \frac{x+|x|}{2}$. **1654.** $y = \frac{x-|x|}{2}$.
1655. $y = \frac{2x+|x|}{|x|}$. **1656.** $y = -|4x-2|$. **1657.** $y = x+|x+2|$.
1658. $y = \frac{|x|}{x}$. **1659.** $y = \frac{x}{x}-x$. **1660.** $y = \frac{x+|x|}{x}$.
1661. $y = \frac{-x-3}{|x+3|}$. **1662.** $y = 2x+1-|x-1|$.
1663. $y = 3|x-1|-2x$. **1664.** $y = 1-x+\frac{2x|x+1|}{x+1}$.
1665. $y = |x-1|+|x+1|$. **1666.** $y = |x+1|-|x-1|$.
1667. $y = |x+2|+|x-3|$. **1668.** $y = |x|+\frac{|x+2|}{x+2}$.

$$\begin{array}{ll}
1669. y = x + |x-1| + \frac{x-2}{|x-2|} & 1670. y = 2|x| - |x-2|. \\
1671. y = |x| - \frac{x-2}{|x-2|} & 1672. y = \frac{|x+2| + |x-2|}{2}. \\
1673. y = \frac{|x-2| - |x+2|}{2} & 1674. y = |x+1| + |x-2| + |x-3|. \\
1675. y = |2x-1| + |x-1| - x & 1676. y = \frac{x^2-4}{|x-2|} \\
1677. y = \frac{|x|}{x} + \frac{|x-2|}{x-2} & 1678. y = \frac{x^2-5x+4}{|x-1|} \\
1679. y = \frac{x^2-6x+8}{|x-4|} & 1680. y = x \cdot |x|. \\
1681. y = -x \cdot |x| & 1682. y = -x \cdot |x+4x|. \\
1683. y = x^2 - 2|x| - 8 & 1684. y = x^2 - 4|x| + 3. \\
1685. y = |x^2 - 2x - 8| & 1686. y = |x^2 - 2|x| - 8|. \\
1687. y = |x^2 - 4|x| + 3| & 1688. y = |x^2 - 6|x|. \\
1689. y = |x^2 - 6|x|| & 1690. y = x^2 + 4|x|. \\
1691. y = |x^2 - 4|x|| & 1692. y = x^2 - x \cdot |x|. \\
1693. y = |x^2 - |x| - 6| & 1694. y = |-x^2 - x + 2|. \\
1695. y = |4 - x^2| & 1696. y = x \cdot |x| - 2x. \\
1697. y = 2 - |x| - x^2 & 1698. y = x^2 - |x+2|. \\
1699. y = x^2 - |2x-1| & 1700. y = -x^2 + |x+2|. \\
1701. y = x \cdot |2-x| & 1702. y = |x^2 - 2x| - 1. \\
1703. y = -(x-4) \cdot |x+2| & 1704. y = (3-x) \cdot |x+1|. \\
1705. y = \frac{x^2-1+|x^2-1|}{8} & 1706. y = \frac{|x-1| \cdot (x^2+3)}{x-1} \\
1707. y = \frac{x^2-x-6}{|x^2-x-6|} & 1708. y = \frac{|x^2-2x-8|}{x^2-2x-8} \\
1709. y = \frac{1}{|x|} & 1710. y = \frac{1}{|x|-2} \\
1711. y = \frac{x-4}{x+2} & 1712. y = \frac{|x-4|}{x+2} \\
1713. y = \frac{x+2}{|x|-2} & 1714. y = \frac{|x+2|}{x^2-4}
\end{array}$$

- 1715.** $y = \frac{|x+2|}{(x+2)^2}$. **1716.** $y = \frac{1}{|x-3|}$.
1717. $y = \frac{1}{|x|-3}$. **1718.** $y = \frac{3x-2}{x-1}$. **1719.** $y = \frac{3x-2}{|x-1|}$.
1720. $y = \frac{2}{|x-1|-1}$. **1721.** $y = \left| \frac{x+3}{x+1} \right|$. **1722.** $y = 1 - \frac{1}{|x|}$.
1723. $y = \left| 1 - \frac{1}{x} \right|$. **1724.** $y = \frac{2|x|-1}{x-3}$. **1725.** $y = \frac{x-1}{|x|-1}$.
1726. $y = \frac{x-1}{|x+1|}$. **1727.** $y = \frac{|x|-2}{|x+3|-1}$. **1728.** $y = \frac{1}{2-|x|}$.
1729. $y = \frac{|x-1|+|x+2|}{x-3}$. **1730.** $y = \frac{1-x}{|x+3|}$.
1731. $y = \frac{1}{x^2-4x+3}$. **1732.** $y = \frac{1}{x^2-4|x|+3}$.
1733. $y = \frac{1}{|x^2-4x+3|}$. **1734.** $y = \frac{1}{|x^2-4|x|+3|}$.
1735. $y = \sqrt{|x|-x}$. **1736.** $y = 2 \{-x\}$.
1737. $y = \{-2x\}$. **1738*.** $y = \left\{ \frac{5}{4}x - 1 \right\}$.
1739*. $y = \left\{ \frac{5}{4} \cdot (x-1) \right\}$. **1740.** $y = 2^{x+|x|}$.
1741. $y = -\left(\frac{1}{2} \right)^{|x-2|}$. **1742.** $y = \log_2 |x|$. **1743.** $y = |\log_2 x|$.
1744. $y = |\log_2 |x||$. **1745.** $y = \log_{\frac{1}{2}} |x|$. **1746.** $y = \left| \log_{\frac{1}{2}} x \right|$.
1747. $y = \left| \log_{\frac{1}{2}} |x| \right|$. **1748.** $y = |\lg x| - \lg x$.
1749. $y = \lg |x| - \lg(x^2)$. **1750.** $y = 3^{\log_3 x}$. **1751.** $y = 3^{\log_3 |x|}$.
1752*. $y = 3^{\log_3 |x|}$. **1753.** $y = \sqrt{10^{\lg(x^2)}}$. **1754*.** $y = \log_x 3$.
1755*. $y = \log_{x-1} 3$. **1756*.** $y = \log_{|x-1|} 3$. **1757.** $y = e^{\ln(3-2x-x^2)}$.
1758. $y = 4^{-2\log_4 x}$. **1759.** $y = x^{3\log_4 2}$. **1760.** $y = x^{\frac{1}{\lg x}}$.
1761. $y = 3^{\frac{1}{\log_4 3}} - 2$. **1762*.** $y = \log_3 \log_2 x$.
1763*. $y = \log_{\frac{1}{3}} \log_2 x$. **1764*.** $y = \log_3 |\log_2 x|$.

- 1765***. $y = \log_4 \log_3 \log_2 x$. **1766***. $y = \frac{1}{\lg|x|}$.
1767. $y = |\sin x|$. **1768**. $y = |\cos x|$ **1769**. $y = \sin|x|$.
1770. $y = \cos|x|$. **1771**. $y = \cos x - 1$. **1772**. $y = \cos \frac{x}{2}$.
1773. $y = 2 \cos x$. **1774**. $y = 2 \cos x + 1$ **1775**. $y = \sin 2x$
1776. $y = \frac{|x|}{x} \sin 2x$. **1777**. $y = \sin(2x - \pi/3)$. **1778**. $y = \cos^2 x$.
1779. $y = \sin^2 x$ **1780**. $y = \sin|x| \cos x$
1781. $y = |\sin x| \cdot \cos x$. **1782**. $y = \sin^2 \sqrt{x-2} + \cos^2 \sqrt{x-2}$.
1783. $y = \sin x + |\sin x|$. **1784**. $y = \sin|x| + \sin x$.
1785. $y = \sin|x| + |\sin x|$. **1786**. $y = \frac{|\cos x|}{\cos x}$.
1787. $y = \frac{\sin|x|}{\sin x}$. **1788**. $y = \frac{\sin|x|}{|\sin x|}$. **1789***. $y = \frac{\sqrt{1 - \cos^2 x}}{\cos x}$.
1790*. $y = \frac{\sqrt{1 - \sin^2 x}}{\sin x}$. **1791**. $y = \operatorname{tg}|x|$. **1792**. $y = |\operatorname{tg} x|$.
1793*. $y = \frac{x \cos x}{|\cos x|}$. **1794***. $y = \frac{x \operatorname{tg}|x|}{\operatorname{tg} x}$.
1795*. $y = \frac{\sin(x + |x|)}{\sin x}$. **1796***. $y = \frac{\sin(x + |x|)}{\cos x}$.
1797*. $y = \frac{1}{\sin x}$. **1798***. $y = \frac{1}{\cos x}$.
1799*. $y = \log_2(\sin x)$. **1800***. $y = \log_2(\cos x)$.
1801*. $y = \log_2|\sin x|$. **1802***. $y = \log_2(\operatorname{tg} x)$.
1803*. $y = 3^{\cos x}$. **1804***. $y = 3^{\frac{\sin x}{|\sin x|}}$.
1805*. $y = 3^{\frac{\sin|x|}{\sin x}}$. **1806***. $y = 3^{\frac{|\cos x|}{\cos x}}$.
1807*. $y = x^{\frac{\sin x}{|\sin x|}}$. **1808***. $y = x^{\frac{\cos x}{|\cos x|}}$.
1809*. $y = \arcsin|x|$. **1810***. $y = \arcsin(2x)$.
1811*. $y = \arccos|x|$. **1812***. $y = \sin(\arcsin x)$.
1813*. $y = \cos(\arccos x)$. **1814***. $y = \operatorname{tg}(\operatorname{arctg} x)$.

- 1815***. $y = \arcsin(\sin x)$. **1816***. $y = \arccos(\cos x)$.
1817*. $y = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} x)$. **1818***. $y = \operatorname{arctg}(\operatorname{ctg} x)$.
1819*. $y = \arccos(\sin x)$. **1820**. $y = [x]^2$.
1821*. $y = [x^2]$. **1822**. $y = [0,5x]$. **1823**. $\dot{y} = [2x]$.
1824. $y = \sqrt[3]{[x]}$. **1825**. $y = [\sqrt{2x-1}]$. **1826**. $y = [\sin x]$.
1827. $y = \{\sin x\}$. **1828**. $y = [\cos x]$. **1829**. $y = \{\cos x\}$.
1830. $y = [\operatorname{arctg} x]$. **1831**. $y = \arcsin[x]$. **1832**. $y = [\arcsin x]$.
1833. $y = \arccos[x]$. **1834**. $y = [\arccos x]$. **1835***. $y = \left| \{x\} - \frac{1}{2} \right|$.
1836*. $y = \{[x]\}$. **1837**. $y = \begin{cases} x, & x \leq 0, \\ 2-x, & x > 0. \end{cases}$
1838. $y = \begin{cases} x^2 + 2x, & x < 1, \\ 4-x, & x \geq 1. \end{cases}$ **1839**. $y = \begin{cases} 1, & x < -1, \\ 2-x^2, & |x| \leq 1, \\ x, & x > 1. \end{cases}$
1840. $y = \begin{cases} |x|, & x < 0, \\ \cos x, & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, \\ \operatorname{tg} x, & x > \frac{\pi}{2}. \end{cases}$ **1841**. $y = \begin{cases} 2^{-x} - 1, & x < 0, \\ \sqrt{6x-x^2}, & 0 \leq x \leq 6, \\ 0, & x > 6. \end{cases}$

Зобразити на координатній площині xOy множини точок, координати яких задовольняють заданим рівнянням або нерівностям (1842–1882):

- 1842**. $|y| + x = -1$. **1843**. $|y - 3| = |x - 1|$.
1844. $|x| + |y| = 2$. **1845**. $|x| - |y| = 2$.
1846. $|x| - |y| = -2$. **1847**. $|y| - |x| = x$.
1848. $|y| = x^2 - 2x$. **1849**. $|y| = |x^2 + 4x|$.
1850*. $x + |x| = y + |y|$. **1851***. $x - x = |y - y|$.
1852. $y - 1 = x$. **1853***. $|x - 2| + |y| = x$.
1854. $|y| = 4x - 4 - x^2$. **1855***. $|y - 2| - |x - 1| = 1$.
1856*. $|x - y| + y = 0$. **1857**. $|y| = |\cos x|$.
1858. $|y| = |\sin x|$. **1859***. $|y| = \frac{\operatorname{tg} x}{|\operatorname{tg} x|}$.

$$1860. |x| + 2|y| = 3.$$

$$1862. |x - y| = 3.$$

$$1864. x^2 + y^2 \leq 1.$$

$$1866^*. \max(x, y) = 1.$$

$$1868^*. x^2 + y^2 - 2|x| - 2|y| + 1 = 0.$$

$$1869^*. \sin \pi(|x| + |y|) = 0.$$

$$1871^*. [x] = [y].$$

$$1873^*. |x| + |y| > 4.$$

$$1875^*. \log_{\frac{1}{6}}(x + y - 1) > 0.$$

$$1877^*. |y| \leq |x|.$$

$$1879^*. |x + y| + |x - y| \leq 2.$$

$$1881^*. \{x\} \leq \{y\}.$$

$$1861. |x + y| = 3.$$

$$1863. |x| + y = |y|.$$

$$1865. x^2 + y^2 > 4.$$

$$1867^*. \min(x, y) = 1.$$

$$1870^*. \{x\} = \{y\}$$

$$1872^*. |x| + |y| \leq 3.$$

$$1874^*. \frac{x}{|x|} = \frac{y}{|y|}.$$

$$1876^*. |x + y| \leq 1.$$

$$1878. (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 4.$$

$$1880^*. [x - y] = 0.$$

$$1882^*. [x] \geq [y].$$

Розділ 6. АЛГЕБРАЇЧНІ РІВНЯННЯ І СИСТЕМИ РІВНЯНЬ

§29. Лінійні рівняння і рівняння, що приводяться до них

Розв'язати рівняння (1883–1949):

- | | | |
|--|--|---------------------------|
| 1883. $3x = 75$. | 1884. $-4x = 36$. | 1885. $5x = -65$. |
| 1886. $-6x = -84$. | 1887. $77 = 7x$. | 1888. $96 = -8x$. |
| 1889. $9x = 0$. | 1890. $-x = 0$. | 1891. $-4x = 0$. |
| 1892. $\frac{x}{3} = 8$. | 1893. $\frac{5x}{3} = 6$. | 1894. $\frac{x}{6} = 0$. |
| 1895. $x : 1,75 = 9,125 - 1\frac{1}{8}$. | 1896. $14,3 : x = 0,011 \cdot 100$. | |
| 1897. $\frac{6}{5x} = 5$. | 1898. $\frac{9}{4x} = 0$. | |
| 1899. $3x - 5 = 16$. | 1900. $1 - 2x = 15$. | |
| 1901. $5(x - 3) = 80$. | 1902. $-6(2x + 9) = 102$. | |
| 1903. $8(2 - x) = -72$. | 1904. $-7(5 - 3x) = 91$. | |
| 1905. $(2x - 1) + (x - 3) = 8$. | 1906. $x + 2 - (2x - 1) = 6$. | |
| 1907. $-(3 - 2x) - (4 - x) = 11$. | 1908. $(x - 0,3) - (2x + 0,7) = 3$. | |
| 1909. $5 - 2(x - 6) = 4$. | 1910. $\frac{x - 1}{4} = 5$. | |
| 1911. $\frac{7}{2x - 1} = 1$. | 1912. $\frac{12}{3x + 7} = 3$. | |
| 1913. $\frac{2x - 1}{3x + 5} = \frac{2}{5}$. | 1914. $\frac{2 - 3x}{x + 3} = 0$. | |
| 1915. $\frac{2x + 1}{5} = \frac{x - 4}{7}$. | 1916. $\frac{x}{2} - \frac{x}{3} = 2$. | |
| 1917. $\frac{3x}{4} - \frac{x}{6} = \frac{7}{36}$. | 1918. $\frac{7}{12} + \frac{5}{18} = \frac{x}{60}$. | |
| 1919. $\frac{9x}{14} + 4 = \frac{x}{21} - \frac{1}{6}$. | 1920. $\frac{1}{x} + \frac{1}{4x} = \frac{1}{6}$. | |
| 1921. $\frac{5}{8x} - \frac{7}{12x} = \frac{2}{9}$. | 1922. $\frac{7}{5x} = 2 - \frac{4}{15x} - \frac{3}{10x}$. | |
| 1923. $x - 0,3(1 - 2x) = 2,9$. | 1924. $519,4 : (29,3 + x) = 14$. | |
| 1925. $4,2 : (4x - 9) = 10 : 7\frac{1}{7}$. | 1926. $4\frac{1}{11} : 10 = 4,5 : (6x + 5)$. | |

$$\begin{array}{ll}
1927. \frac{x-1}{3} + 2 = \frac{x-1}{6} + \frac{1}{2}. & 1928. \frac{x-2}{6} + \frac{x-1}{15} = 3 - \frac{3-x}{12}. \\
1929. \frac{4x+1}{8} - 0,5 = \frac{3x+8}{12} - \frac{x}{6}. & \\
1930. \frac{2x-1}{18} + \frac{2-3x}{24} + \frac{4-5x}{36} + \frac{1}{6} = 0. & \\
1931. \frac{3x-1}{3} + \frac{2x+3}{6} = \frac{x+1}{9} + 2. & \\
1932. \frac{4(x-2)}{3} + \frac{3x+1}{8} = \frac{3(6x-5)}{5} - 9. & \\
1933. \frac{2x-1}{6} - \frac{2(3-4x)}{15} = x - 1\frac{1}{4}. & \\
1934. \frac{5}{3}(x-2) - 3x - \frac{6}{7}(x-3) = -\left(x + \frac{13}{3}\right). & \\
1935. \frac{2-3x}{4} - \frac{5-x}{9} - \frac{5-2x}{12} = 0,25 - \frac{x+2}{4} - \frac{x+1}{18}. & \\
1936. 1 \cdot x = 1. & 1937. \frac{x}{5} = \frac{x}{5}. & 1938. \frac{5}{x-3} = \frac{5}{x-3}. \\
1939. 0 \cdot x = 0. & 1940. 0 \cdot x = 8. & 1941. (x-5) \cdot 0 = 0. \\
1942. (x+2) \cdot 0 = 5. & 1943. x - x = 0. & 1944. \frac{0}{x} = 5. \\
1945. \frac{0}{x} = 0. & 1946. \frac{x-2}{2x-4} = 0. & 1947. \frac{2x-8}{6x-24} = \frac{1}{3}. \\
1948. \frac{2x^2-1}{x^2-9} - \frac{x+1}{x+3} = \frac{3x+1}{3x-9}. & \\
1949. \frac{9x-5}{3x+1} + \frac{108x-9-36x^2}{4(9x^2-1)} = \frac{12x+1}{6x-2}. &
\end{array}$$

§30. Квадратні рівняння і рівняння, що приводяться до них. Теорема Вієта

Розв'язати рівняння (1950–2008):

$$\begin{array}{lll}
1950. x^2 = 9. & 1951. x^2 = 0. & 1952. x^2 - 400 = 0. \\
1953. 4x^2 = 25. & 1954. x^2 + 9 = 0. & 1955. 25x^2 = 0,64. \\
1956. (x-1)^2 = 16. & 1957. (2x+1)^2 = 49. & 1958. (x+3)^2 = 0.
\end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \mathbf{1959.} & (1-5x)^2 = 36. \\ \mathbf{1961.} & (x+8)^2 - \sqrt{13} = 0. \\ \mathbf{1963.} & \sqrt{2}(3x-1+\sqrt{5})^2 - 4 = \sqrt{3}. \\ \mathbf{1965.} & -x^2 - 5x = 0. \end{array} \quad \begin{array}{ll} \mathbf{1960.} & (x-7)^2 - 4 = 0. \\ \mathbf{1962.} & 9(x+3)^2 - \sqrt[3]{2} = 0. \\ \mathbf{1964.} & x^2 - 7x = 0. \\ \mathbf{1966.} & 2x^2 + 3x = 0. \end{array} \quad \mathbf{1967.} \quad 9x^2 - 14x = 0.$$

$$\mathbf{1968.} \quad -3x^2 + 15x = 0.$$

$$\mathbf{1969.} \quad 2x^2 = 16x.$$

$$\mathbf{1970.} \quad -3x^2 = 9x.$$

$$\mathbf{1971.} \quad (x-1)^2 = x-1.$$

$$\mathbf{1972.} \quad (x+9)^2 = x+9.$$

$$\mathbf{1973.} \quad (x-3)^2 = 6(x-3).$$

$$\mathbf{1974.} \quad 5-x = (5-x)^2.$$

$$\mathbf{1975.} \quad 3-4x = (4x-3)^2.$$

$$\mathbf{1976.} \quad 3(x-4)^2 = 5x-20.$$

$$\mathbf{1977.} \quad 9(x-7)^2 = 14-2x.$$

$$\mathbf{1978.} \quad 7(6-5x)^2 = 15x-18.$$

$$\mathbf{1979.} \quad 27x-12 = 2(4-9x)^2.$$

$$\mathbf{1980.} \quad 45x-18 = 5(2-5x)^2.$$

$$\mathbf{1981.} \quad x^2 - 6x + 8 = 0.$$

$$\mathbf{1982.} \quad x^2 - 7x + 12 = 0.$$

$$\mathbf{1983.} \quad x^2 + 7x + 12 = 0.$$

$$\mathbf{1984.} \quad x^2 - 3x + 2 = 0.$$

$$\mathbf{1985.} \quad x^2 - x - 2 = 0.$$

$$\mathbf{1986.} \quad x^2 - 4x - 5 = 0.$$

$$\mathbf{1987.} \quad x^2 - x - 1 = 0.$$

$$\mathbf{1988.} \quad 6x^2 - 7x - 3 = 0.$$

$$\mathbf{1989.} \quad 2x^2 + 9x + 9 = 0.$$

$$\mathbf{1990.} \quad 2x^2 + x - 3 = 0.$$

$$\mathbf{1991.} \quad 3x^2 - 4x - 7 = 0.$$

$$\mathbf{1992.} \quad 0,75x^2 + x + 0,25 = 0.$$

$$\mathbf{1993.} \quad x^2 + 0,4x - 0,2 = 0.$$

$$\mathbf{1994.} \quad \frac{x^2}{3} + \frac{13x}{12} + 1 = 0.$$

$$\mathbf{1995.} \quad \frac{x^2}{18} + \frac{x+1}{12} = \frac{x+2}{6}.$$

$$\mathbf{1996.} \quad 9x^2 - \sqrt{3}x - 2 = 0.$$

$$\mathbf{1997.} \quad 4x^2 - 5\sqrt{2}x + 2 = 0.$$

$$\mathbf{1998.} \quad x^2 - 2x + 2\sqrt{3} - 3 = 0.$$

$$\mathbf{1999.} \quad 2x^2 - 4x + \sqrt{5} - 1 = 0.$$

$$\mathbf{2000.} \quad x^2 - 3x - 3 - \sqrt{5} = 0.$$

$$\mathbf{2001.} \quad 2x^2 - 5x - 9 + \sqrt{6} = 0.$$

$$\mathbf{2002.} \quad \frac{x^2}{x-2} = \frac{4}{x-2}.$$

$$\mathbf{2003.} \quad \frac{x^2}{x-5} = \frac{5x}{x-5}.$$

$$\mathbf{2004.} \quad \frac{x+1}{x^2+x-6} = \frac{x^2-1}{x^2+x-6}.$$

$$\mathbf{2005.} \quad \frac{x^2+8}{x^2-5x+4} = \frac{6x}{x^2-5x+4}.$$

$$\mathbf{2006.} \quad \frac{3x+1}{x+2} = \frac{2x-3}{x-2}.$$

$$\mathbf{2007.} \quad \frac{2x-2}{x+3} + \frac{x+3}{x-3} - 5 = 0.$$

$$\mathbf{2008.} \quad \frac{2}{3(3x+1)} + \frac{x+3}{9x^2-3x+1} = \frac{2}{27x^3+1}.$$

2009. В рівнянні $x^2 + px + 18 = 0$ один з коренів дорівнює 3. Знайти другий корінь і коефіцієнт p .

2010. В рівнянні $x^2 - 7x + q = 0$ один з коренів дорівнює 9. Знайти другий корінь і коефіцієнт q .

- 2011.** Один з коренів рівняння $2x^2 + bx - 18 = 0$ дорівнює 2. Знайти другий корінь і коефіцієнт b .
- 2012.** Один з коренів рівняння $3x^2 + 14x + c = 0$ дорівнює -4 . Знайти другий корінь і коефіцієнт c .
- 2013.** Різниця коренів рівняння $x^2 + 13x + q = 0$ дорівнює 5. Знайти коефіцієнт q .
- 2014.** Різниця коренів рівняння $x^2 - 14x + q = 0$ дорівнює 4. Знайти коефіцієнт q .
- 2015.** Один із коренів квадратного рівняння з раціональними коефіцієнтами дорівнює $3 + \sqrt{5}$. Знайти другий корінь і скласти відповідне рівняння.
- 2016.** Скласти квадратне рівняння, корені якого дорівнюють:
1) квадратам коренів рівняння $ax^2 + bx + c = 0$; 2) кубам коренів рівняння $ax^2 + bx + c = 0$.
- 2017.** Числа $x_1 \neq 0$, $x_2 \neq 0$ є коренями квадратного рівняння $ax^2 + bx + c = 0$. Записати квадратне рівняння, коренями якого є числа $\frac{1}{x_1}$, $\frac{1}{x_2}$.
- 2018.** Знайти $x_1^4 + x_2^4$, де x_1, x_2 є коренями рівняння $2x^2 - 7x - 5 = 0$.
- 2019.** Не розв'язуючи рівняння $ax^2 + bx + c = 0$, корені якого — x_1 і x_2 , знайти: 1) $x_1^2 + x_2^2$; 2) $x_1^{-2} + x_2^{-2}$; 3) $x_1^3 + x_2^3$; 4) $x_1^{-3} + x_2^{-3}$; 5) $x_1^4 + x_2^4$; 6) $x_1^{-4} + x_2^{-4}$.
- 2020.** Скласти квадратне рівняння, один з коренів якого дорівнював би сумі, а другий — добутку коренів рівняння $ax^2 + bx + c = 0$.
- 2021.** Скласти квадратне рівняння, корені якого були б на три одиниці більше коренів рівняння $ax^2 + bx + c = 0$.
- 2022.** Не розв'язуючи рівняння $x^2 + (a+9)x + a^2 + 11 = 0$, знайти, при яких значеннях a один з коренів у п'ять разів більше другого.
- 2023.** При якому значенні a один з коренів рівняння $8x^2 - 30x + a^3 = 0$ дорівнює квадрату іншого?
- 2024.** При якому значенні a рівняння $x^2 + ax - 3 = 0$ і $x^2 - x + a = 0$ мають спільний корінь?
- 2025.** Відомо, що $a + b + c < 0$ і що рівняння $ax^2 + bx + c = 0$ не має дійсних коренів. Визначити знак коефіцієнта c .
- 2026.** При яких значеннях a обидва корені рівняння $x^2 - (a-2)x + a + 1 = 0$ від'ємні?

§31. Алгебраїчні рівняння вищих степенів

Розв'язати в області дійсних чисел біквадратні рівняння (2027–2036):

2027. $x^4 - 26x^2 + 25 = 0$. **2028.** $x^4 - 6x^2 + 8 = 0$.

2029. $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$. **2030.** $x^4 - 3x^2 + 2 = 0$.

2031. $x^4 - 4x^2 - 5 = 0$. **2032.** $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$.

2033. $x^4 - 9x^2 = 0$. **2034.** $x^4 - 16 = 0$.

2035. $x^4 + 9x^2 = 0$. **2036.** $x^4 + 5x^2 + 4 = 0$.

Розв'язати в області дійсних чисел рівняння третього степеня, в яких принаймні один з коренів — ціле число (2037–2060):

2037. $x^3 + x^2 - 10x + 8 = 0$. **2038.** $x^3 - 6x^2 + 5x + 12 = 0$.

2039. $x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$. **2040.** $x^3 - 4x^2 + x + 6 = 0$.

2041. $2x^3 + x^2 - 2x - 1 = 0$. **2042.** $3x^3 - 4x^2 - 5x + 2 = 0$.

2043. $4x^3 - 13x + 6 = 0$. **2044.** $x^3 - 3x^2 + x + 1 = 0$.

2045. $x^3 - 3x + 2 = 0$. **2046.** $3x^3 + 10x^2 + 9x = -2$.

2047. $2x^3 - 7x^2 + 3x + 2 = 0$. **2048.** $5x^3 - 3x^2 - 28 = 0$.

2049. $x^3 - 5x^2 + 12 = 0$. **2050.** $x^3 - x^2 - 4x + 4 = 0$.

2051. $x^3 - 3x^2 - x + 3 = 0$. **2052.** $x^3 + 6x^2 - 4x - 24 = 0$.

2053. $x^3 - 5x^2 + 2x + 8 = 0$. **2054.** $2x^3 - 5x^2 - x + 6 = 0$.

2055. $x^3 - x^2 - 4x - 2 = 0$. **2056.** $x^3 - 3x^2 + 4x - 12 = 0$.

2057. $x^3 + 3x^2 - 9x - 27 = 0$. **2058.** $4x^3 - 3x^2 + 7 = 0$.

2059. $8x^3 - 4x^2 - 5x + 1 = 0$. **2060.** $2x^3 - 3x^2 - 11x + 6 = 0$.

Використовуючи формулу для суми (різниці) кубів, розв'язати рівняння третього степеня (2061–2064):

2061. $(x+1)^3 + (x+2)^3 - 8x^3 - 27 = 0$.

2062. $(2x+1)^3 + (x+1)^3 - 27x^3 - 8 = 0$.

2063. $(5x+1)^3 - (x+6)^3 - 64x^3 + 125 = 0$.

2064. $(1-x)^3 - (3x+2)^3 + 64x^3 + 1 = 0$.

Знайти раціональні корені рівнянь третього і четвертого степенів (2065–2069):

2065. $18x^3 - 9x^2 - 2x + 1 = 0$.

2066. $4x^3 + 7x^2 + 7x + 3 = 0$.

2067. $24x^3 - 26x^2 + 9x - 1 = 0$.

$$2068. 6x^4 - 7x^3 + 8x^2 - 7x + 2 = 0.$$

$$2069. 36x^4 - 36x^3 - 37x^2 + 11x + 6 = 0.$$

Розв'язати зворотні рівняння (2070–2075):

$$2070. x^4 - 2x^3 - 6x^2 - 2x + 1 = 0.$$

$$2071. x^4 + 3x^3 + 2x^2 + 3x + 1 = 0.$$

$$2072. 6x^4 + 5x^3 - 38x^2 + 5x + 6 = 0.$$

$$2073. 15x^4 - 16x^3 - 30x^2 + 16x + 15 = 0.$$

$$2074. 3x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 3 = 0.$$

$$2075. x^4 + 3x^3 - 2x^2 + 3x + 1 = 0.$$

Знайти дійсні корені рівнянь (2076–2102):

$$2076. x^6 = 1. \quad 2077. x^9 = 1. \quad 2078. (x - 2)^7 = 1.$$

$$2079. (3x + 1)^6 = 64. \quad 2080. 5(1 - \sqrt{7}x + \sqrt{2})^4 = \sqrt{13}.$$

$$2081. x^5 + x^4 = 0. \quad 2082. x^6 + x^4 = 0. \quad 2083. x^{10} - x^8 = 0.$$

$$2084. x^{21} - 4x^{19} = 0. \quad 2085. x^5 + 8x^2 = 0.$$

$$2086. x^{18} = 5x^5. \quad 2087. x^{20} + 5x^3 = 0. \quad 2088. x^{15} = 6x^7.$$

$$2089. x^6 - 12x^5 + 32x^4 = 0. \quad 2090. x^7 - x^6 - 12x^5 = 0.$$

$$2091. x^{38} + 6x^{37} + 11x^{36} + 6x^{35} = 0.$$

$$2092*. \frac{x^4 - 3x^3 + x^2 - 2}{x^3 + 1} = \frac{2}{3x - 1}.$$

$$2093*. \frac{x^2 + 12x + 42}{x + 6} - \frac{x^2 + 14x + 56}{x + 7} = \frac{x^2 + 16x + 72}{x + 8} - \frac{x^2 + 18x + 90}{x + 9}.$$

$$2094*. (x^2 - 5)^2 = x + 5. \quad 2095*. 13x^2 = x^4 + 2x^3 + 2x + 1.$$

$$2096*. (x^2 - 5x + 7)^2 - 5(x^2 - 5x + 7) + 7 = x.$$

$$2097*. (x^2 + 4x - 6)^2 + 4(x^2 + 4x - 6) - 6 = x.$$

$$2098*. (x + 1)^2 + \frac{1}{(x + 1)^2} = 2 - x^4.$$

$$2099*. x^{16} + 1 = 2x^8 - (x + x^2)^8. \quad 2100*. 1 + x^5 = 2(1 + x)^5.$$

$$2101*. x^9 - x^5 + x = 73\sqrt{3}.$$

$$2102*. x^{10} - x^7 + x^2 - x + 1 = 0.$$

2103. Довести, що $\sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}$ є коренем рівняння $x^3 + px + q = 0$.

2104*. Нехай x_1, x_2, x_3 — корені кубічного рівняння $x^3 + px + q = 0$. 1) Знайти $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$. 2) Довести, що $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = 3x_1x_2x_3$.

2105*. При якій умові рівняння $x^3 + px + q = 0$ має два рівних корені?

2106*. Скільки дійсних коренів має рівняння $ax^3 + bx + c = 0$, якщо числа a і b одного знака?

2107*. Знайти суму квадратів коренів рівняння $(x^2 + 2x)^2 - 5(x^2 + 2x) + 3 = 0$.

2108*. Знайти $u^8 + \frac{1}{u^8}$, якщо $u = \sqrt{2} + 1$.

2109*. Знайти суму квадратів і суму кубів коренів рівняння $2x^3 - 2x^2 + 4x - 1 = 0$.

2110*. Один з коренів многочлена $P(x)$, де $P(x) = x^3 - 7x^2 + 14x + r$, в два рази більше іншого. Знайти корені многочлена $P(x)$.

2111*. Довести, що всі раціональні корені многочлена $P_n(x) = x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n$ з цілими коефіцієнтами — цілі числа (теорема Гаусса).

§32. Рівняння, що розв'язуються методом заміни змінної

Застосовуючи заміну змінної, розв'язати рівняння (2112–2153):

2112. $x^6 - 9x^3 + 8 = 0$. **2113.** $x^8 - 17x^4 + 16 = 0$.

2114. $x^{10} - 31x^5 - 32 = 0$. **2115.** $x^{12} - 65x^6 + 64 = 0$.

2116. $(x-1)^6 - 28(x-1)^3 + 27 = 0$.

2117. $(x+2)^8 - 82(x+2)^4 + 81 = 0$.

$$2118. (x^2 + 2x)^2 - 14(x^2 + 2x) - 15 = 0.$$

$$2119. \left(\frac{x+1}{2x-1}\right)^4 - 8\left(\frac{x+1}{2x-1}\right)^2 = 9.$$

$$2120. \frac{x+1}{x-1} + \frac{x-1}{x+1} = \frac{10}{3}. \quad 2121. \frac{8}{(x+5)^6} + \frac{7}{(x+5)^3} = 1.$$

$$2122. \frac{5}{x(x-8)} + \frac{1}{(x-4)^2} = \frac{2}{3}.$$

$$2123. \frac{5}{x(6+x)} + \frac{6}{(3+x)^2} = \frac{1}{2}.$$

$$2124. (x^2 + x + 3) \cdot (x^2 + x + 8) = 50.$$

$$2125. \frac{33}{x^2 - 6x + 8} - x^2 + 6x = 16.$$

$$2126. \frac{3}{1+x+x^2} = 3 - x - x^2.$$

$$2127. (x^2 - 4x)^2 - 6(x - 2)^2 = 16.$$

$$2128*. \frac{x-36}{41} + \frac{x-41}{36} = \frac{36}{x-41} + \frac{41}{x-36}.$$

$$2129*. \begin{array}{l} 1) x(x+2)(x+3)(x+5) = 27; \\ 2) (x-2)(x-4)(x-6)(x-8) = 9; \\ 3) (x-1)(x-2)(x-3)(x-4) = 120; \\ 4) (x-2)(x-5)(x-6)(x-9) = -27. \end{array}$$

$$2130*. 9 \cdot \left(x + \frac{1}{x}\right) - 2 \cdot \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = 14.$$

$$2131*. 2 \cdot \left(x^2 + \frac{4}{x^2}\right) + 3 \cdot \left(x - \frac{2}{x}\right) - 7 = 0.$$

$$2132*. x^2 - x - x^{-1} + x^{-2} = \frac{52}{9}.$$

$$2133*. x^2 + \frac{16}{x^2} - 5x + \frac{20}{x} = 2.$$

$$2134*. x^2 - 7x + \frac{7}{x} + \frac{1}{x^2} + 10 = 0.$$

$$2135*. 24x^2 + 2x - \frac{1}{2x} + \frac{3}{2x^2} - 24 = 0.$$

$$2136*. \frac{x^2}{12} + \frac{12}{x^2} = 5 \left(\frac{x}{6} + \frac{2}{x}\right). \quad 2137*. (2x-1)^4 + (2x+3)^4 = 256.$$

$$2138*. x^4 + (x-2)^4 = 706. \quad 2139*. x^2 + \left(\frac{5x}{x+5}\right)^2 = \frac{125}{4}.$$

$$\begin{aligned}
2140^*. \quad x^2 + \frac{9x^2}{(x-3)^2} &= 16. & 2141^*. \quad (x^2 - 20)(x-4)^2 + 16x^2 &= 0. \\
2142^*. \quad (x^2 - 32)(x-7)^2 + 49x^2 &= 0. \\
2143^*. \quad (5x+1)^3 - 2(5x+1)^2(x-3) - 2(x-3)^3 + \\
&+ (5x+1)(x-3)^2 = 0. \\
2144^*. \quad (1+x)^3 - 3(1+x)^2(2+3x) + 2(2+3x)^3 &= 0. \\
2145^*. \quad (2x^2 - 3x + 1)(2x^2 + 5x + 1) &= 9x^2. \\
2146^*. \quad (3x^2 - x - 2)(3x^2 + 23x - 2) &= 25x^2. \\
2147^*. \quad \frac{8x}{9x^2 + x + 2} - \frac{48x}{9x^2 - 3x + 2} &= 3 \\
2148^*. \quad \frac{3x}{2x^2 - 4x - 9} + \frac{5x}{2x^2 - 2x - 9} &= 2. \\
2149^*. \quad \frac{2}{4x^2 - 3x - 6} - \frac{1}{4x^2 - x - 6} &= \frac{3}{4x} \\
2150^*. \quad (x^2 + x + 6)^2 + 6x(x^2 + x + 6) + 8x^2 &= 0. \\
2151^*. \quad (x^2 + x - 7)^2 + 10x(x^2 + x - 7) + 9x^2 &= 0. \\
2152^*. \quad (x^2 - x + 1)^4 - 8x^2(x^2 - x + 1)^2 + 16x^4 &= 0. \\
2153^*. \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+3} + \frac{1}{x+4} &= 0
\end{aligned}$$

§33. Рівняння з модулем

Розв'язати рівняння (2154–2204):

$$\begin{aligned}
2154. \quad |x| &= 5. & 2155. \quad |x| &= 0. & 2156. \quad |x| &= -2. \\
2157. \quad |-x| &= 2. & 2158. \quad |x-1| &= 3. & 2159. \quad |2x+3| &= 7. \\
2160. \quad |3x-18| &= 0 & 2161. \quad |3x-2| &= -3. & 2162. \quad |2x-1| &= 3. \\
2163. \quad |2x-3| &= 5. & 2164. \quad |x| &= x. & 2165. \quad |x| &= -x. \\
2166. \quad |x-2| &= x-2. & 2167. \quad |x-4| &= 4-x. & 2168. \quad x|x| &= -1. \\
2169. \quad 5x + |x| &= -48. & 2170. \quad 3(x+2) + 7 &= |x|. \\
2171. \quad x^2 - 5|x| - 24 &= 0. & 2172. \quad |x^2 - 3x + 2| &= 2. \\
2173. \quad |x^2 - 4| &= x^2 - 4. & 2174. \quad |x^2 - x| &= x - x^2. \\
2175. \quad 2x + |x-13| &= 8. & 2176. \quad |x+5| &= 2+2x.
\end{aligned}$$

- 2177.** $|2x + 1| = 19 + 3x$. **2178.** $|x - 9| - 4x = x + 51$.
2179. $3 \cdot |x - 1| = 5x - 21$. **2180.** $x|x - 2| = -15$.
2181. $|x^2 - 12| + x = 0$. **2182.** $x^2 + |x + 1| = 1 - 2x$.
2183. $x^2 - 4 \cdot |x + 4| = 28$. **2184.** $x + 1 + |x^2 - x - 3| = 0$.
2185. $|2x - 3| = |x - 3|$. **2186.** $|1 - 5x| = |2 - x|$.
2187. $|x - 2| + |x| = 4$. **2188.** $|x + 5| + |x - 5| = 13$.
2189. $|x - 2| + |x + 2| = 4$. **2190.** $|x - 3| + |x + 5| = 8$.
2191. $|x - 1| + |x + 2| = 3$. **2192.** $|x| + |x - 3| = 11$.
2193. $|x| - |x - 2| = 2$. **2194.** $|3x + 6| - |x - 1| = x + 2$.
2195. $|x + 3| + |x - 5| = 3x - 4$. **2196.** $|x + 1| + |x - 2| = 8$.
2197. $|x - 2| + |x + 3| = 5$. **2198*.** $|x^2 - 9| + |x^2 - 16| = 7$.
2199*. $|1 - x^2| + |4 - x^2| = 2x$. **2200.** $|x - 1| + |x - 2| + |2x - 6| = 7$.
2201. $|x - 2| - 3|2x - 1| + 5|3x - 2| = 4$.
2202. $|x + 1| - |x - 2| + |3x + 6| = 5$.
2203. $|2x + 1| - |3 - x| = |x - 4|$. **2204.** $|x| - 2|x + 1| + 3|2x - 4| = 1$.

§34. Ірраціональні рівняння

Розв'язати рівняння (2205–2363):

- 2205.** $\sqrt{x} = 2$. **2206.** $\sqrt{x - 1} = 2$. **2207.** $\sqrt{x + 2} = 0$.
2208. $\sqrt{7 - x} = 0$. **2209.** $\sqrt{-5 - x} = 0$. **2210.** $\sqrt{x} = -3$.
2211. $\sqrt{x + 7} = -1$. **2212.** $\sqrt{-x} = 4$. **2213.** $2 \cdot \sqrt{x} = 3$.
2214. $\sqrt{x} = 0,3$. **2215.** $5 \cdot \sqrt{x} = 0$. **2216.** $5 + \sqrt{x} = 0$.
2217. $5 \cdot \sqrt{x - 4} = 0$. **2218.** $3 \cdot \sqrt{x} - 7 = 0$.
2219. $\sqrt{3x + 5} = 4$. **2220.** $4 \sqrt{x - 1} - 3 = 0$.
2221. $9 - 2 \sqrt{x + 3} = 1$. **2222.** $6 \sqrt{x - 5} + 13 = 0$.
2223. $\sqrt{\frac{7x}{12} + \frac{5}{18}} = 1$. **2224.** $\sqrt{1 - \frac{5x}{6}} = \frac{2}{3}$.
2225. $\sqrt[4]{-2x} = 4$. **2226.** $\sqrt{-3x} = 9$. **2227.** $\sqrt{-x} = -2$.

- 2228.** $\sqrt{-x-3} = 2$. **2229.** $\sqrt[3]{x} = 2$. **2230.** $\sqrt[3]{-x} = 3$.
2231. $\sqrt[3]{x} = -4$. **2232.** $\sqrt[3]{-2x-5} = -3$. **2233.** $\sqrt[5]{-4x} = 2$
2234. $\sqrt[5]{2x-4} = 2$. **2235.** $\sqrt[3]{x^3} + \sqrt[5]{x^5} = 10$.
2236. $\sqrt{x^2} + \sqrt[4]{x^4} = 8$. **2237.** $2\sqrt[3]{x^3} + 3\sqrt{x^2} = 5$.
2238. $\sqrt{x} = \sqrt{2-x}$. **2239.** $\sqrt{x^2-1} = \sqrt{3}$.
2240. $\sqrt{x^2-11} = \sqrt{1-x}$. **2241.** $\sqrt{3-x^2} = \sqrt{-5x-3}$.
2242. $\sqrt{x^2-6x} = \sqrt{10-3x}$. **2243.** $\sqrt{x^2-17} = \sqrt{5x-21}$.
2244. $\sqrt{x} + \sqrt{-x} = 0$. **2245.** $\sqrt{x^3-5x^2+10} = \sqrt{x^2-5x-2}$.
2246. $\sqrt{x^3+11x-13} = \sqrt{6x^2-7}$. **2247.** $\sqrt{x^3+2x} = \sqrt{5x^2-8}$.
2248. 1) $\sqrt{x^9+1} = \sqrt{x^9+x^2}$; 2) $\sqrt{6-x-x^{13}} = \sqrt{x^2-x^{13}}$.
3) $\sqrt{x^4-x^{19}-16x^2-15} = \sqrt{1-x^{19}-x^2}$.
2249. $\sqrt{5-x} + \sqrt{x-1} = -1$. **2250.** $\sqrt{5x-6} + \sqrt{3x-4} = -2$.
2251. $\sqrt{2x-3} + \sqrt{x-2} = 0$. **2252.** $\sqrt{2x-6} + \sqrt{x-3} = 0$.
2253. $\sqrt{x^2-5x+6} + \sqrt{5x-x^2-6} = 0$.
2254. $\sqrt{3-x} + \sqrt{x-6} = 5$. **2255.** $\sqrt{x-5} + \sqrt{2-x} = 3$.
2256. $\sqrt{8+2x-x^2} + \sqrt{x-5} = 9$.
2257. $\sqrt{2x-8} + \sqrt{16-x^2} = \sqrt{12-3x}$.
2258. $\sqrt{x^2+7x+12} = \sqrt{x^2+4x+3} + \sqrt{-x^2-5x-6}$.
2259. $\sqrt{x-3} + \sqrt{8x-x^2-15} = 9-x^2$.
2260. $(x-3)\sqrt{x^2-5x+4} = 2x-6$. **2261.** $\sqrt{x} = -x$.
2262. $\sqrt{-x-9} = x+9$. **2263.** $\sqrt{x+3} = 2x+5$.
2264. $\sqrt{x-2} = 4-x$. **2265.** $\sqrt{x-1} = 3-x$.
2266. $\sqrt{2x-4} = 6-x$. **2267.** $\sqrt{x+27} = 3-x$.
2268. $x-4 = \sqrt{x+26}$. **2269.** $\sqrt{6-x} = -x$.
2270. $\sqrt{1-2x} = -1-x$. **2271.** $x+5 = \sqrt{8-9x-x^2}$.
2272. $\sqrt{15x^2-14} = 2-3x$. **2273.** $\sqrt{1+8x-x^2} = 2x-2$.

2274. $2\sqrt{x+31} = 4 - x$. **2275.** $\sqrt{2x+4} - \sqrt{x} = \sqrt{x-12}$.
2276. $\sqrt{x-1} + \sqrt{2x+6} = 6$. **2277.** $\sqrt{2-x} - \sqrt{x+8} = 2$.
2278. $\sqrt{10-x} + \sqrt{x-5} = \sqrt{x}$. **2279.** $\sqrt{4+x} + \sqrt{x+7} = \sqrt{3-2x}$.
2280. $\sqrt{5-2x} + \sqrt{7+x} = \sqrt{3x+10}$.
2281. $\sqrt{x^2+8x}+6 = x^2+8x$. **2282.** $\sqrt[3]{x} + \sqrt[6]{x} = 12$.
2283. $\sqrt{9x^3+7} + \sqrt[4]{9x^3+7} = 6$.
2284. $\frac{x+5}{x} - \sqrt{\frac{x+5}{x}} = 30$. **2285.** $\sqrt{\frac{3x}{x+2}} - \sqrt{\frac{3(x+2)}{x}} - 2 = 0$.
2286. $\sqrt{2x^2-22x+60} = x^2-11x+30$.
2287. $2\sqrt{7x^2-6x-1} = 1+6x-7x^2$.
2288. $x^2+12x+\sqrt{x^2+12x+4} = 52$.
2289. $5x^2+35x+2\sqrt{x^2+7x+1} = 46$.
2290. $x^2-2x+10 = \sqrt{2x^2-6x+85} + x-1$.
2291. $(x+2)(x+1) - 4\sqrt{x^2+3x+5} = -6$.
2292. $\sqrt{2x^2-3x+7} + \sqrt{2x^2-3x+2} = 5$.
2293. $\sqrt{(x-2)^2} = 2-x$. **2294.** $\sqrt{1+\sqrt{x}} = x-1$.
2295. $\sqrt{(x^2+2x-3)^2} = x^2+2x-3$.
2296. $(x-2)\sqrt{x+1} = 0$. **2297.** $(x-1)\sqrt{x-9} = 0$.
2298. $(x^2-4)\sqrt{1-7x} = 0$. **2299.** $(25-x^2)\sqrt{2-x} = 0$.
2300. $(x+2)\sqrt{x^2+2x+5} = 2x+4$.
2301. $(x+1)\sqrt{x^2+3x-2} = 4x+4$.
2302. $(\sqrt{x+9})^2 + 2\sqrt{(x+11)(x+9)} + (\sqrt{x+11})^2 = 10$.
2303. $\sqrt{(x+9)^2} + 2\sqrt{(x+11)(x+9)} + \sqrt{(x+11)^2} = 10$.
2304*. $\sqrt{x} + \sqrt{x+5} + 2\sqrt{x^2+5x} = 25-2x$.
2305*. $\sqrt{x+6} + \sqrt{x-1} + 2\sqrt{x^2+5x-6} = 51-2x$.
2306*. $2x + \sqrt{x^2\left(4 - x\sqrt{x^2-8x+16}\right)} = x^2$.

- 2307***. $\sqrt{x+4} + \sqrt{(x+4)(x+6)} = \sqrt{(x+5)^3}$.
- 2308**. $\sqrt[3]{2x+4} + \sqrt[3]{x-3} = 1$. **2309**. $\sqrt[3]{x^2-3x-2} = x+4$.
- 2310**. $\sqrt[3]{x+3} + \sqrt[3]{3x+7} = \sqrt[3]{x+1}$.
- 2311**. $\sqrt[3]{x-6} - \sqrt[3]{x} = \sqrt[3]{3(x-2)}$.
- 2312**. $\sqrt[3]{5x+2} + \sqrt[3]{3x+6} + \sqrt[3]{7x-2} = 0$.
- 2313***. $\sqrt[3]{(9+x)^3} + 2 \cdot \sqrt[3]{(9-x)^2} - 3 \cdot \sqrt[3]{9^2-x^2} = 0$.
- 2314***. $\sqrt[3]{(63+x)^2} + 4 \cdot \sqrt[3]{(63-x)^2} + 5 \cdot \sqrt[3]{63^2-x^2} = 0$.
- 2315***. $\sqrt[3]{(3x - \sqrt{1+x^2})^2} - 4\sqrt[3]{8x^2-1} + 3\sqrt[3]{(3x + \sqrt{1+x^2})^2} = 0$.
- 2316***. $\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}} = \sqrt[3]{\frac{x+2}{2x+1}} + \sqrt[3]{\frac{2x+1}{x+2}}$.
- 2317***. $\sqrt[3]{\frac{5+x}{5-x}} + \sqrt[3]{\frac{5-x}{5+x}} = \sqrt[3]{\frac{2-x}{2+x}} + \sqrt[3]{\frac{2+x}{2-x}}$.
- 2318***. $\sqrt[3]{\frac{x-2}{4-x}} - \sqrt[3]{\frac{4-x}{x-2}} = \sqrt[3]{\frac{6-x}{x}} - \sqrt[3]{\frac{x}{6-x}}$.
- 2319***. $\sqrt[3]{\frac{2+x}{2-x}} - \sqrt[3]{\frac{2-x}{2+x}} = \sqrt[3]{\frac{4-x}{4+x}} - \sqrt[3]{\frac{4+x}{4-x}}$.
- 2320**. $\sqrt{x+3} = \sqrt[3]{3x+5}$. **2321**. $\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt{x} + \sqrt{x} = 2$.
- 2322***. $x^3 \cdot \sqrt[6]{x^5} + x^2 \cdot \sqrt[12]{x} = 20 \cdot \sqrt[3]{x}$.
- 2323***. $\sqrt[3]{4+x} - 3 \sqrt[3]{4-x} = 2 \cdot \sqrt[6]{16-x^2}$.
- 2324***. $\sqrt[5]{\frac{1}{64}} + x + \sqrt[5]{\frac{1}{64}} - x - \frac{1}{2} = 0$.
- 2325** $\frac{\sqrt[5]{x-2\sqrt{3}}}{12} - \frac{\sqrt[5]{x-2\sqrt{3}}}{x^2} = \frac{x}{12} \sqrt[5]{\frac{x^3}{x+2\sqrt{3}}}$.
- 2326***. $\sqrt{2x^2+12x+67} + \sqrt{3x^2+18x+52} = 3-6x-x^2$.
- 2327***. $\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{(x-1)^3-x+1} = \sqrt[3]{x-1} + \sqrt[3]{(x-1)^3-x+2}$.
- 2328***. $\sqrt{x+3} - \sqrt{5-x} = \sqrt{2x-x^2+16}$.
- 2329***. $\sqrt[4]{13+3x} + \sqrt[4]{69-3x} = 4$.

- 2330*. $\left(x + \sqrt[3]{91 - x^3}\right) \cdot x \cdot \sqrt[3]{91 - x^3} = 84.$
- 2331*. $\frac{(4 - x)\sqrt[3]{x + 3} - (x + 3)\sqrt[3]{4 - x}}{\sqrt[3]{x + 3} - \sqrt[3]{4 - x}} = 2.$
- 2332*. $\frac{(38 - x)\sqrt[3]{x - 3} - (x - 3)\sqrt[3]{38 - x}}{\sqrt[3]{38 - x} - \sqrt[3]{x - 3}} = 30.$
- 2333*. $\frac{\sqrt[3]{9 - x} - \sqrt[3]{x - 7}}{\sqrt[3]{9 - x} + \sqrt[3]{x - 7}} = 8 - x.$
- 2334*. $\frac{(21 - x)\sqrt[4]{x - 4} - (x - 4)\sqrt[4]{21 - x}}{\sqrt[4]{21 - x} - \sqrt[4]{x - 4}} = 14.$
- 2335*. $\frac{(34 - x)\sqrt[5]{x - 1} - (x - 1)\sqrt[5]{34 - x}}{\sqrt[5]{34 - x} - \sqrt[5]{x - 1}} = 30.$
- 2336*. $\sqrt[3]{(x - 1)^2} + \sqrt[3]{(10 - x)^2} - \sqrt[3]{(x - 1)(10 - x)} = 3.$
- 2337*. $\sqrt[3]{(x + 8)^2} + \sqrt[3]{(x - 20)^2} + \sqrt[3]{(x + 8)(x - 20)} = 7.$
- 2338*. $\frac{70}{x \cdot \sqrt[3]{133 - x^3}} = x + \sqrt[3]{133 - x^3}.$
- 2339*. $\sqrt{x - \frac{1}{x}} - \sqrt{1 - \frac{1}{x}} = \frac{x - 1}{x}.$
- 2340*. $\sqrt{x - 3} + \sqrt{5 - x} = x^2 - 8x + 18.$
- 2341*. $\sqrt{3x^2 - 13x + 13} - \sqrt{x^2 - 2x - 1} = \sqrt{3x^2 - 11x + 7} - \sqrt{x^2 - 5x + 8}.$
- 2342*. $\sqrt{2x^2 + 25x + 12} - \sqrt{2x^2 - 5x - 3} = \sqrt{18x + 9}.$
- 2343*. $\sqrt{x^2 - 7x + 16} - \sqrt{6x^2 - 47x + 96} = 4 - x.$
- 2344*. $\sqrt{3x + 4} - \sqrt{x + 2} = 4x - 2\sqrt{3x^2 + 10x + 8} + 4.$
- 2345*. $\sqrt{x + 2\sqrt{x - 1}} + \sqrt{x - 2\sqrt{x - 1}} = 2.$
- 2346*. $\sqrt{x - 2\sqrt{x - 1}} + \sqrt{x + 3 - 4\sqrt{x - 1}} = 1.$
- 2347*. $\sqrt{x + 6 + 4\sqrt{x + 2}} - \sqrt{x + 6 - 4\sqrt{x + 2}} = 4.$
- 2348*. $\sqrt{x - 2} + \sqrt{2x - 5} + \sqrt{x + 2 + 3\sqrt{2x - 5}} = 7\sqrt{2}.$
- 2349*. $\sqrt[4]{x(x + 5)^2} + 6 \cdot \sqrt[4]{x^3} = 5 \cdot \sqrt[4]{x^2(x + 5)}.$
- 2350*. $\sqrt[7]{(x + 1)^2} + 3 \cdot \sqrt[7]{(x - 1)^2} = 4 \cdot \sqrt[7]{x^2 - 1}.$

$$2376. \begin{cases} \frac{2x}{3} = \frac{3y}{4} - 2, \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 5. \end{cases}$$

$$2377. \begin{cases} x - xy = -3, \\ y + xy = 8. \end{cases}$$

$$2378. \begin{cases} x + 6xy = 39, \\ y + 3xy = 20. \end{cases}$$

$$2379. \begin{cases} x^3 + 3xy^2 = 63, \\ y^3 + 3x^2y = -62. \end{cases}$$

$$2380. \begin{cases} \frac{2x-y}{3} - \frac{x-2y}{2} = \frac{3}{2}, \\ \frac{2x+y}{2} - \frac{x+2y}{3} = \frac{1}{3}. \end{cases}$$

$$2381. \begin{cases} x + \frac{2}{x-y} = 3, \\ y - \frac{2}{x-y} = -1. \end{cases}$$

$$2382. \begin{cases} \frac{x-0,5}{5} = 2 - \frac{0,9(y-3)}{2}, \\ \frac{y-4}{4} = \frac{2x-9}{3} - 0,75. \end{cases}$$

$$2383. \begin{cases} x^3 + 2yx^3 = 24, \\ y - 3yx^3 = -23. \end{cases}$$

Розв'язати системи рівнянь, використовуючи метод підстановки (2384–2389):

$$2384. \begin{cases} x + y = 9, \\ xy = 8. \end{cases}$$

$$2385. \begin{cases} x^2 + y^2 = 25, \\ y - x = -1. \end{cases}$$

$$2386. \begin{cases} x^2 - xy - 3y = 5, \\ y - 2x = 0. \end{cases}$$

$$2387. \begin{cases} x^2 + xy - 3y^2 = -3, \\ 3y - 2x = 2. \end{cases}$$

$$2388. \begin{cases} y^2 - 2x^2 = -14, \\ xy = 6. \end{cases}$$

$$2389. \begin{cases} x^2 - y^2 = 3, \\ x^4 + y^4 = 17. \end{cases}$$

Розв'язати однорідні системи рівнянь (2390–2397):

$$2390. \begin{cases} 2x^2 + xy - 6y^2 = 0, \\ x^2 - 4xy + 3y^2 = -3. \end{cases}$$

$$2391. \begin{cases} 8x^2 + 2xy - 3y^2 = 0, \\ 4x^2 - 3xy - 9y^2 = -38. \end{cases}$$

$$2392. \begin{cases} 4x^2 - 3xy - y^2 = 0, \\ 32x^2 - 36xy + 9y^2 = 6. \end{cases}$$

$$2393. \begin{cases} 2x^2 - 3xy + y^2 = 6, \\ 3x^2 - 2xy - 2y^2 = 3. \end{cases}$$

$$2394. \begin{cases} x^2 - y^2 = 5, \\ x^2 - xy + y^2 = 7. \end{cases}$$

$$2395. \begin{cases} 2x^2 + 3y^2 - 4xy = 3, \\ 2x^2 - y^2 = 7. \end{cases}$$

$$2396. \begin{cases} x^2 - 3xy + y^2 = -5, \\ 2x^2 - xy + 2y^2 = 20. \end{cases}$$

$$2397. \begin{cases} 5x^2 + 2xy + y^2 = 20, \\ x^2 + 2xy + 2y^2 = 25. \end{cases}$$

Розв'язати системи рівнянь, використовуючи метод заміни змінних (2398–2405):

$$\begin{array}{ll} \mathbf{2398.} \begin{cases} \frac{3}{2x+y} + \frac{1}{2x-y} = \frac{2}{5}, \\ \frac{7}{2x+y} + \frac{2}{2x-y} = \frac{3}{5}. \end{cases} & \mathbf{2399.} \begin{cases} \frac{3}{x^2-xy} - \frac{2}{y^2-xy} = \frac{11}{12}, \\ \frac{4}{x^2-xy} + \frac{3}{y^2-xy} = -\frac{2}{3}. \end{cases} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \mathbf{2400.} \begin{cases} 4xy - \frac{x}{y} = 30, \\ 3xy + 2\frac{x}{y} = 28. \end{cases} & \mathbf{2401.} \begin{cases} \frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y} = \frac{10}{3}, \\ 2x^2 + y^2 = 27. \end{cases} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \mathbf{2402.} \begin{cases} x^{-1} + 2y^{-1} = 14, \\ x^{-2} + y^{-2} = 41. \end{cases} & \mathbf{2403.} \begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{5}{2}, \\ x^2 - 2y^2 = 2. \end{cases} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \mathbf{2404.} \begin{cases} \sqrt{\frac{x-y}{x+y}} + \sqrt{\frac{x+y}{x-y}} = \frac{26}{5}, \\ xy - 6x - 6y = 6. \end{cases} & \mathbf{2405.} \begin{cases} \sqrt{\frac{3x-2}{y-1}} + \sqrt{\frac{y-1}{3x-2}} = 2, \\ x + y = 11. \end{cases} \end{array}$$

Розв'язати симетричні системи рівнянь (2406–2415):

$$\begin{array}{ll} \mathbf{2406.} \begin{cases} x^2 + y^2 = 34, \\ x + y + 2xy = 38. \end{cases} & \mathbf{2407.} \begin{cases} x + 3xy + y = 9, \\ x^2 + y^2 + xy = 7. \end{cases} \\ \mathbf{2408.} \begin{cases} x^3 + y^3 = 7, \\ xy(x+y) = -2. \end{cases} & \mathbf{2409.} \begin{cases} x^3 + y^3 = 7, \\ (xy+5)(x+y) = 3. \end{cases} \\ \mathbf{2410.} \begin{cases} x^3 + x^3y^3 + y^3 = 55, \\ x - xy + y = 1. \end{cases} & \mathbf{2411^*} \begin{cases} x^3 + x^3y^3 + y^3 = 48, \\ x + xy + y = 0. \end{cases} \\ \mathbf{2412.} \begin{cases} x + xy + y = 11, \\ x^2y + xy^2 = 30. \end{cases} & \mathbf{2413.} \begin{cases} 2x + 2y - xy = 6, \\ x^2 + y^2 - 3xy = 5. \end{cases} \\ \mathbf{2414.} \begin{cases} xy(x-2)(y-2) = -3, \\ (x+1)(y+1) = 8. \end{cases} & \mathbf{2415^*} \begin{cases} x^2 + y^2 - xy = 3, \\ x^4 + y^4 + x^2y^2 = 21. \end{cases} \end{array}$$

Розв'язати системи рівнянь, що містять знак модуля (2416–2423):

$$\begin{array}{ll} \mathbf{2416.} \begin{cases} y + 4x + 13 = 0, \\ 2y - |x| + 5 = 0. \end{cases} & \mathbf{2417.} \begin{cases} x + 4|y| - 8 = 0, \\ x + y + 7 = 0. \end{cases} \end{array}$$

$$2418 \begin{cases} |x-3| + y = 0, \\ 3x - y = 5 \end{cases}$$

$$2419 \begin{cases} |x+9| = x+9 \\ |x-9| = 9-x \end{cases}$$

$$2420^* \begin{cases} 2|x| + |y| = 6 \\ 3y + 4x = 2 \end{cases}$$

$$2421^* \begin{cases} |x+2y| = y-2x \\ y + 3x \end{cases}$$

$$2422^* \begin{cases} |x+3y| = 16, \\ |3x-2y| = 7 \end{cases}$$

$$2423^* \begin{cases} |x| + |y| = 0 \\ |x+y| = 5 \end{cases}$$

Розв'язати системи рівнянь, використовуючи різні методи (2424–2449):

$$2424 \begin{cases} (x+y)(x-2y) = 0 \\ x' + y' = 50 \end{cases}$$

$$2425 \begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{y-9} = 2 \\ \sqrt{y+7} - \sqrt{x-9} = 2 \end{cases}$$

$$2426 \begin{cases} \sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = 3 - \frac{5}{\sqrt{xy}} \\ \sqrt[4]{x^3y} + \sqrt[4]{xy^3} = 5\sqrt{6} \end{cases}$$

$$2427 \begin{cases} \sqrt{x+y} + \sqrt[4]{x-y} = 4 \\ \sqrt{x^3 + x'y - xy' - y^3} = 3 \end{cases}$$

$$2428 \begin{cases} \sqrt{x' + y'} - \sqrt{x^2 - y'} = y \\ x' - y' = 81 \end{cases}$$

$$2429 \begin{cases} (x' - xy + y')(x - y) = 1 + y^3 \\ (x' + xy + y')(x + y) = 1 - y^3 \end{cases}$$

$$2430 \begin{cases} x^3 = 8x + 3y \\ y^3 = 3x + 8y \end{cases}$$

$$2431^* \begin{cases} x^2y - 2x' = 18 - 3y \\ 3xy - 6x = 24 - 5y \end{cases}$$

$$2432^* \begin{cases} 7x^2 + 8y^2 - 5xy - 46x - 12y + 104 = 0 \\ 4x' + 5y' - 2xy - 28x - 12y + 68 = 0 \end{cases}$$

$$2433 \begin{cases} x(x+y+z) = 64, \\ y(x+y+z) = 48, \\ z(x+y+z) = 144 \end{cases}$$

$$2434 \begin{cases} xy = 6 \\ yz = 8 \\ zx = 12 \end{cases}$$

$$2435 \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 6 \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 4 \\ \frac{1}{z} + \frac{1}{x} = 5 \end{cases}$$

$$2436^* \begin{cases} x + \frac{1}{y} = 12 \\ y + \frac{1}{z} = 12 \\ z + \frac{1}{x} = 12 \end{cases}$$

$$2437^* \cdot \begin{cases} \frac{xy}{x+y} = \frac{12}{7}, \\ \frac{yz}{y+z} = \frac{6}{5}, \\ \frac{zx}{z+x} = \frac{4}{3}. \end{cases}$$

$$2438^* \cdot \begin{cases} x = \frac{1}{2} \left(y + \frac{1}{y} \right), & x, y, z > 0, \\ y = \frac{1}{2} \left(z + \frac{1}{z} \right) \\ z = \frac{1}{2} \left(x + \frac{1}{x} \right) \end{cases}$$

$$2439^* \cdot \begin{cases} x = \frac{4y^2 - 1}{y + 2}, \\ y = \frac{4x^2 - 1}{x + 2}. \end{cases}$$

$$2440^* \cdot \begin{cases} x^4 + y^4 = 97(x + y)^2 \\ xy = 6(x + y). \end{cases}$$

$$2441^* \cdot \begin{cases} x + \frac{7x - y}{x^2 + y^2} = 5, \\ y - \frac{x + 7y}{x^2 + y^2} = 0. \end{cases}$$

$$2442 \cdot \begin{cases} (x + y)(x + y + z) = 3, \\ (y + z)(x + y + z) = -3, \\ (x + z)(x + y + z) = 18. \end{cases}$$

$$2443^* \cdot \begin{cases} xy = x + 2y - 3z, \\ xz = 2(x - 2y + 3z), \\ yz = 3(2y - x + 3z). \end{cases}$$

$$2444^* \cdot \begin{cases} x^2 + xy + xz - 3x = -1, \\ y^2 + xy + yz - 3y = 2, \\ z^2 + xz + yz - 3z = -3. \end{cases}$$

$$2445 \cdot \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_5 = 7, \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_5 = 8, \\ x_1 + x_2 + x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + x_3 + x_4 + x_5 = 2, \\ x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 3. \end{cases}$$

$$2446 \cdot \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 5, \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_6 = 3, \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_5 + x_6 = 1, \\ x_1 + x_2 + x_4 + x_5 + x_6 = -1, \\ x_1 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = -3, \\ x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = -5. \end{cases}$$

$$2447 \cdot \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 9, \\ x_2 + x_3 + x_4 = 15, \\ x_3 + x_4 + x_5 = 5, \\ x_4 + x_5 + x_6 = -5, \\ x_5 + x_6 + x_7 = -15, \\ x_6 + x_7 + x_8 = -9, \\ x_7 + x_8 + x_1 = -3, \\ x_8 + x_1 + x_2 = 3. \end{cases}$$

$$2448^* \cdot \begin{cases} 3x_1x_2 = x_1 + x_2 + 2, \\ 3x_2x_3 = x_2 + x_3 + 2, \\ \dots\dots\dots \\ 3x_{n-1}x_n = x_{n-1} + x_n + 2, \\ 3x_nx_1 = x_n + x_1 + 2. \end{cases}$$

[illegible]

§36. Рівняння і системи рівнянь з параметрами

Розв'язати в області дійсних чисел рівняння першого, другого і третього степенів з параметром a (2450–2465):

2450. $ax = 5$. **2451.** $ax = 0$. **2452.** $0 \cdot x = a$.

2453. $a \cdot x = a$. **2454.** $ax = a - 2$. **2455.** $a^2x = x$.

2456. $a^2 - ax = 3x + 9$. **2457.** $\frac{3x+2}{a+1} + \frac{ax}{a^2-1} = \frac{1}{a-1}$.

2458. $\frac{a-1}{a(x-1)} = \frac{a^2-1}{a}$. **2459.** $ax + b = 0$.

2460. $\frac{a}{x-3} = \frac{x+2}{x^2-9}$. **2461.** $\frac{x-5}{x+9} = \frac{a-x}{x+9}$.

2462. $a^2(x^2 - x) + 2ax = a - 1.$ **2463.** $ax^2 + 2x + 6 = 0.$

2464. $ax^3 = x^2 + x + \frac{1}{3}$. **2465.** $x^3 + x^2 + a^3 - a^2 = 0$.

2466. При яких значеннях параметра a рівняння $ax + 3 = 4x + a$ має корінь, більший 5?

2467. При якому значенні k один корінь рівняння $5kx^2 + 4x + k + 3 = 0$ дорівнює 0?

2468. Дано рівняння $(k+4)x^2 - 2(k-2)x + k - 6 = 0$. При яких значеннях k рівняння має: 1) два рівних корені; 2) не має дійсних коренів?

2469. Знайти всі значення параметра a , при яких рівняння

$$\frac{1}{4x^2} + \frac{1}{x} + a = 0 \text{ має єдиний корінь.}$$

2470. При яких значеннях параметра a рівняння $(a-3)x^2 - 4x - 2a = 0$ має: 1) дійсні корені; 2) дійсні корені одного знака; 3) дійсні корені різних знаків?

2471. Знайти всі значення параметра a , при кожному з яких рівняння $x^2 - 4ax + 4a^2 + 6a + 5 = 0$ не має коренів.

2472. Знайти, при якому значенні параметра a рівняння $|x^2 - 4x - 5| = a$ має рівно три розв'язки.

2473*. Розв'язати рівняння $x^2 + |x| + a = 0$.

2474*. Знайти всі значення a , при кожному з яких рівняння $(a+1)x^2 - ax + (a-3) = 0$ має не більше одного дійсного кореня.

2475*. Розв'язати рівняння: 1) $|x-2| - |x-a| = 2x+4$;
2) $|x-a| - |x-4| = x+1$; 3) $|x| + |x-a| = x+3$.

2476*. Розв'язати рівняння $|x+3| - a \cdot |x-1| = 4$.

2477*. Знайти всі значення a , при кожному з яких рівняння $|2x+3| + |2x-3| = ax+6$ має один корінь.

2478*. Знайти всі значення a , при кожному з яких рівняння $x^2 - 4x - 2|x-a| + 2 - a = 0$ має чотири розв'язки.

2479*. При якому значенні параметра a рівняння $|x+2| - |2x+8| = a^4$ має один розв'язок?

2480*. Знайти всі значення a , при кожному з яких рівняння $x \cdot |x+2a| + 1 - a = 0$ має один корінь.

Розв'язати ірраціональні рівняння з параметром a (2481–2489):

2481. $\sqrt{x-2} = a-2$.

2482. $\sqrt{x-a} = a$.

2483. $x + \sqrt{x} = a$.

2484. $\sqrt{x^2 - a^2} = x \cdot \sqrt{\frac{a-x}{x}}$.

2485*. $\sqrt{|x|+1} - \sqrt{|x|} = a$.

2486*. $\sqrt{\frac{x}{4}} + 2 = \sqrt{\frac{x}{4}} - 3 + a$.

2487*. $\sqrt{9-x^2} = x-a$.

2488*. $\sqrt{x+a} = x^2 - a$.

2489*. $\sqrt{x^2 - a} + 2\sqrt{x^2 - 1} = x$.

2490*. Для кожного значення параметра a визначити число розв'язків рівняння $\sqrt{2|x| - x^2} = a$.

2491*. При яких значеннях a рівняння $\sqrt{x+a} = x$ має два корені?

2492*. Знайти всі значення a , при кожному з яких система рівнянь
$$\begin{cases} 2x + 2(a-1)y = a-4, \\ 2|x+1| + ay = 2 \end{cases}$$
 має єдиний розв'язок. Знайти цей розв'язок.

2493*. Знайти всі значення a , при кожному з яких система

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ x + y = a \end{cases} \text{ має єдиний розв'язок.}$$

2494*. Знайти, при яких значеннях a система рівнянь

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25, \\ 3x + 4y = a \end{cases} \text{ має єдиний розв'язок.}$$

2495*. Знайти, при яких a і b система рівнянь $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ ax + by = 1 \end{cases}$ має єдиний розв'язок.

2496*. Знайти, при яких a система рівнянь

$$\begin{cases} x - y = 1 + xy, \\ (y - a)x + (2a - 3)y = a \end{cases} \text{ має єдиний розв'язок.}$$

Розв'язати системи рівнянь (2497–2504):

$$\mathbf{2497.} \begin{cases} x + y = a, \\ x - y = b. \end{cases}$$

$$\mathbf{2498.} \begin{cases} x^3 - y^3 = 2b, \\ x^2y - xy^2 = b. \end{cases}$$

$$\mathbf{2499.} \begin{cases} x(x + y + z) = a^2, \\ y(x + y + z) = b^2, \\ z(x + y + z) = c^2. \end{cases}$$

$$\mathbf{2500.} \begin{cases} x + y + z = a, \\ x^2 + y^2 + z^2 = a^2, \\ x^3 + y^3 + z^3 = a^3. \end{cases}$$

$$\mathbf{2501*} \begin{cases} ax = yz, & a > 0, \quad b > 0, \quad c > 0 \\ by = xz, \\ cz = xy \end{cases}$$

$$\mathbf{2502*} \begin{cases} y(x + y) + x(x + z) = 0, \\ z^2 + y^2 - x^2 = a^2, \\ x + y + z = 2a. \end{cases}$$

$$\mathbf{2503*} \begin{cases} a(yz - xz - xy) = xyz, & a \neq 0, \quad b \neq 0, \quad c \neq 0 \\ b(xz - xy - yz) = xyz, \\ c(xy - yz - xz) = xyz. \end{cases}$$

$$\mathbf{2504*} \begin{cases} ax + (a + 1)y = (x - y)^2, \\ (a + 1)y + (a + 2)z = (y - z)^2, \\ (a + 2)z + ax = (x - z)^2. \end{cases}$$

§37. Задачі на відновлення многочленів

2505. Відновити лінійну функцію $y = kx + b$ за двома точками її графіка: 1) (3; 6), (1; 6); 2) (1; 5), (2; 4); 3) (3; 8), (-1; 8).

- 2506.** Відновити квадратичну функцію $y = ax^2 + bx + c$ за трьома точками її графіка: 1) $(3; 6)$, $(1; 6)$, $(2; 5)$; 2) $(1; 4)$, $(2; -1)$, $(-1; 2)$.
- 2507.** Відновити квадратичну функцію $y = x^2 + px + q$ за вершиною $(3; 4)$ параболі, що служить її графіком.
- 2508.** Відновити функцію $y = ax^2 + bx + c$ за координатами вершини параболі $(1, 5)$ і координатами точки, що належить графіку $(-1; 21)$.
- 2509.** Відповісти многочлен третього степеня $ax^3 + bx^2 + cx + d$ за чотирма точками його графіка:
 1) $(1; 0)$, $(-1; 0)$, $(-2; -12)$, $(3; 8)$;
 2) $(1; 0)$, $(-1; -10)$, $(2; 14)$, $(3; 50)$.
- 2510.** Знайти, при яких значеннях a, b, c многочлен $x^4 + 6x^3 + 11x^2 + ax + 1$ є повним квадратом многочлена $x^2 + bx + c$.
- 2511.** Знайти, при якому значенні a многочлен $x^4 + 4x^3 + 10x^2 + 12x + a$ є повним квадратом.
- 2512.** Який многочлен при піднесенні до третього степеня дає многочлен $x^6 + 3x^5 + 9x^4 + 13x^3 + 18x^2 + 12x + 8$?
- 2513.** Відповісти многочлен третього степеня, якщо відомо, що він перетворюється на 0 при $x = 1$, а при діленні на $x + 1$, $x + 2$, $x - 2$ дає ту саму остачу 12.

Розділ 7. АЛГЕБРАЇЧНІ НЕРІВНОСТІ

§38. Лінійні нерівності і нерівності, що приводяться до лінійних

Розв'язати лінійні нерівності (2514–2534):

- | | | |
|--------------------------------|-----------------------------------|------------------------------------|
| 2514. $2x > 22$. | 2515. $-3x > 15$. | 2516. $4x \geq 28$. |
| 2517. $-5x \geq 30$. | 2518. $7x < 21$. | 2519. $-8x < 24$. |
| 2520. $-9x \leq -45$. | 2521. $-4x \leq 48$. | 2522. $0,2x > 5$. |
| 2523. $-0,1x \leq 4$. | 2524. $-3x > -1,5$. | 2525. $-2x \leq -0,8$. |
| 2526. $-5x > 0,25$. | 2527. $0,25x \geq -8$. | 2528. $0 \cdot x \geq -3$. |
| 2529. $0 \cdot x < 5$. | 2530. $0 \cdot x \leq 0$. | 2531. $0 \cdot x \geq 0$. |
| 2532. $0 \cdot x > 0$. | 2533. $0 \cdot x < 0$. | 2534. $0 \cdot x < -9$. |

Розв'язати нерівності, що приводяться до лінійних (2535–2544):

- | | | |
|--|---|---------------------------------|
| 2535. $\frac{x-1}{2} < 2$. | 2536. $\frac{2x+1}{7} \geq 1$. | 2537. $3x-1 \leq 8+2x$. |
| 2538. $2x-4 > 5-x$. | 2539. $2-5x \geq 14-x$. | 2540. $3-2x < x-9$. |
| 2541. $\frac{x}{2} - \frac{x}{3} < 4$. | 2542. $\frac{x}{4} - \frac{x}{2} - \frac{x}{6} \leq 5$. | |
| 2543. $\frac{x-1}{4} + \frac{x+3}{2} > 1 - \frac{x}{6}$. | 2544. $\frac{2-x}{4} + 1 < \frac{2x-1}{10} - \frac{2x-3}{6}$. | |

Розв'язати подвійні нерівності (2545–2550):

- | | |
|--|--|
| 2545. $6 < 2x < 10$. | 2546. $7 < 1-3x < 16$. |
| 2547. $x+1 < \frac{x}{2} < x+2$. | 2548. $2 - \frac{x}{3} < \frac{x-1}{4} < 1 + \frac{x}{6}$. |
| 2549. $\frac{2x-1}{6} < \frac{x+3}{12} < \frac{3x+7}{18}$. | 2550. $\frac{x-6}{9} \leq \frac{x-3}{4} < \frac{x+7}{24}$. |

§39. Нерівності другого степеня

Розв'язати нерівності другого степеня (2551–2591):

- | | | |
|----------------------------------|------------------------------|---------------------------|
| 2551. $x^2 \geq 0$. | 2552. $x^2 > 0$. | 2553. $x^2 < 0$. |
| 2554. $-x^2 \geq 0$. | 2555. $-2x^2 < 0$. | 2556. $x^2 < -2$. |
| 2557. $3(x-5)^2 \leq 0$. | 2558. $x^2 \geq -1$. | 2559. $x^2 < 9$. |
| 2560. $x^2 \geq 25$. | 2561. $x^2 \leq 10$. | 2562. $x^2 > 7$. |

- 2563.** $3x^2 < 8$. **2564.** $4x^2 \geq 9$. **2565.** $5x^2 \leq -7$.
2566. $(x-1)^2 < 16$. **2567.** $(2x+1)^2 \geq 25$ **2568.** $(1-3x)^2 \leq 4$
2569. $(3x-2)^2 \leq 0$. **2570.** $(4x+3)^2 \geq 0$. **2571.** $(2-5x)^2 < 0$.
2572. $(7x+3)^2 > 0$. **2573.** $(2x-1)^2 > -3$.
2574. $(6x-5)^2 < -7$ **2575.** $0 \leq (2x+3)^2 < 5$.
2576. $(3x-4)^2 \geq 13$. **2577.** $0 < (6x-7)^2 \leq 3$.
2578. $2x^2 + 7x + 3 \leq 0$. **2579.** $3x^2 + x - 2 \geq 0$
2580. $x^2 - x + 6 < 0$. **2581.** $x^2 + x + 12 > 0$.
2582. $-x^2 + 2x + 8 \leq 0$. **2583.** $-x^2 - x + 20 \geq 0$.
2584. $x^2 + x > 0$. **2585.** $0 < x^2 \leq 1$.
2586. $-9 \leq x^2 < 25$. **2587.** $-4 < x^2 - 4x \leq 0$.
2588. $2 \leq x^2 + x < 6$. **2589.** $-3 < 2x^2 + 7x < 0$.
2590. $-2 < 3x^2 - 4x < 0$. **2591.** $0 < 5x - 7x^2 \leq 1$.

§40. Раціональні нерівності, що розв'язуються методом інтервалів

Розв'язати нерівності методом інтервалів (2592–2646):

- 2592.** $(x-1)(x-4) > 0$. **2593.** $(x-3)(x+2) \leq 0$.
2594. $(3x+2)(4x+3) \geq 0$. **2595.** $(4x+5)(2x-3) < 0$.
2596. $(x-2)(4-x) > 0$. **2597.** $(x+3)(5-x) < 0$.
2598. $(3x+5)(3-4x) \leq 0$. **2599.** $(7x-4)(2-9x) \geq 0$.
2600. $\frac{x-2}{x+3} < 0$. **2601.** $\frac{2x+1}{x-4} > 0$. **2602.** $\frac{2x-4}{x-6} \leq 0$.
2603. $\frac{x-1}{x+3} \geq 0$. **2604.** $\frac{x}{x-2} < 0$. **2605.** $\frac{x+1}{2-x} > 0$.
2606. $\frac{2x}{3-x} < 0$. **2607.** $\frac{x}{x^2+9} \geq 0$. **2608.** $\frac{1}{x} < 3$.
2609. $\frac{1}{x} \geq 2$. **2610.** $\frac{2x}{x+3} \geq 1$. **2611.** $\frac{2-x}{x-8} \leq 1$.
2612. $\frac{x+4}{2x-7} < 2$. **2613.** $(x-1)(x+3)(x-4) < 0$.
2614. $x(x-2)(x+2) \geq 0$. **2615.** $(x-3)(x+5)(4-x) \leq 0$.
2616. $(x^2-3)(x^2+3) < 0$. **2617.** $(x-5)(x+1)(6-x) > 0$.
2618. $(x+4)(x+1)(x-1)(x-2) > 0$. **2619.** $\frac{x(x-2)}{x+4} < 0$.

$$\begin{array}{ll}
2620. \frac{(x+1)(x+3)(x-4)}{(x+5)(x-2)(x-6)} > 0. & 2621. \frac{x(x-4)}{(x+8)(x-6)} \leq 0. \\
2622. \frac{(x-1)(3-x)}{x(x-4)} \geq 0. & 2623. \frac{(x+2)(x+4)}{(x-1)(5-x)} < 0. \\
2624. \frac{(x-1)(x-2)}{(x-2)(x-6)} < 0. & 2625. \frac{x^2+3x}{x^2+x} \geq 0. \quad 2626. \frac{1}{x-2} \leq 6. \\
2627. \frac{6x+7}{3x-5} < 4. & 2628. \frac{7x-6}{x+2} < 3. \quad 2629. \frac{x-3}{x+1} > 5. \\
2630. \frac{2x+3}{2-x} < 5. & 2631. \frac{x}{x-6} > \frac{1}{3}. \quad 2632. \frac{6x-3}{x^2+5} < 1. \\
2633. \frac{x-5}{x+5} < x. & 2634. \frac{2}{x+9} < \frac{x}{x-6}. \quad 2635. 3 + \frac{4}{x+2} > \frac{3}{x}. \\
2636. 1 - \frac{2}{x-3} > \frac{2}{x}. & 2637. \frac{x-3}{x} - \frac{x+3}{x-3} < 2. \\
2638. \frac{12x}{x+2} - \frac{7x-15}{x-3} < 0. & 2639. \frac{x^2-5x+6}{x^2+2x-8} \leq 0. \\
2640. \frac{x^2+8}{x^2-4} < -3. & 2641. \frac{x-8}{x^2-5x+4} > \frac{2}{x+1}. \\
2642. \frac{1-6x}{2x^2-3x-2} < 2. & 2643. x^3-6x^2+11x-6 < 0. \\
2644. x^3-3x^2+x+1 \geq 0. & 2645. 2x^7 > 2x^6-x+1. \\
2646*. x^8 > 8x-7.
\end{array}$$

§41. Узагальнений метод інтервалів

Розв'язати нерівності, використовуючи узагальнений метод інтервалів (2647–2666):

$$\begin{array}{ll}
2647. x^2(x+1)^3 > 0. & 2648. (x+4)^5(x-1)^4(x-2)^7 < 0. \\
2649. x(x+1)^7(x+3)^3 \leq 0. & 2650. (x-1)^2(x+3)^6(x-5)^9 \geq 0. \\
2651. x^4(x+6)^5(x-9)^3 \geq 0. & \\
2652. (2x-1)^3(3x+4)(x-6)^2 > 0. & \\
2653. (x+5)^7(x-1)^4(x+3)^2(7-x)^3 \leq 0. & \\
2654. (6-x)^5(7+x)^2(3-x)^4(x+8)^6 \leq 0. & \\
2655. \frac{x(x+2)^5}{(x-1)^3(x-3)^6} \leq 0. & 2656. \frac{x^2(x+3)^5}{(x-1)(x-2)^4} \geq 0.
\end{array}$$

$$2657. \frac{(x-3)^4(x-2)^3x}{(x+1)^2(x+5)^7} > 0. \quad 2658. \frac{5x^3(x-2)^4(x-4)^5}{(x+2)^3} < 0.$$

$$2659. \frac{(x+3)^2(x^2+x+1)^9}{(4-x)x^3} \geq 0$$

$$2660. \frac{(x-1)^3(x+4)^5(8-x)^7|x-2|}{|x|} \leq 0.$$

$$2661. \frac{(-x^2+2x-5)^3(x+2)^4(3-x)}{(x+4)^5(x-1)^9} > 0.$$

$$2662. \frac{(9x^2-12x+4)^5(4-3x-x^2)}{(x^2+2x-8)(x+3)^{11}} \geq 0.$$

$$2663. \frac{x^3-x^2-x+1}{(x+8)^7} > 0. \quad 2664. \frac{x^4-2x^2-8}{(x^2+2x+1)^3} < 0.$$

$$2665. \frac{(7x-12-x^2)^5}{2x^2-x-3} < 0. \quad 2666. \frac{x^4+2x^3-x-2}{3x^2} < 0.$$

§42. Метод заміни змінної

Розв'язати нерівності, використовуючи заміну змінної (2667–2672):

$$2667. x^6 - 9x^3 + 8 < 0. \quad 2668. x^{10} - 7x^5 + 12 \geq 0.$$

$$2669. (x-2)^4 - 13(x-2)^2 + 36 \leq 0.$$

$$2670. (x^2+x)^2 - 8(x^2+x) + 12 > 0.$$

$$2671. (x^2-7x+12)^2 - 6(x^2-7x+13) + 6 \leq 0.$$

$$2672. (x^2-5x+1)^2 - 8(x^2-5x-2) - 17 > 0.$$

§43. Системи нерівностей.

Сукупність нерівностей. Нерівності з модулем

Розв'язати системи нерівностей (2673–2678):

$$2673. \begin{cases} 1 < 2x - 1 < 9, \\ -1 \leq 1 - x \leq 4 \end{cases} \quad 2674. \begin{cases} x^2 \geq 9, \\ 0 < 2x + 9 < 17 \end{cases}$$

$$2675. \begin{cases} \frac{9}{x^2} \geq 1, \\ \frac{1}{x-2} \leq 0. \end{cases}$$

$$2676. \begin{cases} \frac{4}{(x-2)^2} < 1, \\ \frac{x^2}{x^2-1} \geq 1. \end{cases}$$

$$2677. \begin{cases} 0 < (x-2)^2 < 25, \\ \frac{x^2+4x+4}{x+1} \geq 0. \end{cases}$$

$$2678. \begin{cases} 1-x^2 > 0, \\ \frac{x-1}{2-x} + \frac{1}{2} > 0. \end{cases}$$

Розв'язати сукупність нерівностей (2679–2683):

$$2679. \begin{cases} -1 < x < 1, \\ 0 \leq x \leq 5. \end{cases}$$

$$2680. \begin{cases} 0 < x \leq 3, \\ -2 \leq x \leq 0. \end{cases}$$

$$2681. \begin{cases} x < 2, \\ x > 1. \end{cases}$$

$$2682. \begin{cases} -1 < 2x-1 < 1, \\ 0 < x+2 < 4. \end{cases}$$

$$2683. \begin{cases} 1 < 3x-2 \leq 4, \\ -3 < 4x+5 < 1. \end{cases}$$

2684. Що відбудеться із системою нерівностей, якщо до неї додати нерівність, що не має розв'язків?

2685. Що відбудеться із сукупністю нерівностей, якщо до неї додати нерівність, що не має розв'язків?

Розв'язати нерівності, що містять знак модуля (2686–2737):

$$2686. |x| > 0.$$

$$2687. |-x| \geq 0.$$

$$2688. |x-2| < 0.$$

$$2689. |-3x| \leq 0.$$

$$2690. |x-1| < 2.$$

$$2691. |x+2| > 3.$$

$$2692. |x-3| \geq 5.$$

$$2693. |5-2x| \leq 7.$$

$$2694. |x+1| > 0.$$

$$2695. |3x-5| > -3.$$

$$2696. |2x-9| < -1.$$

$$2697. 1 < |x-2| < 5.$$

$$2698. 0 < |x| < 1.$$

$$2699. 0 \leq |x+3| < 5.$$

$$2700. 0 < |x-1| \leq 4.$$

$$2701. |x^2-9x| > 0.$$

$$2702. |x^2+6x| \leq 0.$$

$$2703. -1 < |2x-1| < 7.$$

$$2704. x^2 - |x| - 2 \geq 0.$$

$$2705. x^2 - 3|x| + 2 < 0.$$

$$2706. |x+3| \geq |x|.$$

$$2707. |2x-1| < |3x+1|.$$

$$2708. |x^2-x+1| \geq |x^2-3x+4|.$$

$$2709. |3x-5| > 9x+1.$$

$$2710. |2x-5| \leq x.$$

$$2711. |3x-8| < x-2.$$

$$2712. |x+1| > -x.$$

$$2713. |x| < x+1.$$

$$2714. |x+2| > x+3.$$

$$2715. |x^2+x-6| < x.$$

$$2716. |x-1| + |x+1| < 4.$$

$$\begin{array}{ll}
2717. |x-3|+|x-5| \geq 6-x. & 2718. |x|-|x+2| > \frac{1}{3}. \\
2719. |2x-1|-|x-4| > 4. & 2720. |x^2-3x| < 2. \\
2721. |2x^2-12x+13| \geq 3. & 2722. |x^2+x-6| \geq -x^2-x+6. \\
2723. |x^2+5x+6| \leq -x^2-5x-6. & \\
2724. |x^3-1| \leq 1-x. & 2725^*. \frac{|x+7|}{x^2+8x+7} < 5. \\
2726. \left| \frac{2x+5}{4x+1} \right| < 1. & 2727^*. \left| \frac{1}{x+1} \right| < \left| \frac{2}{x-2} \right|. \\
2728^*. |x^2-|x|| \geq 0,25. & 2729^*. ||x^2-3x+2|-1| \leq x-2. \\
2730^*. \frac{x^2-3|x|-4}{x+1} < -3x. & 2731^*. \frac{(x+2)(x+1)}{x^2-|x|-2} \leq -3x. \\
2732^*. \frac{x^2-|x|-6}{x^2+5x+6} > x-\frac{3}{2}. & 2733^*. \frac{|x-18|}{|x-9|-9} < 1. \\
2734^*. |3x^2-4|x|+1| \geq |x^2-6|x|+5|. & \\
2735^*. \left| \frac{x^2-3x+2}{x^2+3x+2} \right| \leq 1. & 2736^*. \left| \frac{x^2-|x|-6}{x^2-|x|} \right| > 1. \\
2737^*. \frac{|x^2-2x|-1-2x}{x^2-2+|x^2+3x|} < 0. &
\end{array}$$

§44. Ірраціональні нерівності

Розв'язати нерівності (2738–2855):

$$\begin{array}{lll}
2738. \sqrt{x} \geq 0. & 2739. \sqrt{x} \leq 0. & 2740. \sqrt{x} < 0. \\
2741. \sqrt{x} > -1. & 2742. \sqrt{x} < -3. & 2743. \sqrt{x} \geq -5. \\
2744. \sqrt{x} \leq -4. & 2745. \sqrt{5x} \leq 0. & 2746. \sqrt{8x} > 0. \\
2747. \sqrt{2x} < 0. & 2748. \sqrt{-x} \geq 0. & 2749. \sqrt{-3x} \leq 0. \\
2750. \sqrt{-6x} < 0. & 2751. \sqrt{2-x} > 0. & 2752. \sqrt{x+3} \geq 0. \\
2753. \sqrt{4-2x} \leq 0. & 2754. \sqrt{1-4x} < 0. & 2755. \sqrt[3]{x} > 0. \\
2756. \sqrt[3]{2x} < 0. & 2757. \sqrt[3]{x} \geq 0. & 2758. \sqrt[3]{-x} > 0. \\
2759. \sqrt[3]{-2x} < 0. & 2760. \sqrt[3]{-x} \leq 0. & 2761. \sqrt[3]{-4x} \geq 0. \\
2762. \sqrt[4]{x} > 0. & 2763. \sqrt[4]{-x} > 0. & 2764. \sqrt[4]{-7x} < 0. \\
2765. \sqrt[4]{-6x} \leq 0. & 2766. \sqrt{-x} < 2. & 2767. \sqrt{-x} \geq 4. \\
2768. \sqrt{2+x} \geq 4. & 2769. \sqrt{3-2x} > 5. & 2770. \sqrt[4]{-x} > 2.
\end{array}$$

- 2771.** $\sqrt[4]{-x} \leq 3$. **2772.** $\sqrt[6]{-x} \geq -1$. **2773.** $\sqrt[8]{-x} < -3$.
2774. $\sqrt{2x-4} \leq -2$. **2775.** $\sqrt{3-x} > -6$. **2776.** $\sqrt{x-1} < 3$.
2777. $\sqrt{x+4} \geq 5$. **2778.** $\sqrt{2x+4} + \sqrt{x-3} \geq -3$.
2779. $\sqrt{4x+7} + \sqrt{3x-8} < 0$ **2780.** $\sqrt{x+6} + \sqrt{x-2} \leq -1$.
2781. $\sqrt{x} + \sqrt{x-1} \geq 0$. **2782.** $\sqrt{x+5} > \sqrt{x-5}$.
2783. $\sqrt{1-3x} < \sqrt{8-3x}$. **2784.** $\sqrt{x} \leq x$. **2785.** $\sqrt{2x} \geq x$.
2786. $\sqrt{3x} < x$. **2787.** $2\sqrt{x} \geq x$. **2788.** $\sqrt{-x} \geq x$.
2789. $\sqrt{x} > -x$. **2790.** $\sqrt{-7x} < x$. **2791.** $(x-3)\sqrt{x} > 0$.
2792. $(x-6)\sqrt{x} \geq 0$. **2793.** $(x-5)\sqrt{x-2} \geq 0$.
2794. $(x+1)\sqrt{x-3} \leq 0$. **2795.** $(x+1)\sqrt{9-x} \leq 0$.
2796. $(x-8)\sqrt{4-x} \geq 0$. **2797.** $\sqrt{-x-3} \leq \sqrt[4]{x+9}$.
2798. $\sqrt{x} < x-6$. **2799.** $\sqrt{x} < 2x-1$.
2800. $\sqrt{x^2-9} < x$. **2801.** $\sqrt{x-1} < 3-x$.
2802. $\sqrt{3-x} \leq x+3$. **2803.** $\sqrt{x+5} \leq x-1$.
2804. $2\sqrt{x-1} < x$. **2805.** $3\sqrt{1-x^2} < 3-x$.
2806. $2\sqrt{4-x^2} < x+4$. **2807.** $\sqrt{2x-1} < x-2$.
2808. $\sqrt{x^2-3x-10} < 8-x$. **2809.** $\sqrt{x^2+3x+3} < 2x+1$.
2810. $\sqrt{2x^2-3x-5} < x-1$ **2811.** $\sqrt{3x-x^2} < 4-x$.
2812. $\sqrt{11-x} \leq x-5$. **2813.** $\sqrt{x} > x-2$.
2814. $\sqrt{x^2-4} \geq x$. **2815.** $\sqrt{x-1} > 3-x$.
2816. $\sqrt{x^2+1} > x-1$. **2817.** $\sqrt{x^2+2x-8} > x-1$.
2818. $\sqrt{x^2-3x} > x-2$. **2819.** $\sqrt{x^2-1} > x$.
2820. $\sqrt{2-x} \geq x$. **2821.** $\sqrt{x^2-7x} > x-4$.
2822. $\sqrt{2x+14} \geq x+3$. **2823.** $\sqrt{x-2} > x-3$.
2824. $\sqrt{5x-x^2} > 2-x$. **2825.** $\sqrt{-x^2-3x+4} > x+1$.
2826. $\sqrt{-x^2-6x-5} > x+2$. **2827.** $\sqrt{(2x+1)^2} < x+5$.
2828. $\sqrt{(3x-2)^2} > x+6$. **2829.** $(x+4)\sqrt{x^2+x-6} \geq 0$.
2830*. $\sqrt{x^4-8x^2+16} > 2-x$.
2831*. $x^2 \geq x\left(4 + \sqrt{24-2x-x^2}\right)$.
2832*. $2\sqrt{x(x-77)} - \sqrt{x} - \sqrt{x-77} < 187-2x$.

- 2833.** $\sqrt{x^2 + 6x + 5} < 1 + \sqrt{x^2 + 2x + 4}$.
2834*. $\sqrt{2x^2 - x + 3} - \sqrt{2x^2 - x - 5} \geq 2$.
2835*. $\sqrt{x^2 - 12x + 36} - x\sqrt{5} < x\sqrt{41 - 12\sqrt{5}}$.
2836*. 1) $\frac{\sqrt{x}(x-5)^3(x-2)^2}{(x^2+2)(x+10)^5} < 0$; 2) $\frac{x+2\sqrt{x}-3}{x-2\sqrt{x}-3} > 0$.
2837*. $\sqrt{25 - 10x^3 + x^6} > x - \sqrt[3]{5}$.
2838. $\sqrt[4]{13+x} - \sqrt[4]{4-x} > 1$. **2839.** $\frac{(1-x)^7}{\sqrt{2x-x^2+3}} < 0$.
2840*. $\frac{\sqrt{6x-x^2-5}}{3-x} \geq 0$. **2841*.** $\frac{\sqrt{x+9}}{2-x} < 1$.
2842*. $\frac{\sqrt{49-x^2}}{3-x} < 1$. **2843*.** $\frac{\sqrt{x^2-3x-3}}{x} > 1$.
2844*. $\frac{11-\sqrt{25-x^2}}{x} \leq 2$. **2845*.** $\frac{9x^2-4}{\sqrt{5x^2-1}} \leq 3x+2$.
2846*. $\frac{\sqrt{4x-x^2-3}-1}{x-2} > -1,5$.
2847*. $|\sqrt{x-2}-3| \geq |\sqrt{7-x}-2| + 1$.
2848*. $\sqrt{25-x^2} \leq \frac{12}{x}$. **2849*.** $\sqrt{5-x^2} < \frac{2}{|x|}$.
2850*. $||x|-9| \geq \sqrt{x^2-81}$. **2851*.** $x\sqrt{17-x^2} \geq x^2-12$.
2852*. $x\sqrt{10-x^2} < x^2-6$. **2853*.** $\sqrt{x+\frac{1}{x^2}} + \sqrt{x-\frac{1}{x^2}} \leq \frac{2}{x}$.
2854*. $\sqrt{x-\frac{1}{x}} - \sqrt{1-\frac{1}{x}} \leq \frac{x-1}{x}$. **2855*.** $4x^2 + \sqrt{3x} > \sqrt{x+1} + 1$.

§45. Задачі на доведення нерівностей

Довести нерівності (2856–2962):

- 2856.** $a^2 + b^2 \geq 2ab$. **2857.** $(a+b)^2 \geq 4ab$.
2858. $a^2 + 2a \geq -1$. **2859.** $(5a+1)^2 > 10a$.
2860. $a^2 - 8a + 17 > 0$. **2861.** $(a-3)^2 - a(a-6) > 0$.

- 2862.** $9a^2 + b^2 \geq 6ab$. **2863.** $a^2 + b^2 \geq 2(a + b - 1)$.
2864. $(5a - 1)(5a + 1) \leq 25a^2$.
2865. $a^2 + b^2 + c^2 \geq 2(a + b + c) - 3$.
2866. $a^2 - ab + b^2 \geq 0$. **2867.** $a^2 + ab + b^2 \geq 0$.
2868. $(a + b)(ab + 1) \geq 4ab$; $a, b > 0$.
2869. $a^2 + 2b^2 + 2ab + 6b + 10 > 0$.
2870. $a^2 + 3b^2 + 2ab + 2a + 6b + 3 \geq 0$.
2871. $a^2 + ab + b^2 + 2a - 2b + 4 \geq 0$.
2872. $a^2 + 4b^2 + 12b + 10 > 4ab + 6a$.
2873. $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + ac + bc$.
2874. $a^2 + 4b^2 + 3c^2 > 2a + 12b + 6c - 14$.
2875. $a^2 + b^2 + a^2b^2 + 1 \geq 4ab$.
2876. $5(a - 1) < a^5 - 1 < 5a^4(a - 1)$, $a > 1$.
2877. $5a^2 - 6ab + 5b^2 \geq 0$.
2878. $(a^2 + b^2)(a^4 + b^4) \geq (a^3 + b^3)^2$.
2879. $a^3 + b^3 \geq a^2b + ab^2$; $a, b > 0$.
2880. $1 + 2a^4 \geq a^2 + 2a^3$. **2881.** $\frac{a^2}{4} + b^2 + c^2 \geq ab - ac + 2bc$.
2882. $a^4 + 6a^2b^2 + b^4 > 4ab(a^2 + b^2)$; $a \neq b$.
2883. $2(a^4 + b^4) + 19 > 12ab$; $a, b \geq 0$.
2884. $(a^3 + a^2 + a + 1)^2 \geq 16a^3$; $a \geq 0$.
2885. $3a^3 + 7b^3 \geq 9ab^2$; $a, b \geq 0$.
2886. $(a + b + c)^2 \geq a(b + c - a) + b(a + c - b) + c(a + b - c)$.
2887. $4a(a + b)(a + c)(a + b + c) + b^2c^2 \geq 0$.
2888. $(ab)^2 + (bc)^2 + (ac)^2 \geq abc(a + b + c)$.
2889. $abc \geq (a + b - c)(a + c - b)(b + c - a)$; $a, b, c > 0$.
2890. $(ab + bc + ca)^2 \geq 3abc(a + b + c)$.
2891. $(ab + bc + ca)^3 \geq 27a^2b^2c^2$, $a, b, c \geq 0$.
2892. $\frac{(a^2 + a + 1)(b^2 + b + 1)(c^2 + c + 1)}{abc} \geq 27$, $a, b, c > 0$.
2893. $\frac{a}{b^2} + \frac{b}{a^2} > \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$, $a, b > 0$. **2894.** $a^2 + \frac{b^2}{4} \geq ab$.
2895. $\frac{2a}{1 + a^2} \leq 1$. **2896.** $a^2 + \frac{1}{a^2} \geq 2$.

2897. $\frac{a+b}{1+a+b} < \frac{a}{1+a} + \frac{b}{1+b}$; $a, b > 0$.
2898. $\frac{3}{a+b+c} < \frac{1}{a+b} + \frac{1}{a+c} + \frac{1}{b+c}$; $a, b, c > 0$.
2899. $\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} \geq 3$; $a, b, c > 0$.
2900. $(a+b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \geq 4$; $a, b > 0$.
2901. $\frac{bc}{a} + \frac{ac}{b} + \frac{ab}{c} \geq a+b+c$; $a, b, c > 0$.
2902. $\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} - 3\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) + 4 \geq 0$; $a, b \neq 0$.
2903. $a^2 + b^2 + 1 \geq ab + a + b$.
2904. $\frac{a^2 + b^2}{2} \geq \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$; $a, b \geq 0$.
2905. $\frac{a^3 + b^3}{2} \geq \left(\frac{a+b}{2}\right)^3$; $a, b \geq 0$.
- 2906*. $\frac{a^n + b^n}{2} \geq \left(\frac{a+b}{2}\right)^n$; $a, b \geq 0, n \in \mathbb{N}$.
2907. $2(a^3 + b^3 + c^3) \geq ab(a+b) + bc(b+c) + ac(a+c)$; $a, b, c > 0$.
- 2908*. $3(a^3 + b^3 + c^3) \geq (a^2 + b^2 + c^2)(a+b+c)$; $a, b, c > 0$.
- 2909*. $\frac{2}{a+b} + \frac{2}{b+c} + \frac{2}{a+c} \geq \frac{9}{a+b+c}$; $a, b, c > 0$.
- 2910*. $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} \geq \frac{3}{2}$; $a, b, c > 0$.
- 2911*. $\frac{a^8 + b^8 + c^8}{a^3 b^3 c^3} \geq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$; $a, b, c > 0$.
- 2912*. $a^3 b + b^3 c + c^3 a \geq a^2 bc + b^2 ca + c^2 ab$.
- 2913*. $3(1 + a^2 + a^4) \geq (1 + a + a^2)^2$.
- 2914*. $2a^2 + b^2 + c^2 \geq 2a(b+c)$.
- 2915*. $5a^2 + 5b^2 + 5c^2 + 6ab - 8ac - 8bc > 0$,
якщо $a^2 + b^2 + c^2 > 0$.
- 2916*. $a^2(1+b^4) + b^2(1+c^2) + c^2(1+a^2) \geq 6abc$.
- 2917*. $a^2(1+b^4) + b^2(1+a^4) \leq (1+a^4)(1+b^4)$.

- 2918***. $ab(a+b)+bc(b+c)+ac(a+c) \geq 6abc$; $a, b, c \geq 0$.
2919*. $(a+b)(b+c)(c+a) \geq 8abc$; $a, b, c > 0$.
2920*. $(a+b)(a+c)(b+d)(c+d) \geq 16abcd$; $a, b, c, d \geq 0$.
2921*. $(a+1)(b+1)(a+c)(b+c) \geq 16abc$; $a, b, c \geq 0$.
2922*. $a^4 + b^4 \geq a^3b + ab^3$.
2923*. $(a-b)^4 \leq a^4 + b^4$; $a, b \geq 0$.
2924*. $(a+b)^4 \leq 8(a^4 + b^4)$.
2925*. $a^5 + b^5 \geq a^4b + ab^4$; $a, b \geq 0$.
2926*. $a^5 + b^5 \geq a^3b^2 + b^3a^2$; $a, b \geq 0$.
2927*. $a^8 - a^5 + a^2 - a + 1 > 0$.
2928*. $a^{12} - a^9 + a^4 - a + 1 > 0$.
2929*. $(ac+bd)^2 \leq (a^2+b^2)(c^2+d^2)$.
2930*. $(a+b+c)^2 \leq 3(a^2+b^2+c^2)$.
2931*. $a^3+b^3+c^3 \geq 3abc$; $a, b, c \geq 0$.
2932*. $8(a^3+b^3+c^3) \geq 3(a+b)(b+c)(c+a)$; $a, b, c \geq 0$.
2933*. $3(a^3+b^3+c^3) \geq (a+b+c)(ab+ac+bc)$; $a, b, c \geq 0$.
2934*. $27abc < (a+b+c)^3 < 9(a^3+b^3+c^3)$; $a, b, c > 0$.
2935*. $a^4 + b^4 + c^2 + 1 \geq 2a(ab^2 - a + c + 1)$.
2936*. $a^4 + b^4 + c^4 \geq abc(a+b+c)$.
2937*. $a^5 + b^5 + c^5 \geq a^2b^2c + b^2c^2a + c^2a^2b$.
2938*. $a^4 + b^4 + c^4 + d^4 \geq 4abcd$; $a, b, c, d \geq 0$.
2939*. $(a+b+c)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) \geq 9$; $a, b, c > 0$.
2940*. $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2) \geq 9abc$; $a, b, c > 0$.
2941*. $(a+b)(a^4+b^4) \geq (a^2+b^2)(a^3+b^3)$; $a, b \geq 0$.
2942*. $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 + \left(b + \frac{1}{b}\right)^2 \geq \frac{25}{2}$, якщо $a+b=1$, $a, b > 0$.
2943*. $a^2 + b^2 \geq \frac{1}{2}$, якщо $a+b=1$.
2944*. $a^3 + b^3 < c^3$, якщо $a^2 + b^2 = c^2$, $a, b, c > 0$.
2945*. $a^4 + b^4 \geq \frac{1}{8}$, якщо $a+b=1$.
2946*. $a^4 + b^4 \geq 2$, якщо $a+b=2$.
2947*. $a^8 + b^8 \geq \frac{1}{128}$, якщо $a+b=1$.

$$2948^*. a^2 + b^2 + c^2 \geq \frac{1}{3}, \text{ якщо } a + b + c = 1.$$

$$2949^*. a^2 + b^2 + c^2 \geq 12, \text{ якщо } a + b + c = 6.$$

$$2950^*. (a^n + b^n) \leq (a + b)^n; a, b \geq 0, n \geq 2.$$

$$2951^*. nx^{n-1} > \frac{x^n - y^n}{x - y} > ny^{n-1} \text{ («подвійна нерівність Коші»)}.$$

$$2952^*. (x_1 y_1 + \dots + x_n y_n)^2 \leq (x_1^2 + \dots + x_n^2) \cdot (y_1^2 + \dots + y_n^2) \\ \text{(нерівність Коші).}$$

$$2953^*. 2 \leq \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n < 3, n \in N \text{ (нерівність Непера).}$$

$$2954^*. 2 \leq \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1} \leq \left(1 + \frac{1}{n-1}\right)^n \leq 4, n \geq 2.$$

$$2955^*. \frac{1}{15} < \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \dots \cdot \frac{97}{98} \cdot \frac{99}{100} < \frac{1}{10}.$$

$$2956^*. n! < \left(\frac{(n+1)(2n+1)}{6}\right)^n; n > 1, n \in N.$$

$$2957^*. n! < \left(\frac{n+1}{2}\right)^n; n > 1, n \in N.$$

$$2958^*. \left(\frac{n}{2}\right)^n > n!; n > 5, n \in N.$$

$$2959^*. (n!)^2 > n^n; n > 2, n \in N.$$

$$2960^*. n! > 2^{n-1}; n > 2, n \in N.$$

$$2961^*. \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}\right)(x_1 + x_2 + \dots + x_n) \geq n^2; x_i > 0.$$

$$2962^*. \frac{a_1}{a_2} + \frac{a_2}{a_3} + \frac{a_3}{a_4} + \dots + \frac{a_{n-1}}{a_n} + \frac{a_n}{a_1} \geq n, a_i > 0.$$

Довести нерівності, що містять ірраціональності (2963–3017):

$$2963. (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 > 2(\sqrt{a} + \sqrt{b} - 1).$$

$$2964. a + 4b \geq 4\sqrt{ab}; a, b \geq 0.$$

$$2965. \frac{2ab}{a+b} \leq \sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}; a, b > 0.$$

2966. $\frac{ab}{a+b} < \sqrt{ab}$; $a, b > 0$.
2967. $\frac{a+bx^4}{x^2} \geq 2\sqrt{ab}$; $a, b > 0$. 2968. $\frac{a^2+2}{\sqrt{a^2+1}} \geq 2$
2969. $\frac{a^2+3}{\sqrt{a^2+2}} > 2$. 2970. $\frac{a^2+a+2}{\sqrt{a^2+a+1}} \geq 2$.
2971. $\sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{a+b}$; $a, b > 0$.
2972. $\frac{(a-b)^2}{8a} < \frac{a+b}{2} - \sqrt{ab} < \frac{(a-b)^2}{8b}$; $a > b > 0$.
2973. $\frac{\sqrt{a}}{b} + \frac{\sqrt{b}}{a} \geq \frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{b}}$; $a, b > 0$.
2974. $\frac{a}{\sqrt{b}} + \frac{b}{\sqrt{a}} \geq 2\sqrt[4]{ab}$; $a, b > 0$.
2975. $\frac{2\sqrt{ab}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \leq \sqrt[4]{ab}$; $a, b > 0$.
2976. $\frac{x}{\sqrt{y}} + \frac{y}{\sqrt{x}} \geq \sqrt{x} + \sqrt{y}$; $x, y > 0$.
2977. $\sqrt{x^2 - y^2} + \sqrt{2xy - y^2} > x$; $x, y > 0, x > y$.
2978. $\sqrt[3]{abc} \leq \frac{a+b+c}{3} \leq \sqrt{\frac{a^2+b^2+c^2}{3}}$; $a, b, c \geq 0$.
2979. $\sqrt{(a+c)(b+d)} \geq \sqrt{ab} + \sqrt{cd}$; $a, b, c, d \geq 0$.
2980. $a+b+c \geq \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ac}$; $a, b, c \geq 0$.
2981. $a(1+b) + b(1+c) + c(1+a) \geq 6\sqrt{abc}$; $a, b, c \geq 0$.
- 2982*. $ab+bc+ca \geq \sqrt{3abc(a+b+c)}$; $a, b, c \geq 0$
- 2983*. $ab+bc+ca \geq \sqrt{abc}(\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c})$; $a, b, c \geq 0$.
- 2984*. $a^2+b^2+c^2 \geq \sqrt{abc}(\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c})$; $a, b, c \geq 0$.
- 2985*. $a^3+b^3+c^3 \geq a^2\sqrt{bc} + b^2\sqrt{ca} + c^2\sqrt{ab}$; $a, b, c \geq 0$.
- 2986*. $\sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{bc} + \sqrt[3]{ca} \leq \frac{2}{3}(a+b+c) + 1$; $a, b, c \geq 0$.
- 2987*. $(a+b+c)(\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}) \geq 9\sqrt{abc}$; $a, b, c \geq 0$.
- 2988*. $a+b+c \geq 2(\sqrt{ac} + \sqrt{bc} - \sqrt{ab})$; $a, b, c > 0$.
- 2989*. $|1+ab| \leq \sqrt{1+a^2} \sqrt{1+b^2}$.
2990. $\sqrt[3]{(a+b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)} \leq \sqrt[3]{\frac{a}{b}} + \sqrt[3]{\frac{b}{a}}$; $a, b > 0$.
2991. $\sqrt{a^2+b^2+c^2} \leq |a| + |b| + |c|$.

$$2992^*. \frac{3}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}} \leq \sqrt[3]{abc}; \quad abc \neq 0, \quad ab + ac + bc \neq 0.$$

$$2993^*. \frac{4}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d}} \leq \sqrt[4]{abcd}; \quad a, b, c, d > 0.$$

$$2994^*. \sqrt{(a+b)(c+d)} + \sqrt{(a+c)(b+d)} + \sqrt{(a+d)(b+c)} \geq 6 \cdot \sqrt[4]{abcd}; \quad a, b, c, d > 0.$$

$$2995^*. (\sqrt{a} + \sqrt{b})^8 \geq 64ab(a+b)^2; \quad a, b \geq 0.$$

$$2996^*. \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq \frac{1}{\sqrt{ab}} + \frac{1}{\sqrt{bc}} + \frac{1}{\sqrt{ac}}; \quad a, b, c > 0.$$

$$2997^*. \sqrt{2a+1} + \sqrt{2b+1} + \sqrt{2c+1} < 4, \quad \text{якщо } a+b+c=1.$$

$$2998^*. \sqrt{4a+1} + \sqrt{4b+1} + \sqrt{4c+1} < 5, \quad \text{якщо } a+b+c=1.$$

$$2999^*. \sqrt{6a+1} + \sqrt{6b+1} + \sqrt{6c+1} < 9, \quad \text{якщо } a+b+c=2.$$

$$3000^*. \sqrt{a_1^2 + a_2^2} + \sqrt{b_1^2 + b_2^2} \geq \sqrt{(a_1+b_1)^2 + (a_2+b_2)^2}.$$

$$3001^*. \sqrt{a_1 a_2} + \sqrt{a_1 a_3} + \dots + \sqrt{a_{n-1} a_n} \leq \frac{n-1}{2} (a_1 + a_2 + \dots + a_n);$$

$$a_k \geq 0.$$

$$3002^*. \left(x_1^p + \dots + x_n^p \right)^{\frac{1}{p}} \cdot \left(y_1^q + \dots + y_n^q \right)^{\frac{1}{q}} \geq x_1 y_1 + \dots + x_n y_n$$

(нерівність Гельдера).

$$3003^*. \frac{1}{2} < \sqrt[n]{\frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 2n}} < 1; \quad n \in N, n > 1.$$

$$3004^*. 2^n > 1 + n \cdot \sqrt{2^{n-1}}; \quad n \in N, n > 1.$$

$$3005^*. 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} > 2(\sqrt{n+1} - 1); \quad n \in N.$$

$$3006^*. \sqrt{a \cdot b^n} < \frac{a + nb}{n+1}; \quad a > 0, b > 0.$$

$$3007^*. \frac{a+b}{2} \leq \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}.$$

$$3008^*. \sqrt{a^2 + b^2} \geq a + b - (2 - \sqrt{2})\sqrt{ab}; \quad a, b \geq 0.$$

$$3009^*. \sqrt[3]{2 + \sqrt{3}} + \sqrt[3]{2 - \sqrt{3}} > 2.$$

$$3010^*. \sqrt[n]{a-b} > \sqrt[n]{a} - \sqrt[n]{b}; \quad a > b > 0, n \in N, n > 1.$$

$$3011^*. \sqrt[n]{n} \leq \sqrt[n]{n!} \leq \frac{n+1}{2}, \quad n \in N.$$

$$3012^*. \sqrt[m+n]{m^n \cdot n^m} \leq \frac{m+n}{2}; \quad m, n \in N.$$

$$3013^*. \sqrt[m+n]{x^m + y^m} \geq \sqrt[n]{x^n + y^n}; \quad x, y > 0, m, n \in N, m \leq n.$$

$$3014^*. 1 < \sqrt[n]{n} < 1 + \frac{2}{\sqrt{n}}; \quad n \in N, n \geq 3.$$

$$3015^*. 1 + \sqrt[2]{2} + \sqrt[3]{3} + \dots + \sqrt[n]{n} \leq \frac{n(n+3)}{4}, \quad n \in N.$$

$$3016^*. \sqrt{a^2 - ab + b^2} + \sqrt{b^2 - bc + c^2} \geq \sqrt{a^2 + ac + c^2}; \quad a, b, c > 0.$$

$$3017^*. \sqrt{\frac{a+b}{c}} + \sqrt{\frac{b+c}{a}} + \sqrt{\frac{c+a}{b}} \geq 3\sqrt{2}; \quad a, b, c > 0.$$

§46. Нерівності з параметрами

Розв'язати нерівності з параметром a (3018–3031):

$$3018. ax \geq 0.$$

$$3019. ax > 0.$$

$$3020. ax < 0.$$

$$3021. ax \geq 1.$$

$$3022. 0 < x < a + 5.$$

$$3023. (a-3)x > 8.$$

$$3024. ax + b \geq 0.$$

$$3025. ax > \frac{1}{x}.$$

$$3026. x^2 + 3ax > a.$$

$$3027^*. |x-a| \geq x.$$

$$3028^*. |x+a| \leq x.$$

$$3029^*. |x+9| < ax.$$

$$3030^*. |x^2-1| \geq a.$$

$$3031. |x-3a| - |x+a| < 2a.$$

3032. При яких значеннях параметра a нерівність $ax^2 + 2ax + 0,5 \geq 0$ виконується на всій числовій осі?

3033*. Знайти всі значення параметра a , при кожному з яких нерівність $3 - x^2 > |x-a|$ має хоча б один від'ємний розв'язок.

3034*. Знайти всі значення параметра a , при кожному з яких один корінь рівняння $x^2 + 2(a-1)x + 3a + 1 = 0$ задовольняє нерівності $x < -1$.

3035*. При якому значенні параметра a система нерівностей

$$\begin{cases} y \geq (x-a)^2, \\ x \geq (y-a)^2 \end{cases} \text{ має єдиний розв'язок?}$$

3036*. Знайти всі значення параметра a , при яких система

$$\text{нерівностей } \begin{cases} 2x^2 + 5xy - 4y^2 \geq \frac{1-a}{1+a} \\ 7x^2 + 19xy - 8y^2 \leq -3 \end{cases} \text{ має розв'язок}$$

Розв'язати ірраціональні нерівності з параметрами (3037–3047):

3037. 1) $a\sqrt{x} > 1$, 2) $a\sqrt{x} < 1$ **3038.** $a\sqrt{x+9} < 2$

3039. $(a-1)\sqrt{x-3} > 2$ **3040.** 1) $\sqrt{x} < a$, 2) $\sqrt{x} > a$

3041*. $\sqrt{ax+1} < x+1$ **3042*.** $\sqrt{x-a} \geq 2x+1$

3043*. $\frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{1}{\sqrt{x}-1} \geq \frac{a}{\sqrt{x}}$ **3044*.** $\sqrt{x+a} \geq a + \sqrt{x}$

3045*. $2\sqrt{x+a} > x+1$.

3046*. $\sqrt{a^2 - x^2} > x+1$. Розв'язати при $a \geq 0$

3047*. $\sqrt{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{a^2}} > \frac{1}{x} - \frac{1}{b}$ Розв'язати при $a > 0, b > 0$

Розділ 8. ПРОГРЕСІЇ

§47. Арифметична прогресія

Знайти різницю і n -й член заданої арифметичної прогресії (3048–3053):

3048. 1; 3; 5; 7; ...

3049. 2; 4; 6; 8; ...

3050. 0; 2; 4; 6; ...

3051. 6; 8; 10; 12; ...

3052. -1; -5; -9; -13; ...

3053. -12; -9; -6; -3; ...

3054. Записати перші п'ять членів арифметичної прогресії, якщо: 1) $a_1 = 3$; $d = 4$; 2) $a_1 = -2$; $d = -3$.

3055. В арифметичній прогресії знайти:

1) a_{11} , якщо $a_1 = -2$; $d = -4$; 2) a_{20} , якщо $a_1 = 3$; $d = 4$.

3056. Знайти різницю арифметичної прогресії, якщо:

1) $a_1 = 7$; $a_{16} = 67$; 2) $a_1 = -4$; $a_9 = 0$.

3057. Знайти перший член арифметичної прогресії, якщо:

1) $a_{11} = 20$; $d = -3$; 2) $a_{21} = -10$; $a_{22} = -6$.

3058. Знайти a_{23} , якщо арифметична прогресія має вигляд:

1) 3; 7; 11; 15; ...; 2) -5; -1; 3; 7; ...

3059. Різниця арифметичної прогресії дорівнює 8, сума перших її п'яти членів дорівнює 115. Знайти a_1 , a_5 .

3060. Знайти перший член арифметичної прогресії і кількість членів n , якщо $d = -4$, $a_n = 3$ і $S_n = 55$.

3061. Знайти арифметичну прогресію, якщо: $a_1 + a_7 = 38$, $a_2 \cdot a_4 = 95$.

3062. В арифметичній прогресії (a_n) : $a_3 + a_6 = 16$, $a_3 \cdot a_6 = 55$. Скільки членів прогресії треба взяти, щоб отримати суму, рівну 81?

3063. Знайти суму перших вісімнадцяти членів арифметичної прогресії (a_n) , якщо $a_5 + a_8 + a_{11} + a_{14} = 26$.

3064. Знайти арифметичну прогресію, якщо сума її n перших членів $S_n = 5n^2 - 2n$.

3065. Знайти тринадцятий член арифметичної прогресії, якщо сума її n перших членів $S_n = 4n^2 - 7n$.

3066. В арифметичній прогресії (a_n) : $\frac{1}{5}(a_3 + a_{14}) = 18$. Знайти $a_5 + a_{12}$.

3067. В арифметичній прогресії (a_n) : $a_7 + a_{10} = 38$. Знайти S_{16} .

3068. В арифметичній прогресії (a_n) : $a_{16} = 1$. Знайти $a_1 + a_7 + a_{13} + a_{19} + a_{25} + a_{31}$.

- 3069.** В арифметичній прогресії (a_n) : $a_2 + a_5 = 8$, $a_3 + a_7 = 14$. Знайти прогресію.
- 3070.** В арифметичній прогресії (a_n) : $S_{17} = 187$. Знайти a_9 .
- 3071.** В арифметичній прогресії (a_n) . $a_8 = 6$. Знайти S_{15} .
- 3072.** (a_n) — зростаюча арифметична прогресія, $S_3 = 21$
 $a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = 165$. Знайти a_6 .
- 3073.** В арифметичній прогресії (a_n) : $a_{10} = 20$, $a_5 = 10$. Знайти a_{30} .
- 3074.** Знайти суму перших 20 членів арифметичної прогресії, якщо $a_1 = 2$, $a_7 = 20$.
- 3075.** Послідовність (x_n) задана формулою її n -го члена:
 $x_n = 8n - 3$. Довести, що (x_n) — арифметична прогресія.
- 3076.** В арифметичній прогресії (a_n) : $3 \cdot S_4 = S_6$. Знайти

$$\frac{S_{12}}{4 \cdot S_{12} - S_{10}}$$
.
- 3077.** Знайти арифметичну прогресію, у якій сума перших трьох членів дорівнює 24, а сума квадратів цих самих трьох членів дорівнює 290.
- 3078.** Знайти суму всіх двоцифрових натуральних чисел.
- 3079.** Знайти суму всіх додатних парних двоцифрових чисел, що діляться на 3 без остачі.
- 3080.** Знайти суму всіх трицифрових натуральних чисел, що діляться на 7 без остачі.
- 3081.** Знайти суму всіх додатних парних трицифрових чисел, що діляться на 3 без остачі.
- 3082.** Знайти суму всіх натуральних чисел, кратних 7 і не більших 130.
- 3083.** Скільки існує двоцифрових натуральних чисел, кратних 6?
- 3084.** Знайти суму всіх двоцифрових натуральних чисел, що при діленні на 6 дають в остачі одиницю.
- 3085.** Знайти суму всіх трицифрових натуральних чисел, що при діленні на 3 дають остачу 2.
- 3086.** Знайти суму всіх трицифрових натуральних чисел, що при діленні на 5 дають остачу 1.
- 3087.** Знайти перший член і різницю арифметичної прогресії, якщо $a_1 + a_2 + a_3 = 18$, $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 = 162$.
- 3088.** Знайти перший член і різницю арифметичної прогресії, якщо $a_1 + a_2 + a_3 = 0$, $a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = 98$.

3089*. Дано, що в арифметичній прогресії $a_p = q$, $a_q = p$ (a_n — n -й член прогресії). Знайти a_m .

3090*. В арифметичній прогресії $S_p = q$, $S_q = p$, $p \neq q$ (S_n — сума n перших членів). Знайти S_{p+q} .

§48. Геометрична прогресія

Знайти знаменник і n -й член заданої геометричної прогресії (3091–3098):

3091. 1; 2; 4; 8; ...

3092. 1; 3; 9; 27; ...

3093. 1; $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{8}$; ...

3094. 1; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{9}$; $\frac{1}{27}$; ...

3095. 1; $\frac{2}{3}$; $\frac{4}{9}$; $\frac{8}{27}$; ...

3096. -2; 8; -32; 128; ...

3097. $-\frac{1}{12}$; 1; -12; 144; ...

3098. 3; 3; 3; 3; ...

3099. Записати перші п'ять членів геометричної прогресії, якщо:

1) $b_1 = 12$, $q = 2$; 2) $b_1 = -3$, $q = -4$.

3100. Знайти знаменник геометричної прогресії, якщо:

1) $b_1 = 2$, $b_5 = 162$; 2) $b_1 = 3$, $b_4 = 81$.

3101. Знайти суму $1 + x + x^2 + \dots + x^{2002}$, $x \neq 1$.

3102. У геометричній прогресії (b_n): $b_1 = 8$, $q = 3$, $n = 9$. Знайти b_n і S_n .

3103. У геометричній прогресії (b_n): $b_1 + b_3 = 17$, $b_2 + b_4 = 68$. Знайти S_7 .

3104. У геометричній прогресії (b_n) з додатними членами $b_2 \cdot b_4 = 4$, $b_3 + b_4 = 5$. Знайти b_5 .

3105. У геометричній прогресії (b_n): $b_1 + b_3 = 20$, $S_3 = 26$. Знайти прогресію.

3106. У зростаючій геометричній прогресії (b_n): $b_5 - b_1 = 80$, $b_4 - b_2 = 24$. Знайти b_3 .

3107. У геометричній прогресії (b_n): $q = 2$, $n = 7$, $S_7 = 635$. Знайти b_1 і b_7 .

3108. У геометричній прогресії (b_n): $b_1 = 11$, $b_7 = 88$. Знайти b_9 .

3109. Знайти чотири числа, що утворюють геометричну прогресію, у якій сума крайніх членів дорівнює 27, а добуток середніх дорівнює 72.

- 3110.** Знайти чотири числа, що утворюють геометричну прогресію, у якій сума крайніх членів дорівнює 35, а сума середніх дорівнює 30.
- 3111.** У геометричній прогресії (b_n) : $b_4 - b_1 = 52$, $b_1 + b_2 + b_3 = 26$. Знайти S_6 .
- 3112.** У геометричній прогресії (b_n) : $b_1 + b_2 + b_3 = 31$, $b_1 + b_3 = 26$. Знайти b_7 .
- 3113.** Різниця другого і першого членів геометричної прогресії дорівнює 18, різниця четвертого і третього дорівнює 162. Знайти прогресію.
- 3114.** Визначити три числа, що утворюють геометричну прогресію з додатними членами, якщо їх сума дорівнює 21, а сума зворотних величин дорівнює $7/12$.
- 3115*.** У геометричній прогресії (b_n) : $b_m = k$, $b_n = l$. Знайти b_p .

§49. Нескінченно спадна геометрична прогресія

- 3116.** Знайти суму нескінченно спадної геометричної прогресії:
- 1) $1; \frac{1}{4}; \frac{1}{16}; \frac{1}{64}; \dots$; 2) $3; -\frac{3}{2}; \frac{3}{4}; -\frac{3}{8}; \dots$;
- 3) $\frac{\sqrt{7}+1}{\sqrt{7}-1}; 1; \frac{\sqrt{7}-1}{\sqrt{7}+1}; \dots$; 4) $\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}; \frac{1}{5-\sqrt{5}}; \frac{1}{20}; \dots$.
- 3117.** Обернути періодичний дріб у звичайний:
- 1) $0,777\dots = 0,(7)$; 2) $0,222\dots = 0,(2)$;
- 3) $0,1212\dots = 0,(12)$; 4) $0,6363\dots = 0,(63)$;
- 5) $0,58333\dots = 0,58(3)$; 6) $0,12444\dots = 0,12(4)$.
- 3118.** Визначити суму нескінченно спадної геометричної прогресії (b_n) , якщо відомо, що $b_1 + b_4 = 18$, $b_2 + b_3 = 12$.
- 3119.** Сума членів нескінченно спадної геометричної прогресії (b_n) дорівнює 18, а сума квадратів членів тієї ж прогресії дорівнює 108. Знайти b_1 і q .
- 3120.** Сума членів нескінченно спадної геометричної прогресії (b_n) дорівнює 14, а сума кубів усіх її членів дорівнює 392. Знайти b_1 і q .
- 3121.** Знайти перший член і знаменник нескінченно спадної геометричної прогресії (b_n) , у якій другий член дорівнює 3, а сума членів дорівнює $1/4$ суми квадратів її членів.

3122. Сума нескінченно спадної геометричної прогресії $S = 12$, а сума квадратів усіх її членів дорівнює 72. Знайти п'ятий член прогресії.

3123*. У круг, радіус якого дорівнює R , вписаний квадрат. У цей квадрат вписаний круг; в останній знову вписаний квадрат і так далі до нескінченності. Довести, що послідовність площ кругів і квадратів є геометричною прогресією й обчислити суму площ усіх кругів і суму площ усіх квадратів.

3124*. У рівносторонній трикутник зі стороною, що дорівнює a , вписано круг. У цей круг вписано рівносторонній трикутник; в останній знову вписано круг і так до нескінченності. Обчислити суми радіусів, довжин кіл і площ усіх кругів.

3125*. У квадрат, сторона якого дорівнює a , вписаний інший квадрат, вершинами якого є середини сторін даного квадрата. У цей квадрат аналогічно вписано новий квадрат і т. д. Знайти суму довжин сторін і суму площ усіх квадратів.

3126*. Побудувати графік функції:

$$y = x^4 + \frac{x^4}{1+x^4} + \frac{x^4}{(1+x^4)^2} + \frac{x^4}{(1+x^4)^3} + \dots$$

§50. Комбіновані задачі на арифметичну і геометричну прогресії. Задачі підвищеної трудності

3127. Сума трьох чисел, що утворюють арифметичну прогресію, дорівнює 21. Якщо до них додати відповідно числа 1, 5, 25, то вийдуть три числа, що утворюють геометричну прогресію. Знайти числа, що утворюють арифметичну прогресію.

3128. Сума трьох чисел, що є послідовними членами арифметичної прогресії, дорівнює 39. Якщо друге число зменшити на 3, а третє збільшити на 26, то вийдуть три послідовних члени геометричної прогресії. Знайти ці числа.

3129. Три числа, що утворюють арифметичну прогресію, дають у сумі 3. Знайти ці числа, якщо при додаванні до них відповідно 1, 7, 17 виходить геометрична прогресія.

3130. Сума трьох чисел, що утворюють зростаючу геометричну прогресію, дорівнює 65. Якщо від меншого з цих чисел

відняти 1, а від більшого 19, то отримані три числа утворять арифметичну прогресію. Знайти ці числа.

3131. Знайти чотири цілих числа, з яких перші три утворюють арифметичну прогресію, а останні три — геометричну прогресію, якщо відомо, що сума крайніх чисел дорівнює 37, а сума середніх дорівнює 36.

3132. Сума трьох чисел, що утворюють геометричну прогресію, дорівнює 26. Якщо до цих чисел додамо відповідно 1; 6; 3, то отримаємо три числа, що утворять арифметичну прогресію. Знайти ці числа.

3133. Три числа, сума яких дорівнює 27, утворюють арифметичну прогресію. Якщо до цих чисел додати відповідно 1, 3, 7, то отримані числа утворять геометричну прогресію. Знайти ці числа.

3134. Сума трьох чисел, що утворюють арифметичну прогресію, дорівнює 60. Якщо з другого члена цієї прогресії відняти 8, а інші числа залишити без змін, то вийде геометрична прогресія. Знайти ці числа.

3135. Сума трьох чисел, що утворюють геометричну прогресію, дорівнює 63. Якщо з першого числа відняти 27, а інші числа залишити без змін, то вийде арифметична прогресія. Знайти ці числа.

3136. Якщо від чотирьох чисел, що утворюють арифметичну прогресію, відняти відповідно 5, 10, 12 і 8, то вийдуть числа, що утворюють геометричну прогресію. Знайти числа, що утворюють арифметичну прогресію.

3137. Третій, перший і другий члени арифметичної прогресії, різниця якої відмінна від нуля, утворюють у зазначеному порядку геометричну прогресію. Знайти її знаменник.

3138. Чотири числа утворюють геометричну прогресію. Якщо з першого числа відняти 30, з другого 4, з третього 2, а з четвертого 8, то вийде арифметична прогресія. Знайти ці числа.

3139. Довести, що якщо числа x, y, z утворюють геометричну прогресію, то $(x + y + z)(x - y + z) = x^2 + y^2 + z^2$.

3140. Знайти чотири числа, перші три з яких утворюють геометричну прогресію, а останні три — арифметичну. Сума крайніх чисел дорівнює 14, а сума середніх дорівнює 12.

3141*. Чотири числа утворюють геометричну прогресію. Якщо до двох перших додати по 1, а до третього і четвертого чи-

сел додати відповідно 7 і 25, то вийде арифметична прогресія. Знайти числа, що утворюють геометричну прогресію.

3142*. Логарифми чотирьох чисел з основою 2 утворюють арифметичну прогресію, у якій добуток крайніх членів дорівнює (-8) , а добуток середніх членів дорівнює 0. Знайти ці числа.

3143*. Основи чотирьох логарифмів одного й того самого числа утворюють геометричну прогресію зі знаменником, рівним цьому числу. Знайти ці логарифми, якщо відомо, що сума перших двох з них дорівнює сумі інших.

3144*. Три числа утворюють геометричну прогресію, сума членів якої дорівнює 39, а їхні логарифми з основою 3 — арифметичну прогресію із сумою 6. Знайти ці числа.

3145*. Розв'язати рівняння $x^3 + 3x^2 - 6x + a = 0$, знаючи, що є три різних дійсних корені, що утворюють геометричну прогресію.

3146*. Корені рівняння $x^3 - 6x^2 + 3x + a = 0$ при деякому a утворюють арифметичну прогресію. Знайти цю прогресію.

Розв'язати рівняння (3147–3155):

3147.
$$\frac{2x-1}{x} + \frac{2x-2}{x} + \frac{2x-3}{x} + \dots + \frac{1}{x} = 9 \quad (x \in \mathbb{N}).$$

3148.
$$x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\dots}}}} = 81.$$

3149. 1)
$$\frac{1}{3x} + x + x^2 + \dots + x^n + \dots = \frac{3}{2}, \text{ де } |x| < 1;$$

2)
$$3x - 1 + x^2 - x^3 + x^4 - x^5 + \dots = \frac{2}{3}, \text{ де } |x| < 1.$$

3150.
$$3^{x-2} + 3^{x-3} + 3^{x-5} = 3,7 + 3,33 + 2,997 + \dots$$

3151.
$$\log_{81} x + (\log_{81} x)^2 + (\log_{81} x)^3 + \dots = \frac{1}{3}.$$

3152.
$$\log_{13} x + \log_{\sqrt{13}} x + \log_{\sqrt[3]{13}} x + \dots + \log_{\sqrt[11]{13}} x = 110.$$

3153.
$$27^{1-\cos 2x + \cos^2 2x - \cos^3 2x + \dots} + (-1)^n \cos^n 2x + \dots = 9.$$

3154.
$$5^{1+\cos 3x + \cos^2 3x + \cos^3 3x + \dots + \cos^n 3x + \dots} = \sqrt[3]{25}.$$

3155.
$$4^{-1+\sin 4x - \sin^2 4x + \dots + (-1)^{n-1} \sin^n 4x + \dots} = \sqrt[3]{0,0625}.$$

Розв'язати нерівності (3156–3158):

3156.
$$(0, (4))^{3x^2-1} > (0, (6))^{x^2+3x}.$$

3157. $0,8^{2+4+6+\dots+2x} > 0,8^{56}$, $x \in \mathbb{N}$.

3158. $0,9^{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots} < \sqrt[3]{0,9^{2x^2+3x}} < 1$.

3159*. Знайти суму:

$$\left(1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n-1)^2 + \dots + 597^2 + 599^2\right) - \left(2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + (2n)^2 + \dots + 598^2 + 600^2\right).$$

3160. Знайти суму:

1) $S = \left(3 + \frac{1}{3}\right)^2 + \left(9 + \frac{1}{9}\right)^2 + \dots + \left(3^n + \frac{1}{3^n}\right)^2$;

2) $S = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 + \dots + \left(x^n + \frac{1}{x^n}\right)^2$.

3161*. Обчислити суму: $1 - 2 + 3 - 4 + \dots + (-1)^{n-1} \cdot n$.

3162*. Обчислити: $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \dots + (-1)^{m-1} \cdot m^2$.

3163*. Знайти суму n чисел виду: 1) 1; 11; 111; 1111; ...; 2) 8; 88; 888; 8888; ...

3164*. Чи можуть числа 3; 5; 7 бути членами (не обов'язково сусідніми) однієї геометричної прогресії?

3165*. Знайти числа, що одночасно є членами двох арифметичних прогресій — 2; 7; 12; ... 517 і 13; 20; 27; ... 300.

3166*. Знайти числа, що одночасно є членами двох арифметичних прогресій — 1; 7; 13 ... 445 і 15; 31; 47; ... 383.

3167*. Знайти суму перших п'ятдесятьох співпадаючих членів двох арифметичних прогресій — 2; 7; 12 ; ... і 3; 10; 17; ...

3168*. Знайти суму чисел, що одночасно є членами двох арифметичних прогресій 5; 9; 13 ... і 3; 9; 15 ... , якщо відомо, що кожна прогресія містить 200 членів.

3169*. Знайти числа, що одночасно є членами арифметичної прогресії 1; 10; 19; ... і геометричної прогресії 4; 16; 64 Відомо, що кожна прогресія містить по 500 членів.

3170*. Сума трьох послідовних членів геометричної прогресії дорівнює 62, а сума їхніх десяткових логарифмів дорівнює 3. Знайти ці члени прогресії.

3171*. Довжини сторін AB , BC і AC трикутника ABC утворюють у зазначеному порядку арифметичну прогресію. Знайти відношення висоти трикутника ABC , опущеної з вершини A на сторону BC , до радіуса вписаного кола.

- 3172***. У середину гострого кута α вписуються круги, що дотикаються один одного. Показати, що радіуси цих кругів утворюють геометричну прогресію. Знайти залежність між знаменником q прогресії і величиною гострого кута α .
- 3173***. Дано дві різні геометричні прогресії, перші члени яких дорівнюють 1, а сума знаменників дорівнює -4 . Відомо, що сума шостих членів прогресій дорівнює -724 . Знайти суму п'ятих членів прогресій.
- 3174***. Числа m, n, p , відмінні від нуля, утворюють геометричну прогресію, а числа $m + n, n + p, p + m$ — арифметичну. Знайти знаменник геометричної прогресії.
- 3175***. Числа a, b, c утворюють арифметичну прогресію, а числа $a - 1, b - 4, c - 3$ — геометричну. Відомо також, що добуток крайніх членів геометричної прогресії на 2 більше середнього члена арифметичної. Знайти ці числа.
- 3176***. Три відмінних від нуля дійсних числа утворюють арифметичну прогресію, а квадрати цих чисел, узяті в тому самому порядку, утворюють геометричну прогресію. Знайти знаменник геометричної прогресії.
- 3177***. Довести, що якщо члени a_p, a_q, a_r, a_s арифметичної прогресії утворюють геометричну прогресію, то послідовність $p - q, q - r, r - s$ є геометричною прогресією.
- 3178***. Довести, що якщо додатні числа a, b, c — відповідно m -й, n -й і p -й члени як арифметичної, так і геометричної прогресії, то $a^{b-c} \cdot b^{c-a} \cdot c^{a-b} = 1$.
- 3179***. Довести, що ті натуральні числа n , для яких $n^n + 1$ ділиться на 30, утворюють арифметичну прогресію. Знайти цю прогресію.

Розділ 9. ТРИГОНОМЕТРІЯ

§51. Кути і їх виміри

Побудувати вектор \vec{a} , знаючи його координати (3180–3187):

3180. (1; 1). **3181.** (0; 2). **3182.** (3; 0). **3183.** (–1; 3).

3184. (–2, –1). **3185.** (–1; 0). **3186.** (3, –1). **3187.** (0; –1).

3188. У яких координатних чвертях закінчуються кути:

- 1) 80° і -80° ; 2) 170° і -170° ; 3) 250° і -250° ;
- 4) 300° і -300° ; 5) 1000° і -1000° ; 6) 5200° і -5200° ?

3189. Написати загальний вид кутів, що закінчуються:

- 1) на додатній частині осі абсцис;
- 2) на від'ємній частині осі абсцис;
- 3) на додатній частині осі ординат;
- 4) на від'ємній частині осі ординат;
- 5) на бісектрисі першого координатного кута;
- 6) на бісектрисі другого координатного кута;
- 7) на бісектрисі третього координатного кута;
- 8) на бісектрисі четвертого координатного кута;
- 9) на бісектрисі першого або на бісектрисі третього координатного кута;
- 10) на бісектрисі другого або на бісектрисі четвертого координатного кута.

Побудувати кут α за наступними даними (3190–3203):

3190. $\sin \alpha = 1$. **3191.** $\sin \alpha = -1$. **3192.** $\sin \alpha = 0$.

3193. $\sin \alpha = \frac{1}{2}$. **3194.** $\sin \alpha = -\frac{1}{3}$. **3195.** $\cos \alpha = 1$.

3196. $\cos \alpha = 0$. **3197.** $\cos \alpha = -1$. **3198.** $\cos \alpha = \frac{2}{3}$.

3199. $\cos \alpha = -\frac{1}{2}$. **3200.** $\operatorname{tg} \alpha = 2$. **3201.** $\operatorname{tg} \alpha = -1$.

3202. $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{3}$. **3203.** $\operatorname{ctg} \alpha = 1$.

Виразити в радіанах дані кути (3204–3212):

3204. 20° . **3205.** 50° . **3206.** 120° .

3207. 135° . **3208.** 150° . **3209.** 210° .

3210. 240° . **3211.** 315° . **3212.** 330° .

Визначити в градусах дані кути (3213–3221):

3213. $\frac{\pi}{18}$	3214. $\frac{\pi}{10}$	3215. $\frac{\pi}{12}$
3216. $\frac{\pi}{30}$	3217. $\frac{\pi}{5}$	3218. $\frac{2\pi}{3}$
3219. $\frac{3\pi}{2}$	3220. $\frac{5\pi}{2}$	3221. 3π

Визначити знак виразу без використання таблиць і калькулятора (3222–3227):

3222. $\sin 3$	3223. $\cos 5$	3224. $\sin 6$
3225. $\operatorname{tg} 7$	3226. $\operatorname{ctg} 10$	3227. $\sin 85$

§52. Обчислення і спрощення тригонометричних виразів

Обчислити без використання таблиць і калькулятора значення тригонометричних виразів (3228–3233):

3228. $\sin 990^\circ$	3229. $\sin \frac{37\pi}{2}$	3230. $\cos 2760^\circ$
3231. $\operatorname{tg} 870^\circ$	3232. $\cos(-23,25\pi)$	3233. $\sin \frac{2003\pi}{3}$

Знайти значення інших тригонометричних функцій кута α за наступними даними (3234–3244):

3234. $\sin \alpha = \frac{1}{3}, 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$	3235. $\sin \alpha = -\frac{1}{8}, \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$
3236. $\sin \alpha = 0,6, 90^\circ < \alpha < 180^\circ$	
3237. $\sin \alpha = -0,5, 270^\circ < \alpha < 360^\circ$	
3238. $\cos \alpha = 0,8, 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$	
3239. $\cos \alpha = -0,4, 90^\circ < \alpha < 180^\circ$	
3240. $\cos \alpha = -0,6, \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$	
3241. $\cos \alpha = \frac{12}{13}, \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$	

$$\mathbf{3242.} \quad \operatorname{tg} \alpha = 0,5, \quad 0 < \alpha < 90^\circ. \quad \mathbf{3243.} \quad \operatorname{tg} \alpha = -\sqrt{15}, \quad \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi.$$

$$\mathbf{3244.} \quad \operatorname{ctg} \alpha = 3, \quad 180^\circ < \alpha < 270^\circ.$$

Спростити вирази (3245–3272):

$$\mathbf{3245.} \quad \frac{\cos^2 \alpha}{1 - \cos^2 \alpha}. \quad \mathbf{3246.} \quad \frac{\sin^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha}. \quad \mathbf{3247.} \quad \operatorname{tg}^5 3\alpha \cdot \operatorname{ctg}^5 3\alpha.$$

$$\mathbf{3248.} \quad (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 + (\sin \alpha - \cos \alpha)^2 + 19.$$

$$\mathbf{3249.} \quad 23 - 18 \sin^2 10\alpha - 18 \cos^2 10\alpha.$$

$$\mathbf{3250.} \quad \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} + \frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}. \quad \mathbf{3251.} \quad \frac{2 \sin^2 \alpha - 1}{1 - 2 \cos^2 \alpha}.$$

$$\mathbf{3252.} \quad \cos 19^\circ \cos 41^\circ - \sin 19^\circ \sin 41^\circ.$$

$$\mathbf{3253.} \quad \sin 78^\circ \sin 48^\circ + \cos 78^\circ \cos 48^\circ.$$

$$\mathbf{3254.} \quad \sin 21^\circ \cos 24^\circ + \sin 24^\circ \cos 21^\circ.$$

$$\mathbf{3255.} \quad \sin 57^\circ \cos 27^\circ - \sin 27^\circ \cos 57^\circ.$$

$$\mathbf{3256.} \quad 2 \sin(\alpha + \beta) \sin(\alpha - \beta) + \cos 2\alpha.$$

$$\mathbf{3257.} \quad \frac{\operatorname{tg} 14^\circ + \operatorname{tg} 46^\circ}{1 - \operatorname{tg} 14^\circ \cdot \operatorname{tg} 46^\circ}. \quad \mathbf{3258.} \quad \frac{\operatorname{tg} 3^\circ - \operatorname{tg} 48^\circ}{1 + \operatorname{tg} 3^\circ \cdot \operatorname{tg} 48^\circ}.$$

$$\mathbf{3259.} \quad \frac{1 - \operatorname{tg} 29^\circ \cdot \operatorname{tg} 31^\circ}{\operatorname{tg} 29^\circ + \operatorname{tg} 31^\circ}. \quad \mathbf{3260.} \quad \frac{1 + \operatorname{tg} 83^\circ \cdot \operatorname{tg} 53^\circ}{\operatorname{tg} 83^\circ - \operatorname{tg} 53^\circ}.$$

$$\mathbf{3261.} \quad \frac{\sin 77^\circ - \sin 13^\circ}{\sin 32^\circ}. \quad \mathbf{3262.} \quad \frac{(\sin \alpha + \cos \alpha)^2}{1 + \sin 2\alpha}.$$

$$\mathbf{3263.} \quad (\sin \alpha + \cos \alpha)^3 + (\sin \alpha - \cos \alpha)^3 - 6(\sin \alpha - \sin^3 \alpha).$$

$$\mathbf{3264.} \quad \frac{5 + 8 \operatorname{tg} \alpha}{8 + 5 \operatorname{ctg} \alpha}. \quad \mathbf{3265.} \quad \frac{1 + \operatorname{tg}^2 5\alpha}{1 + \operatorname{ctg}^2 5\alpha}.$$

$$\mathbf{3266.} \quad \frac{\operatorname{tg} 2\alpha + \operatorname{tg} 9\beta}{\operatorname{ctg} 2\alpha + \operatorname{ctg} 9\beta}. \quad \mathbf{3267.} \quad \frac{1 + \operatorname{tg}^6 \alpha}{\operatorname{tg}^3 \alpha + \operatorname{ctg}^3 \alpha}.$$

$$\mathbf{3268.} \quad \frac{\cos \alpha \cdot \cos \beta - \cos(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha - \beta) - \sin \alpha \cdot \sin \beta}. \quad \mathbf{3269.} \quad \frac{1 - 2 \sin^2 \alpha + \sin^4 \alpha}{1 - 2 \cos^2 \alpha + \cos^4 \alpha}.$$

$$\mathbf{3270.} \quad \sin^2 \alpha + \sin(60^\circ + \alpha) \cdot \sin(60^\circ - \alpha).$$

$$3271. \frac{(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 - 1}{\operatorname{tg} \alpha - \sin \alpha \cos \alpha}. \quad 3272*. \frac{1 - \sin^6 \alpha - \cos^6 \alpha}{1 - \sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha}.$$

Обчислити значення виразів (3273–3276):

$$3273. \frac{17 \sin \alpha - 4 \cos \alpha}{13 \sin \alpha - 16 \cos \alpha}, \text{ якщо } \operatorname{tg} \alpha = 2.$$

$$3274. \frac{5 \sin^2 \alpha + 9 \sin \alpha \cdot \cos \alpha + 8 \cos^2 \alpha}{2 \sin^2 \alpha + 5 \sin \alpha \cdot \cos \alpha + 7 \cos^2 \alpha}, \text{ якщо } \operatorname{tg} \alpha = 3.$$

$$3275*. \frac{1 + \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha} + \frac{1 + \operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg}^2 \alpha}, \text{ якщо } \sin 2\alpha = \frac{1}{4}.$$

$$3276*. \frac{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{tg}^4 \alpha}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha + \operatorname{ctg}^4 \alpha} + \frac{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha + \operatorname{ctg}^4 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{tg}^4 \alpha}, \text{ якщо } \cos 4\alpha = \frac{1}{3}.$$

Спростити вирази, використовуючи формули зведення, періодичність, парність (непарність) тригонометричних функцій (3277–3292):

$$3277. \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) - \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right). \quad 3278. \sin(\alpha + \pi) + \operatorname{tg}(\alpha - \pi).$$

$$3279. \sin(2\alpha - \pi) + 2 \cos\left(\alpha + \frac{3\pi}{2}\right) \cdot \sin\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right).$$

$$3280. 8 \operatorname{tg} 945^\circ + \operatorname{tg}(810^\circ + \alpha) - \operatorname{ctg}(450^\circ - \alpha).$$

$$3281. \sin(23\pi + 2003) + \cos\left(\frac{31\pi}{2} + 2003\right).$$

$$3282. \sin\left(\frac{35\pi}{2} - \alpha\right) + \cos(68\pi - \alpha). \quad 3283. \operatorname{tg}(9\pi - \alpha) + \operatorname{ctg}\left(\frac{57\pi}{2} + \alpha\right).$$

$$3284. \frac{\sin(4\pi - \alpha) \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{25\pi}{2} - \alpha\right)}{\cos\left(\frac{9\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \operatorname{ctg}(17\pi - \alpha)}.$$

$$3285. \sin(7\pi - \alpha) \cdot \cos\left(\frac{15\pi}{2} + \beta\right) - \sin\left(\frac{19\pi}{2} - \alpha\right) \cdot \cos(6\pi - \beta).$$

$$3286. \frac{\operatorname{tg}\left(\frac{11\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \cos\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right) \cdot \cos(\alpha - 4\pi)}{\operatorname{ctg}(5\pi - \alpha) \cdot \sin\left(\frac{11\pi}{2} + \alpha\right)}.$$

$$3287. \operatorname{tg}^2(540^\circ - \alpha) \cdot \left(\frac{1}{\cos^2(630^\circ + \alpha)} - 1 \right).$$

$$3288. \operatorname{tg}(13\pi - \alpha) \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{13\pi}{2} + \alpha\right) - \sin(\alpha - 22\pi).$$

$$3289. \sin\left(\frac{29\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \cos(9\pi - \alpha) + \cos\left(\frac{37\pi}{2} - \alpha\right) \cdot \sin(15\pi + \alpha).$$

$$3290. \frac{\operatorname{tg}(18\pi + \alpha) \cdot \cos(90\pi - \alpha)}{\operatorname{ctg}(17\pi + \alpha) \cdot \sin(80\pi + \alpha)} + \operatorname{tg}(27\pi - \alpha).$$

$$3291. \sin^2(19(\pi + 3)) + \cos^2(19(\pi - 3)) + 18.$$

$$3292^*. \frac{\cos^2(1260^\circ + 13\alpha) - 1 + \sin 13\alpha - \sin^2 13\alpha}{2\cos(990^\circ - 13\alpha) \cdot \cos 13\alpha - \sin(630^\circ - 13\alpha)}.$$

3293. Дано: $\sin \alpha + \cos \alpha = k$. Знайти:

- | | |
|---------------------------------------|--------------------------------------|
| 1) $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$; | 2) $\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha$; |
| 3) $\sin \alpha - \cos \alpha$; | 4) $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha$; |
| 5*) $\sin^5 \alpha + \cos^5 \alpha$; | 6) $\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha$. |

3294. Дано: $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha = m$. Знайти:

- | | |
|---|--|
| 1) $\operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha$; | 2) $\operatorname{tg}^3 \alpha + \operatorname{ctg}^3 \alpha$; |
| 3) $\operatorname{tg}^4 \alpha + \operatorname{ctg}^4 \alpha$; | 4*) $\operatorname{tg}^5 \alpha + \operatorname{ctg}^5 \alpha$. |

Знайти основний період функцій або довести, що період не існує (3295–3317):

$$3295. 5 \sin \frac{x}{2}.$$

$$3296. y = -3 \cos 4x.$$

$$3297. y = 4 \sin\left(\frac{3x}{2} - 10^\circ\right).$$

$$3298. y = \sin 3x - \cos 2x.$$

$$3299. y = \sin 6x - \operatorname{tg} \frac{x}{12}.$$

$$3300. y = 2 \cos \frac{\pi x}{3} - 7 \operatorname{ctg} \frac{\pi x}{45}.$$

$$3301. y = \cos(x\sqrt{2}). \quad 3302. y = \sin^2 x. \quad 3303. y = \cos^2 x.$$

$$3304. y = \sin^3 x. \quad 3305. y = \sin^4 x. \quad 3306. y = \sin^4 x + \cos^4 x.$$

$$3307. y = |\sin x| + |\cos x|. \quad 3308. y = \{\cos 4x\}. \quad 3309. y = \sin \{2x\}.$$

$$3310. y = 4 \sin \pi x + 3 \cos 3x. \quad 3311. y = 9 \cos 2\pi x - \operatorname{ctg} \frac{x}{3}.$$

$$3312^*. y = \{x\} + \sin x.$$

$$3313^*. y = 3x - \cos x.$$

$$3314^*. y = 2x \cdot \cos(x^2).$$

$$3315^*. y = \sin(x^2).$$

$$3316^*. y = \sin^2(x^2).$$

$$3317^*. y = 3 \sin x + 5 \sin(x\sqrt{2}).$$

Перетворити в добуток (3318–3326):

3318. $\cos 15\alpha + 2 \cos^2 15\alpha - 1$.

3319. $1 + \cos \alpha + \cos 2\alpha + \cos 3\alpha$. **3320.** $\operatorname{tg} \alpha + \sin \alpha$.

3321. $\cos^2(4\alpha - 5\pi) - \frac{1}{2}$. **3322.** $\sin 3\alpha + \sin 6\alpha + \sin 9\alpha$.

3323. $\cos 2\alpha - \cos 3\alpha - \cos 4\alpha + \cos 5\alpha$.

3324. 1) $\frac{\cos 5\alpha + \cos 6\alpha + \cos 7\alpha}{\sin 5\alpha + \sin 6\alpha + \sin 7\alpha}$; 2) $\frac{\sin 7\alpha - \sin 8\alpha + \sin 9\alpha}{\cos 7\alpha - \cos 8\alpha + \cos 9\alpha}$.

3325. 1) $\sin^2(\alpha + \beta) + \sin^2(\alpha - \beta) - 1$;

2) $\cos^2(\alpha + \beta) + \sin^2(\alpha - \beta) - 1$;

3) $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2(\alpha + \beta) - 2$;

4) $\frac{\cos^2(\alpha + \beta) - \sin^2 \alpha - \cos^2 \beta}{\cos^2(\alpha + \beta) - \cos^2 \alpha - \sin^2 \beta}$.

3326. $3 - 4 \cos \frac{\alpha}{2} + \cos \alpha$.

Перетворити вирази, використовуючи введення допоміжного кута (3327–3346):

3327. $\sin x + \cos x$.

3328. $\sin x - \cos x$.

3329. $\sin 3x + \cos 3x$.

3330. $\sin 5x - \cos 5x$.

3331. $\cos 4x - \sin 4x$.

3332. $\sqrt{3} \sin x + \cos x$.

3333. $\sin x + \sqrt{3} \cos x$.

3334. $\sqrt{3} \sin x - \cos x$.

3335. $\sin x - \sqrt{3} \cos x$.

3336. $\sqrt{2} \cos x - \sqrt{6} \sin x$.

3337. $\frac{\sqrt{3}}{2} \cos x + \frac{1}{2} \sin x$.

3338. $\frac{1}{2} \cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x$.

3339. $3 \sin x + 4 \cos x$.

3340. $4 \sin x - 3 \cos x$.

3341. $12 \sin x + 5 \cos x$.

3342. $12 \cos x - 5 \sin x$.

3343. $-\sin x - \cos x$.

3344. $-7 \sin x - 24 \cos x$.

3345. $1 + \sqrt{3} \operatorname{ctg} \alpha$.

3346. $3 - \operatorname{tg}^2 \alpha$.

Спростити вирази (3347–3353):

3347*. $\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg}(\alpha + \beta)}$, якщо $\sin(2\alpha + \beta) = 8 \sin \beta$.

3348*. $\frac{\operatorname{ctg}(\alpha + \beta)}{\operatorname{tg} \alpha}$, якщо $\cos(2\alpha + \beta) = 3 \cos \beta$.

$$3349^*. \frac{\operatorname{ctg} \alpha}{\operatorname{ctg} \beta}, \text{ якщо } \sin(\alpha + \beta) = 9 \sin(\alpha - \beta).$$

$$3350^*. \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg}(\alpha + \beta)}, \text{ якщо } \cos \beta = 17 \cos(2\alpha + \beta).$$

$$3351^*. \frac{\sqrt{2 \sin \alpha - \sin 2\alpha}}{\sqrt{2 \sin \alpha + \sin 2\alpha}} + \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}, \text{ якщо } 3\pi < \alpha < 4\pi.$$

$$3352^*. \sqrt{1 + \frac{2}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha}}, \text{ якщо } \frac{3\pi}{4} < \alpha < \pi.$$

$$3353^*. \frac{\sqrt{1 + \sin 2\alpha} - \sqrt{1 - \sin 2\alpha}}{\sin \alpha}, \text{ якщо } \frac{3\pi}{4} < \alpha < \pi.$$

Перевірити справедливість рівностей (3354–3356):

$$3354. \frac{1}{\sin(2\pi/7)} + \frac{1}{\sin(4\pi/7)} = \frac{1}{\sin(\pi/7)}.$$

$$3355^*. 1) \cos^2 64^\circ + \cos^2 56^\circ + \cos 64^\circ \cdot \cos 56^\circ = 0,75;$$

$$2) \sin 47^\circ + \sin 61^\circ - \sin 11^\circ - \sin 25^\circ = \cos 7^\circ.$$

$$3356^*. \cos 5^\circ \cos 55^\circ \cos 65^\circ = (\sqrt{2} + \sqrt{6})/16.$$

Обчислити без допомоги таблиць і калькулятора (3357–3366):

$$3357. \sin 15^\circ; \cos 15^\circ; \operatorname{tg} 15^\circ; \operatorname{tg} 75^\circ; \cos 36^\circ; \cos 72^\circ.$$

$$3358^*. \cos \frac{\pi}{5} \cdot \cos \frac{2\pi}{5}.$$

$$3359^*. \cos \frac{\pi}{5} - \cos \frac{2\pi}{5}.$$

$$3360^*. \cos 20^\circ \cdot \cos 40^\circ \cdot \cos 80^\circ. \quad 3361^*. \cos \frac{\pi}{7} \cdot \cos \frac{2\pi}{7} \cdot \cos \frac{4\pi}{7}.$$

$$3362^*. \cos \frac{\pi}{17} \cdot \cos \frac{2\pi}{17} \cdot \cos \frac{4\pi}{17} \cdot \cos \frac{8\pi}{17}.$$

$$3363. \cos 80^\circ + \cos 40^\circ - \cos 20^\circ.$$

$$3364^*. \cos 10^\circ \cos 30^\circ \cos 50^\circ \cos 70^\circ.$$

$$3365. \frac{1}{\sin 20^\circ} - \frac{1}{\sqrt{3} \cos 20^\circ}. \quad 3366^*. \sin \frac{3\pi}{14} - \sin \frac{\pi}{14} - \sin \frac{5\pi}{14}.$$

§53. Тригонометричні тотожності

Довести (в області припустимих значень) тотожності (3367–3478):

$$3367. 6\sin^2\alpha + 5\cos^2\alpha = \sin^2\alpha + 5.$$

$$3368. \operatorname{tg}^2\alpha + \operatorname{ctg}^2\alpha = (\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{ctg}\alpha)^2 - 2.$$

$$3369. \frac{\cos\alpha}{1+\sin\alpha} + \frac{1+\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{2}{\cos\alpha}.$$

$$3370. \frac{\cos\alpha}{1+\operatorname{tg}\alpha} + \frac{\sin\alpha}{1+\operatorname{ctg}\alpha} = \frac{1}{\sin\alpha + \cos\alpha}.$$

$$3371. \frac{\sin\alpha + \operatorname{tg}\alpha}{1 + \cos\alpha} = \operatorname{tg}\alpha.$$

$$3372. \operatorname{ctg}^2\alpha - \cos^2\alpha = \operatorname{ctg}^2\alpha \cdot \cos^2\alpha.$$

$$3373. \sin^4\alpha + \sin^2\alpha \cdot \cos^2\alpha + \cos^2\alpha = 1.$$

$$3374. \cos^4\alpha + \sin^2\alpha + \sin^2\alpha \cos^2\alpha = 1.$$

$$3375. \sin^4\alpha + 2\sin^2\alpha \cos^2\alpha + \cos^4\alpha = 1.$$

$$3376. \sin^4\alpha - \cos^4\alpha + \cos^2\alpha = \sin^2\alpha.$$

$$3377. \sin\alpha \cdot \cos\alpha \cdot (\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{ctg}\alpha) = 1.$$

$$3378. (\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{ctg}\alpha)^2 - (\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{ctg}\alpha)^2 = 4.$$

$$3379. \frac{1}{1 - \operatorname{tg}^2\alpha} + \frac{1}{1 - \operatorname{ctg}^2\alpha} = 1.$$

$$3380. \frac{\operatorname{tg}\alpha}{1 - \operatorname{tg}^2\alpha} \cdot \frac{1 - \operatorname{ctg}^2\alpha}{\operatorname{ctg}\alpha} = -1.$$

$$3381. \sqrt{\frac{1 - \cos^2\alpha}{1 - \sin^2\alpha}} = |\operatorname{tg}\alpha|. \quad 3382. 1 + \frac{\cos\alpha \cdot \operatorname{tg}^2\alpha}{1 + \cos\alpha} = \sec\alpha.$$

$$3383. 1) \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right); \quad 2) \sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right).$$

$$3384. 1) \cos(10^\circ - \alpha) + \sin(260^\circ + \alpha) = 0;$$

$$2) \sin(117^\circ - \alpha) + \cos(153^\circ + \alpha) = 0;$$

$$3) \cos\left(\alpha - \frac{7\pi}{12}\right) = \cos\left(\alpha + \frac{17\pi}{12}\right); \quad 4) \cos\left(\alpha - \frac{7\pi}{12}\right) = -\cos\left(\alpha + \frac{5\pi}{12}\right).$$

$$3385. \cos 3\alpha \cdot \cos 9\alpha - \cos 12\alpha = \sin 3\alpha \cdot \sin 9\alpha.$$

$$3386. \cos 5\alpha \cdot \cos 4\alpha - \sin 2\alpha \cdot \sin \alpha = \cos 6\alpha \cdot \cos 3\alpha.$$

- 3387.** $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = 1 + \sin 2\alpha$. **3388.** $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha = \frac{2}{\sin 2\alpha}$.
- 3389.** $\frac{1 - 2 \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{ctg} \alpha$. **3390.** $\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha = 2 \operatorname{ctg} 2\alpha$.
- 3391.** $\frac{1}{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} 2\alpha} = \cos 2\alpha$. **3392.** $\frac{1}{1 + \operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} 2\alpha} = 2 \sin^2 \alpha$
- 3393.** $\frac{\sin^3 \alpha - \cos^3 \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} - \sin \alpha \cdot \cos \alpha - 1 = 0$.
- 3394.** 1) $\frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{tg}^4 \alpha}{\cos^2 \alpha} = 1 + \operatorname{tg}^6 \alpha$;
2) $\frac{1 - \operatorname{ctg}^2 \alpha + \operatorname{ctg}^4 \alpha}{\sin^2 \alpha} = 1 + \operatorname{ctg}^6 \alpha$.
- 3395.** $\frac{1 - \sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha}{\cos^4 \alpha} = 2 \operatorname{tg}^2 \alpha$. **3396.** $\frac{\operatorname{tg}(\alpha + \beta) - \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg}(\alpha + \beta)} = \operatorname{tg} \beta$.
- 3397.** 1) $\frac{\cos 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} 2\alpha}$; 2) $\frac{\cos 2\alpha}{1 - \cos 2\alpha} = \frac{\operatorname{ctg} \alpha}{\operatorname{tg} 2\alpha}$.
- 3398.** 1) $1 + \sin \alpha = 2 \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2} \right)$, 2) $1 - \sin \alpha = 2 \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2} \right)$.
- 3399.** 1) $1 + \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{2} \sin(\alpha + 45^\circ)}{\cos \alpha}$, 2) $1 - \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{2} \cos(\alpha + 45^\circ)}{\cos \alpha}$.
- 3400.** $\frac{2 \sin \alpha - \sin 2\alpha}{2 \cos \alpha - \sin 2\alpha} \cdot \frac{1 + \cos \alpha}{1 + \sin \alpha} = \operatorname{tg}^3 \alpha$.
- 3401.** 1) $\sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}} = \left| \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \right|$; 2) $\sqrt{\frac{1 - \sin \alpha}{1 + \sin \alpha}} = \left| \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2} \right) \right|$.
- 3402.** $\sqrt{\frac{2 \cos \alpha - \sin 2\alpha}{2 \cos \alpha + \sin 2\alpha}} = \left| \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2} \right) \right|$.
- 3403.** $\frac{\sin(\alpha - \beta)}{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta} = \cos \alpha \cdot \cos \beta$. **3404.** $\frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta}{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{tg} \beta} = \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta$.
- 3405.** $\frac{\sin \alpha + \sin 9\alpha}{\cos \alpha + \cos 9\alpha} = \operatorname{tg} 5\alpha$. **3406.** $\frac{\operatorname{ctg}(45^\circ - \alpha) + 1}{\operatorname{ctg} \alpha + 1} = \operatorname{tg} 2\alpha$.
- 3407.** $\sin^2 9\alpha - \sin^2 4\alpha = \sin 13\alpha \cdot \sin 5\alpha$.
- 3408.** $\operatorname{tg}^2 \alpha - \operatorname{tg}^2 \beta = \frac{\sin^2 \alpha - \sin^2 \beta}{\cos^2 \alpha \cos^2 \beta}$. **3409.** $1 - \operatorname{tg}^4 \alpha = \frac{\cos 2\alpha}{\cos^4 \alpha}$.

$$3410. \quad \operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{2(3 + \cos 4\alpha)}{1 - \cos 4\alpha}.$$

$$3411. \quad \frac{\sin \alpha + \cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}{\cos \alpha - \sin \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta} = \operatorname{tg}(\alpha + \beta).$$

$$3412. \quad \frac{\cos 5\alpha + \sin 5\alpha \cdot \operatorname{tg} 6\beta}{\sin 5\alpha - \cos 5\alpha \cdot \operatorname{tg} 6\beta} = \operatorname{ctg}(5\alpha - 6\beta).$$

$$3413. \quad \sin(30^\circ - \alpha) + \sin(30^\circ + \alpha) + \sin(270^\circ - \alpha) = 0.$$

$$3414. \quad 1 + 2\cos 8\alpha + \cos 16\alpha = 4\cos^2 4\alpha \cdot \cos 8\alpha.$$

$$3415. \quad 2 - 4\sin^2 \alpha + 9\cos 2\alpha = 11\cos 2\alpha.$$

$$3416. \quad 1 - 2\sin 3\alpha - \cos 6\alpha = -4\sin^2\left(45^\circ - \frac{3\alpha}{2}\right) \cdot \sin 3\alpha.$$

$$3417. \quad \operatorname{tg}(45^\circ + 3\alpha) - \operatorname{tg}(45^\circ - 3\alpha) = 2\operatorname{tg} 6\alpha.$$

$$3418. \quad \frac{1 - \cos \alpha + \sin \alpha}{1 + \cos \alpha + \sin \alpha} = \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}. \quad 3419. \quad \operatorname{tg} 2\alpha + \sec 2\alpha = \frac{\cos \alpha + \sin \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha}.$$

$$3420. \quad \frac{1 + 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha} = \frac{\operatorname{tg} \alpha + 1}{\operatorname{tg} \alpha - 1}.$$

$$3421. \quad \frac{\sin^2 \alpha - \operatorname{tg}^2 \alpha}{\cos^2 \alpha - \operatorname{ctg}^2 \alpha} = \operatorname{tg}^6 \alpha. \quad 3422. \quad \frac{\cos^3 \alpha - \cos 3\alpha}{\sin^3 \alpha + \sin 3\alpha} = \operatorname{tg} \alpha.$$

$$3423. \quad 1) \frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha} = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}\right); \quad 2) \frac{1 - \sin \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}\right).$$

$$3424. \quad \cos^2(90^\circ + \alpha) + \cos^2(30^\circ - \alpha) + \cos^2(150^\circ - \alpha) = 1,5.$$

$$3425. \quad \frac{(\cos \alpha - \sin \alpha)^2 + \sin 2\alpha}{\sin^4 \alpha + 0,25\sin^2 2\alpha} = \operatorname{cosec}^2 \alpha.$$

$$3426. \quad \sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha = \sqrt{2}\sin(45^\circ + \alpha)(1 - 0,5\sin 2\alpha).$$

$$3427. \quad \sin^3 \alpha = \frac{3\sin \alpha - \sin 3\alpha}{4}. \quad 3428. \quad \cos^3 \alpha = \frac{3\cos \alpha + \cos 3\alpha}{4}.$$

$$3429. \quad \sin^4 \alpha = \frac{3 - 4\cos 2\alpha + \cos 4\alpha}{8}.$$

$$3430. \quad \cos^4 \alpha = \frac{3 + 4\cos 2\alpha + \cos 4\alpha}{8}.$$

$$3431. \quad \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha = 0,25(3 + \cos 4\alpha).$$

$$3432. \quad \cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha = \cos 2\alpha.$$

$$3433. \quad \sin^6 \alpha = \frac{10 - 15\cos 2\alpha + 6\cos 4\alpha - \cos 6\alpha}{32}.$$

$$3434. \quad \cos^6 \alpha = \frac{10 + 15\cos 2\alpha + 6\cos 4\alpha + \cos 6\alpha}{32}.$$

- 3435.** $\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha = 1 - 3 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = \frac{5 + 3 \cos 4\alpha}{8}$.
- 3436.** $\cos^6 \alpha - \sin^6 \alpha = \frac{\cos 2\alpha (7 + \cos 4\alpha)}{8} = \frac{15 \cos 2\alpha + \cos 6\alpha}{16}$.
- 3437.** $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha - \sin^6 \alpha - \cos^6 \alpha = 0,25 \sin^2 2\alpha$.
- 3438.** $\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha + \sin^6 \alpha - \cos^6 \alpha = 0,125 \sin 2\alpha \cdot \sin 4\alpha$.
- 3439.** $8 \sin^4 \alpha - 8 \sin^2 \alpha + 1 = \cos 4\alpha$.
- 3440.** $4 \sin \alpha \sin \beta \cos(\alpha - \beta) + \cos 2\alpha + \cos 2\beta = 2 \cos^2(\alpha - \beta)$.
- 3441.** $2 \operatorname{ctg}\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) - \operatorname{tg}\left(\alpha + \frac{7\pi}{2}\right) = \frac{3 \cos 2\alpha - 1}{\sin 2\alpha}$.
- 3442.** $4 \cdot (\operatorname{ctg}^2 \alpha - \operatorname{tg}^2 \alpha)^{-1} = \operatorname{tg} 2\alpha \cdot \sin 2\alpha$.
- 3443.** $4 \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) \cdot \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{3}\right) = 4 \cos^2 \alpha - 3$.
- 3444.** $\operatorname{tg}(\alpha + 135^\circ) \cdot (1 + \sin 2\alpha) + \cos 2\alpha = 0$.
- 3445.** $\cos \alpha \cdot \cos 2\alpha \cdot \cos 4\alpha \cdot \cos 8\alpha = \sin 16\alpha \cdot (16 \sin \alpha)^{-1}$.
- 3446.** $\sin \alpha + \frac{1}{2} \sin 3\alpha - \frac{1}{2} \sin 5\alpha = 8 \sin^3 \alpha \cdot \cos^2 \alpha$.
- 3447*.** $4 \sin \alpha \cdot \sin(60^\circ - \alpha) \cdot \sin(60^\circ + \alpha) = \sin 3\alpha$.
- 3448*.** $4 \cos \alpha \cdot \cos(60^\circ - \alpha) \cdot \cos(60^\circ + \alpha) = \cos 3\alpha$.
- 3449*.** $\frac{\cos^2 6\alpha}{\sin^2 2\alpha} - \frac{\sin^2 6\alpha}{\cos^2 2\alpha} = \frac{4 \operatorname{ctg} 4\alpha \cdot \cos 8\alpha}{\sin 4\alpha}$.
- 3450*.** $\sin \alpha \cos \alpha + \sin^3 \alpha \cos \alpha + \sin^5 \alpha \sec \alpha = \operatorname{tg} \alpha$.
- 3451*.** $3 + 4 \cos(2\alpha - 7\pi) - \cos(4\alpha + 9\pi) = 8 \sin^4 \alpha$.
- 3452*.** $\frac{\operatorname{tg}^2 5\alpha + \operatorname{ctg}^2 5\alpha - 6}{\operatorname{tg}^2 5\alpha + \operatorname{ctg}^2 5\alpha + 2} = \cos 20\alpha$.
- 3453*.** $\cos \alpha \left(1 + \operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}\right)\right) = \operatorname{ctg} \alpha$.
- 3454*.** $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg}(60^\circ + \alpha) \cdot \operatorname{tg}(60^\circ - \alpha) = \operatorname{tg} 3\alpha$.
- 3455*.** $\operatorname{tg} 3\alpha - \operatorname{tg} 2\alpha - \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} 2\alpha \cdot \operatorname{tg} 3\alpha$.
- 3456*.** $3(\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha) - 2(\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha) = 1$.
- 3457*.** $2(\cos 2\alpha + \sin^6 \alpha - \cos^6 \alpha) = \cos 2\alpha + \sin^8 \alpha - \cos^8 \alpha$.
- 3458*.** $\sin^8 \alpha + \cos^8 \alpha = \frac{1 + 6 \cos^2 2\alpha + \cos^4 2\alpha}{8} =$

$$= \frac{17 + 14 \cos 4\alpha + \cos^2 4\alpha}{32} = \frac{35 + 28 \cos 4\alpha + \cos 8\alpha}{64}.$$

$$\begin{aligned} 3459^*. \sin^{10} \alpha + \cos^{10} \alpha &= \frac{29 + 30 \cos 4\alpha + 5 \cos^2 4\alpha}{64} = \\ &= \frac{63 + 60 \cos 4\alpha + 5 \cos 8\alpha}{128}. \end{aligned}$$

$$3460^*. \cos^{12} \alpha - \sin^{12} \alpha = \frac{198 \cos 2\alpha + 55 \cos 6\alpha + 3 \cos 10\alpha}{256}.$$

$$3461^*. \prod_{k=0}^n \cos(2^k \alpha) = \frac{\sin 2^{n+1} \alpha}{2^{n+1} \sin \alpha}.$$

$$3462^*. \sum_{k=1}^n \sin k\alpha = \frac{\sin \frac{n\alpha}{2} \cdot \sin \frac{n+1}{2} \alpha}{\sin \frac{\alpha}{2}}.$$

$$3463^*. \sum_{k=1}^n \cos k\alpha = \frac{\sin \frac{n\alpha}{2} \cdot \cos \frac{n+1}{2} \alpha}{\sin \frac{\alpha}{2}}.$$

$$3464^*. 1 + 2 \cdot \sum_{k=1}^n \cos 2k\alpha = \frac{\sin(2n+1)\alpha}{\sin \alpha}.$$

$$3465^*. \sum_{k=1}^n \cos^2 k\alpha = \frac{n}{2} + \frac{\sin n\alpha \cdot \cos(n+1)\alpha}{2 \sin \alpha}.$$

$$3466^*. \sum_{k=1}^n \sin^2 k\alpha = \frac{n}{2} - \frac{\sin n\alpha \cdot \cos(n+1)\alpha}{2 \sin \alpha}.$$

$$\begin{aligned} 3467^*. \cos^3 \alpha + \cos^3 2\alpha + \dots + \cos^3 n\alpha &= \frac{3 \cos \frac{(n+1)\alpha}{2} \sin \frac{n\alpha}{2}}{4 \sin \frac{\alpha}{2}} + \\ &+ \frac{\cos \frac{3(n+1)\alpha}{2} \sin \frac{3n\alpha}{2}}{4 \sin \frac{3\alpha}{2}}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3468^*. \sin^3 \alpha + \sin^3 2\alpha + \dots + \sin^3 n\alpha &= \frac{3 \sin \frac{(n+1)\alpha}{2} \sin \frac{n\alpha}{2}}{4 \sin \frac{\alpha}{2}} - \\ &- \frac{\sin \frac{3(n+1)\alpha}{2} \sin \frac{3n\alpha}{2}}{4 \sin \frac{3\alpha}{2}}. \end{aligned}$$

$$3469^*. \sin \alpha + \sin 3\alpha + \dots + \sin (2n-1)\alpha = \frac{\sin^2 n\alpha}{\sin \alpha}.$$

$$3470^*. \cos \alpha + \cos 3\alpha + \dots + \cos (2n-1)\alpha = \frac{\sin 2n\alpha}{2\sin \alpha}.$$

$$3471^*. \cos \alpha + 2\cos 2\alpha + 3\cos 3\alpha + \dots + n\cos n\alpha = \\ = \frac{(n+1)\cos n\alpha - n\cos (n+1)\alpha - 1}{4\sin^2 \frac{\alpha}{2}}.$$

$$3472^*. \sin \alpha + 2\sin 2\alpha + 3\sin 3\alpha + \dots + n\sin n\alpha = \\ = \frac{(n+1)\sin n\alpha - n\sin (n+1)\alpha}{4\sin^2 \frac{\alpha}{2}}.$$

$$3473^*. \sin \frac{\pi}{n} + \sin \frac{2\pi}{n} + \dots + \sin \frac{(n-1)\pi}{n} = \operatorname{ctg} \frac{\pi}{2n}.$$

$$3474^*. \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} 2\alpha + \operatorname{tg} 2\alpha + \operatorname{tg} 3\alpha + \dots + \operatorname{tg} (n-1)\alpha + \operatorname{tg} n\alpha = \\ = \frac{\operatorname{tg} n\alpha}{\operatorname{tg} \alpha} - n, \quad n \geq 2.$$

$$3475^*. \operatorname{tg} \alpha + 2\operatorname{tg} 2\alpha + 4\operatorname{tg} 4\alpha + \dots + 2^{n-1}\operatorname{tg} (2^{n-1}\alpha) = \\ = \operatorname{ctg} \alpha - 2^n \operatorname{ctg} (2^n \alpha).$$

$$3476^*. \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \sec \alpha + \operatorname{tg} \frac{\alpha}{4} \sec \frac{\alpha}{2} + \operatorname{tg} \frac{\alpha}{8} \sec \frac{\alpha}{4} + \dots + \\ + \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2^n} \sec \frac{\alpha}{2^{n-1}} = \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \left(\frac{\alpha}{2^n} \right).$$

$$3477^*. \sin \varphi + \sin (\varphi + \alpha) + \sin (\varphi + 2\alpha) + \dots + \sin (\varphi + n\alpha) = \\ = \frac{\sin \frac{(n+1)\alpha}{2} \sin \left(\varphi + \frac{n\alpha}{2} \right)}{\sin \frac{\alpha}{2}}.$$

$$3478^*. \cos \varphi + \cos (\varphi + \alpha) + \cos (\varphi + 2\alpha) + \dots + \cos (\varphi + n\alpha) = \\ = \frac{\sin \frac{(n+1)\alpha}{2} \cos \left(\varphi + \frac{n\alpha}{2} \right)}{\sin \frac{\alpha}{2}}.$$

**§54. Обернені тригонометричні
функції. Тригонометричні функції
від обернених тригонометричних функцій**

**Обчислити без використання таблиць і калькулятора
(3479–3513):**

- 3479.** $\sin(\arcsin 0,4)$. **3480.** $\cos\left(\arcsin \frac{1}{3}\right)$. **3481.** $\arcsin\left(\sin \frac{\pi}{8}\right)$
- 3482*.** $\arcsin(\sin 6)$. **3483*.** $\arcsin(\sin 22)$. **3484.** $\cos\left(\arccos \frac{1}{5}\right)$
- 3485.** $\sin\left(\arccos \frac{1}{4}\right)$. **3486.** $\arccos\left(\cos \frac{\pi}{7}\right)$. **3487*.** $\arccos(\cos 11)$
- 3488*.** $\arccos(\cos 34)$. **3489*.** $\arctg(\tg 2)$. **3490*.** $\operatorname{arctg}(\operatorname{ctg} 48)$.
- 3491*.** $\arcsin(\cos 13)$. **3492*.** $\arccos(\sin 7)$. **3493*.** $\arccos(\sin 2002)$.
- 3494*.** $\arcsin(\cos 2002)$. **3495.** $\sin\left(\arcsin \frac{1}{3} + \arccos \frac{1}{4}\right)$.
- 3496.** $\sin(\arctg 7 - \arctg 2)$. **3497.** $\tg(\arctg 3 + \arctg 5)$.
- 3498.** $\tg\left(\arcsin \frac{1}{3} + \arccos \frac{1}{4}\right)$. **3499.** $\tg(2\arctg 5)$.
- 3500.** $\cos\left(2\arcsin \frac{1}{6}\right)$. **3501.** $\sin\left(3\arctg \frac{1}{2}\right)$. **3502.** $\sin\left(\frac{1}{2} \arccos \frac{1}{3}\right)$.
- 3503.** $\cos\left(\frac{1}{2} \arcsin \frac{12}{13}\right)$. **3504.** $\tg\left(\frac{1}{2} \arcsin 0,6\right)$.
- 3505.** $\sin\left(\frac{1}{2} \arccos(-0,8)\right)$. **3506.** $\sin(\arctg 5 - \operatorname{arctg}(-5))$.
- 3507.** $\tg\left(\frac{1}{2} \arctg 0,5\right)$. **3508*.** $\cos\left(\frac{1}{2} \arccos \frac{5}{13} + 2\arctg 3\right)$.
- 3509*.** $\tg\left(\frac{9\pi}{4} + \frac{1}{4} \arccos \frac{3}{5}\right)$. **3510*.** $\arccos\left(\sin\left(2\arctg\left(\sqrt{3} + 2\right)\right)\right)$.
- 3511*.** $\sin\left(2\arctg \frac{2}{3}\right) - \tg\left(\frac{1}{2} \arccos \frac{7}{25}\right)$.
- 3512*.** $\cos\left(2\arctg \frac{3}{4}\right) + \operatorname{ctg}\left(\frac{1}{2} \arcsin \frac{5}{13}\right)$.
- 3513*.** $\tg\left(\frac{1}{2} \arcsin \frac{24}{25} + 3\arctg \frac{1}{2}\right)$.

Довести тотожності і рівності (3514–3521):

$$\mathbf{3514^*} . \arcsin x + \arccos x = \pi/2, \quad x \in [-1; 1].$$

$$\mathbf{3515^*} . \operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg} x = \pi/2.$$

$$\mathbf{3516} . \arcsin x = \arccos \sqrt{1-x^2}, \quad x \in [0; 1];$$

$$\arcsin x = -\arccos \sqrt{1-x^2}, \quad x \in [-1; 0].$$

$$\mathbf{3517} . \arccos x = \arcsin \sqrt{1-x^2}, \quad x \in [0; 1];$$

$$\arccos x = \pi - \arcsin \sqrt{1-x^2}, \quad x \in [-1; 0].$$

$$\mathbf{3518} . \operatorname{arctg} x = \operatorname{arctg} \frac{1}{x}, \quad x > 0; \quad \operatorname{arctg} x = \operatorname{arctg} \frac{1}{x} - \pi, \quad x < 0.$$

$$\mathbf{3519} . \sin(2 \arcsin x) = 2x\sqrt{1-x^2}, \quad x \in [-1; 1].$$

$$\mathbf{3520} . 2 \operatorname{arctg} \frac{1}{3} + \operatorname{arctg} \frac{1}{6} = \operatorname{arctg} \frac{22}{21}.$$

$$\mathbf{3521^*} . \arcsin \frac{1}{3} + \arccos \frac{\sqrt{6}}{9} + \operatorname{arctg}(11\sqrt{2}) = \pi.$$

§55. Тригонометричні рівняння

Розв'язати найпростіші тригонометричні рівняння (3522–3565):

$$\mathbf{3522} . \sin 3x = 0. \quad \mathbf{3523} . \cos 5x = 1. \quad \mathbf{3524} . \operatorname{tg} 6x = -1.$$

$$\mathbf{3525} . \operatorname{ctg} 7x = 0. \quad \mathbf{3526} . \sin \frac{\pi x}{2} = 1. \quad \mathbf{3527} . \cos \frac{x}{4} = 0.$$

$$\mathbf{3528} . \operatorname{tg} \frac{x}{5} = 0. \quad \mathbf{3529} . \operatorname{ctg} \frac{x}{6} = -1. \quad \mathbf{3530} . \sin 4x = -1.$$

$$\mathbf{3531} . \cos 2x = -1. \quad \mathbf{3532} . \operatorname{tg} 9x = 1. \quad \mathbf{3533} . \operatorname{ctg} x = 2.$$

$$\mathbf{3534} . \sin x = \frac{1}{3}. \quad \mathbf{3535} . \cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}. \quad \mathbf{3536} . \operatorname{tg} x = 5.$$

$$\mathbf{3537} . \sin x = \frac{\pi}{2}. \quad \mathbf{3538} . \cos x = \frac{2\pi}{3}. \quad \mathbf{3539} . \operatorname{tg} x = \frac{3\pi}{2}.$$

$$\mathbf{3540} . \sin 2x = \frac{1}{2}. \quad \mathbf{3541} . \cos \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}. \quad \mathbf{3542} . \operatorname{tg}(4\pi x) = \sqrt{3}.$$

$$\mathbf{3543} . \operatorname{ctg} 8x = \sqrt{3}. \quad \mathbf{3544} . \sin \frac{x}{9} = -\frac{1}{2}. \quad \mathbf{3545} . \cos 3x = -\frac{1}{2}.$$

$$\mathbf{3546} . \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = 0. \quad \mathbf{3547} . \cos\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{4}\right) = 1.$$

$$\mathbf{3548} . \operatorname{tg}\left(3x - \frac{\pi}{3}\right) = 1. \quad \mathbf{3549} . \operatorname{ctg}\left(\frac{x}{2} + \frac{2\pi}{3}\right) = -1.$$

$$3550. \sin\left(\frac{x}{6} + \frac{3\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}.$$

$$3552. \operatorname{tg}\left(\frac{x}{3} + \frac{3\pi}{4}\right) = \sqrt{3}.$$

$$3554. \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\pi}{6}.$$

$$3556. \frac{\cos x}{\sin x - 1} = 0.$$

$$3558. \frac{\sin x}{1 - \cos x} = 0.$$

$$3560. \frac{\sin 2x}{1 - \cos x} = 0.$$

$$3562. \frac{\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)}{2 \sin x - 1} = 0.$$

$$3564. \frac{\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)}{2 \cos x - 1} = 0.$$

$$3551. \cos\left(5x - \frac{5\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$3553. \operatorname{ctg}\left(4x - \frac{\pi}{9}\right) = -\sqrt{3}.$$

$$3555. \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{4}.$$

$$3557. \frac{\sin x + 1}{\cos x} = 0.$$

$$3559. \frac{\cos 2x}{\sqrt{2} \sin x - 1} = 0.$$

$$3561. \frac{\sqrt{2} \sin x - 1}{\operatorname{tg} x - 1} = 0.$$

$$3563. \frac{\cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right)}{2 \sin x + 1} = 0.$$

$$3565. \frac{\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)}{\operatorname{tg} x + 1} = 0.$$

Розв'язати тригонометричні рівняння виду $\sin f(x) = a$, $\cos f(x) = a$, $\operatorname{tg} f(x) = a$, $\operatorname{ctg} f(x) = a$ (3566–3583):

$$3566. \sin(x^2) = 0. \quad 3567. \sin(x^3) = -1. \quad 3568. \cos(x^2) = 1.$$

$$3569. \cos(x^2) = \frac{\sqrt{3}}{2}. \quad 3570. \sin\sqrt{x} = -1. \quad 3571. \cos\sqrt{x-1} = 0.$$

$$3572. \cos(\sin x) = \frac{\sqrt{3}}{2}. \quad 3573. \operatorname{tg}(\sin x) = -1. \quad 3574. \sin(\operatorname{tg} x) = -1.$$

$$3575. \cos(\operatorname{tg} x) = 0. \quad 3576. \cos(\cos x) = 1. \quad 3577. \operatorname{ctg}(\pi \cos x) = \sqrt{3}.$$

$$3578. \sin(\sin x) = 1. \quad 3579. \cos(\sin x) = 0. \quad 3580. \operatorname{tg}\sqrt{x} = -1.$$

$$3581. \sin\sqrt{16-x^2} = 0. \quad 3582. \cos(x+|x|) = 1. \quad 3583. \sin(x-|x|) = 0.$$

Розв'язати рівняння методом розкладання на множники (3584–3597):

$$3584. \sin^2 x - \sin x = 0. \quad 3585. \cos^3 x + \cos^2 x = 0.$$

$$3586. 2 \sin x \cdot \cos x = \cos x. \quad 3587. 2 \sin x \cdot \cos 6x = \sin x.$$

$$3588. 9 \sin x \cdot \cos 3x = \sin x. \quad 3589. \sin^2 x \cdot \cos^2 x + \sin x \cdot \cos x = 0.$$

$$3590. 2 \cos x \cdot \cos 4x + \cos x - 2 \cos 4x - 1 = 0.$$

$$\mathbf{3591.} \quad \operatorname{tg} x + \operatorname{tg} x \cdot \cos 4x = 0. \quad \mathbf{3592.} \quad \operatorname{ctg} x - \sin 2x \cdot \operatorname{ctg} x = 0.$$

$$\mathbf{3593.} \quad (\sin x + \cos x)^2 = \sin x + \cos x.$$

$$\mathbf{3594.} \quad (\sin x - 1) \cdot \operatorname{tg} x - 3 \sin x + 3 = 0.$$

$$\mathbf{3595.} \quad 2 \cos x \cdot (1 + \cos 2x) = \cos x.$$

$$\mathbf{3596.} \quad (1 - \cos 6x) \cdot \cos 20x = \sin^2 3x.$$

$$\mathbf{3597.} \quad \operatorname{tg} \frac{3x}{2} \cdot \cos \left(\frac{\pi}{6} + x \right) = \cos \left(\frac{\pi}{6} + x \right).$$

Розв'язати рівняння способом приєднання до однієї з функцій (3598–3612):

$$\mathbf{3598.} \quad \cos^2 x - \sin x + 1 = 0 \quad \mathbf{3599.} \quad 3 \sin x - 2 \cos^2 x = -3.$$

$$\mathbf{3600.} \quad 2 \sin^2 x - \cos x - 1 = 0. \quad \mathbf{3601.} \quad 2 \sin^2 x + 3 \cos x = 0.$$

$$\mathbf{3602.} \quad \operatorname{tg} x = \operatorname{ctg} x. \quad \mathbf{3603.} \quad 2 \operatorname{ctg} x - \operatorname{tg} x - 1 = 0.$$

$$\mathbf{3604.} \quad 4 \cos^2 x + \sin x = 1. \quad \mathbf{3605.} \quad 2 \sin^2 2x + \cos 2x = 1.$$

$$\mathbf{3606.} \quad 8 \cos^2 \frac{x}{2} + 6 \sin \frac{x}{2} - 3 = 0. \quad \mathbf{3607.} \quad 3 \sin \frac{x}{5} = 2 \cos^2 \left(\frac{x}{5} + \pi \right)$$

$$\mathbf{3608.} \quad 2 \cos^2 4x + 3 \sin^2 4x + 2 \cos 4x = 0.$$

$$\mathbf{3609.} \quad 8 \sin^2 5x + 6 \cos 5x - 3 = 0. \quad \mathbf{3610.} \quad \sin^4 8x - 4 \cos^2 8x = -\frac{7}{16}.$$

$$\mathbf{3611.} \quad 5 \operatorname{tg}^2 x + 33 = \frac{3}{\cos^4 x}. \quad \mathbf{3612.} \quad 3 \operatorname{tg}^4 3x - \frac{7}{\operatorname{ctg}^2 3x} + 2 = 0.$$

Розв'язати однорідні рівняння і ті, що до них зводяться (3613–3625):

$$\mathbf{3613.} \quad \sin x - 8 \cos x = 0. \quad \mathbf{3614.} \quad 6 \sin x + 7 \cos x = 0.$$

$$\mathbf{3615.} \quad 3 \sin^2 x - 4 \sin x \cdot \cos x + \cos^2 x = 0.$$

$$\mathbf{3616.} \quad 2 \sin^2 x - 5 \sin x \cdot \cos x + 3 \cos^2 x = 0.$$

$$\mathbf{3617.} \quad 2 \sin^2 x + \cos^2 x = 5 \sin x \cdot \cos x.$$

$$\mathbf{3618.} \quad 8 \sin^2 x + 3 \sin x \cdot \cos x + \cos^2 x = 3.$$

$$\mathbf{3619.} \quad 6 \sin^2 3x + \sin 3x \cdot \cos 3x - \cos^2 3x = 2.$$

$$\mathbf{3620.} \quad \sin^3 x - 4 \sin x \cdot \cos^2 x = -3 \cdot \cos^3 x.$$

$$\mathbf{3621.} \quad \sin^3 x + 3 \cdot \cos^3 x = 2 \cos x.$$

$$\mathbf{3622.} \quad 5 \sin^3 x + 4 \sin^2 x \cdot \cos x - 3 \cdot \cos^3 x = 3 \sin x.$$

$$\mathbf{3623.} \quad \sin^4 x - 6 \sin^2 x \cdot \cos^2 x + 5 \cos^4 x = 0.$$

$$\mathbf{3624.} \quad \sin^4 x + \sin^3 x \cdot \cos x + \sin x \cdot \cos^3 x + \cos^4 x = 1.$$

$$\mathbf{3625.} \quad 2 \sin^3 x + 7 \sin^2 x \cdot \cos x + 3 \sin x \cdot \cos^2 x = 2 \cos^3 x.$$

Розв'язати рівняння за допомогою універсальної підста-

новки $\operatorname{tg} \frac{u}{2} = t$ (3626–3636):

3626. $9 \sin x + \cos x = 9$. 3627. $2 \sin x + 3 \cos x = 3$.
 3628. $\sin x + 4 \cos x = -4$. 3629. $2 \sin x - \cos x = \frac{2}{5}$.
 3630. $4 \sin x + 3 \cos x = 5$. 3631. $5 \sin x - \cos x = 1$.
 3632. $\sin x + \cos x = 1$. 3633. $\sin x - \cos x = 1$.
 3634. $\sin 4x + 5 \cos 4x = -5$. 3635. $5 \sin 2x + 12 \cos 2x = -12$.
 3636. $\sin 2x + \cos 2x = \operatorname{tg} x$.

Розв'язати рівняння методом введення допоміжного аргументу (3637–3650):

3637. $\sin x + \cos x = -\sqrt{2}$. 3638. $\sqrt{3} \sin x - \cos x = \sqrt{3}$.
 3639. $\frac{\sqrt{3}}{2} \cos x - \frac{1}{2} \sin x = 1$. 3640. $\sqrt{3} \sin x + \cos x = \sqrt{2}$.
 3641. $\sin 2x - \cos 2x = 1$. 3642. $\cos x - \sqrt{3} \sin x = 2$.
 3643. $\sin \frac{x}{6} + \cos \frac{x}{6} = -\sqrt{2}$. 3644. $\sin \frac{x}{3} + \cos \frac{x}{3} = 1$.
 3645. $\cos 9x - \sin 9x = \frac{1}{5}$. 3646. $\sin \frac{x}{5} + \cos \frac{x}{5} = \sqrt{5}$.
 3647. $\sqrt{2} \sin 8x - \cos 8x = \sqrt{\frac{3}{2}}$. 3648. $3 \sin 5x - 2 \cos 5x = 3$.
 3649. $2 \sin x - \cos x = \frac{4}{5}$. 3650. $\sin 2x - 4 \cos 2x = 4$.

Розв'язати рівняння, використовуючи формули перетворення суми (різниці) тригонометричних функцій у добутки (3651–3662):

3651. $1 + \cos x + \cos 2x + \cos 3x = 0$.
 3652. $\sin x - \sin 2x + \sin 5x + \sin 8x = 0$.
 3653. $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = \cos x + \cos 2x + \cos 3x$.
 3654. $\cos 2x - \cos 8x + \cos 6x = 1$. 3655. $\cos x - \cos 2x = \sin 3x$.
 3656. $\sin 3x = \cos x + \sin(x + 93\pi)$.
 3657. $\sin 3x - \sin 2x - \sin x = 0$. 3658. $\cos 5x = \sin 7x$.
 3659. $\cos x = \sin 3x$. 3660. $\cos 3x = \sin x$.
 3661. $\cos 5x + \cos 7x = \cos(15\pi + 6x)$.
 3662. $\sin x + \sin 2x + \sin 3x + \sin 4x = 0$.

Розв'язати рівняння, використовуючи формули перетворення добутку тригонометричних функцій у суму (3663–3672):

$$\mathbf{3663.} \quad 1 + 2 \cos 3x \cdot \cos x - \cos 2x = 0.$$

$$\mathbf{3664.} \quad \sin x \cdot \sin 7x = \sin 3x \cdot \sin 5x.$$

$$\mathbf{3665.} \quad \cos x \cdot \cos 3x = \cos 5x \cdot \cos 7x.$$

$$\mathbf{3666.} \quad 2 \cos x \cdot \sin 3x = \sin 4x + 1. \quad \mathbf{3667.} \quad \sin x \cdot \sin 3x = \frac{1}{2}.$$

$$\mathbf{3668.} \quad \sin 9x \cdot \cos 4x = \sin 8x \cdot \cos 5x.$$

$$\mathbf{3669.} \quad 2 \sin 2x \cdot \sin 4x - \cos 2x = \sin 3x.$$

$$\mathbf{3670.} \quad \sin\left(\frac{x}{2} + 33^\circ\right) \sin\left(\frac{x}{2} - 12^\circ\right) = \sin\left(78^\circ + \frac{x}{2}\right) \sin\left(57^\circ - \frac{x}{2}\right).$$

$$\mathbf{3671.} \quad \cos 2x \cdot \cos x = \sin 7x \cdot \sin 6x + \cos \frac{29\pi}{2}$$

$$\mathbf{3672*} \quad \cos 2x + 2 \sin x \cdot \sin 2x = 2 \sin\left(\frac{9\pi}{2} + x\right).$$

Розв'язати рівняння, застосовуючи формули зниження степеня (3673–3688):

$$\mathbf{3673.} \quad \cos^2 x = \frac{1}{4}.$$

$$\mathbf{3674.} \quad \sin^2 3x = \frac{3}{4}.$$

$$\mathbf{3675.} \quad \sin^2 2x - \sin^2 x = \frac{1}{2}.$$

$$\mathbf{3676.} \quad \sin^2 2x + \sin^2 x = \frac{3}{2}.$$

$$\mathbf{3677.} \quad \sin^2 x + \sin^2 2x = \sin^2 3x.$$

$$\mathbf{3678.} \quad \cos^2 x + 3 \cos^2 \frac{x}{2} = 2.$$

$$\mathbf{3679.} \quad 4 \cos^2 6x + 16 \cos^2 3x = 13.$$

$$\mathbf{3680.} \quad 4 \sin^4 x + \sin^2 2x = 1.$$

$$\mathbf{3681.} \quad \cos^2 x + 2 \sin^2 5x = \frac{3 - \cos 10x}{2}.$$

$$\mathbf{3682.} \quad \cos^2 x + \cos^2 2x + \cos^2 3x + \cos^2 4x = 2.$$

$$\mathbf{3683.} \quad \cos^2 2x + \cos^2 4x - \sin^2 6x = \sin^2 8x.$$

$$\mathbf{3684.} \quad \sin^2 x + \sin^2 2x + \sin^2 3x + \sin^2 4x = 2.$$

$$\mathbf{3685.} \quad \sin^2(7 + 6x) + \cos^2\left(\frac{\pi}{4} + 4x\right) = \cos^2(7 - 10x) + \sin^2\left(\frac{\pi}{4} - 12x\right)$$

$$\mathbf{3686*} \quad \sin^4 2x + \cos^4 2x = \cos^2 4x + \frac{1}{4}.$$

$$\mathbf{3687*} \quad \sin^6 x + \cos^6 x = \frac{1}{8} + \cos^2 2x.$$

$$\mathbf{3688*} \quad \sin^{10} 3x + \cos^{10} 3x = \frac{29}{16} \cos^4 6x.$$

Розв'язати рівняння, використовуючи формули подвійного і потрійного аргументів (3689–3700):

$$3689. \sin 2x = \sqrt{3} \sin x.$$

$$3690. 4 \cos x = \sin 2x.$$

$$3691. \sin x = -\cos 2x.$$

$$3692. 5 \sin \frac{x}{2} + \cos x = 3.$$

$$3693. 3 \cos 4x = 7 \cos 2x.$$

$$3694. \sin 2x - \sin x = \cos x - \frac{1}{2}.$$

$$3695. \sin 3x + \sin^3 x = \frac{3}{16} \sin 2x. \quad 3696. \sin 3x = -\sin x \cdot \cos^2 2x.$$

$$3697. \cos 3x = -3 \sin \left(\frac{\pi}{2} - x \right). \quad 3698. \sin 3x + \sin x = 4 \sin^3 x.$$

$$3699. \cos 9x = -2 \cos 3x. \quad 3700. \cos 3x - 2 \cos 2x = 2.$$

Розв'язати рівняння, використовуючи заміну змінної (3701–3709):

$$3701. (\sin x + \cos x)^2 - 3(\sin x + \cos x) + 2 = 0.$$

$$3702. 5(\sin x + \cos x) + 1 + \sin 2x = 0.$$

$$3703. \sin 2x = \sin x + \cos x.$$

$$3704*. 9 \cdot (\operatorname{tg}^4 x + \operatorname{ctg}^4 x) = 15 (\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x)^2 + 2.$$

$$3705. 6 \operatorname{tg} \left(x + \frac{\pi}{3} \right) - \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{6} - x \right) + \sqrt{3} = 0.$$

$$3706*. \cos(x + 30^\circ) - 2 \sin^2(x - 60^\circ) + 1 = 0.$$

$$3707*. \cos x + \sin x + 4 \cos^2 \left(x - \frac{\pi}{4} \right) = 3.$$

$$3708*. \sin 2x = 4(\sin x - \cos x - 1).$$

$$3709*. 5 - 5(\cos 2x - \sin 2x) - \sin 4x = 0.$$

Розв'язати рівняння виду $\sqrt{f(x)} = g(x)$ (3710–3718):

$$3710. \sqrt{\sin x} = \cos x. \quad 3711. \sqrt{\sin x} = -\cos x.$$

$$3712. \sqrt{2 \cos x - 1} = -\sin x. \quad 3713. \sqrt{7 \cos x - 3} = \sqrt{3} \sin x.$$

$$3714*. \sqrt{\cos 2x - 3 \cos x} = \sqrt{2} \cos \frac{x}{2}.$$

$$3715. \sqrt{1 - \sin x} = \cos x. \quad 3716. \sqrt{9 - 16 \operatorname{tg} x} = 4 \operatorname{tg} x - 1.$$

$$3717*. \sqrt{1 - 3 \sin 4x} = -\sqrt{8} \cos 2x.$$

$$3718*. \sqrt{8 - 3 \cos x - 10 \sin^2 x} + \cos x = 0.$$

Розв'язати рівняння, використовуючи обмеженість функцій $y = \sin x$, $y = \cos x$ (3719–3734):

3719. $2\sin^5 x + 3\cos^{10} x = 5$. **3720.** $\cos^{36} x + \sin^{20} x = 1$.

3721. $\sin^{54} x + \cos^{47} x = 1$. **3722.** $\sin^{11} 3x - \cos^{31} 10x = 2$.

3723*. $\cos \frac{3x}{2} + 5\cos 7x = 6$. **3724*.** $\sin 2x + \sin 3x + \sin 4x = 3$.

3725*. $\cos x + \cos^7 x + \cos 9x = 3$.

3726*. $9x^6 = \sin^8 2x + \cos^{14} 2x - 1$.

3727*. $(\cos 4x - \cos 2x)^2 = 4 + \cos^2 3x$.

3728*. $\sin^2 2x + 1 - \cos^2 3x = 0$. **3729*.** $\sin 6x \cdot \sin 2x = 1$.

3730*. $\sqrt{\cos x} + \frac{1}{\sqrt{\cos x}} = 2 - \operatorname{tg}^2(x + 9\pi)$.

3731. $\cos 2x = 1 + y^2$. **3732*.** $\frac{2\operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg}^2 x} = y^2 - 6y + 10$.

3733*. $\frac{1 - \operatorname{tg}^2 x}{1 + \operatorname{tg}^2 x} = y^2 + 8y + 17$.

3734*. $5\sin x + 12\cos x = 3y^2 - 18y + 40$.

Розв'язати рівняння, використовуючи різні методи (3735–3816):

3735. $\cos^4 x - \sin^4 x = \sin\left(\frac{9\pi}{2} - x\right)$.

3736. $1 + 2\sqrt{2} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 2\sin x$.

3737. $\cos x + \sin x = \frac{\cos(2x - 4\pi)}{1 + \sin(2x + 5\pi)}$.

3738. $\frac{\sin x - \sin 2x}{\cos x - 1 - \cos 2x} = \sqrt{3}$.

3739. $\sin^3 x \cdot \cos x - \sin x \cdot \cos^3 x + \frac{\sqrt{3}}{8} \approx 0$.

3740. $\sin x \cdot \sin 4x \cdot \sin 5x = \frac{1}{4} \sin 8x$.

3741. $\sin 3x \cdot \cos^3 x + \cos 3x \cdot \sin^3 x = \frac{3\sqrt{2}}{8}$.

3742. $8\cos^3\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + \sin x - \sqrt{3}\cos x = 0$.

3743. $\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} 13^\circ + \operatorname{tg} 13^\circ \cdot \operatorname{tg} 47^\circ + \operatorname{tg} 47^\circ \cdot \operatorname{tg} x = 1$.

$$3744. \sin 2x \cdot \cos x = \operatorname{tg} 3x \cdot \sin \left(x + \frac{\pi}{6} \right) - \cos 2x \cdot \sin x.$$

$$3745. \sin^3 2x \cdot \sin 6x + \cos^3 2x \cdot \cos 6x = \cos^3 8x.$$

$$3746. 5 \sin^4 x - \sin^2 2x - \cos^4 x + 2 \cos 2x = 0.$$

$$3747. 8 \cos^4 3x - 8 \cos^2 3x + \cos 3x + 1 = 0.$$

$$3748. 3 \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{3} - x \right) = \sqrt{3} + 2 \operatorname{tg} \left(x + \frac{\pi}{6} \right).$$

$$3749^*. 8 \cos 2x \cdot \cos 4x \cdot \cos 8x = 1.$$

$$3750^*. \cos \frac{\pi x}{15} \cdot \cos \frac{2\pi x}{15} \cdot \cos \frac{4\pi x}{15} \cdot \cos \frac{8\pi x}{15} = \frac{1}{16}.$$

$$3751. (\sin 8x - \cos 8x)^2 = 8 \sin 4x \cdot \cos^3 4x - 4 \sin 4x \cdot \cos 4x.$$

$$3752. \sin(x + 27^\circ) + \cos(x + 57^\circ) = \frac{1}{2} \cos 126^\circ.$$

$$3753. 2 \cos^2 \left(x - \frac{2\pi}{3} \right) + 3 \sin \left(\frac{\pi}{6} - x \right) + 1 = 0.$$

$$3754. \sqrt{9 - x^2} \sin 2x = 0. \quad 3755. \frac{\operatorname{cgs} x}{\sqrt{25 - x^2}} = 0.$$

$$3756. \cos \left(\frac{6\pi x}{x^2 + 3} \right) = 0. \quad 3757. \sin(\pi \cos x) = \cos(\pi \sin x).$$

$$3758. \sin(6\pi \sin x) + \sqrt{3} \cos(6\pi \sin x) = 2.$$

$$3759. \operatorname{tg}(\pi \cdot \sin x) + \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi}{2} \cdot \sin^2 x \right) = 0.$$

$$3760. \operatorname{tg}(\pi \cdot \operatorname{tg} x) = \operatorname{ctg}(\pi \cdot \operatorname{ctg} x).$$

$$3761. 2 \sin^7 8x - \sin^5 8x - 8 \sin^2 8x + 4 = 0.$$

$$3762. \sin^2 \left(\frac{7\pi}{8} + x \right) - \sin^2 \left(\frac{7\pi}{8} - x \right) + \cos \left(\frac{7\pi}{2} - x \right) = 0.$$

$$3763. 2 \sin 2x - (\sqrt{6} + \sqrt{2})(\cos x + \sin x) = 2 + \sqrt{3}.$$

$$3764. \sin 2x + \cos 2x + \sqrt{2}(\cos x + \sin x) + 1 = 0.$$

$$3765. \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = 4 + 6 \cos 4x.$$

$$3766. \sin 2x \cdot \sin x + \frac{1}{2} \sin 4x \cdot \sin x - 2 \cos^2 x = 0.$$

$$3767. (\sin 2x + \cos 2x)^6 = 2(3 + \cos^2 8x) - (\sin 2x - \cos 2x)^6.$$

$$3768. 5(2 + \cos x) + 3 \sin^4 x = 2 + 3 \cos^4(x + 5\pi).$$

$$3769^*. \sin^3 x - \cos^3 x = 1 + \sin x \cdot \cos(8\pi - x).$$

$$3770^*. 2(1 + \sin x - \cos x) - \operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x = 0.$$

$$3771. \operatorname{tg} \left(x - \frac{\pi}{4} \right) = \frac{11}{5} - \sin 2x. \quad 3772. |\sin x| = -\sin x.$$

$$3773. |\cos x| = \sin 3x. \quad 3774. \sin(x + |x|) - \sin x = 0.$$

$$3775. (x-3)^2 \cdot \sin x = |\sin x|. \quad 3776. |\cos x| = \cos x + 2 \sin x.$$

$$3777^*. |\sin^3 x| + 37 \cos^3 x = \cos x.$$

$$3778^*. 6 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \left|\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)\right| = 1.$$

$$3779^*. \cos x + \cos^2 x = -\sin^3 x. \quad 3780^*. \cos^4 x + \cos^4\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = \frac{1}{4}.$$

$$3781^*. \cos^4 3x + \cos^4\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos^4\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{11}{8}.$$

$$3782. 2 \sin 3x - 3 \cos x = \cos 3x.$$

$$3783^*. \frac{1 - 2 \cos^2 x}{\sin x \cos x} + 2 \operatorname{tg} 2x + \operatorname{ctg}^3 4x = 3.$$

$$3784^*. \sqrt[3]{1 - 2 \cos(3x + 5\pi)} + \sqrt[3]{1 + 2 \cos(3x - 5\pi)} = \sqrt[3]{2}.$$

$$3785. \frac{\sin x - \sqrt{\sin x}}{\cos x - \sqrt{\cos x}} = 1. \quad 3786. 32 \cos^6 x - 1 = \cos 6x.$$

$$3787^*. (\sin x + 1 - 2 \sin^2 x) \sqrt{\operatorname{tg} x} = 0.$$

$$3788^*. 2 \operatorname{tg} 2x + 3 \operatorname{tg} x = \operatorname{tg} 4x. \quad 3789^*. 4 \operatorname{tg} 2x - 5 \operatorname{tg} x = \operatorname{tg}^2 x \cdot \operatorname{tg} 2x.$$

$$3790^*. 2 \operatorname{tg} 3x - 3 \operatorname{tg} 2x = \operatorname{tg}^2 2x \operatorname{tg} 3x. \quad 3791^*. 6 \operatorname{tg} x + 5 \operatorname{ctg} 3x = \operatorname{tg} 2x.$$

$$3792^*. 3 \operatorname{tg} 3x + \operatorname{ctg} 2x = 2 \operatorname{tg} x + \frac{2}{\sin 4x}.$$

$$3793^*. \operatorname{tg} 3x + \operatorname{tg} 5x = 0.$$

$$3794^*. \frac{3 \cos 5x - 2(\cos 6x + \cos 4x)}{3 \sin 5x - 2(\sin 6x + \sin 4x)} = \operatorname{tg} 17x.$$

$$3795^*. \frac{\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)}{\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)} = 2 \sin x - \frac{1}{\sin x}.$$

$$3796^*. \frac{3 \sin 2x + 3\sqrt{3} \cos 2x}{\sin x + \sqrt{3} \cos x} = 4 \cos x - \frac{1}{\cos x}.$$

$$3797^*. 4 \cos^4 \frac{x}{4} = \cos \frac{x}{2} + 2 \cos^2 \frac{x}{4} \cos 2x.$$

$$3798^*. \sin^2 \frac{x}{3} + \frac{1}{4} \sin^4 x = -\sin \frac{x}{3} \cdot \sin^6 x.$$

$$3799^*. 37 \sin x + 84 \cos x = 60 \operatorname{tg} x.$$

$$3800^*. \sin^8 x - \cos^8 x = \frac{5}{16}.$$

$$3801^*. \sin^{10} x + \cos^{10} x = \frac{15 - 2\cos^3 4x}{64}.$$

$$3802^*. \sin^7 x + \cos^7 x = 1. \quad 3803^*. \sin x \cdot \cos 4x = 1.$$

$$3804^*. \sin^7 x + \frac{1}{\cos^9 x} = \cos^7 x + \frac{1}{\sin^9 x}.$$

$$3805^*. \sin^9 x + \cos^9 x = 2 - \cos^8 x.$$

$$3806^*. \frac{\sqrt{1 + \cos 2x} - \sqrt{1 - \cos 2x}}{\sqrt{1 + \cos 2x} + \sqrt{1 - \cos 2x}} = 2 - \cos 2x.$$

$$3807^*. \frac{\sqrt{1 + \sin x} + \sqrt{1 - \sin x}}{\sqrt{1 + \sin x} - \sqrt{1 - \sin x}} = 2,8 - \sin x.$$

$$3808. 16 \cos(8\pi x) = 16x^2 + 8x + 17.$$

$$3809^*. \pi \sin x = \left| x - \frac{\pi}{2} \right| + \left| x + \frac{\pi}{2} \right|. \quad 3810^*. \frac{\pi}{2 \sin x} = \left| x - \frac{\pi}{2} \right| - \left| x + \frac{\pi}{2} \right|.$$

$$3811^*. (8 + 9 \cos^2 3x)(2 - \cos^{10} 3x) = 16 + \sin 4y.$$

$$3812^*. (5 - \sin 2x)(10 - \sin^6 2x) = 54 + \cos^4 5y.$$

$$3813^*. x^2 - 2x \cos(xy) + 1 = 0.$$

$$3814^*. \operatorname{tg}^2 x - 2 \operatorname{tg} x (\sin y + \cos y) + 2 = \cos 2y - \sin 2y.$$

$$3815. 4 \sin^2 x - 4 \cos x \sin y - 5 = 0.$$

$$3816^*. 2\sqrt{2} \sin y (\sin x - \cos x) = 3 - \cos 2y.$$

Розв'язати рівняння, що містять обернені тригонометричні функції (3817–3840):

$$3817. \arcsin x = \frac{\pi}{4}.$$

$$3818. \arccos(x + 2) = \pi.$$

$$3819. \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{6} - x^2\right) = -\frac{10}{9}. \quad 3820. \operatorname{arctg}|x| = 3.$$

$$3821. \arcsin(x - 1) = 2. \quad 3822. \arccos(5x + 3) = -\frac{\pi}{2}.$$

$$3823. \arcsin(|x| - x) = \frac{\pi}{6}. \quad 3824. \arccos(x + |x|) = \frac{\pi}{2}.$$

$$3825. (\arcsin x) \cdot (\arccos x) = \frac{\pi^2}{18}. \quad 3826. \arccos x = \operatorname{arctg} x.$$

$$\begin{aligned}
3827. \quad \arcsin \frac{x}{3} &= \arctg x. & 3828. \quad \arcsin (\operatorname{tg} x) &= \arccos (\operatorname{tg} x). \\
3829. \quad 2 \arcsin x &= \arccos 2x. & 3830. \quad \arcsin x + \arcsin 2x &= \frac{\pi}{3}. \\
3831. \quad \arcsin x + \frac{\pi}{3} &= \arcsin \frac{x}{2}. & 3832. \quad \arctg (5-x) + \arctg (5+x) &= \frac{\pi}{4}. \\
3833. \quad \arctg (1 + \cos x) &= \arctg (4 - 4 \cos x). \\
3834^*. \quad \arcsin (\sin x) &= \frac{x}{6}. & 3835^*. \quad \arccos (\cos x) &= \frac{x}{7}. \\
3836^*. \quad \arccos (\sin x) &= \frac{x}{2}. & 3837^*. \quad \arcsin (\cos x) &= \frac{x}{5}. \\
3838^*. \quad \arcsin (\cos x) &= \arccos (\sin x). \\
3839^*. \quad \arcsin (\cos 2x) &= \arccos (\sin 3x). \\
3840^*. \quad \arctg \left(\frac{7}{3} \operatorname{tg} 2x + \frac{3}{4} \operatorname{tg} x \right) &= x + \frac{\pi}{4}.
\end{aligned}$$

§56. Системи тригонометричних рівнянь

Розв'язати системи рівнянь (3841–3859):

$$\begin{aligned}
3841. \quad \begin{cases} x + y = 2\pi, \\ \sin x + \cos y = 1. \end{cases} & 3842. \quad \begin{cases} x + y = \frac{\pi}{2}, \\ \sin x + \sin y = \sqrt{2}. \end{cases} \\
3843. \quad \begin{cases} \sin x \cdot \sin y = \frac{1}{4}, \\ \cos x \cdot \cos y = \frac{3}{4}. \end{cases} & 3844. \quad \begin{cases} \sin x \cdot \cos y = -\frac{3}{4}, \\ \cos x \cdot \sin y = \frac{1}{4}. \end{cases} \\
3845. \quad \begin{cases} \cos(x + y) = 1, \\ \cos(x - y) = -1. \end{cases} & 3846. \quad \begin{cases} \operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y = 1, \\ x + y = \frac{\pi}{4}. \end{cases} \\
3847. \quad \begin{cases} \cos^2 x = \sin x \cdot \sin y, \\ \sin^2 x = \cos x \cdot \cos y. \end{cases} & 3848. \quad \begin{cases} \cos x \sqrt{\cos 2x} = 0, \\ 2 \sin^2 x = \cos \left(2y - \frac{\pi}{3} \right) \end{cases} \\
3849. \quad \begin{cases} \cos y \cdot \sqrt{\sin x} = 0, \\ 2 \sin^2 x = 2 + \cos 2y. \end{cases} & 3850. \quad \begin{cases} \sin^2 x + \sin^2 y = \frac{3}{4}, \\ x + y = 75^\circ. \end{cases}
\end{aligned}$$

$$\begin{array}{ll}
\mathbf{3851.} \begin{cases} \sin x \cdot \cos y = -\frac{1}{2}, \\ \operatorname{tg} x = -\operatorname{tg} y. \end{cases} & \mathbf{3852.} \begin{cases} \sin x + \sin y = 1, \\ \cos x \cdot \cos y = -\frac{3}{4}. \end{cases} \\
\mathbf{3853.} \begin{cases} 4 \sin y - 6\sqrt{2} \cos x = 5 + 4 \cos^2 y, \\ \cos 2x = 0. \end{cases} & \\
\mathbf{3854*} \cdot \begin{cases} \operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y = 1 - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y, \\ \sin 2y - \sqrt{2} \sin x = 1. \end{cases} & \mathbf{3855*} \cdot \begin{cases} 3 \cos 3x = \sin(x + 2y), \\ 3 \sin(2x + y) = -\cos 3y. \end{cases} \\
\mathbf{3856.} \begin{cases} \cos x + \cos y = \frac{1}{2}, \\ \sin^2 x + \sin^2 y = \frac{7}{4}. \end{cases} & \mathbf{3857*} \cdot \begin{cases} \sin^5 x = \frac{1}{4} \sin y, \\ \cos^5 x = \frac{1}{4} \cos y, \end{cases} \quad x, y \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right). \\
\mathbf{3858*} \cdot \begin{cases} \sqrt{1 + \sin x \cdot \sin y} = \cos x, \\ 2 \sin x \cdot \operatorname{ctg} y = -1. \end{cases} & \mathbf{3859*} \cdot \begin{cases} 4 \operatorname{tg} 3x = 3 \operatorname{tg} 2y, \\ 2 \sin x \cdot \cos(x - y) = \sin y. \end{cases}
\end{array}$$

§57. Тригонометричні нерівності

Розв'язати нерівності (3860–3929):

$$\begin{array}{lll}
\mathbf{3860.} \sin x > 0. & \mathbf{3861.} \sin x \leq 0. & \mathbf{3862.} \cos x \geq 0. \\
\mathbf{3863.} \cos 2x < 0. & \mathbf{3864.} \operatorname{tg} x > 0. & \mathbf{3865.} \operatorname{tg} 3x \leq 0. \\
\mathbf{3866.} \operatorname{ctg} \frac{x}{5} \geq 0. & \mathbf{3867.} \sin x > \frac{1}{2}. & \mathbf{3868.} \sin x \geq \frac{1}{5}. \\
\mathbf{3869.} \sin x < \frac{4}{9}. & \mathbf{3870.} \cos x \geq \frac{\sqrt{2}}{2}. & \mathbf{3871.} \sin x \leq -\frac{1}{2}. \\
\mathbf{3872.} \sin x < 1. & \mathbf{3873.} \cos x < \frac{1}{9}. & \mathbf{3874.} \cos x > \frac{3}{8}. \\
\mathbf{3875.} \cos x \geq 1. & \mathbf{3876.} \operatorname{tg} x < 8. & \mathbf{3877.} \operatorname{tg} 4x \geq 3. \\
\mathbf{3878.} \operatorname{ctg} 2x > 3. & \mathbf{3879.} \operatorname{ctg} 3x \leq -4. & \mathbf{3880.} \sin^2 x > \cos x. \\
\mathbf{3881.} \sin\left(\frac{3x}{4} + \frac{\pi}{9}\right) \geq \frac{\sqrt{3}}{2}. & \mathbf{3882.} \cos\left(\frac{x}{5} - \frac{\pi}{8}\right) \geq \frac{1}{3}. & \\
\mathbf{3883.} 2 \sin^2 x - 5 \sin x + 2 < 0. & \mathbf{3884.} \sin^2 x > \frac{1}{4}. & \\
\mathbf{3885.} \cos^2 \frac{x}{3} > \frac{3}{4}. & \mathbf{3886.} 3 \sin^2 x + \sin 2x - \cos^2 x \geq 2. & \\
\mathbf{3887.} 3 \sin^2 x - 6 \sin x \cdot \cos x + 7 \cos^2 x < 2. & &
\end{array}$$

- 3888.** $\cos 6x - \sin 6x < 0$. **3889.** $\cos 2x + \cos x \geq 0$.
3890. $\sqrt{\sin x} \geq \sqrt{\cos x}$. **3891.** $\sin x + 3 \cos x > 2$.
3892. $x \cdot \sin 5x > 5x$. **3893.** $2 \cos x - 8 \cos x \sin^2 x \geq \sqrt{3}$.
3894. $2 \cos^2 \left(x + \frac{\pi}{4} \right) - \sqrt{3} \cos 2x \leq 0$.
3895*. $\sin x - \sin 3x + \cos 2x > 0$.
3896*. $1 + 12 \cos^4 2x > 4 \sin^4 2x + \cos 8x$.
3897. $\sin \frac{2x}{3} \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$. **3898.** $\left| \sin \frac{3x}{2} \right| > \left| \cos \frac{3x}{2} \right|$.
3899. $\operatorname{tg} \frac{1}{1+x^2} \geq 1$. **3900.** $\cos(x^2) \geq 1$. **3901.** $\cos(2\pi \operatorname{tg} x) \leq \frac{1}{2}$.
3902. $\sin(x^2) \leq 0$. **3903*.** $\cos\left(\frac{2\pi}{x^2}\right) > 0$. **3904*.** $\cos(\sin x) > 0$.
3905*. $\sin(\pi \cos 5x) \leq 0$. **3906*.** $\sin x + \cos x \leq 5 \sin 2x - 1$.
3907*. $5 \sin x - 4 > 5 \cos x - 2 \sin 2x$.
3908*. $\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x} > 1$. **3909*.** $\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x} < \sqrt{2}$.
3910*. $\sqrt{2(1 - \cos 3x)} > 4 \cos 3x - 1$.
3911*. $\left| 2 \sin \frac{x}{2} - 1 \right| \geq \frac{1}{3} (5 + 2 \cos x)$.
3912*. $\sin 2x \sin 3x - \cos 2x \cos 3x > \sin 10x$.
3913*. $\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} 3x < -1$. **3914*.** $\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 2x + \operatorname{tg} 3x \leq 0$.
3915. $0 < \arcsin x \leq \frac{\pi}{3}$. **3916.** $\arccos x > \frac{2\pi}{3}$.
3917. $\arccos x \leq \frac{1}{2}$. **3918.** $\arcsin x < \arccos x$.
3919. $\arcsin x + 3 \arccos x > \frac{5}{6} \pi$. **3920.** $\arcsin(x-3) > \frac{\sqrt{3}}{2}$.
3921. $-\frac{\pi}{4} < \operatorname{arctg} x \leq \frac{\pi}{3}$. **3922*.** $\arcsin x \geq \operatorname{arctg} x$.
3923*. $\arcsin(\log_3 \operatorname{tg} x) > 1$. **3924*.** $\arccos x \geq \arccos(x^2)$.
3925*. $\operatorname{arctg} x > \arccos x$. **3926*.** $\arcsin x \geq \operatorname{arctg} 3x$.
3927*. $\operatorname{arctg}(1+x) + \operatorname{arctg}(1-x) > \frac{\pi}{4}$.
3928*. $y - \sqrt{1 - y - x^2} \geq \frac{1}{|\cos x|}$. **3929*.** $\pi y + 2 \arcsin(x^2 + y) \geq 2\pi$.

Довести нерівності (3930–3965):

$$3930. -\frac{1}{2} \leq \sin x \cdot \cos x \leq \frac{1}{2}. \quad 3931. (\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x)^2 \geq 4.$$

$$3932. -\sqrt{2} \leq \sin x + \cos x \leq \sqrt{2}. \quad 3933. -5 \leq 3\sin x - 4\cos x \leq 5.$$

$$3934. -1 \leq \sin^4 x - \cos^4 x \leq 1. \quad 3935. 0 \leq \sin^4 x - \sin^2 x + \cos^2 x \leq 1.$$

$$3936. \sin^2 x + \cos^4 x - \sin 2x \cos 2x \geq 0.$$

$$3937. \sin^4 x - 6\sin^2 x + 5 \geq 0. \quad 3938. \frac{1}{2} \leq \sin^4 x + \cos^4 x \leq 1.$$

$$3939. \frac{1}{4} \leq \sin^6 x + \cos^6 x \leq 1. \quad 3940. \frac{1}{8} \leq \sin^8 x + \cos^8 x \leq 1.$$

$$3941. \frac{1}{16} \leq \sin^{10} x + \cos^{10} x \leq 1. \quad 3942. 0 < \sin^8 x + \cos^{14} x \leq 1.$$

$$3943. \sin^4 x - 6\sin^2 x + 5 \geq 0. \quad 3944. 1 - |\cos x| \leq \sin^2 x.$$

$$3945. \frac{1 - |\cos x|}{1 + |\cos x|} \leq \sin^2 x. \quad 3946. \operatorname{ctg} \frac{x}{2} > 1 + \operatorname{ctg} x, \quad x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right).$$

$$3947. 4 \sin 3x + 5 \geq 4 \cos 2x + 5 \sin x.$$

$$3948^*. \sin x < x < \operatorname{tg} x, \quad x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right).$$

$$3949^*. 3(\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{ctg}^2 x) - 8(\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x)^2 + 10 \geq 0.$$

$$3950^*. \sin^{2n} x + \cos^{2n} x \geq \frac{1}{2^{n-1}}, \quad n \in N.$$

$$3951. \sin^2 x - \sin^4 x \leq \frac{1}{4}. \quad 3952. \sin^3 x - \sin^6 x \leq \frac{1}{4}.$$

$$3953^*. \sin^2 x \cdot \cos^6 x \leq \frac{27}{256}. \quad 3954^*. \sin(\cos x) < \cos(\sin x).$$

$$3955. -4 \leq \cos 2x + 3\sin x \leq \frac{17}{8}.$$

$$3956^*. \cos^4 x + 4\sin^2 x \geq 2\sin 2x \cdot \cos x.$$

$$3957^*. (\operatorname{ctg}^2 x - 1)(3\operatorname{ctg}^2 x - 1)(\operatorname{ctg} 3x \cdot \operatorname{tg} 2x - 1) \leq -1.$$

$$3958^*. |\sin x| + |\cos x| \geq 1. \quad 3959^*. \sin x \cdot \sin 2x \cdot \sin 3x < \frac{3}{4}.$$

$$3960^*. \sin x + \frac{1}{2} \sin 2x + \frac{1}{3} \sin 3x > 0, \quad x \in (0; \pi)$$

$$3961^*. 1 + \operatorname{tg} x < \frac{1}{1 - \sin x}, \quad x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right).$$

$$3962^*. \sin x + \operatorname{tg} x > 2x, \quad x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right).$$

$$3963^*. \sin x + \sin 2x + \dots + \sin nx < n, \quad n \in \mathbb{N}, \quad n \geq 2.$$

$$3964^*. |\sin(x_1 + x_2 + \dots + x_n)| \leq \sin x_1 + \sin x_2 + \dots + \sin x_n, \\ x_1, x_2, \dots, x_n \in [0; \pi].$$

$$3965^*. \sin \alpha_1 + \sin \alpha_2 + \dots + \sin \alpha_n \leq \sin \frac{\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n}{n}, \\ \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n \in (0; \pi).$$

§58. Тригонометричні рівняння і нерівності з параметрами

Розв'язати рівняння з параметром a (3966–3981):

$$3966. \sin(x-2) = a-3. \quad 3967. \cos(2x-1) = a+5.$$

$$3968. \sin x + \cos x = a. \quad 3969. \sin^4 x + \cos^4 x = a.$$

$$3970. \sin^6 x + \cos^6 x = a. \quad 3971. \sin^2 x + a \sin^2 2x = 0,5.$$

$$3972. \sin 3x = a \cdot \sin x. \quad 3973. \cos 3x = a \cdot \cos x.$$

$$3974. a \cdot \left(\cos^4 x + \frac{1}{\cos x} \right) + 1 = 0.$$

$$3975. \sin^4 x + \cos^4 x + \sin 2x = a. \quad 3976. \sin^4 x - 2\cos^2 x + a^2 = 0.$$

$$3977^*. 2\sin^4 x + \cos^4 x = a. \quad 3978^*. \sin 3x + \sin 2x = a \cdot \sin x.$$

$$3979^*. \cos 3x - \sin 2x \cdot \cos x + a(\sin x + \cos x) = 0.$$

$$3980^*. (8a^2 + 1)\sin^3 x - (4a^2 + 1)\sin x + 2a \cdot \cos^4 x = 0.$$

$$3981^*. 3\sin a \cdot \cos x - \cos a \cdot \sin x - 4\cos a = 3\sqrt{3}.$$

$$3982^*. \text{Знайти всі значення } a, \text{ при яких рівняння } 1 + \cos(ax) = \\ = 2\left(1 + \sin^2\left(\frac{x}{2}\right)\right) \text{ має єдиний корінь і знайти цей корінь.}$$

$$3983^*. \text{Знайти всі ті значення параметра } a, \text{ при кожному з} \\ \text{яких будь-який корінь рівняння } a \cos 2x + |a| \cos 4x + \\ + \cos 6x = 1 \text{ є коренем рівняння } \sin x \cos 2x = \sin 2x \cos 3x - \\ - \frac{1}{2} \sin 5x \text{ і, навпаки, будь-який корінь другого рівняння є} \\ \text{коренем першого рівняння.}$$

3984*. Знайти всі значення a , при кожному з яких рівняння $\sin 2(x - \pi) - \sin(3x - \pi) = a \sin x$ має єдиний корінь, що належить відрізку $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

3985*. Знайти множину всіх таких пар чисел a і b , для кожної з яких при всіх $x \in \mathbb{R}$ справедлива рівність $a \sin x + b = \sin(ax + b)$.

3986*. Знайти всі значення параметра α , при кожному з яких рівняння $x^2 + \frac{2x}{\sqrt{\sin \alpha}} + \frac{1}{\cos \alpha} + 2\sqrt{2} = 0$ має єдиний розв'язок.

Розв'язати нерівності з параметром a (3987–3993):

3987. $\sin x \leq a$. **3988.** $\cos x > a$. **3989.** $\sin x + \cos x \leq a$.

3990. $\sin x - \cos x > a$. **3991.** $\sin^4 x + \cos^4 x < a$.

3992. $\sin^6 x + \cos^6 x \geq a$. **3993*.** $|\sin x| + |\cos x| > a$.

3994*. Знайти всі дійсні значення a такі, при яких нерівність

$$a \left(2 + \sin^2 x\right)^4 + \cos^2 x + a > 11 \text{ виконується для всіх } x.$$

3995*. Знайти всі значення параметра a , при кожному з яких нерівність $\cos^2 x + 2a \sin x - 2a < a^2 - 4$ виконується для всіх x .

Розділ 10. ПОКАЗНИКОВА І ЛОГАРИФМІЧНА ФУНКЦІЇ

§59. Показникова функція і її властивості

Знайти область визначення функцій (3996–4005):

3996. $y = 3^{\frac{2}{x}}$. **3997.** $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{5}{x-2}}$. **3998.** $y = 5^{x^2}$.
3999. $y = \left(\frac{1}{5}\right)^{\sqrt{16-x^2}}$. **4000.** $y = 7^{\sqrt{x^2-9}}$. **4001.** $y = \left(\frac{1}{6}\right)^{\sqrt{x^3-1}}$.
4002. $y = 3^{\frac{2}{x}} + \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{5}{x+2}}$. **4003.** $y = 6^{\frac{3}{|x-1|-2}}$. **4004.** $y = \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{3}{|x|-|x-1|}}$.
4005. $y = 4^{\sqrt{-x}}$.

§60. Логарифми. Логарифмічна функція і її властивості

4006. Знайти логарифми чисел з основою 2:

1) 2; 2) 1; 3) 4; 4) 8; 5) 64;
 6) $\frac{1}{8}$; 7) $\frac{1}{2}$; 8) $\frac{1}{16}$; 9) $\frac{1}{64}$; 10) $\sqrt{2}$;
 11) $\sqrt[3]{2}$; 12) $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$; 13) $2\sqrt[3]{2}$; 14) $\frac{1}{2\sqrt[3]{2}}$; 15) $\frac{4}{\sqrt[3]{8}}$.

4007. Знайти логарифми чисел з основою 5:

1) 25; 2) 125; 3) 0,2; 4) 0,04; 5) 625;
 6) $5\sqrt{5}$; 7) $\frac{1}{25\sqrt{5}}$; 8) $\frac{5}{\sqrt[3]{25}}$; 9) $\frac{5\sqrt{5}}{\sqrt[3]{5}}$; 10) $\frac{\sqrt[3]{5}}{625}$.

4008. Знайти логарифми чисел з основою $\frac{1}{2}$:

1) 2; 2) $\frac{1}{2}$; 3) 1; 4) $\frac{1}{4}$; 5) $\frac{1}{16}$; 6) 8;
 7) 32; 8) $\sqrt{2}$; 9) $\frac{1}{\sqrt{2}}$; 10) $\frac{4}{\sqrt{2}}$; 11) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$; 12) $\frac{4}{\sqrt[3]{2}}$.

4009. Обчислити:

1) $\log_4 8$; 2) $\log_8 16$; 3) $\log_{16} 64$; 4) $\log_3 3\sqrt[3]{3}$;
 5) $\log_{\frac{1}{3}} 27$; 6) $\log_{27} 243$; 7) $\log_9 \sqrt[9]{\frac{1}{27}}$; 8) $\log_{\frac{1}{4}} \cos 675^\circ$;

$$9) \log_{\frac{1}{3\sqrt{3}}} 9; \quad 10) \frac{\lg(3+2\sqrt{2})}{\lg(\sqrt{2}+1)}.$$

4010. Обчислити:

$$\begin{aligned} 1) 3^{\log_3 7}; \quad 2) \left(\frac{1}{2}\right)^{\log_1 5}; \quad 3) 4^{\log_4 5}; \quad 4) 2^{3\log_2 3}; \\ 5) 4^{\log_2 5}; \quad 6) \left(\frac{1}{3}\right)^{\log_3 4}; \quad 7) \left(\frac{1}{3}\right)^{-3\log_3 4}; \quad 8) 9^{\log_3 6}; \\ 9) 2^{2\log_4 6-1}; \quad 10) 7^{0,5\log_7 2}; \quad 11) 25^{\log_5 5}; \quad 12) 2^{3\log_2 \sqrt{2}\sqrt{3}}. \end{aligned}$$

4011. Записати у вигляді суми логарифмів:

$$\begin{aligned} 1) \lg((-3)(-7)); \quad 2) \lg(3^2 \cdot (-5)^4); \quad 3) \lg((-3)^6 \cdot (-2)^{10}); \\ 4) \lg(xy), \quad x > 0, \quad y > 0; \quad 5) \lg(x^2 y^4 z^8), \quad x > 0, \quad y > 0, \quad z > 0; \\ 6) \lg(xy), \quad x < 0, \quad y < 0; \quad 7) \lg(x^3 y^6), \quad x > 0, \quad y > 0; \\ 8) \lg(x^2 y^9), \quad x < 0, \quad y > 0; \quad 9) \lg(x^5 y^7), \quad x < 0, \quad y < 0; \\ 10) \lg(x-2)(x-3), \quad x < 2; \quad 11) \lg(x+1)(x-5), \quad x < -1. \end{aligned}$$

4012. Привести вирази до виду $\lg(f(x))$:

$$\begin{aligned} 1) 2 \cdot \lg 3; \quad 2) -\lg 5; \quad 3) 5 \cdot \lg x; \quad 4) -\lg x; \quad 5) 2 \cdot \lg x; \\ 6) 8 \cdot \lg|x|; \quad 7) 7 \lg(x^2); \quad 8) -\frac{\lg x}{x}; \quad 9) \frac{\lg(1+x)}{\sqrt{\sin 2x}}. \end{aligned}$$

4013. Довести тотожності:

$$\begin{aligned} 1) \log_a b^k = \log_a b \quad (a, b > 0); \quad 2) \log_{a^n} a^m = \frac{m}{n}; \\ 3) \log_{a^n} b^m = \frac{m}{n} \log_a b; \quad 4) a^{\log b} = b^{\log a}; \\ 5) a^{\sqrt{\log_a b}} = b^{\sqrt{\log_b a}}; \quad 6) \log_a (x + \sqrt{x^2 - 1}) = -\log_a (x - \sqrt{x^2 - 1}). \end{aligned}$$

4014*. Довести нерівності:

$$\begin{aligned} 1) \log_3 7 > \log_7 27; \quad 2) \log_4 9 > \log_5 11; \\ 3) \frac{1}{\log_2 \pi} + \frac{1}{\log_5 \pi} > 2; \quad 4) \lg 8 > \frac{1 + \lg 6}{2}. \end{aligned}$$

Спростити вирази (4015–4025):

$$\mathbf{4015.} \quad (\sqrt{2})^{\log_4 49+7} \quad \mathbf{4016.} \quad 6^{\frac{2-\lg 18}{\lg 36}} \cdot 14^{\frac{1+\lg 5}{\lg 196}}.$$

$$4017. \log_7 \log_7 \sqrt{7\sqrt{7\sqrt{7}}}$$

$$4018*. -\log_2 \log_4 \sqrt[8]{\sqrt[4]{\sqrt{2}}}$$

$$4019. a^{-mn \log a^p b^k}$$

$$4020. -\log_{\sqrt{a}} \frac{1}{a^3} + \log_{a^2} \sqrt{a\sqrt{a}}$$

$$4021. \log_5 7 \cdot \log_{49} 125.$$

$$4022*. a^{\frac{\log_b(\log_b a)}{\log_b a}}$$

$$4023. \log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \dots \cdot \log_{18} 19 \cdot \log_{19} 20 \cdot \log_{20} 21.$$

$$4024. \lg \operatorname{tg} 1'' \cdot \lg \operatorname{tg} 2'' \cdot \lg \operatorname{tg} 3'' \cdot \dots \cdot \lg \operatorname{tg} 88'' \cdot \lg \operatorname{tg} 89''.$$

$$4025. \lg \operatorname{tg} 1'' + \lg \operatorname{tg} 2'' + \lg \operatorname{tg} 3'' + \dots + \lg \operatorname{tg} 88'' + \lg \operatorname{tg} 89''.$$

$$4026. \text{Знайти } \log_{ab} b, \text{ якщо } \log_{ab} a = 9.$$

$$4027. \text{Знайти } \log_{abc} x, \text{ якщо } \log_a x = m, \log_b x = n, \log_c x = p.$$

$$4028. \text{Знайти } \log_c x, \text{ якщо } \log_a x = \alpha, \log_b x = \beta, \log_{abc} x = \gamma.$$

$$4029. \text{Знайти } \log_7 63, \text{ якщо } \log_7 3 = a.$$

$$4030. \text{Знайти } \log_3 200, \text{ якщо } \log_3 2 = a, \log_3 5 = b.$$

$$4031. \text{Знайти } \log_{105} 81, \text{ якщо } \log_{105} 5 = a, \log_{105} 7 = b.$$

$$4032*. \text{Знайти } \log_{\sqrt[3]{2}} 625, \text{ якщо } \log_{50} 2 = a.$$

$$4033*. \text{Знайти } \log_{25} 24, \text{ якщо } \log_6 15 = a, \log_{12} 18 = b.$$

$$4034. \text{З'ясувати, яке з чисел більше:}$$

$$1) \log_2 3 \text{ або } \log_3 2; 2) \log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{7} \text{ або } \log_{\frac{1}{7}} \frac{1}{5};$$

$$3) \log_4 2 \text{ або } \log_{0,0625} 0,25; 4) \log_{\frac{5}{7}} 3 \text{ або } \log_5 8;$$

$$5) \log_4 60 \text{ або } \log_3 30; 6) \log_4 26 \text{ або } \log_6 17;$$

$$7) \log_9 10 \text{ або } \lg 11; 8) \log_7 27 \text{ або } \log_3 7.$$

Знайти область визначення функцій (4035–4048):

$$4035. y = \log_5(2x). \quad 4036. y = \log_{\frac{1}{2}}(3x - 6).$$

$$4037. y = \log_2(1 - 2x). \quad 4038. y = \lg(-x). \quad 4039. y = \log_3 \sqrt{-x}.$$

$$4040. y = \log_{\frac{1}{5}} \left(\frac{x-2}{x+2} \right). \quad 4041. y = \lg \sin x. \quad 4042. y = \log_{\frac{1}{4}} (\operatorname{tg} x).$$

$$4043. y = \sqrt{\log_3 (\cos x)}. \quad 4044. y = \lg (\arcsin x). \quad 4045. y = \lg (\arccos x).$$

$$4046. y = \sqrt{\log_{0,2} \left(\frac{x-2}{2x+6} \right)}. \quad 4047. y = \sqrt{\log_{\frac{1}{4}} \log_5 \left(\frac{2x+5}{x-2} \right)}.$$

$$4048. y = \sqrt{-\log_{\frac{1}{6}} \left(-\frac{x+1}{7-2x} \right)}.$$

4049. Відновити основу логарифмічної функції, якщо відомо, що її графік проходить через точку $M(81; 4)$.

Розділ 11. ПОКАЗНИКОВІ І ЛОГАРИФМІЧНІ РІВНЯННЯ, СИСТЕМИ РІВНЯНЬ, НЕРІВНОСТІ

§61. Показникові рівняння

Розв'язати найпростіші показникові рівняння (4050–4063):

4050. $2^x = 1$. 4051. $3^{x^2+2x} = 1$. 4052. $(0,7)^{x-x^3} = 1$
 4053. $5^x = 0$. 4054. $2^x = 5$. 4055. $4^x = 13$.
 4056. $\left(\frac{1}{8}\right)^x = 7$. 4057. $\left(\frac{1}{3}\right)^x = \frac{1}{5}$. 4058. $7^{x-3} = 0$.
 4059. $\left(\frac{1}{6}\right)^x = -6$. 4060. $9^x = -1$. 4061. $2^x = \cos \frac{2\pi}{3}$.
 4062. $\left(\frac{1}{4}\right)^x = \arccos 1$. 4063. $3^x = \arctg \sqrt{3}$.

Розв'язати рівняння методом зрівнювання показників степенів (4064–4092):

4064. $2^x = 16$. 4065. $3^x = 243$. 4066. $6^{-2x} = 36$.
 4067. $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x+1} = \frac{1}{8}$. 4068. $\left(\frac{1}{2}\right)^{x+2} = 4$. 4069. $\left(\frac{1}{7}\right)^{1-x} = 49$.
 4070. $6^{2-x} = 6^{3-2x}$. 4071. $4^{x^2} = 4^{x+2}$. 4072. $9^{x-4} = 9^{\sqrt{x}+2}$.
 4073. $(81)^x = \left(\frac{1}{9}\right)^{x^2}$. 4074. $5^x \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{x-3} = \left(\frac{1}{125}\right)^x$.
 4075. $\sqrt{27^{x-1}} = \sqrt[3]{9^{2-x}}$. 4076. $4^{2x-3} \approx 0,5$.
 4077. $(0,25)^{2-x} = \frac{1}{2^{x+3}}$. 4078. $16 \cdot 2^{3x} = \frac{1}{32} \cdot 4^{x-3}$.
 4079. $\left(\frac{8}{9}\right)^{\sqrt{x}} = (1,125)^{\sqrt{x}-6}$. 4080. $\left(\frac{64}{27}\right)^{x-2} = \left(\frac{3}{4}\right)^8$.
 4081. $\left(\frac{8}{125}\right)^{x+4} = \left(\frac{5}{2}\right)^9$. 4082. $\left(\frac{4}{9}\right)^{5-4x} = \left(\frac{27}{8}\right)^{-14}$.
 4083. $(0,04)^{8-x} = \frac{1}{625}$. 4084. $(0,5)^{x^2} \cdot 2^{2x+2} = \frac{1}{64}$.
 4085. $\left(\frac{\sqrt{2}}{16}\right)^x = \left(\frac{1}{2}\right)^{3x-1}$. 4086. $\sqrt[5]{2^{5x-2}} = \frac{32}{\sqrt{32}}$.

$$4087. \sqrt[3]{16^{x+3}} = \frac{128}{\sqrt[3]{2}}.$$

$$4089. 5^{2x} \cdot 6^{2x} = 900.$$

$$4091. \sqrt{2^x} \cdot \sqrt{7^x} = 196.$$

$$4088. 0,125 \cdot 8^{2x-5} = \left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^{-x}.$$

$$4090. 5^{2x} \cdot 4^{x+2} = 16 \cdot 10^{4-2x}.$$

$$4092. \sqrt[3]{2^x} \cdot \sqrt[3]{4^x \cdot 0,125^x} = \sqrt[3]{4}.$$

Розв'язати рівняння виду $A \cdot a^{f(x)} = B \cdot b^{g(x)}$ (4093–4097):

$$4093. 5^x = 8^x. \quad 4094. 2^{x^2} = 3^x. \quad 4095. 2 \cdot 5^x = 7 \cdot 3^{x-1}.$$

$$4096. 5^{x^2-6} = 9^{2x}. \quad 4097. 5^{4x} = 6^{2-x^2}.$$

Розв'язати рівняння методом винесення спільного множника за дужки (4098–4101):

$$4098. 2^x + 2^{x+5} = 264. \quad 4099. 2 \cdot 9^{2x} - 81^x - 9^{2x-2} = 240.$$

$$4100. 4^x + 4^{x+1} + 4^{x+2} = 9^x. \quad 4101. 7 \cdot 3^x - 5^{x+1} = 3^{x+3} - 5^{x+2}.$$

Розв'язати рівняння, що зводяться до квадратних або алгебраїчних рівнянь вищих степенів (4102–4118):

$$4102. 5^{2x} - 6 \cdot 5^x + 5 = 0. \quad 4103. 3^{2\sqrt{x+5}} - 10 \cdot 3^{\sqrt{x+5}} + 9 = 0.$$

$$4104. 4^{\frac{1}{x-13}} - 3 \cdot 2^{\frac{1}{x-13}} + 2 = 0. \quad 4105. 3 \cdot 4^x + 2 \cdot 9^x = 5 \cdot 6^x.$$

$$4106. 16^x + 20^x = 25^x. \quad 4107. 8 \cdot 81^x + 9 \cdot 64^x = 17 \cdot 72^x.$$

$$4108. 3 \cdot 9^x + 4 \cdot 16^x = 7 \cdot 12^x. \quad 4109. 8^x - 7 \cdot 4^x + 7 \cdot 2^{x+1} = 8.$$

$$4110. 4^{-\frac{1}{x}} + 18^{-\frac{1}{x}} = 81^{-\frac{1}{x}}. \quad 4111. 3^{\sin^2 x} + 6 \cdot 3^{\cos^2 x} = 9.$$

$$4112. 3^{x+1-3\sqrt{x^2-8x}} - 3 \cdot (\sqrt{3})^{x-2-3\sqrt{x^2-8x}} = 2.$$

$$4113. 50 \cdot 7^{\sqrt{-5x}} - 7^{\sqrt{-20x+1}} - 7 = 0.$$

$$4114. 81 \cdot (\sqrt{10} + 3)^{5x-61} = \left(\frac{3}{\sqrt{10}-3}\right)^{5x-61}.$$

$$4115^*. \left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^x - \left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^x = 4,8.$$

$$4116^*. \left(\sqrt{6+\sqrt{35}}\right)^x + \left(\sqrt{6-\sqrt{35}}\right)^x = 12.$$

$$4117^*. \left(\sqrt[3]{5-\sqrt{24}}\right)^x + \left(\sqrt[3]{5+\sqrt{24}}\right)^x = 10.$$

$$4118^*. (3+\sqrt{8})^{x^2-x+1} + (3-\sqrt{8})^{x^2-x+1} = \frac{82}{9(3-\sqrt{8})}.$$

Розв'язати степеневі-показникові рівняння (4119–4128):

4119. $x^{5x-1} = 1$. **4120.** $x^{3-x} = x$. **4121.** $(x+5)^{x-9} = 1$.

4122. $(4-x)^{3x+2} = 4-x$. **4123.** $(5x-8)^{3x^2+3} = (5x-8)^{10x}$

4124. $(x^2)^{\frac{x}{x-1}} = 1$. **4125.** $|x|^{x-8x^2} = 1$. **4126.** $|x|^{\frac{x-2}{x-1}} = 1$

4127. $|x-5|^{\frac{x}{x-6}} = 1$. **4128.** $|1+4x|^{\sqrt{x^2-5x-2}} = (1+4x)^2$.

Розв'язати рівняння, застосовуючи різні прийоми (4129–4154):

4129. $2^{\frac{x^2+x-5}{x}} \cdot 8^{\frac{x}{x^2+x-5}} = \frac{1}{16}$. **4130.** $2 \cdot 4^x + 25^{x+1} = 15 \cdot 10^x$.

4131. $49^{2-3x} = 7^{11-12x}$. **4132.** $|3^x - 9| + |3^x - 81| = 72$.

4133. $3^x + 4^x = 5^x$. **4134.** $5^x + 12^x = 13^x$.

4135. $2^x + 5^x = 133^{\frac{x}{3}}$. **4136.** $5^x = 6-x$.

4137. $x^x = 9^{x-x^2}$. **4138.** $\left(\sqrt{4+\sqrt{15}}\right)^x + \left(\sqrt{4-\sqrt{15}}\right)^{-x} = 8$.

4139*. $\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^x + \left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^x = 2^x$.

4140. $\left(81^{\sin x}\right)^{\cos x} + \frac{12}{9^{\cos^2\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}} = 5$. **4141.** $2^{2+\cos 2x} - 5 \cdot 2^{\cos^2 x} + 2 = 0$.

4142. $(\operatorname{tg} x)^{\cos^2 x} = (\operatorname{ctg} x)^{\sin x}$. **4143.** $|\sin 2x|^{7 \sin 2x - 6 \cos 2x} = |\sin 2x|^{\operatorname{tg} x}$.

4144*. $2 \cdot 8^{\operatorname{arctg} x} + 13 \cdot 2^{\operatorname{arctg} x} = 11 \cdot 4^{\operatorname{arctg} x} + 4$.

4145. $\sqrt{x^2+x-6} \cdot 2^{\sin x} - \sqrt{-3x^2-3x+18} \cdot 5^{\sqrt{1-x}} = 0$.

4146*. $4^{|x+1|} = 2(4^x + 1 + |4^x - 1|)$.

4147*. $x^x + 139 \cdot x^{-x} - 108 \cdot x^{-2x} = 32$.

4148*. $4 \cdot 4^x + 4 \cdot 4^{-x} - 3 \cdot 2^x + 3 \cdot 2^{-x} - 53 = 0$.

4149*. $9 \cdot 9^x + 9 \cdot 9^{-x} - 6 \cdot 3^x - 6 \cdot 3^{-x} - 62 = 0$.

4150*. $5^{3x} + 9 \cdot 5^x + 27 \cdot (5^{-3x} + 5^{-x}) - 64 = 0$.

4151*. $5 \cdot 2^{x+1} - 2^{2x+2} - 5\sqrt{x} \cdot 2^x = 4 - 2\sqrt{x} - 2\sqrt{x} \cdot 4^x$.

4152*. $5^x + 5^{-x} = 2 \cos\left(\frac{\pi x}{5}\right)$. **4153*.** $5^{|1-9x^2|} = \sin \frac{3\pi x}{2}$.

4154*. $2^{x^2-4x+5} = 1 + \sin^2\left(\frac{\pi x}{4}\right)$.

§62. Логарифмічні рівняння

Розв'язати найпростіші логарифмічні рівняння (4155–4175):

- 4155.** $\log_2 x = 5$ **4156.** $\log_2(2x - 1) = 4$ **4157.** $\log_{\frac{1}{2}} x = 3$
- 4158.** $\log_3(-x) = 4$. **4159.** $\log_9(x^2 - 5) = \log_9(1 - x)$
- 4160.** $\lg(x - 1) = \lg(2x + 5)$ **4161.** $\log_5(9 - x^2) = \log_5(9 - 4x)$
- 4162.** $\log_{6x}(x^2 - 8x) = \log_{6x}(2x - 9)$.
- 4163.** $\log_3 \log_2 \log_{\frac{1}{3}}(x - 1) = 0$ **4164.** $\log_4 \log_3 \log_2 x = 0$
- 4165.** $\log_{\frac{1}{5}} \log_5 \sqrt{5x} = 0$. **4166.** $\log_{\log_3 x} 27 = -3$.
- 4167.** $\log_{-\lg x}(2 \lg^2 x - \lg x - 2) = 3$.
- 4168.** $\log_{x^2+x+1} \log_{3x^2+5x-6}(x^2 + 9x) = 0$
- 4169.** $\log_{x^2+4x+3} \log_{2x^2-x+8}(x^2 - 7x) = 0$.
- 4170.** $\log_3(9^x - 72) = x$. **4171.** $\log_{\frac{1}{3}}(2 \cdot 3^x - 5) = x - 1$.
- 4172.** $\lg x = 3 - \lg 8$. **4173.** $\lg(3x - 2) = 3 - \lg 25$.
- 4174.** $\log_{3-x}(x^2 - x - 1) = 1$. **4175.** $\log_{\sqrt{5-2x}} 9 = 2$.

Розв'язати рівняння потенціюванням (4176–4180):

- 4176.** $\log_2(3 + x) + \log_2(x + 2) = 1$. **4177.** $\log_5 \frac{x+3}{3x-1} = \log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{2}$
- 4178.** $\log_2(x + 1) + \log_2(x + 2) = 3 - \log_2 4$
- 4179.** $\log_2 \left(\frac{x-5}{x-3} \right) + 2 \log_2 \left(\frac{x-11}{x-5} \right) = 1$
- 4180.** $\log_9(x^2 + 7x) - \log_9(-x - 3) = 2 - \log_9 27$.

Розв'язати рівняння методом ділення обох частин на показниково-логарифмічну функцію (4181–4182):

- 4181.** $2^{\lg x} - 3^{\lg x+1} = 3^{\lg x} - 2^{\lg x+3}$. **4182.** $5^{2 \lg x} = 7^{3 \lg x}$.

Розв'язати рівняння, застосовуючи основну логарифмічну тотожність (4183–4186):

- 4183.** $\log_2(4 - 3x) = 6^{\frac{3}{\log_2 6}}$. **4184.** $9^{\log_3(1-4x)} = 8x^2 + 7$.
- 4185.** $7^{\log_{49}(x-5)} = 4$. **4186.** $x^{\log_{\sqrt{x}}(7-x)} = 16$

Розв'язати рівняння методом заміни змінної (4187–4201):

- 4187.** $\log_2^2 x - 2 \log_2 x - 3 = 0.$ **4188.** $\lg^4 x - 5 \lg^2 x + 4 = 0.$
4189. $\lg^6 x - 9 \lg^3 x + 8 = 0.$ **4190.** $\lg^2 x^3 - 10 \lg x + 1 = 0.$
4191. $2 \lg^2 x^3 + 9 \lg x + 1 = 0.$ **4192.** $\log_2^2 x^3 - \log_2 x^8 - 1 = 0.$
4193. $\lg^2 x^4 - \lg x^{14} = 2.$ **4194.** $\lg x^2 - \lg^2(-x) = 1.$
4195. $4 \log_9^2(-x) + 6 \log_9 x^2 = -9.$ **4196.** $4 \lg x^2 - \lg^2(-x) = 16.$
4197. $1,25^{\log_5 x} + 0,8^{\log_5 x} = 2,05.$ **4198.** $\log_{\frac{1}{2}} x - \sqrt{\log_{\frac{1}{2}} x} = 6.$
4199. $x^{\lg x} + 13x^{-\lg x} = 14.$ **4200.** $\log_x 6\sqrt{6} - 2 = \log_x^2 \sqrt{6}.$
4201. $\lg(2^x - 2) \lg\left(\frac{2^x - 2}{0,1}\right) = 2.$

Розв'язати рівняння методом переходу до іншої основи (4202–4211):

- 4202.** $\log_3 x + \log_9 x + \log_{81} x = 7.$ **4203.** $\log_5 x + 2 \log_{\frac{1}{5}} x = 1$
4204. $\log_x 2 \cdot \log_{2x} 2 = \log_{16x} 2.$ **4205.** $3 \log_3 (x-1)^2 + \log_{\frac{1}{27}} (x-1)^4 = 14$
4206. $\log_9 x + \log_x 3 = 3 \log_9 \sqrt{x}.$ **4207.** $\log_3 x + \log_4 x = 2.$
4208. $1 + \log_3 (x-2) = \log_{x-2} 9.$ **4209.** $\log_x (6x^2) \log_6^2 x = 1.$
4210. $3 \cdot \log_{25x} 5 + 2 \cdot \log_{5x} 5 + 3 \log_x 5 = 0.$
4211. $4 \cdot \log_x^2 2 + 6 \cdot \log_{x^3} \sqrt{2} + 10 \log_{x^5} 2 - 7 = 0.$

Розв'язати рівняння методом логарифмування (4212–4217):

- 4212.** $x^{\log_3 x - 2} = 27.$ **4213.** $x^{\log_2 \sqrt{x}} = 16x..$
4214. $(\sqrt[3]{x})^x = x^{\sqrt[3]{x}}.$ **4215.** $x^{2 - \lg\left(\frac{x}{2}\right)} = 20.$
4216. $\sqrt{x^{\lg \sqrt{x}}} = 10.$ **4217.** $\frac{10^2 \cdot x^{3 \lg^2 x}}{x^4} = \frac{x^{5 \lg x}}{10^2}.$

Розв'язати рівняння, застосовуючи різні прийоми (4218–4270):

- 4218.** $\log_5 (\arccos x) = 0.$ **4219.** $\log_{4x+1} 7 = -\log_{9x} 7.$
4220. $\lg(\sqrt{x^2 - 16} - x^3) = \lg(\sqrt{16 - x^2} - 16x).$
4221. $1 + \log_x (6 - x) = \log_7 5 \cdot \log_x 7.$

- 4222.** $1 + \log_7(8 - x) = \log_9 7 \cdot \log_7 9$.
4223. $x \cdot \log_3(x^4) + 1 = 4x + 2 \log_9 x$.
4224. $3 \cdot \log_{x^2}^2 3 - 4 \cdot \log_{x^3} \sqrt{3} + \log_{x^6} 3 - 2 = 0$.
4225. $x^{\log_3(x^2) - \log_3(3x) - 2} + (x + 5)^{\log_{(1.5)^2} 4} = 3$.
4226. $|\log_{\sqrt{5}} x - 4| - |\log_5 x - 4| = 1$.
4227. $\frac{|\log_5 x|}{|\log_5 x - 1|} + |\log_5 x| = \frac{\log_5^2 x}{|1 - \log_5 x|}$.
4228. $9 \cdot x^{\log_3 2 + \frac{1}{\log_2^2(x^3)}} = 7 + (x + 9)^{\frac{2}{\log_{\sqrt{2}}(x+9)}}$.
4229. $\sqrt{\log_x \sqrt{7x}} \log_7 x = -1$. **4230.** $x^{\log_5 3} + 3^{\log_5 x} = 54$.
4231. $4^{\lg x} = 128 - x^{\lg 4}$. **4232.** $25^{\lg x} = 5 + 4 x^{\lg 5}$.
4233. $a^{\log_6 x} - 9x^{\log_6 a} + 20 = 0$. **4234.** $8^{\log_2^2 x} + x^{\log_8 x} = 16$.
4235. $x^2 \log_2 \sqrt[5]{4x^2 - x - 1} - x \log_{\frac{1}{2}}(4x^2 - x - 1) = x^2 + 5x$.
4236. $7^{2 \log_7^2 x} = 8x^{\log_7 x} - 7$.
4237. $\log_{\frac{x}{x}}(x^3) + 5 \cdot \log_{\frac{x}{4}} x + 8 \cdot \log_{4x}(x^2) = 2$.
4238. $\log_9(\operatorname{tg} x) = \log_9 7 \log_7(-2 \sin x)$.
4239. $\log_{\sin 6x}(\cos 2x - \cos 4x) = 1$. **4240.** $\sqrt{3 \lg(-x)} = \lg \sqrt{x^2}$.
4241. $\log_{4x-x^2-3} \left(\sqrt{3} \sin\left(\frac{\pi}{x}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{x}\right) \right) = 0$.
4242. $\log_{3-2x}(12 - 17x + 6x^2) - \log_{4-3x}(9 - 12x + 4x^2) = 2$.
4243. $\log_{3x+10}(25 + 20x + 4x^2) + \log_{2x+5}(50 + 35x + 6x^2) = 4$.
4244. $\log_{1-3x}(1 - 7x + 12x^2) - \log_{1-4x}(9x^2 - 6x + 1) = 2$.
4245. $\log_{3-4x^2}(9 - 16x^4) = 2 + \frac{1}{\log_2(3 - 4x^2)}$.
4246. $\log_{1-2x^2}(2 - 2x^2 + 3x^4) = 2 - \frac{1}{\log_{\frac{1}{3}}(1 - 2x^2)}$.
4247*. $5 \cdot 3^{\log_x(4x-3)} + 3 \cdot 5^{\log_x(4x-3)} = 8 \cdot 15^{\log_{x^2}(4x-3)}$.
4248*. $\log_x(2x+1) = \log_{2x^2+x^2+x}(4x^3 + 4x^2 + x)$.
4249. $\lg^2(1-x) + \lg(1-x)\lg(1+x) = 2\lg^2(1+x)$.

$$\mathbf{4250.} \lg^2(x+2)\lg(9x+28)+2\lg^2(9x+28)\lg(x+2)=\\ =\lg^3(9x+28)+2\lg^3(x+2)$$

$$\mathbf{4251^*} \cdot \log_2^3(x^2+x)+\log_2^2(x^2+r) \log_4(4x)+\\ +2 \log_2(x^2+x) \log_4^2(4x)-4 \log_4^3(4x)=0$$

$$\mathbf{4252^*} \cdot \log_x(x^2+1)=\sqrt{4+\log_{\sqrt{x}}x^2(x^2+1)}$$

$$\mathbf{4253^*} \cdot \log_3(\sqrt{x}+|\sqrt{x}-1|)=\log_9(4\sqrt{x}-3+4|\sqrt{x}-1|)$$

$$\mathbf{4254^*} \cdot \log_{\sqrt{x}}(x+|x-2|)=\log_x(5x-6+5|x-2|).$$

$$\mathbf{4255^*} \cdot \log_4(6+\sqrt{x}-|\sqrt{x}-2|)=\frac{1}{2}+\log_2|\sqrt{x}-|\sqrt{x}-2||$$

$$\mathbf{4256.} (1+\sqrt{19})^x+2^x(10+\sqrt{19})^x=30$$

$$\mathbf{4257.} \log_5(\cos x)+\log_{\frac{1}{3}}(-\sin x)=0 \quad \mathbf{4258.} \log_4(\sin x)=\log_4(\cos x)$$

$$\mathbf{4259^*} \cdot \log_{\frac{-x^2-6x}{10}}(\sin 3x+\sin x)=\log_{\frac{-x^2-6x}{10}}(\sin 2x).$$

$$\mathbf{4260^*} \cdot \log_{169-x^2}\left(\frac{3\sin 2x-2\sin x}{\sin 2x \cos x}\right)=\log_{169-x^2}2.$$

$$\mathbf{4261^*} \cdot \log_{\frac{6x-x^2}{11}}(-\cos x-\cos 3x)=\log_{\frac{6x-x^2}{11}}(-\cos 2x).$$

$$\mathbf{4262^*} \cdot 2 \log_2(1+\sqrt[4]{x})=\log_3 x. \quad \mathbf{4263^*} \cdot x^{\log_5^2 x}+x=10.$$

$$\mathbf{4264^*} \cdot 7^{\log_x^2 7}+x^{\log_7 x^2}=56$$

$$\mathbf{4265^*} \cdot \log_{2\sqrt{2+\sqrt{3}}}(x^2+6x-6)=\log_{2+\sqrt{3}}(x^2+6x-7).$$

$$\mathbf{4266^*} \cdot \log_{4\sqrt{8+\sqrt{63}}}(x^2+4x-4)=\log_{8+\sqrt{63}}(x^2+4x-5).$$

$$\mathbf{4267^*} \cdot \log_{\frac{2}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}}(x^2+2x-7)=\log_{\frac{1}{2-\sqrt{3}}}(x^2+2x-8).$$

$$\mathbf{4268^*} \cdot \ln(1+x^2+|y|)+5^{|x|}-\cos 5y=0.$$

$$\mathbf{4269^*} \cdot \log_2(\cos^2(xy)+\cos^{-2}(xy))=\frac{1}{y^2-2y+2}.$$

$$\mathbf{4270^*} \cdot \frac{\ln x}{x}=e^{\sin y}.$$

§63. Системи показникових і логарифмічних рівнянь

Розв'язати системи рівнянь (4271–4294):

- | | |
|--|---|
| 4271. $\begin{cases} 2^x + 3^y = 7, \\ 3 \cdot 2^x + 2 \cdot 3^y = 18. \end{cases}$ | 4272. $\begin{cases} 2^x \cdot 3^y = 108, \\ 3^x \cdot 2^y = 72. \end{cases}$ |
| 4273. $\begin{cases} 2^x + 2^y = 10, \\ x + y = 4. \end{cases}$ | 4274. $\begin{cases} 3^{2x} - 2^y = 77, \\ 3^x \cdot 2^{\frac{y}{2}} = 7 \end{cases}$ |
| 4275. $\begin{cases} \sqrt[3]{49} = \sqrt[3]{343}, \\ 3^y = 9^{2x-y}. \end{cases}$ | 4276. $\begin{cases} 7^x - 16y = 0, \\ 4^x - 49y = 0. \end{cases}$ |
| 4277. $\begin{cases} 4^{x+y} = 128, \\ 5^{3x-2y-3} = 1. \end{cases}$ | 4278. $\begin{cases} 4^{(x-y)^2-1} = 1, \\ 5^{x+y} = 125. \end{cases}$ |
| 4279. $\begin{cases} x \cdot \sqrt{y} = 1, \\ (xy)^x \cdot x^{-y} = y^{\frac{28x-7y}{2}}. \end{cases}$ | 4280. $\begin{cases} y \cdot x^3 = 1, \\ x^{4x+y} = y^{\left(\frac{y-x}{3}\right)}. \end{cases}$ |
| 4281. $\begin{cases} y - x = 14, \\ \log_2 x + \log_2 y = 5. \end{cases}$ | 4282. $\begin{cases} \lg x + 4 \lg y = -7.5, \\ \lg x^2 - 4 \lg y^3 = 30. \end{cases}$ |
| 4283. $\begin{cases} \log_4 x - \log_2 y = 0, \\ x^2 - 9y^2 + 8 = 0. \end{cases}$ | 4284. $\begin{cases} y - \log_3 x = 2, \\ x^y = 3^{24}. \end{cases}$ |
| 4285. $\begin{cases} x^{\lg y} = 7, \\ xy = 70. \end{cases}$ | 4286. $\begin{cases} \lg \sqrt{(3x+y)^2} = 1, \\ \lg y - \lg x = \lg 4. \end{cases}$ |
| 4287. $\begin{cases} (x^2 - y^2)^{\log_2(x-y)} = 8, \\ (x+y)^{\log_2(x^2-y^2)} = 64. \end{cases}$ | 4288. $\begin{cases} (2^x + 1) \cdot 2^{y+1} = 9, \\ \sqrt{x+y^2} = x+y. \end{cases}$ |
| 4289. $\begin{cases} x^{-y} \sqrt{x+y} = 2\sqrt{3}, \\ (x+y) \cdot 2^{y-x} = 3. \end{cases}$ | 4290*. $\begin{cases} x^2 = 1 + 6 \cdot \log_4 y, \\ y^2 = y \cdot 2^x + 2^{2x+1}. \end{cases}$ |
| 4291*. $\begin{cases} x^{-y} \sqrt{x+y} = \frac{\sqrt{52-2x}}{\sqrt[4]{x-y}}, \\ \frac{3}{2} \log_8(x-y) - \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}}(x-y) = 5. \end{cases}$ | |

- 4292*.**
$$\begin{cases} 2\log_{1-x}(-xy - 2x + y + 2) + \log_{2+y}(x^2 - 2x + 1) = 6, \\ \log_{1-x}(y + 5) - \log_{2+y}(x + 4) = 1. \end{cases}$$
- 4293*.**
$$\begin{cases} |\log_2(x + y)| + |\log_2(x - y)| = 5, \\ xy = 12. \end{cases}$$
- 4294*.**
$$\begin{cases} \log_{|xy|}(x - y) = 1, \\ 2 \log_{|xy|} \log_{|xy|}(x + y) = 1. \end{cases}$$

§64. Показникові і логарифмічні нерівності

Розв'язати нерівності (4295–4519):

- 4295.** $2^x > 2$. **4296.** $3^x \leq 9$. **4297.** $2^x < 16$.
- 4298.** $\left(\frac{1}{3}\right)^x > \left(\frac{1}{3}\right)^3$. **4299.** $\left(\frac{1}{2}\right)^x \leq \frac{1}{32}$. **4300.** $\left(\frac{1}{2}\right)^x > 64$.
- 4301.** $(0,25)^x > (0,25)^6$. **4302.** $2^{x-1} \geq 64$. **4303.** $5^x \geq 0$.
- 4304.** $\left(\frac{1}{4}\right)^x < 0$. **4305.** $7^x > -1$. **4306.** $\left(\frac{1}{6}\right)^x \leq -6$.
- 4307.** $3^x > 2$. **4308.** $5^x \leq 4$. **4309.** $\left(\frac{1}{3}\right)^x \geq 7$.
- 4310.** $1 < 5^x < 125$. **4311.** $1 \leq \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2} \leq 27$. **4312.** $2^{|x-1|} \leq 16$.
- 4313.** $(\cos 6)^x < \cos^3 6$. **4314.** $\sin 3 \leq (\sin 3)^{x-3} \leq 1$.
- 4315.** $(\arctg 1)^{5-x} \leq (\arctg 1)^{2x-1}$. **4316.** $(\lg 5)^{x+2} > (\lg 5)^{-1}$.
- 4317.** $(\log_4 5)^{-x} \leq (\log_4 5)^{2x-3} < (\log_4 5)^{x+1}$.
- 4318.** $0,4^{\frac{x^2+2}{x^2-1}} < 2,5$. **4319.** $(0,7)^{\frac{8-3x}{4x-7}} > 1$.
- 4320.** $\sqrt{27} \cdot 3^{7x-x^2} \geq \frac{\sqrt{243}}{3^{2x+1}}$. **4321.** $\left(\frac{\sqrt{10}}{3}\right)^{x^2-45} > (0,81)^x$.
- 4322.** $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{|x+1|}{1-|x|}} < 4$. **4323.** $\log_2 x > 0$.
- 4324.** $\log_3(x-1) \leq 0$. **4325.** $\log_2(2x-4) \leq 3$.
- 4326.** $\log_{\frac{1}{2}}(x+2) \geq -1$. **4327.** $\log_{0,5}\left(\frac{6x-5}{x-3}\right) > 1$.

- 4328.** $\log_6(x+2) \geq \log_6(-x)$. **4329.** $\log_2(x-2) \geq \log_2(3x)$.
- 4330.** $2^{\log_1\left(\frac{9x+1}{x-2}\right)} > \frac{1}{4}$. **4331.** $\log_7(x^2+7x-8) < 0$.
- 4332.** $\log_{0.2}(3x-1) > \log_{0.2}(9-x^2)$.
- 4333.** $\ln(-8x) < \ln(x^2)$. **4334.** $\log_{0.1}(x^2-5x+1) > 0$.
- 4335.** $\log_5\left(\frac{2x-12}{x-4}\right) < 0$. **4336.** $\log_2\left(\frac{6x+4}{x-10}\right) \leq 1$.
- 4337.** $\log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{4x-3}{x+7}\right) < 2$. **4338.** $\log_{\frac{1}{3}}(\log_5 x) \geq 0$.
- 4339.** $\log_4\left(3 + \log_{\frac{1}{2}} x\right) < 1$. **4340.** $\log_7 \log_{\frac{1}{4}} \log_6 x > 0$.
- 4341.** $\log_3 \log_2 \log_{\frac{1}{2}} x \leq 1$. **4342.** $\log_{\frac{1}{6}} \log_7(8-x^2) > 0$.
- 4343.** $4^x - 6 \cdot 2^x + 8 < 0$. **4344.** $9^4 - 10 \cdot 3^x + 9 \leq 0$.
- 4345.** $2^{2\sqrt{x}+1} + 4 < 9 \cdot 2^{\sqrt{x}}$. **4346.** $28^x - 7 \cdot 14^x > 8 \cdot 7^x$.
- 4347.** $7 \cdot 6^{x-1} - 6^x > 3^x - 3^{x-1}$. **4348.** $\frac{1}{2^{x+1}-1} > \frac{1}{2^x+3}$.
- 4349.** $\frac{3^{2x}-21}{3^x-3} > 10$. **4350.** $\frac{1}{5^x-5} \leq \frac{2}{5^x+15}$.
- 4351.** $3^{2x+1} + 2 \cdot 3^{2x} \leq 5^{2x+1} - 2 \cdot 5^{2x}$.
- 4352.** $5^{x-\frac{1}{9}x^2} > 5^{2-x} \cdot (\sqrt[9]{5})^{x^2} + 24$. **4353.** $2^{x-2} > 5^{x^2-8x+12}$.
- 4354.** $7^{x-5} > 3^{x^2+x-30}$. **4355.** $5^x + 12^x < 13^x$.
- 4356.** $1 < 2^{|2x-x^2|} < 256$. **4357.** $|3^{x^2-5} - 9| > 72$.
- 4358.** $|5^{9x^2-7} - 15| \leq 10$. **4359.** $6^{|3x-8|} \geq 216^{2x-1}$.
- 4360.** $2 \cdot 4^x - 5 \cdot 6^x + 3 \cdot 9^x < 0$. **4361.** $25 \cdot 4^x + 2 \cdot 5^x > 20^x + 50$.
- 4362.** $(\sqrt{2}-1)^{\frac{6x-6}{x+1}} \leq (\sqrt{2}+1)^{-x}$. **4363.** $2\sqrt{5} > (\sqrt{5}-2)^x + (\sqrt{5}+2)^x$.
- 4364*.** $\left(\sqrt{6-\sqrt{35}}\right)^x + \left(\sqrt{6+\sqrt{35}}\right)^{|x|} > 12$.
- 4365.** $\log_{\frac{1}{8}}(x+2) > \log_8(3-x)$. **4366.** $\log_{\frac{1}{4}} x + \log_3 x > 1$.
- 4367.** $\log_3^2 x - 3 \log_3 x + 2 \leq 0$. **4368.** $\lg^2 x - 4 \lg x + 3 > 0$.

- 4369.** $\log_3 \log_{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{1-x}{4+6x}} \geq 1.$ **4370.** $\log_3(9^x - 4 \cdot 3^x + 3) < 1.$
4371. $\log_2 x \leq \frac{4}{\log_2 x - 3}.$ **4372.** $\frac{1}{2 + \lg x} + \frac{1}{2 - \lg x} > 1.$
4373. $5 \log_{\frac{1}{2}} x + 6 \geq \log_x 2.$ **4374.** $2 \log_3 x - \log_3 243 < 3.$
4375. $\left(\frac{x}{7}\right)^{\log_7 x - 2} < 49.$ **4376.** $x^3 > 2^{15 \log_2 \sqrt{2} \sqrt{3}} 3^{\log_{\sqrt{3}} 3}.$
4377. $(1,25)^{1 - \log_2^2 x} < (0,64)^{2 + \log_2 \sqrt{2}^x}.$ **4378.** $|\log_x 8 + 1| \leq 2.$
4379. $x(2^x - 1) \leq 0.$ **4380.** $(3^x - 9)(x^2 - 2x - 8) > 0.$
4381. $(2^x - 8)(x^2 - 4x + 3) > 0.$ **4382.** $x \lg(3 + x) > 0.$
4383. $(x - 2) \log_{0,5} x < 0.$ **4384.** $\frac{\log_5(8 - x)}{x - 3} < 0.$
4385. $\frac{7 - 6x}{3 - \log_1 x} > 0.$ **4386.** $\frac{\sqrt{x - 0,7}}{\log_9(x^2)} \geq 0.$
4387. $\frac{x^2 - 16}{\log_{0,5}(x^2 - 9)} \leq 0.$ **4388.** $|5^x - 1| + x \geq x \cdot 5^x.$
4389. $3^{x+3} - x^3 \cdot 3^x \geq 108 - 4x^3.$ **4390.** $\frac{8 \cdot 9^{x-1}}{9^x - 5^x} < 1 + \frac{5^x}{3^{2x}}.$
4391. $x + \log_2(2^x - 6) \leq 4.$ **4392.** $\log_{\sqrt{21} - \sqrt{13}}(x^2 - x - 2) > 0.$
4393. $\log_{\frac{1}{3}} \left(x + \frac{1}{7}\right)^2 > 0.$ **4394.** $(2 - 5^x) \cdot (7x^2 - 10x + 3) < 0.$
4395*. $6x^2 + 5^{\sqrt{x}+1} + 3x \cdot 5^{\sqrt{x}} < 2x^2 \cdot 5^{\sqrt{x}} + 9x + 15.$
4396*. $x^2 \cdot 3^{2x} + 28(x+2) \cdot 3^x + 27x^2 < (x+2) \cdot 3^{2x} +$
 $+ 28x^2 \cdot 3^x + 27x + 54.$
4397*. $3^{\frac{\log_1(x-3) + \log_1(x+2)}{2}} < \frac{4|\cos x - 1| + 3 \cos x - 3}{9(1 - \cos x)}.$
4398. $\frac{\lg(x^2) - 2}{6 - 6 \lg(x^4)} > -\frac{1}{3}.$ **4399.** $x \cdot \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{3} - x\right) \geq |x|.$
4400. $x^{\log_0 0,6} + 0,6^{\log_0 7^x} \leq 0,72.$ **4401.** $x^{\lg 7} + 7^{\lg x} < 98.$
4402. $9^{\log_1 x} < 4x^{\log_3 x} - 3.$ **4403.** $5^{\log_{0,2} x} + x^{\log_{0,2} x} \geq 5,2.$

$$4404. \frac{1}{6} \cdot \log_2(3^x - 1) + \frac{1}{2} \log_{3^3-1} 2 \geq \frac{\log_{\sqrt[7]{3}} \sqrt[7]{9}}{\log_7 343}.$$

$$4405. 9^{\log_2(x^3+3x+4)} - 8 \cdot (x^3 + 3x + 4)^{\log_2 3} < 9.$$

$$4406. x^r < 1. \quad 4407. x^{2x-1} \geq 1. \quad 4408. x^{1-3x} \geq 1.$$

$$4409. (4x-1)^{2x-1} \leq 1. \quad 4410. (6x-1)^{1-3x} \geq 1.$$

$$4411. (2x^2-1)^{5x+4} \leq 1. \quad 4412. x^{\frac{3x-1}{2-x}} > 1.$$

$$4413. (3-x)^{\frac{2-3x}{4x-9}} \leq 1. \quad 4414. (x-2)^{2x^2-5x} > 1.$$

$$4415. (x-5)^{4(x+2)} \leq (x-5)^{5(x-3)}. \quad 4416. (x^2-3)^{10x-18} \geq 1.$$

$$4417. (x-1)^{2x^2} \geq (x-1)^{9x-9}. \quad 4418. (x^2-6x+6)^{x-4} > 1.$$

$$4419. (x+3)^{-2x^2-7x-5} < 1. \quad 4420. |x-5|^{x^2-12x+35} < 1.$$

$$4421. (x^2-2x-7)^{6x-x^2} > 1. \quad 4422. (\sqrt{1-x})^{\frac{2-x-x^2}{x+1}} \leq 1.$$

$$4423. \left(\sqrt{1-2x+x^2} \right)^{2x-1} \geq 1. \quad 4424. (x^2-3)^{\frac{2-x}{x+1}} \geq 1.$$

$$4425. (4x^2-3x)^{\frac{x}{x-1}} \leq 1. \quad 4426. (x^2-4x+4)^{1.5-x} > 1.$$

$$4427. (x^2-1)^{x+1} > (x^2-1)^{6x-5}. \quad 4428. (2x+11)^{8-x} \geq (2x+11)^{x+4}.$$

$$4429. (x+2)^{3-7x} \geq (x+2)^{6-5x}. \quad 4430. (x+6)^{7x+21} \geq (60-8x)^{7x+21}.$$

$$4431. \left| \frac{x}{3} + 2 \right|^{x^2-25} \geq 1. \quad 4432. 5^{x+4\sqrt{x}+2} - 25^{1.5x+\sqrt{x}} + 24 \cdot 5^{2x+3\sqrt{x}} > 0.$$

$$4433. 6^{1+3\sqrt{x-2}} + 5 \cdot 6^{x-5} > 6^{2x-10-3\sqrt{x-2}}.$$

$$4434*. 5^x + 6^x + 7^x \leq 3. \quad 4435. x^4 \cdot 2^{\log_{\sqrt[3]{2}} 6} \leq 6^{\log_x 6}.$$

$$4436. 1) \log_x(3x-1) > 1; \quad 2) \log_x(x+1) \leq \log_x(2-5x).$$

$$4437*. \log_x \frac{2x+2}{7-2x} \geq 1. \quad 4438*. \log_{x^2}(6+x) < 1.$$

$$4439*. \log_{3x+4} x^2 < 1. \quad 4440*. \log_{2x^2}(x+1) > 1.$$

$$4441*. \log_{9x^2}(4x+5) < 1. \quad 4442*. \log_{2x}(x+3) < 2.$$

$$4443*. \log_{(x-2)^2} x < 1. \quad 4444. \log_{(x-2)^2} \frac{\sqrt{x^3-3.5}}{\sqrt{x-2}} \geq \frac{1}{2}$$

- 4445***. $\log_{(x-3)^2}(x+3) \leq 1$. **4446***. $\log_{3-x^2}(1-x) \leq 1$.
4447*. $\log_x \frac{4x+7}{5-x} > -1$. **4448***. $\log_r \left(\frac{2x-1}{x^2-1} \right) > 0$.
4449*. $\log_r \frac{2x+1}{7(1-x)} > 0$. **4450***. $\log_{1+|x-2|} |x-2| \leq 1$.
4451. $\log_x 13 > \log_1 11$. **4452**. $\log_1 1,25 < \log_1 0,8$.
4453. $\log_{x+2} 9 > \log_x 3$. **4454**. $\log_{3x-8} 5 < \log_{3x} 5$.
4455. $\log_{6x-96} 0,2 \geq \log_{4x-84} 0,2$. **4456**. $\log_{\frac{1}{5}-2} 0,7 \leq \log_{\frac{1}{9}-1} 0,7$.
4457*. $\log_{1-x} |x+2| < -1$. **4458**. $\log_x 3 \cdot \log_{3x} 3 \cdot \log_{3^2} 9x > 1$.
4459. $\log_{\frac{2x}{x^2+1}} (5-4x) > -1$. **4460***. $\log_{\frac{3x}{x^2+1}} (x^2-2,5x+1) \geq 0$.
4461*. $\log_x 3 \cdot \log_9 \sqrt[3]{\frac{1-5x}{6x-4}} \leq \frac{1}{6}$. **4462***. $\log_{4x^2} (5+2x-x^2) \leq \frac{1}{2}$.
4463. $\log_{\log_3 x} 3 \leq 1$. **4464***. $\log_r (\log_9 (81^x - 6)) \geq 1$.
4465*. $\log_{\sqrt{8-x^2}} \left(\frac{2}{x} \right) > 1$. **4466***. $|x| \cdot \log_{\frac{5}{2}} (2-3x) \geq x$.
4467*. $\log_{\frac{1}{2}} |x| \geq |x| - 1$. **4468***. $\left| \log_3 \left(\frac{x}{6} \right) \right|^{x^2-23x+76} > 1$.
4469*. $\log_{\frac{3|x-2|}{4}} 5^{x^2-1} \leq 0$. **4470**. $\log_{x^5} \left(\frac{|x-7|}{3x} \right) \leq \frac{\sqrt{3}}{5} \operatorname{tg} \frac{5\pi}{6}$.
4471*. $\log_{\frac{2x+1}{x^2-4}} 2 \leq \frac{1}{2} \log_{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{4}{3}$. **4472***. $\log_r (3x) \leq \sqrt{\log_r (3x^7)}$.
4473*. $\log_{\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}} (x^2-3x+1) \geq 0$.
4474. $\log_4 (\sqrt{6+x-x^2}+5) - 2 > \log_{\frac{1}{4}} \left(\frac{16}{\sqrt{6+x-x^2}+\sqrt{5+x}+3} \right)$.
4475. $\log_{\frac{1}{3}} (\sqrt{x^2-5x+6}+\sqrt{5}+1) + 2 \leq \log_3 \frac{9}{\sqrt{x^2-5x+6}+\sqrt{x^2-4}+1}$.
4476. $\sqrt{x^2-7x+12} + 2 \cdot \log_3 \frac{x}{27} \geq 3x - \sqrt{14x-2x^2-24}-14$.
4477. $\left(\sqrt{x^2-4x+3}+1 \right) \cdot \log_5 \frac{x}{5} + \frac{1}{x} \left(\sqrt{8x-2x^2-6}+1 \right) \leq 0$.

$$4478. \lg\left(\sqrt{x+5+4\sqrt{x+1}} - \sqrt{x+5-4\sqrt{x+1}}\right) \leq 10^{\lg(-\lg 0,2)}.$$

$$4479. \arcsin(\ln x) \leq 0. \quad 4480*. \frac{2 \log_{(5-2\sqrt{1})} (x^2 - |x| - 3)}{\log_{(5-2\sqrt{1})} x^2} \leq 1$$

$$4481*. \log_{2 \sin x} 16 + \log_2 (\sin x) \leq 3.$$

$$4482*. (\log_{\lg x} 3)^2 \leq \log_{\lg x} (3 \lg^2 x). \quad 4483*. (\log_{\cos x} 2)^2 < \log_{\cos x} (4 \cos^3 x)$$

$$4484. |8^{\lg \pi x} - 8^{1-\lg \pi x}| \geq 7. \quad 4485*. \log_{\lg x} \sqrt{\frac{7}{12} - \cos^2 x} \leq -1.$$

$$4486. 2^{\sqrt{\log_{0,5} \lg x} - 1} < 1. \quad 4487*. \log_{\operatorname{ctg} x} \left(\frac{1 + \sin x}{1 - \cos x} \right) < 1.$$

$$4488*. \log_{\sqrt{3} \sin x + \cos x} (x+1)^2 \geq 0.$$

$$4489*. \log_{\sin x - \cos x} (x-1)^2 \geq 0.$$

$$4490*. \log_{\sin x + \sqrt{3} \cos x} (0,5(x^2 - 5x) + 3) \geq 0.$$

$$4491*. \log_{\frac{2 \cos x}{\sqrt{3}}} \sqrt{1 + 2 \cos 2x} < 1. \quad 4492*. \log_{2 \sin x} \sqrt{1 + 2 \cos 2x} < \frac{1}{2}.$$

$$4493*. \log_{\sin x - \cos x} (\sin x - 5 \cos x) \geq 1.$$

$$4494*. \log_{|\sin x|} (x^2 - 8x + 23) > \frac{3}{\log_2 |\sin x|}.$$

$$4495*. \log_3 (3-x) \cdot \log_{3+x} (1/27) \geq -6. \quad 4496*. \frac{x}{\log_2 (4-2^x) - 1} \geq 1.$$

$$4497*. \log_{|x+3|} 2 \cdot \log_2 (x^2 - 7x + 10) \geq 1.$$

$$4498*. (x^2 + 13,3x + 44,1) \sqrt{\log_{0,7} |x+6|} \geq 0.$$

$$4499*. \frac{1}{\log_3 (x+1)} < \frac{1}{2 \cdot \log_9 \sqrt{x^2 + 6x + 9}}.$$

$$4500*. (\log_9 x)^2 \geq (\log_3 \sqrt{1 - 0,25x})^2.$$

$$4501*. \sqrt{1 + \log_3 (26x^2 + 52x + 27)} \leq 1 + \log_{27} (26x^2 + 52x + 27).$$

$$4502*. \log_{\frac{25-x^2}{16}} \left(\frac{24-2x-x^2}{14} \right) \geq 1.$$

$$4503^*. \frac{\log_2(x+1)^3 - \log_3(x+1)^5}{x^2 - 1} \geq 0.$$

$$4504^*. \frac{\log_3(x-1)^3 - \log_4(x-1)^4}{(x-1)(x-3)} \leq 0.$$

$$4505^*. \frac{\log_5(x^2 - 6x - 6)^2 - \log_{11}(x^2 - 6x - 6)^3}{4 + x - 3x^2} \geq 0.$$

$$4506^*. \frac{\log_2(x^2 - 10x + 17)^5 - \log_3(x^2 - 10x + 17)^8}{3x^2 - 37x + 104} \leq 0.$$

$$4507^*. \log_{1/9}(\sqrt{x-1} + 2x - 1) \log_7\left(5x - x^2 - \frac{21}{4}\right) \leq \\ \leq \log_{1/7}\left(\left|\frac{x}{2} - 2\right| + 3\right) \cdot \log_9\left(5x - x^2 - \frac{21}{4}\right).$$

$$4508^*. \log_{1/3}\left(\sqrt{6-x} - \frac{x}{2} + \frac{5}{4}\right) \log_5\left(3x - x^2 - \frac{5}{4}\right) \leq \\ \leq \log_{1/5}\left(\left|\frac{1}{4} - \frac{x}{2}\right| + \frac{3}{2}\right) \cdot \log_3\left(3x - x^2 - \frac{5}{4}\right).$$

$$4509^*. \log_{2-5x} 3 + \frac{1}{\log_2(2-5x)} \leq \frac{1}{\log_6(6x^2 - 6x + 1)}.$$

$$4510^*. |x^2 - x| + |1 - \sqrt{\log_2(1+x)}| > x - x^2 + \sqrt{\log_2(1+x)}.$$

$$4511^*. (4x - x^2 - 3) \cdot \log_2(\cos^2 \pi x + 1) \geq 1.$$

$$4512^*. |1 - |x|| \cdot \log_2(2 - x^2) \geq 1.$$

$$4513^*. 4x^2 \cdot 3^x - \sqrt{2 - 5x - 3x^2} < 2x - 2x \cdot 3^x \sqrt{2 - 5x - 3x^2}.$$

$$4514^*. \frac{\log_2(2x+5)}{2x+1} < \frac{1,5}{x+1}.$$

$$4515^*. (4 - \cos^2 x - 2 \sin x) \cdot (\ln^2 y + 2 \ln y + 5) \leq 8.$$

$$4516^*. (\cos^2(x+y) + 2\cos(x+y) + 2) \cdot \log_2(7^x + 7^{-x}) \leq 1.$$

$$4517^*. 2^{\frac{1}{\cos^2 x}} \cdot \sqrt{y^2 - y + \frac{1}{2}} \leq 1. \quad 4518^*. \frac{\lg(9 + 5^{|x|})}{\cos^2(x+y)} \leq 1.$$

$$4519^*. \log_{|x|}(\cos 1) > \log_y(\cos 1).$$

**§65. Показникові і логарифмічні
рівняння, системи рівнянь, нерівності
з параметрами**

Розв'язати рівняння з параметром a (4520–4523):

4520. $25^x - (2a + 1)5^x + a^2 + a = 0$.

4521. $\log_2 x + \log_4 x + \log_a x = 1$.

4522. $(\log_2 3)^{\sqrt{x^2+a+2}} = (\log_9 4)^{\sqrt{x^2+a^2-6a-5}}$.

4523. $9^{\lg(x-a)-\lg 2} = 3^{\lg(x-1)}$.

4524. Розв'язати систему рівнянь

$$\begin{cases} xy = a^2, \\ (\lg x)^2 + (\lg y)^2 = \frac{5}{2}(\lg a^2)^2. \end{cases}$$

4525. Визначити, при яких значеннях a рівняння $\log_3(9^x + 9a^3) = x$ має рівно два розв'язки.

4526*. При яких значеннях a задане рівняння має єдиний корінь:
1) $\lg(ax) = 2 \cdot \lg(x+1)$; 2) $2 \ln(x+4) = \ln(ax)$?

4527*. При яких значеннях a рівняння $\lg(x^2 + 2ax) = \lg(8x - 6a - 3)$ має один корінь?

4528*. При яких значеннях a рівняння $\log_2(ax+1) = \frac{1}{2}$ має єдиний розв'язок?

4529*. При яких значеннях a рівняння $\log_{x-1}(x+a) = \frac{1}{2}$ має єдиний розв'язок?

4530*. При яких значеннях a рівняння $x = ae^x$ не має розв'язків?

4531*. Скільки розв'язків у залежності від параметра a має рівняння $\sqrt{x} \cdot \ln x = a$?

4532*. Скільки розв'язків у залежності від параметра a має рівняння $x \cdot \ln^2 x = a$?

4533*. Знайти всі значення a , при яких система має єдиний розв'язок:

$$1) \begin{cases} 2^{|x|} + |x| = x^2 + y + a, \\ x^2 + y^2 = 1; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 3 \cdot 2^{|x|} + 5|x| + 4 = 5x^2 + 3y + 3a, \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$$

Розв'язати нерівності з параметром a (4534–4542):

4534. $a^2 - 2 \cdot 4^{t+1} - a \cdot 2^{t+1} > 0$. **4535.** $\frac{\log_a x + 2}{\log_a^2 x + 2} > \frac{1}{3}$.

4536. $\log_a(x-1) + \log_a x > 2$.

4537. $a \cdot \log_3 x + \log_{3x} 3 + a \geq 0 \quad (a < 0)$.

4538. $2 \cdot \log_4(x-a+1) + \log_{0.5}(x-3-2a) \geq 2$.

4539. $x^{\log_a 3} > a$. **4540.** $\log_{2x+3}(a-2) < 1$.

4541. $\frac{1}{\log_a(x+3)} > 1$. **4542*.** $\log_a(1-8a^{-x}) \geq 2(1-x)$.

4543*. Знайти всі значення a , при яких нерівність $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 + ax + 1) < 1$ виконується для всіх $x < 0$.

4544*. Знайти всі значення a , при яких має розв'язок нерівність $2^{-|x-a^2|} \cdot \log_2(4x - x^2 - 2) \geq 1$.

Розділ 12. ЕЛЕМЕНТИ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО ЧИСЛЕННЯ

§66. Диференціювання функцій

Знайти похідні функцій (4545–4648):

4545. $y = x + 3$ **4546.** $y = 6 - 9x$. **4547.** $y = 3x^5$

4548. $y = 3x^2 - 5x + 9$. **4549.** $y = \pi^2$. **4550.** $y = \frac{1}{x^3}$.

4551. $y = x\sqrt{x}$. **4552.** $y = 3 + 2\sqrt{x}$. **4553.** $y = \sqrt{x^5}$.

4554. $y = \sqrt[3]{x^5} + 3x$. **4555.** $y = \frac{1}{\sqrt{x}} + x$. **4556.** $y = \frac{x}{\sqrt{x}} + 5$.

4557. $y = \sqrt{x} - \frac{1}{x} + \sqrt[5]{3}$. **4558.** $y = -\frac{x^2}{2} + \frac{8}{x} + 9$.

4559. $y = \sqrt[4]{\frac{1}{x^3}}$. **4560.** $y = (2x - 3)(5x + 4)$.

4561. $y = x \sin x$. **4562.** $y = x^2 \cos x$. **4563.** $y = xe^x$.

4564. $y = e^x \cos x$. **4565.** $y = \frac{x+1}{x-1}$. **4566.** $y = \frac{x}{x^2+1}$.

4567. $y = \frac{1+2x}{1-5x}$. **4568.** $y = \frac{\sin x}{\cos x + 1}$. **4569.** $y = \frac{2x}{1-x^2}$.

4570. $y = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}$. **4571.** $y = \frac{5}{x} + \frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{3}{\sqrt[3]{x}}$.

4572. $y = \frac{x+1}{\sqrt{x}}$. **4573.** $y = \frac{1}{(x+1)^9}$. **4574.** $y = \frac{5}{(x-2)^5}$

4575. $y = ax^3 + bx^2 + c$. **4576.** $y = (ax^3 + bx^2 + c)^{70}$.

4577. $y = \frac{1}{(1-x^2)^7}$. **4578.** $y = \sqrt{1+x^2}$. **4579.** $y = \sqrt[3]{x^2-1}$.

4580. $y = \frac{1}{\sqrt[5]{a^5-x^5}}$. **4581.** $y = (1+\sqrt[3]{x})^{18}$. **4582.** $y = \frac{x^2}{\sqrt{x^2+a^2}}$.

4583. $y = \sqrt[3]{\frac{1}{1+x^2}}$. **4584.** $y = \ln(7x)$. **4585.** $y = \ln(3+4x)$.

4586. $y = \ln \sin x$. **4587.** $y = \sin \sqrt{x}$. **4588.** $y = \sqrt{\sin x}$.

4589. $y = \ln \operatorname{tg} x$. **4590.** $y = \sin\left(\frac{\alpha}{x^2}\right)$. **4591.** $y = \sin \sqrt{2x}$.

- 4592.** $y = \frac{1}{\cos x}$. **4593.** $y = \sqrt{\operatorname{tg} \frac{x}{2}}$. **4594.** $y = \sin^2 x$.
4595. $y = \cos^2 x$. **4596.** $y = e^{12x}$. **4597.** $y = e^{-x}$.
4598. $y = e^{-x^2}$. **4599.** $y = 9^{x^3}$. **4600.** $y = 5^{\operatorname{tg} x}$.
4601. $y = e^{\cos 7x}$. **4602.** $y = 2^{x^5 - 5x}$. **4603.** $y = \lg \operatorname{ctg} 5x$.
4604. $y = \frac{\ln a}{\ln x}$. **4605.** $y = \log_3(2x^2 + 1)$. **4606.** $y = (\sin x + \cos x)^{15}$
4607. $y = \frac{\operatorname{tg} 5x}{5x}$. **4608.** $y = \sqrt{\ln \cos x}$.
4609. $y = \sqrt[4]{1 + \cos^3 x}$. **4610.** $y = (x+1)^2(x-1)^2$.
4611. $y = e^{(x+1)(x-1)^2}$. **4612.** $y = \frac{(a+b)^4}{(1+2x^2)^5}$.
4613. $y = \sqrt{x + \sqrt{x}}$. **4614.** $y = \frac{\operatorname{tg}^9 x}{9(m^2 + n^2)}$.
4615. $y = \sqrt{1 + \ln^2 x}$. **4616.** $y = (5 + \operatorname{tg}^3 x)^3$.
4617. $y = \ln(x\sqrt{1+x^2})$. **4618.** $y = \sin^4 x + \cos^4 x$.
4619. $y = \sin^6 x + \cos^6 x$. **4620.** $y = \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x}$.
4621. $y = \ln \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$. **4622.** $y = \cos \lg 3x$.
4623. $y = 10^{\lg \sin x}$. **4624.** $y = \ln \ln(x^4 + x)$.
4625. $y = \operatorname{tg}(x^2)$. **4626.** $y = \operatorname{tg}^2 3x$.
4627. $y = \operatorname{tg}^2 \sqrt{x}$. **4628.** $y = \sin(\sin x)$.
4629. $y = \sin \sqrt{1+x^2}$. **4630.** $y = (1 + \sin^2 x)^4$.
4631. $y = \ln(\sin^2 x)$. **4632.** $y = \lg^3(x^3)$.
4633. $y = \sin(\cos^2(\operatorname{tg}^3 x))$. **4634.** $y = \sin(\sin(\sin x))$.
4635. $y = \lg \frac{15-x}{x+6}$. **4636.** $y = \sqrt[5]{x(1-x)^3}$.
4637. $y = \sin^2 x^2$. **4638.** $y = \ln \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 x}$.
4639. $y = \sqrt{x^3 - 1 + 4\sqrt{x}}$. **4640.** $y = \sin^2(\cos 3x)$.
4641. $y = \log_x 5$. **4642.** $y = x^x$. **4643.** $y = \frac{2 \sin^2 x}{\cos 2x}$.

$$4644. y = \ln(x + \sqrt{a^2 + x^2}). \quad 4645. y = \ln \cos \frac{x+1}{x}.$$

$$4646. y = \ln \frac{\sqrt{x^2 + a^2} + x}{\sqrt{x^2 + a^2} - x} \quad 4647. y = \frac{1}{3} \ln \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + x + 1}.$$

$$4648. y = \left(\frac{\sqrt{x-5}}{\sqrt{x+5} + \sqrt{x-5}} + \frac{x-5}{\sqrt{x^2-25} - x+5} \right)^{-2}.$$

4649. Корені квадратного тричлена дорівнюють -3 і 5 . Знайти корені похідної цього тричлена.

4650*. Довести, що похідна парної функції непарна, а похідна непарної функції — парна.

Обчислити значення похідних функцій при заданих значеннях аргументу (4651–4668):

$$4651. y = x^3, x_0 = 1. \quad 4652. y = x^6 - 3x^2, x_0 = -1.$$

$$4653. y = 7x^2 - 56x + 8, x_0 = 4.$$

$$4654. y = \frac{x^3}{3} - x^2 + x, x_0 = 0.$$

$$4655. y = \frac{8(x-1)}{x+1}, x_0 = -1,5. \quad 4656. y = \frac{5x}{2x-1}, x_0 = -2.$$

$$4657. y = \frac{x}{x^2+1} - \sqrt{x}, x_0 = 1. \quad 4658. y = 3x - 2\sqrt{x}, x_0 = 4.$$

$$4659. y = x \ln(x^2 + 2x - 7), x_0 = 2.$$

$$4660. y = \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}, x_0 = 2 \quad 4661. y = \sqrt{\frac{1-x^4}{1+x^4}}, x_0 = 0.$$

$$4662. y = \frac{\pi}{2} \cos x \operatorname{tg} 8x, x_0 = \frac{\pi}{2}.$$

$$4663. y = x \ln x - \frac{1}{x}, x_0 = 1. \quad 4664. y = \frac{2\pi}{3x} \cos 3x, x_0 = \frac{\pi}{2}.$$

$$4665. y = 5e^x - 8x, x_0 = \ln 3 \quad 4666. y = \ln(2 - \sqrt{2x+1}), x_0 = 0$$

$$4667. y = \sqrt{1 + \cos^2 x^2}, x_0 = \frac{\sqrt{\pi}}{2}. \quad 4668. y = 3 \cos(x^5 + x^{-5}), x_0 = 1.$$

4669. У яких точках похідна функції $y = x^5$ збігається зі значенням самої функції?

§67. Геометричний зміст похідної

Знайти кутові коефіцієнти дотичних до графіків функцій у точках із заданими абсцисами (4670–4673):

4670. $y = 15x^2 - 3x + 2, x_0 = 2.$ **4671.** $y = x^2 + x, x_0 = 1.$

4672. $y = \frac{5}{x^2}, x_0 = 1.$ **4673.** $y = 2 \ln x, x_0 = 2.$

Написати рівняння дотичної до графіка функції в точці з заданою абсцисою x_0 (4674–4682):

4674. $y = x^2, x_0 = 1.$ **4675.** $y = x^3, x_0 = 2.$

4676. $y = x^3 + x, x_0 = -1.$ **4677.** $y = \frac{2}{x}, x_0 = -2.$

4678. $y = e^{-2x}, x_0 = 0.$ **4679.** $y = 2^{-x} - 2^{-2x}, x_0 = 2.$

4680. $y = \operatorname{ctg} 3x, x_0 = -\frac{\pi}{12}.$ **4681.** $y = x - \frac{1}{x}, x_0 = -1.$

4682. $y = \frac{1}{x} + 3\sqrt{x} + \frac{x}{9} - \sqrt{3}x^2, x_0 = 9.$

4683. Знайти кут нахилу до осі Ox дотичної, проведеної до кривої $y = \frac{1}{2}x^2$ в точці з абсцисою $x = 1$.

4684. У якій точці кривої $y = \sqrt[3]{x}$ дотична нахилена до осі абсцис під кутом 30° ?

4685. Знайти кутовий коефіцієнт дотичної до кривої

$y = \frac{5}{9} \cdot \left(\frac{x-1}{x+5} \right)^2$ в точці з абсцисою $x = 1$.

4686. Знайти, який кут утворить з віссю Ox дотична до кривої $y = x - x^2$ в точці з абсцисою $x = 1$.

4687. Під яким кутом нахилена дотична до графіка функції

$y = \frac{1}{3}x^3$ в точці $A\left(1; \frac{1}{3}\right)$?

4688. Довести, що дотична до синусоїди $y = \sin x$ в точці з абсцисою $x = \frac{\pi}{2}$ паралельна осі Ox .

4689. Знайти кут нахилу дотичної до графіка функції $y = \frac{a^2}{x}$ в точці $(a; a)$.

4690. Відомо, що пряма $y = -\frac{3}{4}x - \frac{3}{32}$ є дотичною до графіка функції $f(x) = \frac{1}{2}x^4 - x$. Знайти координати точки дотику.

- 4691.** З'ясувати, у якій точці площини xOy пряма $x + 4y = 4$ дотикається гіперболи $y = \frac{1}{x}$.
- 4692.** Дано криву $y = -x^2 + 1$. Знайти точку її графіка, у якій дотична паралельна прямій $y = 2x + 3$.
- 4693.** Написати рівняння дотичної до параболи $y = x^2 - 6x + 5$ в точці перетинання її з віссю ординат.
- 4694.** Написати рівняння дотичної до параболи $y = x^2 - 9$ в точці перетинання її з віссю ординат.
- 4695.** Написати рівняння горизонтальної дотичної до параболи $y = 4x^2 - 8x + 9$.
- 4696.** Написати рівняння дотичних до графіка функції $y = x^3 - 18x + 20$, що паралельні прямій $9x - y = 5$.
- 4697.** На кривій $y = 4x^2 - 6x - 3$ знайти точку, у якій дотична паралельна прямій $y = 10x$.
- 4698.** Написати рівняння дотичних до кривої $y = x^2 + 2x - 1$ в точках її перетинання з кривою $y = -2x^2$.
- 4699.** Скласти рівняння дотичної до кривої $y = \ln(x^2)$, що паралельна прямій $y = -x$.
- 4700*.** Знайти гострий кут між дотичними, проведеними до кривих у точці їхнього перетинання. Рівняння кривих: $y = x^2$,
 $y = \frac{1}{x}$.
- 4701*.** Знайти гострий кут між дотичними, проведеними до кривих у точці їхнього перетинання. Рівняння кривих:
 $y = \frac{18}{\sqrt{x}}$, $y = \frac{12}{\sqrt{x}} + 2\sqrt{x}$.
- 4702.** У яких точках дотична до графіка функції $y = \frac{x-8}{x+8}$ утворює з віссю Ox кут 45° ?
- 4703.** Під яким кутом тангенсоїда $y = \frac{1}{3\sqrt{3}} \operatorname{tg} 3x$ перетинає вісь абсцис на початку координат?
- 4704.** Під якими кутами синусоїда $y = \sin x$ перетинає вісь абсцис?
- 4705.** Під якими кутами косинусоїда $y = \cos 2x$ перетинає вісь абсцис?
- 4706*.** Під якими кутами перетинаються криві $y = \sin x$ і $y = \cos x$?

- 4707***. Дві дотичні до графіка функції $y = \sqrt{17(x^2 + 1)}$ перетинаються під прямим кутом у деякій точці осі Oy . Написати їх рівняння.
- 4708***. Пряма дотикається гіперболи $y = \frac{2}{x}$ в точці $(1; 2)$. Знайти площу трикутника, обмеженого цією дотичною і осями координат.
- 4709***. До кривої $y = 1 - \frac{x^2}{a^2}$ проведені дотичні в точці її перетинання з віссю абсцис. Знайти координати точки перетинання дотичних.
- 4710***. Хорда параболи $y = x^2 - 4x + 8$ з'єднує точки, абсциси яких — $x_1 = 2$ і $x_2 = 4$. Написати рівняння дотичної до параболи, паралельної хорді.
- 4711***. Написати рівняння дотичних до графіка функції $y = 3x^2 + 4$, що проходять через точку $(0; -8)$.
- 4712***. У якій точці кривої $y = ax^2 + bx + c$ потрібно провести дотичну до неї, щоб ця дотична проходила через початок координат?
- 4713***. Написати рівняння дотичних до графіка функції $y = -x^2 - 2x$, що проходять через точку $(0; a)$.
- 4714***. При якому значенні параметра k пряма $y = kx + 5$ дотикається графіка функції $y = -\frac{4}{x}$?
- 4715***. З точки $A(7; 2)$ проведені дотичні до кола $x^2 + y^2 - 2y - 9 = 0$. Скласти рівняння цих дотичних.
- 4716***. Дотична до графіка функції $y = 4x - x^2 - 2$ перетинає вісь абсцис у точці A , вісь ординат у точці B . Відомо, що $BO = 2 \cdot AO$, де точка O — початок координат. Знайти довжину відрізка AB .
- 4717***. Знайти значення параметра b , при яких пряма $y = 15x + b$ буде дотичною до графіка функції $y = 2x^3 - 9x - 3$.
- 4718***. З яких точок площини xOy параболу $y = x^2$ видно під прямим кутом?
- 4719***. Написати рівняння спільної дотичної до парабол:
- 1) $y = x^2 + 4x + 8$ і $y = x^2 + 8x + 4$;
 - 2) $y = -x^2 + 6x + 2$ і $y = 4x^2 + 6x + \frac{13}{4}$;

$$3) y = -x^2 - 4x - 3 \quad \text{і} \quad y = x^2 - 8x + 17.$$

4720*. Хорда параболи $y = -k^2x^2 + 5kx - 4$ дотикається кривої

$y = \frac{1}{1-x}$ у точці з абсцисою $x = 2$ і поділяється цією точкою навпіл. Знайти k

§68. Дослідження функцій і побудова графіків

Знайти проміжки монотонності функцій (4721–4735):

$$\mathbf{4721.} \quad y = 3x + 5. \quad \mathbf{4722.} \quad y = 5x^2 \quad \mathbf{4723.} \quad y = \frac{4}{x}.$$

$$\mathbf{4724.} \quad y = \frac{5}{x+1}. \quad \mathbf{4725.} \quad y = \frac{3}{x^2+x+2}. \quad \mathbf{4726.} \quad y = xe^{x-x^2}.$$

$$\mathbf{4727.} \quad y = \ln(9-x^2). \quad \mathbf{4728.} \quad y = x^2e^{-x}.$$

$$\mathbf{4729.} \quad y = -x(x-5)^2. \quad \mathbf{4730.} \quad y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 1.$$

$$\mathbf{4731.} \quad y = 4x^4 + 8x + 3. \quad \mathbf{4732.} \quad y = \frac{(x-3)(1-x)}{x^2}.$$

$$\mathbf{4733.} \quad y = x - \ln x. \quad \mathbf{4734.} \quad y = x^2(x-6).$$

$$\mathbf{4735*} \quad y = \sin \frac{3x}{2} - 3 \sin \frac{x}{2}.$$

4736*. Знайти проміжок зростання функції $y = \frac{x}{\ln x}$. З'ясувати, що більше: e^π або π^e .

4737*. Знайти значення параметра a , при яких функція $y = (a-12)x^3 + 3(a-12)x^2 + 6x + 7$ монотонно зростає на всій числовій осі.

Знайти екстремуми функцій (4738–4760):

$$\mathbf{4738.} \quad y = 2x^2 + 4x + 1. \quad \mathbf{4739.} \quad y = 5x^4 - 10x^2 + 9.$$

$$\mathbf{4740.} \quad y = (x-1)^2(x-5)^2. \quad \mathbf{4741.} \quad y = 5x^6 - 6x^5.$$

$$\mathbf{4742.} \quad y = 8x^3 - x^4. \quad \mathbf{4743.} \quad y = \frac{1}{7}x^7 - \frac{1}{6}x^6.$$

$$\mathbf{4744.} \quad y = \frac{x^2 + x + 3}{x^2 + 5}. \quad \mathbf{4745.} \quad y = \frac{x}{9} + \frac{9}{x}.$$

$$4746. y = \frac{5x}{\ln x}. \quad 4747. y = \frac{\ln x + 2}{x}. \quad 4748. y = \lg(1 - x^2).$$

$$4749. y = x \ln x. \quad 4750. y = x \ln^2 x. \quad 4751. y = \frac{x^3 - x^2}{e^{2x}}.$$

$$4752. y = \frac{2 \ln^2 x + 3 \ln x}{x}. \quad 4753. y = \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 + 5x + 4}.$$

$$4754^*. y = \frac{\sqrt{3}}{2} x + \cos x. \quad 4755^*. y = \operatorname{tg}^3 x - 9 \operatorname{tg} x.$$

$$4756^*. y = \sin 2x + \cos 2x. \quad 4757^*. y = 2 \sin 2x + \cos 4x.$$

$$4758^*. y = \sin\left(x + \frac{\pi}{8}\right) \cos\left(x - \frac{\pi}{24}\right). \quad 4759^*. y = x + \sin 2x.$$

$$4760^*. y = \frac{1}{\sin x + 4} - \frac{1}{\cos x - 4}.$$

Знайти найбільше і найменше значення функції на зазначеному проміжку (4761–4783):

$$4761. y = 2x^3 - 6x^2 + 3, \quad x \in [-1; 1].$$

$$4762. y = \frac{2}{3}x^3 - 2x, \quad x \in [0; 2].$$

$$4763. y = -2x^3 + 6x^2 + 9, \quad x \in [0; 3].$$

$$4764. y = x^3 - 3x^2 - 9x + 5, \quad x \in [-4; 4].$$

$$4765. y = x^3 + 6x^2 + 9x, \quad x \in [-3; 0].$$

$$4766. y = 2x^3 - 39x^2 + 252x + 1, \quad x \in [5; 8].$$

$$4767. y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 6x, \quad x \in [1; 3].$$

$$4768. y = 2x - 3 \cdot \ln x, \quad x \in [1; e].$$

$$4769. y = \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2 - 5x + 4}, \quad x \in [-2; 3].$$

$$4770. y = \sqrt{x(26 - x)}, \quad x \in [0; 26].$$

$$4771. y = \sqrt[3]{\frac{18x^2}{3x - 1}}, \quad x \in \left[\frac{1}{2}; 1\right].$$

$$4772. y = \cos x + \cos^2 x + 4, \quad x \in [0; \pi].$$

$$4773. y = \sin x + \cos 2x, \quad x \in [0; \pi].$$

$$4774. y = \operatorname{tg} x + 2 \operatorname{ctg} x, \quad x \in \left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right].$$

$$4775^*. y = \sin x \sqrt{\cos x}, \quad x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right].$$

$$4776^*. y = 3^{3^x} - 6 \cdot 3^{2^x} + 9 \cdot 3^x, \quad x \in [-1; 2].$$

$$4777^*. y = \frac{1}{8} x \ln x - \frac{1}{16} x \ln 25, \quad x \in [1; 5].$$

$$4778^*. y = x \ln x - x \ln 7, \quad x \in [1; 7].$$

$$4779^*. y = (3x^2 - 7x + 7) \cdot e^x, \quad x \in \left[0; \frac{2}{3}\right].$$

$$4780^*. y = 2 \cos 3x - 31 \cos x + 9, \quad x \in \left[\frac{2\pi}{3}; \frac{3\pi}{2}\right].$$

$$4781^*. y = \frac{1}{2} x + \sin^2 x, \quad x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right].$$

$$4782. y = 5 + 4 \cos x - \sin^2 x, \quad x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right].$$

$$4783^*. y = (3 + \cos x) \sin x - 2x, \quad x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right].$$

4784. Знайти число, що в сумі зі своїм квадратом дає найменшу суму.

4785. Знайти додатне число, що в сумі з оберненим до нього числом дає найменшу суму.

4786. Знайти число, що перевищувало б свій квадрат на максимальне значення.

4787. Знайти число, потроєний квадрат якого перевищує його куб на максимальне значення.

4788. Число 36 розкласти на два таких додатних множники, щоб сума їхніх квадратів була найменшою.

4789. Число 8 розкласти на два доданки так, щоб сума їхніх кубів була найменшою.

4790. Додатне число a розкласти на два доданки так, щоб їхній добуток був найбільшим.

4791. При якому значенні першого множника добуток буде найменшим, якщо другий множник на 10 одиниць менше першого?

4792. При якому зменшуваному різниця буде найбільшою, якщо від'ємник дорівнює потроєному квадрату зменшуваного?

4793. Різниця двох чисел дорівнює 8. Якими повинні бути ці числа, щоб добуток куба першого числа на друге був найменшим?

4794. Число 20 подати у виді суми двох додатних доданків так, щоб сума куба одного з них і квадрата іншого була найменшою.

4795. Число 26 подати у виді суми трьох додатних доданків так, щоб сума їхніх квадратів була найменшою і щоб другий доданок був втричі більше першого.

4796. Число 180 подати у виді суми трьох додатних чисел так, щоб два з них відносилися як 1:2, а добуток трьох цих чисел був найбільшим.

4797*. Знайти, при яких значеннях параметра a ($a > 0$) точка $x = -3$ є точкою максимуму функції $y = 2x^3 - 6a^2 \cdot x + 3$.

4798*. Знайти, при якому значенні параметра a мінімальне значення функції $y = x^2 - 4ax - a^4$ найбільше.

4799*. Знайти, при яких значеннях параметра a сума кубів рівняння $6x^2 + 6(a-1)x - 5a + 2a^2 = 0$ найбільша.

4800*. У дві різних судини налиті розчини солі, причому в першу судину налито 5 кг, а в другу — 20 кг. При випарі води процентний уміст солі в першій судині збільшився в p раз, а в другій судині — у q разів. Про числа p і q відомо, що $pq = 9$. Яка найбільша кількість води могла при цьому випаруватися з обох судин разом?

Дослідити функції і побудувати їх графіки (4801–4840):

4801. $y = x^3 - 3x$.

4802. $y = x^3 - 3x^2$.

4803. $y = x^3 - 3x + 2$.

4804. $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

4805. $y = x^3 - 6x^2 + 9x$.

4806. $y = x^3 - 3x + 3$.

4807. $y = x^4 - 2x^2 - 3$.

4808. $y = 2x^4 - x^2 + 1$.

4809. $y = x^2(x-2)^2$.

4810. $y = 4x^5 - 5x^4$.

4811. $y = 6x^4 - 4x^6$.

4812. $y = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 + 3$.

4813. $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$.

4814. $y = \frac{1}{5}x^5 - x$.

4815. $y = \frac{1}{x^2 + 1}$.

4816. $y = \frac{2x}{x^2 + 1}$.

4817. $y = e^{-x^2}$.

4818. $y = xe^{-\frac{x^2}{2}}$.

4819. $y = x^2e^{1-x}$.

4820. $y = 3xe^x$.

$$\begin{array}{lll}
4821. y = x \ln x. & 4822. y = \frac{\ln x}{x}. & 4823. y = \frac{x}{\ln x}. \\
4824. y = \frac{x^2}{\ln x}. & 4825. y = x - \ln(x+1). & \\
4826. y = 2^{\frac{1}{x}}. & 4827. y = x^2 e^{\frac{1}{x}}. & 4828. y = \frac{x}{x^2 - 1}. \\
4829. y = \frac{x^2 - 4}{x + 1}. & 4830. y = \frac{x^2}{x^2 - 1}. & 4831^*. y = \frac{|x - 1|}{x^2}. \\
4832^*. y = \sqrt{x^3 - 3x}. & 4833. y = x^2 + \frac{1}{x}. & 4834^*. y = \frac{x^3}{4 - x^2}. \\
4835^*. y = \frac{x^2 + 1}{x^4 + 1}. & 4836. y = \arctg(x^2). & \\
4837^*. y = \sqrt[3]{x^3 - 3x + 2}. & 4838^*. y = x^x. & \\
4839^*. y = \arcsin\left(\frac{2x}{1 + x^2}\right). & 4840^*. y = \log_x(x + 1). &
\end{array}$$

§69. Екстремальні геометричні задачі

- 4841.** Гіпотенуза прямокутного трикутника дорівнює s . Які повинні бути катети цього трикутника, щоб його площа була пайбільшою?
- 4842.** Потрібно огородити парканом довжиною 160 м ділянку землі у формі прямокутника, що примикає до стіни будинку. Знайти розміри прямокутника, при яких площа ділянки найбільша.
- 4843.** Знайти найменшу довжину паркану, за допомогою якого можна огородити ділянку, що примикає до стіни, у формі прямокутника з даною площею S .
- 4844.** Відрізок довжиною a поділити на дві частини так, щоб сума площ квадратів, побудованих на цих частинах, була найменшою.
- 4845.** Довести, що з усіх прямокутників даного периметра найменшу діагональ має квадрат.
- 4846.** Серед усіх прямокутників із заданою площею S знайти той, у якого найменший периметр.
- 4847.** Серед усіх прямокутників із заданим периметром P знайти той, у якого найбільша площа.
- 4848.** На сторінці книги друкований текст повинен займати площу S ; верхнє і нижнє поля повинні бути шириною a , а праве і ліве — шириною b . Якщо брати до уваги тільки еко-

номію паперу, то якими повинні бути найвигідніші розміри друкованого тексту сторінки?

- 4849.** Серед рівнобедрених трикутників з даною бічною стороною b знайти трикутник найбільшої площі.
- 4850.** Знайти косинус кута при вершині рівнобедреного трикутника, що має найбільшу площу при даній постійній довжині медіани, проведеної до його бічної сторони.
- 4851.** Бісектриса прямого кута прямокутного трикутника дорівнює l . При яких величинах гострих кутів трикутника його гіпотенуза буде найменшою?
- 4852.** Знайти гострі кути прямокутного трикутника найбільшої площі, якщо сума його катета і гіпотенузи постійна.
- 4853.** З усіх прямокутних трикутників, у яких сума одного катета і гіпотенузи дорівнює a , знайти катети і гіпотенузу такого трикутника з найбільшою площею.
- 4854.** Знайти найменше значення суми трьох сторін прямокутника при заданій площі S .
- 4855.** Знайти найменше значення суми трьох сторін паралелограма з гострим кутом α і при заданій площі S .
- 4856.** При якому значенні довжини висоти прямокутної трапеції з гострим кутом 45° і периметром 4 має найбільшу площу?
- 4857.** Серед рівнобоких трапецій з гострим кутом 45° і сумою довжин висоти і більшої основи, рівної a , знайти трапецію найбільшої площі.
- 4858.** У рівнобокій трапеції більша основа дорівнює l , кут при основі дорівнює α . Діагональ трапеції перпендикулярна бічній стороні. При якому значенні α площа трапеції буде найбільшою? Знайти цю найбільшу площу.
- 4859.** Знайти довжину бічної сторони рівнобокої трапеції, що при даній площі S мала б найменший периметр. Кут при основі трапеції дорівнює α .
- 4860.** На колі радіуса 10 см дано точку A . На якій відстані від точки A потрібно провести хорду BC паралельно дотичній в точці A так, щоб площа трикутника ABC була найбільшою?
- 4861.** З усіх прямокутників, вписаних у коло радіуса R , знайти прямокутник найбільшої площі.
- 4862.** Серед усіх прямокутних трикутників площею S знайти той, для якого площа описаного круга буде найменшою.

- 4863.** У півколо радіуса R вписано прямокутник з найбільшою площею. Знайти цю найбільшу площу.
- 4864.** Знайти сторони прямокутника найбільшого периметра, вписаного в півколо радіуса R .
- 4865.** Знайти найбільший периметр рівнобічної трапеції, вписаної в півколо радіуса R так, що її нижня основа збігається з діаметром півкола.
- 4866.** У півколо радіуса R вписана трапеція, основою якої є діаметр півкола. Знайти такий кут трапеції при основі, щоб площа трапеції була найбільшою. Знайти цю найбільшу площу.
- 4867.** У круг радіуса 4 з центром у точці $(4; 0)$ вписана трапеція найбільшої площі так, що дві її сусідні вершини лежать у точках перетинання кола з віссю абсцис, а дві інші — на колі. Знайти координати вершин трапеції.
- 4868.** Вікно має форму прямокутника, завершеного зверху півкругом. Периметр фігури вікна дорівнює P . Якими повинні бути розміри вікна, щоб воно пропускало найбільшу кількість світла?
- 4869.** Знайти кут при вершині рівнобедреного трикутника найбільшої площі, вписаного у коло радіуса R .
- 4870.** У трикутник, довжина основи якого дорівнює a , а висота дорівнює h , вписано прямокутник найбільшої площі (основа прямокутника лежить на основі трикутника). Знайти довжини сторін цього прямокутника.
- 4871.** У коло радіуса R вписано рівнобедрений трикутник. При якому значенні кута α при вершині трикутника висота, проведена до бічної сторони, має найбільшу довжину? Знайти цю довжину.
- 4872.** У рівнобедрений трикутник зі сторонами 15 см, 15 см, 18 см вписано паралелограм найбільшої площі так, що кут при основі у них спільний. Знайти довжини сторін цього паралелограма.
- 4873.** Периметр кругового сектора дорівнює m . Яким повинен бути центральний кут цього сектора, щоб його площа була найбільшою?
- 4874.** Площа кругового сектора дорівнює S . Яким повинен бути центральний кут цього сектора, щоб його периметр був найменшим?
- 4875*.** У круговий сегмент із центральним кутом α вписана трапеція найбільшої площі. Знайти кути нахилу її бічних сторін до основи.

- 4876***. Вершини прямокутника $ABCD$ лежать на різних гілках гіперболи $y = -1/x$. Сторони прямокутника паралельні осям координат. Яке значення може мати його площа S ?
- 4877***. На координатній площині дано точку, що лежить у першій чверті. Провести через цю точку пряму так, щоб трикутник, утворений нею з додатними півосями координат, мав найменшу площу.
- 4878***. У середині кута величиною φ дано точку K , сума відстаней від якої до сторін кута дорівнює a . Через точку K проводиться пряма, перпендикулярна бісектрисі кута. При якому значенні φ радіус кола, описаного біля трикутника, що вийшов, буде найбільшим? Знайти цей радіус.
- 4879***. Знайти координати точки, що лежить на прямій $12x + 5y = -169$ і найменш віддаленої від початку координат.
- 4880***. На осі Oy знайти точку, з якої відрізок AB видно під найбільшим кутом, якщо $A(2; 0)$, $B(8; 0)$.
- 4881***. У якій точці графіка функції $y = (x - 2)^2$, $0 \leq x \leq 2$, потрібно провести дотичну до графіка, щоб площа трикутника, обмеженого цією дотичною і осями координат, була найменшою?
- 4882***. Пряма l проходить через точки $(3; 0)$ і $(0; 4)$. Точка A лежить на параболі $y = 2x - x^2$. Знайти відстань від точки A до прямої l у випадку, коли A збігається з початком координат, і вказати координати точки A на параболі, при яких відстань від неї до прямої l буде найменшою.
- 4883***. Через яку точку A на кривій $y = -x^2 + 4x$ повинна проходити дотична до цієї кривої, щоб трапеція, утворена дотичною і прямими $x = 0$, $y = 0$, $x = 2$, мала найменшу площу?
- 4884***. У параболу $y = ax^2 + bx + c$ вписано чотирикутник $ABCD$ найбільшої площі з діагоналями AC і BD . Знайти координати вершини C , якщо $A(-1; -3)$, $B(0; 0)$, $D(3; -3)$.
- 4885***. На параболі $y = x^2$ знайти точку, найменш віддалену від прямої $y = 2x - 4$.
- 4886***. Знайти найкоротшу відстань від параболі $y = x^2 - 8x + 16$ до прямої $y = -2x + 1$.
- 4887**. Знайти розміри відкритого басейну у формі прямокутного паралелепіпеда з квадратним дном, що має об'єм 32 м^3 так, щоб на облицювання його дна і стінок пішла найменша кількість матеріалу.

- 4888.** Знайти розміри відкритого басейну об'єма V із дном у формі прямокутника, сторони якого відносяться як 1:3, щоб на облицювання його дна і стінок пішла найменша кількість матеріалу.
- 4889.** У правильній чотирикутній призмі довжина діагоналі бічної грані дорівнює $6\sqrt{3}$ см. Знайти довжину висоти призми найбільшого об'єму.
- 4890.** Об'єм правильної чотирикутної призми дорівнює 8 дм³. Якою повинна бути сторона основи призми, щоб її повна поверхня була найбільшою?
- 4891.** З усіх прямокутних паралелепіпедів, у яких в основі лежить квадрат і площа повної поверхні дорівнює S , знайти паралелепіпед найбільшого об'єму.
- 4892.** Розглядаються всілякі прямокутні паралелепіпеди, об'єм кожного з яких дорівнює 4 см³, а основи є квадратами. Знайти серед них паралелепіпед з найменшим периметром бічної грані й обчислити цей периметр.
- 4893.** У правильній чотирикутній призмі діагональ дорівнює d . При якій висоті призми її об'єм буде найбільшим?
- 4894.** Об'єм правильної чотирикутної призми дорівнює V . Знайти сторону основи призми, що має найменшу площу повної поверхні.
- 4895.** Об'єм правильної трикутної призми дорівнює V . Знайти сторону основи призми, що має найменшу площу повної поверхні.
- 4896.** Серед усіх правильних трикутних призм, у яких периметр бічної грані дорівнює P , знайти розміри тієї, що має найбільший об'єм. Знайти цей об'єм.
- 4897.** Знайти площу повної поверхні правильної шестикутної призми об'єма V , що має найменшу суму довжин всіх її ребер.
- 4898.** Знайти найбільший об'єм трикутної піраміди $SABC$, в основі якої лежить рівнобедрений прямокутний трикутник ABC ($AB = BC$), якщо $SB \perp (ABC)$, $SA = a$.
- 4899.** Знайти найбільший об'єм правильної трикутної піраміди, у якій апофема дорівнює l .
- 4900.** Знайти найбільший об'єм правильної трикутної піраміди, бічне ребро якої має довжину b .
- 4901.** Знайти сторону основи правильної чотирикутної піраміди, що має найбільший об'єм, якщо її бічна поверхня дорівнює a^2 .

- 4902.** У правильній чотирикутній піраміді сума висоти і сторони основи дорівнює s . Знайти найбільший об'єм піраміди.
- 4903.** Бічна грань площі S правильної чотирикутної піраміди нахилена до площини основи під кутом α . При якому значенні α об'єм піраміди є найбільшим? Знайти цей об'єм.
- 4904.** Який найбільший об'єм може мати правильна чотирикутна піраміда, бічне ребро якої має довжину b ?
- 4905.** Який найбільший об'єм може мати правильна шестикутна піраміда, бічне ребро якої має довжину b ?
- 4906.** Довжини двох неперетинних ребер трикутної піраміди дорівнюють a , всі інші ребра мають довжину, рівну 1. При яких значеннях a об'єм піраміди буде найбільшим? Знайти цей об'єм.
- 4907.** Бічне ребро правильної трикутної піраміди має довжину b і утворює з площиною основи кут α . При якому значенні α об'єм піраміди є найбільшим? Знайти цей об'єм.
- 4908*.** З усіх правильних трикутних пірамід, у яких відстань між двома перекресними ребрами дорівнює l , знайти піраміду найменшого об'єма.
- 4909*.** У правильну чотирикутну піраміду з ребром основи a і висотою H вписана правильна чотирикутна призма так, що її нижня основа лежить в основі піраміди, а вершини верхньої основи — на бічних ребрах. Знайти довжину ребра основи і довжину висоти призми, що має найбільшу бічну поверхню.
- 4910*.** У правильну чотирикутну піраміду вписано куб з ребром, рівним a , так, що одна його основа лежить на основі піраміди, а вершини протилежної їй основи — на бічних ребрах піраміди. У піраміді з найменшим об'ємом знайти величину кута нахилу її бічної грані до основи.
- 4911.** Знайти розміри циліндра, що має найбільший об'єм, якщо площа його повної поверхні дорівнює S .
- 4912.** Знайти розміри циліндра найбільшого об'єму, якщо сума його висоти і довжини кола основи дорівнює a .
- 4913.** Знайти найменшу повну поверхню циліндра заданого об'єму V .
- 4914.** Знайти найбільший об'єм циліндра, у якого периметр осевого перерізу дорівнює P .
- 4915.** Твірна конуса дорівнює l і утворює з площиною основи кут φ . При якому значенні φ об'єм конуса є найбільшим? Знайти цей об'єм.

- 4916.** У конусі сума висоти і твірної дорівнює s . Знайти довжину твірної, щоб об'єм конуса був найбільшим.
- 4917.** Знайти квадрат відношення висоти конуса до діаметру основи, якщо конус при заданому об'ємі має найменшу бічну поверхню.
- 4918.** Яким повинен бути радіус основи конуса з заданою площею бічної поверхні S , щоб об'єм конуса був найбільшим?
- 4919*.** Прямокутний трикутник з гіпотенузою c обертається навколо одного з катетів. Якими повинні бути гострі кути цього трикутника, щоб об'єм тіла обертання був найбільшим?
- 4920.** Чому повинні дорівнювати радіус основи і висота конуса для того, щоб при заданому об'ємі V він мав найменшу повну поверхню?
- 4921*.** З усіх правильних трикутних призм, що вписані в сферу радіуса R , обрана призма найбільшого об'єму. Знайти висоту цієї призми.
- 4922*.** Знайти найбільшу величину бічної поверхні правильної чотирикутної піраміди, вписаної в кулю радіуса R .
- 4923*.** Знайти висоту і найбільший можливий об'єм правильної трикутної піраміди, вписаної в сферу радіуса R .
- 4924*.** У сферу радіуса R вписано правильну трикутну піраміду, що має найбільший об'єм. Знайти двогранний кут при ребрі основи піраміди.
- 4925*.** У правильну чотирикутну піраміду вписано кулю радіуса R . Знайти довжину висоти піраміди, при якій її об'єм буде найменшим.
- 4926.** У кулю з заданим об'ємом V вписано циліндр із найбільшою бічною поверхнею. Знайти об'єм циліндра.
- 4927.** У кулю радіуса R вписано циліндр із найбільшою повною поверхнею. Знайти цю повну поверхню.
- 4928.** У кулю радіуса R вписано циліндр найбільшого об'єму. Знайти висоту цього циліндра.
- 4929.** У кулю радіуса R вписано циліндр із найбільшою бічною поверхнею. Знайти радіус основи і бічну поверхню цього циліндра.
- 4930.** У кулю радіуса R вписано конус найбільшого об'єму. Знайти радіус основи конуса і його висоту.
- 4931.** У кулю вписано конус, що має найбільшу площу бічної поверхні. Знайти кут при вершині осевого перерізу конуса.

- 4932.** У прямий круговий конус вписано кулю об'єму V . Яке найменше значення може мати об'єм конуса?
- 4933.** Площа сфери дорівнює S . Навколо цієї сфери описано конус. Яка найменша площа повної поверхні цього конуса?
- 4934.** Навколо кулі радіуса R описано конус. При якій довжині твірної об'єм конуса буде найменшим?
- 4935.** Яким повинен бути кут при вершині осевого перерізу конуса, щоб відношення об'єму конуса до об'єму вписаної кулі було мінімальним?
- 4936.** Знайти висоту конуса найменшого об'єму, описаного навколо кулі радіуса R .
- 4937*.** У кулю радіуса R вписано конус з найбільшою площею повної поверхні. Знайти висоту конуса.
- 4938*.** У півкулю радіуса R вписано паралелепіпед найбільшого об'єму, що має квадратну основу. Знайти його виміри.
- 4939*.** Знайти найменший можливий об'єм правильної чотирикутної піраміди, описаної навколо півкулі радіуса R (сфера півкулі дотикається бічних граней піраміди і центр основи піраміди лежить у центрі кулі).
- 4940*.** У півкулю радіуса R вписано конус так, що вершина його знаходиться в центрі півкулі. Знайти радіус основи конуса, при якому об'єм конуса буде максимальним.
- 4941*.** У півкулю радіуса R вписано циліндр найбільшого об'єму так, що основи півкулі і циліндра збігаються. Знайти цей найбільший об'єм циліндра.
- 4942*.** Знайти висоту конуса найменшого об'єму, описаного навколо півкулі радіуса R , якщо центр основи конуса лежить у центрі кулі.
- 4943*.** Конус описано навколо півкулі радіуса R так, що центр основи конуса лежить у центрі кулі. Кут при вершині осевого перерізу конуса дорівнює φ . При якому значенні φ об'єм конуса буде найменшим?
- 4944.** При якому радіусі основи і висоті закрита зверху і знизу циліндрична банка заданого об'єму V буде мати найменшу повну поверхню?
- 4945.** Потрібно виготовити циліндричний кухоль, відкритий зверху, заданого об'єму V так, щоб при цьому пішло мінімум матеріалу. Які повинні бути розміри кухля?

- 4946.** У конус із заданим постійним об'ємом вписано піраміду; в її основі лежить рівнобедрений трикутник, у якого величина кута при вершині дорівнює φ . При якому значенні φ об'єм піраміди є найбільшим?
- 4947.** У конус, радіус основи якого дорівнює R , а висота H , вписано циліндр найбільшого об'єму. Знайти радіус основи і висоту циліндра.
- 4948.** Знайти найменший можливий об'єм конуса, у який вписано циліндр об'єму V .
- 4949.** У конус із заданим об'ємом V вписано циліндр так, що одна його основа лежить на основі конуса. Знайти об'єм циліндра найбільшого об'єму.
- 4950.** У конус, радіус основи якого дорівнює R , а висота H , вписано циліндр із найбільшою площею бічної поверхні. Знайти радіус основи і площу бічної поверхні цього циліндра.
- 4951.** Циліндр, висота якого дорівнює h , а радіус основи дорівнює r , вписано у конус. Знайти величину кута при вершині осевого перерізу конуса, при якій об'єм конуса буде найменшим.
- 4952.** Вирізаний з кола сектор з центральним кутом φ згорнуто у конічну поверхню. При якому значенні кута φ об'єм отриманого конуса буде найбільшим?
- 4953*.** Судина складається з циліндра, який відкритий зверху і закінчується знизу конусом, висота якого дорівнює радіусу основи. Яким повинен бути радіус основи циліндра, щоб судина мала найбільший об'єм при даній площі поверхні S ?
- 4954.** Циліндр довершено зверху півкулею того ж радіуса. Об'єм усього тіла дорівнює V . При якому радіусі повна поверхня тіла буде найменшою?
- 4955*.** Якого найменшого значення може набувати відношення об'єму конуса до об'єму циліндра, описаних біля однієї і тієї ж кулі?

Розділ 13. МЕТОД МАТЕМАТИЧНОЇ ІНДУКЦІЇ

§70. Застосування методу математичної індукції при обчисленні сум, добутків, доведенні тотожностей

Довести формули методом математичної індукції (4956–4989):

$$4956. \sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}. \quad 4957. \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

$$4958. \sum_{k=1}^n k^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2} \right)^2.$$

$$4959. \sum_{k=1}^n k^4 = \frac{1}{30} n(n+1)(2n+1)(3n^2+3n-1).$$

$$4960. \sum_{k=1}^n k^5 = \frac{1}{12} n^2 (n+1)^2 (2n^2+2n-1).$$

$$4961. \sum_{k=1}^n (2k-1) = n^2. \quad 4962. \sum_{k=1}^n (2k-1)^2 = \frac{1}{3} n(4n^2-1).$$

$$4963. \sum_{k=1}^n (2k-1)^3 = n^2 (2n^2-1). \quad 4964. \sum_{k=1}^n \frac{1}{(2k-1)(2k+1)} = \frac{n}{2n+1}.$$

$$4965. \sum_{k=1}^n k(3k-1) = n^2 (n+1). \quad 4966. \sum_{k=1}^n k(3k+1) = n(n+1)^2.$$

$$4967. \sum_{k=1}^n \frac{k-1}{k!} = 1 - \frac{1}{n!}. \quad 4968. \sum_{k=1}^n k \cdot k! = (n+1)! - 1.$$

$$4969. \sum_{k=1}^n k(k+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}.$$

$$4970. \sum_{k=2}^{\infty} (k-1)k^2 = \frac{n(n^2-1)(3n+2)}{12}.$$

$$4971. \sum_{k=1}^n (k+1)k^2 = \frac{n(n+1)(n+2)(3n+1)}{12}.$$

$$4972. \sum_{k=1}^n \frac{1}{(k+3)(k+4)} = \frac{n}{4(n+4)}. \quad 4973. \sum_{k=1}^n \frac{1}{(4k-3)(4k+1)} = \frac{n}{4n+1}.$$

$$4974. \sum_{k=1}^n \frac{1}{(3k-2)(3k+1)} = \frac{n}{3n+1}.$$

$$4975. \sum_{k=1}^n \frac{1}{(3k-1)(3k+2)} = \frac{n}{6n+4}.$$

$$4976. \sum_{k=1}^n \frac{1}{4k(4k+4)} = \frac{1}{16} - \frac{1}{16(n+1)}.$$

$$4977. \sum_{k=1}^n \frac{k^2}{(2k-1)(2k+1)} = \frac{n(n+1)}{2(2n+1)}.$$

$$4978. \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)(k+2)} = \frac{n(n+3)}{4(n+1)(n+2)}.$$

$$4979. \sum_{k=1}^n k(k+1)(k+2) = \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}.$$

$$4980. \sum_{k=1}^n \frac{k^4}{(2k-1)(2k+1)} = \frac{n(n+1)(n^2+n+1)}{6(2n+1)}.$$

$$4981. \sum_{k=1}^n \frac{2k-1}{2^k} = 3 - \frac{2n+3}{2^n}$$

$$4982. \sum_{k=1}^n \frac{k}{(2k-1)(2k+1)(2k+3)} = \frac{n(n+1)}{2(2n+1)(2n+3)}.$$

$$4983. \prod_{k=2}^{n+1} \left(1 - \frac{1}{k}\right) = \frac{1}{n+1}. \quad 4984. \prod_{k=1}^n \left(1 - \frac{1}{(k+1)^2}\right) = \frac{n+2}{2n+2}.$$

$$4985. \prod_{k=1}^n \left(1 - \frac{4}{(2k-1)^2}\right) = \frac{1+2n}{1-2n}.$$

$$4986. \prod_{k=1}^n \left(1 - \frac{2}{(k+1)(k+2)}\right) = \frac{n+3}{3(n+1)}.$$

$$4987. \sum_{k=1}^n \sin \frac{k\pi}{3} = 2 \sin \frac{n\pi}{6} \sin \frac{n+1}{6} \pi.$$

$$4988^*. \operatorname{tg} \alpha + \frac{1}{2} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} + \dots + \frac{1}{2^n} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2^n} = \frac{1}{2^n} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2^n} - 2 \operatorname{ctg} 2\alpha.$$

$$4989. \sqrt[n]{2 + \sqrt[n]{2 + \dots + \sqrt[n]{2}}} = 2 \cos \frac{\pi}{2^{n+1}}.$$

Довести тотожності методом математичної індукції
(4990–4998):

$$4990. 1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^n = \frac{1 - x^{n+1}}{1 - x}, x \neq 1.$$

$$4991. x + 2x^2 + 3x^3 + \dots + nx^n = \frac{x - (n+1)x^{n+1} + nx^{n+2}}{(1-x)^2}.$$

$$4992. \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + \left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^2 + \dots + \left(x^n - \frac{1}{x^n}\right)^2 = \\ = \frac{1}{x^2 - 1} \left(x^{2n+2} - \frac{1}{x^{2n}}\right)^2 - 2n - 1, n \in N.$$

$$4993. \frac{x+1}{2} + \frac{x+3}{4} + \frac{x+7}{8} + \dots + \frac{x+2^n-1}{2^n} = \frac{(x-1)(2^n-1)}{2^n} + n.$$

$$4994. \frac{x}{1-x^2} + \frac{x^2}{1-x^4} + \frac{x^4}{1-x^8} + \dots + \frac{x^{2^{n-1}}}{1-x^{2^n}} = \frac{1}{1-x} \cdot \frac{x-x^{2^n}}{1-x^{2^n}}.$$

$$4995. \frac{1}{1+x} + \frac{2}{1+x^2} + \frac{4}{1+x^4} + \dots + \frac{2^n}{1+x^{2^n}} = \frac{1}{x-1} + \frac{2^{n+1}}{1-x^{2^{n+1}}}.$$

$$4996. (1+x+x^2+\dots+x^n)^2 = x^{2n} + 2x^{2n-1} + 3x^{2n-2} + \dots + \\ + (n+1)x^n + nx^{n-1} + \dots + 3x^2 + 2x + 1.$$

$$4997*. (1+x+x^2+x^3+\dots+x^n)^2 - x^n = \\ = (1+x+x^2+\dots+x^{n-1})(1+x+x^2+\dots+x^{n+1}).$$

$$4998*. (x_1+x_2+\dots+x_n)^2 = x_1^2+x_2^2+\dots+x_n^2 + \\ + 2(x_1x_2+x_1x_3+\dots+x_{n-1}x_n), n \in N, n \geq 2.$$

§71. Доведення нерівностей

Довести нерівності (4999–5021):

$$4999. (1+\alpha)^n \geq 1+n\alpha, n \in N, \alpha > -1.$$

$$5000. 2^n > 2n+1, n \in N, n \geq 3. \quad 5001. 2^n > n, n \geq 2.$$

$$5002. 2^n > n^2, n \geq 5. \quad 5003. 2^n > n^3, n \geq 10.$$

$$5004. 2^{n-1}(a^n + b^n) \geq (a+b)^n, \quad a, b > 0, \quad n \in N.$$

$$5005. 2^{\frac{n(n-1)}{2}} > n!, \quad n \in N, n \geq 3.$$

$$5006*. |\sin nx| \leq n |\sin x|, \quad n \in N.$$

$$5007*. |a_1 + a_2 + \dots + a_n| \leq |a_1| + |a_2| + \dots + |a_n|, \quad n \in N, n \geq 2.$$

$$5008. \sin^{2n} \alpha + \cos^{2n} \alpha \leq 1, \quad n \in N.$$

$$5009. \frac{4^n}{n+1} < \frac{(2n)!}{(n!)^2}, \quad n \in N.$$

$$5010. \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+3} + \dots + \frac{1}{2n} > \frac{27}{48}, \quad n \in N, n \geq 2.$$

$$5011*. 1 < \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+3} + \dots + \frac{1}{3n+1} < 2, \quad n \in N.$$

$$5012*. 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} > \frac{2n}{n+1}, \quad n \in N, n \geq 2.$$

$$5013*. \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \dots \cdot \frac{2n-1}{2n} \leq \frac{1}{\sqrt{3n+1}}, \quad n \in N.$$

$$5014*. \frac{n}{2} < 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2^n - 1} \leq n, \quad n \in N.$$

$$5015*. 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2} > \frac{3n}{2n+1}, \quad n \in N, n \geq 2.$$

$$5016*. \sqrt{n} \leq 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} < 2\sqrt{n}, \quad n \in N.$$

$$5017*. \sqrt[n]{4 + \sqrt{4 + \sqrt{4 + \dots + \sqrt{4}}}} < 3.$$

$$5018*. \sqrt[n]{c + \sqrt{c + \sqrt{c + \dots + \sqrt{c}}}} < \frac{1 + \sqrt{4c+1}}{2}.$$

$$5019*. \sqrt[n]{5 + \sqrt[3]{5 + \dots + \sqrt[3]{5}}} < 2.$$

$$5020*. 1 + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \dots + \sqrt{n} < n \cdot \sqrt{\frac{1+n}{2}}, \quad n \in N, n \geq 2.$$

$$5021*. 1 + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \dots + \sqrt{n} \geq n \cdot \frac{(1 + \sqrt{n})}{2}, \quad n \in N.$$

**§72. Різні задачі, що розв'язуються
методом математичної індукції**

5022. Довести, що при будь-якому натуральному n :

- 1) $4^n + 15n - 1$ ділиться без остачі на 9;
- 2) $6^{2n} + 3^{n+2} + 3^n$ ділиться без остачі на 11;
- 3) $9^{3n+1} + 3^{3n+1} + 1$ ділиться без остачі на 13;
- 4) $2^{5n+3} + 5^n \cdot 3^{n+2}$ ділиться без остачі на 17;
- 5) $n^4 + 6n^3 + 11n^2 + 6n$ ділиться без остачі на 24;
- 6) $3^{2n+2} - 8n - 9$ ділиться без остачі на 64;
- 7) $11^{n+2} + 12^{2n+1}$ ділиться без остачі на 133;
- 8) $3^{2n+2} \cdot 5^{2n} - 3^{3n+2} \cdot 2^{2n}$ ділиться без остачі на 1053;
- 9) $n(2n^2 - 3n + 1)$ кратне 6; 10) $n^5 - n$ кратне 5, $n \geq 2$;
- 11) $n^7 - n$ кратне 7, $n \geq 2$.

5023. Довести, що сума кубів трьох послідовних натуральних чисел ділиться на 9.

5024. Числова послідовність $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, \dots$ визначається

умовами: $x_1 = 2, x_{n+1} = 3x_n + 1$. Довести, що $x_n = \frac{5 \cdot 3^{n-1} - 1}{2}$.

5025. Числова послідовність $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n, \dots$ визначається

умовами: $x_0 = a, x_1 = b, x_{n+1} = \frac{x_n + x_{n-1}}{2}$. Довести, що $x_n = \frac{a + 2b}{3} + (-1)^{n-1} \cdot \frac{b - a}{3 \cdot 2^{n-1}}$.

5026. Числова послідовність $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n, \dots$ визначається умо-

вами: $x_0 = 2, x_1 = 3, x_{n+1} = x_1 \cdot x_n - x_0 \cdot x_{n-1}$. Довести, що $x_n = 2^n + 1$.

5027. Довести справедливості формули при $n \in \mathbb{N}$:

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n} = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n}.$$

5028. Довести, що сума внутрішніх кутів опуклого n -кутника дорівнює $\pi(n-2)$.

5029. Довести, що число діагоналей опуклого n -кутника до-

рівнює $\frac{n(n-3)}{2}$.

5030. Довести, що n різних прямих, проведених на площині через одну точку, поділяють площину на $2n$ частини.

5031*. У площині проведено n прямих, з яких ніякі дві не є паралельними і ніякі три не проходять через одну точку. Довести, що ці прямі розбивають площину на $1 + \frac{n(n+1)}{2}$ частини.

5032*. Довести, що n площин, що проходять через одну точку так, що ніякі три з них не проходять через одну пряму, поділяють простір на $n(n-1)+2$ частини.

Розділ 14. ЕЛЕМЕНТИ ВЕКТОРНОЇ АЛГЕБРИ

§63. Задачі з векторної алгебри

5033. Дано вектори $\vec{a}(1; 2; -1)$, $\vec{b}(-3; 2; 0)$, $\vec{c}(0; 2; 5)$, $\vec{d}(8; 0; 0)$.
Записати розкладання цих векторів за координатними (базисними) векторами \vec{i} , \vec{j} , \vec{k} .

5034. Дано вектори $\vec{a}(1; 2; -3)$, $\vec{b}(0; 1; 3)$, $\vec{c}(-2; 3; 1)$, $\vec{d}(3; 0; -1)$.
Знайти координати векторів \vec{p} , \vec{q} , \vec{r} , \vec{s} , \vec{m} : $\vec{p} = \vec{a} + \vec{b}$,
 $\vec{q} = \vec{a} - \vec{b}$, $\vec{r} = 3\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c}$, $\vec{s} = -\vec{a} + 2\vec{c} - \vec{d}$, $\vec{m} = (2\vec{a} + 3\vec{b}) -$
 $-(\vec{a} - 2\vec{b}) + 2(\vec{a} - \vec{b})$.

5035. Знайти значення m і n , при яких вектори $\vec{a}(1; m; 3)$ і $\vec{b}(3; 6; n)$ колінеарні.

5036. Знайти координати векторів \vec{AB} , \vec{AC} , \vec{BC} , якщо $A(3; -1; 2)$,
 $B(2; -1; 4)$, $C(1; 2; 5)$.

5037. Знайти довжини векторів $\vec{a}(5; -1; 7)$, $\vec{b}(1; 1; 1)$,
 $\vec{c}(2\sqrt{3}; -6; 1)$, $\vec{d}(0; 3; 4)$.

5038. Знайти довжину вектора \vec{AB} , якщо $A(1; -2; 3)$, $B(-1; 0; 2)$.

5039. Дано вектори $\vec{a}(3; -1; 0)$, $\vec{b}(-2; 0; 1)$, $\vec{c}(-3; 1; 1)$. Знайти:

- 1) $|\vec{a}| + |\vec{b}|$; 2) $|\vec{a} + \vec{b}|$; 3) $|\vec{a}| - |\vec{b}|$; 4) $|\vec{a} - \vec{b}|$;
5) $|2\vec{c}|$; 6) $|\vec{c}|$; 7) $|2\vec{a} - 3\vec{b}|$.

5040. Дано точки $A(1; -1; 6)$ і $B(-1; 5; 0)$. Знайти відстань від початку координат $O(0; 0; 0)$ до середини відрізка AB .

5041. Дано вектори $\vec{a}(1; 2; -1)$, $\vec{b}(1; -1; 3)$, $\vec{c}(6; 0; 8)$. Обчислити \vec{ab} , \vec{ac} , \vec{aa} , $\sqrt{\vec{c}\vec{c}}$.

5042. Дано вектори $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{b} = 5\vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{c} = \vec{i} - 3\vec{k}$. Обчислити \vec{ab} , \vec{ac} , \vec{bj} , \vec{ck} .

5043. Обчислити скалярний добуток $\vec{a}\vec{c}$, якщо $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{c}| = 4$,
 $\varphi = (\vec{a} \wedge \vec{c}) = \pi/4$.

5044. Обчислити скалярний добуток векторів $\vec{a} + \vec{c}$ і $3\vec{a} - 2\vec{c}$,
якщо $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{c}| = 2$, $\varphi = (\vec{a} \wedge \vec{c}) = \pi/3$.

5045. Обчислити скалярний добуток $(2\vec{a} + 3\vec{c})(2\vec{a} - \vec{c})$, якщо
 $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{c}| = 1$, $\varphi = (\vec{a} \wedge \vec{c}) = 2\pi/3$.

5046. Визначити кут між векторами $\vec{a}(-2; 0; 2)$ і $\vec{b}(-1; 1; 0)$.

5047. Визначити кут між векторами \vec{a} і \vec{b} : $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}$,
 $\vec{b} = 4\vec{i} + 5\vec{j} - 3\vec{k}$.

5048. Знайти кут між векторами $-9\vec{a}$ і $\vec{b}/9$, якщо $\vec{a}(2; 1; -2)$,
 $\vec{b}(5; -1; 1)$.

- 5049.** Дано вектори \vec{a} і \vec{b} . Відомо, що $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$, а кут між векторами \vec{a} і \vec{b} дорівнює 60° . Знайти кут між векторами \vec{a} і $\vec{a} + \vec{b}$.
- 5050.** Знайти косинус кута між векторами $\vec{a} + \vec{b}$ і $\vec{a} - \vec{b}$, якщо $\vec{a}(1; 2; 1)$, $\vec{b}(2; -1; 0)$.
- 5051.** Знайти площу трикутника, побудованого на векторах \vec{a} і \vec{c} , якщо \vec{a} і \vec{c} утворюють кут 45° і $\vec{a}\vec{c} = 18$.
- 5052.** Знайти площу паралелограма, побудованого на векторах \vec{p} і \vec{q} , якщо вектори \vec{p} і \vec{q} утворюють кут 60° і $\vec{p}\vec{q} = 2\sqrt{3}$.
- 5053.** Вектори \vec{e}_1 і \vec{e}_2 — одиничні — кут між ними дорівнює 120° . Знайти скалярний добуток $\vec{a}\vec{b}$, якщо $\vec{a} = 3\vec{e}_1 - \vec{e}_2$, $\vec{b} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2$.
- 5054.** При якому значенні p вектори $\vec{a}(1; p; -2)$ і $\vec{b}(p; 3; -4)$ є взаємно перпендикулярними?
- 5055.** Знайти кут між векторами \vec{a} і \vec{b} , якщо $\vec{a} = \vec{p} + \vec{q}$, $\vec{b} = 2\vec{p} - \vec{q}$, $|\vec{p}| = 1$, $|\vec{q}| = 2$, $\varphi = (\vec{p} \wedge \vec{q}) = \pi/3$.
- 5056.** Вектори \vec{m} і \vec{n} утворюють кут у 120° , $|\vec{m}| = 3$, $|\vec{n}| = 5$. Знайти $|\vec{m} - \vec{n}|$.
- 5057.** При якому значенні x вектори $\vec{m} = x\vec{p} + 13\vec{q}$ і $\vec{n} = 2\vec{p} - \vec{q}$ є взаємно перпендикулярними, якщо $|\vec{p}| = 2$, $|\vec{q}| = 1$, $\varphi = (\vec{p} \wedge \vec{q}) = 2\pi/3$?
- 5058.** Який кут утворюють одиничні вектори \vec{m} і \vec{n} , якщо вектори $\vec{a} = \vec{m} + 2\vec{n}$, $\vec{b} = 5\vec{m} - 4\vec{n}$ взаємно перпендикулярні?
- 5059.** Знайти косинуси кутів, що утворюють з координатними (базисними) векторами вектор $\vec{a}(-7; 6; -6)$.
- 5060.** Обчислити кути між вектором $\vec{a}(6; -2; 3)$ і координатними (базисними) векторами $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$.
- 5061.** Знайти кути, периметр і площу трикутника з вершинами в точках $A(3; -1; 1)$, $B(1; -1; 3)$, $C(-1; 1; 3)$.
- 5062.** Дано три ненульових вектори \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , кожні два з яких не є колінеарними. Знайти їхню суму, якщо вектор $\vec{a} + \vec{b}$ колінеарний до вектора \vec{c} , а вектор $\vec{b} + \vec{c}$ колінеарний до вектора \vec{a} .
- 5063.** У трикутнику ABC медіани перетинаються в точці O . Знайти суму векторів $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}$.
- 5064.** Знайти кут між діагоналями паралелограма, побудованого на векторах $\vec{a} = 6\vec{i} - \vec{j}$ і $\vec{b} = -6\vec{j} + \vec{k}$.
- 5065.** Знайти гострий кут між діагоналями паралелограма, побудованого на векторах $\vec{a}(3; 2; 0)$ і $\vec{b}(1; -2; 2)$.

- 5066.** Визначити величину гострого кута між діагоналями паралелограма, побудованого на векторах $\vec{a} = \vec{m} + 2\vec{n}$ і $\vec{b} = 4\vec{m} + \vec{n}$, якщо $|\vec{m}| = |\vec{n}| = 1$, $\varphi = (\vec{m} \wedge \vec{n}) = 60^\circ$.
- 5067.** Обчислити довжини діагоналей паралелограма, побудованого на векторах $\vec{a} = 3\vec{p} + \vec{q}$ і $\vec{b} = \vec{p} - 5\vec{q}$, якщо $|\vec{p}| = \sqrt{2}$, $|\vec{q}| = 2$, $\varphi = (\vec{p} \wedge \vec{q}) = \pi/4$.
- 5068.** Обчислити $|\vec{a} + \vec{c}|$, $|\vec{a} - \vec{c}|$, якщо $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{c}| = 9$, $\varphi = (\vec{a} \wedge \vec{c}) = 120^\circ$.
- 5069.** У паралелограмі $ABCD$ дано його вершини: $A(1; 0; 1)$, $B(1; 2; 9)$, $C(5; 6; 11)$. Визначити координати четвертої вершини D і кут ABC .
- 5070.** Дано вектори $\vec{a}(3, -1; 4)$ і $\vec{b}(1; 2; -6)$. Знайти вектор \vec{c} , знаючи, що він перпендикулярний осі Oy і задовольняє умовам $\vec{c}\vec{a} = 31$, $\vec{c}\vec{b} = 3$.
- 5071.** Знайти скалярний добуток $\vec{a}\vec{b}$, якщо $\vec{a} = 3\vec{x} - 4\vec{y}$, $\vec{b} = \vec{x} + \vec{y}$, $\vec{x} = 2\vec{i} - \vec{j}$, $\vec{y} = -\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$.
- 5072.** Дано вершини трикутника ABC : $A(2; 1; 7)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(-8; 1; 2)$. Знайти його внутрішній кут при вершині B .
- 5073.** Дано три точки: $A(1; -2; 2)$, $B(2; 1; 0)$, $C(1; 3; -3)$. Знайти косинус кута C трикутника ABC .
- 5074.** Вектори $\vec{a} = 3\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2$ і $\vec{b} = \vec{e}_1 - 4\vec{e}_2$ перпендикулярні. Знайти кут між одиничними векторами \vec{e}_1 і \vec{e}_2 .
- 5075.** Знайти одиничний вектор, колінеарний до вектора $\vec{a}(2; -2; -1)$.
- 5076.** Знайти координати вектора \vec{b} , колінеарного до вектора $\vec{a}(-2; 3)$, якщо $|\vec{b}| = \sqrt{52}$.
- 5077.** Дано дві точки: $A(1; 0; 3)$ і $B(-1; 1; 1)$. Знайти координати одиничного вектора $\vec{e}(x; y; z)$, колінеарного до вектора \vec{AB} і однаконо з ним спрямованого.
- 5078.** Знайти координати вектора \vec{b} , що є колінеарним до вектора $\vec{a} = (2; -5)$ і задовольняє умові $\vec{a}\vec{b} = -87$.
- 5079.** Знайти координати вектора \vec{b} , що є колінеарним до вектора $\vec{a}(-3; 1; -4)$, якщо $\vec{a}\vec{b} = 78$.
- 5080.** Дано вектор $\vec{a}(1; 3; 4)$. Знайти колінеарний до нього вектор з початком у точці $A(1; 2; 8)$ і кінцем у точці B на площині xOy .
- 5081.** При яких значеннях x і y вектори $\vec{a}(x; -2; 5)$ і $\vec{b}(1; y; -4)$ є колінеарними?
- 5082*.** Дано вектори $\vec{a}(6; -8; 5\sqrt{2})$ і $\vec{b}(2; -4; \sqrt{2})$. Знайти кут, утворений вектором $\vec{a} - \vec{b}$ з віссю Oz .

- 5083.** Знайти числа α і β , якщо $\vec{c} = \alpha\vec{a} + \beta\vec{b}$, $\vec{a}(-1; -4)$, $\vec{b}(-2; -2)$, $\vec{c}(-4; 2)$.
- 5084.** При яких значеннях α і β вектор $\vec{a}(3; -1; \alpha)$ перпендикулярний вектору $\vec{b}(2; \beta; 1)$, якщо $|\vec{b}| = 3$?
- 5085*.** Знайти координати одиничного вектора, перпендикулярного векторам $\vec{a}(1; 1; 2)$ і $\vec{b}(2; 1; 1)$.
- 5086*.** Знайти координати вектора \vec{b} , що лежить у площині xOy і перпендикулярний вектору $\vec{a}(1; -2; 5)$, якщо $|\vec{b}| = 2\sqrt{5}$.
- 5087*.** У прямокутнику $ABCD$, де O — точка перетинання діагоналей, $AB = 12$, $BC = 9$. Знайти довжину вектора $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}$.
- 5088*.** Вектори $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ одиничні; \vec{a} і \vec{b} утворюють кут 60° , а вектор \vec{c} — перпендикулярний до них. Знайти довжину вектора $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.
- 5089*.** Вектори \vec{a} і \vec{b} перпендикулярні, а вектор \vec{c} утворює з кожним з них кут 60° . Знаючи, що $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$, $|\vec{c}| = 6$, обчислити скалярний добуток $(5\vec{a} - 2\vec{b}) \cdot (\vec{b} + \vec{c})$.
- 5090*.** Знайти координати одиничного вектора \vec{c} , перпендикулярного векторам \vec{a} і \vec{b} , якщо $\vec{a} = \vec{i} + \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j}$.
- 5091.** Дано координати трьох вершин прямокутника $ABCD$: $A(3; 1; 2)$, $B(0; -1; -1)$, $C(-1; -1; 0)$. Знайти координати вершини D , довжину діагоналі BD і скалярний добуток (\vec{AB}, \vec{BD}) .
- 5092.** Дано координати вершин прямокутника $ABCD$: $A(1; -1; 1)$, $B(1; 3; 1)$, $C(4; 3; 1)$, $D(4; -1; 1)$. Знайти довжину діагоналі AC і координати O — центра прямокутника.
- 5093*.** Вектори \vec{a} і \vec{b} є взаємно перпендикулярними, а вектор \vec{c} утворює з кожним з них кут 120° . Знаючи, що $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 2$, $|\vec{c}| = 3$, знайти $(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})^2$.
- 5094.** Знайти проекцію вектора $\vec{a}(4; -3; 7)$ на вектор $\vec{b}(2; 2; 1)$.
- 5095.** Знайти проекцію вектора $\vec{b} - \vec{c}$ на вектор $\vec{a} + \vec{c}$, якщо $\vec{b} - \vec{c} = (3; -2; 5)$, $\vec{a} + \vec{c} = (6; 7; 6)$.
- 5096*.** Дано вектори $\vec{a}(2; -2; 3)$, $\vec{b}(1; -4; 5)$. Обчислити проекцію вектора $3\vec{a} - \vec{b}$ на вектор $\vec{a} + \vec{b}$.
- 5097*.** Знайти проекцію вектора $\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ на вісь, що утворює з координатними осями рівні гострі кути.
- 5098*.** Знайти кут між ненульовими векторами \vec{a} і \vec{m} , якщо $\vec{m} = \vec{b}(\vec{a}, \vec{c}) - \vec{c}(\vec{a}, \vec{b})$, де (\vec{a}, \vec{c}) , (\vec{a}, \vec{b}) — скалярні добутки.
- 5099*.** Знайти координати вектора \vec{a} , перпендикулярного векторам $\vec{i} - 2\vec{j}$ і $2\vec{j} - \vec{k}$, якщо $|\vec{a}| = 6$.

- 5100*.** Знайти кут між векторами \vec{a} і \vec{b} , якщо $|\vec{a}| = 4|\vec{b}|$ і вектор $\vec{a} - 2\vec{b}$ перпендикулярний вектору $\vec{a} + 5\vec{b}$.
- 5101*.** Для векторів $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ вірна рівність $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$. Обчислити $\vec{a}\vec{b} + \vec{b}\vec{c} + \vec{c}\vec{a}$, якщо $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 5$, $|\vec{c}| = 9$.
- 5102.** У прямокутному рівнобедреному трикутнику проведені медіани з вершин гострих кутів. Знайти величину гострого кута між ними.
- 5103.** У правильному трикутнику ABC $\vec{AB} = \vec{c}$, $\vec{BC} = \vec{a}$, $\vec{CA} = \vec{b}$. Обчислити $\vec{a}\vec{b} + \vec{b}\vec{c} + \vec{c}\vec{a}$, якщо довжини сторін трикутника дорівнюють одиниці.
- 5104.** Вектори $\vec{AB} = -3\vec{i} + 4\vec{k}$ і $\vec{AC} = 5\vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k}$ є сторонами трикутника ABC . Знайти довжину медіани AM і кут між векторами \vec{AB} і \vec{AM} .
- 5105.** У трапеції $ABCD$ $\angle A = 90^\circ$, бічна сторона BC утворює з більшою основою AB кут 60° , $BC = DC = 2\sqrt{3}$. Знайти довжину вектора $3\vec{BC} - \vec{BA}$.
- 5106*.** Знайти координату x точки M , що лежить на осі Ox і однаконо віддалена від точок $A(2; 5; 9)$ і $B(-1; 9; 5)$.
- 5107*.** На прямій $2x - 3y + 27 = 0$ знайти точку A , рівновіддалену від точок $B(-1; -2)$ і $C(6; 5)$.
- 5108*.** На осі ординат знайти точку C , рівновіддалену від точок $A(-2; 1; 5)$ і $B(3; 2; -4)$.
- 5109*.** На осі абсцис знайти точку D , рівновіддалену від точок $A(2; 6; -1)$ і $B(-4; 1; 3)$.
- 5110*.** Знайти кут між векторами \vec{a} і \vec{b} , якщо $(\vec{a} - 2\vec{b})^2 + (3\vec{a} - \vec{b})^2 = 110$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 4$.
- 5111.** У трикутнику ABC $AB = c$, $BC = a$, $CA = b$. Виразити скалярний добуток (\vec{CA}, \vec{CB}) через сторони трикутника.
- 5112.** У трикутнику ABC з вершинами $A(0; 2; -3)$, $B(1; 4; -2)$, $C(3; 2; 4)$ обчислити довжину медіани AM .
- 5113.** Дано вершини трикутника: $A(4; 1; -3)$, $B(6; 5; -1)$, $C(2; 2; -1)$. Знайти величину зовнішнього кута при вершині C .
- 5114*.** Вектор \vec{c} , перпендикулярний до векторів $\vec{a}(4; 1; -3)$ і $\vec{b}(-3; -1; 1)$, утворює з віссю ординат гострий кут. Знайти його координати, якщо $|\vec{c}| = \sqrt{30}$.
- 5115*.** Вектор \vec{c} , перпендикулярний до векторів $\vec{a}(1; 2; 3)$ і $\vec{b}(3; -2; 1)$, утворює з віссю Oz тупий кут. Знайти його координати, якщо $|\vec{c}| = \sqrt{15}$.

- 5116.** Написати рівняння кіл з центром на початку координат і радіусами $r_1 = 1$; $r_2 = 0,5$; $r_3 = \sqrt{3}$; $r_4 = R$.
- 5117.** Написати рівняння кола радіуса r з центром у точці A , якщо: 1) $A(0; 0)$, $r = 5$; 2) $A(1; 3)$, $r = 2$; 3) $A(-1; -3)$, $r = 4$; 4) $A(-2; 5)$, $r = 7$.
- 5118.** Написати рівняння кола з центром на початку координат, що проходить через точку $B(3; 4)$.
- 5119.** Написати рівняння кола з центром у точці $A(1; -3)$, що проходить через точку $B(2; 3)$.
- 5120.** Знайти координати центра і радіус кола, заданого рівнянням:
 1) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$; 2) $(x - 3)^2 + (y + 5)^2 = 1$;
 3) $(x + 1)^2 + (y + 3)^2 = 10$; 4) $x^2 - 4x + y^2 - 2y - 11 = 0$;
 5) $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 6 = 0$.
- 5121*.** Написати рівняння кола, що проходить через точки $M(-1; 4)$ і $N(5; 6)$, якщо центр його лежить на прямій $y = x - 1$.
- 5122*.** Вектор \vec{a} , що є колінеарним до вектора $\vec{b} = (-1; 2; -2)$, утворює з віссю Oz гострий кут. Знаючи, що $|\vec{a}| = 129$, знайти його координати.
- 5123*.** Знайти вектор \vec{c} , знаючи, що він перпендикулярний векторам $\vec{a}(2; 3; -1)$, $\vec{b}(1; -2; 3)$ і задовольняє умові $\vec{c}(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}) = -6$.
- 5124*.** Два вектори $\vec{a}(-7; 6; -6)$ і $\vec{b}(2; -1; 2)$ прикладені до однієї точки. Визначити координати вектора \vec{c} , спрямованого по бісектрисі кута між \vec{a} і \vec{b} , якщо $|\vec{c}| = 2\sqrt{66}$.
- 5125*.** Знайти координати одиничного вектора, що лежить на бісектрисі кута, утвореного векторами $\vec{a}(-2; 3; 6)$ і $\vec{b}(6; -7; -6)$.
- 5126*.** Знайти координати одиничного вектора \vec{a} , що є перпендикулярним до вектора $\vec{b} = (-1; 2; 2)$ і утворює рівні кути з векторами \vec{i} і \vec{j} .
- 5127*.** Вектор \vec{a} , у якого перша координата додатна і вдвічі більше від другої, утворює з координатним вектором \vec{k} кут 120° . Знайти його координати, якщо $|\vec{a}| = 2\sqrt{3}$.
- 5128*.** У рівнобедреному трикутнику медіани, проведені до бічних сторін, є взаємно перпендикулярними. Знайти величину кута при вершині трикутника.
- 5129.** Знайти кут між діагоналлю куба і його ребром.

Розділ 15. ГЕОМЕТРІЯ

§74. Задачі з планіметрії

- 5130.** Відрізок, довжина якого дорівнює c , поділено довільною точкою на два відрізки. Знайти відстань між серединами цих відрізків.
- 5131.** Відрізок, довжина якого дорівнює c , поділено на три нерівних відрізки. Відстань між серединами крайніх відрізків дорівнює a . Знайти довжину середнього відрізка.
- 5132.** Через вершину кута, рівного 50° , проведено прямі, перпендикулярні його сторонам. Знайти тупий кут між перпендикулярами.
- 5133.** Різниця двох кутів, одержаних при перетинанні двох прямих, дорівнює 40° . Знайти менший з цих кутів.
- 5134.** Сума трьох кутів, одержаних при перетинанні двох прямих, дорівнює 260° . Знайти більший з цих кутів.
- 5135.** Знайти суміжні кути, якщо один з них на 20° більше від іншого.
- 5136.** Один із суміжних кутів у 5 разів менше від іншого. Знайти менший кут.
- 5137.** Два суміжних кути відносяться як 2:7. Знайти більший кут.
- 5138.** Один з двох внутрішніх однобічних кутів при паралельних прямих і січній на 30° більше іншого. Знайти менший з цих кутів.
- 5139.** Один з двох внутрішніх однобічних кутів при паралельних прямих і січній у 8 разів менше іншого. Знайти більший з цих кутів.
- 5140.** Сума двох внутрішніх перехресних кутів при двох паралельних прямих і січній дорівнює 140° . Знайти ці кути.
- 5141.** У рівнобедреному трикутнику основа в два рази менше бічної сторони, а периметр дорівнює 20. Знайти сторони трикутника.
- 5142.** У рівнобедреному трикутнику периметр дорівнює 18 см, а основа менше бічної сторони на 3 см. Знайти сторони трикутника.
- 5143.** Знайти кути трикутника ABC , якщо $\angle A : \angle B : \angle C = 2 : 3 : 7$.
- 5144.** Сторони трикутника дорівнюють 4; 6; 8. Знайти сторони трикутника, вершинами якого є середини сторін даного трикутника.

- 5145.** Периметр трикутника дорівнює P . Середини його сторін з'єднані відрізками. Знайти периметр отриманого трикутника.
- 5146.** Середня лінія рівнобедреного трикутника, паралельна основі, дорівнює 1. Знайти сторони трикутника, якщо його периметр дорівнює 18.
- 5147.** Один з кутів паралелограма дорівнює 50° . Знайти інші кути.
- 5148.** Знайти кути паралелограма, знаючи, що один з них більше іншого на 10° .
- 5149.** У паралелограмі $ABCD$ кут A в 3 рази менше кута B . Визначити всі кути паралелограма.
- 5150.** Скільки сторін має опуклий багатокутник, кожний кут якого дорівнює: а) 120° ; б) 140° ?
- 5151.** Знайти кути опуклого чотирикутника, якщо вони відносяться як 1:2:3:4.
- 5152.** Периметр паралелограма дорівнює P . Одна з його сторін дорівнює a . Знайти всі сторони паралелограма.
- 5153.** Одна із сторін паралелограма на 10 см більше іншої. Периметр паралелограма дорівнює 80 см. Знайти сторони паралелограма.
- 5154.** Периметр прямокутника дорівнює 32 см. Знайти суму відстаней від точки K , узятої всередині прямокутника, до всіх його сторін.
- 5155.** У прямокутнику точка перетину діагоналей відстоїть від меншої сторони на 6 см далі, ніж від більшої сторони. Периметр прямокутника дорівнює 80 см. Знайти сторони прямокутника.
- 5156.** У ромбі одна з діагоналей дорівнює стороні. Знайти менший кут ромба.
- 5157.** Кути, утворені діагоналями ромба з однією з його сторін, відносяться як 2:3. Знайти кути ромба.
- 5158.** У квадраті зі стороною, що дорівнює a , знайти відстань від точки перетину діагоналей до однієї із сторін.
- 5159.** Один з кутів рівнобедреної трапеції дорівнює 80° . Знайти інші кути.
- 5160.** Менша основа трапеції дорівнює 8, середня лінія дорівнює 20. Знайти довжину більшої основи.
- 5161.** Одна з основ трапеції в два рази більше іншої. Знайти основи трапеції, якщо середня лінія дорівнює 15.

- 5162.** Середня лінія трапеції дорівнює 10, а одна з основ більше іншої на 8. Знайти основи трапеції.
- 5163.** Основи трапеції відносяться як 2:5, а середня лінія дорівнює 14. Знайти основи.
- 5164.** Катети прямокутного трикутника дорівнюють 6 і 8. Знайти гіпотенузу.
- 5165.** Гіпотенуза прямокутного трикутника дорівнює 5, а один з катетів дорівнює 3. Знайти інший катет.
- 5166.** Катети прямокутного трикутника дорівнюють $2\sqrt{3}$ і $\sqrt{13}$. Знайти гіпотенузу.
- 5167.** Гіпотенуза прямокутного трикутника дорівнює $\sqrt{34}$, а один з катетів дорівнює 5. Знайти другий катет.
- 5168.** Один з катетів прямокутного трикутника дорівнює 5 см, а гіпотенуза більше другого катета на 1 см. Знайти гіпотенузу.
- 5169.** Гіпотенуза прямокутного трикутника дорівнює 39, а його катети відносяться як 5:12. Знайти менший катет трикутника.
- 5170.** Катет прямокутного трикутника менше гіпотенузи на 10 см і більше другого катета на 10 см. Знайти довжину цього катета.
- 5171.** Катет прямокутного трикутника менше гіпотенузи на 8, а другий катет дорівнює 20. Знайти довжину гіпотенузи.
- 5172.** Знайти катет прямокутного трикутника, протилежний куту в 60° , якщо його гіпотенуза дорівнює c .
- 5173.** Похила довжиною 13 см має проекцію 12 см. Знайти довжину перпендикуляра.
- 5174.** Знайти катети прямокутного трикутника, якщо їх проекції на гіпотенузу дорівнюють $9/5$ і $16/5$.
- 5175.** Діагональ квадрата дорівнює d . Знайти його сторону.
- 5176.** Знайти більший катет прямокутного трикутника, у якого гіпотенуза дорівнює $6\sqrt{3}$, а один з кутів 30° .
- 5177.** У рівнобедреному трикутнику бічна сторона дорівнює 5 см, а основа дорівнює 6 см. Знайти висоту, опущену на основу.
- 5178.** Гіпотенуза прямокутного трикутника дорівнює 10 см, а катети відносяться як 3:4. Знайти катети.
- 5179.** У рівнобедреному прямокутному трикутнику з катетами, що дорівнюють $4\sqrt{2}$, знайти висоту, опущену з вершини прямого кута.

- 5180.** У рівнобедреному трикутнику бічна сторона дорівнює a , а основа дорівнює b . Знайти висоту, опущену на основу.
- 5181.** Знайти висоту правильного трикутника, сторона якого дорівнює a .
- 5182.** За відомими катетами a і b прямокутного трикутника знайти висоту, проведену до гіпотенузи.
- 5183.** У прямокутному трикутнику гіпотенуза дорівнює c , а один з гострих кутів — α . Знайти другий гострий кут і катети.
- 5184.** У прямокутному трикутнику катет дорівнює a , протилежний до нього кут дорівнює α . Знайти другий гострий кут, протилежний до нього катет і гіпотенузу.
- 5185.** Основа рівнобедреного прямокутного трикутника дорівнює c . Знайти бічну сторону.
- 5186.** Діагональ прямокутника в два рази більше однієї з його сторін. Знайти кути між діагоналями.
- 5187.** Сторона ромба — $6\sqrt{3}$, а гострий кут — 60° . Знайти довжину більшої діагоналі.
- 5188.** Знайти сторону ромба, якщо відомо, що його діагоналі дорівнюють 6 і 8.
- 5189.** Визначити периметр рівнобедреної трапеції, якщо її середня лінія дорівнює 25, а бічна сторона дорівнює 15.
- 5190.** У рівнобедреній трапеції основи дорівнюють 10 і 24, бічна сторона дорівнює 25. Знайти висоту трапеції.
- 5191.** У рівнобедреній трапеції бічна сторона дорівнює 10, висота $5\sqrt{3}$, а середня лінія 25. Знайти основи.
- 5192.** Бічні сторони і менша основа прямокутної трапеції відповідно дорівнюють 5; 13; 13. Знайти більшу основу.
- 5193.** Діагоналі ромба дорівнюють a і $a\sqrt{3}$. Знайти його кути.
- 5194.** Сторони трикутника відносяться як 2:3:4. Знайти сторони подібного йому трикутника, якщо більша сторона подібного трикутника дорівнює 20.
- 5195.** Сторони трикутника відносяться як 2:4:5. Знайти сторони подібного йому трикутника, якщо периметр подібного трикутника дорівнює 33.
- 5196.** Відрізок BD є бісектрисою трикутника ABC . Знайти AB , якщо $BC = 30$, $AD = 15$, $DC = 10$.
- 5197.** Відрізок AD є бісектрисою трикутника ABC . Знайти BD і DC , якщо $AB = 4$, $BC = 5$, $AC = 6$.

- 5198.** Відрізок BD — бісектриса кута B у трикутнику ABC . Потрібно визначити: а) відрізки AD і DC , якщо $AB = 10$, $BC = 15$, $AC = 20$; б) сторону BC , якщо $AD:DC = 8:5$, $AB = 16$; в) сторону AB , якщо $AB:BC = 2:7$, $DC - AD = 1$.
- 5199.** Катети прямокутного трикутника відносяться як $3:4$, а гіпотенуза дорівнює 50 . Знайти відрізки, на які гіпотенуза поділяється висотою, проведеною з вершини прямого кута.
- 5200.** Катети відносяться як $3:2$, а висота поділяє гіпотенузу на відрізки, один із яких на 2 см більше іншого. Знайти гіпотенузу.
- 5201.** Катети відносяться як $3:7$. Висота, опущена на гіпотенузу, дорівнює 42 . Знайти відрізки гіпотенузи.
- 5202.** У рівнобедреному трикутнику ABC $AC = b$, $BA = BC = a$. AN і CM — бісектриси кутів A і C . Знайти довжину MN .
- 5203.** У трикутнику ABC BD — висота, AE — бісектриса кута A , EF — перпендикуляр на AC . Визначити EF , якщо $BD = 30$, $AB:AC = 7:8$.
- 5204.** У трапеції $ABCD$ сторони BC і AD паралельні, O — точка перетину діагоналей, $BO:OD = 0,3:(2/3)$, середня лінія трапеції дорівнює 29 см. Визначити основи і відношення $AO:OC$.
- 5205.** Знайти периметр паралелограма, якщо бісектриса одного з його кутів поділяє сторону паралелограма на відрізки 6 см і 12 см.
- 5206.** Знайти площу квадрата, якщо його сторона дорівнює: а) 3 ; б) $1,1$; в) $2/3$; г) $2\sqrt{3}$; д) c .
- 5207.** Знайти сторону квадрата, якщо його площа дорівнює S .
- 5208.** Знайти площу квадрата, якщо його діагональ дорівнює d .
- 5209.** У скільки разів збільшиться площа квадрата, якщо кожную його сторону збільшити в 7 разів?
- 5210.** У скільки разів потрібно зменшити сторони квадрата, щоб його площа зменшилася в 16 разів?
- 5211.** Середини сторін квадрата з'єднані відрізками прямих. Знайти відношення площі фігури, утвореної цими відрізками, до площі квадрата.
- 5212.** Нехай a і b — суміжні сторони прямокутника, а S — його площа. Знайти:
а) S , якщо $a = 3$ см, $b = 4$ см; б) S , якщо $a = 3\sqrt{5}$ см, $b = 6$ см;
в) a , якщо $b = 9$ см, $S = 72$ см²; г) b , якщо $a = \sqrt{6}$ см, $S = 4\sqrt{3}$ см².

- 5213.** Знайти сторони прямокутника, якщо вони відносяться як 2:3, а його площа дорівнює 54 см^2 .
- 5214.** Знайти сторону квадрата, площа якого дорівнює площі прямокутника зі сторонами a і b .
- 5215.** Знайти сторони прямокутника, якщо: а) його площа дорівнює 150 см^2 , а одна сторона в 1,5 рази більше іншої; б) його площа дорівнює 10 см^2 , а периметр 14 см .
- 5216.** Знайти площу прямокутника, якщо відомо, що його діагональ дорівнює d , а одна із сторін дорівнює a .
- 5217.** Знайти площу прямокутного трикутника, у якого гіпотенуза дорівнює 10 см , а один з катетів 8 см .
- 5218.** Знайти площу рівнобедреного прямокутного трикутника за його гіпотенузою, що дорівнює $6\sqrt{2}$.
- 5219.** У рівнобедреному трикутнику бічна сторона 5 см , а основа 6 см . Знайти площу трикутника.
- 5220.** Знайти площу трикутника, якщо його сторони дорівнюють 10 ; 10 ; 12 .
- 5221.** Площа трикутника дорівнює 20 см^2 . Знайти площу трикутника, отриманого при з'єднанні середин даного трикутника.
- 5222.** Периметр прямокутного трикутника дорівнює 24 см , а сума квадратів його сторін 200 см^2 . Знайти площу трикутника.
- 5223.** Середня лінія рівнобедреного трикутника, проведена через середини бічних сторін, дорівнює 3 см . Знайти площу трикутника, якщо його периметр дорівнює 16 см .
- 5224.** Знайти площу рівнобічного трикутника за його стороною, що дорівнює a .
- 5225.** Знайти площу рівнобічного трикутника за його висотою, що дорівнює h .
- 5226.** Площа правильного трикутника $S = 24$. Знайти площу трикутника, вершинами якого є центр даного трикутника і середини двох його сторін.
- 5227.** Знайти площу рівнобедреного прямокутного трикутника, гіпотенуза якого дорівнює c .
- 5228.** Нехай a — основа, h — висота, S — площа паралелограма. Знайти:
- а) S , якщо $a = 11$, $h = 7$; б) a , якщо $h = \sqrt{2}$, $S = 6$;
в) a , якщо $h = 2a$, $S = 50$.

- 5229.** Суміжні сторони паралелограма дорівнюють 6 і 7, а його гострий кут дорівнює 30° . Знайти його площу.
- 5230.** Діагональ паралелограма, що дорівнює d , перпендикулярна до сторони паралелограма, що дорівнює a . Знайти площу паралелограма.
- 5231.** У паралелограмі $ABCD$ $AB = AD = BD = a$. Знайти площу паралелограма.
- 5232.** Діагоналі паралелограма дорівнюють $2\sqrt{3}$ і 60, а кут між ними дорівнює 60° . Знайти його площу.
- 5233.** Периметр паралелограма дорівнює 30. Знайти площу паралелограма, якщо його сторони відносяться як 2:3, а гострий кут дорівнює 30° .
- 5234.** Площа паралелограма дорівнює 120, а його висоти — 8 і 12. Знайти периметр паралелограма.
- 5235.** Висоти паралелограма дорівнюють 5 і 3, а периметр дорівнює 32. Знайти площу паралелограма.
- 5236.** Знайти гіпотенузу рівнобедреного прямокутного трикутника, площа якого — S .
- 5237.** Сторона ромба дорівнює a , а один з кутів дорівнює α . Знайти площу ромба.
- 5238.** Знайти сторону і площу ромба, якщо його діагоналі дорівнюють 10 і 24.
- 5239.** Знайти площу ромба, якщо його висота дорівнює 8, а гострий кут 30° .
- 5240.** Гострий кут ромба $\alpha = 60^\circ$, а його площа $S = 18\sqrt{3}$. Знайти сторону ромба.
- 5241.** Знайти площу ромба, якщо його периметр дорівнює 40, а діагоналі відносяться як 3:4.
- 5242.** Знайти площу рівнобедреного трикутника, основа якого — a , а бічна сторона b .
- 5243.** Знайти площу трапеції, знаючи, що основи дорівнюють 3 і 5, а висота дорівнює 2.
- 5244.** Площа трапеції дорівнює 15, висота дорівнює 3. Знайти суму довжин основ трапеції.
- 5245.** Знайти висоту трапеції, якщо її основи дорівнюють 3 і 7, а площа 25.
- 5246.** У рівнобедреній трапеції основи — 4 см і 20 см, а діагональ — 13 см. Знайти площу трапеції.

- 5247.** Діагоналі трапеції є взаємно перпендикулярними, а їхні довжини дорівнюють 7 і 8. Знайти площу трапеції.
- 5248*.** Знайти площу рівнобедреної трапеції, у якої висота дорівнює h , а діагоналі є взаємно перпендикулярними.
- 5249*.** У рівнобедреній трапеції середня лінія дорівнює m , а діагоналі перетинаються під прямим кутом. Знайти площу трапеції.
- 5250.** Периметр правильного шестикутника дорівнює $54\sqrt{3}$. Знайти його площу.
- 5251.** Знайти площу правильного шестикутника, сторона якого дорівнює a .
- 5252.** Периметри двох подібних багатокутників відносяться як 3:5. Площа більшого багатокутника дорівнює 40. Знайти площу меншого багатокутника.
- 5253.** Основа рівнобедреного трикутника $a = 32$, а медіана, проведена до бічної сторони, $m = 30$. Знайти площу трикутника.
- 5254.** Середини двох суміжних сторін і вершина ромба що їм не належить, з'єднані один з одним відрізками прямих. Знайти площу трикутника, що вийшов, якщо сторона ромба дорівнює a , а гострий кут $\alpha = 60^\circ$.
- 5255*.** Знайти площу трикутника, якщо довжини двох його сторін відповідно дорівнюють $\sqrt{3}$ см і $3\sqrt{5}$ см, а довжина медіани третьої сторони дорівнює $2\sqrt{3}$ см.
- 5256.** У паралелограмі $ABCD$ $AB = AD = BD$, висота дорівнює h . Знайти площу паралелограма.
- 5257.** Катети прямокутного трикутника дорівнюють 6 і 8. Знайти відстань від середини гіпотенузи до більшої середньої лінії.
- 5258.** Катети прямокутного трикутника дорівнюють 5 і 12. Знайти довжину медіани, проведеної до гіпотенузи.
- 5259.** З точки, що відстоїть від центра кола на відстані 5 см, проведена дотична до нього довжиною 3 см. Знайти радіус кола.
- 5260.** Радіус одного з двох кіл, що дотикаються зовнішнім чином, дорівнює 1, а довжина їх загальної дотичної дорівнює 4. Знайти радіус другого кола.
- 5261.** Два кола радіусів $r = 1$ і $R = 4$ дотикаються один одного зовнішнім чином. Проведено дві спільні зовнішні дотичні. Знайти відстань між точками дотику більшого кола.

- 5262.** Точки A і B поділяють коло на дві дуги, менша з яких дорівнює 160° , а велика точкою K поділяється у відношенні $7:3$, рахуючи від точки A . Знайти кут BAK .
- 5263.** Радіус кола дорівнює 25 см, дві паралельні хорди мають довжини 14 см і 40 см. Визначити відстань між ними.
- 5264.** Відстані від одного кінця діаметра до кінців паралельної до нього хорди дорівнюють 13 і 84 . Знайти радіус кола.
- 5265.** Хорди AB і CD перетинаються у точці E . Знайти ED , якщо: а) $AE = 8$, $BE = 4$, $CE = 2$; б) $AE = 16$, $BE = 4$, $CE = ED$.
- 5266.** Хорда кола перетинає діаметр під кутом 30° і поділяє його на частини довжиною 11 і 55 . Знайти відстань від центра кола до хорди.
- 5267.** Хорда, перпендикулярна діаметру кола, поділяє цей діаметр на частини з довжинами 8 см і 18 см. Знайти довжину хорди.
- 5268.** Через точку A проведено дотичну AB (B — точка дотику) і січну, що перетинає коло у точках C і D . Знайти CD , якщо: а) $AB = 6$, $AC = 4$; б) $AB = 4$, $AD = 16$.
- 5269.** До кола радіуса 36 см проведено дотичну з точки, що відстоїть від центра на 85 см. Визначити довжину дотичної.
- 5270.** MA і MC — дві січні в одному колі (точки A , B , C , D лежать на колі). Визначити CD , якщо $MB = 10$, $MD = 15$, $CD = MA$.
- 5271.** З двох перетинних хорд одна поділилася на частини у 8 см і 27 см, а друга — у відношенні $2:3$. Визначити довжину другої хорди.
- 5272.** Виразити сторону квадрата: а) через радіус вписаного кола; б) через радіус описаного кола.
- 5273.** Сторона квадрата дорівнює a . Знайти радіуси вписаного й описаного кіл.
- 5274.** Сторони прямокутника дорівнюють a і b . Знайти радіус описаного кола.
- 5275.** Виразити сторону, периметр і площу правильного трикутника: а) через радіус r вписаного кола; б) через радіус R описаного кола.
- 5276.** У правильному трикутнику зі стороною a знайти радіуси вписаного й описаного кіл.
- 5277.** Знайти площу правильного трикутника, якщо радіус описаного кола дорівнює 2 .

- 5278.** Знайти площу правильного трикутника, якщо радіус вписаного кола дорівнює $\sqrt{3}$.
- 5279.** Знайти діаметр кола, описаного біля правильного трикутника зі стороною, що дорівнює $5\sqrt{3}$.
- 5280.** Знайти діаметр кола, вписаного в правильний трикутник зі стороною, що дорівнює $9\sqrt{3}$.
- 5281.** У правильному шестикутнику зі стороною a знайти радіуси вписаного й описаного кіл.
- 5282.** Знайти відношення площ двох правильних шестикутників — вписаного в коло й описаного біля нього.
- 5283.** Сторона правильного вписаного в коло трикутника дорівнює a . Знайти сторону квадрата, вписаного в це коло.
- 5284.** Катети прямокутного трикутника дорівнюють a і b . Знайти радіуси описаного й вписаного кіл.
- 5285.** У рівнобедреному трикутнику з основою a і бічною стороною b знайти радіуси вписаного й описаного кіл.
- 5286.** Сторона правильного многокутника дорівнює a , а радіус описаного кола R . Знайти радіус вписаного кола.
- 5287.** Сторона правильного многокутника дорівнює a , а радіус вписаного кола r . Знайти радіус описаного кола.
- 5288.** У рівнобедреному трикутнику основа дорівнює 48, бічна сторона 30. Знайти радіус описаного кола.
- 5289.** У рівнобедреному трикутнику основа дорівнює 8, бічна сторона дорівнює 5. Знайти радіус вписаного кола.
- 5290.** Для трикутника зі сторонами 5; 6; 9 знайти радіуси вписаного й описаного кіл.
- 5291.** Катети прямокутного трикутника дорівнюють 5 і 12. Знайти радіуси вписаного й описаного кіл.
- 5292.** Катети рівнобедреного прямокутного трикутника дорівнюють $10\sqrt{2}$. Знайти радіуси вписаного й описаного кіл.
- 5293.** У прямокутний трикутник вписано коло. Точка дотику кола і гіпотенузи поділяє гіпотенузу на відрізки, що дорівнюють 5 см і 12 см. Знайти радіус кола.
- 5294.** Знайти діаметр кола, вписаного в прямокутний трикутник, гіпотенуза якого дорівнює c , а сума катетів дорівнює n .
- 5295.** Гіпотенуза прямокутного трикутника $c = 9$, а радіус вписаного кола $r = 1$. Знайти його периметр.
- 5296.** Знайти площу прямокутного трикутника, якщо один з його катетів $a = 15$ см, а радіус вписаного кола $r = 3$ см.

- 5297.** У рівнобедреному трикутнику бічна сторона дорівнює 5, а косинус кута при основі дорівнює 0,6. Знайти радіус вписаного кола.
- 5298.** Радіуси вписаного й описаного кіл прямокутного трикутника дорівнюють відповідно 2 і 5. Знайти менший катет трикутника.
- 5299.** Площа квадрата, вписаного в коло, дорівнює 4 см^2 . Знайти площу квадрата, описаного біля цього кола.
- 5300*.** Знайти синус більшого гострого кута прямокутного трикутника, якщо радіус описаного кола в 2,5 рази більше радіуса вписаного.
- 5301.** Катети прямокутного трикутника $a = 6$ і $b = 8$. Знайти різницю діаметрів кіл, описаного біля трикутника і вписаного в трикутник.
- 5302.** Знайти менший кут трикутника, якщо радіус описаного кола $R = 10$, а відстань від його центра до меншої сторони трикутника дорівнює $5\sqrt{3}$.
- 5303.** Знайти довжину сторони квадрата, вписаного в коло, якщо відомо, що хорда довжиною 2 см цього кола віддалена від його центра на 3 см.
- 5304.** Сторона ромба дорівнює a , гострий кут дорівнює α . Знайти радіус вписаного кола.
- 5305.** Гострий кут ромба дорівнює 30° , радіус вписаного кола дорівнює 5. Знайти площу ромба.
- 5306.** Сторона ромба дорівнює 4, радіус вписаного кола дорівнює 1. Знайти площу ромба.
- 5307.** Сторона ромба дорівнює 8. Радіус кола, вписаного в цей ромб, дорівнює 2. Знайти величину гострого кута ромба.
- 5308.** Рівнобедрена трапеція описана біля кола. Бічна сторона трапеції поділяється точкою дотику на відрізки довжиною 12 см і 48 см. Знайти площу трапеції.
- 5309.** Знайти радіус кола, вписаного в прямокутну трапецію з основами a і b .
- 5310.** Знайти радіус кола, вписаного в рівнобедрену трапецію з основами a і b .
- 5311.** Площа рівнобедреної трапеції, описаної біля кола, дорівнює 162. Знайти довжину бічної сторони трапеції, якщо гострий кут при основі дорівнює 30° .
- 5312.** Сума двох протилежних сторін описаного чотирикутника дорівнює a . Знайти периметр цього чотирикутника.

- 5313.** Сума двох протилежних сторін описаного чотирикутника дорівнює 10, а радіус вписаного кола дорівнює 5. Знайти площу чотирикутника.
- 5314.** Сума двох протилежних сторін описаного чотирикутника дорівнює 12, а його площа 48. Знайти радіус вписаного кола.
- 5315.** Знайти довжину кола, якщо його радіус дорівнює: а) 5; б) $\sqrt{3}$; в) $1/\pi$.
- 5316.** Як зміниться довжина кола, якщо радіус кола: а) зменшити в k разів; б) збільшити в k разів?
- 5317.** Як зміниться площа круга, якщо його радіус: а) збільшити в k разів; б) зменшити в k разів?
- 5318.** Знайти площу круга, якщо довжина його кола дорівнює s .
- 5319.** Знайти довжину кола, описаного біля:
- а) квадрата зі стороною a ;
 - б) прямокутника зі сторонами a і b ;
 - в) правильного трикутника зі стороною a ;
 - г) прямокутного трикутника з катетами a і b ;
 - д) прямокутного трикутника з катетом a і протилежним кутом α ;
 - е) рівнобедреного трикутника з основою a і висотою h , проведеною до основи;
 - ж) рівнобедреного трикутника з основою a і бічною стороною b ;
 - з) прямокутника з меншою стороною a і гострим кутом α між діагоналями.
- 5320.** Знайти довжину кола, вписаного:
- а) у квадрат зі стороною a ;
 - б) у рівнобічний трикутник зі стороною a ;
 - в) у рівнобедрений прямокутний трикутник з гіпотенузою c ;
 - г) у прямокутний трикутник з гіпотенузою c і гострим кутом α ;
 - д) у прямокутний трикутник з катетом a і прилеглим до нього гострим кутом α ;
 - е) у рівнобедрений трикутник з бічною стороною a і кутом α , протилежним основі;
 - ж) у рівнобедрений трикутник з кутом α при основі і висотою h , опущеною на основу;
 - з) у рівнобедрену трапецію з більшою основою a і гострим кутом α .
- 5321.** Площа квадрата, вписаного в коло, дорівнює $50/\pi$. Знайти площу круга.

- 5322.** Знайти відношення площі круга, описаного біля квадрата, до площі круга, вписаного в нього.
- 5323.** Знайти відношення площі круга, вписаного в правильний трикутник, до площі круга, описаного біля нього.
- 5324.** Знайти відношення площі круга до площі вписаного в нього: а) квадрата; б) правильного трикутника; в) правильного шестикутника.
- 5325.** Знайти відношення площі круга до площі описаного навколо нього: а) квадрата; б) правильного трикутника; в) правильного шестикутника.
- 5326.** З круга радіуса R вирізано квадрат, вписаний в коло, що обмежує даний круг. Знайти площу частини круга, що залишився.
- 5327.** За даним радіусом R визначити довжину дуги, що містить: а) 30° ; б) 45° ; в) 150° ; г) 300° .
- 5328.** За даною хордою a визначити довжину її дуги, якщо вона містить: а) 60° ; б) 90° ; в) 120° .
- 5329.** За даною довжиною дуги l визначити її хорду, якщо дуга містить: а) 60° ; б) 90° ; в) 120° .
- 5330.** Знайти площу сектора круга радіуса R , якщо відповідний цьому сектору центральний кут дорівнює: а) 30° ; б) 60° ; в) 90° ; г) 120° ; д) 180° ; е) $5\pi/6$; ж) 1.
- 5331.** У круговому секторі радіус дорівнює 4, а довжина дуги дорівнює 7. Знайти площу сектора.
- 5332.** Дано коло радіуса R . Знайти площу сектора, яка відповідає дузі з довжиною, що дорівнює: а) l ; б) R .
- 5333.** Площа сектора з центральним кутом 36° дорівнює S . Знайти радіус сектора.
- 5334.** У круговому сегменті хорда дорівнює a , а висота h . Знайти радіус круга.
- 5335.** Визначити площу кругового сегмента, якщо радіус дорівнює R , а дуга містить а) 30° ; б) 60° ; в) 90° .
- 5336.** Визначити площу кругового сегмента, якщо хорда дорівнює a , а дуга містить: а) 60° ; б) 90° ; в) 120° .
- 5337.** Знайти площу кругового сегмента з основою $a\sqrt{3}$ і висотою $a/2$.
- 5338.** Довести, що площа будь-якого опуклого чотирикутника дорівнює половині добутку його діагоналей на синус кута між ними.

- 5339.** Довести, що в прямокутному трикутнику сума катетів дорівнює сумі діаметрів вписаного й описаного кіл.
- 5340.** Довести, що в описаній рівнобедреній трапеції діаметр кола є середнім пропорційним між її основами.
- 5341.** Довести, що сторони трикутника є обернено пропорційними до його висот.
- 5342.** Довести, що площа описаного багатокутника дорівнює добутку його напівпериметра на радіус вписаного кола.
- 5343.** Сторони трикутника a, b, c . Знайти висоту трикутника, опущену на сторону a .
- 5344.** У трикутнику ABC відомі сторона a і прилеглі до неї кути α і β . Знайти площу цього трикутника.
- 5345.** У рівнобедреному трикутнику ABC $AB = BC$. Висота BD дорівнює 3,5 см, $AC:AB = 48:25$. Знайти площу трикутника ABC .
- 5346.** Усередині прямокутного трикутника ABC (кут B — прямий) взято точку D так, що площі трикутників ABD і BDC відповідно в три і чотири рази менші за площу трикутника ABC . Довжини відрізків AD і DC дорівнюють m і n відповідно. Знайти довжину відрізка BD .
- 5347.** Більша основа трапеції дорівнює 24. Знайти меншу основу, якщо відстань між серединами її діагоналей дорівнює 4.
- 5348.** У трикутник ABC вписано ромб $ABEF$ так, що вершини D, E і F лежать відповідно на сторонах AB, BC і AC . Визначити сторону ромба, якщо $AB = 10, BC = 20$ і $AC = 15$.
- 5349*.** Дві сторони трикутника дорівнюють відповідно $2\sqrt{22}$ і $6\sqrt{2}$. Медіани, проведені до цих сторін, є взаємно перпендикулярними. Знайти третю сторону трикутника.
- 5350.** Проекції катетів на гіпотенузу прямокутного трикутника мають довжини a і b . Знайти площу трикутника.
- 5351*.** Діагоналі рівнобедреної трапеції перетинаються під прямим кутом, а довжини її основ дорівнюють a і b . Знайти висоту трапеції.
- 5352.** Коло дотикається до більшого катета прямокутного трикутника, проходить через вершину протилежного гострого кута і має центр на гіпотенузі. Знайти його радіус, якщо катети дорівнюють 3 і 4.
- 5353*.** У трикутнику ABC кут A вдвічі більший за кут B , $AB = c, AC = b$. Знайти сторону BC .

- 5354.** Визначити відношення площ правильних трикутника, квадрата і шестикутника, периметри яких рівні.
- 5355*.** Знайти катети прямокутних трикутників, які потрібно відрізати від квадрата зі стороною a , щоб утворився правильний восьмикутник.
- 5356.** У рівнобедреній трапеції верхня основа a дорівнює бічній стороні, а гострий кут дорівнює α . Знайти площу трапеції.
- 5357*.** Основи трапеції дорівнюють a і b . Точки P і Q лежать на бічних сторонах так, що пряма PQ паралельна основам і поділяє трапецію на дві рівновеликі частини. Знайти довжину відрізка PQ .
- 5358.** Бічна сторона і менша основа трапеції дорівнюють радіусу описаного біля неї кола. Знайти висоту трапеції, якщо її середня лінія $c = 6\sqrt{3}$.
- 5359.** У коло радіуса 3 вписано рівнобедрену трапецію з кутом при основі 45° і висотою $\sqrt{2}$. Знайти площу трапеції.
- 5360.** Знайти діаметр круга, у якого при збільшенні радіуса на $2(\sqrt{2} - 1)$ площа збільшується в 2 рази.
- 5361*.** Знайти площу трапеції, у якій паралельні сторони дорівнюють 10 см і 15 см, а непаралельні дорівнюють 7 см і 4 см.
- 5362*.** Обчислити площу трапеції за її основами a і b і бічними сторонами c і d .
- 5363.** Обчислити площу рівнобедреної трапеції, описаної біля кола радіуса r , якщо відомо, що її бічна сторона дорівнює c .
- 5364.** Основа трикутника дорівнює a . Знайти довжину прямої, що паралельна основі і поділяє площу трикутника навпіл.
- 5365.** Знайти сторону ромба, якщо його площа дорівнює Q , а відношення діагоналей дорівнює $m:n$.
- 5366.** Основи трапеції дорівнюють a і b ($a > b$). Знайти довжину відрізка прямої, що з'єднує середини її діагоналей.
- 5367.** Знайти площу рівнобедреної трапеції, знаючи довжину її діагоналі d і величину кута α між цією діагоналлю і більшою основою.
- 5368.** У трапеції довжини основ дорівнюють 5 і 15, а довжини діагоналей дорівнюють 12 і 16. Знайти площу трапеції.
- 5369.** Довжини сторін трикутника дорівнюють 11; 12; 13. Знайти довжину медіани, проведеної до більшої сторони.
- 5370*.** За трьома сторонами a , b , c трикутника ABC обчислити його медіани m_a , m_b , m_c .

- 5371***. За трьома медіанами m_a, m_b, m_c трикутника ABC обчислити його сторони.
- 5372***. За трьома сторонами a, b, c трикутника ABC знайти його бісектриси l_a, l_b, l_c (l_a, l_b, l_c — бісектриси кутів A, B, C відповідно).
- 5373***. У гострокутному трикутнику ABC $AB = c, AC = b, BC = a$. Висота BD і медіана AM перетинаються у точці O . Знайти відношення площ $\frac{S_{BOM}}{S_{ABC}}$.
- 5374***. У трикутнику ABC , площа якого дорівнює S , проведена медіана BM і бісектриса CL , що перетинаються у точці O . Знайти площу чотирикутника $AMOL$, якщо $BC = a, AC = b$.
- 5375***. У трикутнику ABC основами бісектрис є точки D, E, F . Знайти відношення площ $\frac{S_{DEF}}{S_{ABC}}$, якщо $AB = c, AC = b, BC = a$.
- 5376***. Знайти кути трикутника, у якому висота, бісектриса і медіана, проведені з однієї вершини, поділяють кут на чотири рівних кута.
- 5377***. Відрізки, що з'єднують основи висот гострокутного трикутника ABC , дорівнюють 5, 12, 13. Знайти площу трикутника ABC .
- 5378***. Площа круга, описаного біля рівнобедреного трикутника, у 9 разів більше площі круга, вписаного в цей трикутник. Знайти кути трикутника.
- 5379***. У трикутник ABC , площа якого дорівнює 1, на медіані BK узятю точку M таку, що $MK = 1/4 BK$. Пряма AM перетинає сторону BC у точці L . Знайти площу трикутника ALC .
- 5380***. У рівнобедреному трикутнику синус кута при основі в три рази більше косинуса кута при вершині. Знайти синус кута при основі.
- 5381***. У прямокутному трикутнику знайти кут між медіаною і бісектрисою, проведеними з вершини гострого кута, що дорівнює α .
- 5382***. У прямокутному трикутнику гострий кут дорівнює α . Знайти відношення радіусів вписаного й описаного кіл.
- 5383***. Довжини медіан прямокутного трикутника, проведених до катетів, відносяться як $m:n$. Знайти кути трикутника.
- 5384***. Катети прямокутного трикутника дорівнюють a і b . Знайти довжину бісектриси прямого кута.

- 5385***. Дві сторони трикутника дорівнюють a і b , а кут між ними дорівнює α . Знайти довжину бісектриси цього кута трикутника.
- 5386***. У трикутнику ABC проведені висоти AD і CE . Знайти AC , якщо $BC = a$, $AB = b$, $DE:AC = k$.
- 5387***. Дано трикутник зі сторонами a , b , c . У нього вписано півколо, діаметр якого лежить на стороні c . Знайти радіус півкола.
- 5388***. За трьома висотами h_a , h_b , h_c трикутника ABC знайти радіус вписаного кола.
- 5389***. За трьома медіанами m_a , m_b , m_c трикутника ABC знайти його площу.
- 5390***. За трьома висотами h_a , h_b , h_c трикутника ABC знайти його площу.
- 5391**. Обчислити площу трикутника за двома сторонами a і b і бісектрисою l кута між ними.
- 5392***. У коло радіуса R вписані шість рівних кіл радіуса r так, що кожне дотикається до двох сусідніх і даного кола. Знайти радіус R .
- 5393***. Основи трапеції дорівнюють a і b . Через точку перетину діагоналей трапеції паралельно основам проведено пряму, що перетинає бічні сторони в точках M і N . Знайти довжину відрізка MN .
- 5394***. Діагоналі розбивають трапецію на чотири трикутники. Знайти площу трапеції, якщо площі трикутників, що прилягають до основ, дорівнюють S_1 і S_2 .
- 5395***. Діаметр кола радіуса R є основою правильного трикутника. Знайти площу тієї частини трикутника, що лежить поза даним колом.
- 5396***. Визначити кути прямокутного трикутника, знаючи, що радіус описаного біля нього круга відноситься до радіуса вписаного круга як 5:2.
- 5397***. Біля даного квадрата зі стороною a описано круг, і в один з отриманих сегментів вписано квадрат. Визначити сторону вписаного квадрата.
- 5398***. У трикутнику ABC кут B прямий, медіани AD і BE є взаємно перпендикулярними. Знайти величину кута C .
- 5399***. Біля круга радіуса R описано трапецію з кутами α і β при більшій основі. Знайти площу трапеції.

- 5400*.** У круг радіуса R вписано трапецію. Більша основа трапеції утворює з бічною стороною кут α , а з діагоналлю — кут β . Знайти площу трапеції.
- 5401*.** Діагональ трапеції, вписаної в круг радіуса R , утворює з її бічними сторонами кути α і 2α . Визначити площу трапеції.
- 5402.** Коло, вписане в трапецію $ABCD$, дотикається бічної сторони AB у точці K . Знайти площу трапеції, якщо $AK = m$, $KB = n$, а довжина меншої основи BC дорівнює a .
- 5403*.** У рівнобедреному трикутнику з основою a і кутом при вершині α знайти довжину бісектриси, проведеної до бічної сторони.
- 5404.** У рівнобедреному трикутнику з основою a і кутом при основі α знайти довжину медіани, проведеної до бічної сторони.
- 5405*.** Основи рівнобедреної трапеції дорівнюють a і b ($a > b$), а кут при більшій основі дорівнює α . Знайти радіус кола, описаного біля трапеції.
- 5406*.** Знайти відношення радіуса описаного біля рівнобедреної трапеції кола до радіуса вписаного в неї кола, якщо кут при основі трапеції дорівнює α .
- 5407*.** У рівнобедреному трикутнику, кут при вершині якого дорівнює α , знайти відношення радіусів вписаного й описаного кіл.
- 5408*.** Знайти площу паралелограма за діагоналями m і n ($m > n$) і гострим кутом α .
- 5409*.** У трикутнику знайти відношення суми квадратів медіан до суми квадратів його сторін.
- 5410*.** У прямокутному трикутнику добуток висот у два рази менше добутку сторін. Знайти кути трикутника.
- 5411*.** Периметр ромба дорівнює $2p$, а сума його діагоналей дорівнює s . Знайти площу ромба.
- 5412*.** У рівнобедрену трапецію, основи якої a і b ($a > b$), можна вписати коло. Знайти відстань між центрами вписаного і описаного біля цієї трапеції кіл.
- 5413*.** Два круга радіусів r_1 і r_2 дотикаються в точці C . До них проведена спільна дотична AB , де A і B — точки дотикання. Знайти довжини сторін трикутника ABC .
- 5414*.** У паралелограмі зі сторонами a і b і кутом α проведені бісектриси чотирьох кутів. Знайти площу чотирикутника, обмеженого бісектрисами.

5415*. Правильний трикутник розбито на три частини однакового периметра прямими, перпендикулярними до однієї з його сторін. Знайти відношення площ цих частин.

5416*. З вершини B трикутника ABC проведені висота, медіана і бісектриса. Знайти $\angle B$, якщо бісектриса утворює з висотою і медіаною відповідно кути α і β ($\alpha \neq 0, \beta \neq 0$).

5417*. Кути трикутника дорівнюють α і β ($\alpha < \beta$). Знайти кут між медіаною і висотою, проведеними з вершини третього кута.

5418*. Кути трикутника дорівнюють α і β ($\alpha > \beta$). Знайти кут між медіаною і бісектрисою, проведеними з вершини третього кута.

5419*. Центри чотирьох кругів радіуса a лежать у вершинах квадрата зі стороною a . Знайти площу загальної частини цих кругів.

5420*. У прямокутному трикутнику ABC з вершини прямого кута C опущено висоту CD . Відомо, що радіуси кіл, вписаних в трикутники ACD і BCD , дорівнюють r_1 і r_2 . Знайти радіус кола, вписаного в трикутник ABC .

5421*. Знайти площу ромба $ABCD$, якщо радіуси кіл, описаних біля трикутників ABC і ABD , дорівнюють R і r .

§75. Задачі з стереометрії

5422. З деякої точки простору проведені до даної площини P перпендикуляр, рівний 12 см, і похила, рівна 13 см. Знайти проекцію похилої на площину P .

5423. З деякої точки проведені до даної площини перпендикуляр, рівний h , і похила; кут між ними дорівнює 45° . Знайти довжину похилої.

5424. Точка O — центр квадрата зі стороною a ; OA — відрізок, перпендикулярний до площини квадрата і рівний b . Знайти відстань від точки A до вершин квадрата.

5425. Похила дорівнює a . Знайти проекцію цієї похилої на площину, якщо похила утворює з площиною проекції кут, рівний: а) 30° ; б) 45° ; в) 60° .

5426. У трикутнику ABC дано: $AC = 6$, $BC = 8$, $\angle C = 90^\circ$, CM — медіана. Через вершину C проведено пряму CD , перпендикулярну до площини трикутника ABC , причому $CD = 12$. Знайти DM .

- 5427.** З деякої точки проведені до даної площини перпендикуляр і похила, кут між якими дорівнює α . Знайти:
- а) похилу і її проекцію на дану площину, якщо перпендикуляр дорівнює h ;
 - б) перпендикуляр і проекцію похилої, якщо похила дорівнює l .
- 5428.** З точки A до площини P проведено похилі $AB = 20$ см і $AC = 34$ см. Знаючи, що проекції цих похилих на площину відносяться як 2:5, знайти відстань від точки A до площини P .
- 5429.** Різниця довжин двох похилих, проведених з даної точки M до площини, дорівнює 6 см, а їх проекції на цю площину відповідно дорівнюють 27 см і 15 см. Знайти відстань від точки M до площини.
- 5430.** З точки, що відстоїть від площини на a , проведено дві похилі під кутом в 30° до площини, причому їх проекції утворюють між собою кут в 120° . Знайти відстань між кінцями похилих.
- 5431.** З точки, що відстоїть від площини на 8 см, проведено дві похилі, що утворюють з площиною кути 30° і 45° , а між собою — прямий кут. Знайти відстань між кінцями похилих.
- 5432.** З центра круга, вписаного в трикутник, проведено перпендикуляр до його площини. Знайти відстань від кінця цього перпендикуляра до сторін трикутника, якщо довжина перпендикуляра дорівнює l , а радіус кола дорівнює r .
- 5433.** Відстані від точки D до вершин квадрата дорівнюють b . Знайти відстань від точки D до площини квадрата, якщо сторона квадрата дорівнює a .
- 5434.** Відстані від точки K до всіх сторін квадрата дорівнюють c . Знайти відстань від точки K до площини квадрата, якщо діагональ квадрата дорівнює d .
- 5435.** З даної точки до площини проведено дві рівні похилі довжиною l . Знайти відстань від точки до площини, якщо похилі утворюють кут α , а їх проекції перпендикулярні.
- 5436.** Точка D знаходиться на відстані a від вершин правильного трикутника зі стороною a . Знайти відстань від точки D до площини трикутника.
- 5437.** Відстань від точки D до кожної з вершин правильного трикутника ABC дорівнює 4. Знайти відстань від точки D до площини трикутника ABC , якщо сторона трикутника ABC дорівнює 6.
- 5438.** Сторона правильного трикутника дорівнює a . Знайти відстань до площини трикутника від точки, що знаходиться на відстані b від кожної з його вершин.

- 5439.** Точка відстоїть від усіх вершин прямокутного трикутника на 6,5 см. Знайти відстань від цієї точки до площини трикутника, якщо його катети дорівнюють 3 см і 4 см.
- 5440.** У прямокутному трикутнику ABC кут A дорівнює 30° , а гіпотенуза дорівнює 8 см. З вершини A проведено перпендикуляр AD до площини трикутника довжиною 1 см. Знайти відстань від точки D до протилежного перпендикуляру катета.
- 5441.** Катети прямокутного трикутника дорівнюють 6 см і 8 см. Точка M відстоїть від кожної із сторін трикутника на 2,5 см. Знайти відстань від точки M до площини трикутника.
- 5442.** Дано рівнобедрений трикутник ABC з основою $AC = 18$ і бічною стороною, що дорівнює 15. Від центру O вписаного кола проведено до площини цього трикутника перпендикуляр $OD = 6$. Знайти відстань від точки D до сторін трикутника.
- 5443.** З вершини A прямокутника $ABCD$ проведено перпендикуляр AK до площини прямокутника. Знаючи, що $KB = 15$ см, $KC = 24$ см, $KD = 20$ см, знайти довжину AK .
- 5444.** Основи рівнобедреної трапеції відповідно дорівнюють 4 см і 9 см. Поза площиною трапеції на відстані 5 см від кожної її сторони взято точку K . Знайти відстань від точки K до площини трапеції.
- 5445.** Дано рівнобедрений трикутник з основою a і бічною стороною b . З центра вписаного в трикутник круга проведено перпендикуляр до площини трикутника довжиною h . Знайти відстань від кінця цього перпендикуляра до сторін трикутника.
- 5446.** З вершини прямого кута C трикутника ABC проведено перпендикуляр CK до площини трикутника. Знайти відстань від точки K до гіпотенузи трикутника, якщо $AB = a$, $BC = b$, $CK = c$.
- 5447.** Через вершину B ромба $ABCD$ проведено пряму BK , перпендикулярну до його площини. Знайти відстань від точки K до прямих, на яких лежать сторони ромба, якщо $AB = 25$, $BK = 12,5$, $\angle BAD = 60^\circ$.
- 5448.** Діагоналі ромба дорівнюють 60 см і 80 см. На перпендикулярі до площини ромба, проведеному через точку перетинання його діагоналей, взято точку, віддалену від площини ромба на 45 см. Знайти відстань від цієї точки до сторін ромба.
- 5449.** Сторона ромба $ABCD$ $a = 10$, $\angle BAD = 30^\circ$. Через вершину A до площини ромба проведено перпендикуляр AM довжиною $10\sqrt{2}$. Знайти відстань від точки M до прямої, на якій лежить сторона BC .

- 5450.** Усередині двогранного кута, що дорівнює 30° , взято точку, віддалену від граней на 2 см і $3\sqrt{3}$ см. Знайти відстань від цієї точки до ребра двогранного кута.
- 5451.** Гіпотенуза прямокутного рівнобедреного трикутника лежить в площині P , а катет нахилено до цієї площини під кутом 30° . Знайти кут між площиною P і площиною трикутника.
- 5452.** Ребро куба дорівнює a . Знайти діагональ куба.
- 5453.** Поверхня куба дорівнює 54 см^2 . Знайти його ребро.
- 5454.** Діагональ куба дорівнює 7. Знайти його повну поверхню.
- 5455.** Площа повної поверхні куба дорівнює 150. Знайти його об'єм.
- 5456.** Знайти повну поверхню куба:
а) за його діагоналлю d ;
б) за відомою площею S його діагонального перерізу.
- 5457.** Ребро куба дорівнює a . Знайти відстань від вершини куба до його діагоналі.
- 5458.** У кубі з ребром a проведено площину, що проходить через середини двох суміжних сторін верхньої основи і через центр нижньої. Знайти периметр перерізу.
- 5459.** Знайти кут між діагоналлю куба і площиною однієї з його граней.
- 5460.** Знайти діагональ прямокутного паралелепіпеда, якщо його виміри дорівнюють 1; 3; 4.
- 5461.** Знайти площу діагонального перерізу прямокутного паралелепіпеда, висота якого дорівнює 8, а сторони основи дорівнюють 3 і 4.
- 5462.** В основі прямокутного паралелепіпеда лежить квадрат із стороною, що дорівнює 2. Діагональ паралелепіпеда дорівнює 3. Знайти його об'єм.
- 5463.** Знайти об'єм прямокутного паралелепіпеда, у якого сторони основи 1 і 2, а діагональ $\sqrt{14}$.
- 5464.** Знайти об'єм прямокутного паралелепіпеда, в основі якого лежить прямокутник зі сторонами a і b , а площа діагонального перерізу дорівнює S .
- 5465.** Знайти об'єм прямокутного паралелепіпеда, якщо сторони основи дорівнюють 5 і 12, а його діагональ нахилена до площини основи під кутом 45° .
- 5466.** Знайти діагональ прямокутного паралелепіпеда, сторони основи якого дорівнюють 6 і 8, якщо вона утворює з площиною основи кут 60° .

- 5467.** У прямому паралелепіпеді сторони основи дорівнюють 3 см і 6 см і утворюють кут 30° , а висота дорівнює 10 см. Знайти об'єм паралелепіпеда.
- 5468.** Знайти діагоналі прямого паралелепіпеда, всі ребра якого дорівнюють a , а гострі кути основи — 60° .
- 5469.** У прямому паралелепіпеді сторони основи дорівнюють 6 см і 8 см і утворюють кут 30° . Повна поверхня паралелепіпеда дорівнює 188 см^2 . Знайти його об'єм.
- 5470.** Основою прямого паралелепіпеда є ромб з діагоналями 10 см і 24 см, а висота паралелепіпеда дорівнює 10 см. Знайти велику діагональ паралелепіпеда.
- 5471.** Основою прямого паралелепіпеда є ромб з діагоналями 6 см і 8 см; діагональ бічної грані дорівнює 13 см. Знайти повну поверхню паралелепіпеда.
- 5472.** Сторони основи прямого паралелепіпеда дорівнюють 21 см і 22 см, а бічне ребро дорівнює 20 см. Знаючи, що діагоналі паралелепіпеда відносяться як $5:9$, обчислити площі діагональних перерізів.
- 5473.** Основою прямого паралелепіпеда є ромб, площі діагональних перерізів дорівнюють P і Q . Знайти бічну поверхню паралелепіпеда.
- 5474.** У прямому паралелепіпеді сторони основи дорівнюють $2\sqrt{2}$ і 5. Вони утворюють кут в 45° . Менша діагональ паралелепіпеда дорівнює 7. Знайти повну поверхню паралелепіпеда.
- 5475.** Основою прямого паралелепіпеда є ромб, діагоналі якого відносяться як 5:2. Знаючи, що діагоналі паралелепіпеда дорівнюють 17 см і 10 см, знайти об'єм паралелепіпеда.
- 5476.** У прямому паралелепіпеді сторони основи a і b утворюють кут в 30° . Бічна поверхня дорівнює S . Знайти об'єм паралелепіпеда.
- 5477.** Основою прямого паралелепіпеда є ромб, площа якого дорівнює Q . Площі діагональних перерізів дорівнюють S_1 і S_2 . Знайти об'єм паралелепіпеда.
- 5478.** Бічна поверхня правильної чотирикутної призми дорівнює 32 см^2 , а повна поверхня дорівнює 40 см^2 . Знайти висоту призми.
- 5479.** Усі ребра прямої трикутної призми мають довжину $2\sqrt{3}$. Знайти об'єм призми.
- 5480.** У прямої трикутної призми сторони основи дорівнюють 3 см, 4 см і 5 см, а висота призми дорівнює 6 см. Знайти повну поверхню призми.

- 5481.** У правильній чотирикутній призмі площа бічної грані дорівнює S . Знайти площу діагонального перерізу.
- 5482.** Діагоналі правильної шестикутної призми дорівнюють 15 і 17. Знайти бічну поверхню призми.
- 5483.** Основою призми є правильний шестикутник зі стороною a . Знайти площі діагональних перерізів призми.
- 5484.** Площа бічної грані правильної шестикутної призми дорівнює S . Знайти площі її діагональних перерізів.
- 5485.** Основою прямої призми є рівнобедрена трапеція, кожна з бічних сторін якої дорівнює 13, а основи дорівнюють 11 і 21. Площа її діагонального перерізу дорівнює 180. Знайти повну поверхню призми.
- 5486.** Знайти об'єм трикутної призми, відсіченої від куба $ABCD$ площиною $A_1B_1C_1D_1$, що проходить через сторону куба AB і середину сторони CC_1 . Сторона куба $a = \sqrt[3]{16}$.
- 5487.** За стороною основи a і бічним ребром b знайти повну поверхню правильної призми: а) трикутної; б) чотирикутної; в) шестикутної.
- 5488.** За стороною основи a і бічним ребром b знайти об'єм правильної призми: а) трикутної; б) чотирикутної; в) шестикутної.
- 5489.** Кожне ребро правильної трикутної призми дорівнює 6. Знайти площу перерізу призми площиною, яка проходить через сторону нижньої основи і середину бічного ребра, що не проходить через дану сторону.
- 5490.** Діагональ l правильної чотирикутної призми нахилена до бічної грані під кутом 30° . Знайти площу бічної поверхні і об'єм призми.
- 5491*.** Діагональ бічної грані правильної трикутної призми утворює з іншою бічною гранню кут 30° . Знайти висоту призми, якщо сторона основи дорівнює $3\sqrt{2}$.
- 5492.** За стороною основи a і бічним ребром b правильної трикутної призми визначити площу перерізу, проведеного через бічне ребро і вісь призми.
- 5493.** Кожне ребро правильної трикутної призми дорівнює a . Через сторону основи і середину осі проведено площину. Знайти площу перерізу.
- 5494*.** Основою похилого паралелепіпеда є прямокутник із сторонами 4 і 6. Бічне ребро дорівнює 2 і утворює із суміжними сторонами основи кути в 60° . Знайти об'єм паралелепіпеда.

- 5495***. Основа похилої призми — правильний трикутник із стороною a . Одна з бічних граней перпендикулярна основі і являє собою ромб, у якого менша діагональ дорівнює c . Знайти об'єм призми.
- 5496**. За даною стороною основи a і бічним ребром b знайти висоту правильної піраміди: а) трикутної; б) чотирикутної; в) шестикутної.
- 5497**. За даною стороною основи a і висотою h знайти бічне ребро правильної піраміди: а) трикутної; б) чотирикутної; в) шестикутної.
- 5498**. За даною стороною основи a і висотою h знайти апофему правильної піраміди: а) трикутної; б) чотирикутної; в) шестикутної.
- 5499**. За даною стороною основи a і висотою h знайти повну поверхню правильної піраміди: а) трикутної; б) чотирикутної; в) шестикутної.
- 5500**. За даною стороною основи a і бічним ребром b знайти об'єм правильної піраміди: а) трикутної; б) чотирикутної; в) шестикутної.
- 5501**. Сторона основи правильної чотирикутної піраміди $a = 23$ і дорівнює апофемі. Знайти площу повної поверхні піраміди.
- 5502**. За даною стороною основи $a = 9$ і бічним ребром $b = 6$ знайти висоту правильної трикутної піраміди.
- 5503**. Сторона основи правильної трикутної піраміди дорівнює 4, а її висота дорівнює $6\sqrt{3}$. Знайти об'єм піраміди.
- 5504**. Площа основи і площа діагонального перерізу правильної чотирикутної піраміди дорівнюють Q . Знайти бічну поверхню піраміди.
- 5505**. Об'єм правильної чотирикутної піраміди дорівнює 12 см^3 , сторона основи дорівнює 2 см. Знайти висоту піраміди.
- 5506**. Висота правильної чотирикутної піраміди дорівнює 24, а сторона основи дорівнює 14. Знайти висоту бічної грані.
- 5507**. Висота правильної чотирикутної піраміди дорівнює h , апофема нахилена до площини основи під кутом 60° . Знайти бічне ребро.
- 5508**. У правильній трикутній піраміді бічне ребро дорівнює b і утворює з основою піраміди кут 30° . Знайти сторону основи.
- 5509**. Об'єм правильної шестикутної піраміди дорівнює 6 см^3 , сторона основи дорівнює 1 см. Знайти бічне ребро.
- 5510**. У правильній шестикутній піраміді висота дорівнює h , а сторона основи a . Знайти площі діагональних перерізів.

- 5511.** Сторона основи правильної шестикутної піраміди дорівнює a , двогранний кут при основі дорівнює 45° . Знайти об'єм піраміди.
- 5512.** Сторона основи правильної шестикутної піраміди дорівнює $2\sqrt{3}$, а бічне ребро утворює кут 45° з площиною основи. Знайти об'єм піраміди.
- 5513.** Знайти повну поверхню правильної шестикутної піраміди з бічним ребром m і радіусом r вписаного в основу кола.
- 5514.** Основою піраміди є квадрат, а її висота проходить через одну з вершин основи. Знайти бічну поверхню піраміди, якщо сторона її основи дорівнює 20, а висота дорівнює 21.
- 5515.** Основа піраміди — прямокутник зі сторонами 6 і 8. Кожне бічне ребро дорівнює 13. Знайти висоту піраміди.
- 5516.** За стороною основи a знайти бічну поверхню правильної чотирикутної піраміди, у якої діагональний переріз рівновеликий основі.
- 5517.** Площа основи правильної чотирикутної піраміди дорівнює площі перерізу, що проходить через висоту і діагональ основи. Знайти об'єм піраміди, якщо її висота $H = \sqrt[3]{12}$.
- 5518.** За ребром a правильного тетраедра знайти його об'єм.
- 5519.** Бічні ребра трикутної піраміди взаємно перпендикулярні, кожне з них дорівнює b . Знайти її об'єм.
- 5520.** Знайти об'єм правильної трикутної піраміди, у якої сторона основи дорівнює a , а бічні ребра взаємно перпендикулярні.
- 5521.** Знайти об'єм правильного тетраедра, якщо радіус кола, описаного біля його грані, дорівнює R .
- 5522.** Бічне ребро правильної трикутної піраміди $l = 10$, сторона основи $a = 12$. Знайти відстань від центра основи піраміди до середини апофеми.
- 5523.** Висота і сторона основи правильної трикутної піраміди дорівнюють 34. Знайти відстань від центра основи піраміди до бічного ребра.
- 5524.** Основа піраміди — рівнобедрений трикутник зі сторонами 6; 6; 8. Всі бічні ребра дорівнюють 9. Знайти об'єм піраміди.
- 5525.** Основа піраміди — рівнобедрений трикутник, основа якого дорівнює a , а висота h . Кожне бічне ребро піраміди дорівнює l . Знайти об'єм піраміди.

- 5526.** Сторони основи трикутної піраміди дорівнюють 6; 10; 14. Кожний двогранний кут при основі дорівнює 30° . Знайти бічну поверхню піраміди.
- 5527.** В основі піраміди лежить квадрат із стороною 12 см, а дві бічні грані її перпендикулярні площині основи. Знайти повну поверхню піраміди, якщо її висота дорівнює 5 см.
- 5528.** Основа піраміди — прямокутник, велика сторона якого дорівнює a . Дві бічні грані піраміди перпендикулярні площині основи, а дві інші нахилені до неї відповідно під кутами 30° і 45° . Знайти довжину більшого бічного ребра.
- 5529.** Основою піраміди є прямокутник з меншою стороною a . Знайти об'єм піраміди, якщо дві бічні грані піраміди перпендикулярні основі, а дві інші нахилені до неї під кутами 30° і 60° .
- 5530.** Основа піраміди — квадрат. Одне з бічних ребер перпендикулярне площині основи, а більше бічне ребро дорівнює 12 см. Знаючи, що дві бічні грані утворюють з площиною основи кути в 45° , визначити висоту піраміди.
- 5531.** У піраміді проведено переріз паралельно основі через середину висоти. Площа основи дорівнює S . Знайти площу перерізу.
- 5532.** У правильній трикутній піраміді з висотою h через сторону a основи проведено площину, що перетинає протилежне бічне ребро під прямим кутом. Знайти площу перерізу.
- 5533.** У правильній чотирикутній піраміді проведено площину через діагональ основи паралельно бічному ребру. Сторона основи дорівнює a , а бічне ребро дорівнює b . Знайти площу отриманого перерізу.
- 5534.** Основа піраміди — ромб з діагоналями 6 і 8. Висота піраміди проходить через точку перерізу діагоналей ромба і дорівнює 1. Знайти бічну поверхню піраміди.
- 5535.** Знайти відношення об'єму куба до об'єму правильного тетраедра, ребро якого дорівнює діагоналі куба.
- 5536.** Знайти площу бічної поверхні правильної чотирикутної піраміди, якщо її висота дорівнює h , а двогранний кут при основі дорівнює 60° .
- 5537.** Центр верхньої основи правильної чотирикутної призми і середини сторін нижньої основи служать вершинами вписаної в призму піраміди, об'єм якої дорівнює V . Знайти об'єм призми.

- 5538***. На якій відстані від вершини піраміди з висотою H треба провести переріз паралельно основі, щоб площа перерізу дорівнювала половині площі основи?
- 5539**. Основою піраміди є паралелограм, у якого сторони дорівнюють 5 і 4, а одна з діагоналей дорівнює 3. Висота піраміди проходить через точку перетину діагоналей основи і дорівнює 2. Знайти повну поверхню піраміди.
- 5540***. Основою піраміди є рівнобічний трикутник із стороною a . Одна з бічних граней — також рівнобічний трикутник і є перпендикулярною до площини основи. Знайти бічну поверхню піраміди.
- 5541***. Основою похилої призми є правильний трикутник, сторона якого дорівнює a . Довжина бічного ребра дорівнює b , а одне з бічних ребер утворює з прилеглими сторонами основи кут в 45° . Визначити бічну поверхню призми.
- 5542***. Бічні грані трикутної піраміди є взаємно перпендикулярними, а їхні площі дорівнюють m^2 , n^2 , p^2 . Знайти об'єм піраміди.
- 5543***. Центр верхньої основи куба з'єднаний із серединами сторін нижньої основи. Знайти бічну поверхню отриманої піраміди, якщо довжина ребра куба дорівнює a .
- 5544***. Основою призми є правильний трикутник із стороною, що дорівнює 4. Одна з бічних граней, перпендикулярна площі основи, — ромб, довжина діагоналі якого дорівнює 6. Знайти об'єм призми.
- 5545**. Висота правильної чотирикутної зрізаної піраміди дорівнює 7. Сторони основ дорівнюють 2 і 10. Знайти бічне ребро піраміди.
- 5546**. Визначити висоту правильних зрізаних пірамід: а) трикутної; б) чотирикутної; в) шестикутної, якщо відомі бічне ребро c і сторони a і b відповідно нижньої і верхньої основи.
- 5547**. У правильній чотирикутній зрізаній піраміді сторона більшої основи дорівнює a , а сторона меншої дорівнює b . Бічне ребро утворює з основою кут 45° . Знайти бічне ребро піраміди.
- 5548**. Сторони основи правильної трикутної зрізаної піраміди дорівнюють 2 і 6. Бічна грань утворює з більшою основою кут 60° . Знайти висоту піраміди.
- 5549**. У правильній чотирикутній зрізаній піраміді площі основ дорівнюють Q і q , а бічна поверхня дорівнює S . Знайти площу діагонального перерізу.

- 5550.** У правильній трикутній зрізаній піраміді двогранний кут при основі дорівнює 60° , сторона цієї основи дорівнює a , повна поверхня піраміди дорівнює S . Визначити сторону другої основи.
- 5551.** Радіус основи циліндра дорівнює 4 см, висота 6 см. Знайти діагональ осьового перерізу.
- 5552.** Осьовий переріз циліндра — квадрат, площа якого Q . Знайти площу основи циліндра.
- 5553.** Площа осьового перерізу циліндра дорівнює 20, а площа основи дорівнює 4π . Знайти висоту циліндра.
- 5554.** Висота циліндра дорівнює 8, радіус основи дорівнює 5. Циліндр перетинається площиною паралельно осі так, що в перерізі вийшов квадрат. Знайти відстань цього перерізу від осі.
- 5555.** Радіус основи циліндра дорівнює 2 м, діагональ осьового перерізу дорівнює 5 м. Знайти висоту циліндра.
- 5556.** Висота циліндра дорівнює 6 м, радіус основи дорівнює 5 м. Знайти площу перерізу, проведеного паралельно осі циліндра на відстані 4 м від неї.
- 5557.** Діаметр основи циліндра дорівнює 1, висота циліндра дорівнює довжині кола основи. Знайти площу бічної поверхні циліндра.
- 5558.** Осьовий переріз циліндра — квадрат, площа якого 100. Знайти площу основи циліндра.
- 5559.** Висота рівнобічного циліндра (в осьовому перерізі — квадрат) дорівнює 4. Знайти площу бічної поверхні циліндра.
- 5560.** Площа бічної поверхні циліндра дорівнює S . Знайти площу осьового перерізу циліндра.
- 5561.** Площина, паралельна осі циліндра, відтинає від кола основи дугу в 120° . Знайти площу перерізу, якщо висота циліндра дорівнює H , а відстань між віссю циліндра і січною площиною дорівнює d .
- 5562.** Висота рівнобічного циліндра дорівнює h . Знайти його бічну поверхню.
- 5563.** Площа осьового перерізу циліндра дорівнює Q . Знайти його бічну поверхню.
- 5564.** Площа основи циліндра дорівнює S , а площа його осьового перерізу дорівнює Q . Знайти повну поверхню й об'єм циліндра.

- 5565.** У циліндр вписано правильну трикутну призму. Знайти відношення об'ємів циліндра і призми.
- 5566.** У циліндр вписано правильну шестикутну призму. Знайти відношення бічних поверхонь циліндра і призми.
- 5567.** Діагональ осьового перерізу рівнобічного циліндра дорівнює d . Знайти об'єм правильної вписаної в цей циліндр восьмикутної призми.
- 5568.** У циліндр вписано правильну шестикутну призму. Знайти кут між діагоналлю бічної грані і віссю циліндра, якщо радіус основи дорівнює висоті циліндра.
- 5569.** Знайти повну поверхню циліндра, описаного біля куба з ребром a (вершини куба знаходяться на колах основ циліндра).
- 5570.** Розгортка циліндра являє собою квадрат зі стороною $2\sqrt[3]{\pi}$. Знайти об'єм циліндра.
- 5571.** У циліндр вписано правильну трикутну призму, а в призму вписано циліндр. Знайти відношення об'ємів циліндрів.
- 5572.** Діаметр основи конуса дорівнює 6, а висота дорівнює 4. Знайти твірну.
- 5573.** Осьовий переріз конуса — правильний трикутник із стороною, що дорівнює 6. Знайти бічну поверхню конуса.
- 5574.** Висота конуса дорівнює 8, а твірна дорівнює 10. Знайти об'єм конуса.
- 5575.** Радіус основи конуса дорівнює R . Осьовим перерізом є прямокутний трикутник. Знайти його площу.
- 5576.** Радіус основи конуса дорівнює R . Через середину висоти проведено площину паралельно основі. Знайти площу перерізу.
- 5577.** Осьовим перерізом конуса є рівнобедрений прямокутний трикутник, площа якого дорівнює a^2 . Знайти об'єм конуса.
- 5578.** У рівнобічному конусі (в'осьовому перерізі — правильний трикутник) радіус основи дорівнює R . Знайти площу перерізу, проведеного через дві твірні, кут між якими дорівнює 30° .
- 5579.** Осьовим перерізом конуса є рівнобедрений прямокутний трикутник, площа якого дорівнює 9. Знайти площу основи конуса.
- 5580.** Твірна конуса, що дорівнює 10, нахилена до площини основи під кутом 60° . Знайти бічну поверхню конуса.

- 5581.** Твірна конуса дорівнює $\sqrt{6}$ і нахилена до площини основи під кутом 45° . Знайти площу основи конуса.
- 5582.** Знайти об'єм конуса, радіус основи якого дорівнює $2\sqrt{3}$, а кут між твірною і площиною основи дорівнює 30° .
- 5583.** Як відносяться між собою бічна і повна поверхня рівнобічного конуса?
- 5584.** Як відноситься бічна поверхня рівнобічного конуса до бічної поверхні рівнобічного циліндра, що має таку ж висоту?
- 5585.** Довжина твірної конуса дорівнює l , а довжина кола основи дорівнює c . Знайти об'єм конуса.
- 5586.** Виразити об'єм конуса через його бічну поверхню S і радіус основи R .
- 5587.** Знайти кут при вершині осевого перерізу конуса, якщо розгорткою його бічної поверхні є сектор з дугою, що дорівнює: а) 60° ; б) 90° ; в) 180° .
- 5588.** Знайти площу основи конуса, якщо розгорткою його бічної поверхні є сектор, радіус якого дорівнює 9, а дуга дорівнює 120° .
- 5589*.** У конусі дано радіус основи R і висота H . Знайти ребро вписаного в нього куба.
- 5590.** Конус перерізано площиною, паралельною основі, на відстані d від вершини. Знайти площу перерізу, якщо радіус основи конуса R , а висота H .
- 5591.** Об'єм конуса, описаного біля правильної чотирикутної піраміди, дорівнює V . Знайти об'єм піраміди.
- 5592.** Рівнобічний трикутник обертається навколо своєї сторони a . Знайти об'єм отриманого тіла обертання.
- 5593.** Прямокутний трикутник з катетами a і b обертається навколо гіпотенузи. Знайти об'єм отриманого тіла обертання.
- 5594.** Висота конуса дорівнює радіусу основи R . Через вершину конуса проведено площину, що відтинає від кола основи дугу $\alpha = 60^\circ$. Знайти площу перерізу.
- 5595.** Знайти повну поверхню конуса, описаного біля правильного тетраедра з ребром, рівним a .
- 5596.** У конус вписано циліндр. Нижня основа циліндра лежить в площині основи конуса. Повна поверхня циліндра відноситься до площі основи конуса як 3:2, а висота циліндра дорівнює радіусу основи конуса. Знайти кут між висотою і твірною конуса.

- 5597.** Знайти твірну зрізаного конуса, якщо радіуси основ дорівнюють 3 м і 6 м, а висота дорівнює 4 м.
- 5598.** Висота зрізаного конуса дорівнює H . Знайти твірну, якщо вона нахилена до основи під кутом в 30° .
- 5599.** Радіуси основ зрізаного конуса дорівнюють 3 і 7, а твірна дорівнює 5. Знайти площу осцевого перерізу.
- 5600.** Радіуси основ зрізаного конуса дорівнюють R і r ($R > r$), а твірна нахилена до основи під кутом 45° . Знайти площу його осцевого перерізу.
- 5601.** Висота зрізаного конуса дорівнює 4, а радіуси його основ дорівнюють 2 і 5. Знайти бічну поверхню.
- 5602.** Радіуси основ зрізаного конуса дорівнюють R і r ($R > r$). Твірна нахилена до основи під кутом 60° . Знайти його бічну поверхню.
- 5603.** Бічна поверхня зрізаного конуса дорівнює S , а радіуси основ зрізаного конуса дорівнюють R і r ($R > r$). Визначити бічну поверхню повного конуса.
- 5604.** Радіуси основ зрізаного конуса дорівнюють 3 і 6, а твірна дорівнює 5. Знайти його об'єм.
- 5605.** Радіуси основ зрізаного конуса дорівнюють R і r ($R > r$), а твірна нахилена до основи під кутом 45° . Знайти його об'єм.
- 5606.** Знайти об'єм кулі, діаметр якої дорівнює 6.
- 5607.** Поверхня кулі дорівнює 144π . Знайти її об'єм.
- 5608.** Відношення об'ємів двох куль дорівнює 8. У скільки разів радіус однієї кулі більший за радіус іншої?
- 5609.** Дано півкулю радіуса R . Знайти її повну поверхню.
- 5610.** За об'ємом V кулі визначити її поверхню.
- 5611.** Поверхні двох куль відносяться як $m:n$. Як відносяться їх об'єми?
- 5612.** Об'єми двох куль відносяться як $p:q$. Як відносяться їх поверхні?
- 5613.** Куля, радіус якої дорівнює 13 м, перерізана площиною на відстані 12 м від центра. Знайти площу перерізу.
- 5614.** Через середину радіуса R кулі проведено перпендикулярну до неї площину. Знайти площу перерізу.
- 5615.** Радіус кулі дорівнює R . Через кінець радіусу проведено площину під кутом в 60° до неї. Знайти площу перерізу.
- 5616.** Ребро куба дорівнює a . Знайти радіуси куль: вписаної в куб і описаної навколо нього.

- 5617.** Яку частину об'єму кулі складає об'єм сферичного сегмента, у якого висота дорівнює $0,2$ діаметра кулі?
- 5618.** Знайти об'єм меншого кульового сегмента, якщо радіус кола його основи дорівнює 60 , а радіус кулі дорівнює 75 .
- 5619.** Радіус кульового сектора R , а кут в осьовому перерізі 120° . Знайти об'єм цього сектора.
- 5620.** Знайти об'єм кульового сектора, якщо радіус кола його основи дорівнює 60 , а радіус кулі дорівнює 75 .
- 5621.** Ребра прямокутного паралелепіпеда дорівнюють 4 см; 6 см; 12 см. Знайти радіус описаної кулі.
- 5622.** Висота правильної чотирикутної призми дорівнює 2 , сторона основи дорівнює 4 . Знайти радіус описаної кулі.
- 5623.** Радіус кулі дорівнює 9 . У неї вписано правильну чотирикутну призму, висота якої дорівнює 14 . Знайти сторону основи призми.
- 5624.** Біля кулі радіуса R описано правильну шестикутну призму. Знайти її повну поверхню.
- 5625.** Навколо кулі радіуса R описано правильну трикутну призму. Знайти об'єм призми.
- 5626.** У правильній чотирикутній піраміді висота H , бічне ребро b . Знайти радіус описаної кулі.
- 5627.** За ребром a правильного тетраедра визначити радіуси описаної і вписаної кулі.
- 5628.** Через середину радіуса кулі проведено перпендикулярну йому площину. Знайти відношення площі отриманого перерізу до площі великого кола.
- 5629.** Куля радіуса $R = \sqrt[3]{2}$ рівновелика конусу, площа бічної поверхні якого в три рази більша площі основи. Знайти висоту конуса.
- 5630.** Знайти відношення поверхні і об'єму кулі відповідно до повної поверхні і об'єму описаного навколо нього конуса з рівнобічним осьовим перерізом.
- 5631.** У кулю вписано конус, висота і радіус основи якого відповідно дорівнюють 3 і $3\sqrt{3}$. Знайти об'єм кулі.
- 5632.** Висота конуса H , твірна l . Знайти радіус описаної кулі.
- 5633.** У циліндр вписано кулю. Знайти відношення об'ємів циліндра і кулі.
- 5634.** Висота правильної чотирикутної піраміді і радіус описаної сфери дорівнюють відповідно H і R . Знайти площу основи піраміді.

- 5635.** У рівнобічний конус вписано кулю. Знайти об'єм і площу поверхні кулі, якщо твірна конуса дорівнює l .
- 5636.** У кулю вписано конус, радіус основи якого дорівнює r , а висота дорівнює h . Знайти площу поверхні кулі.
- 5637.** У конус, у якого радіус основи дорівнює R , а твірна l , вписано кулю. Знайти радіус кулі.
- 5638.** Навколо кулі описано зрізаний конус, радіуси основ якого r і R . Знайти радіус кулі.
- 5639.** Об'єм конуса дорівнює V . Бічна поверхня його вдвічі більше площі основи. Знайти висоту конуса.
- 5640.** У конус, висота якого дорівнює радіусу основи, вписано кулю. Знайти відношення об'ємів кулі і конуса.
- 5641.** Металеву кулю радіуса R перелито в конус, бічна поверхня якого в три рази більше площі основи. Знайти висоту конуса.
- 5642.** Прямокутний трикутник ABC розміщено так, що його гіпотенуза AB лежить у площині P , а катети утворюють із площиною P кути α і β . Знайти кут між площиною трикутника і площиною P .
- 5643.** Сторони основи прямокутного паралелепіпеда a і b . Діагональ паралелепіпеда утворює з площиною основи кут φ . Знайти бічну поверхню паралелепіпеда.
- 5644.** Діагональ d прямокутного паралелепіпеда нахилена до площини основи під кутом φ , кут між діагоналями основи дорівнює β . Знайти його об'єм.
- 5645.** Висота прямокутного паралелепіпеда дорівнює h , діагональ його утворює з площиною основи кут α , а з бічною гранню — кут β . Знайти об'єм паралелепіпеда.
- 5646.** У прямокутному паралелепіпеді діагональ d утворює з площиною основи кут α , а з площиною бічної грані — кут β . Знайти об'єм паралелепіпеда.
- 5647.** Діагональ прямокутного паралелепіпеда дорівнює d і утворює з площиною основи кут φ . Знайти площу бічної поверхні паралелепіпеда, якщо площа його основи дорівнює S .
- 5648.** Висота правильної чотирикутної призми дорівнює h . Пряма, що з'єднує центр верхньої основи з серединою сторони нижньої основи, нахилена до площини нижньої основи під кутом φ . Знайти площу повної поверхні призми.

- 5649***. Знайти об'єм правильної чотирикутної призми, якщо її діагональ утворює з бічною гранню кут φ , а сторона основи дорівнює a .
- 5650**. Діагональ d правильної чотирикутної призми нахилена до бічної грані под кутом φ . Знайти її об'єм.
- 5651***. У правильній трикутній призмі кут між діагоналлю бічної грані й іншою бічною гранню дорівнює α . Знайти висоту і бічну поверхню призми, знаючи, що ребро основи дорівнює a .
- 5652**. Основою прямого паралелепіпеда є ромб із гострим кутом φ і більшою діагоналлю d . Менша діагональ паралелепіпеда утворює з площиною основи кут β . Знайти площу бічної поверхні паралелепіпеда.
- 5653**. Висота правильної трикутної призми дорівнює H . Площина, проведена через середню лінію нижньої основи і паралельну їй сторону верхньої основи, утворює з площиною нижньої основи гострий кут α . Знайти площу перерізу, утвореного цією площиною.
- 5654**. Об'єм правильної трикутної призми V , кут між діагоналями двох граней, проведеними з однієї і тієї ж вершини, дорівнює α . Знайти сторону основи призми.
- 5655**. Через сторону основи правильної трикутної призми проведено площину під кутом α до площини основи. Знайти площу трикутного перерізу, якщо об'єм піраміди, відтятої площиною від призми, дорівнює V .
- 5656***. У паралелепіпеді довжини трьох ребер, що виходять з однієї вершини, дорівнюють a , b , c . Ребра a і b є взаємно перпендикулярними, а ребро c утворює з кожним з них кут α . Знайти об'єм паралелепіпеда.
- 5657***. Кожне ребро похилої трикутної призми дорівнює a . Одне з бічних ребер утворює з кожною прилеглою стороною основи кут φ . Знайти об'єм призми.
- 5658**. Сторона основи правильної трикутної піраміди дорівнює a , двогранний кут при основі дорівнює φ . Знайти об'єм піраміди.
- 5659**. Апофема правильної трикутної піраміди дорівнює m і утворює з площиною основи кут α . Знайти сторону основи.
- 5660**. Апофема правильної трикутної піраміди дорівнює l і утворює з площиною основи кут α . Знайти повну поверхню піраміди.

- 5661.** Апофема правильної шестикутної піраміди дорівнює l , двогранний кут при основі дорівнює α . Знайти повну поверхню піраміди.
- 5662.** Бічне ребро правильної трикутної піраміди дорівнює b і утворює з площиною основи кут α . Знайти об'єм піраміди.
- 5663.** Знайти об'єм і повну поверхню правильної трикутної піраміди із стороною a , якщо всі бічні ребра нахилені до площини основи під кутом φ .
- 5664.** Визначити повну поверхню правильної трикутної піраміди із стороною основи a , що утворює з бічним ребром піраміди кут φ .
- 5665.** Сторона основи правильної шестикутної піраміди дорівнює a , а бічне ребро утворює з площиною основи кут φ . Знайти об'єм піраміди.
- 5666.** Радіус кола, описаного біля основи правильної трикутної піраміди, дорівнює R . Плоский кут при вершині піраміди дорівнює α . Знайти її об'єм.
- 5667.** Знайти двогранні кути правильного тетраедра.
- 5668.** Знайти об'єм правильної чотирикутної піраміди зі стороною основи a , якщо всі її бічні грані нахилені до площини основи під кутом φ .
- 5669.** Висота правильної чотирикутної піраміди дорівнює h , двогранний кут при основі дорівнює α . Знайти повну поверхню і об'єм піраміди.
- 5670.** Повна поверхня правильної чотирикутної піраміди дорівнює S , кут нахилу площини бічної грані до основи дорівнює α . Знайти об'єм піраміди.
- 5671.** Бічне ребро правильної чотирикутної піраміди довжиною b нахилено до площини основи під кутом α . Знайти об'єм піраміди.
- 5672.** Висота правильної чотирикутної піраміди утворює з бічною гранню кут α . Знайти об'єм цієї піраміди, якщо її бічна поверхня дорівнює S .
- 5673.** Бічне ребро правильної чотирикутної піраміди, що дорівнює b , утворює із стороною основи кут α . Знайти об'єм піраміди.
- 5674.** Об'єм правильної чотирикутної піраміди дорівнює V . Кут нахилу її бічного ребра до площини основи дорівнює α . Знайти бічне ребро піраміди.

- 5675.** У правильній чотирикутній піраміді діагональний переріз дорівнює S , а бічні ребра нахилені до площини основи під кутом α . Знайти об'єм піраміди.
- 5676.** Знайти радіус кола, вписаного в основу правильної чотирикутної піраміди, ребро якої утворює з висотою кут α , а об'єм дорівнює V .
- 5677.** Апофема правильної чотирикутної піраміди дорівнює l , двогранний кут при основі дорівнює α . Знайти повну поверхню піраміди.
- 5678.** У правильній чотирикутній піраміді сторона основи дорівнює a , а плоский кут при вершині дорівнює β . Знайти об'єм піраміди.
- 5679.** Знайти повну поверхню правильної чотирикутної піраміди, бічне ребро якої дорівнює b , а плоский кут при вершині дорівнює α .
- 5680*.** У правильній чотирикутній піраміді плоский кут при вершині дорівнює α . Знайти двогранний кут при основі піраміди.
- 5681.** У правильній трикутній піраміді плоский кут при вершині дорівнює ϕ , а сторона основи a . Знайти об'єм піраміди.
- 5682.** Знайти бічну поверхню n -кутної піраміди, якщо площа її основи дорівнює Q , а двогранні кути при основі — α .
- 5683.** Основою піраміди є трикутник із сторонами 5; 5; 6. Кожна бічна грань нахилена до площини основи під кутом 45° . Знайти об'єм піраміди.
- 5684.** Основою піраміди є рівнобедрений трикутник, у якого основа дорівнює a , а бічна сторона дорівнює b . Усі бічні грані нахилені до площини основи під кутом ϕ . Знайти бічну поверхню і об'єм піраміди.
- 5685.** Основою піраміди є рівнобедрений трикутник, у якого бічна сторона дорівнює a , а кут при вершині дорівнює ϕ . Усі бічні ребра нахилені до площини основи під кутом β . Знайти об'єм піраміди.
- 5686*.** Плоский кут при вершині правильної чотирикутної піраміди дорівнює α . Знайти кут між бічним ребром і площиною основи піраміди.
- 5687*.** Бічне ребро правильної чотирикутної піраміди нахилено до площини основи під кутом ϕ . Знайти двогранний кут при бічному ребрі піраміди.

- 5688***. Висота правильної трикутної піраміди дорівнює h , а двогранний кут при бічному ребрі дорівнює 2α . Знайти об'єм піраміди.
- 5689***. Знайти об'єм правильної чотирикутної піраміди, бічне ребро якої дорівнює b , а двогранний кут при бічному ребрі дорівнює β .
- 5690**. У правильній зрізаній трикутній піраміді ребра нижньої і верхньої основ відповідно дорівнюють a і b ($a > b$), двогранний кут при ребрі нижньої основи дорівнює φ . Знайти об'єм зрізаної піраміди і площу її поверхні.
- 5691**. У правильній чотирикутній зрізаній піраміді сторони верхньої і нижньої основ відповідно дорівнюють a і b ($a > b$), двогранний кут при ребрі нижньої основи дорівнює φ . Знайти об'єм і площу бічної поверхні зрізаної піраміди.
- 5692**. У правильній чотирикутній зрізаній піраміді дано: висота H , α і β — кути, утворені бічним ребром і діагоналлю зрізаної піраміди з площиною її більшої основи. Знайти площу бічної поверхні зрізаної піраміди.
- 5693**. У правильній чотирикутній зрізаній піраміді дано сторони основ a і b ($a > b$) і гострий кут φ у бічній грані. Знайти об'єм піраміди.
- 5694**. Знайти об'єм піраміди, що має основою трикутник, у якого два кута дорівнюють α і β , а радіус описаного кола дорівнює R . Всі бічні ребра піраміди нахилені до площини її основи під кутом γ .
- 5695**. Основа піраміди — правильний трикутник із стороною a . Одне з бічних ребер перпендикулярне до основи, а інші два нахилені до площини основи під рівними кутами β . Знайти площу найбільшої бічної грані піраміди.
- 5696**. Основою піраміди є правильний трикутник. Одна з бічних граней перпендикулярна основі, а дві інші нахилені до неї під кутом α . Які кути утворюють з основою бічні ребра?
- 5697**. В основі піраміди лежить прямокутний трикутник з гіпотенузою a . Кожне бічне ребро утворює з площиною основи кут β . Знайти висоту піраміди.
- 5698**. В основі піраміди лежить прямокутний трикутник з катетом a і протилежним гострим кутом φ . Усі бічні ребра нахилені до площини основи під кутом β . Знайти об'єм піраміди.
- 5699**. Основою піраміди є прямокутний трикутник з гіпотенузою, що дорівнює c , і гострим кутом α . Усі бічні ре-

бра нахилені до основи під кутом β . Знайти об'єм піраміди.

5700. Знайти об'єм трикутної піраміди, основою якої є прямокутний трикутник з гострим кутом α . Всі бічні ребра дорівнюють b і нахилені до площини основи під кутом β .

5701. Основою піраміди є прямокутний трикутник, катети якого дорівнюють a і b . Вершина піраміди проектується в центр кола, вписаного в основу. Знайти площу бічної поверхні піраміди, якщо двогранні кути при ребрах основи дорівнюють φ .

5702. Основою піраміди є квадрат із стороною a . З бічних граней дві — перпендикулярні до основи, а дві інші утворюють з нею кут α . Знайти повну поверхню піраміди.

5703. Основою чотирикутної піраміди є прямокутник, площа якого дорівнює Q . Дві бічні грані перпендикулярні площині основи, а дві інші нахилені до неї під кутами α і β . Знайти її об'єм.

5704. В основі піраміди лежить прямокутник. Кожне бічне ребро піраміди дорівнює b і утворює з суміжними сторонами прямокутника кути α і β . Знайти об'єм піраміди.

5705. Основою чотирикутної піраміди є ромб, менша діагональ якого дорівнює d , а гострий кут дорівнює φ . Всі бічні грані нахилені до площини основи під кутом β . Знайти повну поверхню піраміди.

5706. Бічні грані піраміди, в основі якої лежить ромб, нахилені до площини основи під кутом β . Знаючи, що сторона ромба дорівнює a , а гострий кут α , знайти об'єм піраміди.

5707. Основою піраміди є трапеція, в якій кожна з бічних сторін і менша з паралельних мають довжину a , а гострі кути дорівнюють β ; бічні ребра піраміди утворюють з площиною основи кут φ . Знайти об'єм піраміди.

5708. Основа піраміди — рівнобедрена трапеція, діагональ якої дорівнює b і утворює з великою основою кут α . Усі бічні грані піраміди нахилені до площини основи під кутом φ . Знайти площу повної поверхні піраміди.

5709. Циліндр, висота якого дорівнює H , перерізаний площиною, паралельною осі циліндра і віддаленою від осі на відстань m . Січна площина відтинає від кола основи дугу α . Знайти площу перерізу.

5710. У циліндрі паралельно його осі на відстані b від неї проведена площина, що відтинає від кола основи дугу α . Площа перерізу дорівнює S . Знайти об'єм циліндра.

- 5711.** Знайти площу бічної поверхні та об'єм циліндра, знаючи, що діагональ d осового перерізу утворює з основою кут β .
- 5712.** Висота циліндра дорівнює H . У розгортці його бічної поверхні твірна утворює з діагоналлю розгортки кут α . Знайти об'єм циліндра.
- 5713.** Діагоналі осового перерізу циліндра перетинаються під кутом, рівним α , зверненим до основи. Об'єм циліндра дорівнює V . Знайти висоту циліндра.
- 5714.** Площа основи конуса дорівнює S . Твірна нахилена до площини основи під кутом α . Знайти повну поверхню конуса.
- 5715.** Бічна поверхня конуса дорівнює S . Твірна нахилена до площини основи під кутом α . Знайти об'єм конуса.
- 5716.** Твірна конуса утворює з висотою кут α . Знайти бічну поверхню конуса, якщо радіус основи дорівнює R .
- 5717.** Твірна l конуса утворює з площиною основи кут α . Знайти об'єм конуса.
- 5718.** Різниця між твірною конуса і його висотою дорівнює m , а кут між ними дорівнює α . Знайти об'єм конуса.
- 5719.** У рівнобічному конусі (осовий переріз — правильний трикутник) радіус основи дорівнює R . Знайти площу перерізу, проведеного через дві твірні, кут між якими дорівнює α .
- 5720.** Через дві твірні конуса, що утворюють між собою кут φ , проведено площину, нахилену до площини основи конуса під кутом α . Площа перерізу дорівнює S . Знайти висоту конуса.
- 5721.** В основу конуса вписано квадрат із стороною a . Площина, яка проходить через вершину конуса і сторону квадрата, у перетині з конусом дає трикутник з кутом φ при вершині. Знайти об'єм конуса.
- 5722.** Радіус основи конуса дорівнює R , а твірна нахилена до площини основи під кутом α . Через вершину конуса проведена площина під кутом φ до його висоти. Знайти площу отриманого в перерізі трикутника.
- 5723.** Твірна l зрізаного конуса утворює з площиною нижньої основи кут α і перпендикулярна до прямої, що з'єднує верхній кінець її з нижнім кінцем протилежної твірної. Знайти бічну поверхню зрізаного конуса.
- 5724.** Визначити об'єм кульового сектора, вирізаного з кулі радіуса R і маючого кут α в осовому перерізі.

- 5725.** Висота кульового сегмента дорівнює h , дуга в осьовому перерізі дорівнює α . Визначити площу сферичної поверхні сегмента.
- 5726.** Рівнобедрений трикутник, у якого основа дорівнює b , а кут при основі α , обертається навколо бічної сторони. Знайти об'єм тіла обертання.
- 5727.** Площа прямокутного трикутника дорівнює S , а один з його гострих кутів дорівнює α . Знайти об'єм тіла, утвореного при обертанні цього трикутника навколо прямої, проведеної через вершину прямого кута паралельно гіпотенузі.
- 5728*.** У правильній чотирикутній піраміді сторона основи дорівнює a , а бічне ребро утворює з площиною основи кут φ . У піраміду вписаний куб так, що чотири його вершини лежать на апофемі піраміди. Знайти ребро куба.
- 5729*.** Знайти ребро куба, вписаного в конус, твірна якого дорівнює l і нахилена до площини основи під кутом α .
- 5730.** Твірна конуса дорівнює l і нахилена до основи під кутом α . Знайти висоту вписаного рівнобічного циліндра (осьовий переріз — квадрат), якщо нижня основа циліндра лежить у площині основи конуса.
- 5731.** У сферу радіуса R вписаний циліндр, діагональ осьового перерізу якого утворює з основою кут α . Знайти об'єм циліндра.
- 5732.** У кулю вписаний циліндр, у якому кут між діагоналями осьового перерізу дорівнює α . Знайти об'єм кулі, якщо твірна циліндра дорівнює l .
- 5733.** У конус вписана куля. Знайти об'єм кулі, якщо твірна конуса дорівнює l і нахилена до площини основи під кутом α .
- 5734.** Куля об'єму V вписана в конус, твірна якого утворює з площиною основи кут α . Знайти об'єм конуса.
- 5735.** Конус об'єму V описаний навколо кулі. Кут між твірною конуса і площиною основи дорівнює α . Знайти об'єм кулі.
- 5736.** У кулю вписаний конус. Площа осьового перерізу конуса дорівнює S , кут між його висотою і твірною дорівнює α . Знайти об'єм кулі.
- 5737.** У кулю радіуса R вписана пряма призма, основа якої — прямокутний трикутник з гострим кутом α . Найбільша бічна грань призми — квадрат. Знайти об'єм призми.

- 5738.** Основою прямої призми, описаної навколо кулі радіуса R , є прямокутний трикутник, гострий кут якого дорівнює α . Знайти повну поверхню призми.
- 5739*.** У правильній трикутній піраміді сторона основи дорівнює a , а кут між бічним ребром і висотою дорівнює φ . Знайти поверхню описаної кулі.
- 5740*.** Знайти бічну поверхню правильної трикутної піраміди, вписаної в кулю, якщо радіус кулі дорівнює R , а плоский кут при вершині піраміди дорівнює α .
- 5741*.** У кулю радіуса R вписана правильна трикутна піраміда з плоским кутом α при її вершині. Знайти висоту піраміди.
- 5742*.** Знайти радіус кулі, вписаної в правильну трикутну піраміду, у якій висота дорівнює H , а кут між бічним ребром і площиною основи дорівнює α .
- 5743*.** Сторона основи правильної трикутної піраміди дорівнює a , плоский кут при вершині піраміди дорівнює α . Знайти радіус вписаної в піраміду кулі.
- 5744*.** Знайти об'єм правильної трикутної піраміди, вписаної в кулю радіуса R , якщо плоский кут при вершині піраміди дорівнює α .
- 5745*.** Висота правильної чотирикутної піраміди дорівнює H , двогранний кут при основі дорівнює φ . Знайти радіус вписаної кулі.
- 5746*.** У правильну чотирикутну піраміду вписана куля. Відстань від центра кулі до вершини піраміди дорівнює b , кут нахилу бічної грані до площини основи дорівнює α . Знайти об'єм піраміди.
- 5747*.** У правильній чотирикутній піраміді сторона основи дорівнює a , а плоский кут при вершині дорівнює α . Знайти радіуси вписаної й описаної куль.
- 5748*.** Сторона основи правильної n -кутної піраміди дорівнює a , а двогранний кут при основі дорівнює φ . Знайти радіус вписаної в піраміду кулі.
- 5749*.** Знайти радіус кулі, описаної навколо правильної n -кутної піраміди, якщо сторона основи дорівнює a , а бічне ребро нахилене до площини основи під кутом β .
- 5750*.** Знайти радіус кулі, вписаної в правильну n -кутну піраміду, сторона основи якої дорівнює a і плоский кут при вершині дорівнює α .

- 5751***. Основою піраміди є трикутник з кутами α і β . Усі бічні ребра піраміди нахилені до площини основи під кутом φ . Знайти об'єм піраміди, якщо радіус описаної біля неї кулі дорівнює R .
- 5752***. Основою піраміди є прямокутник з кутом α між діагоналями, а бічні ребра утворюють із площиною основи кут φ . Знайти об'єм піраміди, якщо радіус описаної кулі дорівнює R .
- 5753***. В основі піраміди лежить ромб з гострим кутом α , а кожний із двограних кутів при основі дорівнює φ . Радіус кулі, вписаної в піраміду, дорівнює r . Знайти об'єм піраміди.
- 5754***. В основі піраміди лежить ромб зі стороною a і гострим кутом α . Кожний з двограних кутів при основі дорівнює φ . Знайти об'єм кулі, вписаної в піраміду.
- 5755***. У правильну шестикутну піраміду з двограним кутом α при ребрі основи вписана куля радіуса R . Знайти площу бічної поверхні зрізаної піраміди, що відрізана від даної піраміди площиною, дотичною до кулі і паралельною площині основи піраміди.
- 5756***. У конус вписана півкуля так, що більше коло півкулі лежить у площині основи конуса, а кульова поверхня дотикається поверхні конуса. Знайти об'єм півкулі, якщо твірна конуса дорівнює l й утворює з площиною основи кут α .
- 5757***. У правильній шестикутній піраміді центр описаної сфери лежить на поверхні вписаної. Знайти відношення радіусів описаної і вписаної сфер.
- 5758***. Знайти плоский кут при вершині правильної чотирьокутної піраміди, якщо центри вписаної й описаної куль збігаються.
- 5759***. У правильній шестикутній піраміді центри вписаної і описаної куль збігаються. Знайти:
- відношення радіусів куль;
 - плоский кут при вершині піраміди.
- 5760***. Висота правильної трикутної піраміди дорівнює H , а бічні ребра є взаємно перпендикулярними. Знайти радіус описаної кулі.
- 5761***. На площині лежать три рівних кулі радіуса R , що попарно дотикаються одна одної. Четверта куля дотикається до площини кожної з перших трьох куль. Знайти радіус четвертої кулі.

- 5762***. Кожна з чотирьох сфер з радіусами 2, 2, 3, 3 дотикається зовнішнім чином до трьох інших. Ще одна, менша, сфера дотикається зовнішнім чином до кожної з чотирьох даних. Знайти радіус цієї сфери.
- 5763***. У правильній чотирикутній піраміді двогранний кут при ребрі основи дорівнює α . Через ребро основи проведена площина під кутом β до основи ($\beta < \alpha$). Знайти площу перерізу.
- 5764***. Двогранний кут при бічному ребрі правильної чотирикутної піраміди дорівнює α , а радіус кулі, вписаної в цю піраміду, дорівнює r . Знайти повну поверхню піраміди.
- 5765***. З трьох точок, що лежать у горизонтальній площині на відстані a , b , c від основи телевізійної вежі, що вежу видно під кутами, сума яких дорівнює 90° . Знайти висоту вежі.
- 5766***. Сума площин основи і діагональних перерізів правильної чотирикутної піраміди дорівнює площі її бічної поверхні. Знайти плоский кут при вершині піраміди.
- 5767***. Бічні ребра трикутної піраміди дорівнюють a , b , c , а плоскі кути при вершині — прямі. У піраміду вписаний куб так, що одна його вершина лежить у вершині піраміди, а протилежна — у площині основи піраміди. Знайти ребро куба.
- 5768***. Знайти кут і відстань між двома перекресними медіанами двох бічних граней правильного тетраедра з ребром a .
- 5769***. Довести, що для правильної трикутної піраміди $R \geq 3r$, де R і r — радіуси відповідно описаної і вписаної кулі.
- 5770***. Нехай $ABCA_1B_1C_1$ — пряма трикутна призма, M і M_1 — точки перетину медіан відповідно трикутників ABC і $A_1B_1C_1$. Довести, що будь-яка площина, яка проходить через середину відрізка MM_1 і перетинає всі бічні ребра призми, ділить її об'єм навпіл.

ВІДПОВІДІ

Розділ 1. Арифметика

1. 1) 80237, 2) 1316014 3) 1234567, 4) 578866 2. 1) 5901 2) 16254, 3) 69358, 4) 61586 3. 1) 3391713 2) 389841, 3) 3214950, 4) 7653000 4. 1) 200349, 2) 56897, 3) 1298, 4) 9876543 5. 1) 2404, 2) 2580, 3) 329, 4) 170 6. 1) 40, 2) 100, 3) 16, 4) 1 7. 1) 200, 2) 83, 3) 35, 4) 48 8. 1) 12 2) 6, 3) 20, 4) 5 9. 1) 1, 2) 9, 3) 71, 4) 63 10. 1) 12939, 2) 1898, 3) 2791, 4) 87900, 5) 9200, 6) 1300 11. 1) 1872, 2) 354, 3) 8112, 4) 1212 12. 1) 1206 2) 1284, 3) 66, 4) 324 13. 1) 922, 2) 462, 3) 2032, 4) 972 14. 8597 15. 467980 16. 2762 17. 665150 18. 393512 19. 500891 20. 2700 21. 1) 295 т, 2) 343 т 3) 2568 деталей 22. 1) На 18 м, 2) 91 т, 3) 300900 кв км 23. 1) 72 коп, 2) 72 роки, 3) 4200 ударів, 4) 553 км, 5) 336 деталей, 6) 312 дерев, 7) 1376 кв м, 8) 528 м 24. 1) 2 грн 85 коп, 2) 15 кг, 3) 88 деталей, 4) 65 км/год, 5) 4 год, 6) у 14 разів 25. 1) 424 деталі, 2) 9 год, 3) 4 години, 4) 3 хв, 5) 62 км, 6) 6 км/год, 7) 5 годин, 8) 90 км, 9) 50, 100, 150, 10) 100, 200 800 26. Через 4 години 27. Трос друзів і 14 персиків 28. 1 = 2 + 2 - 2 - 2 + 2, 2 = 2 + 2 + 2 - 2 - 2, 3 = 2 + 2 - 2 + 2, 4 = 2 - 2 + 2 - 2 - 2, 5 = 2 + 2 + 2 - 2 - 2, 6 = 2 + 2 + 2 - 2, 7 = 22 2 - 2 - 2, 8 = 2 - 2 + 2 - 2 - 2, 9 = 2 - 2 + 2 + 2, 10 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 29. 1 = 33 33, 2 = 3 3 + 3 3, 3 = (3 + 3 + 3) 3, 4 = (3 - 3 + 3) 3, 5 = (3 + 3) 3 + 3, 6 = 3 + 3 - 3 3, 7 = 3 + 3 + 3 3, 8 = 3 - 3 - 3 3, 9 = 3 - 3 - 3 3, 10 = 3 - 3 + 3 3 30. 100 = 111 - 11, 100 = 3 - 33 + 3 3, 100 = 5 - 5 - 5 - 5 - 5 31. 1) -24, 2) -13, 3) 21, 4) -21, 5) -28, 6) 9, 7) -1, 8) -14, 9) -30, 10) 0 32. 1) -24, 2) -56, 3) 80, 4) 0; 5) 0, 6) 3, 7) -9, 8) -7 33. 1) -100, 2) -300, 3) -500 34. 1) -40, 2) 460 3) -292, 4) -2592 35. 1) -10, 2) 50, 3) -39, 4) 15 36. 1) -900, 2) 210 3) -180, 4) 30 37. -2250 38. -103 39. -68654 40. -18126 41. 6 = 2, 3 42. 18 = 2 3 43. 36 = 2² 3² 44. 49 = 7² 45. 1001 = 7 11 13 46. 1024 = 2¹⁰ 47. 2250 = 2 3² 5³ 48. 2904 = 2³ 3 11² 49. 9555 = 3 5 7² 13 50. 3 17² 19 51. 2, 4 52. 2, 12 53. 3, 36 54. 3, 105 55. 1, 612 56. 14, 84 57. 15, 180 58. 24, 1008 59. 60, 240 60. 2, 4900 61. 2; 24 62. 3; 630 63. 4; 336 64. 1, 4830 65. 1, 2280 66. 14, 2520 67. 18, 810 68. 1, 1326 69. 12, 51408 70. 675, 51975 71. 1, 2520 72. 4, 64 73. 1, 3600 74. 10, 600 75. 5, 33075 76. 2, 3420 77. 4, 840 78. 27, 5670 79. 48, 41184 80. 45, 59400 81. 30 м 82. 5 обертів, 11 обертів 83. 53 людини, 2 яблука і 3 груші 84. 41 команда, 3 хлопчики і 2 дівчинки 85. 1) $\frac{5}{2}$, 2) $\frac{10}{3}$, 3) $\frac{13}{8}$, 4) $\frac{82}{11}$, 5) $\frac{35}{3}$, 6) $\frac{64}{3}$, 7) $\frac{283}{4}$, 8) $\frac{275}{3}$, 9) $\frac{2037}{5}$, 10) $\frac{7522}{15}$ 86. 1) $1\frac{1}{2}$, 2) $1\frac{1}{3}$, 3) $2\frac{1}{2}$, 4) $1\frac{2}{5}$, 5) $1\frac{5}{7}$, 6) $1\frac{4}{11}$, 7) $3\frac{10}{13}$, 8) $5\frac{1}{17}$, 9) $68\frac{2}{3}$, 10) $21\frac{49}{55}$ 87. 1) $\frac{2}{3}$, 2) $\frac{3}{4}$, 3) $\frac{2}{5}$, 4) $\frac{1}{20}$, 5) $\frac{3}{8}$, 6) $\frac{5}{6}$, 7) $\frac{5}{4}$, 8) $1\frac{1}{4}$, 9) $\frac{2}{3}$, 10) $\frac{2}{3}$, 11) $\frac{10}{13}$ 88. 1) $\frac{1}{4}$, 2) 1, 3) $\frac{3}{8}$, 4) $\frac{2}{3}$, 5) 66, 6) $\frac{1}{10}$, 7) $\frac{1}{6}$, 8) $\frac{1}{18}$, 9) $\frac{3}{20}$, 10) $\frac{7}{9}$, 11) $\frac{21}{4} = 5\frac{1}{4}$, 12) $\frac{5}{6}$, 13) $\frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$ 89. 1) 8, 2) $\frac{1}{2}$, 3) 1, 4) $\frac{1}{20}$, 5) $\frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$, 6) 8, 7) 2, 8) 1 90. 1) $\frac{6}{7}$, 2) 1, 3) $\frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$, 4) $\frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$ 91. 1) $\frac{1}{3} = \frac{4}{3}$, 2) $\frac{4}{5} = \frac{22}{5}$, 3) $6\frac{1}{3} = \frac{19}{3}$, 4) $16\frac{1}{6} = \frac{97}{6}$ 92. 1) $\frac{5}{6}$, 2) $\frac{5}{12}$, 3) $\frac{41}{36} \approx 1\frac{5}{36}$, 4) $\frac{197}{96} = 2\frac{5}{96}$ 93. 1) $8\frac{2}{3} = \frac{26}{3}$, 2) 10, 3) $6\frac{1}{7} = \frac{43}{7}$, 4) $7\frac{6}{7} = \frac{55}{7}$, 5) $6\frac{3}{4} = \frac{27}{4}$, 6) $5\frac{5}{18} = \frac{95}{18}$, 7) $5\frac{19}{24} = \frac{139}{24}$, 8) $10\frac{7}{45} = \frac{457}{45}$ 94. 1) $\frac{7}{5} = 1\frac{2}{5}$, 2) $\frac{32}{7} = 4\frac{4}{7}$, 3) $\frac{5}{8}$, 4) $\frac{1}{12}$, 5) $\frac{3}{4}$, 6) $\frac{1}{2}$, 7) $6\frac{4}{7} = \frac{46}{7}$, 8) $\frac{3}{8}$ 95. 1) $\frac{1}{28}$, 2) $\frac{25}{72}$, 3) $\frac{3}{20}$, 4) $\frac{16}{35}$, 5) $2\frac{2}{3} = \frac{8}{3}$, 6) $1\frac{2}{3} = \frac{5}{3}$, 7) $1\frac{41}{72}$, 8) $5\frac{9}{12} = \frac{71}{12}$, 10) $1\frac{17}{30} = \frac{47}{30}$; 11) $\frac{141}{150}$ 96. 1) $-\frac{1}{36}$, 2) $-\frac{1}{12}$, 3) $-\frac{19}{4} = -4\frac{3}{4}$, 4) $-\frac{3}{4}$

$-1\frac{11}{12} = -\frac{23}{12}$, 5) $-\frac{3}{2} = -1\frac{1}{2}$, 6) $-2\frac{40}{63} = -\frac{166}{63}$, 7) $-1\frac{31}{72} = -\frac{103}{72}$, 8) $-1\frac{32}{1089} = -\frac{1121}{1089}$ **97.** 1) $\frac{2}{5}$, 2) $\frac{7}{15}$, 3) $\frac{27}{19} = 1\frac{8}{19}$, 4) $\frac{3}{14}$, 5) $\frac{11}{108}$, 6) 0, 7) 6, 8) 12, 9) $\frac{39}{2} = 19\frac{1}{2}$, 10) 42, 11) 1, 12) $\frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$ 13) 4, 14) $\frac{14}{5} = 2\frac{4}{5}$, 15) $\frac{99}{13} = 7\frac{8}{13}$. **98.** 1) $-\frac{10}{3} = -3\frac{1}{3}$, 2) $-\frac{33}{5} = -6\frac{3}{5}$, 3) -10, 4) -29, 5) $-\frac{1}{40}$, 6) -1, 7) -2, 8) $-\frac{3}{4}$, 9) $-\frac{12}{5} = -2\frac{2}{5}$, 10) -14 **99.** 1) 5, 2) 6, 3) $\frac{4}{9}$, 4) 0, 5) 15, 6) $\frac{1}{6}$, 7) $\frac{7}{16}$, 8) $\frac{21}{40}$, 9) $\frac{9}{5} = 1\frac{4}{5}$, 10) $\frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$, 11) 1, 12) $\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$, 13) $\frac{2}{23}$, 14) 3, 15) $\frac{3}{4}$, 16) $\frac{31}{8} = 3\frac{7}{8}$, 17) 6, 18) $\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$ **100.** 1) -3, 2) 0, 3) -2, 4) -11, 5) $\frac{1}{4}$, 6) -2, 7) $-\frac{8}{5} = -1\frac{3}{5}$, 8) $-\frac{5}{4} = -1\frac{1}{4}$, 9) -4, 10) $\frac{1}{2}$. **101.** 1) $\frac{1}{50}$ м, 2) $\frac{7}{100}$ м, 3) $\frac{1}{10}$ м, 4) $\frac{1}{2}$ м, 5) $\frac{21}{20} = 1\frac{1}{20}$ (м) **102.** 1) $\frac{1}{12}$ години, 2) $\frac{1}{4}$ години, 3) $\frac{1}{3}$ години, 4) $\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$ (година), 5) $3\frac{1}{6} = 3\frac{1}{6}$ (година) **103.** 1) $\frac{1}{30}$ хв, 2) $\frac{1}{10}$ хв, 3) $\frac{1}{2}$ хв, 4) $\frac{3}{4}$ хв, 5) 2 хв, 6) $\frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$ (хв) **104.** 1) $\frac{1}{100}$ грн, 2) $\frac{1}{50}$ грн, 3) $\frac{1}{20}$ грн, 4) $\frac{1}{2}$ грн, 5) $\frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$ (грн), 6) $\frac{37}{5} = 7\frac{2}{5}$ (грн) **105.** 1) 500 м, 2) 250 м, 3) 400 м, 4) 875 м, 5) 1750 м **106.** 1) 200 г, 2) 750 г, 3) 375 г, 4) 1400 г, 5) 2100 г **107.** 1) 20 см, 2) 25 см, 3) $\frac{125}{2} = 62\frac{1}{2}$ (см), 4) 150, см, 5) 140 см **108.** 1) 9 годин, 2) 10 годин, 3) 27 годин, 4) 56 годин **109.** 45 яблунь **110.** 25 км **111.** 25 км **112.** 5/8 **113.** 18 км **114.** $31\frac{1}{4}$ м **115.** $5\frac{1}{4}$ кг **116.** $7\frac{8}{15}$ кг **117.** 12 грн **118.** 432 кг **119.** $\frac{11}{24}$ **120.** $\frac{1}{6}$ **121.** $1\frac{2}{77} = \frac{79}{77}$ **122.** $\frac{19}{25}$ **123.** $5\frac{31}{72} = \frac{391}{72}$ **124.** $\frac{47}{77}$ **125.** 3 **126.** 2 **127.** $\frac{6}{7}$ **128.** $3\frac{1}{2} = \frac{7}{2}$ **129.** $-3\frac{2}{3} = -\frac{11}{3}$ **130.** 3 **131.** $\frac{4}{9}$ **132.** $13\frac{2}{3} = \frac{41}{3}$ **133.** $\frac{67}{14} = 4\frac{11}{14}$ **134.** $\frac{12}{7} = 1\frac{5}{7}$ **135.** $\frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}$ **136.** 1 **137.** 13 **138.** 2 **139.** 1 **140.** 1 **141.** 2 **142.** -13 **143.** $-\frac{1}{2}$ **144.** $\frac{1}{4}$ **145.** 5 **146.** 5 **147.** 37 **148.** 3 **149.** 6 **150.** 24 **151.** 0,3 **152.** 0,17 **153.** 0,019 **154.** 0,121 **155.** 0,00457 **156.** 45,0083 **157.** 0,4 **158.** 0,75 **159.** 0,3125 **160.** 2003,625 **161.** $\frac{1}{5}$ **162.** $\frac{37}{100}$ **163.** $\frac{27}{200}$ **164.** $\frac{4593}{10000}$ **165.** $1\frac{4}{5}$ **166.** $1\frac{6}{25}$ **167.** $15\frac{3}{100}$ **168.** $1\frac{1}{8}$ **169.** $5\frac{1}{250}$ **170.** $2\frac{3051}{100000}$ **171.** 1) 2,7, 2) 3,8, 3) 0,5, 4) 3,01, 5) 30,03 **172.** 0,0303, 0,303, 0,333, 3,03, 3,303 **173.** 5,505, 5,05, 0,505, 0,5005, 0,0505 **174.** 1) 20,206, 2) 2,0026 **175.** 1) 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 2) 0, 1, 2, 3, 3) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 **176.** 1) 7,3, 2) 8,59, 3) 4, 4) 149,43, 5) 1,462, 6) 18,704, 7) 11,03, 8) 7,76299, 9) 4,23, 10) -1,61, 11) -3,03 **177.** 1) 4,6, 2) 5,2, 3) 10,746, 4) 47,846, 5) 0,001, 6) 12,777, 7) -3,61, 8) -2,71, 9) -11,1217, 10) -36,147 **178.** 1) 1,6, 2) 0,8; 3) 3,6, 4) 18,45 **179.** 1) 0,6 дм, 2) 0,18 дм, 3) 4 дм; 4) 3,2 дм, 5) 17,5 дм **180.** 1) 3,231 м, 2) 2,071 м, 3) 5,003 м, 4) 0,23 м, 5) 0,706 м, 6) 0,075 м **181.** 1) 2,125 км, 2) 0,013 км, 3) 0,0007 км, 4) 0,00017 км, 5) 3,002 км, 6) 1,00625 км, 7) 0,00444 км **182.** 1) 1,45 кг, 2) 5,07 кг, 3) 2,002 кг **183.** 1) 0,35 грн, 2)

22,06 грн, 3) 130,57 грн **184.** 1) 14,4, 2) 2,7, 3) 249, 4) 400, 5) 135,28, 6) 24,11614, 7) 0,2232, 8) 20,118, 9) 0,29, 10) 0,009, 11) 0 10109 **185.** 1) 0,971, 2) 0,83, 3) 0 1361, 4) 0,0473, 5) 9,57, 6) 0,4, 7) 0,8 8) 1,1, 9) 5, 10) 5300, 11) 281,25 **186.** 10,75 **187.** 0 **188.** 3 **189.** 14,5 **190.** 295,75 км **191.** 381,2 км **192.** 14,75 грн **193.** 34,3 грн **194.** 8,5 м² **195.** 48 стор **196.** 63 грн **197.** 32,9 км **198.** 82,5 км

199. $6\frac{1}{3} = \frac{19}{3}$ **200.** $0,4 = \frac{2}{5}$ **201.** $\frac{58}{25} = 2,32$ **202.** $\frac{33}{8} = 4,125$ **203.** 1 **204.** $3\frac{1}{6}$

205. $\frac{7}{2} = 3,5$ **206.** 3 **207.** $\frac{49}{15} = 3\frac{4}{15}$ **208.** $5\frac{13}{16} = 5,8125$ **209.** 1 **210.** $\frac{577}{4} = 144\frac{1}{4} = 144,25$ **211.** 0,(3) **212.** 0,1(6) **213.** 0,(63) **214.** 0,(324) **215.** 0,25(3)

216. $\frac{1}{9}$ **217.** $\frac{5}{9}$ **218.** $\frac{8}{9}$ **219.** $\frac{5}{33}$ **220.** $\frac{4}{11}$ **221.** $\frac{6}{11}$ **222.** $\frac{41}{333}$ **223.** $\frac{1}{7}$ **224.** $\frac{991}{9900}$

225. $\frac{29}{60}$ **226.** $\frac{233}{990}$ **227.** 0,(2) = $\frac{2}{9}$ **228.** 0 11(12) > 0,1112 **229.** 0,(32) > 0,321

230. 61 **231.** $\frac{4}{15}$ **232.** 3 **233.** 0,5 **234.** 1,25 **235.** 2 **236.** 6 **237.** 4 **238.** 5 **239.** 3

240. -11 **241.** 1,3 **242.** $1\frac{2}{7} = \frac{9}{7}$ **243.** 0,7 **244.** 0,84 **245.** -6 **246.** 1) $\frac{1}{51}$, 2) 200 г

247. 1) $\frac{1}{16}$ г, 2) 15 г **248.** 8 склянок **249.** 1) 7,5 ссек, 2) 20 сек, 3) 2 хв 20 ссек

250. У мільйон разів **251.** 1000 м **252.** 50 000 дб **253.** 125 років **254.** Мільйон **255.** 86,4 км/год **256.** 1188 км/год **257.** 250 м/сек **258.** 0,005 км/год **259.** 1 10000000 **260.** 1 3000000 **261.** 108 км **262.** 1) 500 м, 2) 2500 м, 3) 1250 м, 4) 3000 м **263.** 1) 30 км, 2) 60 км, 3) 300 км, 4) 480 км **264.** В 16 разів **265.** 41 години = 6 годин 50 хв **269.** 1) 2%; 2) 5%; 3) 27%; 4) 68%; 5) 50%; 6) 80%; 7) 0,4%; 8) 0,7%; 9) 200%; 10) 500%; 11) 120%; 12) 450%. **270.** 1) 0,07; 2) 0,09; 3) 0,33; 4) 2,4; 5) 0,057; 6) 0,0003. **271.** 1) 50%; 2) 75%; 3) 0,7%; 4) 160%; 5) 214% **272.** 4 **273.** 1 **274.** 12,6 **275.** 30 **276.** 96 **277.** 28 **278.** 210

279. 1,2 **280.** 3 **281.** 3,6 **282.** 1) 400; 2) 30; 3) 60; 4) 70 **283.** 1) 50%; 2) $66\frac{2}{3}\%$; 3) 200%; 4) 64%; 5) 75%; 6) 187,5%; 7) 40%. **284.** 200 **285.** 500 **286.** 40 **287.** 112 **288.** 15 **289.** 150 **290.** 930 **291.** 3000 **292.** 87 **293.** 7 **294.** 15% **295.** 8% **296.** 80 партій **297.** 4 кг **298.** 7,5 кг **299.** 2,14 кг **300.** 4 кг **301.** 8 кг **302.** На 12,5% **303.** 68,8 грн **304.** 15% **305.** Зменшиться на 9% **306.** Зменшиться на 9% **307.** Товар подешевшав на 1% **308.** На 20% **309.** На $33\frac{1}{3}\%$ **310.** На $33\frac{1}{3}\%$ **311.** 90 тонн **312.** 32 людини **313.** 1800 зошитів **314.** 300 тонн **315.** 88% **316.** 27% **317.** На 25% **318.** На 38% **319.** 18г **320.** На 44% **321.** На 28% **322.** На 25% **323.** 10% **324.** 1,5 кг **325.** 0,75 кг **326.** 441 г **327.** 160 г, 20% **328.** На 21% **329.** На 82% **330.** Зменшиться на 4% **331.** На 33,1% **332.** На 15,2% **333.** $16\frac{2}{3}\%$, 20% **334.** $a = 1800, b = 2400$ **335.** На 12,5% **336.** 1) 424,36 грн, 2) $\approx 463,71$ грн **337.** 1) $\approx 3646,52$ грн, 2) $\approx 4886,68$ грн **338.** 560 грн **339.** 1200 грн **340.** $\frac{k - 100(\sqrt[3]{2} - 1)}{\sqrt[3]{2} - 1}$, якщо $k > 100(\sqrt[3]{2} - 1)$ При $k \leq 100(\sqrt[3]{2} - 1)$ умови задачі суперечливі

Розділ 2. Модуль (абсолютна величина) дійсного числа. Ціла і дробова частина числа

341. $3; \sqrt{12}; 3.5; 2.1; 3\frac{1}{2}; 0; \frac{9}{5}; \sqrt{3}; 2\frac{3}{8}; 16; 3 - \sqrt{6}; \sqrt{5} - 1$. 342. $-5; -1; 0; |3 - \sqrt{10}|; |1 - \sqrt{2}|; 2; |-\sqrt{5}|; |-25|$.

343. $\begin{cases} 2x, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases}$ 344. $\begin{cases} 0, & x \geq 0, \\ -2x, & x < 0. \end{cases}$ 345. $\begin{cases} 0, & x \geq 0, \\ 2x, & x < 0. \end{cases}$ 346. $\begin{cases} x+1, & x \geq -1, \\ -x-1, & x < -1. \end{cases}$

347. $\begin{cases} x-3, & x \geq 3, \\ -x+3, & x < 3. \end{cases}$ 348. $\begin{cases} 2x-4, & x \geq 2, \\ -2x+4, & x < 2. \end{cases}$ 349. $\begin{cases} 5x-2, & x \geq \frac{2}{5}, \\ -5x+2, & x < \frac{2}{5}. \end{cases}$ 350. $\begin{cases} -3x+12, & x \geq 4, \\ 3x-12, & x < 4. \end{cases}$

351. $\begin{cases} 7x+6, & x \geq -2, \\ x-6, & x < -2. \end{cases}$ 352. $\begin{cases} -8, & x \geq -8, \\ 2x+8, & x < -8. \end{cases}$ 353. $\begin{cases} -6, & x \geq -3, \\ 4x+6, & x < -3. \end{cases}$ 354. $\begin{cases} x^2-4x+3, & x \geq 0, \\ x^2+4x+3, & x < 0 \end{cases}$

355. $\begin{cases} 8x, & x \geq 4, \\ 2x^2, & x < 4. \end{cases}$ 356. $\begin{cases} -2x, & x < -1, \\ 2, & -1 \leq x \leq 1, \\ 2x, & x > 1. \end{cases}$ 357. $\begin{cases} -6, & x < -3, \\ 2x, & -3 \leq x \leq 3, \\ 6, & x > 3. \end{cases}$ 358. $\begin{cases} x^2-7x+6, & x \leq 1, x \geq 6, \\ -(x^2-7x+6), & 1 < x < 6. \end{cases}$

359. $\begin{cases} x^2-2x-3, & x \geq 3 \\ -x^2+2x+3, & 0 \leq x < 3, \\ -x^2-2x+3, & -3 < x < 0, \\ x^2+2x-3, & x \leq -3. \end{cases}$ 360. $\begin{cases} x^3-8, & x \geq 2 \\ -x^3+8, & x < 2 \end{cases}$ 361. $\begin{cases} x^4-81, & x \leq -3, x \geq 3, \\ -x^4+81, & -3 < x < 3. \end{cases}$

362. $\begin{cases} \sqrt[3]{x}+4, & x \geq -64, \\ -\sqrt[3]{x}-4, & x < -64. \end{cases}$ 363. $\begin{cases} \sqrt{x}-1, & x \geq 1, \\ -\sqrt{x}+1, & 0 \leq x < 1. \end{cases}$ 364. $\begin{cases} 2-\sqrt{x+1}, & -1 \leq x < 3, \\ \sqrt{x+1}-2, & x \geq 3. \end{cases}$

365. $\begin{cases} x-\sqrt{x}, & x \geq 1, \\ \sqrt{x}-x, & 0 \leq x < 1. \end{cases}$ 366. $\begin{cases} 1, & x > 0, \\ -1, & x < 0 \end{cases}$ 367. $\begin{cases} 1, & x > -3, \\ -1, & x < -3. \end{cases}$ 368. $\begin{cases} x+3, & x > 0, x \neq 3, \\ 3-x, & x < 0, x \neq -3. \end{cases}$

369. $\begin{cases} 2x+9, & x > 9, \\ -9, & x < 9. \end{cases}$ 370. $\begin{cases} 1, & x > \sqrt{2}, \\ 0, & x < \sqrt{2}. \end{cases}$ 371. $\begin{cases} 1, & x < 0, x > 1, \\ -1, & 0 < x < 1. \end{cases}$

372. $\begin{cases} -x-5, & x < -5, \\ x+5, & -5 \leq x < 0, \\ -x+5, & 0 \leq x < 5, \\ x-5, & x \geq 5. \end{cases}$ 373. $\begin{cases} 4, & x < -4, \\ -2x-4, & -4 \leq x < -2, \\ 2x+4, & -2 \leq x < 0, \\ 4, & x \geq 0. \end{cases}$

374. 1) $2 - \sqrt{2}$; 2) $\sqrt{2} - 1$; 3) $4 - \sqrt{2} - \sqrt{3}$ 375. 1) 1, 2) $\sqrt{7} - \sqrt{6}$, 3) $\sin 3$; 4) $-\cos 4$; 5) $-\operatorname{tg} 2$; 6) $\operatorname{ctg} 3$; 7) $-\arcsin(\cos 2) = 2 - \frac{\pi}{2}$; 8) $4\pi - 11$; 9) $\lg 5$; 10) $-\log_{0.3} 2$; 11) $-\log_{2-\sqrt{3}} 2 = \log_{2+\sqrt{3}} 2$; 12) $-\log_{\sqrt{2}-1} 3 = \log_{\sqrt{2}+1} 3$; 13) $-\lg \arcsin(\sqrt{7}/4)$

376. $|a| + |b| + |c| \neq 0$. 377. $|a-b| + |b-c| + |c-a| > 0$.

380. $\begin{cases} e^x - 1, & x \geq 0, \\ -e^x + 1, & x < 0. \end{cases}$ 381. $\begin{cases} 3^{x-2} - 5, & x \geq 2 + \log_3 5, \\ -3^{x-2} + 5, & x < 2 + \log_3 5. \end{cases}$ 382. $\begin{cases} \lg x, & x > 0, \\ \lg(-x), & x < 0. \end{cases}$
383. $\begin{cases} \lg x, & x \geq 1, \\ -\lg x, & 0 < x < 1. \end{cases}$ 384. $\begin{cases} \lg x + 1, & x \geq 1, \\ -\lg x + 1, & 0 < x < 1. \end{cases}$ 385. $\begin{cases} \log_2(x+1), & x > -1, \\ \log_2(-x-1), & x < -1. \end{cases}$
386. $\begin{cases} \log_2(x+1), & x \geq 0, \\ -\log_2(x+1), & -1 < x < 0. \end{cases}$ 387. $\begin{cases} \log_2(x-3), & x > 3, \\ \log_2(-x-3), & x < -3. \end{cases}$
388. $\begin{cases} \log_2(x-3), & x \geq 4, \\ -\log_2(x-3), & 3 < x < 4, \\ -\log_2(-x-3), & -4 < x < -3, \\ \log_2(-x-3), & x \leq -4. \end{cases}$ 389. $\begin{cases} \lg(x^2-8), & x \leq -3, \quad x \geq 3, \\ -\lg(x^2-8), & -3 < x < -\sqrt{8}, \quad \sqrt{8} < x < 3. \end{cases}$
390. $\begin{cases} \sqrt{\log_2(x+1)} - 1, & x \geq 1, \\ 1 - \sqrt{\log_2(x+1)}, & 0 \leq x < 1. \end{cases}$ 391. $\begin{cases} \log_2 \sqrt{x+1} - 1, & x \geq 3, \\ 1 - \log_2 \sqrt{x+1}, & -1 < x < 3. \end{cases}$ 392. $\begin{cases} \log_{\frac{1}{3}} x, & 0 < x \leq 1, \\ -\log_{\frac{1}{3}} x, & x > 1. \end{cases}$
393. $\begin{cases} \log_{\frac{1}{3}}(x-2), & 2 < x \leq 3, \\ -\log_{\frac{1}{3}}(x-2), & x > 3. \end{cases}$ 394. $\begin{cases} \log_{\frac{1}{3}}(x-1) - 1, & 1 < x \leq \frac{4}{3}, \\ -\log_{\frac{1}{3}}(x-1) + 1, & x > \frac{4}{3}. \end{cases}$
395. $\begin{cases} \lg x + 1, & x \geq 0.1, \\ -\lg x - 1, & 0 < x < 0.1, \\ -\lg(-x) - 1, & -0.1 < x < 0, \\ \lg(-x) + 1, & x \leq -0.1. \end{cases}$ 396. $\begin{cases} 0, & 0 \leq x \leq 1, \\ \log_3(2\sqrt{x}-1), & x > 1. \end{cases}$ 397. $\begin{cases} \sin x, & x \geq 0, \\ -\sin x, & x < 0. \end{cases}$
398. $\begin{cases} \sin x, & 2\pi n \leq x \leq \pi + 2\pi n, \\ -2\sin x, & -\pi + 2\pi n < x < 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \end{cases}$ 399. $\begin{cases} \cos 2x, & x \geq 0, \\ 1, & x < 0. \end{cases}$
400. $\begin{cases} 2\cos x, & -\frac{\pi}{2} + 2\pi n \leq x \leq \frac{\pi}{2} + 2\pi n, \\ 0, & \frac{\pi}{2} + 2\pi n < x < \frac{3\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \end{cases}$
401. $\begin{cases} 0, & x \geq 0, \quad x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}_0, \\ -2\operatorname{tg} x, & x < 0, \quad x \neq -\frac{\pi}{2} + \pi n, \quad n = 0, -1, -2, -3, \dots \end{cases}$
402. $\begin{cases} \operatorname{tg} x, & \pi n \leq x < \frac{\pi}{2} + \pi n, \\ -\operatorname{tg} x, & \frac{\pi}{2} + \pi n < x < \pi + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}. \end{cases}$ 403. $\begin{cases} \sin x - \frac{1}{2}, & 2\pi n \leq x \leq \pi + 2\pi n, \\ -\sin x - \frac{1}{2}, & -\pi + 2\pi n < x < 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \end{cases}$
404. $\begin{cases} \sin x - \frac{1}{2}, & \frac{\pi}{6} + 2\pi n \leq x \leq \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, \\ -\sin x + \frac{1}{2}, & \frac{5\pi}{6} + 2\pi n < x < \frac{13\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \end{cases}$
405. $\begin{cases} \operatorname{tg} x - \frac{\sqrt{3}}{3}, & \frac{\pi}{6} + \pi n \leq x < \frac{\pi}{2} + \pi n, \\ -\operatorname{tg} x + \frac{\sqrt{3}}{3}, & -\frac{\pi}{2} + \pi n < x < \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}. \end{cases}$

$$\begin{aligned}
406. & \begin{cases} 1, x > 0, x \neq \pi n, n \in N, \\ -1, x < 0, x \neq \pi n, n = -1, -2, -3, \dots \end{cases} & 407. & \begin{cases} 1, 2\pi n < x < \pi + 2\pi n, \\ -1, -\pi + 2\pi n < x < 2\pi n, n \in Z. \end{cases} \\
408. & \begin{cases} 1, -\frac{\pi}{2} + 2\pi n < x < \frac{\pi}{2} + 2\pi n, \\ -1, \frac{\pi}{2} + 2\pi n < x < \frac{3\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z \end{cases} & 409. & \begin{cases} 1, \pi n < x < \frac{\pi}{2} + \pi n, \\ -1, -\frac{\pi}{2} + \pi n < x < \pi n, n \in Z \end{cases} \\
410. & \begin{cases} \arcsin x, 0 \leq x \leq 1, \\ -\arcsin x, -1 \leq x < 0. \end{cases} & 411. & \begin{cases} \arcsin x, 0 \leq x \leq 1, \\ -\arcsin x, -1 \leq x < 0. \end{cases} & 412. & \begin{cases} \arccos x, 0 \leq x \leq 1, \\ \pi - \arccos x, -1 \leq x < 0. \end{cases} \\
413. & \begin{cases} \arctg x, x \geq 0, \\ -\arctg x, x < 0. \end{cases} & 414. & \begin{cases} \lg(\tgg x), \frac{\pi}{4} + \pi n \leq x < \frac{\pi}{2} + \pi n, \\ -\lg(\tgg x), \pi n < x < \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z. \end{cases} \\
415. & \begin{cases} \lg(\sin x + 1), x \in [2\pi n, \pi + 2\pi n] \\ -\lg(\sin x + 1), x \in (-\pi + 2\pi n, 2\pi n) \setminus \left\{-\frac{\pi}{2} + 2\pi n\right\}, n \in Z. \end{cases} & 416. & \{4\} = 4, \quad \{4\} = 0; \\
& [-4] = -4; \{-4\} = 0; [0] = \{0\} = 0; [4, 9] = 4; \{4, 9\} = 0, 9; [-4, 2] = -5; \{-4, 2\} = 0, 8; \\
& [0, 5] = 0; \{0, 5\} = 0, 5; [-0, 5] = -1; \{-0, 5\} = 0, 5. \quad 417. \left[\frac{5}{4}\right] = 1, \left\{\frac{5}{4}\right\} = \frac{1}{4}; \left[1\frac{5}{9}\right] = 1; \\
& \left\{1\frac{5}{9}\right\} = \frac{5}{9}, \left[-1\frac{5}{9}\right] = -2; \left\{-1\frac{5}{9}\right\} = \frac{4}{9}. \quad 418. \left[3\frac{2}{7}\right] = 3; \left\{3\frac{2}{7}\right\} = \frac{2}{7}; \left[-3\frac{2}{7}\right] = -4; \\
& \left\{-3\frac{2}{7}\right\} = \frac{5}{7}; \left[-\frac{7}{3}\right] = -3; \left\{-\frac{7}{3}\right\} = \frac{2}{3}. \quad 419. [\sqrt{2}] = 1; \{\sqrt{2}\} = \sqrt{2} - 1; [\sqrt{5}] = 2; \\
& \{\sqrt{5}\} = \sqrt{5} - 2; [-\sqrt{2}] = -2; \{-\sqrt{2}\} = 2 - \sqrt{2}; \left[\frac{\sqrt{3}}{2}\right] = 0; \left\{\frac{\sqrt{3}}{2}\right\} = \frac{\sqrt{3}}{2}. \quad 420. [\sqrt{23}] = 4, \\
& \{\sqrt{23}\} = \sqrt{23} - 4, \quad [-\sqrt{23}] = -5; \{-\sqrt{23}\} = 5 - \sqrt{23}; [5 - \sqrt{65}] = -4, \{5 - \sqrt{65}\} = 9 - \sqrt{65}; \\
& [4 - \sqrt{15}] = 0; \{4 - \sqrt{15}\} = 4 - \sqrt{15}; [\sqrt{51} - 8] = -1, \{\sqrt{51} - 8\} = \sqrt{51} - 7; [8 - \sqrt{87}] = -2, \\
& \{8 - \sqrt{87}\} = 10 - \sqrt{87}. \quad 421. \left[\sin \frac{\pi}{2}\right] = 1; \left\{\sin \frac{\pi}{2}\right\} = 0; \left[\tgg \frac{\pi}{3}\right] = 1; \left\{\tgg \frac{\pi}{3}\right\} = \sqrt{3} - 1; \left[\ctg \frac{2\pi}{3}\right] = \\
& = -1; \left\{\ctg \frac{2\pi}{3}\right\} = 1 - \frac{\sqrt{3}}{3}. \quad 422. [\arcsin 1] = 1, [\arccos(-1)] = 3; [\arctg 1] = 0; \\
& [\lg 3 + \log_3 10] = 2. \quad 423. \left\{\lg \frac{1}{101}\right\} = 3 + \lg \frac{1}{101}, \{\lg 0,2\} = 1 + \lg 0,2; \{\lg 1001\} = \lg 1001 - 3; \{\lg \arcsin 1\} = \\
& = \lg \frac{\pi}{2}; \{\lg \sin 2\} = 1 + \lg \sin 2; \{\lg \cos 6\} = 1 + \lg \cos 6. \quad 427. x. \quad 428. 3 \cdot [x]. \quad 429. 4 \cdot \{x\}. \\
430. & [\sin x] = \begin{cases} 1, x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, \\ 0, x \in \left[2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right) \cup \left(\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \pi + 2\pi n\right], \\ -1, x \in (\pi + 2\pi n; 2\pi + 2\pi n), n \in Z. \end{cases} \\
431. & \{\sin x\} = \begin{cases} 0, x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, \\ \sin x, x \in \left[2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right) \cup \left(\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \pi + 2\pi n\right], \\ \sin x + 1, x \in (\pi + 2\pi n; 2\pi + 2\pi n), n \in Z. \end{cases}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 432. [\cos x] &= \begin{cases} 1, & x = 2\pi n, \\ 0, & x \in \left[-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; 2\pi n\right) \cup \left(2\pi n, \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right], \\ -1, & x \in \left(\frac{\pi}{2} + 2\pi n, \frac{3\pi}{2} + 2\pi n\right) \quad n \in \mathbb{Z}. \end{cases} \\
 433. \{\cos x\} &= \begin{cases} 0, & x = 2\pi n, \\ \cos x, & x \in \left[-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; 2\pi n\right) \cup \left(2\pi n, \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right], \\ \cos x + 1, & x \in \left(\frac{\pi}{2} + 2\pi n, \frac{3\pi}{2} + 2\pi n\right) \quad n \in \mathbb{Z}. \end{cases} \\
 434. [\arcsin x] &= \begin{cases} -2, & x \in [-1, -\sin 1), \\ -1, & x \in [-\sin 1, 0), \\ 0, & x \in [0; \sin 1), \\ 1, & x \in [\sin 1, 1]. \end{cases} \\
 435. \{\arcsin x\} &= \begin{cases} \arcsin x + 2, & x \in [-1, -\sin 1), \\ \arcsin x + 1, & x \in [-\sin 1; 0), \\ \arcsin x, & x \in [0, \sin 1), \\ \arcsin x - 1, & x \in [\sin 1; 1]. \end{cases} \\
 436. [\arccos x] &= \begin{cases} 3, & x \in [-1, \cos 3], \\ 2, & x \in (\cos 3, \cos 2], \\ 1, & x \in (\cos 2, \cos 1], \\ 0, & x \in (\cos 1; 1]. \end{cases} \\
 437. \{\arccos x\} &= \begin{cases} \arccos x - 3, & x \in [-1, \cos 3], \\ \arccos x - 2, & x \in (\cos 3, \cos 2], \\ \arccos x - 1, & x \in (\cos 2, \cos 1], \\ \arccos x, & x \in (\cos 1; 1]. \end{cases}
 \end{aligned}$$

Розділ 3. Основні поняття теорії множин. Круги Ейлера

438. {2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23; 29}. 439. {5; 25; 125; 625} 440. {9; 18; 27; 36; 45; 54; 63; 72}. 441. {пішак; кінь; слон; тура; ферзь; король}. 442. $A = \{1; 4\}$. 443. $A = \{-1; 0; 3\}$. 444. $A = \{-2; -1; 0; 1; 2\}$. 445. $A = \{\text{грудень; січень; лютий}\}$.

446. $\{2n | n \in \mathbb{N}\}$ 447. $\{9n | n \in \mathbb{N}\}$ 448. $\{x | x^3 - 4x = 0\} \Leftrightarrow \{-2; 0; 2\}$. 449.

$\{x | \cos x = 0\} \Leftrightarrow \left\{\frac{\pi}{2} + \pi n | n \in \mathbb{Z}\right\}$. 450. {лось}; {як}, {лось; як}; \emptyset . 451. $\{1\} \{5\} \{1; 5\} \emptyset$.

452. $\{\emptyset\} \{3\} \{\emptyset; 3\} \emptyset$. 453. $\left\{-\frac{1}{6}\right\}, \left\{\frac{5}{9}\right\}, \left\{-\frac{1}{6}; 0\right\}, \left\{-\frac{1}{6}; \frac{5}{9}\right\}, \left\{0; \frac{5}{9}\right\}, \left\{-\frac{1}{6}; 0; \frac{5}{9}\right\}, \emptyset$.

454. $\{\{2; 7\}\}, \{2\}, \{9\}, \{\{2; 7\}; 2\}, \{\{2; 7\}; 9\}, \{2; 9\}, \{\{2; 7\}; 2; 9\}, \emptyset$. 457. $\{1; 3; 7\}, \{3\}$.

458. $\{-3; 0; 5; 6; 10\}, \{5\}$. 459. $\{0; 1; 3; 5; 7\}, \emptyset$. 460. $\{2; 4; 6; -2; 8; 10\}, \{2\}$.

461. $\{-1; -2; 2; 1; 5\}, \{1; 2; -2\}$. 462. $\left\{\frac{2}{3}; \frac{8}{9}; 1; 6\right\}, \emptyset$. 463. $\{-1; 0; 0.5; 2; 7\}, \{0\}$.

464. $\{0; 3; 4; 5; 7\}, \{4; 7\}$. 465. $\left\{\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; -\frac{1}{2}; 0\right\}, \left\{\frac{1}{3}\right\}$. 466. $\{-0.5; 2; 0.9\}, \{2; -0.5\}$.

467. $[0; 6), (1; 5]$. 468. $(-\infty; +\infty), \{1\}$. 469. $[-5; 2] \cup [3; +\infty), \emptyset$. 470. $(-\infty; +\infty), (1; 3]$. 471. $(-1; 2), \{0\}$. 472. $(-1; +\infty), [0; 3]$. 473. $(-\infty; 1), (-\infty; -3]$. 474. $(-\infty; 6), \emptyset$. 475. $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty), \emptyset$. 476. $(-1; 9), \emptyset$. 477. $A \cup B = \{n | n \in \mathbb{N}\}$.

$A \cap B = \emptyset$. 478. $A \cup B$ складається з точок, що лежать усередині двох смуг, обмежених прямими $x = -1, x = 1, y = -1, y = 1$, і на цих прямих. $A \cap B$ складається з точок, що лежать усередині і на сторонах квадрата, обмеженого

відрізками прямих $-1 \leq x \leq 1$, $-1 \leq y \leq 1$ **479.** $A \cap B = \{\text{квадрати}\}$
480. $\{n \mid n \in N\}$. **481.** \emptyset **482.** $\{12n - 6 \mid n \in N\}$. **483.** \emptyset ; $(-\infty, 5)$ **484.** $(4, 8)$, $(2, 10)$
485. $(0, 8)$, $(-5, 13)$ **486.** \emptyset ; $(-\infty, +\infty)$ **487.** \emptyset ; $(-\infty, 3] \cup [5, +\infty)$ **488.**
 $[-3, +\infty)$, $(-\infty, -3)$ **489.** $(-\infty, +\infty)$ \emptyset **490.** $(-\infty, 0] \cup [4, +\infty)$ $(0, 4)$
491. $(-\infty, -2] \cup [0, 1)$; $(-2, 0) \cup [1, +\infty)$ **492.** $(-\infty, -7) \cup (0, +\infty)$, $[-7, 0]$ **493.**
 $(-\infty, -1] \cup [8, +\infty)$, $R \setminus \{0\}$ **494.** $(3, +\infty)$, $(-\infty, -3) \cup [0, +\infty)$ **495.** $A \setminus B =$
 $= \{\text{прямокутники з нерівними сторонами}\}$, $B \setminus A = \emptyset$ **496.** $A \setminus B = \{x \mid x \in Z$
 $-2 \leq x \leq 2\}$ $B \setminus A = \{x \mid x \in N \quad 9 \leq x \leq 19\}$ **497.** $A \setminus B = \{n \mid n \in N \quad n \geq 16\}$, $B \setminus A = \emptyset$
498. $A \setminus B = A$, $B \setminus A = B$ **499.** $A \setminus B = (-3, 3)$, $B \setminus A = (4, 9)$ **501.** 1) \emptyset , 2) A **502.**
 $A = B$ **503.** \emptyset **504.** Універсальна множина U **505.** 6 тюдси **506.** 70% **507.**
26 людей **508.** 140 чоловік **509.** 13 людей **510.** 5 чоловік **511.** Жодної мови
не вивчас 20 чоловік, тише англійську - 30, тише німецьку - 20 тише фран-
цузьку - 13 **512.** 1) 2 людини, 2) 21 людина **513.** 22 людини **514.** 10%
515. 10 хлопців **516.** 1) 4 людини, 2) 12 тюдсей **517.** 10 чоловік **518.** 30% від
загального числа всіх піратів Фінта **519.** Не менш 10 чоловік **520.** 1) 4 м²,
2) 2,5 м²

Розділ 4. Дії з алгебраїчними виразами

521. $x \neq 0 \Leftrightarrow x \in R \setminus \{0\}$ **522.** $x \in (-\infty, 8) \cup (8, +\infty)$ **523.** $x \in R$ **524.** $x \neq \pm 7$
525. $a \in (-\infty, 0) \cup (0, 6) \cup (6, \infty)$ **526.** $x \in R \setminus \{-1, 4\}$ **527.** $x \neq \pm 3$ **528.** $x \in R$ **529.**
 $m \neq 2n$ **530.** $\frac{4}{9}$ **531.** $6\frac{1}{4}$ **532.** $\frac{125}{64} = 1\frac{61}{64}$ **533.** 1 **534.** -1 **535.** -1 **536.** -1 **537.**
 $\frac{9}{16}$ **538.** $-\frac{8}{125}$ **539.** 0,01 **540.** -0,01 **541.** 10 **542.** $\frac{64}{25} = 2,56$ **543.** $2\frac{1}{4}$ **544.** -5
545. 6,25 **546.** -25 **547.** $\frac{4}{49}$ **548.** $\frac{8}{27}$ **549.** -64 **550.** $-\frac{81}{625}$ **551.** $4^1 = 2^2$
552. $8^1 = 2^{-3}$ **553.** $16^1 = 4^{-2} = 2^{-4}$ **554.** $27^{-1} = 3^{-3}$ **555.** $64^{-1} = 8^{-2} = 4^{-3} = 2^{-6}$
556. $81^{-1} = 9^{-2} = 3^{-4}$ **557.** $125^{-1} = 5^{-3}$ **558.** $144^{-1} = 12^{-2}$ **559.** $243^{-1} = 3^{-5}$
560. $256^{-1} = 16^{-2} = 4^{-4} = 2^{-8}$ **561.** $625^{-1} = 25^{-2} = 5^{-4}$ **562.** $\left(\frac{4}{9}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^4$ **563.**
 $\left(\frac{25}{16}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{4}\right)^{-4}$ **564.** 10^{-1} **565.** 10^{-2} **566.** 10^{-4} **567.** 2^{-1} **568.** x^1 **569.** x^{-2} **570.**
 $7x^{-1}$ **571.** $(7x)^{-1} = \frac{1}{7}x^{-1} = 7^{-1}x^{-1}$ **572.** $9x^{-2}$ **573.** $(9x^2)^{-1} = 9^{-1}x^{-2} = \frac{1}{9}x^{-2} = 3^{-2}x^{-2}$
574. $8x^{-3}$ **575.** $(8x^3)^{-1} = 8^{-1}x^{-3} = (1/8)x^{-3} = 2^{-3}x^{-3}$ **576.** $17(x-4)^1$
577. $3^{-1}(x+1)^{-4}$ **578.** $6x^{-1}(2x^4+9)^{-7}$ **579.** x^6 **580.** x^5 **581.** x^{-1} **582.** x^8 **583.**
 $-x^{-13}$ **584.** x^{70} **585.** x^{32} **586.** x^{25} **587.** x^{3n} **588.** x^5 **589.** x^{-21} **590.** x^{35} **591.**
 x^{-12} **592.** x^{40} **593.** x^{38} **594.** x^{-56} **595.** x^{-27} **596.** x^{3n+1} **597.** x^5 **598.** x^4 **599.**
 x^{5n-2m} **600.** x^7 **601.** x^2 **602.** x^{n+4} **603.** x^3 **604.** 1 **605.** 28 **606.** 13 **607.** 2
608. 72 **609.** $2 \cdot 3^2 \cdot 11 = 198$ **610.** $7^2 \cdot 17 = 833$ **611.** $2^5 \cdot 3 \cdot 5^4 = 60000$ **612.** $\frac{10}{81}$
613. $\frac{14}{27}$ **614.** 150 **615.** 7 **616.** 5 **617.** 10 **618.** 1 **619.** $4/9$ **620.** 2 **621.** 4 **622.** 2
623. 4 **624.** $5/6$ **625.** $8x^2$ **626.** $3ab$ **627.** $5xy$ **628.** $y^2 - 3y$ **629.** $-3m^1$
630. $\frac{1}{8}x^5$ **631.** $2x^2y^2 + 3xy^3 + 5xy$ **632.** $9a^2bc - ab^2c - 8abc^2$ **633.** $-9x^1 + 4x^1$ **634.**

$$\begin{aligned}
& 20x^3 + 31 \quad 635. 2x^4 - 1 \quad 636. -x^3 + 3x + 5 \quad 637. 8a^3 - 4ab + 1 \quad 638. x^3 - 21x^2 + 12x \\
& 639. 3x^3 + 8x^2 - 6x - 5 \quad 640. 3x^4 - 6 \quad 641. x - 2x^2 - 2 \quad 642. -2x^2 - y^2 + 2ax \quad 643. \\
& 11x + 2 \quad 644. 14x^2 + 35 \quad 645. 10x^3 - 7x^2 + 15x \quad 646. -5x \quad 647. 8x^2 + 2 \quad 648. \\
& x^3 + 13x + 1 \quad 649. 6a^5 - 7a^3b^2 - 13a^4b \quad 650. 6y^3 + 8y^4 - 47y^3 - 7y^2 + 4 \quad 651. 2x - 13 \\
& 652. x^2 - 7x + 12 \quad 653. x^2 + x - 20 \quad 654. 2x^2 - 9x + 4 \quad 655. 2x^2 + 3x - 2 \\
& 656. x^2 - 3x + 4 \quad 657. x^2 + x - 1 \quad 658. x^3 - x^2 + 2 \quad 659. x^3 + 2x^2 - 3x - 4 \quad 660. \\
& -x^4 + 3x^3 + 6x^2 + 6x + 6 \quad 661. 4x^3 - x - 1 + \frac{2}{x+1} \quad 662. 3x^2 - 3x + 8 + \frac{-8x+7}{x^2+x} \\
& 663. x^3 - 2x^2 + 3x - 4 + \frac{5x+5}{x^2+2x+1} \quad 664. x^2 + 2x + 4 + \frac{4x-2}{x^2-x+1} \quad 665. x^2 - 1 + \\
& + \frac{-11x+11}{x^3+x+5} \quad 666. -\frac{1}{3}x^3 - \frac{2}{9}x + \frac{4}{9} - \frac{x}{3x^2+2} \quad 667. \frac{2}{3}x^3 - \frac{8}{9} + \frac{32}{9} - \frac{1}{3x^3+4} \\
& 668. x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - yz \quad 669. x^{n-1} + x^{n-2} + \dots + x^2 + x + 1 \quad 670. a = -26, b = -24 \\
& 671. a = -7, b = -1 \quad 672. x^2 + 6axy + 9a^2y^2 \\
& 673. 4a^2 - 20ab + 25b^2 \quad 674. m^2x^2 + 2mxy + n^2y^2 \quad 675. \frac{1}{9}a^8 - \frac{1}{3}a^4b^4 + \frac{1}{4}b^8 \\
& 676. a^{2n} + 2a^n b^n + b^{2n} \quad 677. 25a^{2n} - 90a^n b^n + 81b^{2n} \quad 678. x^3 + 9x^2y + 27xy^2 + 27y^3 \\
& 679. 8a^3 - 12a^2b + 6ab^2 - b^3 \quad 680. 27x^3 + 54x^2y + 36xy^2 + 8y^3 \quad 681. x^9 - 6x^8y^4 + \\
& + 12x^7y^8 - 8y^{11} \quad 682. x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + xz) \quad 683. x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2xz + \\
& + 2yz \quad 684. 4x^2 + 9y^2 + 16z^2 - 12xy + 16xz - 24yz \quad 685. x^4 + 8x^2y^3 + 16y^6 - 10x^2z^4 - \\
& - 40y^3z^4 + 25z^8 \quad 686. x^4 - 2ax^3 + (a^3 - 2c^2)x^2 + 2ac^2x + c^4 \quad 687. a^2x^8 - 2ab^2x^7 + \\
& + b^4x^6 - 2ac^5x^4 + 2b^2c^5x^3 + c^{10} \quad 688. x^3 + y^3 + z^3 + 3(x^2y + xy^2 + x^2z + xz^2 + y^2z + \\
& + yz^2) + 6xyz \quad 689. a^3 - 6a^2x + 3a(a+4)x^2 - 4(3a+2)x^3 + 3(a+4)x^4 - 6x^5 + x^6 \quad 690. \\
& a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2(-ab - ac + ad + bc - bd - cd) \quad 691. (x-y)^2 \quad 692. (x-2y)^2 \\
& 693. (x+3y)^2 \quad 694. (3a+2)^2 \quad 695. (x^2+7y)^2 \quad 696. (\frac{1}{2}x+1)^2 \quad 697. (2a+\frac{1}{5})^2 \\
& 698. (0.7a+1)^2 \quad 699. (0.2x-y)^2 \quad 700. (0.3x-0.2y)^2 \quad 701. x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + \\
& + 4xy^3 + y^4 \quad 702. x^4 - 4x^3y + 6x^2y^2 - 4xy^3 + y^4 \quad 703. x^3 + 5x^2y + 10x^3y^2 + 10x^2y^3 + \\
& + 5xy^4 + y^5 \quad 704. x^5 - 5x^4y + 10x^3y^2 - 10x^2y^3 + 5xy^4 - y^5 \quad 705. x^6 + 6x^5y + \\
& + 15x^4y^2 + 20x^3y^3 + 15x^2y^4 + 6xy^5 + y^6 \quad 706. x^6 - 6x^5y + 15x^4y^2 - 20x^3y^3 + 15x^2y^4 - \\
& - 6xy^5 + y^6 \quad 707. x^4 + 8x^3y + 24x^2y^2 + 32xy^3 + 16y^4 \quad 708. x^4 - 12x^3y + 54x^2y^2 - \\
& - 108xy^3 + 81y^4 \quad 709. 16x^4 + 96x^3y + 216x^2y^2 + 216xy^3 + 81y^4 \quad 710. 81x^4 - 432x^3y + \\
& + 864x^2y^2 - 768xy^3 + 256y^4 \quad 711. a^5 - 10a^4x^2 + 40a^3x^4 - 80a^2x^6 + 80ax^8 - 32x^{10} \\
& 712. x^{18} + 12x^{15}y^2 + 60x^{12}y^4 + 160x^9y^6 + 240x^6y^8 + 192x^3y^{10} + 64y^{12} \quad 713. (x+1)^2 - 11 \\
& 714. (x-2)^2 + 5 \quad 715. (x+3)^2 - 6 \quad 716. (x-4)^2 - 21 \quad 717. (x+1/2)^2 + 3/4 \\
& 718. (x-3/2)^2 - 33/4 \quad 719. \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} \quad 720. \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{29}{4} \quad 721. \left(x + \frac{9}{2}\right)^2 - \frac{97}{4} \\
& 722. (x-5)^2 - 25 \quad 723. (x+13/2)^2 - 169/4 \quad 724. 2(x+1)^2 + 7 \quad 725. 2(x+3/4)^2 - 17/8 \\
& 726. 2(x-5/4)^2 + 7/8 \quad 727. 3(x+4)^2 - 5 \quad 728. 3(x+3/2)^2 - 35/4 \quad 729. 4(x-3/8)^2 + \\
& + 87/16 \quad 730. 5(x+2)^2 - 16 \quad 731. -(x-1)^2 + 5 \quad 732. -(x-3/2)^2 - 19/4 \\
& 733. -2(x+5/2)^2 + 31/2 \quad 734. -3(x-7/6)^2 - 95/12 \quad 735. -4(x-1/8)^2 + 33/16 \quad 736. \\
& -5(x+3)^2 + 12 \quad 737. 0.2(x+5)^2 + 4 \quad 738. -0.3(x-20)^2 - 5 \quad 739. \frac{1}{3}(x-6)^2 - 14 \\
& 740. -\frac{1}{2}(x+8)^2 + 35 \quad 741. (x-2)(x-3) \quad 742. (x+3)(x+5) \quad 743. 6(x+2/3)(x-3/2) =
\end{aligned}$$

$= (3x+2)(2r-3)$ **744.** $10(x-1/5)(r-3/2) = (5x-1)(2x-3)$ **745.** $(x+5)(5x-2)$
746. $(7x-1)(x-1)$ **747.** $-(x-1)(x-4)$ **748.** $-(x+1)(x+3)$ **749.** $-1/6(x-6)(x-3)$
750. $-0,3(x-2)(x+10)$ **751.** $5ab(a+3b)$ **752.** $ab(a^2+b^2)$ **753.** $xy(x-y-9)$
754. $ab(a+c)$ **755.** $a^3b^3(a+b)$ **756.** $3xy^2z(x^2-3z^2)$ **757.** $x^2(x^3+2x^2+3x+4)$
758. $\frac{1}{3}a(2b-c)$ **759.** $-x(a^2+b^2+c^2)$ **760.** $-2av^2(x+2)$ **761.** $5x(-4y+5z-7c)$
762. $4a(r-2y-3)$ **763.** $9abc(4bc^2-3a^2c-5ab^2)$ **764.** $7a^4x^2y(a^2-2xy-7ay+5y^2)$ **765.**
 $8x^6y^7z^4(yz^3+2x^3z-9x^2y^2)$ **766.** $ab(x+y)(2x+2y-ab)$ **767.** $3a^3b^3(x-2y)^4 \times$
 $\times (ax-2ay+3b)$ **768.** $a\left(1+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)$ **769.** $abc\left(\frac{5}{m}-1\right)$ **770.** $3xy\left(1+\frac{2}{z}+\frac{3}{u}\right)$ **771.** $(a-b-c) \times$
 $\times \left(\frac{1}{m}+\frac{1}{n}\right)$ **772.** $(r+y)\left(1+\frac{1}{xy}+\frac{1}{x-y}\right)$ **773.** $(x-2y)\left(1+\frac{1}{5ab}\right)$ **774.** $(x^3+y^3+z^3) \times$
 $\times \left(3-\frac{1}{x+y+z}\right)$ **775.** $\frac{5}{x-2y+3z}\left(\frac{3y}{x}+\frac{2x}{y}-5\right)$ **776.** $\frac{6a^3b^2c}{5(a^2+b^2+c^2)}\left(\frac{2a}{7x}-\frac{3b}{5y}-\frac{4c}{3z}\right)$
777. $(b+c)(a+m)$ **778.** $(a-b)(x-y)$ **779.** $(r-y)(m+n)$ **780.** $-5(x-5)$ **781.**
 $(a-b)(x-y)(x+y)$ **782.** $(r+y)(5-x-y)$ **783.** $(x-y)^2(x-y-1)$ **784.** $y^n(y-1)$
785. $7x^2(x^n-2)$ **786.** $9x^{n+5}(2-5x^3)$ **787.** $6x^m(x^6-5x^3+9)$ **788.** $(a+b)(c+1)$ **789.**
 $(2x-5y)(a+1)$ **790.** $(a+b)(a-c)$ **791.** $(x+y)(2a-1)$ **792.** $(y-x)(m+1)$ **793.**
 $(a-y)(5x-1)$ **794.** $(x-y)(x-3)$ **795.** $(r-7)(5x-27)$ **796.** $(x+y)(3a+2)$
797. $(x+y)(10-x)$ **798.** $(y-x)(y+x-9)$ **799.** $(a^2+b^2)(a-b)$ **800.** $(n^2-m)(m^2-n)$
801. $(x+ay)(x-a)$ **802.** $(r-2y')(3x'+y)$ **803.** $(a+b)(a+3b)$ **804.** $(a-b)(3-ab)$
805. $(4y-az)(x^2y-5z^2)$ **806.** $(3-x)(3+x)$ **807.** $(6x-7y)(6x+7y)$ **808.** $5(x-y) \times$
 $\times (x'+xy+y^2)$ **809.** $2ab^2(x+y)(x^2-xy+y^2)$ **810.** $6(x-1)^2$ **811.** $(a+b)(a-b-1)$
812. $(x-y)(r+y-1)$ **813.** $(x-y-z)(x-y+z)$ **814.** $(ab-c)(ab+c)$ **815.** $(x^2-y^2) \times$
 $\times (x^2+y^2) = (x-y)(x+y)(x^2+y^2)$ **816.** $(9a^2-4b^2)(9a^2+4b^2) = (3a-2b)(3a+2b) \times$
 $\times (9a^2+4b^2)$ **817.** $(x^n-y^{2n})(x^n+y^{2n})$ **818.** $(x^{-1}-y^{-1})(x^{-1}+y^{-1})$ **819.** $(x^{-2}-4y^{-3}) \times$
 $\times (x^{-1}+4y^{-1})$ **820.** $(x-0,1)(x+0,1)(x^2+0,01)$ **821.** $(4-xy)(4+xy)$ **822.** $(x-5)(x+1)$
823. $(7-x)(x+3)$ **824.** $(m-3x+y)(m+3x-y)$ **825.** $(x-1)(5cx+5x-x)$ **826.**
 $(x-4a-11y)(x-4a+11y)$ **827.** $(x^6+y^6)(x-5y) \approx (x^2+y^2)(x^4-x^2y^2+y^4)(x-5y)$
828. $(x^n+y^n)(x^{2n}-x^ny^n+y^{2n})$ **829.** $(5x-y)(25x^2+5xy+y^2)$ **830.** $(3a+10b) \times$
 $\times (9a^2-30ab+100b^2)$ **831.** $a(a^2-6a+12)$ **832.** $(5x-y)(5y-x)$ **833.** $(x^2+2-2x) \times$
 $\times (x^2+2+2x)$ **834.** $(a+x-ax+1)(a+x+ax-1)$ **835.** $(x^2+5)(x-1)(x+1)$ **836.**
 $(a^2+b^2+ab)(a^2+b^2-ab)$ **837.** $(x+1)^2(x-2)$ **838.** $(x+3)^2(x-2)$ **839.**
 $(x+1)(x+2)(x+3)$ **840.** $(x^2+x+1)(x^2+5)$ **841.** $(x+1)(x^2+x+1)(x^2-x+1)$
842. $x^2(x+1)^2(x^2-2x+2)$ **843.** $(x^3-x^2+1)(x^2+x+1)$ **844.** $(x^4-x^2+1) \times$
 $\times (x^4+x^2+1)$ **845.** $(x^2+x+1)(x^6-x^4+x^2-x+1)$ **846.** $(x^2+x+1) \times$
 $\times (x^6-x^5+x^3-x^2+1)$ **847.** $(x^4+3-x^2)(x^4+3+x^2)$ **848.** $(x+y)(y+z)(x-z)$
849. $3(x+y)(y+z)(z+x)$ **850.** $3(x-y)(y-z)(z-x)$ **851.** $(x+y+z)(x-y-z) \times$
 $\times (x+y-z)(x-y+z)$ **852.** $(x+2)(x-8)$ **853.** $(x-4)(x-7)$ **854.** $-(x-3)(x-5)$
855. $-(x+5)(x-4)$ **856.** $2(x+0,5)(x-3) = (2x+1)(x-3)$ **857.** $(3x+1)(x+1)$
858. $1+5/x$ **859.** $1-4/x$ **860.** $2/5+3/(5x)$ **861.** $-1+6/(6-x)$.

$$\begin{aligned}
& 862. \frac{1}{x+3} + \frac{3}{x^2-9} = \frac{1}{x-3} - \frac{3}{x^2-9} = \frac{1}{2(x-3)} + \frac{1}{2(x+3)}. \quad 863. \frac{1}{x-1} + \frac{4}{x^2-1} = \frac{1}{x+1} + \\
& + \frac{6}{x^2-1} = \frac{3}{x-1} - \frac{2}{x+1}. \quad 864. 2 + \frac{3z}{x+y}. \quad 865. 2x^2y. \quad 866. 8x^{-2}y^{-2} = \frac{8}{x^2y^2}. \quad 867. \\
& \frac{2}{3}a^kb^n. \quad 868. \frac{3x^3y}{2z}. \quad 869. \frac{9}{4x^{2n}y^kz^{3m}} = \frac{9}{4} \cdot x^{-2n}y^{-k}z^{-3m}. \quad 870. a^{20} \quad 871. -\frac{x^3}{y^2} = -x^3y^{-2}. \\
& 872. -1. \quad 873. -3. \quad 874. -x^2. \quad 875. -\frac{5}{7+x}. \quad 876. \frac{a+b}{a-b}. \quad 877. -(a-b)^{12}. \quad 878. \\
& (-1)^k(a-b)^{n-k} = (-1)^n(b-a)^{n-k}. \quad 879. \frac{x}{9y} = \frac{1}{9}xy^{-1}. \quad 880. \frac{x+3y}{y} = (x+3y)y^{-1}. \\
& 881. \frac{2x-3y}{x+2y}. \quad 882. \frac{x}{y(x-y)}. \quad 883. \frac{x-2}{x+1}. \quad 884. \frac{3x+2}{x^2+x+6}. \quad 885. \frac{x^3-4}{x^6-x^3+1}. \quad 886. \\
& (x^8+1-x^4)(x^4+1-x^2). \quad 887. \frac{5abc}{a^2b^3c^4}; \frac{3}{a^2b^3c^4}. \quad 888. \frac{3axz^2}{18x^4y^2z^2}; \frac{2by^2}{18x^4y^2z^2}. \quad 889. \\
& \frac{35xz^4}{84x^4y^2z^4}; \frac{12x^2y^2z^3}{84x^4y^2z^4}; \frac{52y^2}{84x^4y^2z^4}. \quad 890. \frac{-a(b^2+ab+a^2)}{b^3-a^3}; \frac{4a}{b^3-a^3}; \frac{3(b-a)}{b^3-a^3}. \\
& 891. \frac{(x-y)^2}{(x^2-y^2)^2}; \frac{2(x+y)^2}{(x^2-y^2)^2}; \frac{3(x^2-y^2)}{(x^2-y^2)^2}. \quad 892. \frac{(2x+y)^2}{(2x-y)^2(2x+y)^2}; \frac{3(2x-y)(2x+y)}{(2x-y)^2(2x+y)^2}; \\
& \frac{5(2x-y)^2}{(2x-y)^2(2x+y)^2}. \quad 893. 9. \quad 894. 1. \quad 895. -31. \quad 896. 1. \quad 897. -0.4. \quad 898. 1.5. \quad 899. 4. \\
& 900. 5. \quad 901. -9. \quad 902. 100. \quad 903. 48. \quad 904. -450. \quad 905. 2. \quad 906. -\frac{1}{16}. \quad 907. 56.3. \quad 908. 3. \\
& 909. 0.05. \quad 910. 14. \quad 911. 13. \quad 912. 44. \quad 913. \frac{3a+2b+c}{c}. \quad 914. 1. \quad 915. x^2+y^2. \quad 916. 2xy. \\
& 917. \frac{3}{x-y}. \quad 918. 0. \quad 919. 9. \quad 920. 1. \quad 921. \frac{1}{xy}. \quad 922. \frac{1}{x-2y}. \quad 923. 4. \quad 924. (x+y)y. \\
& 925. 1-x^6. \quad 926. 1. \quad 927. \frac{y}{x-y}. \quad 928. -xy. \quad 929. -\frac{2x^2}{x+a}. \quad 930. -\frac{a+x}{x}. \quad 931. \frac{x-9}{9x}. \\
& 932. (x+y)y. \quad 933. \frac{x}{ay}. \quad 934. \frac{1}{6}(x+3)(x+4). \quad 935. \frac{3y-x}{y}. \quad 936. -\frac{x+7a}{ax}. \quad 937. ab(a-b). \\
& 938. \frac{1}{b-a}. \quad 939. \frac{4y-9x}{xy}. \quad 940. -\frac{2}{x}. \quad 941. \frac{1}{9x-1}. \quad 942. 3-x. \quad 943. -4x. \quad 944. \frac{6}{a(a+6)}. \\
& 945. \frac{3a+b}{2ab}. \quad 946. \frac{18}{a}. \quad 947. 1. \quad 948. \frac{y}{x}. \quad 949. 5. \quad 950. 0. \quad 951. \frac{xy}{x-y}. \quad 952. a-b. \quad 953. \\
& 1. \quad 954. \frac{x}{y}. \quad 955. 1. \quad 956. \frac{1}{xy}. \quad 957. \frac{b+12}{b+3}. \quad 958. \frac{a^3}{a+b}. \quad 959. \frac{16}{8-a}. \quad 960. \frac{5a}{a^2-9}. \quad 961. \\
& 2+3x. \quad 962. -9x^2. \quad 963. \frac{a+b}{3-b}. \quad 964. \frac{1}{1-x}. \quad 965. \frac{1}{4}\left(1-\left(\frac{x}{y}\right)^n\right)^2. \quad 966. \frac{7b}{a(b^2-a^2)}. \\
& 967. b(a-5). \quad 968. (x-4)(x+1). \quad 969. -3. \quad 970. \frac{2ab}{a+2b}. \quad 971. 1. \quad 972. x^{19}. \quad 973. x^{1006}. \\
& 974. x^{-3}. \quad 975. \frac{1}{3a+7}. \quad 976. 1. \quad 977. \frac{(x+y)^2}{x+y+1}. \quad 978. -3(a+5b). \quad 979. \frac{4-3a}{a-5}. \quad 980. 1. \\
& 981. 1. \quad 982. 9m^2. \quad 983. -1. \quad 984. -1. \quad 985. 5(a-b). \quad 986. 6/(x-a). \quad 987. \frac{6(a-3b)}{3a-b}.
\end{aligned}$$

988. $-ab$. 989. $a^2 - b^2$. 990. $\frac{a+13}{a+12}$. 991. -3 . 992. $\frac{1}{6ax}$. 993. $\frac{4}{x+9}$. 994. 1.
 995. $\frac{a-n}{a+n}$. 996. $\frac{1}{(n+2)(n-2)^2}$. 997. $\frac{5}{a}$. 998. $\frac{1}{a+b}$. 999. $\frac{3}{a^2-1}$. 1000. $\frac{y^2+x^2}{y^2-x^2}$.
 1001. $\frac{12n}{1-a^3}$. 1002. 1. 1003. -3 . 1004. $\frac{5}{2(\lambda-3)}$. 1005. $\frac{8}{m}$. 1006. $\frac{1}{ab}$.
 1007. $\frac{2}{(a-1)^2(a+1)}$. 1008. $\frac{2}{a+b}$. 1009. x^3 . 1010. 2. 1011. 0.5. 1012. $\left(\frac{a-1}{a+1}\right)^2$.
 1013. $\left(\frac{x}{y}\right)^4 \cdot \frac{x+y}{x-y}$. 1014. ab . 1015. $\frac{10a}{a+b}$. 1016. $\frac{a^2-9b^2}{ab}$. 1017. $\frac{2}{3(7m+1)}$.
 1018. $13y(x-y)$. 1019. $x-10$. 1020. $-(x+6)$. 1021. 1. 1022. $\frac{1}{m}$. 1023. $\frac{2}{(3x-1)^2}$.
 1024. $\frac{a(b-a)}{b+a}$. 1025. 5. 1026. $\frac{a}{b}$. 1027. 1. 1028. $\frac{4}{4-x^2}$. 1029. $2a$. 1030. $\frac{a+1}{a-1}$.
 1031. $\frac{x}{x^2-1}$. 1032. x^{2001} . 1033. 0. 1034. 1. 1035. $x+y+z$. 1036.
 $x^2+y^2+z^2+xy+xz+yz$. 1037. $x+y+z$. 1038. $\frac{96}{1-x^{96}}$. 1039. 1) b^2-2 ; 2) b^3-3b ;
 3) $(b^2-2)^2-2$; 4) b^5-5b^3+5b ; 5) $(b^3-3b)^2-2$; 6) $b^7-7b^5+14b^3-7b$; 7)
 $(b^4-4b^2+2)^2-2$. 1050. 2000. 1051. $\frac{2}{7}$. 1052. $\frac{8}{5}$. 1053. $\frac{11}{31}$. 1054. $\frac{10}{9}$. 1055. $\frac{17}{11}$.
 1056. 110. 1057. 240. 1058. 2300. 1059. 1.2. 1060. 1.9. 1061. 9.9. 1062. 0.45.
 1063. 0.37. 1064. 0.3. 1065. 0.04. 1066. 0.009. 1067. 3. 1068. 5. 1069. 15. 1070.
 45. 1071. 25. 1072. 120. 1073. 12. 1074. 6. 1075. 12. 1076. $\frac{15}{16}$. 1077. 5. 1078.
 10. 1079. 13. 1080. 25. 1081. 29. 1082. 48. 1083. 23.8. 1084. 18. 1085. 3.36. 1086.
 1.43. 1087. 2. 1088. $-1/3$. 1089. 0.1. 1090. 0.4. 1091. 2.5. 1092. 0.125. 1093. -0.4 .
 1094. 9. 1095. 64. 1096. 8. 1097. 3. 1098. 7.5. 1099. 1.5. 1100. 2.5. 1101. 4.
 1102. 20. 1103. 21. 1104. 6. 1105. 3. 1106. 0.5. 1107. -0.5 . 1108. $1/3$. 1109. 5.
 1110. 12. 1111. 12. 1112. 0.5. 1113. 5. 1114. 7. 1115. 0.3. 1116. 5. 1117. 12.
 1118. 4. 1119. 3. 1120. 39. 1121. 15. 1122. 14. 1123. $\frac{3}{70}$. 1124. 49. 1125. 1. 1126.
 10. 1127. 27. 1128. 2. 1129. $\frac{3}{7}$. 1130. 0.4. 1131. 121. 1132. 81. 1133. 60. 1134. 24.
 1135. 6. 1136. 64. 1137. $\frac{9}{7}$. 1138. 25. 1139. 3. 1140. $\frac{1}{3}$. 1141. 1. 1142. 48. 1143.
 9. 1144. 5. 1145. $\frac{1}{6}$. 1146. $\frac{1}{25}$. 1147. -3 . 1148. 3. 1149. 70. 1150. 47. 1151. $5\sqrt{3}$.
 1152. $3\sqrt{6}$. 1153. $\frac{x+2\sqrt{x}\sqrt{y}+y}{x-y}$. 1154. $10\sqrt[3]{3}$. 1155. $2\sqrt[4]{5}$. 1156. $\frac{2}{5}(\sqrt[3]{49}+\sqrt[3]{14}+\sqrt[3]{4})$.
 1157. $\frac{1}{5}(\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{2})$. 1158. $\frac{\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}}{a-b}$. 1159. $\frac{c(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b})}{a+b}$. 1160. $\frac{1}{28}(2\sqrt{5}+4\sqrt{3}+$
 $+ \sqrt{6}-3\sqrt{10})$. 1161. $\frac{1}{12}(2\sqrt{3}+3\sqrt{2}+\sqrt{30})$. 1162. $-(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}+1)$. 1163.
 $\frac{1}{2}(\sqrt{3}+1)(\sqrt{2}+1)$. 1164. $\frac{1}{4\sqrt{5}}$. 1165. $\frac{1}{2\sqrt{3}}$. 1166. $\frac{1}{6\sqrt[3]{2}}$. 1167. $\frac{1}{2\sqrt[4]{2}}$.
 1168. $\frac{1}{11(\sqrt{6}-\sqrt{2})}$. 1169. $\frac{a-b}{a\sqrt{b}-b\sqrt{a}}$. 1170. $\frac{x-y}{x\sqrt{y}+y\sqrt{x}}$. 1171. $\frac{1}{2+\sqrt{2}-\sqrt{6}}$. 1172. $3\sqrt{3}$.

1173 $5\sqrt{5}$ 1174 $2\sqrt{7}$ 1175 $3\sqrt{2}$ 1176 $4\sqrt{5}$ 1177 $5\sqrt{3}$ 1178 $2\sqrt[3]{2}$ 1179 $3\sqrt[3]{2}$
 1180 $2\sqrt[3]{3}$ 1181 $2\sqrt[3]{3}$ 1182 $x'\sqrt{x}$ 1183 $r^4 \sqrt[3]{r^2}$ 1184 $r^3 \sqrt[3]{x^3}$ 1185 $-9 \sqrt[3]{81r^2}$
 1186 $-x^7 \sqrt{-x}$ 1187 41 1188 37 1189 $\sqrt{5}-1$ 1190 $\sqrt{5}-2$ 1191
 $1-\sqrt{3}$ 1192 $\sqrt[3]{(1+\sqrt{6})^5}$ 1193 $|a|$ 1194 $\sqrt[3]{7|x|}$ 1195 $\sqrt[3]{|x+y|^3}$ 1196 $5\sqrt{2}-6$
 1197 $\sqrt{10}-\sqrt{8}$ 1198 $\sqrt{8}$ 1199 $\sqrt{48}$ 1200 $\sqrt[3]{250}$ 1201 $\sqrt[3]{108}$ 1202 $\sqrt[3]{162}$
 1203 $\sqrt{x^3}$ 1204 $\sqrt[3]{x^4}$ 1205 $\sqrt{x^{25}}$ 1206 $\sqrt{x^2y}$ якщо $r \geq 0$ $-\sqrt{x^2y}$ якщо $x < 0$
 1207 $\sqrt[3]{x^{10}y}$ 1208 $\sqrt[3]{x^{21}y}$, якщо $r \geq 0$ $-\sqrt[3]{x^{21}y}$ якщо $x < 0$ 1209. $-1/72$ 1210 $7/16$
 1211 9 1212. 13 1213. 87 1214 0 1215. -90 1216 $12-9\sqrt{5}$ 1217
 $2\sqrt{2}-29$ 1218 0 1219 $\sqrt{3}$ 1220 $2\sqrt{2}$ 1221 0 1222 $20\sqrt{6}$ 1223 $3\sqrt{7}$ 1224
 $4\sqrt{2}$ 1225 $28\sqrt{3}$ 1226. $-13\sqrt{2}$ 1227 $-\sqrt{3}$ 1228 0 1229 2 1230 4 1231 3
 1232 1 1233 3 1234 7 1235 $11\sqrt{5}$ 1236 $30\sqrt{3}$ 1237 $2(\sqrt{6}-\sqrt{10}-\sqrt{15})$
 1238 $23\sqrt{2}-21\sqrt{3}+12\sqrt{6}$ 1239 1 1240 1 1241 2 1242 $\sqrt{3}$ 1243 $\sqrt{3}$
 1244 $\sqrt{7}+\sqrt{5}-1$ 1245 $\sqrt{11}-2-\sqrt{7}$ 1246 $\sqrt{7}/\sqrt{3}$ 1247 $11\sqrt{2}i$ 1248 $6\sqrt{3}x$.
 1249 $\sqrt{5}x$ 1250 $-8\sqrt{6}x$ 1251 x^3 1252 $r^{\frac{9}{2}}$ 1253 r^2y^4 1254 $x^{\frac{2}{6}}$ 1255 r^2 1256 r^3
 1257 1 1258. x^2 1259 $r^{\frac{1}{3}}$ 1260 x^{13} 1261 x 1262 x^2 1263 r^4 1264 \sqrt{r}
 1265 $r^{\frac{2}{6}}$ 1266 \sqrt{x} 1267 $\sqrt{\frac{r}{y}}$ 1268 $\left(\frac{m}{n}\right)^{\frac{3}{8}}$ 1269 $\sqrt[3]{r^3}$ 1270 $\sqrt[4]{r}$ 1271 $\sqrt[36]{x^{31}}$
 1272 $\sqrt[30]{x^7}$ 1273 $\sqrt[4]{x^3}$ 1274 $\sqrt[120]{x^{119}}$ 1275 1 1276 $\sqrt[3]{ax}/|x|$ 1277 0
 1278 $2a^2/b$ 1279 $8x^2y^2$ 1280 $x-1$ 1281 $\sqrt[3]{2r}$ 1282 a/b 1283 ab^4c^3 1284 $2ab^2$
 1285 $16r^6$ 1286 $27r^9$ 1287 $(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y}) = (\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{y})(\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{y})(\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{y})$ 1288
 $(\sqrt[3]{x}-7)(\sqrt[3]{x}+7)$ 1289 $(\sqrt{5}-\sqrt{3}r^{\frac{1}{6}})(\sqrt{5}+\sqrt{3}r^{\frac{1}{6}})$ 1290 $(\sqrt{a}-\sqrt{b})(1+\sqrt{a}+\sqrt{b})$ 1291
 $(x^{\frac{2}{3}}+3)^2$ 1292 $(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+6)$ 1294 $2a/b^2$ 1295 $(a+b)/(a-b)$
 1296 $1/\sqrt{a^2-b^2}$ 1297 $3/(1-a)$ 1298 1 1299 $2a+5b$ 1300 $1/\sqrt{a}$ 1301 a^2/b^2
 1302 $4x-9$ 1303 -1 1304 $\sqrt{4+x}$ 1305 $6/(1-x)$ 1306 $1-4a$ 1307
 $a\sqrt[4]{b}(\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b})$ 1308 2 $\sqrt[4]{b}$ 1309 $\sqrt{x}+3$ 1310 4 1311 $4x$ 1312 5 $\sqrt[3]{ab}$ 1313 0
 1314 $-\frac{2}{16x^2+4x+1}$ 1315 $9\sqrt{a^2+5}$ 1316 $\sqrt{b}-\sqrt{a}$ 1317 $\frac{a+b}{\sqrt{ab}}$ 1318 $a-b$
 1319 $\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}$ 1320 $9x/(81-x^2)$ 1321 0 1322 $\sqrt[3]{ab}$ 1323 2 $\sqrt[3]{a}$ 1324 169
 1325 $\frac{2n}{7}$ 1326 4 1327 1 1328 $\frac{2}{\sqrt{a}}$ 1329 $\sqrt{\frac{x-2}{x+2}}$ 1330 $2\sqrt{a}$ 1331 0
 1332 $\sqrt{2}$ 1333 $9a$ 1334 2. 1335 a^{-1} 1336 $b+\sqrt{ab}$ 1337 $\sqrt{x}-\sqrt{y}$ 1338 2
 1339 0 1340 2 $\sqrt[4]{b}$ 1341 1. 1342 0. 1343 1 1344 1 1345 $(\sqrt[4]{x}+\sqrt[4]{y})^5$ 1346
 $\frac{x-\sqrt[3]{x^2y}}{x+y}$ 1347 $\frac{(x+1)\sqrt{x-2}}{(x-1)\sqrt{x+2}}$

Розділ 5. Функції, їх властивості і графіки

- 1349** $f(0) = 6, f(2) = 0, f(3) = 0, f(4) = 2$ **1350** $f(1) = \sqrt{7}, f(3) = \sqrt{\frac{5}{3}}, f(4) = 1,$
 $f(7) = \frac{\sqrt{7}}{7}$ **1351** $f(-x) = x^2 + x + 1, f(\sqrt{x}) = x - \sqrt{x} + 1, f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{x^2 - x + 1}{x^2}$ **1352**
 $f(0) = 1, f(-x) = \frac{1+x}{1-x}, f\left(\frac{5}{x}\right) = \frac{x-5}{x+5}, f(x+1) = -\frac{x}{x+2}, f(x)+1 = \frac{2}{1+x}, \frac{1}{f(x)} = \frac{1+x}{1-x}$
1353 $f(-2) = -2, f(0) = 2, f(1) = 3, f(3) = 11$ **1354** $y(-3) = -3, y(0) = 0, y\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{8},$
 $y(4) = 5$ **1355** $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ **1356** $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2\}$ **1357** $x \in \mathbb{R} \setminus \{5\}$
1358 $x \in (-\infty, -4) \cup (-4, 0) \cup (0, \infty)$ **1359** $x \neq \pm 3$ **1360** $x \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$ **1361** $x \in [2, \infty)$
1362 $x \in \mathbb{R}$ **1363** $x \in (-\infty, -3]$ **1364** $x \in (-\infty, 1) \cup (1, 4) \cup (4, \infty)$
1365 $x \in (-\infty, -1) \cup (-1, 0) \cup (0, \infty)$ **1366** $x \in [3, \infty)$ **1367** $x \in (-\infty, -2] \cup [1, \infty)$ **1368**
 $x \in [0, \infty)$ **1369** $x \in [0, 9) \cup (9, \infty)$ **1370** $x \in (-\infty, -1) \cup [4, \infty)$ **1371** $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ **1372** $x \neq \pm 1$
1373 $x \in [0, 3]$ **1374** $x \in (-\infty, -9) \cup (9, \infty)$ **1375** $x \in (4, \infty)$ **1376** $x \in (-\infty, -1] \cup [0, \infty)$
1377 $x \in \mathbb{R}$ **1378** $x \in (-\infty, -1] \cup [2, 3]$ **1379** $x \in \{0\} \cup [1, \infty)$ **1380** $x \in [5, +\infty)$ **1381**
 $x \in \{0\} \cup [5, +\infty)$ **1382** $x \in \{0\} \cup \{3\} \cup [5, +\infty)$ **1383** $x \in \{-2\} \cup [0, 9]$ **1384** $x \in \mathbb{N}$
1385 $x \in \mathbb{N}, n \geq 2$ **1386** $x \in (-\infty, 8)$ **1387** $x \in (-2, \infty)$ **1388** $x \in (6, 7) \cup (7, \infty)$
1389 $x \in (1, 2) \cup (2, 3]$ **1390** $x \in (6, \infty)$ **1391** $x \in (-\infty, -1) \cup (7, \infty)$ **1392** $x \in [1, 6, 4]$
1393 $x \in [-\sqrt{5}, -1] \cup [0, \sqrt{5}]$ **1394** $x \in (-6, 0)$ **1395** $x \in \left[-\frac{1}{3}, 0\right) \cup (0, 1]$ **1396**
 $x \in (-\sqrt{5}, -2) \cup (\sqrt{5}, 3]$ **1397** $x \in [2, \infty)$ **1398** $x \in \left[0, \frac{2}{5}\right]$ **1399** $x \in [-1, 4) \cup (6, 11]$
1400 $x \in \left[-\frac{1}{3}, 0\right) \cup \left(0, \frac{1}{3}\right]$ **1401** $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{6} + \frac{n\pi}{3} \mid n \in \mathbb{Z}\right\}$ **1402** $x \in (2n\pi, \pi + 2n\pi), n \in \mathbb{Z}$
1403 $x \in \left(-\frac{\pi}{2} + 2n\pi, \frac{\pi}{2} + 2n\pi\right), n \in \mathbb{Z}$ **1404** $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ **1405** $x \in [0, \infty)$
1406 $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ **1407** $x \in \left[\frac{1}{3}, 3\right]$ **1408** $x \in [-1, 0, 5]$ **1409** $x \in [-1, 0)$
1410 $x \in \left[-\operatorname{tg} \frac{4}{\pi}, \operatorname{tg} \frac{4}{\pi}\right]$ **1411** $x \in (-\infty, -1] \cup [1, \infty)$ **1412** $x \in (-5, 0]$ **1413** $x \in [-1, 1]$
1414 $x \in (1, 2) \cup (2, \infty)$ **1415** $x \in (0, 1) \cup (1, \sqrt{5})$ **1416** $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{2\pi}{3} + n\pi \mid n \in \mathbb{Z}\right\}$
1417 $(2n\pi)^2 \leq x \leq (\pi + 2n\pi)^2, n \in \mathbb{Z}_0$ **1418** $y \in [0, \infty)$ **1419** $y \in (-\infty, 0]$
 $\pi + 2\pi n, \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ **1420** $y \in (-\infty, 4]$ **1421** $y \in [5, \infty)$
1422 $y \in \mathbb{R}$ **1423** $y \in \mathbb{R}$ **1424** $y \in [0, \infty)$ **1425** $y \in \mathbb{R}$ **1426** $y \in [0, \infty)$ **1427** $y \in \mathbb{R}$
1428 $y \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ **1429** $y \in \left(0, \frac{1}{2}\right]$ **1430** $y \in \mathbb{R}$ **1431** $y \in \mathbb{R}$ **1432** $y \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$
1433 $y \in \left[\frac{1}{5}, 5\right]$ **1434** $y \in (0, \infty)$ **1435** $y \in \left[\frac{1}{2}, 2\right]$ **1436** $y \in \left[\frac{1}{3}, 3\right]$
1437 $y \in \mathbb{R}$ **1438** $y \in [0, \infty)$ **1439** $y \in [-1, 1]$ **1440** $y \in [4, 6]$ **1441** $y \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$

1442 $y \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 1443 $y \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 1444 $y \in \mathbb{R}$ 1445 Непарна 1446 Загально-

го виду (*функціями загального виду* будемо називати функції, що не відносяться ні до парних, ні до непарних) 1447 Парна 1448 Парна 1449 Парна 1450 Парна 1451 Непарна 1452 Непарна 1453 Непарна 1454 Загального виду 1455 Загального виду 1456 Загального виду 1457 Непарна 1458 Загального виду 1459 Загального виду 1460 Непарна 1461 Загального виду 1462 Непарна 1463 Парна 1464 Непарна 1465 Парна 1466 Непарна 1467 Непарна 1468 Непарна 1469 Непарна 1470 Парна 1471 Парна 1472 Загального виду 1473 Непарна 1474 Непарна 1475 Парна 1476 Непарна 1477 Загального виду 1478 Загального виду 1479 Парна 1480 Загального виду 1481 Непарна 1482 Загального виду 1483 Парна 1484 Парна 1485 Непарна 1486 Парна 1487 Парна 1488 Непарна 1489 Парна 1490 Парна 1491 Непарна 1492 Загального виду 1493 Непарна 1494 Непарна 1495 Непарна 1496 Парна 1497 Парна 1498 Непарна 1499 $\frac{2\pi}{3}$ 1500 4π 1501 π

1502 $\frac{2\pi}{7}$ 1503. 4π 1504 8 1505 $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$ 1506 $\frac{2\pi}{3}$ 1507 $\frac{3\pi}{5}$ 1508 $\frac{1}{6}$ 1509 1

1510 $\frac{1}{k}$ 1511 $\frac{2}{3}$ 1512 $\frac{2\pi}{5}$ 1513 24 1514 2π 1515 $\frac{\pi}{6}$ 1516 Не існує 1517

24 π 1518 72 1519 Не існує 1520 Не існує 1521 2π 1526 $y = \frac{x-5}{4}$ 1527

$y = 5 + \frac{5}{x}$ 1528 $y = x^2, x \geq 0$ 1529 $y = \sqrt[3]{1-x^3}$ 1530 $y = \log_8 x - 2$ 1531

$y = 3 \cdot 10^x$ 1532 $y = 9^{\frac{1}{x}}$ 1533 $y = \frac{1}{7} \arcsin \frac{x}{2}$ 1534 $y = 2 \operatorname{tg} x, -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$

1535 $y = \log_3 \frac{x}{1-x}$ 1536 1) $y = \sqrt{x}$, 2) $y = -\sqrt{x}$ 1537 1) $y = \sqrt{x-4}$,

2) $y = -\sqrt{x-4}$. 1538 1) $y = -3 + \sqrt{9+x}$, 2) $y = -3 - \sqrt{9+x}$ 1539 1)

$y = -\sqrt{1-x^2}$ ($0 \leq x \leq 1$), 2) $y = \sqrt{1-x^2}$ ($0 \leq x \leq 1$) 1540 1) $y = \arcsin x$, 2) $y = -\pi - \arcsin x$. 1541 1) $y = \operatorname{arctg} x$, 2) $y = \pi + \operatorname{arctg} x$. 1542 1)

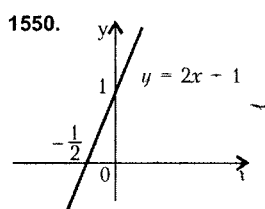
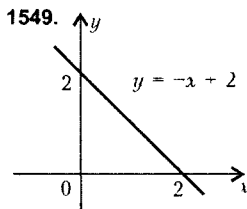
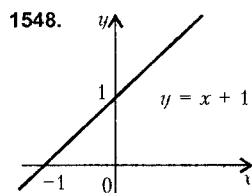
$y = \sqrt{\cos x}, 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$, 2) $y = -\sqrt{\cos x}, 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ 1543

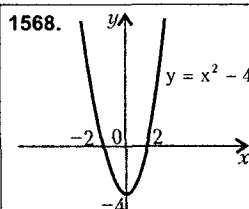
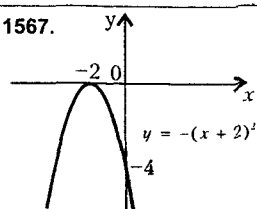
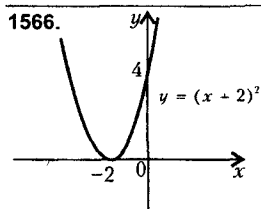
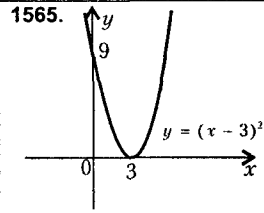
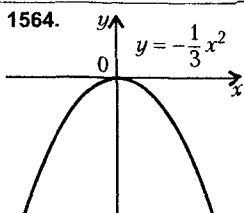
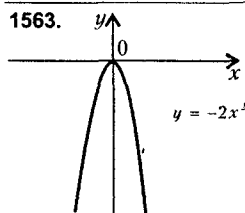
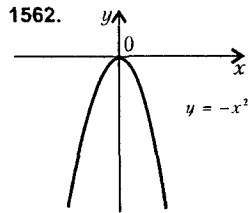
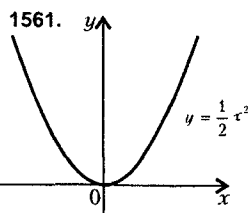
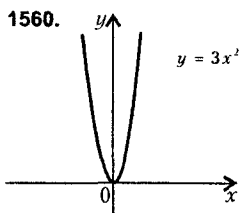
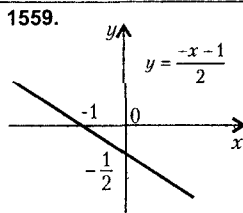
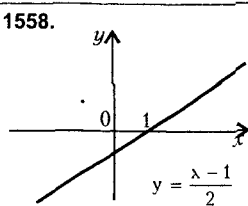
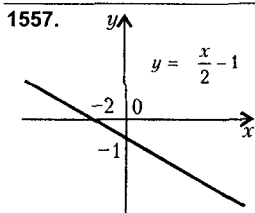
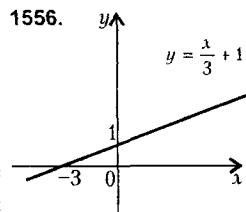
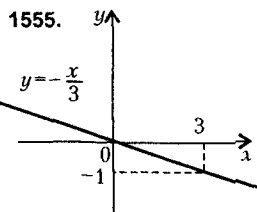
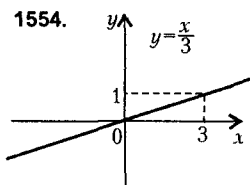
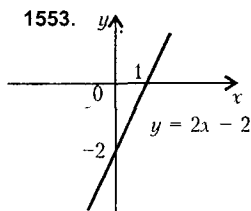
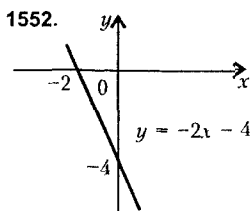
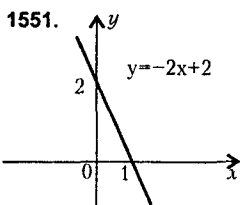
1) $y = \arcsin \sqrt[3]{x}, -1 \leq x \leq 1$; 2) $y = \pi - \arcsin \sqrt[3]{x}, -1 \leq x \leq 1$ 1544 1)

$y = \frac{1}{2} \arccos(2x-1)$, 2) $y = \pi - \frac{1}{2} \arccos(2x-1)$, 3) $y = \pi + \frac{1}{2} \arccos(2x-1)$ 1545 1)

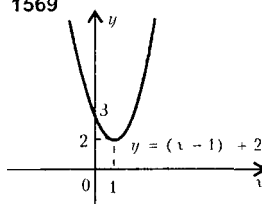
$y = -\pi + \frac{1}{2} \arccos(1-2x)$, 2) $y = -\frac{1}{2} \arccos(1-2x)$, 3) $y = \frac{1}{2} \arccos(1-2x)$

1546. $y = \begin{cases} \sqrt[3]{x}, & x < 0 \\ \sqrt{x}, & x \geq 0 \end{cases}$ 1547. $y = \begin{cases} x, & x < 1 \\ \sqrt{x}, & 1 \leq x \leq 16 \\ \log_2 x, & x > 16 \end{cases}$

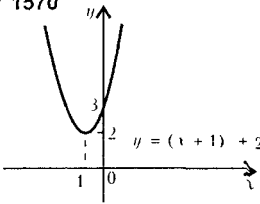




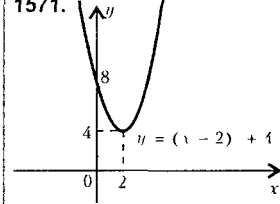
1569



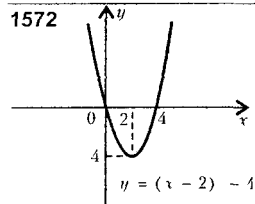
1570



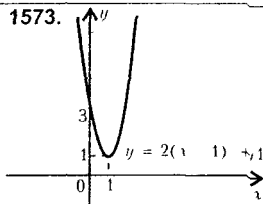
1571.



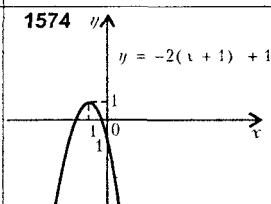
1572



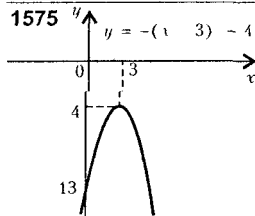
1573.



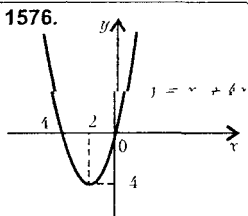
1574



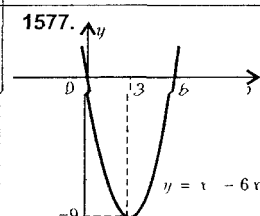
1575



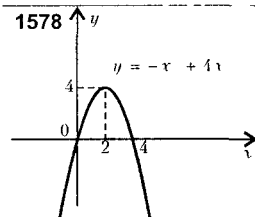
1576.



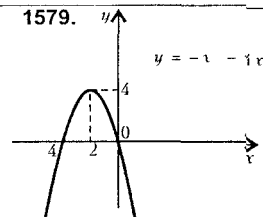
1577.



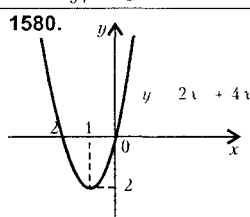
1578



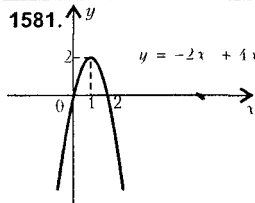
1579.



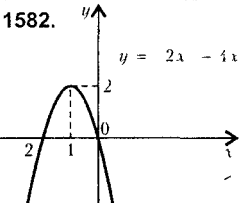
1580.



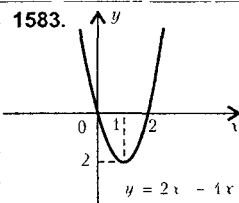
1581.



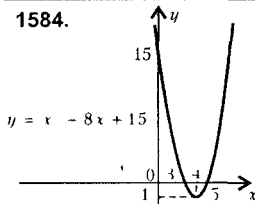
1582.



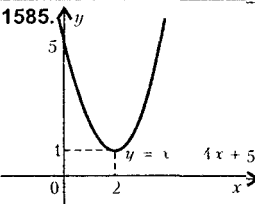
1583.



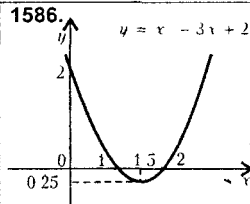
1584.

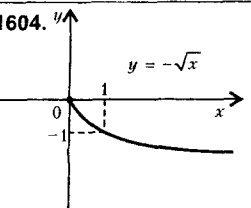
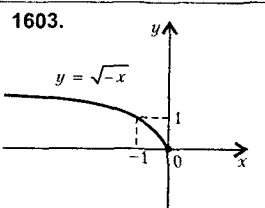
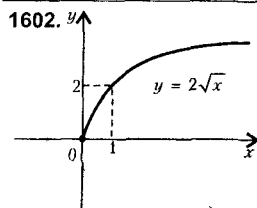
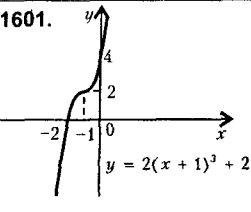
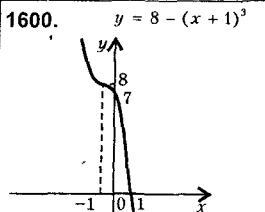
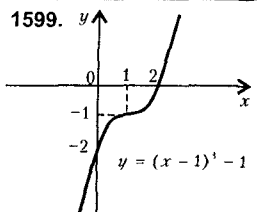
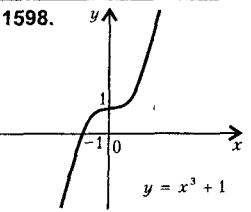
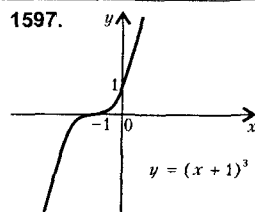
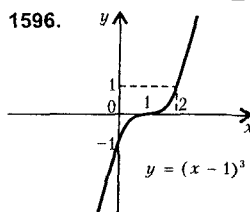
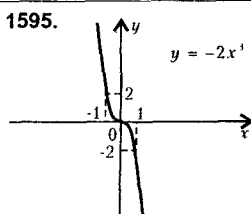
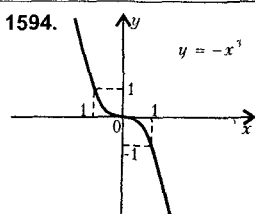
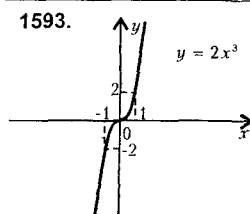
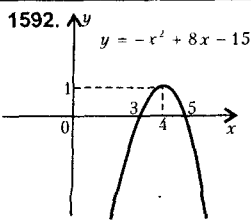
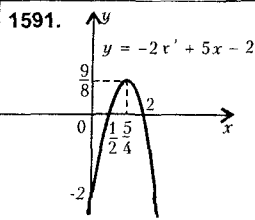
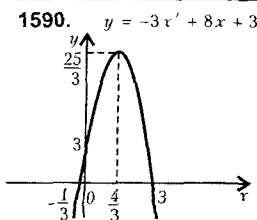
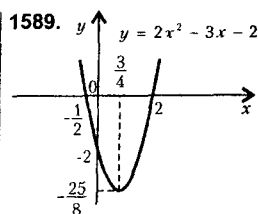
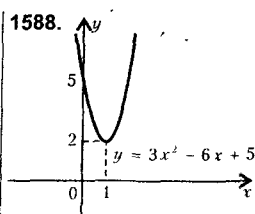
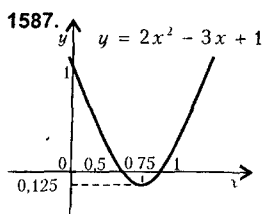


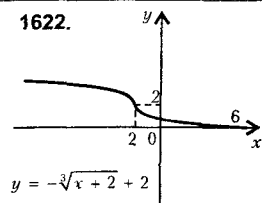
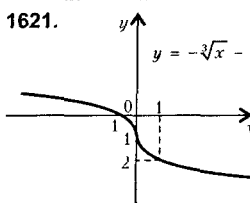
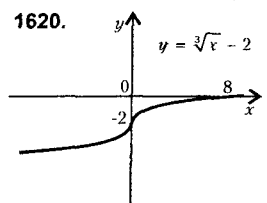
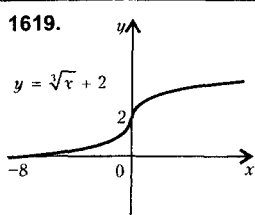
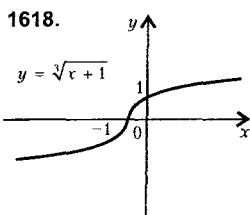
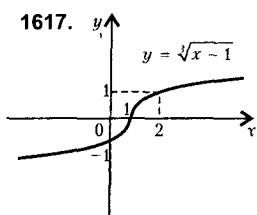
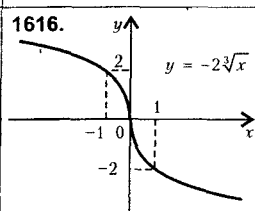
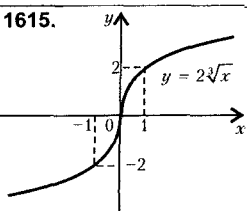
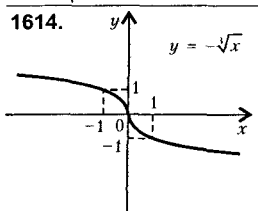
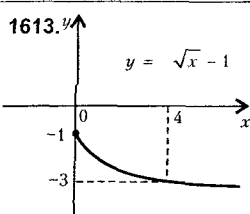
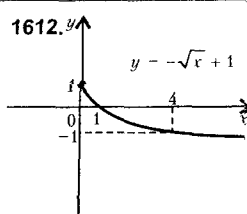
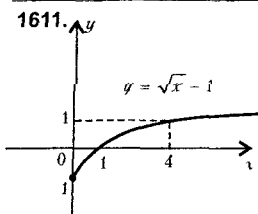
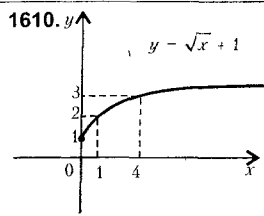
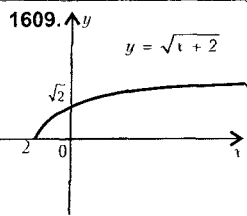
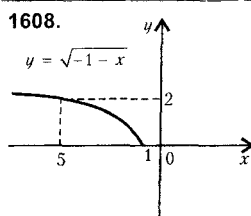
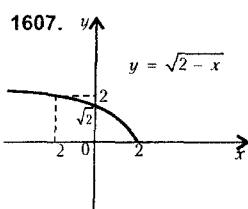
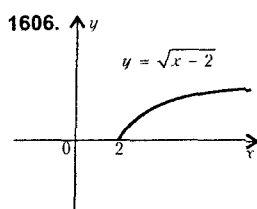
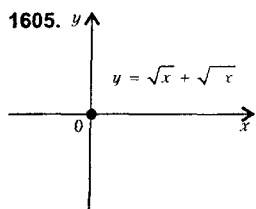
1585.



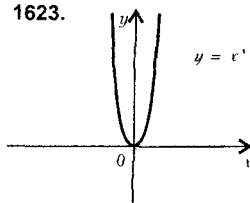
1586.



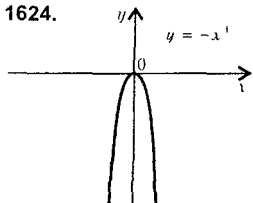




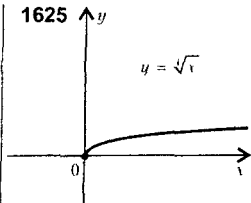
1623.



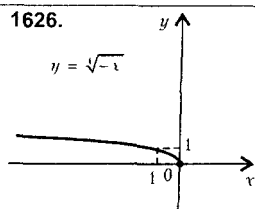
1624.



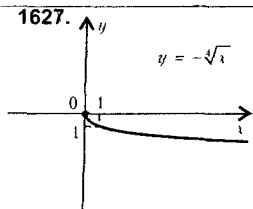
1625.



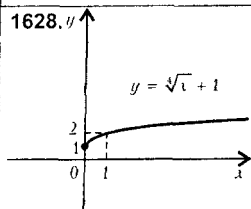
1626.



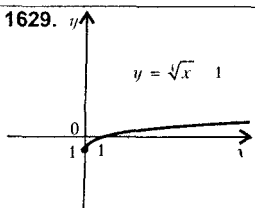
1627.



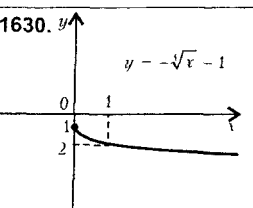
1628.



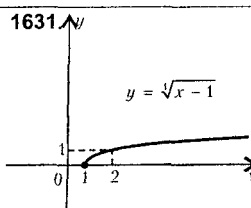
1629.



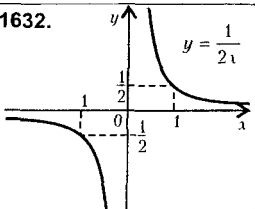
1630.



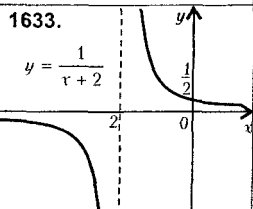
1631.



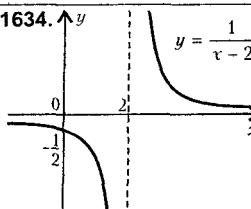
1632.



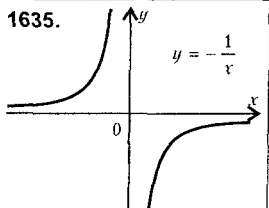
1633.



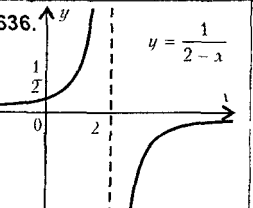
1634.



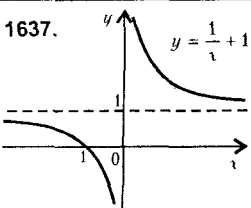
1635.



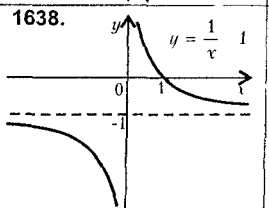
1636.



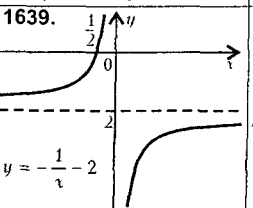
1637.



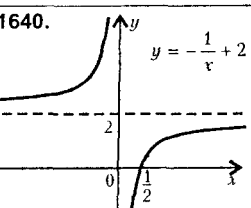
1638.

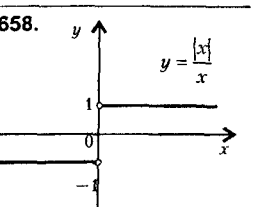
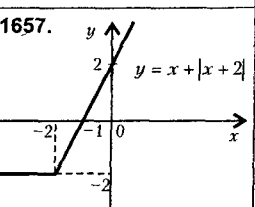
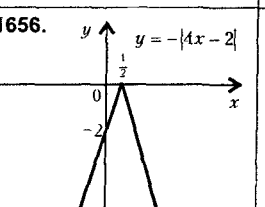
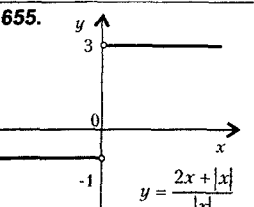
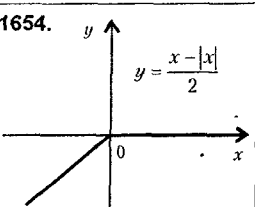
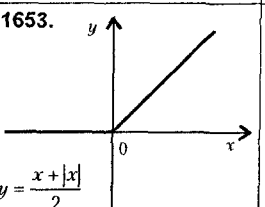
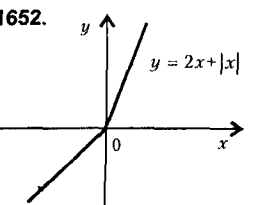
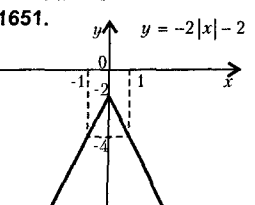
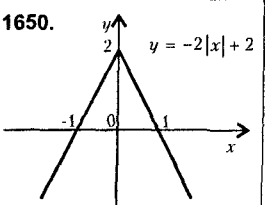
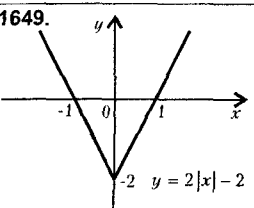
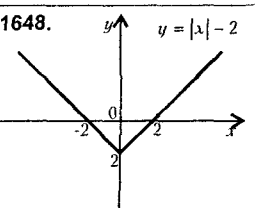
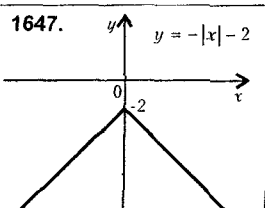
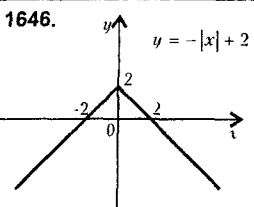
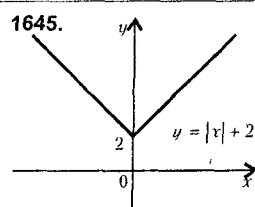
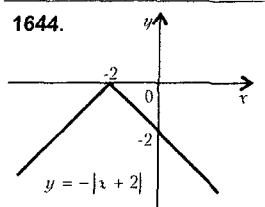
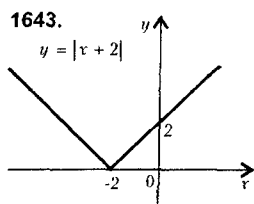
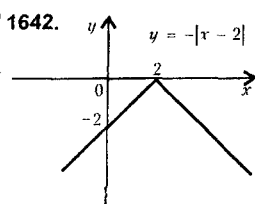
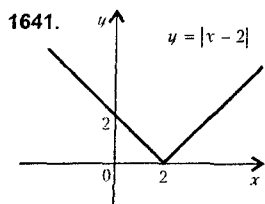


1639.

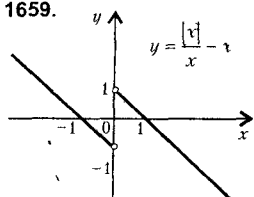


1640.

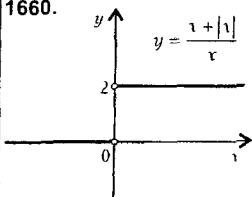




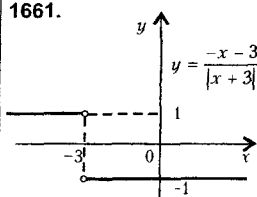
1659.



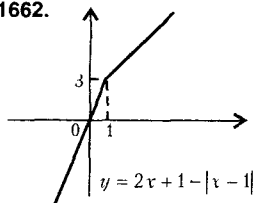
1660.



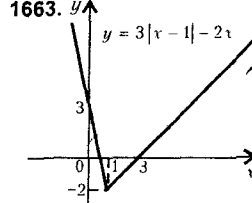
1661.



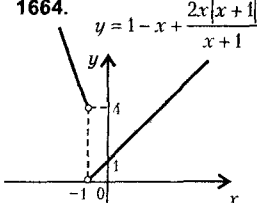
1662.



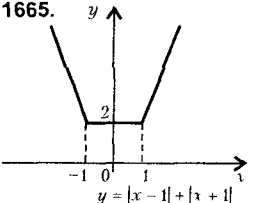
1663.



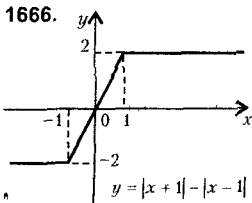
1664.



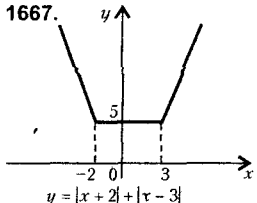
1665.



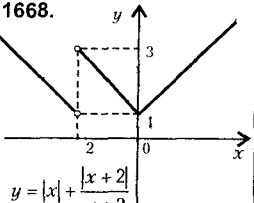
1666.



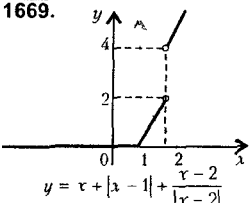
1667.



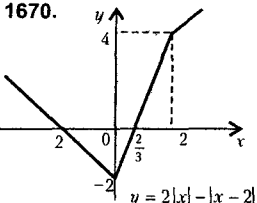
1668.



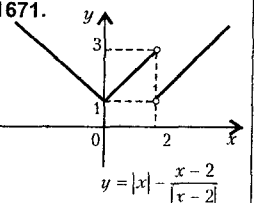
1669.



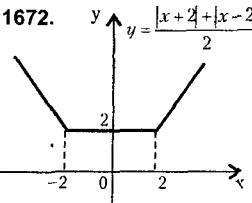
1670.



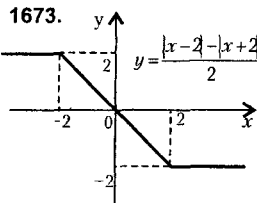
1671.



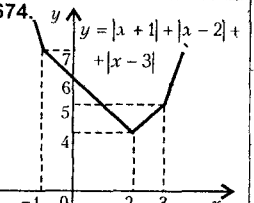
1672.



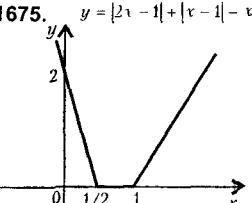
1673.



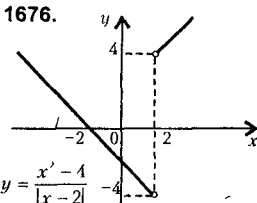
1674.



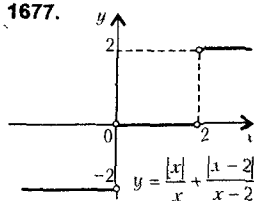
1675.



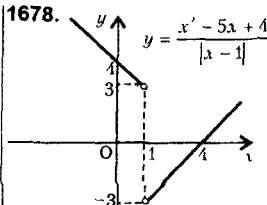
1676.



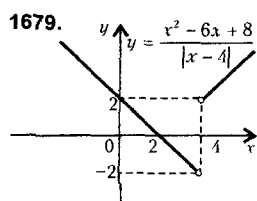
1677.



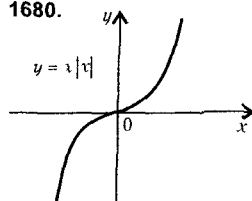
1678.



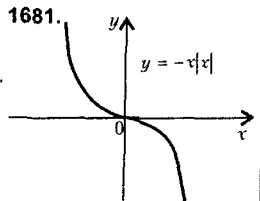
1679.



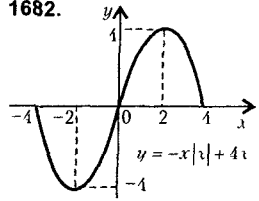
1680.



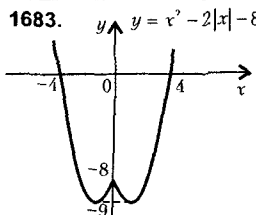
1681.



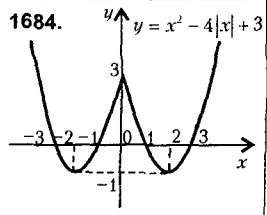
1682.



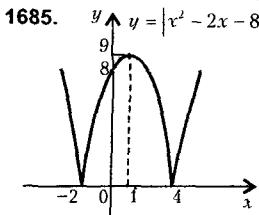
1683.



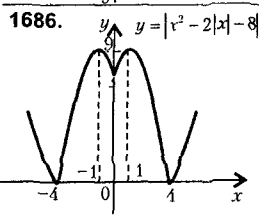
1684.



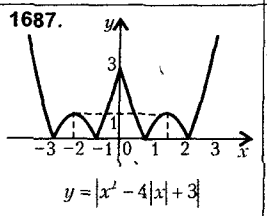
1685.



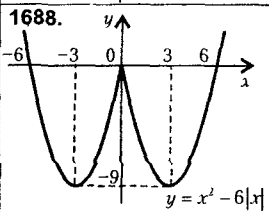
1686.



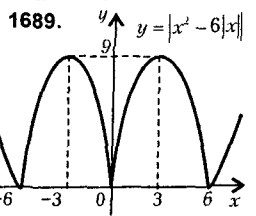
1687.



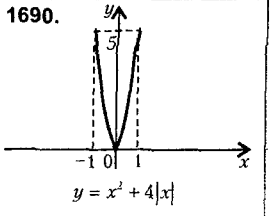
1688.



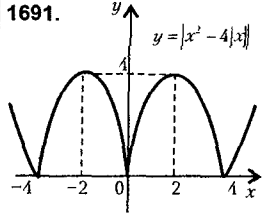
1689.



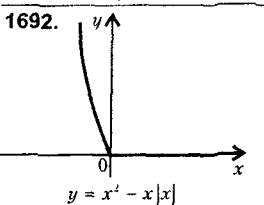
1690.



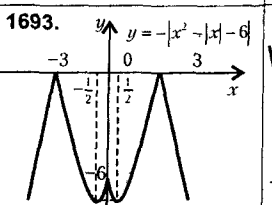
1691.



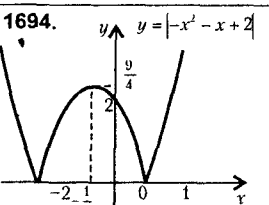
1692.

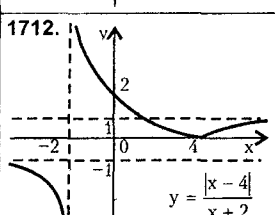
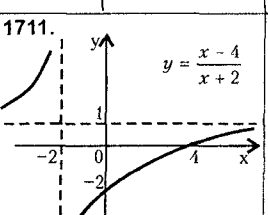
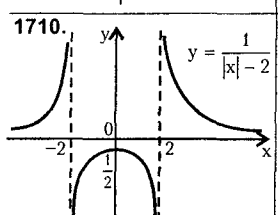
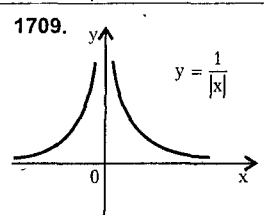
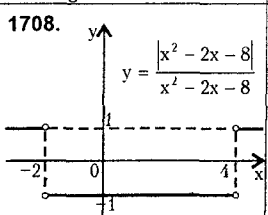
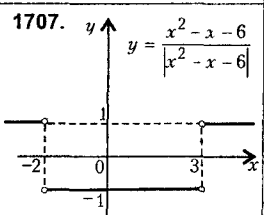
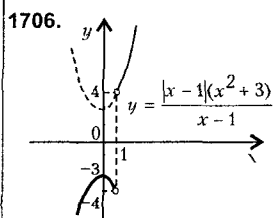
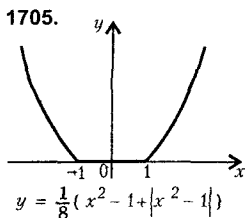
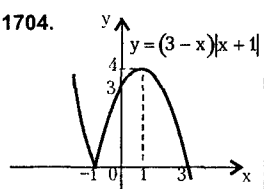
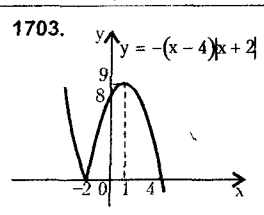
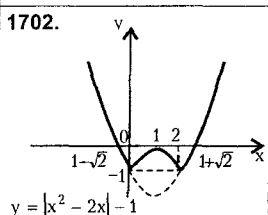
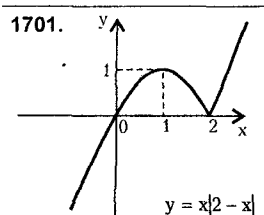
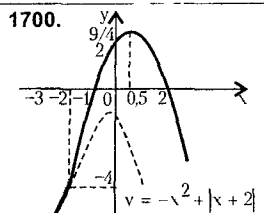
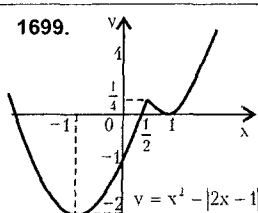
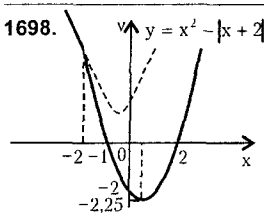
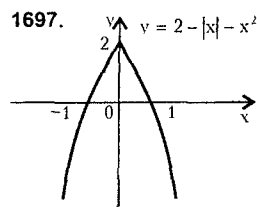
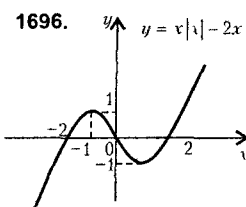
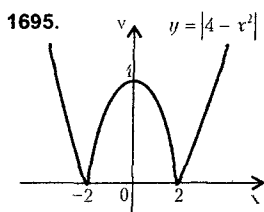


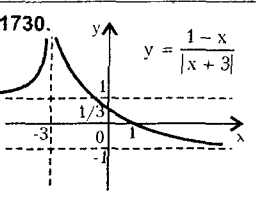
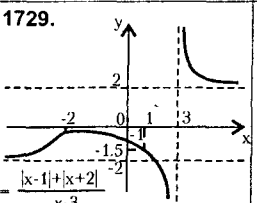
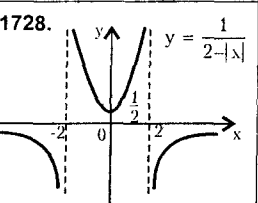
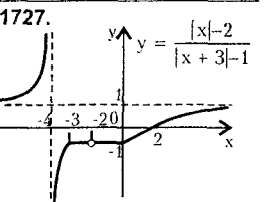
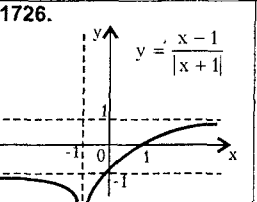
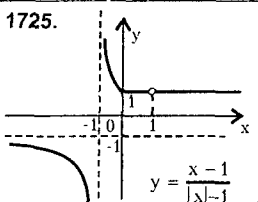
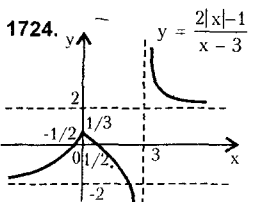
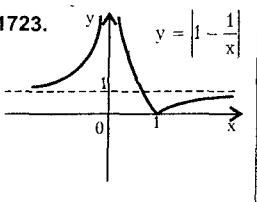
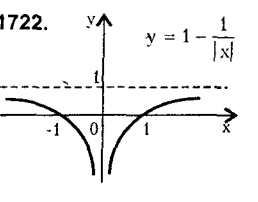
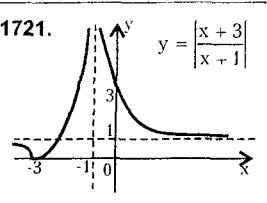
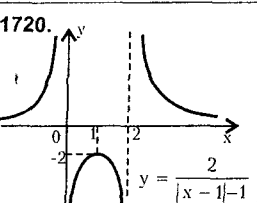
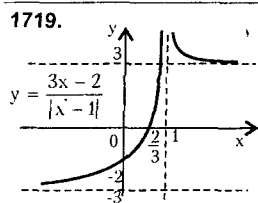
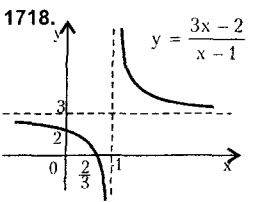
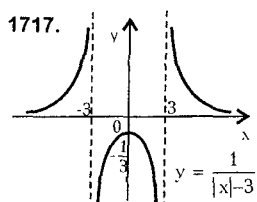
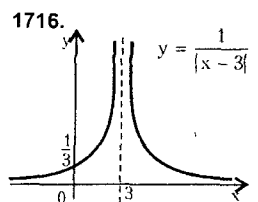
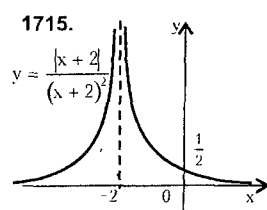
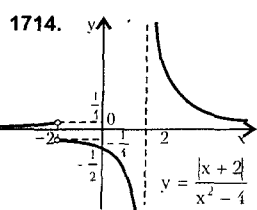
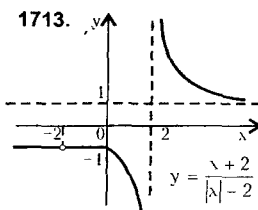
1693.

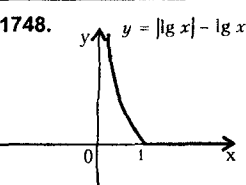
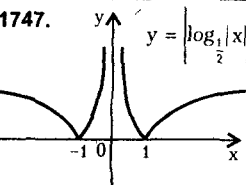
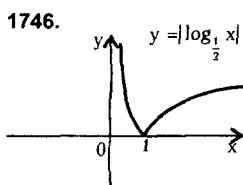
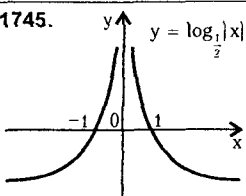
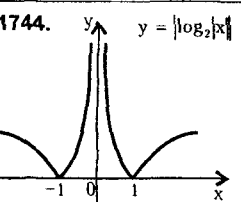
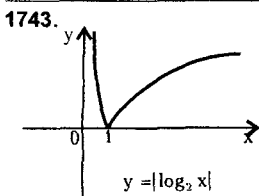
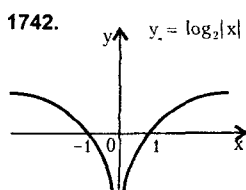
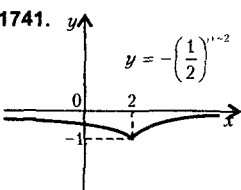
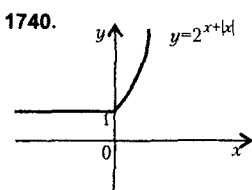
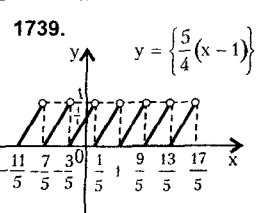
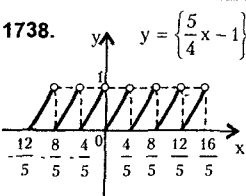
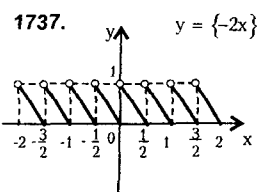
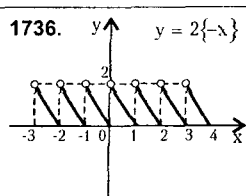
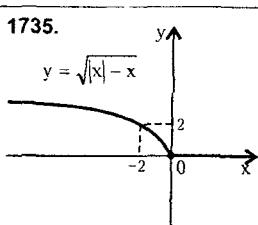
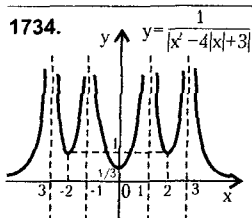
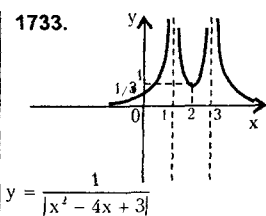
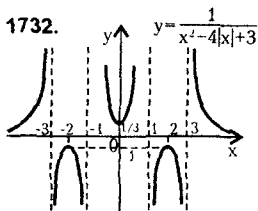
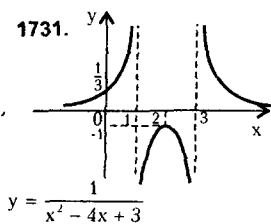


1694.

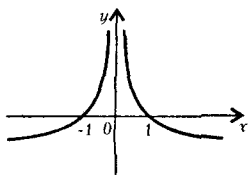




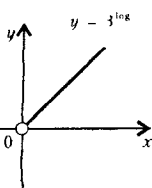




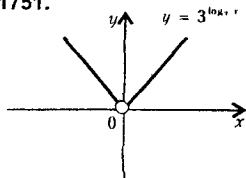
1749. $y = \lg |x| - \lg(x^2)$



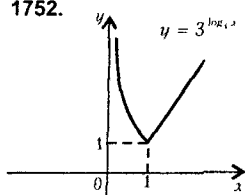
1750.



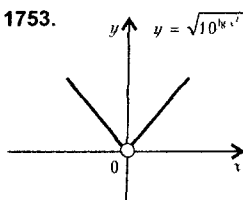
1751.



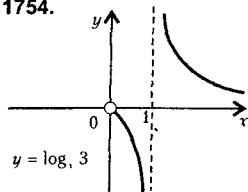
1752.



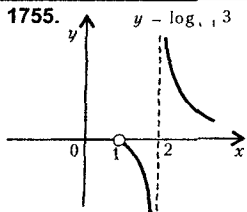
1753.



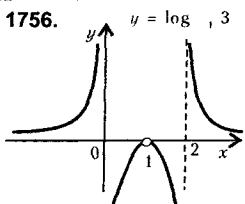
1754.



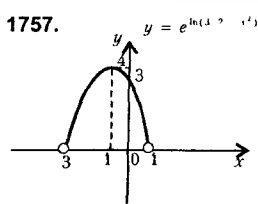
1755.



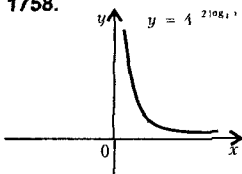
1756.



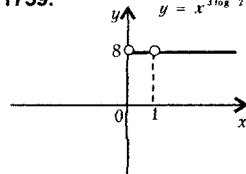
1757.



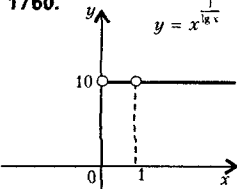
1758.



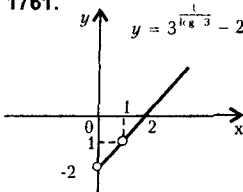
1759.



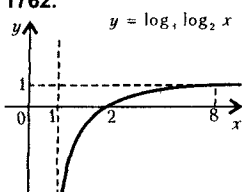
1760.



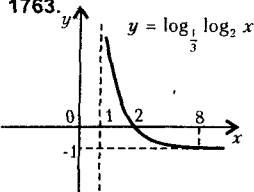
1761.



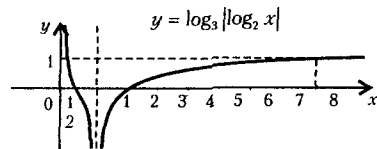
1762.



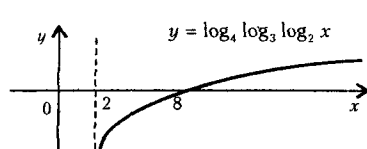
1763.



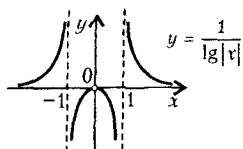
1764.



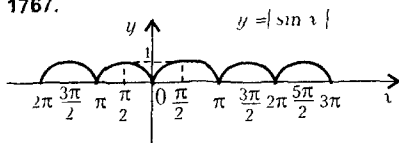
1765.



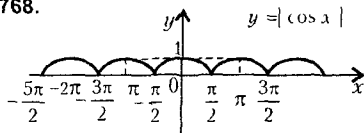
1766.



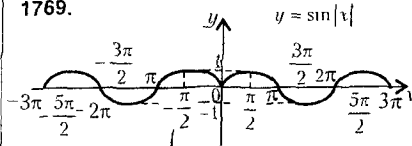
1767.



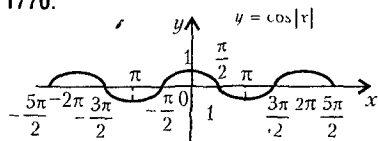
1768.



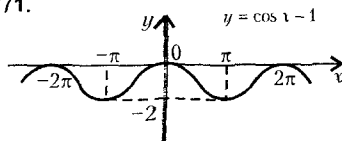
1769.



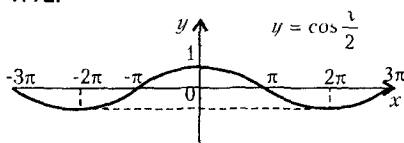
1770.



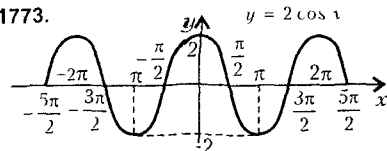
1771.



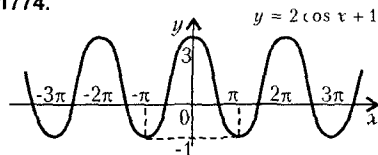
1772.



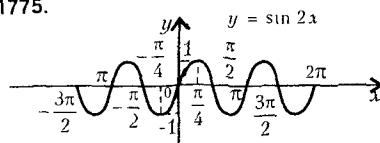
1773.



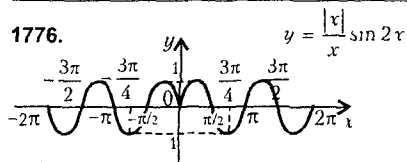
1774.



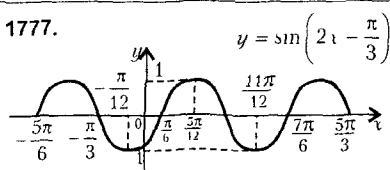
1775.



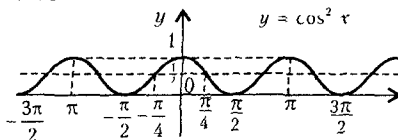
1776.



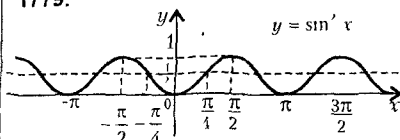
1777.



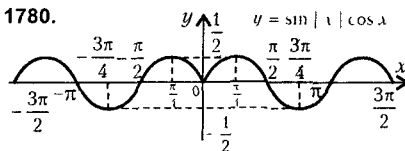
1778.



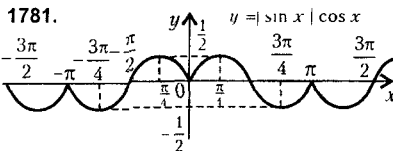
1779.



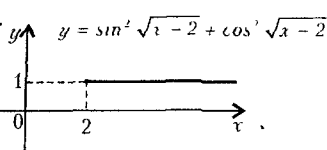
1780.



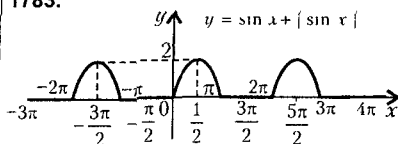
1781.



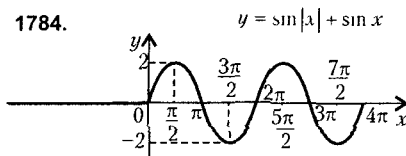
1782.



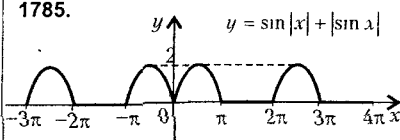
1783.



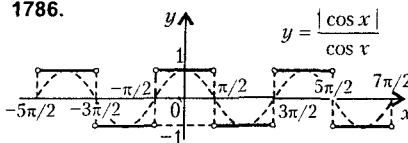
1784.



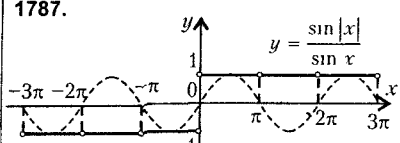
1785.



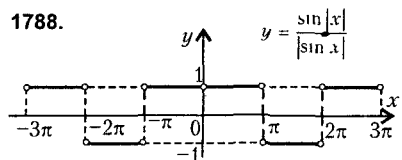
1786.



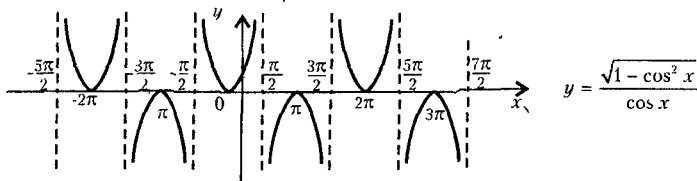
1787.



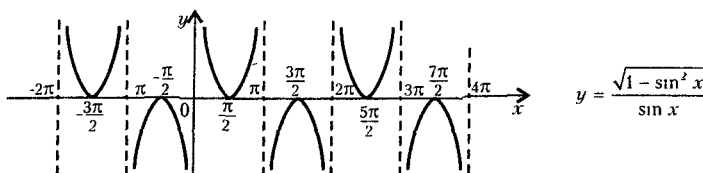
1788.



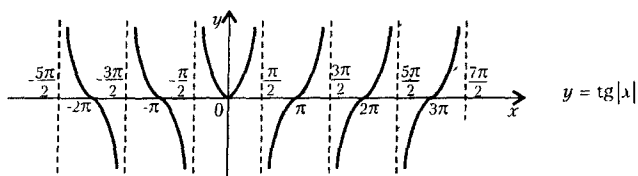
1789.



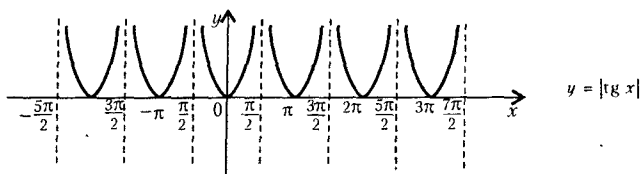
1790.



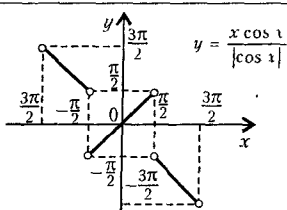
1791.



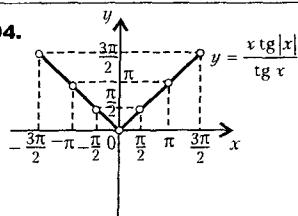
1792.



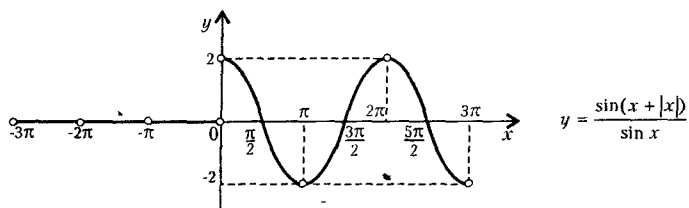
1793.



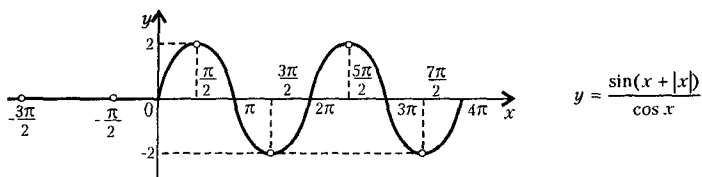
1794.



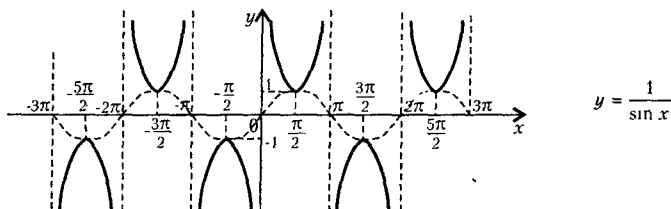
1795.



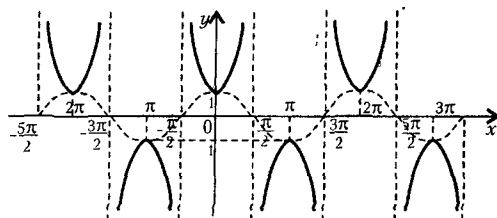
1796.



1797.

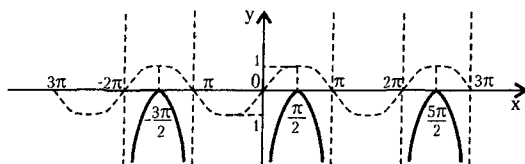


1798.



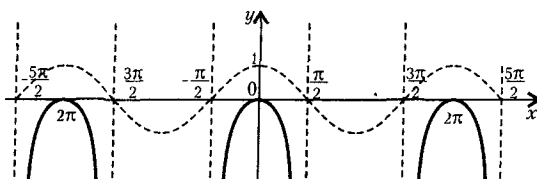
$$y = \frac{1}{\cos x}$$

1799.



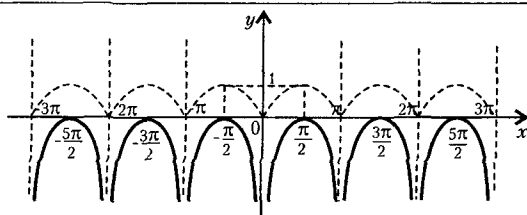
$$y = \log_2 \sin x$$

1800.



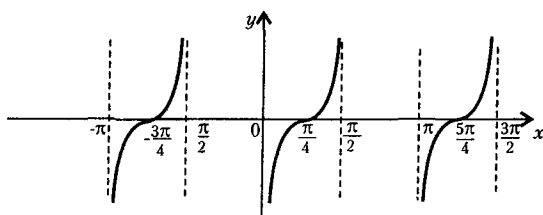
$$y = \log_2 \cos x$$

1801.



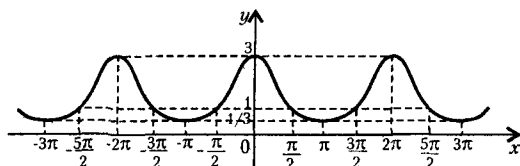
$$y = \log_2 |\sin x|$$

1802.



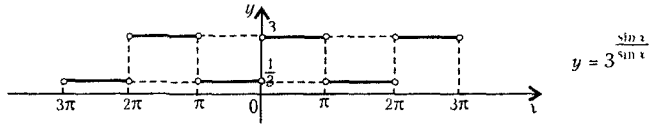
$$y = \log_2 \operatorname{tg} x$$

1803.

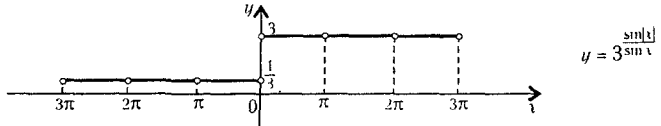


$$y = 3^{\cos x}$$

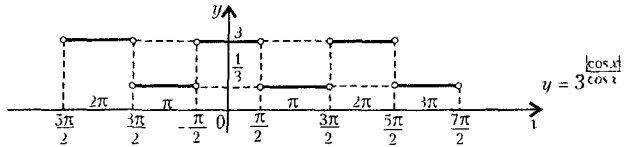
1804.



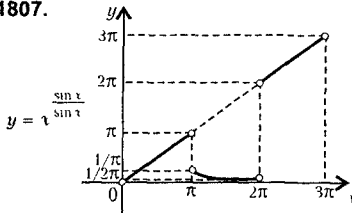
1805.



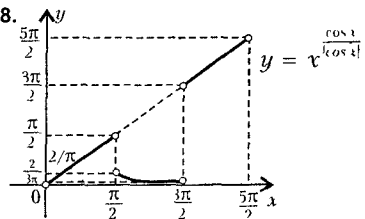
1806.



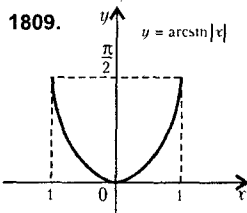
1807.



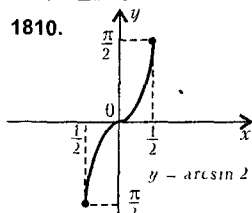
1808.



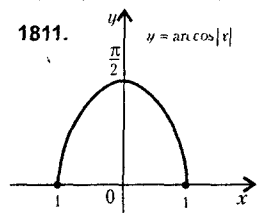
1809.



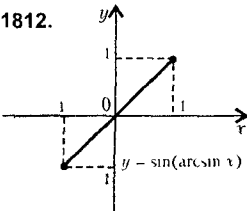
1810.



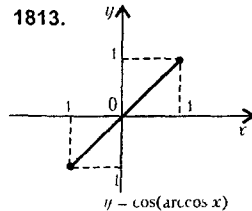
1811.



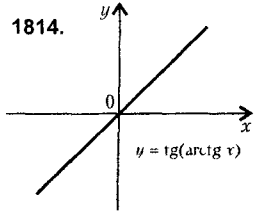
1812.



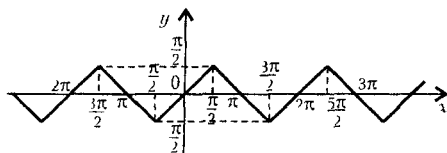
1813.



1814.

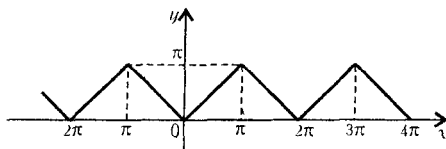


1815.



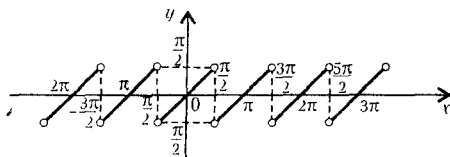
$$y = \arcsin(\sin x)$$

1816.



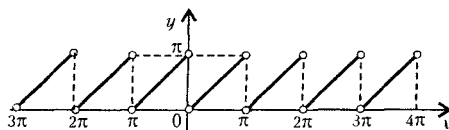
$$y = \arccos(\cos x)$$

1817.



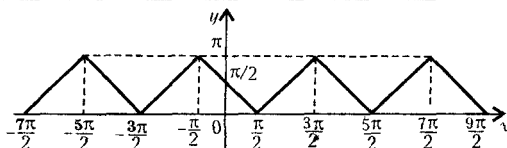
$$y = \arctg(\tg x)$$

1818.

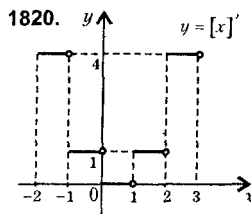


$$y = \arctg(\ctg x)$$

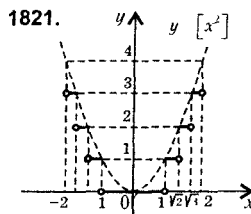
1819.



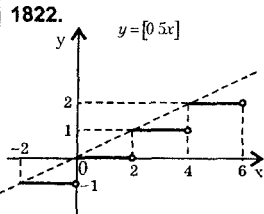
$$y = \arccos(\sin x)$$



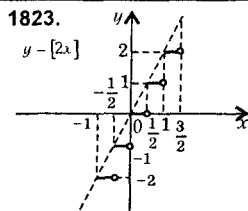
1820.



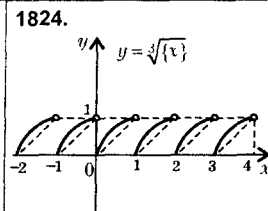
1821.



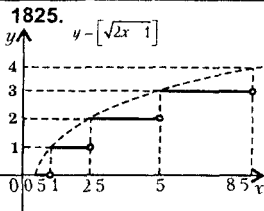
1822.



1823.

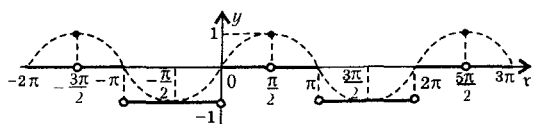


1824.



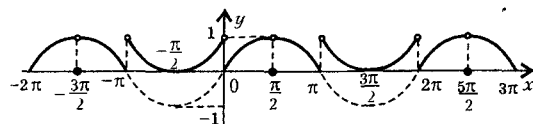
1825.

1826.



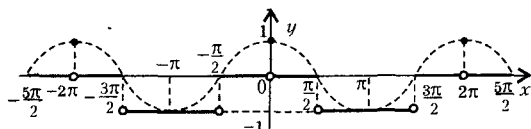
$$y = [\sin x]$$

1827.



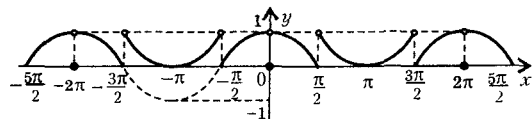
$$y = \{\sin x\}$$

1828.



$$y = [\cos x]$$

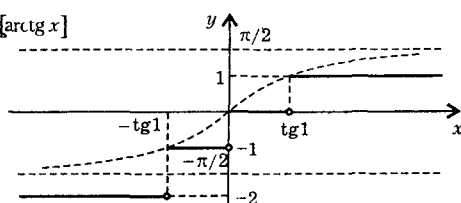
1829.



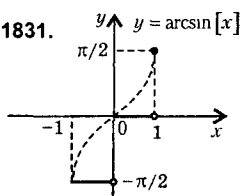
$$y = \{\cos x\}$$

1830.

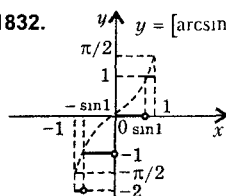
$$y = [\arctg x]$$



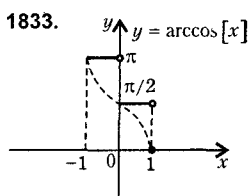
1831.



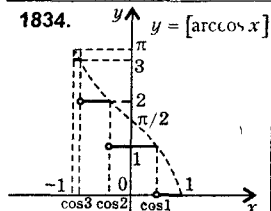
1832.



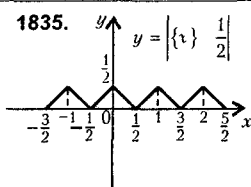
1833.



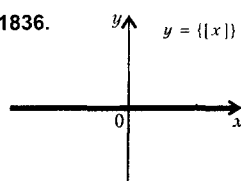
1834.



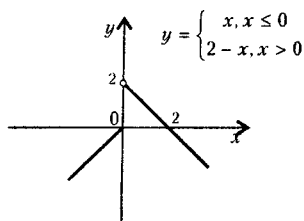
1835.



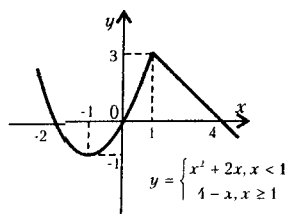
1836.



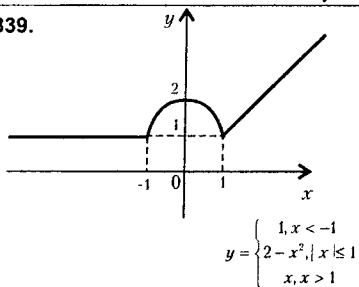
1837.



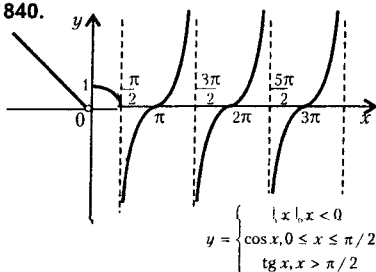
1838.



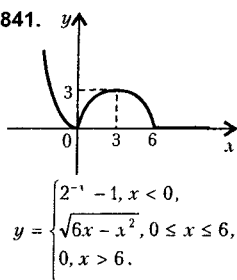
1839.



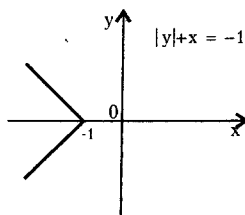
1840.



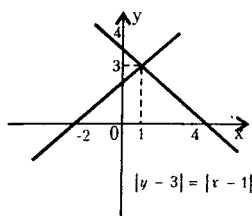
1841.



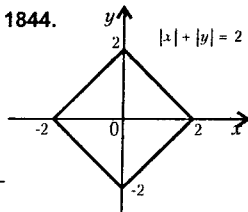
1842.



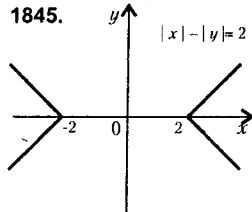
1843.



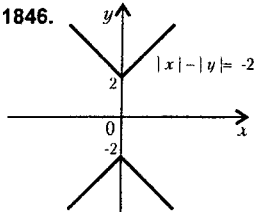
1844.



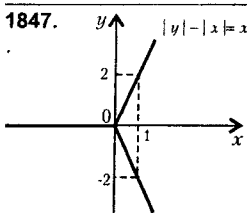
1845.



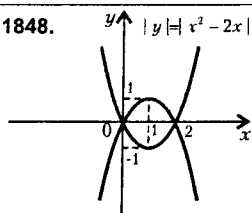
1846.



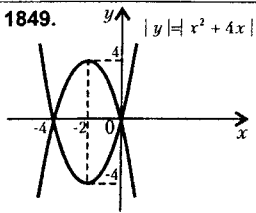
1847.

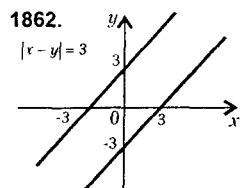
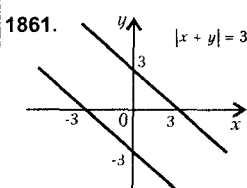
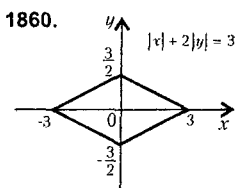
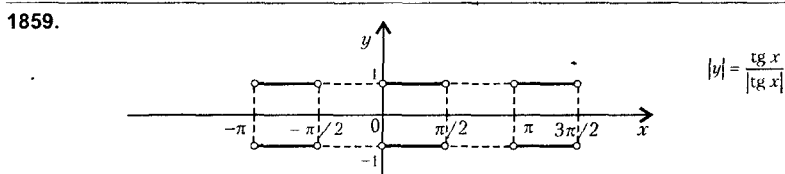
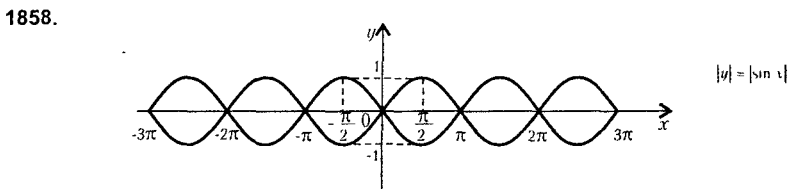
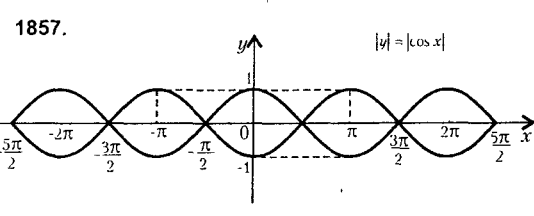
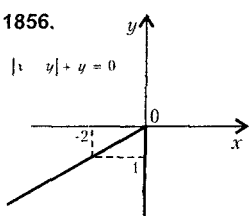
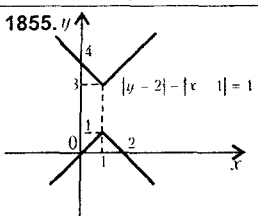
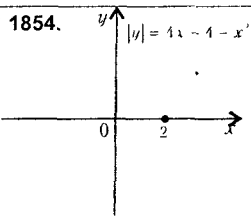
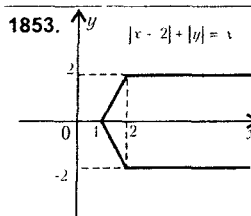
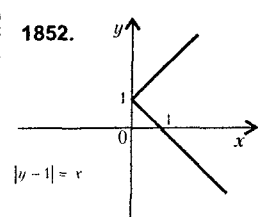
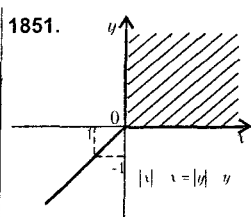
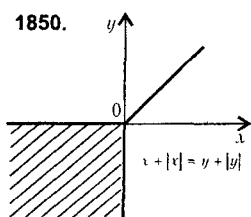


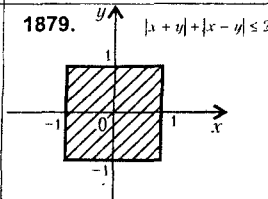
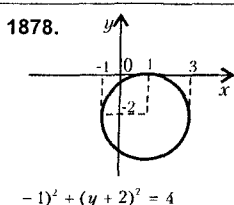
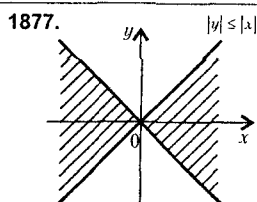
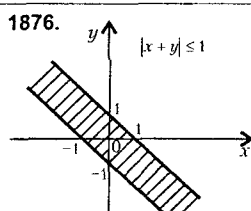
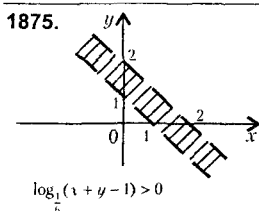
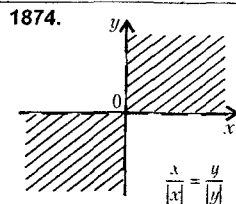
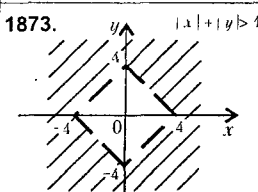
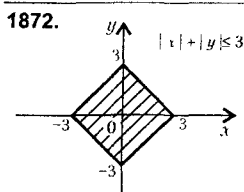
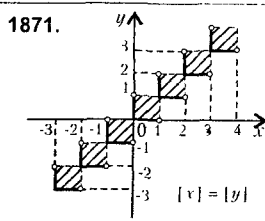
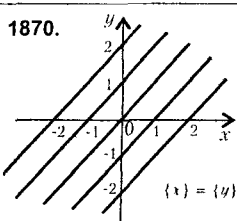
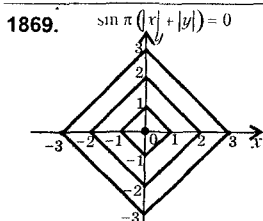
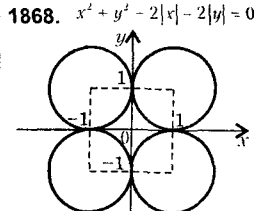
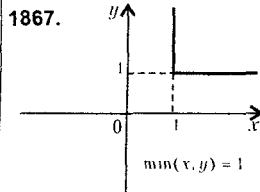
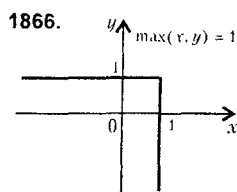
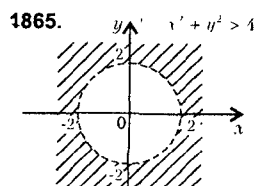
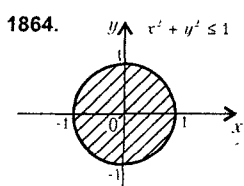
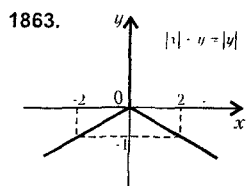
1848.



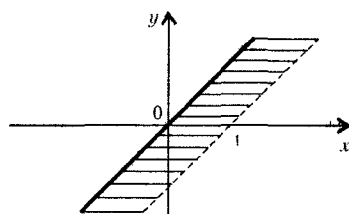
1849.





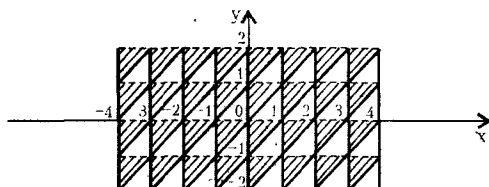


1880.



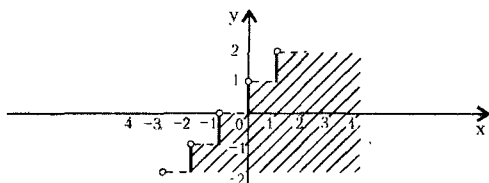
$$[x - y] = 0$$

1881.



$$\{x\} \leq \{y\}$$

1882.



$$[x] \geq [y]$$

Розділ 6. Алгебраїчні рівняння і системи рівнянь

1883. 25. 1884. -9. 1885. -13. 1886. 14. 1887. 11. 1888. -12. 1889. 0. 1890. 0.
 1891. 0. 1892. 24. 1893. 3,6. 1894. 0. 1895. 14. 1896. 13. 1897. $\frac{6}{25} = 0,24$. 1898.
 \emptyset . 1899. 7. 1900. -7. 1901. 19. 1902. -13. 1903. 11. 1904. 6. 1905. 4. 1906. -3.
 1907. 6. 1908. -4. 1909. 6,5. 1910. 21. 1911. 4. 1912. -1. 1913. 3,75. 1914. $\frac{2}{3}$.
 1915. 3. 1916. 12. 1917. $\frac{1}{3}$. 1918. $51\frac{2}{3}$. 1919. -7. 1920. 7,5. 1921. $\frac{3}{16}$. 1922. $\frac{59}{60}$.
 1923. 2. 1924. 7,8. 1925. 3. 1926. 1. 1927. -8. 1928. 21. 1929. 2,5. 1930. 2.
 1931. $1\frac{13}{22}$. 1932. 5. 1933. $41/8$. 1934. 3. 1935. -1. 1936. 1. 1937. $x \in \mathbb{R}$. 1938.
 $x \neq 3$. 1939. $x \in \mathbb{R}$. 1940. \emptyset . 1941. $x \in \mathbb{R}$. 1942. \emptyset . 1943. $x \in \mathbb{R}$. 1944. \emptyset . 1945.
 $x \neq 0$. 1946. \emptyset . 1947. $x \neq 4$. 1948. 0,75. 1949. 0,5. 1950. ± 3 . 1951. 0. 1952.
 ± 20 . 1953. $\pm \frac{5}{2}$. 1954. \emptyset . 1955. $\pm \frac{4}{25}$. 1956. -3; 5. 1957. -4; 3. 1958. -3. 1959.
 $-1; \frac{7}{5}$. 1960. 5; 9. 1961. $-8 \pm \sqrt[4]{13}$. 1962. $-3 \pm \frac{\sqrt{2}}{3}$. 1963. $\frac{1}{3} \left(1 - \sqrt{5} \pm \sqrt{\frac{4 + \sqrt{3}}{\sqrt{2}}} \right)$. 1964. 0;
 7. 1965. 0; -5. 1966. 0; $-\frac{3}{2}$. 1967. 0; $\frac{14}{9}$. 1968. 0; 5. 1969. 0; 8. 1970. 0; -3. 1971.

1, 2 1972 -9, -8 1973 3, 9 1974 5, 4 1975 $\frac{3}{4}, \frac{1}{2}$ 1976 4, $\frac{17}{3}$ 1977 7, $\frac{61}{9}$
 1978 $\frac{6}{5}, \frac{9}{7}$ 1979 $\frac{4}{9}, \frac{11}{18}$ 1980 $\frac{2}{5}, \frac{19}{25}$ 1981 2, 4 1982 3, 4 1983 -3, -4 1984
 1, 2 1985 -1, 2 1986 -1, 5 1987 $\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$ 1988 $-\frac{1}{3}, \frac{3}{2}$ 1989 -3 - $\frac{3}{2}$ 1990 - $\frac{3}{2}$,
 1 1991 -1, $\frac{7}{3}$ 1992 -1, $-\frac{1}{3}$ 1993 $\frac{-1 \pm \sqrt{6}}{5}$ 1994 $\frac{3}{4}$ -4 1995 - $\frac{3}{2}$, 3. 1996
 $-\frac{2\sqrt{3}}{9}, \frac{\sqrt{3}}{3}$. 1997 $\sqrt{2}, \frac{\sqrt{2}}{4}$. 1998 $\sqrt{3}, 2 - \sqrt{3}$ 1999 $\frac{3 - \sqrt{5}}{2}, \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ 2000
 $1 - \sqrt{5}, 2 + \sqrt{5}$ 2001 $1 + \sqrt{6}, \frac{3 - 2\sqrt{6}}{2}$ 2002 -2 2003 0 2004 -1 2005 2
 2006 $3 \pm \sqrt{5}$ 2007 -6, 5 2008 $-\frac{5}{9}$ 2009 $x_2 = 6, p = -9$ 2010 $x_2 = -2; q = -18$
 2011 $x_2 = -4, 5, b = 5$ 2012 $x_2 = -\frac{2}{3}; c = 8$ 2013 $q = 36$ 2014 $q = 45$ 2015 $3 - \sqrt{5}$,
 $x^2 - 6x + 4 = 0$ 2016 1) $a^2 t^2 + (2ac - b^2)t + c^2 = 0$, 2) $a^3 t^2 + (b^3 - 3abc)t +$
 $+ c^3 = 0$ 2017 $cx^2 + bx + a = 0$ 2018 $\frac{4561}{16} = 285\frac{1}{16}$ 2019 1) $\frac{b^2 - 2ac}{a^2}$,
 2) $\frac{b^2 - 2ac}{c^2}$, 3) $\frac{(3ac - b^2)b}{a^3}$, 4) $\frac{(3ac - b^2)b}{c^3}$, 5) $\frac{b^4 - 4ab^2c + 2a^2c^2}{a^4}$, 6)
 $\frac{b^4 - 4ab^2c + 2a^2c^2}{c^4}$ 2020 $a^2x^2 + a(b - c)x - bc = 0$ 2021 $ax^2 + (b - 6a)x + (c -$
 $- 3b + 9a) = 0$ 2022 $3, -\frac{3}{31}$ 2023 -5, 3 2024 -2 2025 $c < 0$ 2026 $a \in (-1, 0]$
 2027 $\pm 1, \pm 5$ 2028 $\pm 2, \pm \sqrt{2}$ 2029 $\pm 1, \pm 2$ 2030 $\pm 1, \pm \sqrt{2}$ 2031 $\pm \sqrt{5}$
 2032 ± 3 2033 $0, \pm 3$ 2034 ± 2 2035 0 2036 \emptyset 2037 1, 2, -4 2038 -1, 3, 4
 2039 -2, ± 1 2040 -1, 2, 3 2041 $\pm 1, -\frac{1}{2}$ 2042 -1, 2, $\frac{1}{3}$ 2043 -2, $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}$ 2044
 1, $1 \pm \sqrt{2}$ 2045 -2, 1 2046 -1, -2, $-\frac{1}{3}$ 2047 $1, \frac{5 \pm \sqrt{41}}{4}$ 2048 2 2049 $2, \frac{3 \pm \sqrt{33}}{2}$
 2050 1, ± 2 2051 3, ± 1 2052 -6, ± 2 2053 -1, 2, 4 2054 -1, 2, $\frac{3}{2}$ 2055
 $-1, 1 \pm \sqrt{3}$ 2056 3 2057 ± 3 2058 -1 2059 $1, \frac{-1 \pm \sqrt{3}}{4}$ 2060 -2, $\frac{1}{2}, 3$ 2061
 $1, 2, -\frac{3}{2}$ 2062 $1, \frac{1}{2}, -\frac{2}{3}$ 2063 $-\frac{6}{5}, -1, \frac{5}{4}$ 2064 $2, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{3}$ 2065 $\pm \frac{1}{3}, \frac{1}{2}$
 2066 $-\frac{3}{4}$ 2067 $\frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}$ 2068 $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}$ 2069 $-\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}$ 2070 -1, $2 \pm \sqrt{3}$
 2071 $\frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$ 2072 -3, $-\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 2$ 2073 $\pm 1, -\frac{3}{5}, \frac{5}{3}$ 2074 $\frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}, \frac{1 \pm \sqrt{10}}{3}$
 2075 $-2 \pm \sqrt{3}$ 2076 ± 1 2077 1 2078 3 2079 -1, $1/3$ 2080 $\frac{1}{\sqrt{7}} \left(1 + \sqrt{2} \mp \sqrt[4]{\frac{\sqrt{13}}{5}} \right)$
 2081 0, -1 2082 0 2083 $0, \pm 1$ 2084 0, ± 2 2085 -2, 0 2086 0, $\sqrt[3]{5}$
 2087 0, $-\sqrt[3]{5}$ 2088 0, $\pm \sqrt[3]{6}$ 2089 0, 4, 8 2090 -3, 0, 4 2091 -3, -2, -1, 0

2092 $0, 3, -\frac{2}{3}$ **2093** $0, -\frac{15}{2}$ **2094** $\frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}, \frac{1 \pm \sqrt{21}}{2}$ **2095** $\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2},$
 $\frac{-5 \pm \sqrt{21}}{2}$ **2096** $1, 3, 3 \pm \sqrt{2}$ **2097** $\frac{-3 \pm \sqrt{33}}{2}, \frac{-5 \pm \sqrt{29}}{2}$ **2098** 0 **2099** -1
2100 -1 **2101** $\sqrt{3}$ **2102** \emptyset **2104** $1) -2p$ **2105** При $4p^3 + 27q^2 = 0$ **2106**
 Один корень **2107** 18 **2108** 1154 **2109** $\tau_1^2 + x_2^2 + \tau_3^2 = -3; \tau_1^3 + x_2^3 + \tau_3^3 = -3,5$
2110 $1, 2, 4$ **2112** $1, 2$ **2113** $\pm 1, \pm 2$ **2114** $-1, 2$ **2115** $\pm 1, \pm 2$ **2116** $2, 4$
2117 $-5, -3, -1, 1$ **2118** $-5, -1, 3$ **2119** $\frac{2}{7}, \frac{4}{5}$ **2120** ± 2 **2121** $-3, -6$ **2122**
 $3, 5, 4 \pm 2\sqrt{6}$ **2123** $-1, -5, -3 \pm 3\sqrt{3}$ **2124** $-2, 1$ **2125** $1, 5$ **2126** $-2, -1, 0, 1$
2127 $2, 2 \pm \sqrt{14}$ **2128.** $0, 77, \frac{2977}{77}$ **2129.** $1) \frac{-5 \pm \sqrt{37}}{2}, 2) 5, 5 \pm \sqrt{10}, 3) -1, 6, 4)$
 $\frac{11 \pm \sqrt{37}}{2}; \frac{11 \pm \sqrt{13}}{2}$ **2130.** $\frac{1}{2}, 1, 2$ **2131.** $-2, 1, \frac{-1 \pm \sqrt{33}}{4}$ **2132.** $\frac{1}{3}, 3 \frac{-7 \pm \sqrt{13}}{6}$ **2133.**
 $-1, 4, 1 \pm \sqrt{5}$ **2134.** $2 \pm \sqrt{5}, \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$ **2135.** $-1, \frac{1}{4}, \frac{2 \pm \sqrt{13}}{6}$ **2136.** $6 \pm 2\sqrt{6}$ **2137.**
 $-\frac{3}{2}, \frac{1}{2}$ **2138.** $-3, 5$ **2139.** $-2, 5, 5$ **2140.** $-1 \pm \sqrt{7}$ **2141.** $-4, 2$ **2142.** $-1 \pm \sqrt{15}$
2143. $-2\frac{1}{3}$ **2144.** $\frac{2\sqrt{3}-1}{2-3\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}+16}{23}, -\frac{1}{2}, -\frac{2\sqrt{3}+1}{2+3\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}-16}{23}$ **2145.**
 $\frac{-3 \pm \sqrt{7}}{2}, \frac{2 \pm \sqrt{2}}{2}$ **2146.** $\frac{1 \pm \sqrt{7}}{3}, \frac{-12 \pm 5\sqrt{6}}{3}$ **2147.** $-\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}$ **2148.** $-1, 3, -\frac{3}{2}, \frac{9}{2}$
2149. $-\frac{3}{4}, 2, \frac{1 \pm \sqrt{865}}{24}$ **2150.** $-2, -3$ **2151.** $-1 \pm 2\sqrt{2}, -5 \pm 4\sqrt{2}$ **2152.** $\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$
2153. $-2 \pm \sqrt{\frac{15 + \sqrt{145}}{10}}, -2 \pm \sqrt{\frac{15 - \sqrt{145}}{10}}$ **2154.** ± 5 **2155.** 0 **2156.** \emptyset **2157.** ± 2
2158. $-2, 4$ **2159.** $-5, 2$ **2160.** 6 **2161.** \emptyset **2162.** $-1, 2$ **2163.** $-1, 4$ **2164.** $x \geq 0$
2165. $x \leq 0$ **2166.** $x \in [2, \infty)$ **2167.** $x \in (-\infty, 4]$ **2168.** -1 **2169.** -12 **2170.** $-\frac{13}{4}$
2171. ± 8 **2172.** $0, 3$ **2173.** $x \in (-\infty - 2] \cup [2, +\infty)$ **2174.** $x \in [0, 1]$ **2175.** -5 **2176.**
 3 **2177.** -4 **2178.** -7 **2179.** 9 **2180.** -3 **2181.** $-4, -3$ **2182.** $-2, 0$ **2183.**
 $-6, 2 + 4\sqrt{3}$ **2184.** $-\sqrt{2}, 1 - \sqrt{5}$ **2185.** $0, 2$ **2186.** $-\frac{1}{4}, \frac{1}{2}$ **2187.** $-1, 3$ **2188.** $\pm \frac{13}{2}$
2189. $x \in [-2, 2]$ **2190.** $x \in [-5, 3]$ **2191.** $x \in [-2, 1]$ **2192.** $-4, 7$ **2193.** $x \in [2, \infty)$
2194. $-3, -1$ **2195.** 4 **2196.** $-\frac{7}{2}, \frac{9}{2}$ **2197.** $x \in [-3, 2]$ **2198** $[-4, -3] \cup [3, 4]$ **2199**
 $\frac{3}{2}, \frac{1 + \sqrt{11}}{2}$ **2200** $\frac{1}{2}, 4$ **2201** $\frac{1}{2}, \frac{9}{8}$ **2202** $-\frac{14}{3}, 0$ **2203** $\frac{3}{2}$ **2204** $\frac{9}{7}, 3$ **2205** 4
2206 5 **2207** -2 **2208** 7 **2209** -5 **2210** \emptyset **2211** \emptyset **2212** -16 **2213** $\frac{9}{4}$ **2214**
 $0, 0, 9$ **2215** 0 **2216** \emptyset **2217** 4 **2218** $\frac{49}{9}$ **2219** $\frac{11}{3}$ **2220** $\frac{25}{16}$ **2221** 13 **2222** \emptyset
2223 $\frac{26}{21}$ **2224** $\frac{2}{3}$ **2225** -128 **2226** -27 **2227** \emptyset **2228** -7 **2229** 8 **2230** -27
2231 -64 **2232** 11 **2233** -8 **2234** 18 **2235** 5 **2236** ± 4 **2237** $1, -5$ **2238** 1
2239 ± 2 **2240.** -4 **2241.** -1 **2242.** -2 **2243.** \emptyset **2244.** 0 **2245.** -1 **2246** $2, 3$
2247 $2, 4$ **2248** $1) \pm 1, 2) -3, 3) -4$ **2249** \emptyset **2250** \emptyset **2251** \emptyset **2252** 3 **2253**
 $2, 3$ **2254** \emptyset **2255** \emptyset **2256** \emptyset **2257** 4 **2258** -3 **2259** 3 **2260** $0, 5$ **2261** 0
2262 -9 **2263** -2 **2264.** 3 **2265** 2 **2266** 4 **2267** -2 **2268** 10 **2269** -3 **2270**

-4. 2271. -1. 2272. -3. 2273. 3. 2274. -6. 2275. 16. 2276. 5. 2277. -7. 2278. 5; 9.
 2279. -3. 2280. 2. 2281. -9; 1. 2282. 729. 2283. 1. 2284. $\frac{1}{7}$. 2285. -3. 2286. $\frac{4}{5}$; 5;
 6, 7. 2287. $-\frac{1}{7}$; 1. 2288. -15; 3. 2289. -8; 1. 2290. 1; 2. 2291. -4; 1. 2292. $-\frac{1}{2}$; 2.
 2293. $x \in (-\infty; 2]$. 2294. $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$. 2295. $x \in (-\infty; -3] \cup [1; \infty)$. 2296. 2; -1. 2297. 9.
 2298. -2; $\frac{1}{7}$. 2299. -5; 2. 2300. -2; -1. 2301. -6; 3. 2302. -7, 4. 2303. -12, 6; -7, 4.
 2304. 4. 2305. 10. 2306. $(-\infty; 0] \cup [2; 4]$. 2307. $\frac{\sqrt{5}-9}{2}$. 2308. 2. 2309. -2. 2310. -3.
 2311. 0. 2312. -0, 4. 2313. 0; 7. 2314. 65. 2315. $-\frac{14}{5\sqrt{53}}$. 2316. ± 1 . 2317. 0. 2318.
 3; $3 \pm \sqrt{3}$. 2319. 0; $\pm 2\sqrt{2}$. 2320. 1. 2321. 4. 2322. 0; $\sqrt[4]{256}$. 2323. $\frac{1456}{365}$. 2324. $\pm \frac{1}{64}$.
 2325. ± 2 . 2326. -3. 2327. 0, 1; $1 \pm \sqrt{2}$. 2328. $1 + \sqrt{7+4\sqrt{2}}$. 2329. -4; $\frac{68}{3}$. 2330.
 3; 4. 2331. -4; 5. 2332. 11; 30. 2333. 7; 8; 9. 2334. 5; 20. 2335. 2; 33. 2336. 2; 9.
 2337. -7; 19. 2338. 2; 5. 2339. $1; \frac{1+\sqrt{5}}{2}$. 2340. 4. 2341. 3. 2342. $-\frac{1}{2}$; 4. 2343.
 4; $\frac{16}{3}$. 2344. 7. 2345. $x \in [1; 2]$. 2346. $x \in [2; 5]$. 2347. $x \in [2; \infty]$. 2348. 15.
 2349. 0; $\frac{1}{16}$; $\frac{1}{3}$. 2350. $\frac{3^n+1}{3^n-1}$. 2351. $2\sqrt{2}$. 2352. 3; $\frac{5+\sqrt{297}}{8}$. 2353. $31 \pm 8\sqrt{15}$.
 2354. $20 - 6\sqrt{11}$. 2355. 1) 2; $\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$; 2) $\frac{-1-\sqrt{17}}{2}$; $\frac{1+\sqrt{21}}{2}$. 2356. $\frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2}$. 2357. $-\frac{1}{8}$.
 2358. $\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\frac{\sqrt{6} \pm \sqrt{2}}{4}$. 2359. $\frac{\sqrt{13}}{3}$; $\frac{\sqrt{13}}{2}$. 2360. 1; 2; 10. 2361. $x = c$, де $c = \max(-a, -b)$.
 2362. $a; b; \frac{a+b}{2}$. 2363. $x = c$, де $c = \min(a, b)$. 2364. (6; 3). 2365. (1; 5).
 2366. (1; 2). 2367. (3; -1). 2368. (4; -1). 2369. (2; 4). 2370. (-5; 3). 2371. (3;
 5). 2372. (-2; 1). 2373. (3; -1). 2374. (-3; 2). 2375. (36; 12). 2376. (6; 8). 2377.
 (1; 4); (3; 2). 2378. $\left\{ (3; 2); \left(-\frac{13}{3}; -\frac{5}{3} \right) \right\}$. 2379. (3; -2). 2380. (1; 2). 2381. (2; 0).
 2382. (6; 5). 2383. (2; 1); (1; 11, 5). 2384. (1; 8); (8; 1). 2385. (4; 3); (-3; -4).
 2386. $\{(-1; -2); (-5; -10)\}$. 2387. $\{(5; 4); (1; 4/3)\}$. 2388. $\{(3; 2); (-3; -2)\}$.
 2389. $\{(2; 1); (2; -1); (-2; 1); (-2; -1)\}$. 2390. $\{(3; 2); (-3; -2)\}$. 2391. (1; 2);
 (-1; -2); $\left(\frac{\sqrt{19}}{2}; \frac{2\sqrt{19}}{3} \right)$; $\left(-\frac{\sqrt{19}}{2}; \frac{2\sqrt{19}}{3} \right)$. 2392. $\left(\frac{\sqrt{30}}{40}; -\frac{\sqrt{30}}{10} \right)$; $\left(-\frac{\sqrt{30}}{40}; \frac{\sqrt{30}}{10} \right)$; $\left(\frac{\sqrt{30}}{5}; \frac{\sqrt{30}}{5} \right)$;
 $\left(-\frac{\sqrt{30}}{5}; -\frac{\sqrt{30}}{5} \right)$. 2393. $\{(1; -1); (-1; 1); (5; 4); (-5; -4)\}$. 2394. (3; 2); (-3; -2);
 $\left(\frac{4}{\sqrt{3}}; -\frac{1}{\sqrt{3}} \right)$; $\left(-\frac{4}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}} \right)$. 2395. (2; 1); (-2; -1); $\left(\frac{3}{\sqrt{2}}; \sqrt{2} \right)$; $\left(-\frac{3}{\sqrt{2}}; -\sqrt{2} \right)$. 2396.
 (2; 3); (-2; -3); (3; 2); (-3; -2). 2397. (1; 3); (-1; -3); $\left(\frac{15}{\sqrt{65}}; -\frac{35}{\sqrt{65}} \right)$; $\left(-\frac{15}{\sqrt{65}}; \frac{35}{\sqrt{65}} \right)$.

2398. $(-1, -3)$. **2399.** $\{(4, 1), (-4, -1)\}$ **2400.** $(4, 2), (-4, -2)$ **2401.** $(2\sqrt{3}, \sqrt{3})$;
 $(-2\sqrt{3}, -\sqrt{3})$, $(-2\sqrt{3}, \sqrt{3})$, $(2\sqrt{3}, -\sqrt{3})$. **2402.** $\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{5}\right)$, $\left(\frac{5}{8}, \frac{5}{31}\right)$ **2403.** $(2, 1), (-2, -1)$
2404. $\left\{(13, 12), \left(-\frac{1}{2}, -\frac{6}{13}\right)\right\}$ **2405.** $\{(3, 8)\}$ **2406.** $(3, 5), (5, 3)$ **2407.** $(1, 2), (2, 1)$ **2408.**
 $(2, -1), (-1, 2)$ **2409.** $(-1, 2), (2, -1)$ **2410.** $(1, 3), (3, 1)$ **2411.** $(-2, -2), (2 - \sqrt{8}, 2 + \sqrt{8})$,
 $(2 + \sqrt{8}, 2 - \sqrt{8})$ **2412.** $\{(5, 1), (1, 5), (3, 2), (2, 3)\}$ **2413.** $\{(1, 4), (4, 1)\}$ **2414.**
 $\left\{(1, 3), (3, 1), \left(\frac{10 + \sqrt{97}}{3}, \frac{10 - \sqrt{97}}{3}\right), \left(\frac{10 - \sqrt{97}}{3}, \frac{10 + \sqrt{97}}{3}\right)\right\}$ **2415.** $\{(-2, -1), (-1, -2),$
 $(1, 2), (2, 1)\}$ **2416.** $\{(-3, -1)\}$ **2417.** $(-12, 5), (-4, -3)$ **2418.** $(1, -2)$ **2419.** $x \in [-9, 9]$
2420. $\left\{(2, -2), \left(-\frac{8}{5}, \frac{14}{5}\right)\right\}$ **2421.** $\left\{\left(-\frac{2}{3}, 2\right), \left(-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right)\right\}$ **2422.** $(1, 5)$, $\begin{pmatrix} 53 & 41 \\ 11 & 11 \end{pmatrix}$ **2423.**
 $0 \leq x \leq 5$ $y = -x + 5$, $-5 \leq x \leq 0$, $y = -x - 5$ **2424.** $(5, -5), (-5, 5)$, $(2\sqrt{10}, \sqrt{10})$,
 $(-2\sqrt{10}, -\sqrt{10})$ **2425.** $(18, 18)$. **2426.** $(4, 9), (-4, -9), (9, 4), (-9, -4)$. **2427.** $(5, 4)$,
 $(41, -40)$. **2428.** $(3, 0), (-3, 0)$, $(\sqrt{15}, \sqrt{12}), (-\sqrt{15}, \sqrt{12})$. **2429.** $(1, 0)$. **2430.** $(0, 0)$,
 $(\sqrt{5}, -\sqrt{5}), (-\sqrt{5}, \sqrt{5})$; $(\sqrt{11}, \sqrt{11}), (-\sqrt{11}, -\sqrt{11})$, $\left(\frac{\sqrt{2} + \sqrt{14}}{2}, \frac{\sqrt{2} - \sqrt{14}}{2}\right)$,
 $\left(\frac{\sqrt{2} - \sqrt{14}}{2}, \frac{\sqrt{2} + \sqrt{14}}{2}\right)$; $\left(\frac{\sqrt{14} - \sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{14} + \sqrt{2}}{2}\right)$, $\left(-\frac{\sqrt{14} + \sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{14} - \sqrt{2}}{2}\right)$. **2431.** $(3, 3)$;
 $\left(-\frac{3}{7}, \frac{75}{13}\right)$. **2432.** $(4, 2)$ **2433.** $(4, 3, 9), (-4, -3, -9)$ **2434.** $(3, 2, 4), (-3, -2, -4)$
2435. $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 7 & 5 & 3 \end{pmatrix}$ **2436.** $x_1 = y_1 = z_1 = 6 - \sqrt{35}$, $x_2 = y_2 = z_2 = 6 + \sqrt{35}$ **2437.**
 $(4, 3, 2)$ **2438.** $(1, 1, 1)$ **2439.** $(1, 1), \left(-\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}\right), \left(0, -\frac{1}{2}\right), \left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ **2440.**
 $\{(0, 0), (15, 10), (10, 15), (2, -3), (-3, 2)\}$ **2441.** $(3, 1), (2, -1)$ **2442.** $(4, -3, 2), (-4, 3, -2)$
2443. $(0, 0, 0), (0, 18, 12), (12, 0, 4), (4, 2, 0)$, $\left(\frac{22}{3}, 7, -10\right)$ **2444.** $(1, -2, 3)$, $\left(\frac{1}{2}, -1, \frac{3}{2}\right)$.
2445. $(2, 3, 5, -3, -2)$ **2446.** $(5, 3, 1, -1, -3, -5)$ **2447.** $(1, 3, 5, 7, -7, -5, -3, -1)$ **2448.** Якщо
 n — непарне, то $x_1 = x_2 = x_3 = \dots = x_n = \frac{1 \pm \sqrt{7}}{3}$, якщо n — парне, то
 $x_1 = x_3 = x_5 = \dots = x_{n-1} = c$, $x_2 = x_4 = x_6 = \dots = x_n = \frac{c + 2}{3c - 1}$, де $c \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{3}\right\}$. **2449.**
 $x_m = \frac{n(n+1)}{2(n-1)} - m$, $m = 1, 2, 3, \dots, n$. **2450.** При $a \neq 0$ $x = \frac{5}{a}$, при $a = 0$ розв'язків
немає **2451.** При $a \neq 0$ $x = 0$, при $a = 0$ x — будь-яке дійсне число **2452.** При
 $a \neq 0$ розв'язків немає, при $a = 0$ x — будь-яке дійсне число **2453.** При $a \neq 0$
 $x = 1$, при $a = 0$ x — будь-яке дійсне число **2454.** При $a \neq 0$ $x = \frac{a-2}{a}$, при
 $a = 0$ розв'язків немає **2455.** При $a \neq \pm 1$ $x = 0$, при $a = \pm 1$ x — будь-яке дійсне
число **2456.** При $a \neq -3$ $x = a - 3$, при $a = -3$ x — будь-яке дійсне число **2457.**
При $a \neq \pm 1$, $\frac{3}{4}$ $x = \frac{3-a}{4a-3}$, при $a = \pm 1$, $\frac{3}{4}$ розв'язків немає **2458.** При $a \neq 0, \pm 1$

$x = \frac{a+2}{a+1}$; при $a = 1$ $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$; при $a = 0, -1$ розв'язків немає. **2459.** При $a \neq 0$
 $x = -\frac{b}{a}$; при $a = 0$ и $b \neq 0$ розв'язків немає; при $a \approx 0$ и $b = 0$ x — будь-яке
дійсне число. **2460.** При $a \neq 1$ и $a \neq \frac{5}{6}$ $x = \frac{2-3a}{a-1}$; при $a = 1$ и $a = \frac{5}{6}$ розв'язків
немає. **2461.** При $a \neq -23$ $x = \frac{a+5}{2}$; при $a = -23$ розв'язків немає. **2462.**
 $x = -\frac{1}{a}$, $x = 1 - \frac{1}{a}$ при $a \neq 0$; \emptyset при $a = 0$. **2463.** $x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1-6a}}{a}$ при
 $a \in \left(-\infty; \frac{1}{6}\right)$ $a \neq 0$; $x = -3$ при $a = 0$; $x = -6$ при $a = \frac{1}{6}$; дійсних коренів немає
при $a \in \left[\frac{1}{6}; +\infty\right)$. **2464.** $\frac{1}{\sqrt[3]{3a+1}-1}$ при $a \neq 0$; \emptyset при $a = 0$. **2465.** $x = -a$ при
 $a \in \left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup (1; +\infty)$; $x = -a$, $x = \frac{a-1}{2}$ при $a \in \left\{-\frac{1}{3}\right\} \cup \{1\}$; $x = -a$,
 $x = \frac{a-1 \pm \sqrt{-3a^2+2a+1}}{2}$ при $a \in \left(-\frac{1}{3}; 1\right)$. **2466.** $a \in (4; 4.25)$. **2467.** $\kappa = -3$.
2468. 1) $b = 14$; 2) $b > 14$. **2469.** При $a = 0, 1$. **2470.** 1) $a \in \{-\infty; 1\} \cup \{2; +\infty\}$; 2)
 $a = (0; 1) \cup (2; 3)$; 3) $a = (-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$. **2471.** $a > -\frac{5}{6}$. **2472.** $a = 9$. **2473.** При
 $a \leq 0$ $x = \pm \frac{\sqrt{1-4a}-1}{2}$; при $a > 0$ розв'язків немає. **2474.** При
 $a \in \left(-\infty; \frac{4-2\sqrt{13}}{3}\right) \cup \{-1\} \cup \left(\frac{4+2\sqrt{13}}{3}; \infty\right)$. **2475.** 1) При $a < -\frac{2}{3}$ $x = \frac{a-2}{4}$; при
 $a \geq -\frac{2}{3}$ $x = \frac{-a-2}{2}$; 2) при $a < -1$ $x_1 = a-5$, $x_2 = a+5$, $x_3 = 3-a$; при $a = -1$
 $x_1 = a-5$, $x_2 = a+5$; при $-1 < a < 9$ $x = a-5$; при $a \geq 9$ $x = \frac{a+3}{3}$; 3) при
 $a < -3$ $x \in \emptyset$; при $-3 \leq a < -\frac{3}{2}$ $x_1 = -a-3$, $x_2 = a+3$; при $-\frac{3}{2} \leq a < 3$ $x_1 = \frac{a-3}{3}$,
 $x_2 = a+3$; при $a \geq 3$ $x_1 = a-3$, $x_2 = a+3$. **2476.** При $a = -1$ $x \in [-3; 1]$; при
 $a = 1$ $x \in (1; \infty)$; при $|a| < 1$ $x_1 = \frac{a+7}{a-1}$, $x_2 = 1$; при $|a| > 1$ $x = 1$. **2477.**
 $a \in (-\infty; -4] \cup [4; +\infty)$. **2478.** $a \in \left(-\frac{7}{3}; -2\right)$. **2479.** При $a = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$. **2480.** При
 $a \in \left(-\infty; \frac{\sqrt{5}-1}{2}\right) \cup (1; +\infty)$. **2481.** При $a \geq 2$ $x = a^2 - 4a + 6$; при $a < 2$ немає роз-
в'язків. **2482.** $x = a^2 + a$ при $a \geq 0$; немає розв'язків при $a < 0$. **2483.** При $a \geq 0$
 $x = \frac{2a+1-\sqrt{4a+1}}{2}$; при $a < 0$ $x \in \emptyset$. **2484.** $x = a$ при $a \neq 0$; $x \in \emptyset$ при $a = 0$.
2485. При $0 < a \leq 1$ $x = \pm \frac{(1-a^2)^2}{4a}$; при $a \leq 0$ и $a > 1$ розв'язків немає. **2486.**
При $a \in (0; \sqrt{5}]$ $x = \frac{a^4 + 2a^2 + 25}{a^2}$; розв'язків немає при $a \in (0; \sqrt{5}]$. **2487.** При
 $a \in (-\infty; -3\sqrt{2}) \cup (3; \infty)$ розв'язків немає; при $a \in \{-3\sqrt{2}\} \cup [3; 3)$ $x = \frac{a + \sqrt{18-a^2}}{2}$;

при $a \in (-3\sqrt{2}; -3]$ $x = \frac{a \pm \sqrt{18 - a^2}}{2}$. **2488.** При $a \in \left(-\infty; -\frac{1}{4}\right)$ розв'язків немає;
 при $a \in \left[-\frac{1}{4}; 0\right]$ $x = \frac{1 \pm \sqrt{1+4a}}{2}$; при $a \in (0; 1)$ $x = \frac{1 + \sqrt{1+4a}}{2}$; при $a \in [1; +\infty)$
 $x_1 = \frac{1 + \sqrt{1+4a}}{2}$, $x_2 = \frac{-1 - \sqrt{4a-3}}{2}$. **2489.** $x = \frac{4-a}{2\sqrt{4-2a}}$ при $a \in (-\infty, 2)$, роз-
 в'язків немає при $a \in [2; +\infty)$. **2490.** При $a < 0$ розв'язків немає; при $a = 0$ —
 три розв'язки; при $0 < a < 1$ — чотири розв'язки; при $a = 1$ — два розв'язки;
 при $a > 1$ розв'язків немає. **2491.** При $a \in \left(-\frac{1}{4}; 0\right]$ **2492.** При $a \in \left[\frac{2}{3}; 3 - \sqrt{5}\right]$
 розв'язок $\left(\frac{a(4-a)}{2(a-2)}; \frac{a-4}{a-2}\right)$, при $a \in (3 - \sqrt{5}, 2]$ — $\left(\frac{a^2 - 12a + 8}{2(3a-2)}; \frac{a}{3a-2}\right)$. **2493.**
 При $a = \pm\sqrt{2}$. **2494.** При $a = \pm 25$. **2495.** При $a^2 + b^2 = 1$. **2496.** При
 $a = 1; 2; 1 \pm \frac{2}{\sqrt{3}}$. **2497.** $\left(\frac{a+b}{2}; \frac{a-b}{2}\right)$. **2498.** При $b \neq 0$ розв'язків немає; якщо
 $b = 0$, то $(c; c)$, де $c \in \mathbb{R}$. **2499.** $\left(\pm \frac{a^2}{d}; \pm \frac{b^2}{d}; \pm \frac{c^2}{d}\right)$ при $d \neq 0$, де
 $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$; $(\alpha; \beta; -\alpha - \beta)$ при $d = 0$ (тобто при $a = b = c = 0$), де $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.
2500. $(a; 0; 0); (0; a; 0); (0; 0; a)$. **2501.** $(0; 0; 0); (\sqrt{bc}; \sqrt{ac}; \sqrt{ab});$
 $(\sqrt{bc}; -\sqrt{ac}; -\sqrt{ab}); (-\sqrt{bc}; -\sqrt{ac}; \sqrt{ab}); (-\sqrt{bc}; \sqrt{ac}; -\sqrt{ab})$. **2502.** При $a \neq 0$
 $\left(-\frac{9a}{2}; 3a; \frac{7a}{2}\right)$; при $a = 0$ $(c; 0; -c)$, де $c \in \mathbb{R}$. **2503.** $(0; 0; m); (0; n; 0); (k; 0;$
 $0); m, n, k \in \mathbb{R}; \left(-\frac{2bc}{b+c}; -\frac{2ac}{a+c}; -\frac{2ab}{a+b}\right)$. **2504.** $(0; 0; 0); (0; 0; a+2); (a; 0;$
 $0); (0; a+1; 0)$. **2505.** 1) $y = 2x + 5$; 2) $y = 6 - x$; 3) $y = 8$. **2506.** 1) $y = x^2 - 4x + 9$;
 2) $y = -2x^2 + x + 5$. **2507.** $y = x^2 - 6x + 13$. **2508.** $y = 4x^2 - 8x + 9$. **2509.** 1) $x^3 - 2x^2 -$
 $-x + 2$; 2) $2x^3 - x^2 + 3x - 4$. **2510.** $a = 6; b = 3; c = 1$. **2511.** $a = 9$. **2512.**
 $x^2 + x + 2$. **2513.** $2(x+1)(x+2)(x-2) + 12 = 2x^3 + 2x^2 - 8x + 4$.

Розділ 7. Алгебраїчні нерівності

2514. $x > 11$. **2515.** $x < -5$. **2516.** $x \geq 7$. **2517.** $x \leq -6$. **2518.** $x < 3$. **2519.** $x > -3$.
2520. $x \geq 5$. **2521.** $x \geq -12$. **2522.** $x > 25$. **2523.** $x \geq -40$. **2524.** $x < 0,5$. **2525.** $x \geq 0,4$.
2526. $x < -\frac{1}{20}$. **2527.** $x \geq -32$. **2528.** $x \in \mathbb{R}$. **2529.** $x \in \mathbb{R}$. **2530.** $x \in \mathbb{R}$. **2531.**
 $x \in \mathbb{R}$. **2532.** \emptyset . **2533.** \emptyset . **2534.** \emptyset . **2535.** $x < 5$. **2536.** $x \geq 3$. **2537.** $x \leq 9$.
2538. $x > 3$. **2539.** $x \leq -3$. **2540.** $x > 4$. **2541.** $x < 24$. **2542.** $x \geq -12$. **2543.** $x > -\frac{3}{11}$.
2544. $x > \frac{66}{7}$. **2545.** $(3; 5)$ **2546.** $(-5; -2)$ **2547.** $(-4; -2)$ **2548.** $\left(\frac{27}{7}; 15\right)$ **2549.**
 $x \in \left(-\frac{5}{3}; \frac{5}{3}\right)$. **2550.** $x \in [0,6; 5)$. **2551.** $x \in \mathbb{R}$. **2552.** $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ **2553.** \emptyset . **2554.** 0 .
2555. $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ **2556.** \emptyset . **2557.** 5 . **2558.** $x \in \mathbb{R}$. **2559.** $(-3; 3)$ **2560.**

$$\begin{aligned}
& (-\infty, -5] \cup [5, +\infty) \quad \mathbf{2561.} [-\sqrt{10}, \sqrt{10}] \quad \mathbf{2562.} (-\infty, -\sqrt{7}) \cup (\sqrt{7}, \infty) \quad \mathbf{2563.} \left(-\sqrt{\frac{8}{3}}, \sqrt{\frac{8}{3}}\right) \\
& \mathbf{2564.} \left(-\infty, -\frac{3}{2}\right) \cup \left[\frac{3}{2}, \infty\right) \quad \mathbf{2565.} \emptyset \quad \mathbf{2566.} (-3, 5) \quad \mathbf{2567.} (-\infty, -3] \cup [2, \infty) \\
& \mathbf{2568.} \left[-\frac{1}{3}, 1\right] \quad \mathbf{2569.} \frac{2}{3} \quad \mathbf{2570.} x \in \mathbb{R} \quad \mathbf{2571.} \emptyset \quad \mathbf{2572.} x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{3}{7}\right\} \quad \mathbf{2573.} x \in \mathbb{R} \\
& \mathbf{2574.} \emptyset \quad \mathbf{2575.} \left(\frac{-3-\sqrt{5}}{2}, \frac{-3+\sqrt{5}}{2}\right) \quad \mathbf{2576.} \left(-\infty, \frac{4-\sqrt{13}}{3}\right] \cup \left[\frac{4+\sqrt{13}}{3}, \infty\right) \\
& \mathbf{2577.} \left[\frac{7-\sqrt{3}}{6}, \frac{7+\sqrt{3}}{6}\right] \setminus \left\{\frac{7}{6}\right\} \quad \mathbf{2578.} [-3, -1/2] \quad \mathbf{2579.} (-\infty, -1] \cup [2/3, +\infty) \\
& \mathbf{2580.} \emptyset \quad \mathbf{2581.} x \in \mathbb{R} \quad \mathbf{2582.} (-\infty, -2] \cup [4, \infty) \quad \mathbf{2583.} [-5, 4] \quad \mathbf{2584.} (-\infty, -1) \cup (0, \infty) \\
& \mathbf{2585.} [-1, 0) \cup (0, 1] \quad \mathbf{2586.} (-5, 5) \quad \mathbf{2587.} [0, 2) \cup (2, 4] \quad \mathbf{2588.} (-3, -2] \cup [1, 2) \quad \mathbf{2589.} \\
& \left(-\frac{7}{2}, -3\right) \cup \left(-\frac{1}{2}, 0\right) \quad \mathbf{2590.} \left(0, \frac{4}{3}\right) \quad \mathbf{2591.} \left(0, \frac{5}{7}\right) \quad \mathbf{2592.} (-\infty, 1) \cup (4, \infty) \quad \mathbf{2593.} [-2, 3] \\
& \mathbf{2594.} \left(-\infty, -\frac{3}{4}\right] \cup \left[-\frac{2}{3}, \infty\right) \quad \mathbf{2595.} \left(-\frac{5}{4}, \frac{3}{2}\right) \quad \mathbf{2596.} (2, 4) \quad \mathbf{2597.} (-\infty, -3) \cup (5, \infty) \\
& \mathbf{2598.} \left(-\infty, -\frac{5}{3}\right] \cup \left[\frac{3}{4}, \infty\right) \quad \mathbf{2599.} \left[\frac{2}{9}, \frac{4}{7}\right] \quad \mathbf{2600.} (-3, 2) \quad \mathbf{2601.} \left(-\infty, -\frac{1}{2}\right) \cup (4, \infty) \\
& \mathbf{2602.} [2, 6) \quad \mathbf{2603.} (-\infty, -3) \cup [1, \infty) \quad \mathbf{2604.} (0, 2) \quad \mathbf{2605.} (-1, 2) \quad \mathbf{2606.} (-\infty, 0) \cup (3, \infty) \\
& \mathbf{2607.} [0, \infty) \quad \mathbf{2608.} (-\infty, 0) \cup \left(\frac{1}{3}, \infty\right) \quad \mathbf{2609.} \left(0, \frac{1}{2}\right] \quad \mathbf{2610.} (-\infty, -3) \cup [3, \infty) \\
& \mathbf{2611.} (-\infty, 5] \cup (8, \infty) \quad \mathbf{2612.} \left(-\infty, \frac{7}{2}\right) \cup (6, +\infty) \quad \mathbf{2613.} (-\infty, -3) \cup (1, 4) \\
& \mathbf{2614.} [-2, 0] \cup [2, \infty) \quad \mathbf{2615.} [-5, 3] \cup [4, \infty) \quad \mathbf{2616.} (-\sqrt{3}, \sqrt{3}) \quad \mathbf{2617.} (-\infty, -1) \cup (5, 6) \\
& \mathbf{2618.} (-\infty, -4) \cup (-1, 1) \cup (2, \infty) \quad \mathbf{2619.} (-\infty, -4) \cup (0, 2) \quad \mathbf{2620.} (-\infty, -5) \cup (-3, -1) \cup \\
& \cup (2, 4) \cup (6, \infty) \quad \mathbf{2621.} (-8, 0] \cup [4, 6) \quad \mathbf{2622.} (0, 1] \cup [3, 4) \quad \mathbf{2623.} \\
& (-\infty, -4) \cup (-2, 1) \cup (5, \infty) \quad \mathbf{2624.} x \in (1, 2) \cup (2, 6) \quad \mathbf{2625.} (-\infty, -3] \cup \\
& \cup (-1, 0) \cup (0, +\infty) \quad \mathbf{2626.} (-\infty, 2) \cup \left[\frac{13}{6}, \infty\right) \quad \mathbf{2627.} \left(-\infty, \frac{5}{3}\right) \cup \left(\frac{9}{2}, \infty\right) \quad \mathbf{2628.} (-2, 3) \\
& \mathbf{2629.} (-2, -1) \quad \mathbf{2630.} (-\infty, 1) \cup (2, \infty) \quad \mathbf{2631.} (-\infty, -3) \cup (6, \infty) \quad \mathbf{2632.} (-\infty, 2) \cup (4, \infty) \\
& \mathbf{2633.} (-5, \infty) \quad \mathbf{2634.} (-\infty, -9) \cup (-4, -3) \cup (6, \infty) \quad \mathbf{2635.} (-\infty, -3) \cup (-2, 0) \cup \left(\frac{2}{3}, \infty\right) \\
& \mathbf{2636.} (-\infty, 0) \cup (1, 3) \cup (6, \infty) \quad \mathbf{2637.} (-\infty, -3) \cup \left(0, \frac{3}{2}\right) \cup (3, \infty) \quad \mathbf{2638.} (-2, 1) \cup (3, 6) \\
& \mathbf{2639.} (-4, 2) \cup (2, 3] \quad \mathbf{2640.} (-2, -1) \cup (1, 2) \quad \mathbf{2641.} (-\infty, -1) \cup (1, 4) \\
& \mathbf{2642.} \left(-\infty, -\frac{\sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{5}}{2}\right) \cup (2, \infty) \quad \mathbf{2643.} (-\infty, 1) \cup (2, 3) \quad \mathbf{2644.} [1-\sqrt{2}, 1] \cup [1+\sqrt{2}, \infty) \\
& \mathbf{2645.} (1, \infty) \quad \mathbf{2646.} x \in \mathbb{R} \setminus \{1\} \quad \mathbf{2647.} (-1, 0) \cup (0, \infty) \quad \mathbf{2648.} (-4, 1) \cup (1, 2) \\
& \mathbf{2649.} (-\infty, -3] \cup [-1, 0] \quad \mathbf{2650.} \{-3\} \cup \{1\} \cup [5, \infty) \quad \mathbf{2651.} (-\infty, -6] \cup \{0\} \cup [9, +\infty) \\
& \mathbf{2652.} \left(-\infty, -\frac{4}{3}\right) \cup \left(\frac{1}{2}, 6\right) \cup (6, \infty) \quad \mathbf{2653.} (-\infty, -5] \cup \{-3\} \cup \{1\} \cup [7, \infty) \quad \mathbf{2654.} \\
& \{-8\} \cup \{-7\} \cup \{3\} \cup [6, +\infty) \quad \mathbf{2655.} (-\infty, -2] \cup [0, 1) \quad \mathbf{2656.} (-\infty, -3] \cup \{0\} \cup (1, 2) \cup (2, \infty)
\end{aligned}$$

2657. $(-5, -1) \cup (-1, 0) \cup (2, 3) \cup (3, \infty)$ **2658.** $(-2, 0) \cup (0, 2) \cup (2, 4)$ **2659.** $\{-3\} \cup (0, 4)$
2660. $[-4, 0) \cup (0, 1] \cup \{2\} \cup [8, +\infty)$ **2661.** $x \in (-4, -2) \cup (-2, 1) \cup (3, \infty)$ **2662.**
 $(-\infty - 4) \cup (-4, -3) \cup \{2/3\} \cup [1, 2)$ **2663.** $(-\infty, -8) \cup (-1, 1) \cup (1, \infty)$ **2664.** $(-2, -1) \cup$
 $\cup (-1, 2)$ **2665.** $(-\infty, -1) \cup \left(\frac{3}{2}, 3\right) \cup (4, \infty)$ **2666.** $(-2, 0) \cup (0, 1)$ **2667.** $(1, 2)$
2668. $(-\infty, \sqrt[3]{3}) \cup [\sqrt[3]{4}, \infty)$ **2669.** $[-1, 0] \cup [4, 5]$ **2670.** $(-\infty, -3) \cup (-2, 1) \cup (2, \infty)$
2671. $[1, 3] \cup [4, 6]$ **2672.** $(-\infty, -1) \cup (0, 5) \cup (6, \infty)$ **2673.** $(1, 2)$ **2674.** $\left(-\frac{9}{2}, -3\right] \cup$
 $\cup [3, 4)$ **2675.** $[-3, 0) \cup (0, 2)$ **2676.** $(-\infty, -1) \cup (4, +\infty)$ **2677.** $\{-2\} \cup (-1, 2) \cup$
 $\cup (2, 7)$ **2678.** $(0, 1)$ **2679.** $x \in (-1, 5]$ **2680.** $x \in [-2, 3]$ **2681.** $x \in \mathbb{R}$ **2682.**
 $x \in (-2, 2)$ **2683.** $x \in (-2, -1) \cup (\frac{1}{2}, 2]$ **2684.** Отримасмо систему нерівностей, що
 не має розв'язків **2685.** Отримасмо сукупність нерівностей, що має ті ж самі
 розв'язки **2686.** $x \neq 0$ **2687.** $r \in \mathbb{R}$ **2688.** \emptyset **2689.** 0 **2690.** $(-1, 3)$
2691. $(-\infty, -5) \cup (1, \infty)$ **2692.** $(-\infty, -2] \cup [8, \infty)$ **2693.** $[-1, 6]$ **2694.** $x \neq -1 \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow x \in (-\infty, -1) \cup (-1, \infty)$ **2695.** $r \in \mathbb{R}$ **2696.** \emptyset **2697.** $(-3, 1) \cup (3, 7)$
2698. $(-1, 0) \cup (0, 1)$ **2699.** $(-8, 2)$ **2700.** $[-3, 1) \cup (1, 5]$ **2701.** $x \in (-\infty, 0) \cup$
 $\cup (0, 9) \cup (9, +\infty)$ **2702.** $-6, 0$ **2703.** $(-3, 4)$ **2704.** $(-\infty, -2] \cup [2, \infty)$ **2705.** $(-2, -1) \cup$
 $\cup (1, 2)$ **2706.** $[-1, 5, \infty)$ **2707.** $(-\infty, -2) \cup (0, \infty)$ **2708.** $x \in [1, 5, +\infty)$ **2709.** $\left(-\infty, \frac{1}{3}\right)$
2710. $\left[\frac{5}{3}, 5\right]$ **2711.** $\left(\frac{5}{2}, 3\right)$ **2712.** $\left(-\frac{1}{2}, \infty\right)$ **2713.** $\left(-\frac{1}{2}, \infty\right)$ **2714.** $\left(-\infty, -\frac{5}{2}\right)$ **2715.**
 $(\sqrt{7} - 1, \sqrt{6})$ **2716.** $(-2, 2)$ **2717.** $(-\infty, 2] \cup [4, \infty)$ **2718.** $(-\infty, -7/6)$ **2719.**
 $(-\infty, -7) \cup (3, \infty)$ **2720.** $\left(\frac{3 - \sqrt{17}}{2}, 1\right) \cup \left(2, \frac{3 + \sqrt{17}}{2}\right)$ **2721.** $(-\infty, 1] \cup [2, 4] \cup [5, \infty)$
2722. $x \in \mathbb{R}$ **2723.** $[-3, -2]$ **2724.** $[-1, 0] \cup \{1\}$ **2725.** $(-\infty, -7) \cup$
 $\cup (-7, -1) \cup (-0, 8, \infty)$ **2726.** $(-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$ **2727.** $(-\infty, -4) \cup (0, 2) \cup (2, +\infty)$
2728. $x \in \left(-\infty, -\frac{1 + \sqrt{2}}{2}\right] \cup \left\{\pm \frac{1}{2}\right\} \cup \left[\frac{1 + \sqrt{2}}{2}, +\infty\right)$ **2729.** $x \in [1 + \sqrt{2}, 3]$
2730. $(-\infty, -2) \cup (-1, 1)$ **2731.** $x \in (-\infty, -2) \cup (-2, 2/3] \cup [1, 2)$
2732. $r \in (-\infty, -3) \cup (-3, -2) \cup \left(\frac{1 - \sqrt{17}}{4}, 1\right)$ **2733.** $(0, 18)$
2734. $x \in \left(-\infty, -\frac{3}{2}\right] \cup \left\{\pm 1\right\} \cup \left[\frac{3}{2}, +\infty\right)$ **2735.** $[0, \infty)$ **2736.** $\left(-\frac{1 + \sqrt{13}}{2}, -1\right) \cup$
 $\cup (-1, 0) \cup (0, 1) \cup \left(1, \frac{1 + \sqrt{13}}{2}\right)$ **2737.** $x \in \left(-\frac{2}{3}, 2 - \sqrt{5}\right) \cup \left(\frac{1}{2}, 2 + \sqrt{5}\right)$ **2738.** $x \geq 0$
2739. $x = 0$ **2740.** \emptyset **2741.** $x \geq 0$ **2742.** \emptyset **2743.** $x \geq 0$ **2744.** \emptyset **2745.** $x = 0$
2746. $x > 0$ **2747.** \emptyset **2748.** $x \leq 0$ **2749.** $x = 0$ **2750.** \emptyset **2751.** $x < 2$ **2752.** $x \geq -3$
2753. $x = 2$ **2754.** \emptyset **2755.** $x > 0$ **2756.** $x < 0$ **2757.** $x \geq 0$ **2758.** $x < 0$
2759. $x > 0$ **2760.** $r \geq 0$ **2761.** $x \leq 0$ **2762.** $x > 0$ **2763.** $x < 0$ **2764.** \emptyset **2765.** $x = 0$
2766. $(-4, 0]$ **2767.** $x \leq -16$ **2768.** $r \geq 14$ **2769.** $x < -11$ **2770.** $x < -16$ **2771.** $[-81, 0]$
2772. $x \leq 0$ **2773.** \emptyset **2774.** \emptyset **2775.** $x \leq 3$ **2776.** $[1, 10)$ **2777.** $x \geq 21$ **2778.** $x \geq 3$

2779. \emptyset **2780.** \emptyset **2781.** $x \geq 1$ **2782.** $x \geq 5$ **2783.** $\left(-\infty, \frac{1}{3}\right]$. **2784.** $\{0\} \cup [1, \infty)$
2785. $[0, 2]$ **2786.** $(3, \infty)$ **2787.** $[0, 4]$ **2788.** $(-\infty, 0]$ **2789.** $x > 0$ **2790.** \emptyset
2791. $x > 3$ **2792.** $x \in \{0\} \cup [6, +\infty)$ **2793.** $x \in \{2\} \cup [5, +\infty)$ **2794.** 3 **2795.**
 $x \in (-\infty, -1] \cup \{9\}$. **2796.** 4 **2797.** $[-5, -3]$. **2798.** $x \in (9, +\infty)$ **2799.** $x \in (1, +\infty)$.
2800. $x \in [3, +\infty)$. **2801.** $[1, 2]$ **2802.** $[-1, 3]$ **2803.** $[4, \infty)$ **2804.** $[1, 2) \cup (2, \infty)$
2805. $[-1, 0) \cup (0, 6, 1]$ **2806.** $[-2, -1, 6) \cup (0, 2]$ **2807.** $(5, \infty)$ **2808.** $(-\infty, -2] \cup \left[5, \frac{74}{13}\right]$
2809. $\left(\frac{2}{3}, \infty\right)$ **2810.** $\left[\frac{5}{2}, 3\right)$ **2811.** $[0, 3]$ **2812.** $[7, 11]$ **2813.** $[0, 4)$. **2814.** $(-\infty, -2]$.
2815. $(2, \infty)$ **2816.** $(-\infty, +\infty)$ **2817.** $(-\infty, -4] \cup \left(\frac{9}{4}, \infty\right)$ **2818.** $(-\infty, 0] \cup (4, \infty)$
2819. $(-\infty, -1]$ **2820.** $(-\infty, 1]$ **2821.** $(-\infty, 0] \cup (16, \infty)$ **2822.** $[-7, 1]$
2823. $\left[2, \frac{7+\sqrt{5}}{2}\right)$ **2824.** $\left(\frac{1}{2}, 5\right]$ **2825.** $\left[-4, \frac{1}{2}\right)$ **2826.** $\left[-5, \frac{\sqrt{7}-5}{2}\right)$ **2827.**
 $(-2, 4]$ **2828.** $(-\infty, -1) \cup (4, \infty)$ **2829.** $[-4, -3] \cup [2, \infty)$ **2830.** $(-\infty, -3) \cup (-1, 2) \cup (2, \infty)$
2831. $x \in [-6, 0] \cup \{4\}$ **2832.** $[77, 81]$ **2833.** $(-\infty, -5] \cup \left[-1, \frac{1+\sqrt{13}}{3}\right)$ **2834.**
 $\left[-\frac{3}{2}, \frac{1-\sqrt{41}}{4}\right] \cup \left[\frac{1+\sqrt{41}}{4}, 2\right]$ **2835.** $x \in \left(\frac{6}{7}, +\infty\right)$ **2836.** $1) (0, 2) \cup (2, 5), 2)$
 $[0, 1) \cup (9, \infty)$. **2837.** $x \in \mathbb{R} \setminus \{\sqrt{5}\}$. **2838.** $(3, 4]$ **2839.** $(1, 3)$ **2840.** $x \in [1, 3) \cup \{5\}$.
2841. $\left[-9, \frac{5-3\sqrt{5}}{2}\right) \cup (2, \infty)$ **2842.** $\left[-7, \frac{3-\sqrt{89}}{2}\right) \cup (3, 7]$ **2843.** $(-1, 0)$
2844. $[-5, 0) \cup \left[4, \frac{24}{5}\right]$ **2845.** $x \in \left[-\frac{2}{3}, -\frac{1}{\sqrt{5}}\right) \cup \left(\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{5}{2}\right]$ **2846.** $x \in [1, 2) \cup (2, 3]$
2847. $x \in \left[2, \frac{9}{2}\right]$ **2848.** $(0, 3] \cup [4, 5]$ **2849.** $[-\sqrt{5}, -2) \cup (-1, 0) \cup (0, 1) \cup (2, \sqrt{5}]$.
2850. $\{\pm 9\}$ **2851.** $\left[-\frac{3}{\sqrt{2}}, 4\right]$. **2852.** $[-\sqrt{10}, -\sqrt{2}) \cup (3, \sqrt{10}]$. **2853.** $\left[1, \sqrt[3]{\frac{5}{4}}\right]$.
2854. $[-1, 0) \cup \{1\} \cup \left\{\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right\}$. **2855.** $\left(\frac{1}{2}, \infty\right)$. **3018.** При $a > 0$ $x \geq 0$; при $a < 0$
 $x \leq 0$; при $a = 0$ x — будь-яке дійсне число. **3019.** При $a > 0$ $x > 0$; при $a < 0$
 $x < 0$; при $a = 0$ розв'язків немає. **3020.** При $a > 0$ $x < 0$; при $a < 0$ $x > 0$;
при $a = 0$ розв'язків немає. **3021.** При $a > 0$ $x \geq \frac{1}{a}$; при $a < 0$ $x \leq \frac{1}{a}$; при $a = 0$
розв'язків немає. **3022.** При $a < -5$ $x \in \mathbb{R}$; при $a \geq -5$ розв'язків немає. **3023.**
При $a > 3$ $x \in \left(\frac{8}{a-3}, \infty\right)$; при $a < 3$ $x \in \left(-\infty, \frac{8}{a-3}\right)$ при $a = 3$ розв'язків не-
має **3024.** При $a > 0$ $x \geq -\frac{b}{a}$; при $a < 0$ $x \leq -\frac{b}{a}$; при $a = 0$ и $b \geq 0$ x —будь-яке
дійсне число; при $a = 0$ и $b < 0$ розв'язків немає. **3025.** При $a > 0$
 $x \in \left(-\frac{1}{\sqrt{a}}, 0\right) \cup \left(\frac{1}{\sqrt{a}}, \infty\right)$; при $a \leq 0$ $x \in (-\infty, 0)$. **3026.** При
 $a \in \left(-\infty, -\frac{4}{9}\right) \cup (0, +\infty)$ $x \in \left(-\infty, -\frac{3a+\sqrt{9a^2+4a}}{2}\right) \cup \left(\frac{-3a+\sqrt{9a^2+4a}}{2}, +\infty\right)$;

при $a = -\frac{4}{9}$ $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{2}{3}\right\}$; при $a = 0$ $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$; при $a \in \left(-\frac{4}{9}; 0\right)$ $x \in \mathbb{R}$. **3027.**

При $a \leq 0$ $x \in \mathbb{R}$; при $a > 0$ $x \in \left(-\infty, \frac{a}{2}\right)$. **3028.** При $a \leq 0$ $x \in \left[-\frac{a}{2}, \infty\right)$; при

$a > 0$ розв'язків немає. **3029.** При $a \leq -1$ $x < \frac{9}{a-1}$; при $-1 < a < 0$ $-\frac{9}{a+1} < x < \frac{9}{a-1}$; при $0 \leq a \leq 1$ розв'язків немає; при $a > 1$ $x > \frac{9}{a-1}$. **3030.**

При $a \leq 0$ $x \in \mathbb{R}$, при $0 < a < 1$ $x \in (-\infty, -\sqrt{a+1}] \cup [-\sqrt{1-a}, \sqrt{1-a}] \cup [\sqrt{a+1}, +\infty)$, при $a = 1$ $x \in (-\infty, -\sqrt{2}] \cup \{0\} \cup [\sqrt{2}, +\infty)$; при $a > 1$ $x \in (-\infty, -\sqrt{a+1}] \cup [\sqrt{a+1}, +\infty)$. **3031.**

При $a < 0$ $x < 2a$; при $a > 0$ $x > 0$; при $a = 0$ $x \in \emptyset$. **3032.** $0 < a < \frac{1}{2}$.

3033. $-\frac{13}{4} < a < 3$. **3034.** $a \in (-\infty; -4) \cup \{5\}$. **3035.** $-\frac{1}{4}$. **3036.** $a < -1$. **3037.** 1) При

$a \leq 0$ розв'язків немає; при $a > 0$ $x > \frac{1}{a^2}$; 2) при $a \leq 0$ $x \geq 0$; при $a > 0$

$0 \leq x < \frac{1}{a^2}$. **3038.** При $a \leq 0$ $x \in [-9, +\infty)$; при $a > 0$ $x \in \left[-9; \frac{4}{a^2} - 9\right)$. **3039.** При

$a \leq 1$ розв'язків немає; при $a > 1$ $x > 3 + \frac{4}{(a-1)^2}$. **3040.** 1) $x \in \emptyset$ при

$a \leq 0$, $x \in [0; a^2)$ при $a > 0$; 2) $x \in [0; +\infty)$ при $a < 0$; $x \in (a^2; \infty)$ при $a \geq 0$.

3041. $x \in \left(0, -\frac{1}{a}\right)$ при $a < 0$; $x \in (0; \infty)$ при $0 \leq a \leq 1$; $x \in \left[-\frac{1}{a}; a-2\right) \cup (0, \infty)$ при

$1 < a \leq 2$; $x \in \left[-\frac{1}{a}; 0\right) \cup (a-2; \infty)$ при $a > 2$. **3042.** $x \in \left[a, \frac{-3 + \sqrt{-7-16a}}{8}\right]$

при $a \leq -\frac{1}{2}$; $x \in \left[\frac{-3 - \sqrt{-7-16a}}{8}; \frac{-3 + \sqrt{-7-16a}}{8}\right]$ при $-\frac{1}{2} < a \leq -\frac{7}{16}$, $x \in \emptyset$ при

$a > -\frac{7}{16}$. **3043.** $x \in \left(0; \frac{a}{a-2}\right) \cup (1; \infty)$ при $a < 0$; $x \in (1; \infty)$ при $0 \leq a \leq 2$;

$x \in \left(1; -\frac{a}{a-2}\right)$ при $a > 2$. **3044.** При $a \geq 1$ $x \geq -a$; при $0 < a < 1$

$0 \leq x < \left(\frac{1-a}{2}\right)^2$; при $a = 0$ розв'язків немає; при $0 < a < 1$ $0 \leq x < \left(\frac{1-a}{2}\right)^2$; при

$a \geq 1$ розв'язків немає. **3045.** При $a \leq 0$ розв'язків немає; при $0 < a \leq 1$

$1 - 2\sqrt{a} < x < 1 + 2\sqrt{a}$, при $a > 1$ $-a \leq x < 1 + 2\sqrt{a}$. **3046.** При $a \in \left[0; \frac{1}{\sqrt{2}}\right]$ роз-

в'язків немає; при $a \in \left(\frac{1}{\sqrt{2}}; 1\right]$ $\frac{-1 - \sqrt{2a^2 - 1}}{2} < x < \frac{-1 + \sqrt{2a^2 - 1}}{2}$; при $a \in (1; +\infty)$

$-a \leq x < \frac{-1 + \sqrt{2a^2 - 1}}{2}$. **3047.** $x \in [-a; 0) \cup \left(0; \frac{2a^2b}{a^2 + b^2}\right)$ при $a \leq b$;

$x \in [-a; 0) \cup (0; a]$ при $a > b$.

Розділ 8. Прогресії

3048. $d = 2, a_n = 2n - 1$ **3049.** $d = 2, a_n = 2n$ **3050.** $d = 2, a_n = 2n - 2$ **3051.** $d = 2, a_n = 2n + 4$ **3052.** $d = -4, a_n = 3 - 4n$ **3053.** $d = 3, a_n = 3n - 15$ **3054.** 1) 3, 7, 11, 15, 19, 2) -2, -5, -8, -11, -14 **3055.** 1) -42, 2) 79 **3056.** 1) 4, 2) 0,5 **3057.** 1) 50, 2) -90 **3058.** 1) 91, 2) 83 **3059.** $a_1 = 7, a_5 = 39$ **3060.** $a_1 = 19, n = 5$ **3061.** -2, 5, 12, 19, **3062.** 9 **3063.** 117 **3064.** 3, 13, 23, 33, **3065.** 93 **3066.** 90 **3067.** 304 **3068.** 6 **3069.** $a_1 = -1, d = 2$ **3070.** 11 **3071.** 90 **3072.** 19 **3073.** 60 **3074.** 610 **3076.** 0,3 **3077.** 15, 8, 1, $a_6 = 1, 8, 15$, **3078.** 4905 **3079.** 810 **3080.** 70336 **3081.** 82350 **3082.** 1197 **3083.** 15 **3084.** 825 **3085.** 164850 **3086.** 98730 **3087.** $a_1 = 9, d = -3$ $a_6 = 3, d = 3$ **3088.** $a_1 = 7, d = -7$ $a_6 = -7, d = 7$ **3089.** $p + q - m$ **3090.** $-(p + q)$ **3091.** 2, 2^{n-1} **3092.** 3, 3^{n-1} **3093.** $\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

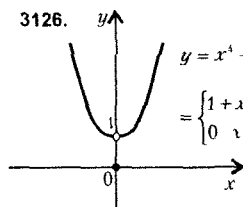
3094. $\frac{1}{3} \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$ **3095.** $\frac{2}{3} \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$ **3096.** -4, (-2) $(-4)^{n-1} = (-1)^n (2)^{2n-1}$ **3097.** -12 $\left(-\frac{1}{12}\right)^{n-1} = (-1)^n 12^{n-2}$ **3098.** 1, 3 **3099.** 1) 12, 24, 48, 96, 192, 2) -3, 12, -48, 192, -768, **3100.** 1) ± 3 , 2) 3 **3101.** $\frac{x^{2003} - 1}{x - 1}$ **3102.** $b_9 = 8 \cdot 3^8$, $S_9 = 4(3^9 - 1)$ **3103.** 5461 **3104.** $\frac{27}{4}$ **3105.** 2, 6, 18, 54, $a_6 = 18, 6, 2, \frac{2}{3}$, **3106.** 9

3107. $b_1 = 5, b_7 = 320$ **3108.** 352 **3109.** 24, 12, 6, 3 $a_6 = 3, 6, 12, 24$ **3110.** 8, 12, 18, 27 $a_6 = 27, 18, 12, 8$ **3111.** $3^6 - 1 = 728$ **3112.** $5^6 = 15625$ $a_6 = 25 \left(\frac{1}{5}\right)^6 = \frac{1}{625}$ **3113.**

$b_1 = 9, q = 3$ $a_6 = -\frac{9}{2}, q = -3$ **3114.** $b_1 = 3, q = 2$ $a_6 = 12, q = \frac{1}{2}$ **3115.**

$m \cdot \sqrt[n]{\frac{k^{p-n}}{l^p m}}$ **3116.** 1) $\frac{4}{3}$, 2) 2, 3) $\frac{11 + 5\sqrt{7}}{6}$, 4) $\frac{20 + 6\sqrt{5}}{11}$ **3117.** 1) $\frac{7}{9}$, 2) $\frac{2}{9}$, 3) $\frac{4}{33}$, 4) $\frac{7}{11}$, 5) $\frac{7}{12}$, 6) $\frac{28}{225}$ **3118.** 32 **3119.** 9, $\frac{1}{2}$ **3120.** 7, $\frac{1}{2}$ **3121.** 6, $\frac{1}{2}$ **3122.**

$\frac{8}{81}$ **3123.** $S_{kp} = 2\pi R^2$, $S_{kn} = 4R^2$ **3124.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}, \frac{2\pi a\sqrt{3}}{3}, \frac{\pi a^2}{9}$ **3125.** $4a(2 + \sqrt{2}), 2a^2$



$$y = x^4 + \frac{x^4}{1+x^4} + \frac{x^4}{(1+x^4)^2} + \dots = \begin{cases} 1+x^4 & x \neq 0, \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

3126. $\frac{1}{4}, 1, 4, 16$, $a_4 = 4, 1, \frac{1}{4}, \frac{1}{16}$, $a_4 = 16, 4, 1, \frac{1}{4}$, $a_4 = \frac{1}{16}, \frac{1}{4}, 1, 4$

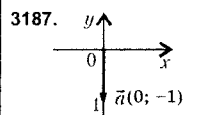
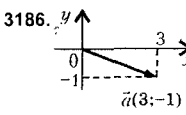
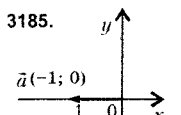
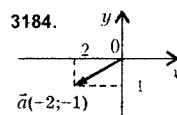
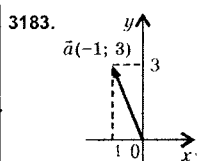
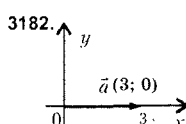
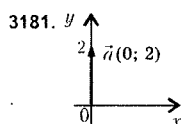
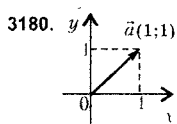
3142. $\frac{1}{4}, 1, 4, 16$, $a_4 = 4, 1, \frac{1}{4}, \frac{1}{16}$, $a_4 = 16, 4, 1, \frac{1}{4}$, $a_4 = \frac{1}{16}, \frac{1}{4}, 1, 4$ **3143.** $\log_a x = \frac{-3 \pm \sqrt{3}}{3}$, чотири логарифми $\log_a x, \log_{ax} x, \log_{ax^2} x, \log_{ax^3} x$ **3144.** 3, 9, 27 $a_6 = 27, 9, 3$ **3145.** -4, 2, -1 **3146.** -1, 2, 5 $a_6 = 5, 2, -1$ **3147.** 5 **3148.** 9

3149. 1) $\left\{\frac{1}{3}, \frac{2}{5}\right\}$, 2) $\left\{\frac{1}{2}, -\frac{5}{6}\right\}$ **3150.** 5 **3151.** 3 **3152.** 169 **3153.** $\left\{\pm \frac{\pi}{6} + n\pi \mid n \in \mathbb{Z}\right\}$ **3154.**

$\left\{\pm \frac{2\pi}{9} + \frac{2n\pi}{3} \mid n \in \mathbb{Z}\right\}$ **3155.** $\left\{(-1)^n \frac{\pi}{24} + \frac{n\pi}{4} \mid n \in \mathbb{Z}\right\}$ **3156.** $x \in (-0,4, 1)$ **3157.** 1, 2, 3,

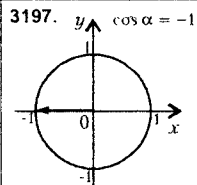
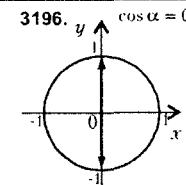
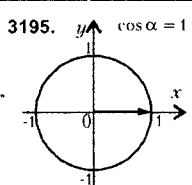
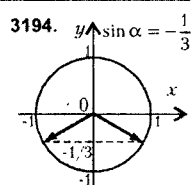
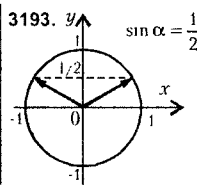
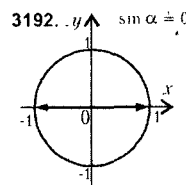
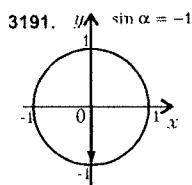
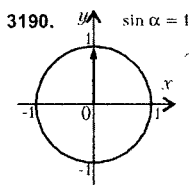
4, 5, 6. **3158.** $x \in \left(-2, -\frac{3}{2}\right) \cup \left(0, \frac{1}{2}\right)$ **3159.** -180300 **3160.** 1) $\frac{1}{8}(9^n - 1)(9 + 9^n) + 2n$,

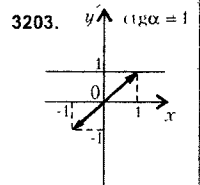
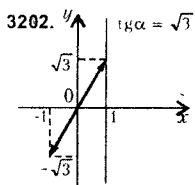
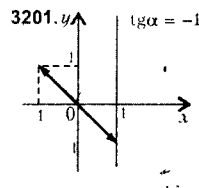
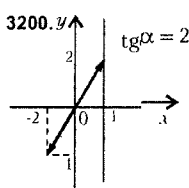
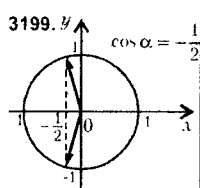
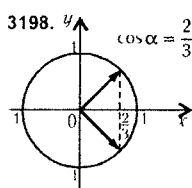
- 2) $\frac{(1+x^{2n+2})(1-x^{2n})}{x^{2n}(1-x^2)} + 2n$ **3161.** $-\frac{n}{2}$, якщо $n = 2k - 1$ — парне число; $\frac{n+1}{2}$, якщо $n = (2k - 1)$ — непарне число. **3162.** $-\frac{m(m+1)}{2}$, якщо $m = 2k$; $\frac{m(m+1)}{2}$, якщо $m = 2k - 1$. **3163.** 1) $\frac{1}{9} \left(\frac{10(10^n - 1)}{9} - n \right)$; 2) $\frac{8}{9} \left(\frac{10(10^n - 1)}{9} - n \right)$. **3164.** Не можуть. **3165.** 27; 62; 97; 132; 167; 202; 237; 272. **3166.** 31; 79; 127; 175; 223; 271; 319; 367. **3167.** 43725 **3168.** 27135. **3169.** 64; 4096. **3170.** 2; 10; 50 або 50; 10; 2. **3171.** 3. **3172.** $q = \frac{1 - \sin \alpha/2}{1 + \sin \alpha/2}$. **3173.** 194. **3174.** 1 або -2. **3175.** 2; 7; 12 або 10; 7; 4. **3176.** $3 \pm 2\sqrt{2}$ або 1. **3179.** $a_n = 29 + 30(n-1)$.



Розділ 9. Тригонометрія

- 3188.** 1) 1 і 4; 2) 2 і 3; 3) 3 і 2; 4) 4 і 1; 5) 4 і 1; 6) 2 і 3. **3189.** 1) $2n\pi, n \in \mathbb{Z}$; 2) $\pi + 2n\pi, n \in \mathbb{Z}$; 3) $\frac{\pi}{2} + 2n\pi, n \in \mathbb{Z}$; 4) $-\frac{\pi}{2} + 2n\pi, n \in \mathbb{Z}$; 5) $\frac{\pi}{4} + 2n\pi, n \in \mathbb{Z}$; 6) $\frac{3\pi}{4} + 2n\pi, n \in \mathbb{Z}$; 7) $\frac{5\pi}{4} + 2n\pi \Leftrightarrow -\frac{3\pi}{4} + 2n\pi, n \in \mathbb{Z}$; 8) $-\frac{\pi}{4} + 2n\pi, n \in \mathbb{Z}$; 9) $\frac{\pi}{4} + n\pi, n \in \mathbb{Z}$; 10) $-\frac{\pi}{4} + n\pi \Leftrightarrow \frac{3\pi}{4} + n\pi, n \in \mathbb{Z}$.





3204. $\frac{\pi}{9}$ 3205. $\frac{5\pi}{18}$ 3206. $\frac{2\pi}{3}$ 3207. $\frac{3\pi}{4}$ 3208. $\frac{5\pi}{6}$ 3209. $\frac{7\pi}{6}$ 3210. $\frac{4\pi}{3}$ 3211. $\frac{7\pi}{4}$

3212. $\frac{11\pi}{6}$ 3213. 10° 3214. 18° 3215. 15° 3216. 6° 3217. 36° 3218. 120° 3219. 270° 3220. 450° 3221. 540° 3222. >0 3223. >0 3224. <0 3225. >0 3226. >0

3227. <0 3228. -1 3229. 1 3230. $-\frac{1}{2}$ 3231. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ 3232. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ 3233.

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ 3234. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{8}}{3} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$; $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$; $\operatorname{ctg} \alpha = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$; $\sec \alpha =$

$= \frac{3\sqrt{8}}{8} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$; $\operatorname{cosec} \alpha = 3$ 3235. $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{63}}{8} = -\frac{3\sqrt{7}}{8}$; $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\sqrt{63}} = \frac{\sqrt{7}}{21}$; $\operatorname{ctg} \alpha =$

$= \sqrt{63} = 3\sqrt{7}$; $\sec \alpha = -\frac{8}{\sqrt{63}} = -\frac{8\sqrt{7}}{21}$; $\operatorname{cosec} \alpha = -8$ 3236. $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$; $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{3}{4}$;

$\operatorname{ctg} \alpha = -\frac{4}{3}$; $\sec \alpha = -\frac{5}{4}$; $\operatorname{cosec} \alpha = \frac{5}{3}$ 3237. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{3}$;

$\operatorname{ctg} \alpha = -\sqrt{3}$; $\sec \alpha = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$; $\operatorname{cosec} \alpha = -2$ 3238. $\sin \alpha = \frac{3}{5}$; $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4}$;

$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{4}{3}$; $\sec \alpha = \frac{5}{4}$; $\operatorname{cosec} \alpha = \frac{5}{3}$ 3239. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{21}}{5}$; $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{\sqrt{21}}{2}$; $\operatorname{ctg} \alpha = -\frac{2}{\sqrt{21}} =$

$= -\frac{2\sqrt{21}}{21}$; $\sec \alpha = -\frac{5}{2}$; $\operatorname{cosec} \alpha = \frac{5}{\sqrt{21}} = \frac{5\sqrt{21}}{21}$ 3240. $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$; $\operatorname{tg} \alpha = \frac{4}{3}$;

$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{3}{4}$; $\sec \alpha = -\frac{5}{3}$; $\operatorname{cosec} \alpha = -\frac{5}{4}$ 3241. $\sin \alpha = -\frac{5}{13}$; $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{5}{12}$; $\operatorname{ctg} \alpha = -\frac{12}{5}$;

$\sec \alpha = \frac{13}{12}$; $\operatorname{cosec} \alpha = -\frac{13}{5}$ 3242. $\cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$; $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$;

$\operatorname{ctg} \alpha = 2$; $\sec \alpha = \frac{\sqrt{5}}{2}$; $\operatorname{cosec} \alpha = \sqrt{5}$ 3243. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{15}}{4}$; $\cos \alpha = -\frac{1}{4}$; $\operatorname{ctg} \alpha =$

$= -\frac{1}{\sqrt{15}} = -\frac{\sqrt{15}}{15}$; $\operatorname{cosec} \alpha = \frac{4}{\sqrt{15}} = \frac{4\sqrt{15}}{15}$; $\sec \alpha = -4$ 3244. $\sin \alpha = -\frac{1}{\sqrt{10}}$;

$$\cos \alpha = -\frac{3}{\sqrt{10}}; \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{3}; \quad \sec \alpha = -\frac{\sqrt{10}}{3}; \quad \operatorname{cosec} \alpha = -\sqrt{10}; \quad 3245. \operatorname{tg}^2 \alpha. \quad 3246. \operatorname{ctg}^2 \alpha.$$

$$3247. 1 \quad 3248. 21. \quad 3249. 5. \quad 3250. 1 \quad 3251. 1. \quad 3252. \frac{1}{2}. \quad 3253. \frac{\sqrt{3}}{2} \quad 3254. \frac{\sqrt{2}}{2} \quad 3255.$$

$$\frac{1}{2}. \quad 3256. \cos 2\beta. \quad 3257. \sqrt{3}. \quad 3258. -1 \quad 3259. \frac{\sqrt{3}}{3} \quad 3260. \sqrt{3}. \quad 3261. \sqrt{2} \quad 3262. 1 \quad 3263.$$

$$2 \sin^3 \alpha \quad 3264. \operatorname{tg} \alpha. \quad 3265. \operatorname{tg}^2 5\alpha. \quad 3266. \operatorname{tg} 2\alpha \operatorname{tg} 9\beta \quad 3267. \operatorname{tg}^3 \alpha. \quad 3268. \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta$$

$$3269. \operatorname{ctg}^4 \alpha \quad 3270. 0,75. \quad 3271. 2 \operatorname{ctg}^2 \alpha. \quad 3272. 1,5. \quad 3273. 3. \quad 3274. 2 \quad 3275. 62 \quad 3276.$$

$$98. \quad 3277. \sin \alpha + \cos \alpha. \quad 3278. -\sin \alpha + \operatorname{tg} \alpha \quad 3279. 0. \quad 3280. 8 - \operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha. \quad 3281. 0.$$

$$3282. 0 \quad 3283. -2 \operatorname{tg} \alpha. \quad 3284. -1. \quad 3285. \cos(\alpha - \beta) \quad 3286. \sin \alpha. \quad 3287. 1 \quad 3288. 1 - \sin \alpha.$$

$$3289. -1. \quad 3290. 0. \quad 3291. 19. \quad 3292. \operatorname{tg} 13\alpha \quad 3293. 1) \frac{k^2 - 1}{2}; \quad 2) \frac{k(3 - k^2)}{2}; \quad 3) \pm \sqrt{2 - k^2},$$

$$4) 1 - \frac{(k^2 - 1)^2}{2} = 0,5(1 - k^4) + k^2; \quad 5) \frac{k(5 - k^4)}{4}; \quad 6) 1 - \frac{3(k^2 - 1)^2}{4}. \quad 3294. 1) m^2 - 2;$$

$$2) m(m^2 - 3); \quad 3) (m^2 - 2)^2 - 2; \quad 4) m^5 - 5m(m^2 - 3) - 10m. \quad 3295. 4\pi. \quad 3296. \frac{\pi}{2}.$$

$$3297. \frac{4\pi}{3}. \quad 3298. 2\pi. \quad 3299. 12\pi. \quad 3300. 90. \quad 3301. \pi\sqrt{2}. \quad 3302. \pi. \quad 3303. \pi. \quad 3304. 2\pi.$$

$$3305. \pi \quad 3306. \frac{\pi}{2}. \quad 3307. \frac{\pi}{2}. \quad 3308. \frac{\pi}{2}. \quad 3309. \frac{1}{2}. \quad 3310. - \quad 3317. \text{He ishye.} \quad 3318.$$

$$2 \cos \frac{15\alpha}{2} \cos \frac{45\alpha}{2}. \quad 3319. 4 \cos \alpha \cos \frac{3\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}. \quad 3320. 2 \operatorname{tg} \alpha \cos^2 \frac{\alpha}{2} \quad 3321. \frac{1}{2} \cos 8\alpha$$

$$3322. 4 \sin \frac{9\alpha}{2} \cos 3\alpha \cos \frac{3\alpha}{2} \quad 3323. -4 \sin \alpha \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{7\alpha}{2}. \quad 3324. 1) \operatorname{ctg} 6\alpha; \quad 2) \operatorname{tg} 8\alpha.$$

$$3325. 1) -\cos 2\alpha \cos 2\beta; \quad 2) -\sin 2\alpha \sin 2\beta; \quad 3) -2 \cos(\alpha + \beta) \cos \alpha \cos \beta; \quad 4) \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta}.$$

$$3326. 8 \sin^4 \frac{\alpha}{4} \quad 3327. \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \quad 3328. \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) =$$

$$= -\sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \quad 3329. \sqrt{2} \sin\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) \quad 3330. \sqrt{2} \sin\left(5x - \frac{\pi}{4}\right) \quad 3331. \sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} - 4x\right) =$$

$$= \sqrt{2} \cos\left(4x + \frac{\pi}{4}\right) \quad 3332. 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 2 \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right). \quad 3333. 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \quad 3334.$$

$$2 \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \quad 3335. 2 \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = -2 \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right). \quad 3336. 2\sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{6} - x\right) =$$

$$= 2\sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right). \quad 3337. \sin\left(\frac{\pi}{3} + x\right) = \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \quad 3338. \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$3339. 5 \sin\left(x + \operatorname{arctg} \frac{4}{3}\right) \quad 3340. 5 \sin\left(x - \operatorname{arctg} \frac{3}{4}\right) \quad 3341. 13 \sin\left(x + \operatorname{arctg} \frac{5}{12}\right).$$

$$3342. 13 \sin\left(\operatorname{arctg} \frac{12}{5} - x\right) = 13 \cos\left(x + \operatorname{arctg} \frac{5}{12}\right). \quad 3343. -\sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) =$$

$$= \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{5\pi}{4}\right) \quad 3344. -25 \sin\left(x + \operatorname{arctg} \frac{24}{7}\right) = 25 \sin\left(x + \pi + \operatorname{arctg} \frac{24}{7}\right) \quad 3345.$$

$$\frac{2 \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)}{\sin \alpha} = \frac{2 \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right)}{\sin \alpha}. \quad 3346. \frac{4 \sin(60^\circ + \alpha) \cdot \sin(60^\circ - \alpha)}{\cos^2 \alpha}. \quad 3347. \frac{7}{9}. \quad 3348. -2. \quad 3349.$$

$$\frac{4}{5} \cdot 3350. \frac{9}{8} \cdot 3351. 0. 3352. -(\sin \alpha + \cos \alpha) = -\sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right). 3353. -2. 3357.$$

$$\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}, \quad \cos 15^\circ = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}; \quad \operatorname{tg} 15^\circ = 2 - \sqrt{3};$$

$$\operatorname{tg} 75^\circ = 2 + \sqrt{3}, \quad \cos 36^\circ = \frac{\sqrt{5} + 1}{4}; \quad \cos 72^\circ = \frac{\sqrt{5} - 1}{4}. 3358. \frac{1}{4} \quad 3359. \frac{1}{2} \quad 3360. \frac{1}{8}.$$

$$3361. -\frac{1}{8} \quad 3362. \frac{1}{16} \cdot 3363. 0. 3364. \frac{3}{16} \cdot 3365. \frac{4\sqrt{3}}{3} \quad 3366. -\frac{1}{2} \quad 3479. \frac{2}{5} \quad 3480.$$

$$\frac{\sqrt{8}}{3} \quad 3481. \frac{\pi}{8} \cdot 3482. 6 - 2\pi \cdot 3483. 7\pi - 22 \quad 3484. \frac{1}{5} \quad 3485. \frac{\sqrt{15}}{4} \cdot 3486. \frac{\pi}{7} \cdot 3487.$$

$$4\pi - 11 \quad 3488. 34 - 10\pi \cdot 3489. 2 - \pi \cdot 3490. 48 - 15\pi \cdot 3491. 9\pi/2 - 13 \cdot 3492. 5\pi/2 - 7.$$

$$3493. 2002 - \frac{1273\pi}{2} \quad 3494. 2002 - \frac{1275\pi}{2} \quad 3495. \frac{1 + 2\sqrt{30}}{12} \cdot 3496. \frac{\sqrt{10}}{10} \cdot 3497. -\frac{4}{7}.$$

$$3498. \frac{1 + \sqrt{120}}{\sqrt{8} - \sqrt{15}} = -\frac{32\sqrt{2} + 9\sqrt{15}}{7} \cdot 3499. -\frac{5}{12} \cdot 3500. \frac{17}{18} \cdot 3501. \frac{11\sqrt{5}}{25}.$$

$$3502. \sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot 3503. \frac{3\sqrt{13}}{13} \cdot 3504. \frac{1}{3} \cdot 3505. \sqrt{0.9} \quad 3506. -1 \cdot 3507. \sqrt{5} - 2.$$

$$3508. -\frac{18}{5\sqrt{13}} \quad 3509. \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \cdot 3510. 60^\circ \cdot 3511. \frac{9}{52} \quad 3512. \frac{132}{25} \cdot 3513. -2.$$

$$3522. \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z} \cdot 3523. \frac{2\pi n}{5}, n \in \mathbb{Z} \cdot 3524. -\frac{\pi}{24} + \frac{\pi n}{6} \cdot 3525. \frac{\pi}{14} + \frac{\pi n}{7}, n \in \mathbb{Z}.$$

$$3526. 1 + 4n, n \in \mathbb{Z} \cdot 3527. 2\pi + 4\pi n \quad 3528. \{5\pi n | n \in \mathbb{Z}\} \cdot 3529. \left\{\frac{9\pi}{2} + 6\pi n | n \in \mathbb{Z}\right\}.$$

$$3530. -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2} \cdot 3531. \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \cdot 3532. \frac{\pi}{36} + \frac{\pi n}{9}, n \in \mathbb{Z} \cdot 3533.$$

$$\{\arctg 2 + \pi n | n \in \mathbb{Z}\} \cdot 3534. \left\{(-1)^n \arcsin \frac{1}{3} + \pi n | n \in \mathbb{Z}\right\} \cdot 3535. \left\{\pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi n | n \in \mathbb{Z}\right\}$$

$$3536. \{\arctg 5 + \pi n | n \in \mathbb{Z}\} \cdot 3537. \emptyset \cdot 3538. \emptyset \cdot 3539. \arctg\left(\frac{3\pi}{2}\right) + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$3540. (-1)^n \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z} \cdot 3541. \pm \frac{\pi}{3} + 4\pi n, n \in \mathbb{Z} \cdot 3542. \frac{1}{12} + \frac{n}{4}, n \in \mathbb{Z} \cdot 3543.$$

$$\frac{\pi}{48} + \frac{\pi n}{8}, n \in \mathbb{Z} \cdot 3544. (-1)^{n+1} \frac{3\pi}{2} + 9\pi n, n \in \mathbb{Z} \cdot 3545. \pm \frac{2\pi}{9} + \frac{2\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}.$$

$$3546. \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z} \cdot 3547. -\frac{3\pi}{4} + 6\pi n, n \in \mathbb{Z} \cdot 3548. \frac{7\pi}{36} + \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}.$$

$$3549. \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \cdot 3550. (-1)^n \pi - \frac{9\pi}{2} + 6\pi n, n \in \mathbb{Z} \cdot 3551. \frac{\pi}{12} \pm \frac{\pi}{30} + \frac{2\pi n}{5}, n \in \mathbb{Z}.$$

$$3552. -\frac{5\pi}{4} + 3\pi n, n \in \mathbb{Z} \cdot 3553. \frac{17\pi}{72} + \frac{\pi n}{4}, n \in \mathbb{Z} \cdot 3554. \frac{\pi}{3} + (-1)^n \arcsin \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$3555. \frac{\pi}{8} \pm \frac{1}{2} \arccos \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \cdot 3556. -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \cdot 3557. \emptyset \cdot 3558.$$

$$\pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \cdot 3559. \left\{(-1)^{n+1} \frac{\pi}{4} + \pi n | n \in \mathbb{Z}\right\} \Leftrightarrow \left\{-\frac{\pi}{4} + 2\pi k, -\frac{3\pi}{4} + 2\pi m | k, m \in \mathbb{Z}\right\} \cdot 3560.$$

$$\frac{\pi}{2} + \pi n; \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \cdot 3561. \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \cdot 3562. \left\{-\frac{5\pi}{6} + 2\pi n | n \in \mathbb{Z}\right\} \Leftrightarrow$$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow \left\{ \frac{7\pi}{6} + 2\pi k \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \quad \mathbf{3563.} \quad \left\{ \frac{5\pi}{6} + 2\pi n \mid n \in \mathbb{Z} \right\} \quad \mathbf{3564.} \quad \left\{ -\frac{2\pi}{3} + 2\pi n \mid n \in \mathbb{Z} \right\} \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow \left\{ \frac{4\pi}{3} + 2\pi k \mid k \in \mathbb{Z} \right\}. \quad \mathbf{3565.} \quad \emptyset. \quad \mathbf{3566.} \quad \pm \sqrt{\pi n}, n \in \mathbb{Z}_0. \quad \mathbf{3567.} \quad \sqrt[3]{-\frac{\pi}{2} + 2\pi n}, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3568.} \\
&\pm \sqrt{2\pi n}, n \in \mathbb{Z}_0. \quad \mathbf{3569.} \quad \pm \sqrt{\frac{\pi}{6}}, \quad \pm \sqrt{\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n}, n \in \mathbb{N} \quad \mathbf{3570.} \quad \left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi n \right)^2, n \in \mathbb{N}. \\
&\mathbf{3571.} \quad 1 + \left(\frac{\pi}{2} + \pi n \right)^2, n \in \mathbb{Z}_0. \quad \mathbf{3572.} \quad (-1)^n \arcsin \left(\pm \frac{\pi}{6} \right) + \pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3573.} \\
&(-1)^{n+1} \arcsin \left(\frac{\pi}{4} \right) + \pi n, n \in \mathbb{Z} \quad \mathbf{3574.} \quad \arctg \left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi k \right) + \pi n, k, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3575.} \quad \arctg \left(\frac{\pi}{2} + \right. \\
&\left. + \pi k \right) + \pi n, k, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3576.} \quad \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3577.} \quad \pm \arccos \left(\frac{1}{6} + k \right) + \\
&+ 2\pi n, n \in \mathbb{Z}, k \in \{0; -1\}. \quad \mathbf{3578.} \quad \emptyset. \quad \mathbf{3579.} \quad \emptyset. \quad \mathbf{3580.} \quad \left(-\frac{\pi}{4} + \pi n \right)^2, n \in \mathbb{N}. \\
&\mathbf{3581.} \quad \pm \sqrt{16 - (\pi n)^2}, n \in \{0; 1\}. \quad \mathbf{3582.} \quad x \in (-\infty; 0) \cup \{n\pi \mid n \in \mathbb{Z}_0\}. \\
&\mathbf{3583.} \quad x \in \left\{ \frac{n\pi}{2} \right\} \cup [0; +\infty), n \in \{-1; -2, -3; \dots\} \quad \mathbf{3584.} \quad x_1 = \pi n, x_2 = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \\
&\mathbf{3585.} \quad x_1 = \frac{\pi}{2} + \pi n, x_2 = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3586.} \quad \left\{ \frac{\pi}{2} + \pi n, (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n \mid n \in \mathbb{Z} \right\}. \\
&\mathbf{3587.} \quad \left\{ \pi n, \pm \frac{\pi}{18} + \frac{\pi n}{3} \mid n \in \mathbb{Z} \right\}. \quad \mathbf{3588.} \quad \left\{ \pi n; \pm \frac{1}{3} \arccos \frac{1}{9} + \frac{2\pi n}{3} \mid n \in \mathbb{Z} \right\} \quad \mathbf{3589.} \quad \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}. \\
&\mathbf{3590.} \quad 2\pi n; \pm \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3591.} \quad \pi n; \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3592.} \quad \frac{\pi}{2} + \pi n; \\
&\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3593.} \quad -\frac{\pi}{4} + \pi n; -\frac{\pi}{4} + (-1)^n \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3594.} \quad \arctg 3 + \pi n, n \in \mathbb{Z}. \\
&\mathbf{3595.} \quad \frac{\pi}{2} + \pi n; \pm \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3596.} \quad \frac{\pi n}{3}; \pm \frac{\pi}{60} + \frac{\pi n}{10}, n \in \mathbb{Z} \quad \mathbf{3597.} \quad \frac{4\pi}{3} + 2\pi n; \\
&\frac{\pi}{6} + \frac{2\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3598.} \quad \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3599.} \quad -\frac{\pi}{2} + 2\pi n; (-1)^{n+1} \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}. \\
&\mathbf{3600.} \quad \pi + 2\pi n; \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3601.} \quad \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3602.} \quad \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}. \\
&\mathbf{3603.} \quad \frac{\pi}{4} + \pi n; -\arctg 2 + \pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3604.} \quad \frac{\pi}{2} + 2\pi n; (-1)^{n+1} \arcsin \frac{3}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}. \\
&\mathbf{3605.} \quad \pi n; \pm \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3606.} \quad (-1)^{n+1} \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3607.} \quad (-1)^n \frac{5\pi}{6} + 5\pi n, n \in \mathbb{Z}. \\
&\mathbf{3608.} \quad \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3609.} \quad \left\{ \pm \frac{2\pi}{15} + \frac{2\pi n}{5} \mid n \in \mathbb{Z} \right\}. \quad \mathbf{3610.} \quad \left\{ \pm \frac{\pi}{24} + \frac{\pi n}{8} \mid n \in \mathbb{Z} \right\}. \\
&\mathbf{3611.} \quad \pm \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3612.} \quad \pm \frac{\pi}{18} + \frac{\pi n}{3}; \pm \frac{1}{3} \arctg \sqrt{2} + \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3613.} \\
&\left\{ \arctg 8 + \pi n \mid n \in \mathbb{Z} \right\}. \quad \mathbf{3614.} \quad \left\{ -\arctg \frac{7}{6} + \pi n \mid n \in \mathbb{Z} \right\}. \quad \mathbf{3615.} \quad \frac{\pi}{4} + \pi n; \arctg \frac{1}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}. \\
&\mathbf{3616.} \quad \frac{\pi}{4} + \pi n; \arctg \frac{3}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \quad \mathbf{3617.} \quad \arctg \frac{5 \pm \sqrt{17}}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3618.} \quad -\frac{\pi}{4} + \pi n, \\
&\arctg \frac{2}{5} + \pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3619.} \quad -\frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{3}; \frac{1}{3} \arctg \frac{3}{4} + \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3620.} \quad \frac{\pi}{4} + \pi n;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \arctg \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3621.} \quad \frac{\pi}{4} + \pi n; \arctg \left(\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \right) + \pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3622.} \\
& \frac{\pi}{4} + \pi n; \arctg \left(\frac{-3 \pm \sqrt{3}}{2} \right) + \pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3623.} \quad \pm \frac{\pi}{4} + \pi n; \pm \arctg \sqrt{5} + \pi n, n \in \mathbb{Z}. \\
& \mathbf{3624.} \quad \frac{\pi}{2} + \pi n; \pi n; \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3625.} \quad -\frac{\pi}{4} + \pi n; \arctg \frac{-5 \pm \sqrt{41}}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3626.} \\
& \frac{\pi}{2} + 2\pi n; 2\arctg \frac{4}{5} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3627.} \quad 2\pi n; 2\arctg \frac{2}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3628.} \quad -2\arctg 4 + 2\pi n; \\
& \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3629.} \quad 2\arctg \frac{1}{3} + 2\pi n; -2\arctg 7 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3630.} \quad 2\arctg \frac{1}{2} + 2\pi n, \\
& n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3631.} \quad 2\arctg \frac{1}{5} + 2\pi n; \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3632.} \quad 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3633.} \\
& \frac{\pi}{2} + 2\pi n; \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3634.} \quad -\frac{1}{2} \arctg 5 + \frac{\pi n}{2}, \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3635.} \quad -\arctg \frac{12}{5} + \\
& + \pi n, \frac{\pi}{2} + \pi n. \quad \mathbf{3636.} \quad \left\{ \pm \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \right\}. \quad \mathbf{3637.} \quad -\frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3638.} \\
& \frac{\pi}{6} + (-1)^n \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3639.} \quad -\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3640.} \quad -\frac{\pi}{6} + (-1)^n \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}. \\
& \mathbf{3641.} \quad \frac{\pi}{8} + (-1)^n \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3642.} \quad -\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3643.} \quad -\frac{9\pi}{2} + 12\pi n, n \in \mathbb{Z}. \\
& \mathbf{3644.} \quad -\frac{3\pi}{4} + (-1)^n \frac{3\pi}{4} + 3\pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3645.} \quad \frac{1}{9} \left(-\frac{\pi}{4} \pm \arccos \frac{\sqrt{2}}{10} + 2\pi n \right), n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3646.} \quad \emptyset. \\
& \mathbf{3647.} \quad \frac{1}{8} \arctg \frac{\sqrt{2}}{2} + (-1)^n \frac{\pi}{32} + \frac{\pi n}{8}, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3648.} \quad \frac{1}{5} \left(\arctg \frac{2}{3} + (-1)^n \arcsin \frac{3}{\sqrt{13}} + \pi n \right), \\
& n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3649.} \quad \arctg \frac{1}{2} + (-1)^n \arcsin \frac{4}{5\sqrt{5}} + \pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3650.} \quad \frac{1}{2} \left(\arctg 4 + \right. \\
& \left. + (-1)^n \arcsin \frac{4}{\sqrt{17}} + \pi n \right), n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3651.} \quad \frac{\pi}{2} + \pi n; \frac{\pi}{3} + \frac{2\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3652.} \quad \frac{\pi n}{3}; \frac{\pi}{7} + \frac{2\pi n}{7}, \\
& n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3653.} \quad \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n; \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3654.} \quad \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{4}; \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3655.} \\
& \frac{2\pi n}{3}; -\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3656.} \quad \frac{\pi}{2} + \pi n; (-1)^n \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3657.} \quad \pi n; \frac{2\pi k}{3}, \\
& k \neq 3m, n, k, m \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3658.} \quad \frac{\pi}{24} + \frac{\pi n}{6}; \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3659.} \quad \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}; \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}. \\
& \mathbf{3660.} \quad \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}; -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3661.} \quad \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{6}; \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3662.} \quad \frac{2\pi n}{5}; \frac{\pi}{2} + \pi n; \\
& \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3663.} \quad \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3664.} \quad \frac{\pi n}{4}, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3665.} \quad \frac{\pi n}{8}, n \in \mathbb{Z}. \\
& \mathbf{3666.} \quad \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3667.} \quad \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}; \pm \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3668.} \quad \pi n; \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{4}, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3669.} \\
& \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi n}{3}; (-1)^{n+1} \frac{\pi}{18} + \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3670.} \quad 69^\circ + 180^\circ n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3671.} \quad \frac{\pi}{16} + \frac{\pi n}{8}; \frac{\pi}{10} + \frac{\pi n}{5}, \\
& n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3672.} \quad \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}; \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3673.} \quad \pm \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3674.} \quad \pm \frac{\pi}{9} + \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}. \\
& \mathbf{3675.} \quad \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}; \pm \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3676.} \quad \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}; \pm \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3677.} \quad \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{3}; \pi n, n \in \mathbb{Z}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \mathbf{3678.} \pm \arccos\left(\frac{\sqrt{17}-3}{4}\right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \quad \mathbf{3679.} \pm \frac{\pi}{18} + \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z} \quad \mathbf{3680.} \pm \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\
& \mathbf{3681.} \left\{ \frac{\pi n}{6}, \frac{\pi m}{4}, n, m \in \mathbb{Z} \right\} \quad \mathbf{3682.} \left\{ \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}; \frac{\pi}{10} + \frac{\pi n}{5} \right\}, n \in \mathbb{Z} \quad \mathbf{3683.} \left\{ \frac{\pi}{20} + \frac{\pi n}{10}, \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{4} \right\}, n \in \mathbb{Z} \\
& \mathbf{3684.} \left\{ \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}; \frac{\pi}{10} + \frac{\pi n}{5} \right\}, n \in \mathbb{Z} \quad \mathbf{3685.} \frac{\pi}{32} + \frac{\pi n}{16}, \frac{\pi}{24} + \frac{7}{6} + \frac{\pi n}{6}; \frac{\pi}{8} - \frac{7}{2} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z} \\
& \mathbf{3686.} \frac{\pi}{16} + \frac{\pi n}{8}, n \in \mathbb{Z} \quad \mathbf{3687.} \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{4}, n \in \mathbb{Z} \quad \mathbf{3688.} \frac{\pi}{24} + \frac{\pi n}{12} \quad \mathbf{3689.} \pi n; \\
& \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \quad \mathbf{3690.} \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \quad \mathbf{3691.} \frac{\pi}{2} + 2\pi n; (-1)^{n+1} \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \quad \mathbf{3692.} \\
& (-1)^n \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \quad \mathbf{3693.} \pm \frac{1}{2} \arccos\left(-\frac{1}{3}\right) + \pi n, n \in \mathbb{Z} \quad \mathbf{3694.} \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n; (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\
& \mathbf{3695.} \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n; \pm \arccos \frac{1}{8} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \quad \mathbf{3696.} \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \quad \mathbf{3697.} \\
& \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \quad \mathbf{3698.} \pi n; \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z} \quad \mathbf{3699.} \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{3}; \pm \frac{\pi}{9} + \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z} \\
& \mathbf{3700.} \frac{\pi}{2} + \pi n; \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \quad \mathbf{3701.} -\frac{\pi}{5} + (-1)^n \frac{\pi}{5} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \quad \mathbf{3702.} -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\
& \mathbf{3703.} -\frac{\pi}{4} + (-1)^n \arcsin\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2\sqrt{2}}\right) + \pi n, n \in \mathbb{Z} \quad \mathbf{3704.} \pm \frac{\pi}{3} + \pi n; \pm \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \quad \mathbf{3705.} \\
& \frac{\pi}{2} + \pi n; -\frac{\pi}{3} + \arctg \frac{\sqrt{3}}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \quad \mathbf{3706.} -30^\circ + 360^\circ n; 90^\circ + 360^\circ n; \\
& -150^\circ + 360^\circ n, n \in \mathbb{Z} \quad \mathbf{3707.} \frac{\pi}{2} + 2\pi n, 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \quad \mathbf{3708.} \frac{\pi}{4} + (-1)^n \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\
& \mathbf{3709.} \pi n; -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \quad \mathbf{3710.} \arcsin \frac{\sqrt{5}-1}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \quad \mathbf{3711.} \\
& \pi - \arcsin \frac{\sqrt{5}-1}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \quad \mathbf{3712.} -\arccos(\sqrt{3}-1) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \quad \mathbf{3713.} \\
& \arccos \frac{2}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \quad \mathbf{3714.} \pm \arccos(1-\sqrt{2}) + 4\pi n, n \in \mathbb{Z} \quad \mathbf{3715.} \\
& 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \quad \mathbf{3716.} \arctg \frac{1}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \quad \mathbf{3717.} \frac{3\pi}{8} + \pi n; \\
& \frac{1}{2} \arctg 7 + \frac{\pi}{2}(2n+1), n \in \mathbb{Z} \quad \mathbf{3718.} \pm \arccos\left(-\frac{1}{3}\right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \quad \mathbf{3719.} \emptyset \quad \mathbf{3720.} \\
& \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z} \quad \mathbf{3721.} \frac{\pi}{2} + \pi n, 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \quad \mathbf{3722.} -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \quad \mathbf{3723.} 4\pi n, n \in \mathbb{Z} \\
& \mathbf{3724.} \emptyset \quad \mathbf{3725.} 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \quad \mathbf{3726.} 0 \quad \mathbf{3727.} \frac{\pi}{2} + \pi n, n \notin \mathbb{Z} \quad \mathbf{3728.} \pi n, n \in \mathbb{Z} \quad \mathbf{3729.} \emptyset \\
& \mathbf{3730.} 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \quad \mathbf{3731.} x = \pi n, n \in \mathbb{Z}; y = 0 \quad \mathbf{3732.} x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}; y = 3 \\
& \mathbf{3733.} x = \pi n, n \in \mathbb{Z}; y = -4 \quad \mathbf{3734.} x = \arctg \frac{5}{12} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; y = 3 \quad \mathbf{3735.} \\
& 2\pi n; \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \quad \mathbf{3736.} x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \quad \mathbf{3737.} -\frac{\pi}{4} + \pi n;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{\pi}{4} \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \quad \mathbf{3738.} \quad -\frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \quad \mathbf{3739.} \quad (-1)^n \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{4}, n \in \mathbb{Z}. \\
& \mathbf{3740.} \quad \frac{\pi n}{4}; \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{6}, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3741.} \quad (-1)^n \frac{\pi}{16} + \frac{\pi n}{4}, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3742.} \quad \frac{\pi}{3} + \pi n; \frac{\pi}{6} + \pi n; \\
& -\frac{\pi}{2} + \pi n. \quad \mathbf{3743.} \quad 30^\circ + 180^\circ n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3744.} \quad \left\{ \frac{n\pi}{3}; \frac{\pi}{12} + \frac{n\pi}{2} \mid n \in \mathbb{Z} \right\} \\
& \mathbf{3745.} \quad \frac{\pi n}{6}, n \in \mathbb{Z} \quad \mathbf{3746.} \quad \left\{ \frac{\pi}{4} + \frac{n\pi}{2}; \pm \frac{\pi}{6} + n\pi \mid n \in \mathbb{Z} \right\} \\
& \mathbf{3747.} \quad \left\{ \frac{\pi}{15} + \frac{2\pi n}{15}; \frac{\pi}{9} + \frac{2\pi k}{9} \mid n, k \in \mathbb{Z} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \frac{\pi}{3} + \frac{2\pi n}{3}; \pm \frac{\pi}{9} + \frac{2\pi k}{3}; \right. \\
& \left. \pm \frac{1}{3} \arccos \frac{1 \pm \sqrt{5}}{4} + \frac{2\pi m}{3} \mid n, k, m \in \mathbb{Z} \right\}. \quad \mathbf{3748.} \quad \left\{ -\frac{\pi}{2} + \pi n; -\frac{\pi}{6} + \arctg \frac{\sqrt{3}}{2} + \pi n \mid n \in \mathbb{Z} \right\}. \\
& \mathbf{3749.} \quad x_1 = \frac{\pi n}{7}, n \neq 7l; x_2 = \frac{\pi}{18} + \frac{\pi m}{9}, m \neq 9l + 4, n, m, l \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3750.} \quad x_1 = 2n, \\
& n \neq 15k, n, k \in \mathbb{Z}; x_2 = \frac{15(2n+1)}{17}, n \neq 17k + 8. \quad \mathbf{3751.} \quad (-1)^n \frac{\pi}{96} + \frac{\pi n}{16}, n \in \mathbb{Z}. \\
& \mathbf{3752.} \quad 3^\circ + 120^\circ + 360^\circ n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3753.} \quad \pi + 2\pi n; \frac{2\pi}{3} + 2\pi n; \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \\
& \mathbf{3754.} \quad \pm 3; 0; \pm \frac{\pi}{2} \quad \mathbf{3755.} \quad \pm \frac{\pi}{2}; \pm \frac{3\pi}{2} \quad \mathbf{3756.} \quad \pm 1; \pm 3; 6 \pm \sqrt{33}; -6 \pm \sqrt{33}. \\
& \mathbf{3757.} \quad -\frac{\pi}{4} + (-1)^n \arcsin \frac{\sqrt{2}}{4} + \pi n; -\frac{\pi}{4} \pm \arccos \frac{\sqrt{2}}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \\
& \mathbf{3758.} \quad (-1)^n \arcsin \left(\frac{12k+1}{36} \right) + \pi n, k \in \{0; \pm 1; \pm 2; -3\}, n \in \mathbb{Z}. \\
& \mathbf{3759.} \quad (-1)^n \arcsin(1 - \sqrt{2+2k}) + \pi n, k \in \{-1; 0; 1\}, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3760.} \quad \pm \arctg 2 + \pi n; \\
& \pm \arctg \frac{2m+1 \pm \sqrt{4m^2+4m-15}}{4} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}, m \in \{3; \pm 4; \pm 5; \pm 6; \dots\}. \quad \mathbf{3761.} \\
& \frac{\pi}{32} + \frac{\pi n}{16}, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3762.} \quad \pi n; \pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi n. \quad \mathbf{3763.} \quad \pm \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{4} + 2\pi n; \pm \frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \\
& \mathbf{3764.} \quad \left\{ -\frac{\pi}{4} + \pi n; \pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi n \mid n \in \mathbb{Z} \right\}. \quad \mathbf{3765.} \quad -\frac{\pi}{4} + \pi n; \frac{(-1)^n}{2} \arcsin \left(\frac{3 \pm \sqrt{3}}{6} \right) + \\
& + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3766.} \quad \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3767.} \quad \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{4}; \pm \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{4}, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3768.} \\
& \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3769.} \quad \frac{\pi}{4} + (-1)^n \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3770.} \quad \frac{\pi}{4} + \pi n; \\
& \frac{\pi}{4} + (-1)^n \arcsin \frac{\sqrt{10} - \sqrt{2}}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \quad \mathbf{3771.} \quad -\arctg 2 + \pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3772.} \\
& -\pi + 2\pi n \leq x \leq 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3773.} \quad -\frac{3\pi}{8} + 2\pi n; -\frac{5\pi}{8} + 2\pi n; \frac{\pi}{8} + 2\pi n; (-1)^n \frac{\pi}{4} + \pi n;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{7\pi}{8} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3774.} \left\{ \pi n; \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi m, \frac{\pi}{3} \mid n \in \mathbb{Z}, m \in \mathbb{N} \right\}. \quad \mathbf{3775.} \quad 2; \pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3776.} \\
& 2\pi n; \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3777.} \quad \pi - \arctg 3 + 2\pi n; \pi + \arctg 3 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3778.} \quad -\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}. \\
& \mathbf{3779.} \quad \pi + 2\pi n; -\frac{\pi}{4} + (-1)^n \arcsin \frac{\sqrt{2}-2}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3780.} \quad \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{4} + (-1)^n \frac{\pi}{4} + \pi n \right), n \in \mathbb{Z}. \\
& \mathbf{3781.} \quad \pm \frac{1}{6} \arccos \left(\frac{2-\sqrt{2}}{2} \right) + \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z} \quad \mathbf{3782.} \quad \frac{\pi}{4} + \pi n, -\arctg 2 + \pi k, n, k \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3783.} \\
& -\frac{\pi}{16} + \frac{\pi n}{4}, \frac{1}{4} \operatorname{arctg} \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2} + \frac{\pi k}{4}, n, k \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3784.} \quad \pm \frac{\pi}{9} + \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3785.} \quad \frac{\pi}{4} + \\
& + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3786.} \quad \frac{\pi}{2} + \pi n; \pm \frac{1}{2} \arccos \left(-\frac{1}{4} \right) + \pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3787.} \quad \pi n; -\frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \\
& \mathbf{3788.} \quad \frac{n\pi}{3}; \pm \frac{1}{2} \arccos \left(\frac{1 \pm \sqrt{33}}{8} \right) + n\pi, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3789.} \quad n\pi, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3790.} \quad n\pi, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3791.} \\
& \pm \frac{1}{2} \arccos \left(-\frac{1}{4} \right) + n\pi; \pm \frac{1}{2} \arccos \frac{1}{3} + n\pi. \quad \mathbf{3792.} \quad \pm \frac{1}{2} \arccos \left(-\frac{1}{4} \right) + n\pi, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3793.} \\
& \frac{n\pi}{8}, n \neq 4(2k+1), n, k \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3794.} \quad \frac{\pi}{44} + \frac{\pi n}{22}, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3795.} \quad \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3796.} \\
& \pi n; \frac{\pi}{3} + \pi k; n, k \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3797.} \quad \{ \pi + 2\pi n \mid n \in \mathbb{Z} \}. \quad \mathbf{3798.} \quad 3\pi n; (-1)^{n+1} \frac{\pi}{2} + 3\pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3799.} \\
& 2\arctg 3 + 2\pi n; \quad 2\arctg \frac{1}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3800.} \quad \pm \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3801.} \quad \pm \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}. \\
& \mathbf{3802.} \quad \frac{\pi}{2} + 2\pi n, \quad 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3803.} \quad \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3804.} \quad \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3805.} \\
& 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3806.} \quad \pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3807.} \quad 2\arctg 2 + 2\pi n; \quad 2\arctg 2 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3808.} \quad -0,25. \\
& \mathbf{3809.} \quad \frac{\pi}{2}. \quad \mathbf{3810.} \quad x_1 = (-1)^n \frac{\pi}{6} + n\pi, n = -1, -2, -3, \dots; \quad x_2 = (-1)^{k+1} \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{N}. \\
& \mathbf{3811.} \quad x = \frac{\pi n}{3}, y = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}, n, k \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3812.} \quad x = -\frac{\pi}{4} + n\pi, y = \frac{\pi}{10} + \frac{k\pi}{5}, n, k \in \mathbb{Z}. \\
& \mathbf{3813.} \quad x = (-1)^n, y = (-1)^n n\pi, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3814.} \quad x = \arctg(-1)^k + \pi n, y = \pi k, n, k \in \mathbb{Z}. \\
& \mathbf{3815.} \quad \left(\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi k \right) \left(\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n; -\frac{\pi}{2} + 2\pi k \right), n, k \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3816.} \\
& x = \frac{3\pi}{4} + \pi n, y = (-1)^k \left(\frac{\pi}{2} + \pi n \right) + \pi k, n, k \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3817.} \quad \frac{\sqrt{2}}{2}. \quad \mathbf{3818.} \quad -3. \quad \mathbf{3819.} \quad \pm \sqrt{\frac{1}{6} + \operatorname{tg} \frac{10}{9}}. \\
& \mathbf{3820.} \quad \pm \operatorname{ctg} 3. \quad \mathbf{3821.} \quad \emptyset. \quad \mathbf{3822.} \quad \emptyset. \quad \mathbf{3823.} \quad -\frac{1}{4}. \quad \mathbf{3824.} \quad (-\infty; 0]. \quad \mathbf{3825.} \quad \frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}. \\
& \mathbf{3826.} \quad \sqrt{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}. \quad \mathbf{3827.} \quad 0; \pm 2\sqrt{2}. \quad \mathbf{3828.} \quad \arctg \frac{\sqrt{2}}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3829.} \quad \frac{\sqrt{3}-1}{2}. \\
& \mathbf{3830.} \quad \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{7}} = \frac{\sqrt{21}}{14}. \quad \mathbf{3831.} \quad -1. \quad \mathbf{3832.} \quad \pm \sqrt{34}. \quad \mathbf{3833.} \quad \pm \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3834.} \quad 0; \pm \frac{6\pi}{7}; \\
& \pm \frac{12\pi}{5}; \pm \frac{18\pi}{7}. \quad \mathbf{3835.} \quad 0; \frac{7\pi}{4}; \frac{7\pi}{3}; \frac{7\pi}{2}; \frac{14\pi}{3}; \frac{21\pi}{4}; 7\pi. \quad \mathbf{3836.} \quad \frac{\pi}{3}; \pi; \frac{5\pi}{3}. \quad \mathbf{3837.} \quad -\frac{5\pi}{4}; \\
& -\frac{5\pi}{8}; \frac{5\pi}{12}; \frac{15\pi}{8}; \frac{25\pi}{12}. \quad \mathbf{3838.} \quad \left[2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n \right], n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3839.} \quad \pi n; \frac{\pi}{5} + 2\pi n; \\
& \frac{4\pi}{5} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3840.} \quad -\arctg 3; \arctg \frac{1}{3}. \quad \mathbf{3841.} \quad x = -\frac{\pi}{4} + (-1)^n \frac{\pi}{4} + \pi n, y = \frac{9\pi}{4} -
\end{aligned}$$

$$-(-1)^n \frac{\pi}{4} - \pi n, n \in \mathbb{Z} \quad \mathbf{3842.} \quad x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n, y = \frac{\pi}{4} - 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \quad \mathbf{3843.}$$

$$x_1 = \frac{\pi}{6} + \pi(n+k), y_1 = \frac{\pi}{6} + \pi(n-k); x_2 = -\frac{\pi}{6} + \pi(n+k), y_2 = -\frac{\pi}{6} + \pi(n-k), n, k \in \mathbb{Z} \quad \mathbf{3844.}$$

$$x = -\frac{\pi}{4} + (-1)^{n+1} \frac{\pi}{12} + \frac{n\pi}{2} + k\pi, y = \frac{\pi}{4} + (-1)^{n+1} \frac{\pi}{12} + \frac{n\pi}{2} - k\pi, n, k \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3845.} \quad \left\{ \left(\frac{\pi}{2} + \right. \right.$$

$$\left. + \pi(n+k); -\frac{\pi}{2} + \pi(n-k) \right\} n, k \in \mathbb{Z} \quad \mathbf{3846.} \quad \left\{ \left(\pi n; \frac{\pi}{4} - \pi n \right); \left(\frac{\pi}{4} + \pi k; -\pi k \right) n, k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

$$\mathbf{3847.} \quad \left\{ \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}; \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2} - 2\pi k \right) n, k \in \mathbb{Z} \right\}. \quad \mathbf{3848.} \quad \left\{ \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}; \frac{\pi}{6} + \pi k \right) n, k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

$$\mathbf{3849.} \quad \left\{ \left((-1)^n \frac{\pi}{4} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi k \right) n, k \in \mathbb{Z} \right\} \quad \mathbf{3850.} \quad x_1 = 45^\circ + 180^\circ n, y_1 = 30^\circ - 180^\circ n;$$

$$x_2 = 30^\circ + 180^\circ n, y_2 = 45^\circ - 180^\circ n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3851.} \quad \left\{ \left(-\frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2} + \pi k; \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2} - \pi k \right) \right.$$

$$\left. n, k \in \mathbb{Z} \right\}. \quad \mathbf{3852.} \quad x_1 = \frac{\pi}{2} \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi(n+k), y_1 = \frac{\pi}{2} \mp \frac{\pi}{3} + 2\pi(n-k);$$

$$x_2 = -\frac{\pi}{2} \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi(n+k), y_2 = -\frac{\pi}{2} \mp \frac{2\pi}{3} + 2\pi(n-k), n, k \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3853.} \quad \left\{ \left(\pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi n; \right. \right.$$

$$\left. (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k \right) n, k \in \mathbb{Z} \}. \quad \mathbf{3854.} \quad \left\{ \left(\pi k, \frac{\pi}{4} + \pi(n-k) \right) \left(-\frac{3\pi}{4} + 2\pi m; \pi(n-2m+1) \right) k, m \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$\mathbf{3855.} \quad \left\{ \left(\frac{1}{3} \arctg \frac{1}{3} + \frac{\pi}{2} + \frac{\pi n}{3} + \pi k; \frac{1}{3} \arctg \frac{1}{3} + \frac{\pi n}{3} \right) n, k \in \mathbb{Z} \right\}. \quad \mathbf{3856.} \quad \left\{ \left(\frac{\pi}{2} + \pi n; \pm \frac{\pi}{3} + \right. \right.$$

$$\left. + 2\pi m \right); \left(\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k; \frac{\pi}{2} + \pi l \right) n, m, k, l \in \mathbb{Z} \}. \quad \mathbf{3857.} \quad \left\{ \left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4} \right) \right\}. \quad \mathbf{3858.} \quad \left(\frac{\pi}{3} + 2\pi n, -\frac{\pi}{3} + 2\pi k \right)$$

$$\left(-\frac{\pi}{3} + 2\pi n; \frac{\pi}{3} + 2\pi k \right) n, k \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3859.} \quad (\pi n; \pi k), n, k \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3860.} \quad 2\pi n < x < \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$\mathbf{3861.} \quad -\pi + 2\pi n \leq x \leq 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3862.} \quad -\frac{\pi}{2} + 2\pi n \leq x \leq \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3863.} \quad \frac{\pi}{4} +$$

$$+ \pi n < x < \frac{3\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3864.} \quad \pi n < x < \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3865.} \quad -\frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{3} < x \leq \frac{\pi n}{3},$$

$$n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3866.} \quad 5\pi n < x \leq \frac{5\pi}{2} + 5\pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3867.} \quad \frac{\pi}{6} + 2\pi n < x < \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$\mathbf{3868.} \quad \arcsin \frac{1}{5} + 2\pi n \leq x \leq \pi - \arcsin \frac{1}{5} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3869.} \quad \bigcup_{n \in \mathbb{Z}} \left(\pi - \arcsin \frac{4}{9} + 2\pi n; \right.$$

$$\left. 2\pi + \arcsin \frac{4}{9} + 2\pi n \right). \quad \mathbf{3870.} \quad -\frac{\pi}{4} + 2\pi n \leq x \leq \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3871.} \quad -\frac{5\pi}{6} + 2\pi n \leq$$

$$\leq x \leq -\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3872.} \quad x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + 2\pi n \mid n \in \mathbb{Z} \right\} \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3873.}$$

$$\arccos \frac{1}{9} + 2\pi n < x < 2\pi - \arccos \frac{1}{9} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3874.} \quad \bigcup_{n \in \mathbb{Z}} \left(-\arccos \frac{3}{8} + 2\pi n; \arccos \frac{3}{8} + 2\pi n \right)$$

$$\mathbf{3875.} \quad \{2\pi n \mid n \in \mathbb{Z}\}. \quad \mathbf{3876.} \quad \bigcup_{n \in \mathbb{Z}} \left(-\frac{\pi}{2} + \pi n; \arctg 8 + \pi n \right) \quad \mathbf{3877.} \quad \bigcup_{n \in \mathbb{Z}} \left[\frac{1}{4} \arctg 3 + \frac{\pi n}{4}, \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{4} \right)$$

$$\begin{aligned}
& \mathbf{3878.} \frac{\pi n}{2} < x < \frac{1}{2} \operatorname{arctg} 3 + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3879.} \frac{1}{3} \operatorname{arctg}(-4) + \frac{\pi n}{3} \leq x < \frac{\pi}{3} + \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}. \\
& \mathbf{3880.} \bigcup_{n \in \mathbb{Z}} \left(\arccos \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2} \right) + 2\pi n; 2\pi - \arccos \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2} \right) + 2\pi n \right) \quad \mathbf{3881.} \frac{8\pi}{27} + \frac{8\pi n}{3} \leq x \leq \\
& x \leq \frac{20\pi}{27} + \frac{8\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3882.} \frac{5\pi}{8} - 5 \arccos \frac{1}{3} + 10\pi n \leq x \leq \frac{5\pi}{8} + 5 \arccos \frac{1}{3} + 10\pi n, n \in \mathbb{Z} \\
& \mathbf{3883.} \frac{\pi}{6} + 2\pi n < x < \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3884.} \frac{\pi}{6} + \pi n < x < \frac{5\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}. \\
& \mathbf{3885.} -\frac{\pi}{2} + 3\pi n < x < \frac{\pi}{2} + 3\pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3886.} \frac{\pi}{4} + \pi n \leq x \leq \operatorname{arctg} \left(-\frac{1}{3} \right) + \pi n, n \in \mathbb{Z}. \\
& \mathbf{3887.} \frac{\pi}{4} + \pi n < x < \operatorname{arctg} 5 + \pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3888.} \frac{\pi}{24} + \frac{\pi n}{3} < x < \frac{5\pi}{24} + \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3889.} \\
& x \in \left[-\frac{\pi}{3} + 2\pi n; \frac{\pi}{3} + 2\pi n \right] \cup \{ \pi + 2\pi k \}, n, k \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3890.} \frac{\pi}{4} + 2\pi n \leq x \leq \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \\
& \mathbf{3891.} \arcsin \frac{\sqrt{10}}{5} - \operatorname{arctg} 3 + 2\pi n < x < \pi - \arcsin \frac{\sqrt{10}}{5} - \operatorname{arctg} 3 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \\
& \mathbf{3892.} (-\infty; 0). \quad \mathbf{3893.} x \in \left[-\frac{\pi}{18} + \frac{2\pi n}{3}; \frac{\pi}{18} + \frac{2\pi n}{3} \right], n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3894.} -\frac{\pi}{12} + \pi n \leq x \leq \frac{\pi}{4} + \\
& + \pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3895.} x \in \left(-\frac{\pi}{4} + 2\pi n; \frac{\pi}{6} + 2\pi n \right) \cup \left(\frac{\pi}{4} + 2\pi n; \frac{3\pi}{4} + 2\pi n \right) \cup \left(\frac{5\pi}{6} + 2\pi n; \right. \\
& \left. \frac{5\pi}{4} + 2\pi n \right), n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3896.} x \in \left(-\frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{2}; \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{2} \right). \quad \mathbf{3897.} \frac{\pi}{2} + \frac{3\pi n}{2} \leq x \leq \pi + \frac{3\pi n}{2}. \\
& \mathbf{3898.} \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi n}{3} < x < \frac{\pi}{2} + \frac{2\pi n}{3}. \quad \mathbf{3899.} \left[-\sqrt{\frac{4}{\pi}-1}; \sqrt{\frac{4}{\pi}-1} \right]. \quad \mathbf{3900.} x = \pm \sqrt{2\pi n}, n \in \mathbb{Z}_0. \\
& \mathbf{3901.} \operatorname{arctg} \left(\frac{1}{6} + n \right) + \pi k \leq x \leq \operatorname{arctg} \left(\frac{5}{6} + n \right) + \pi k; n, k \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3902.} x \in \left[-\sqrt{2\pi n}; \right. \\
& \left. -\sqrt{-\pi + 2\pi n} \right] \cup \{0\} \cup \left[\sqrt{-\pi + 2\pi n}; \sqrt{2\pi n} \right], n \in \mathbb{N}. \quad \mathbf{3903.} (-\infty; -2) \cup \left(-\frac{2}{\sqrt{4n-1}}; \right. \\
& \left. -\frac{2}{\sqrt{4n+1}} \right) \cup \left(\frac{2}{\sqrt{4n+1}}; \frac{2}{\sqrt{4n-1}} \right) \cup (2; +\infty), n \in \mathbb{N}. \quad \mathbf{3904.} x \in \mathbb{R}. \quad \mathbf{3905.} x \in \left[\frac{\pi}{10} + \frac{2\pi n}{5}; \right. \\
& \left. \frac{3\pi}{10} + \frac{2\pi n}{5} \right] \cup \left\{ \frac{2\pi k}{5} \right\}, n, k \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3906.} x \in \left[-\pi + 2\pi k; -\frac{\pi}{2} + 2\pi k \right] \cup \left[-\frac{\pi}{4} + \arcsin \frac{3\sqrt{2}}{5} + \right. \\
& \left. + 2\pi n; \frac{3\pi}{4} - \arcsin \frac{3\sqrt{2}}{5} + 2\pi n \right], n, k \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3907.} x \in \left(\frac{\pi}{4} + \arcsin \frac{\sqrt{2}}{4} + 2\pi n; \frac{5\pi}{4} + \right. \\
& \left. \frac{5\pi}{4} + \arcsin \frac{\sqrt{2}}{4} + 2\pi n \right), n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3908.} \left(2\pi n, \frac{\pi}{2} + 2\pi n \right). \quad \mathbf{3909.} \bigcup_{n \in \mathbb{Z}} \left(\left(2\pi n; \arcsin(\sqrt{5}-\sqrt{2}) - \right. \right. \\
& \left. \left. -\frac{\pi}{4} + 2\pi n \right) \cup \left(\frac{3\pi}{4} - \arcsin(\sqrt{5}-\sqrt{2}) + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n \right) \right). \quad \mathbf{3910.} \left(\frac{\pi}{9} + \frac{2\pi n}{3}; \frac{5\pi}{9} + \frac{2\pi n}{3} \right). \quad \mathbf{3911.} \\
& \bigcup_{n \in \mathbb{Z}} \left(\left(-\frac{5\pi}{3} + 4\pi n; -\frac{\pi}{3} + 4\pi n \right) \cup \{ \pi + 4\pi n \} \right). \quad \mathbf{3912.} \bigcup_{n \in \mathbb{Z}} \left(\left(\frac{\pi}{10} + \frac{2\pi n}{5}; \frac{7\pi}{30} + \frac{2\pi n}{5} \right) \cup \left(\frac{3\pi}{10} + \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{2\pi n}{5}; \frac{11\pi}{30} + \frac{2\pi n}{5} \right) \right). \quad \mathbf{3913.} x \in \left(-\frac{\pi}{4} + \pi n; -\frac{\pi}{6} + \pi n \right) \cup \left(\frac{\pi}{6} + \pi n; \frac{\pi}{4} + \pi n \right), n \in \mathbb{Z}.
\end{aligned}$$

3914. $\left(-\frac{\pi}{2} + \pi n; -\frac{\pi}{3} + \pi n\right] \cup \left(-\frac{\pi}{4} + \pi n; -\arctg \frac{\sqrt{2}}{2} + \pi n\right] \cup \left(-\frac{\pi}{6} + \pi n; \pi n\right] \cup$
 $\cup \left(\frac{\pi}{6} + \pi n; \arctg \frac{\sqrt{2}}{2} + \pi n\right] \cup \left(\frac{\pi}{4} + \pi n; \frac{\pi}{3} + \pi n\right]$. **3915.** $\left(0; \frac{\sqrt{3}}{2}\right]$. **3916.** $\left[-1; -\frac{1}{2}\right)$. **3917.**
 $\left[\cos \frac{1}{2}; 1\right]$. **3918.** $\left[-1; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$. **3919.** $\left[-1; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$. **3920.** $\left(3 + \sin \frac{\sqrt{3}}{2}; 4\right]$. **3921.** $(-1; \sqrt{3}]$.
3922. $x \in [0; 1]$. **3923.** $\bigcup_{n \in \mathbb{Z}} (\arctg(3^{\sin 1}) + \pi n; \arctg 3 + \pi n)$. **3924.** $[-1; 0] \cup \{1\}$.
3925. $\left(\sqrt{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}; 1\right]$. **3926.** $\left[\sqrt{\frac{\sqrt{37}-1}{18}}; 1\right]$. **3927.** $(-\sqrt{2}; \sqrt{2})$. **3928.** $x = 0, y = 1$. **3929.**
 $x = 0, y = 1$. **3966.** При $a \in [2; 4]$ $x = 2 + (-1)^n \arcsin(a-3) + \pi n, n \in \mathbb{Z}$; при $a \notin [2; 4]$
розв'язків немає. **3967.** $x = \frac{1}{2}(1 \pm \arccos(a+5) + 2\pi n), n \in \mathbb{Z}$ при $a \in [-6; -4]$; роз-
в'язків немає при $a \notin [-6; -4]$. **3968.** При $|a| \leq \sqrt{2}$ $x = -\frac{\pi}{4} + (-1)^n \arcsin \frac{a}{\sqrt{2}} +$
 $+ \pi n, n \in \mathbb{Z}$; при $|a| > \sqrt{2}$ розв'язків немає. **3969.** При $a \in \left[\frac{1}{2}; 1\right]$ $x =$
 $\pm \frac{1}{4} \arccos(4a-3) + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$; при $a \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup (1; \infty)$ розв'язків немає. **3970.**
При $a \in \left[\frac{1}{4}; 1\right]$ $x = \pm \frac{1}{4} \arccos \frac{8a-5}{3} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$; при $a \in \left(-\infty; \frac{1}{4}\right) \cup (1; \infty)$ роз-
в'язків немає. **3971.** При $a \neq 0$ $x = \pm \frac{1}{2} \arccos \frac{-1 + \sqrt{16a^2 + 1}}{4a} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$; при $a = 0$
 $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}$. **3972.** При $a = -1$ $x = \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$; при $a \in (-1; 3)$ $x_1 = \pi n,$
 $x_{2,3} = \pm \frac{1}{2} \arccos \frac{a-1}{2} + \pi n$; при $a \in (-\infty; -1) \cup [3; +\infty)$ $x = \pi n$. **3973.** При $a = 1$
 $x = \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$; при $a \in (-3; 1)$ $x_1 = \frac{\pi}{2} + \pi n, x_{2,3} = \pm \frac{1}{2} \arccos \frac{a+1}{2} + \pi n$; при
 $a \in (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$ $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$. **3974.** При $|a| \leq \frac{1}{2}, a \neq 0$ $x = \pm \arccos \frac{\sqrt{1-4a^2}-1}{2a} +$
 $+ 2\pi n$; при $|a| > \frac{1}{2}$ и при $a = 0$ розв'язків немає. **3975.** При $a \in \left[-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right]$
 $x = \frac{1}{2}((-1)^n \arcsin(1 - \sqrt{3-2a}) + \pi n), n \in \mathbb{Z}$; при $a \notin \left[-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right]$ розв'язків немає. **3976.**
 $x_{1,2} = \pm \frac{1}{2} \arccos(3 - 2\sqrt{3-a^2}) + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ при $|a| \leq \sqrt{2}; x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$ при $a = \pm\sqrt{2}$;
розв'язків немає при $|a| > \sqrt{2}$. **3977.** При $a \in \left(-\infty; \frac{2}{3}\right) \cup (2; +\infty)$ розв'язків не-
має; при $a \in \left[\frac{2}{3}; 1\right]$ $x = \pm \frac{1}{2} \arccos\left(\frac{1 \pm 2\sqrt{3a-2}}{3}\right) + \pi n, n \in \mathbb{Z}$; при $a \in (1; 2]$
 $x = \pm \frac{1}{2} \arccos\left(\frac{1 - 2\sqrt{3a-2}}{3}\right) + \pi n, n \in \mathbb{Z}$. **3978.** $x_1 = \pi n, x_2 = \pm \arccos\left(\frac{-1 \pm \sqrt{4a+5}}{4}\right) + 2\pi n$

при $a \in \left[-\frac{5}{4}; 1\right]$; $x_1 = \pi n$, $x_2 = \pm \arccos\left(\frac{-1 + \sqrt{4a+5}}{4}\right) + 2\pi n$ при $a \in (1; 5]$, $x = \pi n$
 при $a \in \left(-\infty, -\frac{5}{4}\right) \cup (5; +\infty)$ **3979.** При $a \in \left[-\frac{\sqrt{10}+1}{2}, \frac{\sqrt{10}-1}{2}\right]$ $x_1 = -\frac{\pi}{4} + \pi n$, $x_2 =$
 $= \frac{1}{2}\left((-1)^n \arcsin \frac{2a+1}{\sqrt{10}} + \pi n + \arcsin \frac{1}{\sqrt{10}}\right)$, при $a \in \left[-\frac{\sqrt{10}+1}{2}, \frac{\sqrt{10}-1}{2}\right]$ $\tau = -\frac{\pi}{4} + \pi n$.
3980. При $a = 0$ $x = \frac{\pi n}{2}$; при $a \neq 0$ $x_1 = \arctg(2a) + \pi n$, $x_{2,3} = \arctg\left(\frac{1 \pm \sqrt{1+16a^2}}{4a}\right) +$
 $+ \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$. **3981.** $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$ при $a = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$, $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$
 при $a = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; розв'язків немає при $a \neq \pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$. **3982.** $a -$
 будь-яке ірраціональне число; $x = 0$. **3983.** $a \in (-\infty, -1) \cup \{0\}$ **3984.**
 $a \in (-\infty, -1) \cup [5; +\infty)$. **3985.** $(0, 0)$, $(-1, 0)$, $(1, 0)$ **3986.** $\alpha = \frac{\pi}{12} + 2\pi n$, $\alpha = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.
3987. $x \in \emptyset$ при $a < -1$; $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$ при $a = -1$; $x \in [\pi - \arcsin a + 2\pi n$;
 $2\pi + \arcsin a + 2\pi n]$ при $|a| < 1$; $x \in \mathbb{R}$ при $a \geq 1$. **3988.** $x \in \mathbb{R}$ при $a < -1$;
 $x \in \mathbb{R} \setminus \{\pi + 2\pi n\}$ при $a = -1$; $x \in (-\arccos a + 2\pi n, \arccos a + 2\pi n)$ при $|a| < 1$; $x \in \emptyset$
 при $a \geq 1$. **3989.** $x \in \emptyset$ при $a < -\sqrt{2}$; $x = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$ при $a = -\sqrt{2}$;
 $x \in \left[\frac{3\pi}{4} - \arcsin \frac{a}{\sqrt{2}} + 2\pi n; \frac{7\pi}{4} + \arcsin \frac{a}{\sqrt{2}} + 2\pi n\right]$ при $|a| < \sqrt{2}$; $x \in \mathbb{R}$ при
 $a \geq \sqrt{2}$. **3990.** $x \in \mathbb{R}$ при $a < -\sqrt{2}$; $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{4} + 2\pi n\right\}$ при $a = -\sqrt{2}$;
 $x \in \left(\frac{\pi}{4} + \arcsin \frac{a}{\sqrt{2}} + 2\pi n, \frac{5\pi}{4} - \arcsin \frac{a}{\sqrt{2}} + 2\pi n\right)$ при $|a| < \sqrt{2}$; $x \in \emptyset$ при $a \geq \sqrt{2}$.
3991. $x \in \emptyset$ при $a \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$; $x \in \left(\frac{1}{4} \arccos(4a-3) + \frac{\pi n}{2}, \frac{\pi}{2} - \frac{1}{4} \arccos(4a-3) + \frac{\pi n}{2}\right)$ $n \in \mathbb{Z}$ при $a \in \left(\frac{1}{2}; 1\right)$; $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi n}{2}\right\}$ при $a = 1$; $x \in \mathbb{R}$ при $a \in (1; \infty)$. **3992.**
 При $a \in \left(-\infty; \frac{1}{4}\right)$ $x \in \mathbb{R}$; при $a \in \left[\frac{1}{4}; 1\right]$ $x \in \left[-\frac{1}{4} \arccos \frac{8a-5}{3} + \frac{\pi n}{2}; \frac{1}{4} \arccos \frac{8a-5}{3} + \frac{\pi n}{2}\right]$, $n \in \mathbb{Z}$; при $a \in (1; \infty)$ $x \in \emptyset$. **3993.** $x \in \mathbb{R}$ при $a < 1$;
 $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi n}{2}\right\}$ при $a = 1$; $x \in \left(\frac{1}{2} \left(\arcsin(a^2-1) + \pi n\right), \frac{1}{2} \left(\pi - \arcsin(a^2-1) + \pi n\right)\right)$ при
 $1 < a < \sqrt{2}$; $x \in \emptyset$ при $a \geq \sqrt{2}$. **3994.** $a \in \left(\frac{10}{17}; +\infty\right)$. **3995.**
 $a \in (-\infty; -2 - \sqrt{8}) \cup (2; +\infty)$.

Розділ 10. Показникова і логарифмічна функції

- 3996.** $x \neq 0$ **3997.** $x \neq 2$ **3998.** $x \in \mathbb{R}$ **3999.** $-1 \leq x \leq 1$ **4000.** $x \in (-\infty; -3] \cup [3; \infty)$
- 4001.** $x \geq 1$ **4002.** $x \neq 0, x \neq -2$ **4003.** $x \neq -1, x \neq 3$ **4004.** $x \neq 0,5$ **4005.** $x \leq 0$ **4006.**
- 1) 1; 2) 0; 3) 2; 4) 3; 5) 6; 6) -3; 7) -1; 8) -4; 9) -6; 10) $\frac{1}{2}$; 11) $\frac{1}{3}$; 12) $-\frac{1}{3}$;
 13) $\frac{4}{3}$; 14) $-\frac{6}{5}$; 15) $\frac{5}{4}$ **4007.** 1) 2; 2) 3; 3) -1; 4) -2; 5) 4; 6) $\frac{3}{2}$; 7) $-\frac{5}{2}$; 8) $\frac{1}{3}$;
 9) 1,3; 10) $-\frac{27}{7}$ **4008.** 1) -1; 2) 1; 3) 0; 4) 2; 5) 4; 6) -3; 7) -5; 8) $-\frac{1}{2}$; 9) $\frac{1}{2}$;
 10) $-\frac{3}{2}$; 11) $\frac{3}{2}$; 12) $-\frac{5}{3}$ **4009.** 1) $\frac{3}{2}$; 2) $\frac{4}{3}$; 3) $\frac{3}{2}$; 4) $\frac{5}{4}$; 5) -3; 6) $\frac{5}{3}$; 7) $-\frac{1}{6}$;
 8) $\frac{1}{4}$; 9) $-\frac{4}{3}$; 10) 2 **4010.** 1) 7; 2) 5; 3) 5; 4) 27; 5) 25; 6) $\frac{1}{4}$; 7) 64; 8) 36; 9) 3;
 10) 4; 11) 9; 12) 3 **4011.** 1) $\lg 3 + \lg 7$; 2) $2\lg 3 + 4\lg 5$; 3) $6\lg 3 + 10\lg 2$; 4) $\lg x + \lg y$;
 5) $2\lg x + 4\lg y + 8\lg z$; 6) $\lg(-x) + \lg(-y)$; 7) $3\lg x + 6\lg y$; 8) $2\lg(-x) + 9\lg y$; 9)
 $5\lg(-x) + 7\lg(-y)$; 10) $\lg(2-x) + \lg(3-x)$; 11) $\lg(5-x) + \lg(-x-1)$ **4012.** 1) $\lg 9$;
 2) $\lg \frac{1}{5}$; 3) $\lg x^5$; 4) $\lg \frac{1}{x}$; 5) $\lg(x^2)$, $x > 0$; 6) $\lg(x^8)$; 7) $\lg(x^{14})$; 8) $\lg x^{\frac{1}{x}}$; 9)
 $\lg(1+x)^{\frac{1}{\sqrt{\sin 2x}}}$ **4015.** $8\sqrt{14}$ **4016.** $\frac{50}{3}$ **4017.** $\log_7\left(\frac{7}{8}\right)$ **4018.** 7 **4019.** $b^{\frac{mnk}{p}}$ **4020.**
 $\frac{51}{8}$ **4021.** 1,5 **4022.** $\log_b a$ **4023.** $\frac{\lg 21}{\lg 2} = \log_2 21$ **4024.** 0 **4025.** 0 **4026.** -8 **4027.**
 $\left(\frac{1}{m} + \frac{1}{n} + \frac{1}{p}\right)^{-1}$ **4028.** $\left(\frac{1}{\gamma} - \frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\beta}\right)^{-1}$ **4029.** $2a + 1$ **4030.** $3a + 2b$ **4031.** $4(1 - a -$
 $- b)$ **4032.** $\frac{10(1-a)}{a}$ **4033.** $\frac{(5-b)}{2(a+ab-2b+1)}$ **4034.** 1) $\log_2 3$; 2) $\log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{7}$; 3) чис-
 ла рівні; 4) $\log_2 3$; 5) $\log_3 30$; 6) $\log_4 26$; 7) $\log_9 10$; 8) $\log_3 7$ **4035.** $x > 0$ **4036.**
 $x > 2$ **4037.** $x < \frac{1}{2}$ **4038.** $x < 0$ **4039.** $x < 0$ **4040.** $x \in (-\infty; -2) \cup (2; \infty)$ **4041.**
 $2\pi n < x < \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ **4042.** $\pi n < x < \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ **4043.** $x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ **4044.**
 $x \in (0; 1]$ **4045.** $x \in [-1; 1)$ **4046.** $x \in (-\infty; -8] \cup (2; \infty)$ **4047.** $x \in \{-\infty; -7\} \cup [5; \infty)$
4048. $x \in (3,5; 8]$ **4049.** 3

Розділ 11. Показникові і логарифмічні рівняння, системи рівнянь, нерівності

- 4050.** 0 **4051.** 0, -2 **4052.** 0, ± 1 **4053.** \emptyset **4054.** $\log_2 5$ **4055.** $\log_4 13$ **4056.**
 $\log_{\frac{1}{8}} 7$ **4057.** $\log_1 \frac{1}{5} = \log_3 5$ **4058.** \emptyset **4059.** \emptyset **4060.** \emptyset **4061.** \emptyset **4062.** \emptyset
4063. $\log_3 \pi$ **4064.** 4 **4065.** 5 **4066.** -1 **4067.** 1 **4068.** -4 **4069.** 3 **4070.** 1 **4071.**
2, -1 **4072.** 9 **4073.** 0, -2 **4074.** -1 **4075.** 1,16 **4076.** $\frac{5}{4}$ **4077.** $\frac{1}{3}$ **4078.** -15 **4079.**
9 **4080.** $-\frac{2}{3}$ **4081.** -7 **4082.** -4 **4083.** 6 **4084.** -2, 4 **4085.** -2 **4086.** 2,9
4087. 2,1 **4088.** 4 **4089.** 1 **4090.** 1 **4091.** 4 **4092.** -0,6, 1 **4093.** 0 **4094.** 0, $\log_2 3$
4095. $\log_5 \frac{7}{6}$ **4096.** $\log_5 9 \pm \sqrt{\log^2 9 + 6}$ **4097.** $-2\log_6 5 \pm \sqrt{4\log_6^2 5 + 2}$ **4098.** 3 **4099.** $\frac{5}{4}$
4100. $\log_9 21$ **4101.** 0 **4102.** 0, 1 **4103.** -5, -1 **4104.** 14 **4105.** 0, 1
4106. $\log_4 \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2} \right) = -\log_4 \left(\frac{\sqrt{5}+1}{2} \right)$ **4107.** 0, 1 **4108.** 0, -1 **4109.** 0, 1, 2
4110. $-\frac{1}{\log_2 \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2} \right)} = \frac{\lg 4,5}{\lg \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2} \right)}$ **4111.** $\frac{\pi}{2} + \pi n$ **4112.** 0, 9 **4113.** -0,2 **4114.** 13
4115. $\log_{\sqrt{2+\sqrt{3}}} 5$ **4116.** -2, 2 **4117.** -7, 7 **4118.** $\frac{1 \pm \sqrt{1+4\log_3+\sqrt{8}} 9}{2}$ **4119.** 1, 0,2
4120. 1, 2 **4121.** -4, 9 **4122.** 3, $-\frac{1}{3}$ **4123.** $\frac{9}{5}$, 3 **4124.** -1 **4125.** -1, 1, $\frac{1}{8}$ **4126.**
-1,2 **4127.** 0,4 **4128.** -1, $-\frac{1}{2}$ 6 **4129.** -5, 1, $-1 \pm \sqrt{6}$ **4130.** -1, $\log_{0,4} 5$ **4131.**
 $\frac{5}{6}$ **4132.** $2 \leq x \leq 4$ **4133.** 2 **4134.** 2 **4135.** 3 **4136.** 1 **4137.** 1 **4138.** -2; $\log_{\sqrt{4+\sqrt{15}}} 4$
4139. 2 **4140.** $\frac{\pi n}{2}$, $n \in \mathbb{Z}$ **4141.** πn , $n \in \mathbb{Z}$ **4142.** $\frac{\pi}{4} + \pi n$, $\arcsin \frac{\sqrt{5}-1}{2} + \pi + 2\pi n$
4143. $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}$, $-\arctg 2 + \pi n$, $\arctg(4 \pm \sqrt{13}) + \pi n$ **4144.** 0, $-\operatorname{tg} 1$ **4145.** -3
4146. -2, $[0, \infty)$ **4147.** 1, 2, 3 **4148.** $2, \log_2 \frac{-3+\sqrt{13}}{2}$ **4149.** ± 1 **4150.** 0, $\log_3 3$
4151. 1, 4 **4152.** 0 **4153.** $\frac{1}{3}$ **4154.** 2 **4155.** 32 **4156.** 8,5 **4157.** 0,125 **4158.** -81
4159. -3 **4160.** \emptyset **4161.** 0 **4162.** 9 **4163.** $\frac{10}{9}$ **4164.** 8 **4165.** 5 **4166.** $\sqrt[3]{3}$
4167. 0,01 **4168.** 3 **4169.** -4 **4170.** 2 **4171.** 1 **4172.** 125 **4173.** 14 **4174.** -2
4175. -2 **4176.** -1 **4177.** 1 **4178.** 0 **4179.** -13 **4180.** -9 **4181.** 100 **4182.** 1
4183. -84 **4184.** $-\frac{1}{2}$ **4185.** 21 **4186.** 3 **4187.** 0,5, 8 **4188.** 0,01, 0,1, 10, 100 **4189.**
10, 100 **4190.** 10; $\sqrt[3]{10}$ **4191.** $10^{-\frac{1}{6}}$, $10^{-\frac{1}{3}}$ **4192.** 2, $2^{-\frac{1}{9}} = \frac{1}{\sqrt[9]{2}}$ **4193.**
 ± 10 , $\pm \frac{1}{\sqrt[3]{10}}$ **4194.** -10 **4195.** $-\frac{1}{27}$ **4196.** -10000 **4197.** $\frac{1}{5}$, 5 **4198.** $\frac{1}{512}$

4199. $1; 10^{\pm\sqrt{\lg 13}}$. **4200.** $\sqrt[3]{6}; \sqrt[3]{6}$. **4201.** $\log_2 12; \log_2 201$. **4202.** 81. **4203.** $\frac{1}{5}$. **4204.**
 $4; \frac{1}{4}$. **4205.** -26; 28. **4206.** $\frac{1}{9}$; 9. **4207.** $81^{\log_8 12}$. **4208.** $\frac{19}{9}; 5$. **4209.** $\frac{1}{6}; \sqrt{6}$. **4210.**
 $\frac{1}{\sqrt{5}}; \frac{1}{5\sqrt{5}}$. **4211.** $2; \frac{1}{\sqrt[3]{16}}$. **4212.** $\frac{1}{3}; 27$. **4213.** $\frac{1}{4}; 16$. **4214.** 1; $\sqrt{27}$. **4215.** 10; 20.
4216. 0.01; 100. **4217.** $\frac{1}{10}; \sqrt[3]{100}; 100$. **4218.** $\cos 1$. **4219.** $\frac{1}{12}$. **4220.** -4. **4221.** 5.
4222. 7. **4223.** $\frac{1}{4}; 3$. **4224.** $\sqrt{3}; \frac{1}{\sqrt[3]{27}}$. **4225.** 1; 3; $3^{\frac{1}{4}}$. **4226.** $\frac{1}{5}; 125$. **4227.**
 $\{1\} \cup (5; +\infty)$. **4228.** $2^{-\frac{1}{9}}$. **4229.** $\frac{1}{49}$. **4230.** 125. **4231.** 1000. **4232.** 10.
4233. $b^{\log_8 4}; b^{\log_8 5}$. **4234.** $\frac{1}{8}; 8$. **4235.** $-\frac{11}{4}; -5; 3$. **4236.** $\frac{1}{7}; 1; 7$. **4237.** $\sqrt{2}; 2$.
4238. $-\frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$. **4239.** $\frac{\pi}{8} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$. **4240.** -1000; -1. **4241.** $\frac{3}{2}$. **4242.** $\frac{5}{4}$.
4243. $-\frac{5}{4}$. **4244.** $\frac{2}{9}$. **4245.** $\pm \frac{1}{2}$. **4246.** $\pm \frac{1}{3}$. **4247.** 3. **4248.** 0.5. **4249.** 0; $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.
4250. 8; $\frac{-23+\sqrt{34}}{9}$. **4251.** 1. **4252.** $\sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}$. **4253.** $[0; 1] \cup \{4\}$. **4254.** $(0; 1) \cup (1; 2] \cup \left\{\frac{5}{2}\right\}$.
4255. $\left\{\frac{1}{16}\right\} \cup [4; \infty)$. **4256.** $\log_{1+\sqrt{19}} 5$. **4257.** $-\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$. **4258.** $\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}_0$.
4259. $-\frac{5\pi}{3}$. **4260.** $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n = 0, \pm 1; \pm \frac{11\pi}{3}$. **4261.** $\frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{3}$. **4262.** 81. **4263.** 5.
4264. $7; \frac{1}{7}; 7^{\pm\frac{1}{\sqrt{2}}}$. **4265.** $-3 \pm \sqrt{23+4\sqrt{3}}$. **4266.** $-2 \pm 2\sqrt{34+4\sqrt{63}}$. **4267.**
 $-1 \pm 2\sqrt{4+\sqrt{3}}$. **4268.** $x=0; y=0$. **4269.** $x=n\pi, n \in \mathbb{Z}; y=1$. **4270.** $x=e;$
 $y=-\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$. **4271.** (2; 1). **4272.** (2; 3). **4273.** (1; 3); (3; 1). **4274.** (2; 2).
4275. (3; 4). **4276.** $\left(-2; \frac{1}{784}\right)$. **4277.** $\left(2; \frac{3}{2}\right)$. **4278.** (1; 2); (2; 1). **4279.** (1; 1); $\left(\frac{2}{3}; \frac{9}{4}\right)$.
4280. (1; 1); $\left(2; \frac{1}{8}\right)$. **4281.** (2; 16). **4282.** $\left(10^2; 10^{\frac{9}{4}}\right)$. **4283.** (1; 1); (8; $2\sqrt{2}$).
4284. (81; 6); $\left(\frac{1}{729}; -4\right)$. **4285.** (10; 7); (7; 10). **4286.** $\left(\frac{10}{7}; \frac{40}{7}\right); (-10; 40)$. **4287.**
 $(3; 1); \left(\frac{3}{8}; -\frac{1}{8}\right)$. **4288.** (3; -1); $\left(0; \log_2 \frac{9}{4}\right)$. **4289.** (7; 5). **4290.** (4; 32); (-1; 1). **4291.**
(20; 16). **4292.** (-2; 1). **4293.** (6; 2); $\left(6\sqrt{\frac{11}{31}}; 2\sqrt{\frac{31}{11}}\right)$. **4294.** $\left(\frac{\sqrt{3}+\sqrt{7}-2}{2}; \frac{\sqrt{3}-\sqrt{7}+2}{2}\right)$
 $\left(\frac{\sqrt{3}+\sqrt{7}+2}{2}; \frac{\sqrt{3}-\sqrt{7}-2}{2}\right)$. **4295.** $x > 1$. **4296.** $x \leq 2$. **4297.** $x < 4$. **4298.** $x < 3$. **4299.** $x \geq 5$.
4300. $x < -6$. **4301.** $x < 6$. **4302.** $x \geq 7$. **4303.** $x \in \mathbb{R}$. **4304.** \emptyset . **4305.** $x \in \mathbb{R}$.
4306. \emptyset . **4307.** $x > \log_3 2$. **4308.** $x \leq \log_5 4$. **4309.** $x \leq \log_{\frac{1}{3}} 7$. **4310.** $0 < x < 3$.
4311. $-1 \leq x \leq 2$. **4312.** $-3 \leq x \leq 5$. **4313.** $x > 3$. **4314.** $3 \leq x \leq 4$. **4315.** $x \leq 2$.

$$\begin{aligned}
& \mathbf{4316} \quad r < -3 \quad \mathbf{4317} \quad 1 \leq r < 4 \quad \mathbf{4318} \quad (-\infty, 1) \cup (1 + \infty) \quad \mathbf{4319} \quad \left(-\infty, \frac{7}{4}\right) \cup \left(\frac{8}{3}, \infty\right) \\
& \mathbf{4320} \quad [0, 9] \quad \mathbf{4321} \quad (-\infty - 9) \cup (5 + \infty) \quad \mathbf{4322} \quad (-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (3, +\infty) \quad \mathbf{4323} \quad x > 1 \\
& \mathbf{4324} \quad 1 < x \leq 2 \quad \mathbf{4325} \quad 2 < x \leq 6 \quad \mathbf{4326} \quad -2 < r \leq 0 \quad \mathbf{4327} \quad \left(\frac{7}{11}, \frac{5}{6}\right) \quad \mathbf{4328} \quad [-1, 0] \quad \mathbf{4329} \quad \emptyset \\
& \mathbf{4330} \quad \left(-\infty, -\frac{1}{9}\right) \quad \mathbf{4331} \quad \left(\frac{-7 - \sqrt{85}}{2}, -8\right) \cup \left(1, \frac{-7 + \sqrt{85}}{2}\right) \quad \mathbf{4332} \quad \left(\frac{1}{3}, 2\right) \quad \mathbf{4333} \quad (-\infty, -8) \\
& \mathbf{4334} \quad \left(0, \frac{5 - \sqrt{21}}{2}\right) \cup \left(\frac{5 + \sqrt{21}}{2}, 5\right) \quad \mathbf{4335} \quad (6, 8) \quad \mathbf{4336} \quad \left[-6, -\frac{2}{3}\right) \quad \mathbf{4337} \quad (-\infty, -7) \cup \left(\frac{19}{15}, \infty\right) \\
& \mathbf{4338} \quad (1, 5] \quad \mathbf{4339} \quad \left(\frac{1}{2}, 8\right) \quad \mathbf{4340} \quad (1, \sqrt[4]{6}) \quad \mathbf{4341} \quad \left[\frac{1}{256}, \frac{1}{2}\right) \quad \mathbf{4342} \quad (-\sqrt{7} - 1) \cup (1, \sqrt{7}) \\
& \mathbf{4343} \quad (1, 2) \quad \mathbf{4344} \quad [0, 2] \quad \mathbf{4345} \quad [0, 4) \quad \mathbf{4346} \quad (3, \infty) \quad \mathbf{4347} \quad (2, \infty) \quad \mathbf{4348} \quad (-1, 2) \\
& \mathbf{4349} \quad (0, 1) \cup (2, \infty) \quad \mathbf{4350} \quad (-\infty, 1) \cup [2, \infty) \quad \mathbf{4351} \quad [0, 5, +\infty) \quad \mathbf{4352} \quad (3, 6) \\
& \mathbf{4353} \quad (2, \log_5 2 + 6) \quad \mathbf{4354} \quad (\log_3 7 - 6, 5) \quad \mathbf{4355} \quad (2, \infty) \quad \mathbf{4356} \\
& (-2, 0) \cup (0, 2) \cup (2, 4) \quad \mathbf{4357} \quad (-\infty, -3) \cup (3, \infty) \quad \mathbf{4358} \quad \left[-1 - \frac{\sqrt{8}}{3}\right] \cup \left[\frac{\sqrt{8}}{3}, 1\right] \quad \mathbf{4359} \\
& \left(-\infty, \frac{11}{9}\right] \quad \mathbf{4360} \quad (-1, 0) \quad \mathbf{4361} \quad (0, 5, 2) \quad \mathbf{4362} \quad (-\infty - 1) \cup [2, 3] \quad \mathbf{4363} \quad (-1, 1) \quad \mathbf{4364} \\
& \left(-\infty; \log_{\sqrt{6 - \sqrt{35}}} 6\right) \cup (2, +\infty) \quad \mathbf{4365} \quad \left(-2, \frac{1 - \sqrt{21}}{2}\right) \cup \left(\frac{1 + \sqrt{21}}{2}, 3\right) \quad \mathbf{4366} \quad (3^{\log_{0.7} 0.25}, \infty) \Leftrightarrow \\
& \Leftrightarrow \left(3^{\frac{\lg 4}{\lg(4/3)}}, \infty\right) \quad \mathbf{4367} \quad [3, 9] \quad \mathbf{4368} \quad (0, 10) \cup (1000, \infty) \quad \mathbf{4369} \quad \left[\frac{6}{7}, 1\right) \quad \mathbf{4370} \\
& (-\infty, 0) \cup (1, \log_3 4) \quad \mathbf{4371} \quad \left(0, \frac{1}{2}\right] \cup (8, 16] \quad \mathbf{4372} \quad \left(\frac{1}{100}, 1\right) \cup (1, 100) \quad \mathbf{4373} \\
& (0, 1) \cup [\sqrt[3]{2}, 2] \quad \mathbf{4374} \quad \left(0, \frac{1}{3}\right) \cup (1, 9\sqrt{3}) \quad \mathbf{4375} \quad (1, 343) \quad \mathbf{4376} \quad \left(\frac{1}{\sqrt[3]{3}}, 1\right) \cup (9, \infty) \\
& \mathbf{4377} \quad \left(0, \frac{1}{2}\right) \cup (32, \infty) \quad \mathbf{4378} \quad \left(0, \frac{1}{2}\right] \cup [8, \infty) \quad \mathbf{4379} \quad 0 \quad \mathbf{4380} \quad (-2, 2) \cup (4, \infty) \\
& \mathbf{4381} \quad (1, 3) \cup (3, \infty) \quad \mathbf{4382} \quad x \in (-3, -2) \cup (0, +\infty) \quad \mathbf{4383} \quad r \in (0, 1) \cup (2, +\infty) \quad \mathbf{4384} \\
& (-\infty, 3) \cup (7, 8) \quad \mathbf{4385} \quad \left(\frac{1}{64}, \frac{7}{6}\right) \quad \mathbf{4386} \quad \{0, 7\} \cup (1, \infty) \quad \mathbf{4387} \quad (-\infty, -4) \cup (-\sqrt{10}, -3) \cup \\
& \cup (3, \sqrt{10}) \cup [4, \infty) \quad \mathbf{4388} \quad [-1, 1] \quad \mathbf{4389} \quad [\log_3 4, 3] \quad \mathbf{4390} \quad (-\infty, 0) \cup \left(\log_{\frac{5}{9}} \frac{1}{3}, \infty\right) \\
& \mathbf{4391} \quad (\log_2 6, 3] \quad \mathbf{4392} \quad \left(\frac{1 - \sqrt{13}}{2}, -1\right) \cup \left(2, \frac{1 + \sqrt{13}}{2}\right) \quad \mathbf{4393} \quad \left(-\frac{8}{7}, -\frac{1}{7}\right) \cup \left(-\frac{1}{7}, \frac{6}{7}\right) \quad \mathbf{4394} \\
& \left(\frac{3}{7}, \log_2 2\right) \cup (1, +\infty) \quad \mathbf{4395} \quad [0, \log_2 3) \cup \left(\frac{5}{2}, +\infty\right) \quad \mathbf{4396} \quad (-1, 0) \cup (2, 3) \quad \mathbf{4397} \\
& x > \frac{1 + \sqrt{41}}{2}, \quad r \neq 2\pi n \quad n \in \mathbb{N} \quad \mathbf{4398} \quad (-\infty - \sqrt[4]{10}) \cup (-1, 0) \cup (0, 1) \cup (\sqrt[4]{10}, \infty) \\
& \mathbf{4399} \quad \left(-\infty - \frac{5}{3}\right] \cup \left[0, \frac{1}{3}\right) \quad \mathbf{4400} \quad (0, 0,49] \quad \mathbf{4401} \quad (0, 100) \quad \mathbf{4402} \quad \left(\frac{1}{3}, 1\right) \cup (1, 3)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \mathbf{4403} \left(0; \frac{1}{5}\right] \cup [5, \infty) \quad \mathbf{4404} (\log_3 2, 1] \cup [2, +\infty) \quad \mathbf{4405}. (-1, 0) \quad \mathbf{4406}. (0, 1) \quad \mathbf{4407}. \\
& \left(0, \frac{1}{2}\right] \cup [1, \infty) \quad \mathbf{4408}. \left[\frac{1}{3}, 1\right] \quad \mathbf{4409}. \frac{1}{2} \quad \mathbf{4410}. \frac{1}{3} \quad \mathbf{4411}. (-\infty, -1] \cup \\
& \cup \left[-\frac{4}{5}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cup \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, 1\right) \quad \mathbf{4412} \left(0; \frac{1}{3}\right) \cup (1, 2) \quad \mathbf{4413} \left(-\infty; \frac{2}{3}\right] \cup \left[2, \frac{9}{4}\right) \\
& \mathbf{4414} \left(2, \frac{5}{2}\right) \cup (3, \infty) \quad \mathbf{4415}. (5, 6] \cup [23, \infty) \quad \mathbf{4416}. [-2, -\sqrt{3}] \cup (\sqrt{3}, 18] \cup [2, \infty) \\
& \mathbf{4417}. \left[\frac{3}{2}, 2\right] \cup [3, +\infty) \quad \mathbf{4418}. \left(1, 3 - \sqrt{3}\right) \cup (5, +\infty) \quad \mathbf{4419}. \left(-\frac{5}{2}, -2\right) \cup (-1, \infty) \quad \mathbf{4420}. \\
& (4, 5) \cup (6, 7) \quad \mathbf{4421}. (-2, 1 - \sqrt{8}) \cup (4, 6) \quad \mathbf{4422}. (-\infty, -2] \cup [0, 1) \quad \mathbf{4423}. \\
& \left[0, \frac{1}{2}\right] \cup [2, \infty) \quad \mathbf{4424}. [-2, -\sqrt{3}) \quad \mathbf{4425}. \left[-\frac{1}{4}, 0\right) \quad \mathbf{4426}. (-\infty, 1) \cup \left(\frac{3}{2}, 2\right) \cup (2, 3) \\
& \mathbf{4427}. (-\infty, -\sqrt{2}) \cup \left(\frac{6}{5}, \sqrt{2}\right) \quad \mathbf{4428}. [-5, 2] \quad \mathbf{4429}. \left[-\frac{3}{2}, -1\right] \quad \mathbf{4430}. \\
& (-6, -3] \cup [6, 7.5) \quad \mathbf{4431}. (-\infty, -9] \cup [-5, -3] \cup [5, \infty) \quad \mathbf{4432}. [0, 4) \quad \mathbf{4433}. [2, 18) \\
& \mathbf{4434}. (-\infty, 0] \quad \mathbf{4435}. \left(0; \frac{1}{6}\right] \cup (1, \sqrt[3]{6}] \quad \mathbf{4436}. 1) \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right) \cup (1, \infty), 2) \left[\frac{1}{6}; \frac{2}{5}\right) \quad \mathbf{4437}. \\
& \left[\frac{1}{2}, 1\right) \cup \left[2, \frac{7}{2}\right) \quad \mathbf{4438}. (-6, -2) \cup (-1, 0) \cup (0, 1) \cup (3, \infty) \quad \mathbf{4439}. \left(-\frac{4}{3}, -1\right) \cup (-1, 0) \cup (0, 4) \\
& \mathbf{4440}. \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 1\right) \quad \mathbf{4441}. \left(-\frac{5}{4}, -\frac{5}{9}\right) \cup \left(-\frac{1}{3}, 0\right) \cup \left(0, \frac{1}{3}\right) \cup (1, +\infty) \\
& \mathbf{4442}. \left(0, \frac{1}{2}\right) \cup (1, +\infty) \quad \mathbf{4443}. (0, 1) \cup (1, 2) \cup (2, 3) \cup (4, \infty) \quad \mathbf{4444}. (3, \infty) \quad \mathbf{4445}. \\
& (-3, 1] \cup (2, 3) \cup (3, 4) \cup [6, +\infty) \quad \mathbf{4446}. (-\sqrt{3}, -\sqrt{2}) \cup [-1, 1) \quad \mathbf{4447}. \left(0; \frac{1}{2}\right) \cup (1, 5) \\
& \mathbf{4448}. \left(0, \frac{1}{2}\right) \cup (1, 2) \quad \mathbf{4449}. \left(0, \frac{2}{3}\right) \quad \mathbf{4450}. (-1, 0) \cup \left[\frac{1}{2}, 2\right) \cup (2, \infty) \quad \mathbf{4451}. (1, \infty) \quad \mathbf{4452}. (0, 1). \\
& \mathbf{4453}. (0, 1) \cup (2, \infty) \quad \mathbf{4454}. \left(\frac{8}{3}, 3\right) \quad \mathbf{4455}. \left(\frac{85}{4}, \infty\right) \quad \mathbf{4456}. \left(10, \frac{45}{4}\right] \cup (15, 18) \\
& \mathbf{4457}. \left(\frac{-1 - \sqrt{13}}{2}, -2\right) \cup \left(-2, \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(0, \frac{\sqrt{5} - 1}{2}\right) \quad \mathbf{4458}. \left(3\sqrt{2}, \frac{1}{3}\right) \cup (1, 3\sqrt{2}) \\
& \mathbf{4459}. \left(0, \frac{1}{9}\right) \cup \left(1, \frac{5}{4}\right) \quad \mathbf{4460}. \left(0, \frac{3 - \sqrt{5}}{2}\right) \cup \left[\frac{5}{2}, \frac{3 - \sqrt{5}}{2}\right) \quad \mathbf{4461}. \left[\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right) \\
& \mathbf{4462}. x \in (1 - \sqrt{6}, -1] \cup \left(-\frac{1}{2}, 0\right) \cup \left(0, \frac{1}{2}\right) \cup [\sqrt{5}, 1 + \sqrt{6}) \quad \mathbf{4463}. (1, 3) \cup [27, +\infty) \\
& \mathbf{4464}. \left(\log_{81} 7, \frac{1}{2}\right] \cup (1, \infty) \quad \mathbf{4465}. (0, \sqrt{3} - 1) \cup (\sqrt{7}, \sqrt{3} + 1) \Leftrightarrow (0, \sqrt{4 - \sqrt{12}}) \cup \\
& \cup (\sqrt{7}, \sqrt{4 + \sqrt{12}}) \quad \mathbf{4466}. [-1, 0] \cup \left[\frac{3}{5}, \frac{2}{3}\right) \quad \mathbf{4467}. [-1, 0) \cup (0, 1] \quad \mathbf{4468}. (0, 2) \cup \\
& \cup (4, 6) \cup (6, 18) \cup (19, \infty) \quad \mathbf{4469}. \left[-1, \frac{2}{3}\right) \cup [1, 2) \cup \left(2, \frac{10}{3}\right) \quad \mathbf{4470}. (0, 1) \cup [4, 7) \cup (7, 10] \\
& \mathbf{4471}. (1 - \sqrt{6}, 2 - \sqrt{10}) \cup (1 + \sqrt{6}, 2 + \sqrt{10}) \quad \mathbf{4472}. \left(0, \frac{1}{\sqrt[3]{3}}\right] \cup [\sqrt{3}, \infty) \quad \mathbf{4473}. \left(\frac{3 + \sqrt{5}}{2}, 3\right) \quad \mathbf{4474}.
\end{aligned}$$

$(1; 3)$ **4475.** $[-3; -2] \cup \{2\} \cup \{3\}$. **4476.** 3 . **4477.** 1 . **4478.** $(-1; +\infty)$. **4479.** $\left[\frac{1}{e}; 1\right]$.
4480. $\left(-\frac{5}{2}; -\frac{1+\sqrt{13}}{2}\right) \cup \left(\frac{1+\sqrt{13}}{2}; \frac{5}{2}\right)$ **4481.** $\left(2\pi n, \frac{\pi}{6} + 2\pi n\right) \cup \left(\frac{5\pi}{6} + 2\pi n, \pi + 2\pi n\right) n \in \mathbb{Z}$ **4482.** $\left(\pi n, \arctg \frac{1}{3} + \pi n\right) \cup \left[\frac{\pi}{3} + \pi n, \frac{\pi}{2} + \pi n\right) n \in \mathbb{Z}$ **4483.** $\left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi k; -\frac{\pi}{3} + 2\pi k\right) \cup \left(\frac{\pi}{3} + 2\pi k; \frac{\pi}{2} + 2\pi k\right) k \in \mathbb{Z}$. **4484.** $\frac{1}{4} + n \leq x < \frac{1}{2} + n, n \in \mathbb{Z}$;
 $-\frac{1}{2} + k < x \leq k, k \in \mathbb{Z}$. **4485.** $\left(\frac{\pi}{4} + \pi n, \frac{\pi}{3} + \pi n\right], n \in \mathbb{Z}$. **4486.** $\arctg \frac{1}{2} + \pi n < x \leq \frac{\pi}{4} + \pi n$.
4487. $\left(-\pi + 2\pi n, -\frac{3\pi}{4} + 2\pi n\right) \cup \left(\frac{\pi}{4} + 2\pi n, \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right) n \in \mathbb{Z}$ **4488.** $\bigcup_{n \in \mathbb{Z}} \left(2\pi n; \frac{2\pi}{3} + 2\pi n\right) \cup \left(-\frac{\pi}{6}; 0\right)$. **4489.** $\bigcup_{n \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}} \left(\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \pi + 2\pi n\right) \cup \left(\frac{\pi}{4}; 1\right) \cup \left(1; \frac{\pi}{2}\right) \cup [2; \pi)$. **4490.**
 $\bigcup_{n \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}} \left(-\frac{\pi}{6} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right) \cup \left(-\frac{\pi}{6}; 1\right] \cup \left(\frac{\pi}{2}; 2\right)$. **4491.** $\bigcup_{n \in \mathbb{Z}} \left((-\arccos \frac{\sqrt{6}}{4} + 2\pi n; -\frac{\pi}{6} + 2\pi n) \cup \left(\frac{\pi}{6} + 2\pi n; \arccos \frac{\sqrt{6}}{4} + 2\pi n\right)\right)$. **4492.** $\bigcup_{n \in \mathbb{Z}} \left(\left(\left(2\pi n; \frac{\pi}{6} + 2\pi n\right) \cup \left(\frac{5\pi}{6} + 2\pi n; \pi + 2\pi n\right)\right) \cup \left(\arcsin \frac{\sqrt{13}-1}{4} + 2\pi n; \frac{\pi}{3} + 2\pi n\right) \cup \left(\frac{2\pi}{3} + 2\pi n; \pi - \arcsin \frac{\sqrt{13}-1}{4} + 2\pi n\right)\right)$.
4493. $\bigcup_{n \in \mathbb{Z}} \left(\left(\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \pi + 2\pi n\right) \cup \left(\arctg 5 + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right)\right)$.
4494. $(3; \pi) \cup \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{3\pi}{2}; 5\right)$. **4495.** $(-3; -2) \cup [-1; 3)$. **4496.** $\left[\log_2 \frac{4}{3}; 1\right)$.
4497. $(-\infty; -4) \cup (-2; 1] \cup [7; \infty)$. **4498.** $\{-7\} \cup [-6.3; -6) \cup (-6; -5]$ **4499.** $(-1; 0)$.
4500. $(0; 0.8] \cup \{2\}$. **4501.** $(-\infty; -2] \cup \{-1\} \cup [0; \infty)$. **4502.** $(-3; 1] \cup [3; 4]$. **4503.** $[0; 1)$.
4504. $(1; 2] \cup (3; \infty)$. **4505.** $(-\infty; -1) \cup (-1; 3 - \sqrt{15}) \cup [7; \infty)$ **4506.**
 $(-\infty; 2] \cup (5 + \sqrt{8}; 8) \cup (8; +\infty)$. **4507.** $x \in \left(\frac{3}{2}; 2\right] \cup \left[\frac{5}{2}\right)$. **4508.** $x \in \left\{\frac{3}{2}\right\} \cup \left[2; \frac{5}{2}\right)$.
4509. $\left[-\frac{1}{3}; 0\right) \cup \left(\frac{1}{5}; \frac{3-\sqrt{3}}{6}\right)$. **4510.** $[0; \sqrt[4]{2}-1) \cup \left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}; \infty\right)$. **4511.** 2 . **4512.** 0 .
4513. $\left(-1; \frac{1}{3}\right]$. **4514.** $\left(-1; -\frac{1}{2}\right)$ **4515.** $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; y = \frac{1}{e}$. **4516.** $x = 0$;
 $y = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$. **4517.** $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}; y = \frac{1}{2}$. **4518.** $x = 0; y = \pi n, n \in \mathbb{Z}$.
4519. $0 < x < 1, 0 < y < x; 0 < x < 1, y > 1; x > 1, 1 < y < x; -1 < x < 0,$
 $0 < y < -x; -1 < x < 0, y > 1; x < -1, 1 < y < -x$. **4520.** При $a \leq -1$ розв'язків немає; при $-1 < a \leq 0$ $x = \log_5(a+1)$; при $a > 0$ $x_1 = \log_5 a, x_2 = \log_5(a+1)$.
4521. $x = 4^{3 + \log_a 4}$ при $a > 0, a \neq \frac{1}{\sqrt[3]{4}}, a \neq 1$; розв'язків немає при $a \leq 0$,
 $a = \frac{1}{\sqrt[3]{4}}, a = 1$. **4522.** При $a = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$ $x = -\frac{5+\sqrt{3}}{2}$; при $a = \frac{1-\sqrt{3}}{2}$ $x = \frac{-5+\sqrt{3}}{2}$.

4523. \emptyset при $a < 0$; $x = 2$ при $a = 0$; $x = a + 2 \pm 2\sqrt{a}$ при $0 < a < 1$; $x = a + 2 + 2\sqrt{a}$ при $a \geq 1$. **4524.** $\left(-a^3; -\frac{1}{a}\right)$ при $a \in (-\infty; 0)$; $\left(a^3; \frac{1}{a}\right)$ при $a \in (0; +\infty)$; розв'язків немає при $a = 0$. **4525.** При $a \in \left(0; \frac{1}{\sqrt[3]{36}}\right)$. **4526.** 1) $a \in (-\infty; 0) \cup \{4\}$; 2) $a \in (-\infty; 0) \cup \{16\}$. **4527.** При $a \in \left[-\frac{1}{2}; -\frac{3}{22}\right] \cup \{1\}$. **4528.** $a \in (-\infty; 0) \cup \left\{\frac{1}{2}\right\}$. **4529.** При $a \in (-\infty; -1) \cup \left\{-\frac{3}{4}\right\}$. **4530.** При $a \in \left(\frac{1}{e}; +\infty\right)$. **4531.** При $a \in \left(-\frac{2}{e}; 0\right)$ рівняння має два розв'язки; при $a \in \left\{-\frac{2}{e}\right\} \cup [0; \infty)$ рівняння має один розв'язок; при $a \in \left(-\infty; -\frac{2}{e}\right)$ рівняння не має розв'язків. **4532.** При $a \in \left(0; \frac{4}{e^2}\right)$ рівняння має три розв'язки; при $a = \frac{4}{e^2}$ рівняння має два розв'язки; при $a \in \{0\} \cup \left(\frac{4}{e^2}; +\infty\right)$ рівняння має один розв'язок; при $a \in (-\infty; 0)$ рівняння не має розв'язків. **4533.** 1) $a = 0$; 2) $a = \frac{4}{3}$. **4534.** При $a < 0$ $x \in \left(-\infty; \log_2\left(-\frac{a}{2}\right)\right)$; при $a = 0$ розв'язків немає; при $a > 0$ $x \in \left(-\infty; \log_2 \frac{a}{4}\right)$. **4535.** При $a \in (0; 1)$ $x \in \left(a^4; \frac{1}{a}\right)$; при $a \in (1; \infty)$ $x \in \left(\frac{1}{a}; a^4\right)$; при $a \in (-\infty; 0) \cup \{1\}$ розв'язків немає. **4536.** При $x \in \left(1; \frac{1 + \sqrt{1 + 4a^2}}{2}\right)$; при $a \in (1; \infty)$ $x \in \left(\frac{1 + \sqrt{1 + 4a^2}}{2}; +\infty\right)$. **4537.** $x \in \left(0; 3^{\frac{-a + \sqrt{-a}}{a}}\right] \cup \left(\frac{1}{3}; 3^{\frac{-a - \sqrt{-a}}{a}}\right]$ **4538.** $\left(2a + 3; \frac{7a - 13}{3}\right]$ при $a > -4$; \emptyset при $a \leq -4$. **4539.** При $a \in (0; 1)$ $x \in (0; a) \cup \left(\frac{1}{a}; \infty\right)$; при $a \in (1; \infty)$ $x \in \left(\frac{1}{a}; 1\right) \cup (1; a)$. **4540.** При $a \leq 2$ розв'язків немає; при $2 < a \leq 3$ $x \in \left(-\frac{3}{2}; \frac{a-5}{2}\right) \cup (-1; +\infty)$; при $a > 3$ $x \in \left(-\frac{3}{2}; -1\right) \cup \left(\frac{a-5}{2}; +\infty\right)$. **4541.** При $a \leq 0$ и при $a = 1$ розв'язків немає; при $0 < a < 1$ $x \in (a + 3; 4)$; при $a > 1$ $x \in (4; a + 3)$. **4542.** $x \in \log_a \left[4 + \sqrt{16 + a^2}; \log_a 8\right)$ при $a \in (0; 1)$; $x \in \log_a \left[4 + \sqrt{16 + a^2}; +\infty\right)$ при $a \in (1; \infty)$; $x \in \emptyset$ при $a \in (-\infty; 0] \cup \{1\}$. **4543.** При $a \in (-\infty; \sqrt{2})$. **4544.** При $a = \pm\sqrt{2}$ $x = 2$.

Розділ 12. Елементи диференціального числення

4545. 1. **4546.** -9. **4547.** $15x^4$. **4548.** $6x - 5$. **4549.** 0. **4550.** $-3x^{-4} = -\frac{3}{x^4}$. **4551.** $\frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}} = 1,5\sqrt{x}$. **4552.** $x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{x}}$. **4553.** $\frac{5}{2}x^{\frac{3}{2}} = 2,5x\sqrt{x}$. **4554.** $\frac{5}{7}x^{-\frac{2}{7}} + 3$. **4555.**

$$\begin{aligned}
& -\frac{1}{2}x^{-\frac{3}{2}}+1 \quad \mathbf{4556.} \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad \mathbf{4557.} \frac{1}{2\sqrt{x}}+\frac{1}{x^2} \quad \mathbf{4558.} -x-\frac{8}{x^2} \quad \mathbf{4559.} -\frac{3}{4}x^{-\frac{7}{4}} \quad \mathbf{4560.} 20x- \\
& -7 \quad \mathbf{4561.} \sin x+x\cos x \quad \mathbf{4562.} 2x\cos x-x^2\sin x \quad \mathbf{4563.} e^1(1+x) \quad \mathbf{4564.} e^1(\cos x-\sin x) \\
& \mathbf{4565.} -\frac{2}{(x-1)^2} \quad \mathbf{4566.} \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2} \quad \mathbf{4567.} \frac{7}{(1-5x)^2} \quad \mathbf{4568.} \frac{1}{1+\cos x} \quad \mathbf{4569.} \frac{2(1+x^2)}{(1-x^2)^2} \\
& \mathbf{4570.} -\frac{x^2+2x+3}{x^4} \quad \mathbf{4571.} -\frac{5}{x^2}-x^{-\frac{3}{2}}-x^{-\frac{4}{3}} \quad \mathbf{4572.} \frac{x-1}{2x\sqrt{x}} \quad \mathbf{4573.} -9(x+1)^{-10} \\
& \mathbf{4574.} -25(x-2)^{-6} \quad \mathbf{4575.} 3ax^2+2bx \quad \mathbf{4576.} 70(ax^3+bx^2+c)^{69}(3ax^2+2bx) \\
& \mathbf{4577.} 14x(1-x^2)^8 \quad \mathbf{4578.} \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \quad \mathbf{4579.} \frac{2x}{3\sqrt[3]{(x^2-1)^2}} \quad \mathbf{4580.} \frac{x^4}{\sqrt[3]{(a^5-x^5)^6}} \\
& \mathbf{4581.} 6x^{-\frac{2}{3}}(1+\sqrt[3]{x})^{17} \quad \mathbf{4582.} \frac{x^3+2ax^2}{\sqrt{(x^2+a^2)^3}} \quad \mathbf{4583.} -\frac{2x}{3\sqrt[3]{(1+x^2)^4}} \quad \mathbf{4584.} \frac{1}{x} \quad \mathbf{4585.} \frac{4}{3+4x} \\
& \mathbf{4586.} \operatorname{ctg} x \quad \mathbf{4587.} \frac{\cos \sqrt{x}}{2\sqrt{x}} \quad \mathbf{4588.} \frac{\cos x}{2\sqrt{\sin x}} \quad \mathbf{4589.} \frac{1}{\operatorname{tg} x \cos^2 x} = \frac{2}{\sin 2x} \quad \mathbf{4590.} \\
& -2\alpha x^{-3} \cos\left(\frac{\alpha}{x^2}\right) \quad \mathbf{4591.} \frac{\cos \sqrt{2x}}{\sqrt{2x}} \quad \mathbf{4592.} \frac{\sin x}{\cos^2 x} \quad \mathbf{4593.} \left(4\sqrt{\operatorname{tg} \frac{x}{2}} \cos^2 \frac{x}{2}\right)^{-1} \quad \mathbf{4594.} \\
& \sin 2x \quad \mathbf{4595.} -\sin 2x \quad \mathbf{4596.} 12e^{12x} \quad \mathbf{4597.} -e^{-x} \quad \mathbf{4598.} -2xe^{-x} \quad \mathbf{4599.} 3x^2 9^{x^3} \ln 9 \\
& \mathbf{4600.} 5^{\operatorname{tg} x} (\ln 5) \cos^2 x \quad \mathbf{4601.} -7 \sin 7xe^{\cos 7x} \quad \mathbf{4602.} 5(x^4-1)2^{x^3-5x} \ln 2 \quad \mathbf{4603.} \\
& -\frac{10}{(\ln 10) \sin 10x} \quad \mathbf{4604.} -\frac{\ln a}{x \ln^2 x} \quad \mathbf{4605.} \frac{4x}{(2x^2+1) \ln 3} \quad \mathbf{4606.} 15(\sin x + \cos x)^{14} \\
& (\cos x - \sin x) \quad \mathbf{4607.} \frac{5x - \operatorname{tg} 5x \cos^2 5x}{5x^4 \cos^2 5x} = \frac{10x - \sin 10x}{10x^3 \cos^2 5x} \quad \mathbf{4608.} -\frac{\operatorname{tg} x}{2\sqrt{\ln \cos x}} \\
& \mathbf{4609.} -\frac{3}{4}(1+\cos^3 x)^{\frac{3}{4}} \cos^2 x \sin x \quad \mathbf{4610.} 4x(x^2-1) \quad \mathbf{4611.} e^{(x+1)(x-1)^2}(x-1)(3x+1) \\
& \mathbf{4612.} -20x(a+b)^4(1+2x^2)^6 \quad \mathbf{4613.} \frac{2\sqrt{x}+1}{4\sqrt{x}(x+\sqrt{x})} \quad \mathbf{4614.} \frac{\operatorname{tg}^8 x}{(m^2+n^2) \cos^2 x} \quad \mathbf{4615.} \\
& \frac{\ln x}{x\sqrt{1+\ln^2 x}} \quad \mathbf{4616.} \frac{9\operatorname{tg}^2 x}{\cos^2 x}(5+\operatorname{tg}^3 x)^2 \quad \mathbf{4617.} \frac{1+2x^2}{x(1+x^2)} \quad \mathbf{4618.} -\sin 4x \quad \mathbf{4619.} -1.5 \sin 4x \\
& \mathbf{4620.} \frac{2}{(\sin x + \cos x)^2} = \frac{1}{\sin^2(x+\pi/4)} \quad \mathbf{4621.} \frac{1}{x(1-x^2)} \quad \mathbf{4622.} -\frac{\sin \lg 3x}{x \ln 10} \quad \mathbf{4623.} \cos x \\
& \mathbf{4624.} \frac{4x^3+1}{(x^4+x) \ln(x^4+x)} \quad \mathbf{4625.} \frac{2x}{\cos^2(x^2)} \quad \mathbf{4626.} \frac{6\operatorname{tg} 3x}{\cos^2 3x} \quad \mathbf{4627.} \frac{\operatorname{tg} \sqrt{x}}{\sqrt{x} \cos^2 \sqrt{x}} \\
& \mathbf{4628.} \cos(\sin x) \cos x \quad \mathbf{4629.} \frac{x \cos \sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1+x^2}} \quad \mathbf{4630.} 4 \sin 2x(1+\sin^2 x)^3 \quad \mathbf{4631.} 2\operatorname{ctg} x \\
& \mathbf{4632.} \frac{81 \lg^2 x}{x \ln 10} \quad \mathbf{4633.} -3 \cos(\cos^2(\operatorname{tg}^3 x)) \sin(2\operatorname{tg}^3 x) \operatorname{tg}^2 x \cos^2 x \quad \mathbf{4634.} \cos(\sin(\sin x)) \\
& \cos(\sin x) \cos x \quad \mathbf{4635.} \frac{21}{(x+6)(x-15) \ln 10} \quad \mathbf{4636.} \frac{1-4x}{5\sqrt[3]{x^4(1-x)^2}} \quad \mathbf{4637.} 2x \sin(2x^2) \\
& \mathbf{4638.} \operatorname{tg} x \quad \mathbf{4639.} \frac{3x^2 \sqrt[4]{x^3}+1}{2\sqrt[4]{x^3} \sqrt{x^3-1}+4\sqrt{x}} \quad \mathbf{4640.} -3 \sin(2 \cos 3x) \sin 3x \quad \mathbf{4641.} -\frac{\ln 5}{x \ln^2 x}
\end{aligned}$$

4642. $e^{\ln x} (\ln x + 1) = x^x (\ln x + 1)$ **4643.** $\frac{2 \sin 2x}{\cos^2 2x}$ **4644.** $\frac{1}{\sqrt{a^2 + x^2}}$ **4645.**
 $-x^{-2} \operatorname{tg}\left(\frac{x-1}{x}\right)$ **4646.** $\frac{2}{\sqrt{x^2 + a^2}}$ **4647.** $\frac{x+1}{x^3-1}$ **4648.** $-\frac{50x}{(x^2-25)^2}$ **4649.** 1 **4651.**
3 **4652.** 0 **4653.** 0 **4654.** 1 **4655.** 64. **4656.** -0,2. **4657.** -0,5. **4658.** 2,5 **4659.**
12. **4660.** $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ **4661.** 0. **4662.** 0 **4663.** 2 **4664.** 4 **4665.** 7. **4666.** -1 **4667.** $-\sqrt{\frac{\pi}{6}}$
4668. 0 **4669.** $x_1 = 0; x_2 = 5$ **4670.** 57. **4671.** 3. **4672.** -10 **4673.** 1.
4674. $y = 2x - 1$. **4675.** $y = 12x - 16$ **4676.** $y = 4x + 2$. **4677.** $y = -\frac{x}{2} - 2$.
4678. $y = -2x + 1$. **4679.** $y = \frac{3}{16} - \frac{(x-2)\ln 2}{8}$. **4680.** $y = -1 - 6\left(x + \frac{\pi}{12}\right)$ **4681.**
 $y = 2x + 2$. **4682.** $y = \left(\frac{97}{162} - 18\sqrt{3}\right)x + \frac{85}{18} + 81\sqrt{3}$ **4683.** 45° **4684.**
 $\left(\frac{1}{\sqrt[4]{27}}; \frac{1}{\sqrt[4]{3}}\right); \left(-\frac{1}{\sqrt[4]{27}}; -\frac{1}{\sqrt[4]{3}}\right)$ **4685.** 0. **4686.** 135° **4687.** 45° **4689.** 135° . **4690.**
 $\left(\frac{1}{2}; -\frac{15}{32}\right)$ **4691.** $\left(2; \frac{1}{2}\right)$ **4692.** $(-1; 0)$ **4693.** $y = -6x + 5$ **4694.** $y = -9$ **4695.** $y = 5$.
4696. $y = 9x - 34; y = 9x + 74$. **4697.** $(2; 1)$ **4698.** $y = -2; y = \frac{8x}{3} - \frac{10}{9}$ **4699.**
 $y = -x - 2 + \ln 4$. **4700.** $\frac{3\pi}{4} - \arctg 2 = \arctg 3$ **4701.** 30° **4702.** $(-4; -3); (-12; 5)$. **4703.**
 30° . **4704.** $\frac{\pi}{4}$ і $\frac{3\pi}{4}$ в точках $x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}, x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ відповідно **4705.** $\arctg 2$ і
 $\pi - \arctg 2$ в точках $x = \mp \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ відповідно. **4706.** $\arctg(2\sqrt{2}) =$
 $= 2 \arctg(1/\sqrt{2})$. **4707.** $y = x + 4$ і $y = -x + 4$. **4708.** 4 кв. од. **4709.** $(0; 2)$. **4710**
 $y = 2x - 1$ **4711.** $y = 12x - 8$ и $y = -12x - 8$. **4712.** В точках $\left(\sqrt{\frac{c}{a}}; 2c + b \cdot \sqrt{\frac{c}{a}}\right),$
 $\left(-\sqrt{\frac{c}{a}}; 2c - b \cdot \sqrt{\frac{c}{a}}\right)$ при $ac > 0$; в точці $(0; 0)$ при $c = 0$; при $ac < 0$ задача роз-
в'язків немає. **4713.** При $a < 0$ шуканих дотичних не існує; при $a = 0$ існує одна
дотична $y = -2x$; при $a > 0$ існує дві дотичні, рівняння яких $y = -2(\sqrt{a} + 1)x + a$ і
 $y = -2(-\sqrt{a} + 1)x + a$. **4714.** $k = \frac{25}{16}$. **4715.** $y = \frac{13-x}{3}$ і $y = \frac{9x-37}{13}$. **4716.** $\frac{7}{2}\sqrt{5}$,
або $\frac{1}{2}\sqrt{5}$, або 0. **4717.** -35; 29. **4718.** 3 точок прямої $y = -\frac{1}{4}$. **4719.** 1) $y = 8x + 4$;
2) $y = 4x + 3$ і $y = 8x + 3$; 3) $y = 1$ і $y = -12x + 13$. **4720.** 1. **4721.** Зростає
при $x \in (-\infty; \infty)$. **4722.** Спадає при $x \in (-\infty; 0)$; Зростає при $x \in (0; \infty)$ **4723.** Спа-
дає при $x \in (-\infty; 0)$; $x \in (0; \infty)$ **4724.** Спадає при $x \in (-\infty; -1)$, $x \in (-1; \infty)$. **4725.**
Зростає при $x \in (-\infty; -0,5)$; спадає при $x \in (-0,5; \infty)$ **4726.** Спадає
при $x \in (-\infty; -0,5)$, $x \in (1; \infty)$; зростає при $x \in (-0,5; 1)$ **4727.** Спадає при $x \in (0; 3)$;
зростає при $x \in (-3; 0)$ **4728.** Спадає при $x \in (-\infty; 0)$, $x \in (2; \infty)$; зростає
при $x \in (0; 2)$ **4729.** Спадає при $x \in \left(-\infty; \frac{5}{3}\right)$, $x \in (5; \infty)$; зростає при $x \in \left(\frac{5}{3}; 5\right)$
4730. Зростає при $x \in (-\infty; -1)$, $x \in (3; \infty)$; спадає при $x \in (-1; 3)$ **4731.** Зрос-

тає при $x \in \left(-\infty, -\frac{1}{\sqrt[3]{2}}\right)$, спадає при $x \in \left(-\frac{1}{\sqrt[3]{2}}, \infty\right)$ **4732** Спадає при $x \in (-\infty, 0)$, $x \in (1, 5)$, зростає при $x \in (0, 1)$, **4733** Спадає при $x \in (0, 1)$, зростає при $x \in (1, \infty)$ **4734** Спадає при $x \in (0, 4)$, зростає при $x \in (-\infty, 0)$, $x \in (4, \infty)$ **4735**. Зростає при $x \in (\pi + 4\pi n, 3\pi + 4\pi n)$, спадає при $x \in (-\pi + 4\pi n, \pi + 4\pi n)$, $n \in \mathbb{Z}$ **4736**. $\lambda \in (e, +\infty)$ $e^\pi > \pi^e$ **4737** $a \in [1, 2]$ **4738** $y_{\min} = y(-1) = -1$ **4739** $y_{\min} = y(1) = y(-1) = 4$ $y_{\max} = y(0) = 9$ **4740** $y_{\min} = y(1) = 0$, $y_{\min} = y(5) = 0$, $y_{\max} = y(3) = 16$ **4741** $y_{\min} = y(1) = -1$ **4742** $y_{\max} = y(6) = 432$ **4743**. $y_{\max} = y(0) = 0$, $y_{\min} = y(1) = -\frac{1}{42}$ **4744**. $y_{\max} = y(5) = 1\frac{1}{10}$ $y_{\min} = y(-1) = \frac{1}{2}$ **4745** $y_{\max} = y(-9) = -2$, $y_{\min} = y(9) = 2$ **4746** $y_{\min} = y(e) = 5e$ **4747** $y_{\max} = y\left(\frac{1}{e}\right) = e$ **4748** $y_{\max} = y(0) = 0$ **4749** $y_{\min} = y\left(\frac{1}{e}\right) = -\frac{1}{e}$ **4750** $y_{\max} = y\left(\frac{1}{e^2}\right) = 4e^2$, $y_{\min} = y(1) = 0$ **4751** $y_{\max} = y(0) = 0$, $y_{\max} = y(2) = 4e^{-4}$, $y_{\min} = y\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{8e}$ **4752**. $y_{\max} = y(e^{1/5}) = 9e^{1/5}$ $y_{\min} = y(e^{-1}) = -e$ **4753**. $y_{\max} = y(-2) = -9$, $y_{\min} = y(2) = -\frac{1}{9}$ **4754**. $y_{\max} = y\left(\frac{\pi}{3} + 2\pi n\right) = \frac{\pi\sqrt{3} + 3}{6} + \pi n\sqrt{3}$, $y_{\min} = y\left(\frac{2\pi}{3} + 2\pi n\right) = \frac{2\sqrt{3}\pi - 3}{6} + \pi n\sqrt{3}$, $n \in \mathbb{Z}$ **4755**. $y_{\min} = y\left(\frac{\pi}{3} + \pi n\right) = -6\sqrt{3}$, $y_{\max} = y\left(-\frac{\pi}{3} + \pi n\right) = 6\sqrt{3}$, $n \in \mathbb{Z}$ **4756**. $y_{\max} = y\left(\frac{\pi}{8} + \pi n\right) = \sqrt{2}$ $y_{\min} = y\left(\frac{5\pi}{8} + \pi n\right) = -\sqrt{2}$, $n \in \mathbb{Z}$ **4757**. $y_{\max} = y\left(-1\right)^n \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{2} = 1,5$, $y_{\min} = y\left(\frac{\pi}{4} + \pi n\right) = 1$, $y_{\min} = y\left(\frac{3\pi}{4} + \pi n\right) = -3$, $n \in \mathbb{Z}$ **4758**. $y_{\max} = y\left(\frac{5\pi}{24} + \pi n\right) = \frac{3}{4}$, $y_{\min} = y\left(-\frac{7\pi}{24} + \pi n\right) = -\frac{1}{4}$ **4759** $y_{\max} = y\left(\frac{\pi}{3} + \pi n\right) = \frac{\pi}{3} + \pi n + \frac{\sqrt{3}}{2}$, $y_{\min} = y\left(-\frac{\pi}{3} + \pi n\right) = -\frac{\pi}{3} + \pi n - \frac{\sqrt{3}}{2}$, $n \in \mathbb{Z}$ **4760**. $y_{\max} = y\left(-\frac{\pi}{4} + 2\pi n\right) = \frac{4}{8 - \sqrt{2}}$, $y_{\min} = y\left(\frac{3\pi}{4} + 2\pi n\right) = \frac{4}{8 + \sqrt{2}}$ **4761**. $\max_{x \in [-1, 1]} y = y(0) = 3$, $\min_{x \in [-1, 1]} y = y(-1) = -5$ **4762**. $\max_{x \in [0, 2]} y = y(2) = \frac{4}{3}$, $\min_{x \in [0, 2]} y = y(1) = -\frac{4}{3}$ **4763**. $\max_{x \in [0, 3]} y = y(2) = 17$, $\min_{x \in [0, 3]} y = y(0) = y(3) = 9$ **4764**. $\max_{x \in [4, 4]} y = y(-1) = 10$, $\min_{x \in [-4, 4]} y = y(-4) = -71$ **4765**. $\max_{x \in [-3, 0]} y = y(-3) = y(0) = 0$, $\min_{x \in [-3, 0]} y = y(-1) = -4$ **4766**. $\max_{x \in [5, 8]} y = y(8) = 545$, $\min_{x \in [5, 8]} y = y(5) = 536$ **4767**. $\max_{x \in [1, 3]} y = y(2) = \frac{14}{3}$, $\min_{x \in [1, 3]} y = y(1) = \frac{23}{6}$ **4768**. $\max_{x \in [1, e]} y = y(e) = 2e - 3$, $\min_{x \in [1, e]} y = y(1,5) = 3(1 - \ln 1,5)$ **4769**. $\max_{x \in [2, 3]} y = y(2,5) = 9\sqrt[4]{3}$, $\min_{x \in [-2, 3]} y = y(-2) = 3$ **4770**. $\max_{x \in [0, 10]} y = y(13) = 13$, $\min_{x \in [0, 10]} y = y(0) = y(26) = 0$ **4771**. $\max_{x \in [\frac{1}{2}, 1]} y = y\left(\frac{1}{2}\right) = y(1) = \sqrt[3]{9}$, $\min_{x \in [\frac{1}{2}, 1]} y = y\left(\frac{2}{3}\right) = 2$ **4772** $\max_{x \in [0, \pi]} y = y(0) = 6$, $\min_{x \in [0, \pi]} y = y\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \frac{15}{4}$ **4773**. $\max_{x \in [0, \pi]} y = y\left(\arcsin \frac{1}{4}\right) = y\left(\pi - \arcsin \frac{1}{4}\right) = \frac{9}{8}$ $\min_{x \in [0, \pi]} y = y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ **4774**. $\max_{x \in [\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}]} y = y\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{7\sqrt{3}}{3}$, $\min_{x \in [\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}]} y = y(\arctg \sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$ **4775** $\min_{x \in [0, \frac{\pi}{2}]} y = y(0) =$

$$= y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0; \max_{x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]} y = y\left(\arcsin \frac{\sqrt{6}}{3}\right) = \frac{\sqrt[3]{12}}{3}. \quad 4776. \min_{x \in [-1, 2]} y = y(1) = 0; \max_{x \in [-1, 2]} y' = y(2) = 324.$$

$$4777. \min_{x \in \{1, 5\}} y = y\left(\frac{5}{e}\right) = -\frac{5}{8e}; \max_{x \in \{1, 5\}} y = y(5) = 0 \quad 4778. \min_{x \in \{1, 7\}} y = y\left(\frac{7}{e}\right) = -\frac{7}{e}; \max_{x \in \{1, 7\}} y = y(7) = 0. \quad 4779. \min_{x \in \left[0, \frac{2}{3}\right]} y = y\left(\frac{1}{3}\right) = 5 \cdot \sqrt[3]{e}; \max_{x \in \left[0, \frac{2}{3}\right]} y = y\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{11}{3} \cdot \sqrt[3]{e^2}. \quad 4780.$$

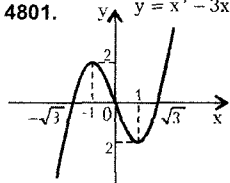
$$\min_{x \in \left[\frac{2\pi}{3}, \frac{3\pi}{2}\right]} y = y\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 9; \max_{x \in \left[\frac{2\pi}{3}, \frac{3\pi}{2}\right]} y = y(\pi) = 38. \quad 4781. \min_{x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]} y = y\left(-\frac{\pi}{12}\right) = -\frac{\pi}{24} + \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4}; \max_{x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]} y = y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{4} + 1 \quad 4782. \min_{x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]} y = 4; \max_{x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]} y = 9 \quad 4783.$$

$$\min_{x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]} y = y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3 - \pi; \max_{x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]} y = y\left(\arccos\left(\frac{\sqrt{33}-3}{4}\right)\right) = \frac{(9 + \sqrt{33})\sqrt{6\sqrt{33}-26}}{16} - 2 \arccos\left(\frac{\sqrt{33}-3}{4}\right) \quad 4784. -0.5. \quad 4785. 1 \quad 4786. 0.5. \quad 4787. 2. \quad 4788. 6.6 \quad 4789.$$

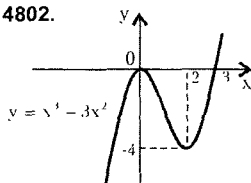
$$4 + 4. \quad 4790. \frac{a}{2} + \frac{a}{2}. \quad 4791. 5. \quad 4792. \frac{1}{6}. \quad 4793. 6; -2. \quad 4794. \frac{10}{3} + \frac{50}{3} \quad 4795. 4 + 12 + 10.$$

$$4796. 40 + 80 + 60. \quad 4797. a = 3 \quad 4798. a = 0. \quad 4799. a = -0.5. \quad 4800. 18\frac{1}{3} \text{ кг.}$$

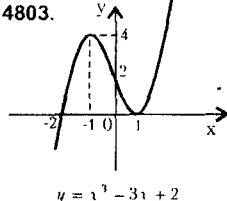
4801. $y = x^3 - 3x$



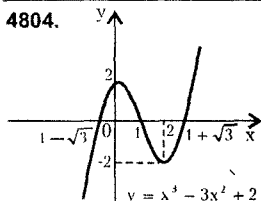
4802.



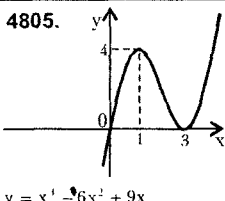
4803.



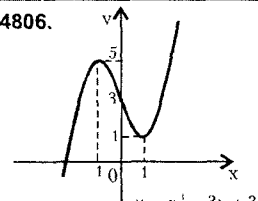
4804.



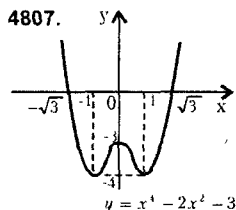
4805.



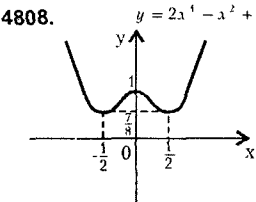
4806.



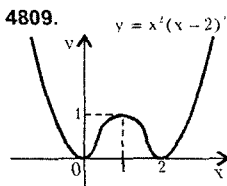
4807.



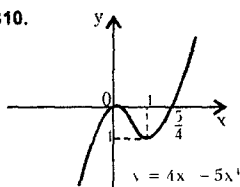
4808.



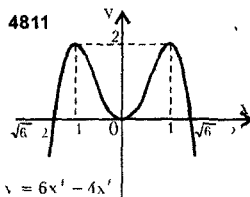
4809.



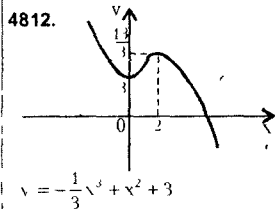
4810.



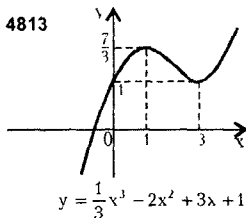
4811



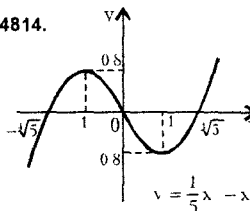
4812.



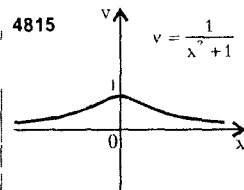
4813



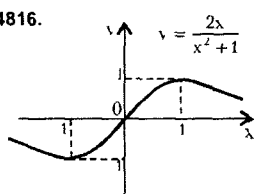
4814.



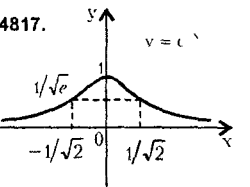
4815



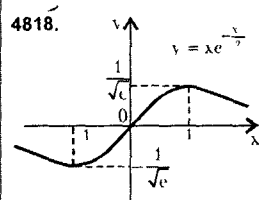
4816.



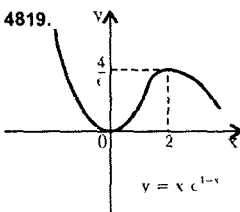
4817.



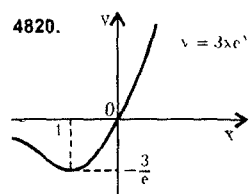
4818.



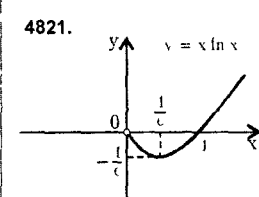
4819.



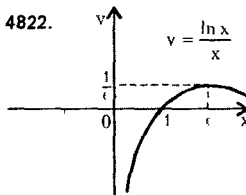
4820.



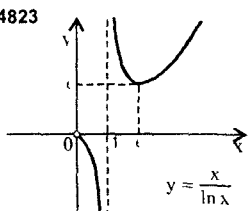
4821.



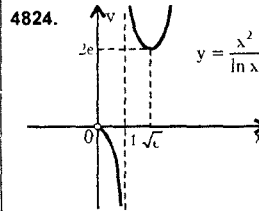
4822.

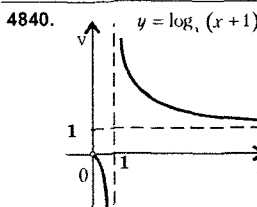
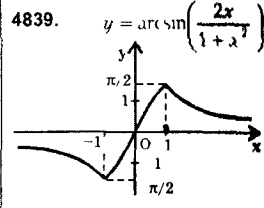
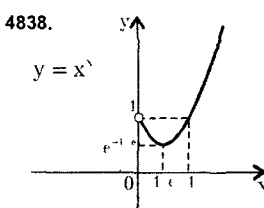
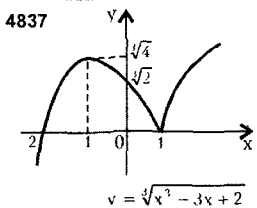
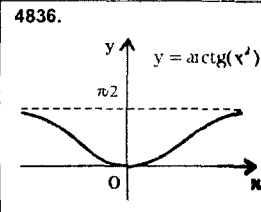
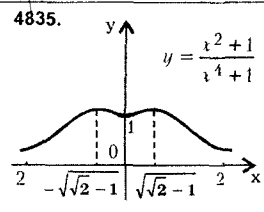
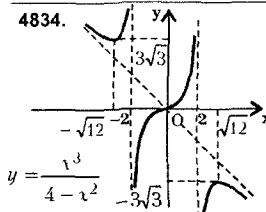
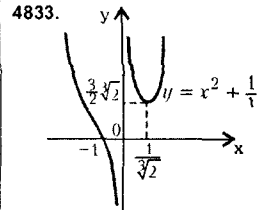
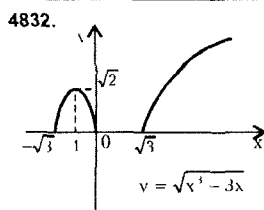
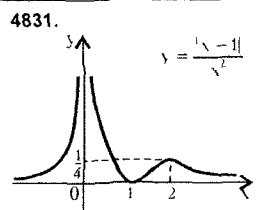
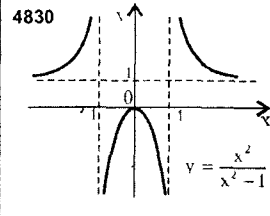
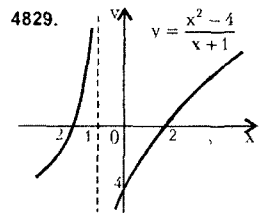
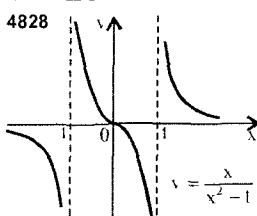
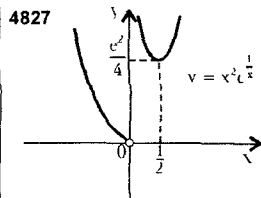
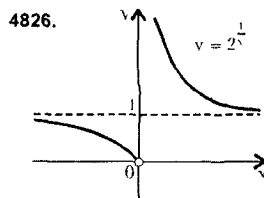
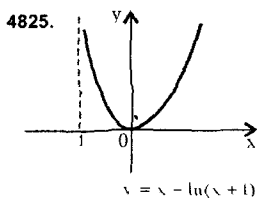


4823



4824.





4841. $\frac{c}{\sqrt{2}}$ **4842.** 80 м; 40 м. **4843.** $l_{min} = 2\sqrt{2}S$. **4844.** Поділити відрізок навпіл
4846. Квадрат зі стороною \sqrt{S} **4847.** Квадрат зі стороною $\frac{1}{4}P$. **4848.** $\sqrt{\frac{b}{a}}S$;
 $\sqrt{\frac{a}{b}}S$. **4849.** Прямокутний трикутник з катетом b **4850.** 0,8. **4851.** При
 $\alpha = \beta = 45^\circ$. **4852.** 30° ; 60° . **4853.** $\frac{a}{3}$, $\frac{a}{\sqrt{3}}$, $\frac{2a}{3}$. **4854.** $2\sqrt{2}S$. **4855.** $2\sqrt{\frac{2S}{\sin \alpha}}$ **4856.**
 $2(\sqrt{2} - 1)$. **4857.** Висота трапеції дорівнює $\frac{1}{4}a$; більша основа дорівнює $\frac{3}{4}a$.
4858. $\alpha = 60^\circ$; $S = \frac{3l^2\sqrt{3}}{16}$ **4859.** $\sqrt{\frac{S}{\sin \alpha}}$ **4860.** 15 см. **4861.** Квадрат зі сторо-
ною $R\sqrt{2}$; $S_{max} = 2R^2$. **4862.** Рівнобедрений з катетами довжиною $\sqrt{2}S$ **4863.**
 R^2 **4864.** Сторони прямокутника найбільшого периметра, вписаного в півко-
ло радіуса R , дорівнюють: $\frac{R}{\sqrt{5}}$, $\frac{4R}{\sqrt{5}}$. **4865.** $P = 5R$ **4866.** $\alpha = 60^\circ$; $S = \frac{3R^2\sqrt{3}}{4}$
4867. $(0; 0)$, $(2; 2\sqrt{3})$, $(6; 2\sqrt{3})$, $(8; 0)$ и $(0; 0)$, $(2; -2\sqrt{3})$, $(6; -2\sqrt{3})$, $(8; 0)$ **4868.** Ос-
нова прямокутника (діаметр півкруга) $a = \frac{2P}{4 + \pi}$; висота прямокутника
 $b = \frac{P}{4 + \pi}$. **4869.** $\frac{\pi}{3}$. **4870.** $\frac{a}{2}$; $\frac{h}{2}$ **4871.** При $\alpha = 2\arccos \frac{\sqrt{6}}{3} = 2\arcsin \frac{\sqrt{3}}{3}$ довжи-
на дорівнює $\frac{8R\sqrt{3}}{9}$ **4872.** 9 см; 7,5 см **4873.** 2 радіани. **4874.** 2 радіани. **4875.**
Бічні сторони нахилені до основи під кутом $\frac{\alpha}{3}$. **4876.** S може приймати будь-
яке значення з проміжку $[4; +\infty)$. **4877.** $y = y_0 \left(2 - \frac{x}{x_0}\right)$. **4878.** $2\arcsin \frac{1}{\sqrt{3}}$, $\frac{3a\sqrt{3}}{8}$
4879. $(-12; -5)$. **4880.** $(0; 4)$ и $(0; -4)$. **4881.** $\left(\frac{2}{3}; \frac{16}{9}\right)$. **4882.** 2,4, $\left(\frac{5}{3}; \frac{5}{9}\right)$. **4883.**
 $A(1; 3)$. **4884.** $C\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{4}\right)$. **4885.** $(1; 1)$. **4886.** $\frac{6}{\sqrt{5}}$. **4887.** 4 м, 4 м; 2 м.
4888. $\frac{1}{3}\sqrt[3]{12V}$; $\sqrt[3]{12V}$; $\frac{1}{4}\sqrt[3]{12V}$. **4889.** 6 см **4890.** 2 дм. **4891.** Куб з реб-
ром $\sqrt{\frac{S}{6}}$ **4892.** Паралелепіпед, сторона основи якого дорівнює 2 см, бічне ребро
дорівнює 1 см; шуканий периметр дорівнює 6 см. **4893.** $\frac{d}{\sqrt{3}}$. **4894.** $\sqrt[3]{V}$. **4895.**
 $\sqrt[3]{4V}$ **4896.** Сторона основи дорівнює $\frac{1}{3}P$, висота дорівнює $\frac{1}{6}P$; найбільший
об'єм дорівнює $\frac{\sqrt{3}}{216}P^3$. **4897.** $\sqrt[3]{4V^2(2 + \sqrt{3})}$ **4898.** $\frac{a^3}{9\sqrt{3}}$ **4899.** $\frac{2l^3}{3}$ **4900.** $\frac{b^3}{6}$.
4901. $\frac{a}{\sqrt{3}}$. **4902.** $\frac{4c^3}{81}$ **4903.** $\arctg \sqrt{2}$; $\frac{4S\sqrt{2}S}{3 \cdot \sqrt{27}}$. **4904.** $\frac{4\sqrt{3}b^3}{27}$. **4905.** $\frac{b^3}{3}$. **4906.**
 $a = \frac{2}{\sqrt{3}}$; $V = \frac{2\sqrt{3}}{27}$. **4907.** $\arctg \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \arcsin \frac{\sqrt{3}}{3} = \arccos \frac{\sqrt{6}}{3}$; $\frac{b^3}{6}$. **4908.** Шукана

піраміда — правильний тетраедр з ребром $l\sqrt{2}$. **4909.** $\frac{a}{2}; \frac{H}{2}$. **4910.** $\arctg 4$ **4911**
 $R = \sqrt{\frac{S}{6\pi}}; H = 2R$. **4912.** $R = \frac{a}{3\pi}; H = \frac{a}{3}$. **4913.** $3 \cdot \sqrt[3]{2\pi V^2}$. **4914.** $\frac{\pi P^{1/3}}{216}$ **4915**
 $\arctg\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right); \frac{2\pi^3}{9\sqrt{3}}$. **4916.** $\frac{3}{4}c$. **4917.** $\frac{1}{2}$. **4918.** $\sqrt[4]{\frac{S^2}{3p^2}} = \sqrt{\frac{S}{p\sqrt{3}}}$. **4919**
 $\arccos\sqrt{\frac{2}{3}}; \frac{\pi}{2} - \arccos\sqrt{\frac{2}{3}}$. **4920.** $R = \sqrt[3]{\frac{3V}{2\pi\sqrt{2}}}; H = 2 \cdot \sqrt[3]{\frac{3V}{\pi}}$. **4921.** $\frac{2R}{\sqrt{3}}$. **4922.** $4R^2$. **4923**
 $H = \frac{4R}{3}; V = \frac{8R^3\sqrt{3}}{27}$. **4924.** $\arctg(2\sqrt{2})$. **4925.** $4R$. **4926.** $\frac{3V\sqrt{2}}{8}$. **4927.** $\pi R^2(\sqrt{5} + 1)$
4928. $\frac{2R}{\sqrt{3}}$. **4929.** $\frac{R}{\sqrt{2}}$; $2\pi R^2$. **4930.** $r = \frac{2\sqrt{2}}{3}R; H = \frac{4}{3}R$
4931. $\arccos \frac{1}{3} = 2\arccos\sqrt{\frac{2}{3}} = 2\arctg\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$. **4932.** $2V$. **4933.** $2S$. **4934.** $3\sqrt{2}R$ **4935**
 $2\arcsin \frac{1}{3} = \pi - 4\arctg \frac{\sqrt{2}}{2}$. **4936.** $4R$. **4937.** $\frac{23 - \sqrt{17}}{16}R$. **4938.** $\frac{2R}{\sqrt{3}}; \frac{2R}{\sqrt{3}}; \frac{R}{\sqrt{3}}$. **4939.**
 $2R^3\sqrt{3}$. **4940.** $\frac{R\sqrt{6}}{3}$. **4941.** $\frac{2\pi R^3\sqrt{3}}{9}$. **4942.** $R\sqrt{3}$. **4943.** $2\arctg\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 2\arctg(\sqrt{2})$
4944. $r = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}; H = 2r$ (основний переріз — квадрат). **4945.** $r = H = \sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}$ **4946.** 60°
4947. $r = \frac{2}{3}R; h = \frac{1}{3}H$. **4948.** $\frac{9V}{4}$. **4949.** $\frac{4V}{9}$. **4950.** $\frac{R}{2}; \frac{\pi RH}{2}$. **4951.** $2\arctg\left(\frac{r}{2h}\right)$
4952. $2\pi \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} \approx 294^\circ$. **4953.** $\sqrt{\frac{S}{\pi(3\sqrt{2}-2)}}$. **4954.** $\sqrt[3]{\frac{3V}{5\pi}}$. **4955.** $\frac{4}{3}$.

Розділ 14. Елементи векторної алгебри

5033. $\vec{a} = 1 \cdot \vec{i} + 2 \cdot \vec{j} + (-1)\vec{k} = \vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}; \vec{b} = -3\vec{i} + 2 \cdot \vec{j}; \vec{c} = 2\vec{j} + 5\vec{k}; \vec{d} = 8\vec{i}$. **5034.**
 $\vec{p}(1; 3; 0); \vec{q}(1; 1; -6); \vec{r}(5; 5; -4); \vec{s}(-8; 4; 6); \vec{m}(3; 9; 0)$ **5035.** $m = 2, n = 9$ **5036.**
 $\vec{AB}(-1; 0; 2); \vec{AC}(-2; 3; 3); \vec{BC}(-1; 3; 1)$. **5037.** $|\vec{a}| = 5\sqrt{3}; |\vec{b}| = \sqrt{3}; |\vec{c}| = 7; |\vec{d}| = 5$.
5038. 3. **5039.** 1) $\sqrt{10} + \sqrt{5}$; 2) $\sqrt{3}$; 3) $\sqrt{10} - \sqrt{5}$; 4) $3\sqrt{3}$; 5) $2\sqrt{11}$; 6) $\sqrt{11}$;
 7) $\sqrt{157}$. **5040.** $\sqrt{13}$. **5041.** $\vec{ab} = -4; \vec{ac} = -2; \vec{aa} = 6; \sqrt{\vec{cc}} = 10$. **5042.** $\vec{ab} = 7$;
 $\vec{ac} = 4; \vec{bj} = 5; \vec{ck} = -3$. **5043.** $2\sqrt{2}$. **5044.** -4 . **5045.** 9. **5046.** 60° . **5047.**
 $\arccos \frac{17}{50}$. **5048.** $\arccos\left(-\frac{7\sqrt{3}}{27}\right)$. **5049.** 30° . **5050.** $\arccos \frac{1}{11}$. **5051.** 9. **5052.** 6. **5053.**
 $-1,5$. **5054.** -2 . **5055.** $\arccos\left(-\frac{1}{2\sqrt{7}}\right)$. **5056.** 7. **5057.** $\frac{13}{3}$. **5058.** 60° . **5059.**
 $\cos \alpha = -\frac{7}{11}; \cos \beta = \frac{6}{11}; \cos \gamma = -\frac{6}{11}; \alpha = (\vec{a}, \vec{i}); \beta = (\vec{a}, \vec{j}); \gamma = (\vec{a}, \vec{k})$ **5060.**
 $\alpha = \arccos \frac{6}{7}; \beta = \arccos\left(-\frac{2}{7}\right); \gamma = \arccos\left(-\frac{3}{7}\right)$. **5061.** $\angle A = \angle C = 30^\circ; \angle B = 120^\circ$;
 $P = 2\sqrt{2}(2 + \sqrt{3}); S = 2\sqrt{3}$. **5062.** $\vec{0}$. **5063.** $\vec{0}$. **5064.** 90° . **5065.** $\arccos \frac{1}{\sqrt{30}}$.

5066. $\arccos \frac{2}{\sqrt{7}}$. **5067.** $4\sqrt{2}; 10\sqrt{2}$. **5068.** $\sqrt{61}; \sqrt{133}$. **5069.**
 $D(5; 4, 3); \arccos \left(-\frac{2\sqrt{17}}{17} \right)$. **5070.** $\vec{c}(9; 0; 1)$. **5071.** -37 . **5072.** 135° .
5073. $\frac{5}{\sqrt{28}} = \frac{5\sqrt{7}}{14}$. **5074.** 120° . **5075.** $\vec{e} \left(\frac{2}{3}, -\frac{2}{3}, -\frac{1}{3} \right)$ або $\vec{e} \left(-\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3} \right)$ **5076.** $(4; -6)$ або
 $(-4, 6)$ **5077.** $\vec{e} \left(-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, -\frac{2}{3} \right)$ **5078.** $(-6; 15)$. **5079.** $(-9; 3; -12)$ **5080.**
 $(-2; -6; -8)$. **5081.** $x = -\frac{5}{4}; y = \frac{8}{5}$ **5082.** 45° . **5083.** $\alpha = -2; \beta = 3$. **5084.**
 $\alpha = -4; \beta = 2$ або $\alpha = -8; \beta = -2$. **5085.** $\frac{1}{\sqrt{11}}(1; -3, 1)$ або $\frac{1}{\sqrt{11}}(-1; 3, -1)$. **5086.**
 $\vec{b}(4; 2; 0)$ або $\vec{b}(-4; -2; 0)$. **5087.** 15 **5088.** 2 . **5089.** -6 . **5090.** $\frac{1}{\sqrt{3}}(1; 1; -1)$
або $\frac{1}{\sqrt{3}}(-1; -1; 1)$. **5091.** $D(2; 1; 3)$ $BD = \sqrt{24}; (\vec{AB}, \vec{BD}) = -22$. **5092.**
 $AC = 5; O \left(\frac{5}{2}; 1; 1 \right)$ **5093.** 5 . **5094.** 3 . **5095.** $\frac{34}{11}$. **5096.** $\frac{59}{\sqrt{109}}$. **5097.** $\sqrt{3}$. **5098.** 90° .
5099. $(4; 2; 4)$ або $(-4; -2; -4)$. **5100.** 120° . **5101.** -55 . **5102.** $\arccos \frac{4}{5}$. **5103.**
 $-1, 5$. **5104.** $3\sqrt{2}; \arccos \left(\frac{13\sqrt{2}}{30} \right)$. **5105.** 9 . **5106.** $0, 5$. **5107.** $A(-3; 7)$. **5108.**
 $C \left(0; -\frac{1}{2}; 0 \right)$ **5109.** $D \left(0; 0; -\frac{15}{8} \right)$. **5110.** 120° **5111.** $\frac{1}{2}(a^2 + b^2 - c^2)$ **5112.** $\sqrt{5}$.
5113. $\arccos \left(-\frac{1}{3} \right)$. **5114.** $\vec{c}(-2; 5; -1)$. **5115.** $(\sqrt{5}; \sqrt{5}; -\sqrt{5})$. **5116.** $x^2 + y^2 = 1$;
 $x^2 + y^2 = \frac{1}{4}$; $x^2 + y^2 = 3$; $x^2 + y^2 = R^2$. **5117.** 1) $x^2 + y^2 = 25$; 2) $(x-1)^2 + (y-$
 $-3)^2 = 4$; 3) $(x+1)^2 + (y+3)^2 = 16$; 4) $(x+2)^2 + (y-5)^2 = 49$. **5118.** $x^2 + y^2 = 25$.
5119. $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 37$. **5120.** 1) $A(1; 2); r = 3$; 2) $A(3; -5)$; 3) $A(-1; -3); r = \sqrt{10}$;
4) $A(2; 1); r = 4$; 5) $A(-2; 3); r = \sqrt{7}$ **5121.** $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 20$. **5122.** $(43; -86; 86)$
5123. $(-3; 3; 3)$. **5124.** $\vec{c}(2; 14; 8)$. **5125.** $\frac{1}{\sqrt{77}}(5; -4; 6)$. **5126.** $\pm \left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; -\frac{1}{3} \right)$. **5127.**
 $\left(\frac{6}{\sqrt{5}}; \frac{3}{\sqrt{5}}; -\sqrt{3} \right)$. **5128.** $\arccos(4/5)$. **5129.** $\arccos(1/\sqrt{3})$.

Розділ 15. Геометрія

5130. $c/2$. **5131.** $2a - c$. **5132.** 130° . **5133.** 70° . **5134.** 100° . **5135.** $80^\circ; 100^\circ$. **5136.** 30° .
5137. 140° . **5138.** 75° . **5139.** 160° . **5140.** $70^\circ; 70^\circ$. **5141.** $4; 8; 8$. **5142.** $4\text{см}; 7\text{см}; 7\text{см}$.
5143. $30^\circ; 45^\circ; 105^\circ$. **5144.** $2; 3; 4$. **5145.** $p/2$. **5146.** $2; 8; 8$. **5147.** $50^\circ; 130^\circ; 130^\circ$.
5148. $95^\circ; 85^\circ$. **5149.** $45^\circ; 45^\circ; 135^\circ; 135^\circ$. **5150.** а) 6 ; б) 9 . **5151.** $36^\circ; 72^\circ; 108^\circ; 144^\circ$.
5152. $a; a; \frac{1}{2}(p-2a); \frac{1}{2}(p-2a)$. **5153.** $15\text{см}; 15\text{см}; 25\text{см}; 25\text{см}$. **5154.** 16см .
5155. $14\text{см}; 14\text{см}; 26\text{см}; 26\text{см}$. **5156.** 60° . **5157.** $72^\circ; 108^\circ$. **5158.** $a/2$ **5159.** 80° ;
 $100^\circ; 100^\circ$. **5160.** 32 . **5161.** $10; 20$. **5162.** $6; 14$. **5163.** $8; 20$. **5164.** 10 . **5165.** 4 . **5166.** 5 .

5167. 3. **5168.** 13см. **5169.** 15. **5170.** 40см. **5171.** 29. **5172.** $\frac{c\sqrt{3}}{2}$. **5173.** 1см.
5174. 3; 4. **5175.** $\frac{d\sqrt{2}}{2}$. **5176.** 9. **5177.** 4 см. **5178.** 6 см; 8 см. **5179.** 4. **5180.** $\sqrt{a^2 - \frac{b^2}{4}}$.
5181. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ **5182.** $\frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}}$. **5183.** $90^\circ - \alpha$; $c \cos \alpha$; $c \sin \alpha$. **5184.**
 $90^\circ - \alpha$; $\operatorname{ctg} \alpha$; $\frac{a}{\sin \alpha}$. **5185.** $\frac{c\sqrt{2}}{2}$. **5186.** 60° ; 120° . **5187.** 18. **5188.** 5. **5189.** 80.
5190. 24. **5191.** 20; 30. **5192.** 25. **5193.** 60° ; 60° ; 120° ; 120° . **5194.** 10; 15; 20.
5195. 6; 12; 15. **5196.** 45. **5197.** 2; 3. **5198.** а) 8; 12; б) 10; в) 1,8. **5199.** 32; 18.
5200. 5,2см. **5201.** 18; 98. **5202.** $\frac{ab}{a+b}$. **5203.** 16. **5204.** 18см; 40см; 20; 9. **5205.** 48
см або 60 см. **5206.** а) 9; б) 1,21; в) $4/9$; г) 12; д) c^2 . **5207.** \sqrt{S} . **5208.** $d^2/2$. **5209.** В
49 раз. **5210.** В 4 раза. **5211.** 0,5. **5212.** а) 12см^2 ; б) $18\sqrt{5}\text{см}^2$; в) 8см; г) $2\sqrt{2}\text{см}$.
5213. 6см; 9см. **5214.** \sqrt{ab} . **5215.** а) 15см; 10см; б) 5см; 2см. **5216.** $a\sqrt{d^2 - a^2}$. **5217.**
 24см^2 . **5218.** 18. **5219.** 12см^2 . **5220.** 48. **5221.** 5см^2 . **5222.** 24см^2 . **5223.** 12см^2 .
5224. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. **5225.** $\frac{h^2\sqrt{3}}{3}$. **5226.** 2. **5227.** $\frac{c^2}{4}$. **5228.** а) 77; б) $3\sqrt{2}$; в) 5. **5229.** 21. **5230.**
ад. **5231.** $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. **5232.** 90. **5233.** 27. **5234.** 50. **5235.** 30. **5236.** $2\sqrt{S}$. **5237.** $a^2 \sin \alpha$.
5238. $a = 13$; $S = 120$. **5239.** 128. **5240.** 6. **5241.** 96. **5242.** $\frac{a\sqrt{4b^2 - a^2}}{4}$. **5243.** 8. **5244.**
10. **5245.** 5. **5246.** 60. **5247.** 28. **5248.** h^2 . **5249.** m^2 . **5250.** $\frac{25}{8}$. **5251.** $\frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$. **5252.**
14,4. **5253.** 576. **5254.** $\frac{3a^2\sqrt{3}}{16}$. **5255.** $\frac{3\sqrt{15}}{2}$ см. **5256.** $\frac{2h^2\sqrt{3}}{3}$. **5257.** 2,4. **5258.** 6,5. **5259.**
4см. **5260.** 4. **5261.** 6,4. **5262.** 30° . **5263.** 9 см або 39 см. **5264.** 42,5. **5265.** а) 16; б) 8.
5266. 11. **5267.** 24см. **5268.** а) 5; б) 15. **5269.** 77см. **5270.** 9. **5271.** 30см.
5272. а) $a = 2r$; б) $a = R\sqrt{2}$. **5273.** $r = \frac{a}{2}$; $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. **5274.** $\frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2}$.
5275. а) $a = 2r\sqrt{3}$; $P = 6r\sqrt{3}$; $S = 3r^2\sqrt{3}$; б) $a = R\sqrt{3}$; $P = 3R\sqrt{3}$; $S = \frac{3R^2\sqrt{3}}{4}$.
5276. $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$; $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. **5277.** $3\sqrt{3}$. **5278.** $9\sqrt{3}$. **5279.** 10. **5280.** 9. **5281.**
 $r = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; $R = a$. **5282.** 3; 4. **5283.** $a \cdot \sqrt{\frac{2}{3}}$. **5284.** $R = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2}$; $r = \frac{ab}{a+b+\sqrt{a^2 + b^2}}$.
5285. $r = \frac{a}{2}\sqrt{\frac{2b-a}{2b+a}}$; $R = \frac{b^2}{2 \cdot \sqrt{b^2 - (a/2)^2}}$. **5286.** $\sqrt{R^2 - \frac{a^2}{4}}$. **5287.** $\sqrt{r^2 + \frac{a^2}{4}}$. **5288.** 25.
5289. $\frac{4}{3}$. **5290.** $r = \sqrt{2}$; $R = \frac{27\sqrt{2}}{8}$. **5291.** $r = 2$; $R = 6,5$. **5292.** $r = 10(\sqrt{2} - 1)$ $R = 10$.
5293. 3см. **5294.** $n - c$. **5295.** 20. **5296.** 60см^2 . **5297.** 1,5. **5298.** 6. **5299.** 8см^2 . **5300.** 0,8.
5301. 6. **5302.** 30° . **5303.** $\sqrt{20}$ см. **5304.** $\frac{1}{2}a \sin \alpha$. **5305.** 200. **5306.** 8. **5307.** 30° .
5308. 2880см^2 . **5309.** $\frac{ab}{a+b}$. **5310.** $\frac{\sqrt{ab}}{2}$. **5311.** 18. **5312.** 2а. **5313.** 50. **5314.** 4.

5315. а) 10π ; б) $2\sqrt{3}\pi$; в) 2. **5316.** а) Зменшаться в k разів; б) збільшаться в k разів. **5317.** а) Збільшаться в k^2 разів; б) зменшаться в k^2 разів. **5318.** $\frac{c^2}{4\pi}$. **5319.** а) $\pi a\sqrt{2}$; б) $\pi\sqrt{a^2+b^2}$; в) $2\pi a\frac{\sqrt{3}}{3}$; г) $\pi\sqrt{a^2+b^2}$; д) $\frac{\pi a}{\sin \alpha}$; е) $\frac{\pi(a^2+4h^2)}{4h}$; ж) $2\pi b^2/\sqrt{4b^2-a^2}$; з) $\frac{\pi a}{\sin(\alpha/2)}$. **5320.** а) πa ; б) $\frac{\pi a\sqrt{3}}{3}$; в) $\pi c(\sqrt{2}-1)$; г) $\pi c(\sin \alpha + \cos \alpha - 1) = \frac{\pi c \cdot \sin 2\alpha}{1 + \sin \alpha + \cos \alpha}$; д) $\frac{2\pi a}{1 + \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}}$; е) $\frac{\pi a \sin \alpha}{1 + \sin \frac{\alpha}{2}}$; ж) $\frac{2\pi h \cos \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{2\pi h \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{\operatorname{tg} \alpha}$; з) $\pi a \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$. **5321.** 25. **5322.** 2. **5323.** 0,25. **5324.** а) $\frac{\pi}{2}$; б) $\frac{4\pi}{3\sqrt{3}}$; в) $\frac{2\pi}{3\sqrt{3}}$. **5325.** а) $\frac{\pi}{4}$; б) $\frac{\pi}{3\sqrt{3}}$; в) $\frac{\pi}{2\sqrt{3}}$. **5326.** $(\pi-2)R^2$. **5327.** а) $\frac{\pi R}{6}$; б) $\frac{\pi R}{4}$; в) $\frac{5\pi R}{6}$; г) $\frac{5\pi R}{3}$. **5328.** а) $\frac{\pi a}{3}$; б) $\frac{\pi a\sqrt{2}}{4}$; в) $\frac{2\pi a\sqrt{3}}{9}$. **5329.** а) $\frac{3l}{\pi}$; б) $\frac{2l\sqrt{2}}{\pi}$; в) $\frac{3l\sqrt{3}}{2\pi}$. **5330.** а) $\frac{\pi R^2}{12}$; б) $\frac{\pi R^2}{6}$; в) $\frac{\pi R^2}{4}$; г) $\frac{\pi R^2}{3}$; д) $\frac{\pi R^2}{2}$; е) $\frac{5\pi R^2}{12}$; ж) $\frac{R^2}{2}$. **5331.** 14. **5332.** а) $\frac{Rl}{2}$; б) $\frac{R^2}{2}$. **5333.** $\sqrt{\frac{10S}{\pi}}$. **5334.** $\frac{a^2+4h^2}{8h}$. **5335.** а) $\frac{R^2(\pi-3)}{12}$; б) $\frac{R^2(2\pi-3\sqrt{3})}{12}$; в) $\frac{R^2(\pi-2)}{4}$. **5336.** а) $\frac{a^2(2\pi-3\sqrt{3})}{12}$; б) $\frac{a^2(\pi-2)}{8}$; в) $\frac{a^2(4\pi-3\sqrt{3})}{36}$. **5337.** $a^2\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$. **5343.** $\sqrt{c^2-\left(\frac{a^2+c^2-b^2}{2a}\right)^2} = \sqrt{b^2-\left(\frac{a^2+b^2-c^2}{2a}\right)^2}$. **5344.** $\frac{a^2 \sin \alpha \cdot \sin \beta}{2 \sin(\alpha+\beta)}$. **5345.** 42 см². **5346.** $\sqrt{\frac{8n^2+3m^2}{35}}$. **5347.** 16. **5348.** 6. **5349.** $4\sqrt{2}$. **5350.** $\frac{1}{2}\sqrt{ab}(a+b)$. **5351.** $\frac{1}{2}(a+b)$. **5352.** $\frac{15}{8}$. **5353.** $\sqrt{b^2+bc}$. **5354.** $4\sqrt{3}:9:6\sqrt{3}$. **5355.** $\frac{1}{2}a(2-\sqrt{2})$. **5356.** $2a^2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} \sin \alpha$. **5357.** $\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$. **5358.** 6. **5359.** $4\sqrt{2}$. **5360.** 4. **5361.** $20\sqrt{6}$ см². **5362.** $\frac{a+b}{2} \sqrt{d^2 - \left(\frac{d^2-c^2+(a-b)^2}{2(a-b)}\right)^2}$. **5363.** 2ср. **5364.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **5365.** $\sqrt{Q \cdot \frac{n^2+m^2}{2mn}}$. **5366.** $\frac{a-b}{2}$. **5367.** $\frac{1}{2}d^2 \cdot \sin 2\alpha$. **5368.** 96. **5369.** 9,5. **5370.** $m_a = \frac{1}{2}\sqrt{2(b^2+c^2)-a^2}$; $m_b = \frac{1}{2}\sqrt{2(a^2+c^2)-b^2}$; $m_c = \frac{1}{2}\sqrt{2(a^2+b^2)-c^2}$. **5371.** $a = \frac{2}{3}\sqrt{2(m_b^2+m_c^2)-m_a^2}$; $b = \frac{2}{3}\sqrt{2(m_a^2+m_c^2)-m_b^2}$; $c = \frac{2}{3}\sqrt{2(m_a^2+m_b^2)-m_c^2}$. **5372.** $l_A = \frac{2}{b+c}\sqrt{p(p-a)bc}$, $l_B = \frac{2}{a+c}\sqrt{p(p-b)ac}$, $l_C = \frac{2}{a+b}\sqrt{p(p-c)ab}$, де p — півпериметр. **5373.** $\frac{a^2+b^2-c^2}{2(3b^2+c^2-a^2)}$. **5374.** $\frac{b(3a+b)S}{2(a+b)(2a+b)}$. **5375.** $\frac{2abc}{(a+b)(a+c)(b+c)}$. **5376.** $\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{8}; \frac{3\pi}{8}$. **5377.** 195. **5378.** Кут при основі дорівнює $\arccos \frac{3+\sqrt{3}}{6}$ або

$$\arccos \frac{3-\sqrt{3}}{6}. \quad 5379. \quad 0,4. \quad 5380. \frac{1+\sqrt{73}}{2}. \quad 5381. \quad \arctg\left(\frac{1}{2} \operatorname{tg} \alpha\right) - \frac{\alpha}{2} \quad 5382.$$

$$\frac{2}{\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} + \operatorname{ctg}\left(45^\circ - \frac{\alpha}{2}\right)} = \frac{2 \cos \alpha}{1 + \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}} \quad 5383. \quad \alpha = \arctg \sqrt{\frac{4n^2 - m^2}{4m^2 - n^2}}, \beta = 90^\circ - \alpha. \quad 5384. \quad \frac{\sqrt{2}ab}{a+b}.$$

$$5385. \quad \frac{2ab \cos \frac{\alpha}{2}}{a+b}. \quad 5386. \quad \sqrt{a^2 + b^2 \pm 2abk}. \quad 5387. \quad r = \frac{2S}{a+b}, \quad S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)},$$

$$p = \frac{1}{2}(a+b+c) \quad 5388. \quad \frac{1}{\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c}}.$$

$$5389. \quad \frac{1}{3} \sqrt{(m_a + m_b + m_c)(m_a + m_b - m_c)(m_a + m_c - m_b)(m_b + m_c - m_a)}.$$

$$5390. \quad \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c}\right)\left(\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} - \frac{1}{h_c}\right)\left(\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_c} - \frac{1}{h_b}\right)\left(\frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} - \frac{1}{h_a}\right)}}.$$

$$5391. \quad \frac{l(a+b)\sqrt{4a^2b^2 - l^2(a+b)^2}}{4ab} \quad 5392. \quad R = 3r. \quad 5393. \quad \frac{2ab}{a+b}. \quad 5394. \quad (\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2})^2.$$

$$5395. \quad \frac{1}{6}(3\sqrt{3} - \pi)R^2. \quad 5396. \quad 2\arctg \frac{1}{2}; \quad 2\arctg \frac{1}{3} \quad 5397. \quad \frac{a}{5}. \quad 5398. \quad \arctg \frac{\sqrt{2}}{2} \quad 5399.$$

$$2R^2 \left(\frac{1}{\sin \alpha} + \frac{1}{\sin \beta} \right) = \frac{4R^2 \cdot \sin \frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha-\beta}{2}}{\sin \alpha \cdot \sin \beta} \quad 5400. \quad 2R^2 \sin^2 \alpha \cdot \sin 2\beta. \quad 5401. \quad R^2 (\sin^2 2\alpha - \sin^2 \alpha) \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} = 2R^2 \sin 3\alpha \cdot \cos^2 \frac{\alpha}{2}. \quad 5402. \quad \frac{a(a+m-n)\sqrt{mn}}{a-n}. \quad 5403. \quad \frac{a \cos(\alpha/2)}{\sin(\pi/4 + 3\alpha/4)}.$$

$$5404. \quad \frac{a\sqrt{8 \cos^2 \alpha + 1}}{4 \cos \alpha}. \quad 5405. \quad \frac{\sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos 2\alpha}}{2 \sin 2\alpha}. \quad 5406. \quad \frac{R}{r} = \frac{\sqrt{1 + \sin^2 \alpha}}{\sin^2 \alpha}.$$

$$5407. \quad \frac{r}{R} = \frac{\sin \alpha \cos \frac{\alpha}{2}}{1 + \sin \frac{\alpha}{2}} = 2 \sin \frac{\alpha}{2} \left(1 - \sin \frac{\alpha}{2} \right) \quad 5408. \quad \frac{1}{4}(m^2 - n^2) \operatorname{tg} \alpha. \quad 5409. \quad 3 : 4.$$

$$5410. \quad 45^\circ; 45^\circ; 90^\circ. \quad 5411. \quad \frac{c^2 - p^2}{4}. \quad 5412. \quad \frac{a^2 - b^2}{8\sqrt{ab}}. \quad 5413. \quad AB = 2\sqrt{r_1 r_2}; \quad AC = 2r_1 \sqrt{\frac{r_2}{r_1 + r_2}};$$

$$BC = 2r_2 \sqrt{\frac{r_1}{r_1 + r_2}} \quad 5414. \quad \frac{1}{2}(a-b)^2 \sin \alpha. \quad 5415. \quad 1 \frac{8-3\sqrt{3}}{3} 1. \quad 5416. \quad \arccos \frac{\sin(\alpha-\beta)}{\sin(\alpha+\beta)}.$$

$$5417. \quad \arctg\left(\frac{\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{ctg} \beta}{2}\right). \quad 5418. \quad \arctg\left(\operatorname{ctg}^2 \frac{\alpha+\beta}{2} \operatorname{tg} \frac{\alpha-\beta}{2}\right). \quad 5419. \quad a^2 \left(\frac{\pi}{3} + 1 - \sqrt{3} \right).$$

$$5420. \quad \sqrt{r_1^2 + r_2^2}. \quad 5421. \quad \frac{8R^3 r^3}{(R^2 + r^2)^2} \quad 5422. \quad 5 \text{ см.} \quad 5423. \quad h\sqrt{2}. \quad 5424. \quad \sqrt{b^2 + \frac{a^2}{2}}.$$

$$5425. \quad \text{a) } \frac{a\sqrt{3}}{2}; \quad \text{б) } \frac{a\sqrt{2}}{2}; \quad \text{в) } \frac{a}{2}. \quad 5426. \quad 13. \quad 5427. \quad \text{a) } \frac{h}{\cos \alpha}; \quad \operatorname{htg} \alpha \quad \text{б) } l \cos \alpha; \quad l \sin \alpha.$$

$$5428. \quad 16 \text{ см.} \quad 5429. \quad 36 \text{ см.} \quad 5430. \quad 3a. \quad 5431. \quad 8\sqrt{6} \text{ см.} \quad 5432. \quad \sqrt{l^2 + r^2}. \quad 5433. \quad \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{2}}.$$

$$5434. \quad \sqrt{c^2 - \frac{d^2}{8}}. \quad 5435. \quad l\sqrt{\cos \alpha} \quad 5436. \quad \frac{a\sqrt{6}}{3}. \quad 5437. \quad 2. \quad 5438. \quad \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{3}} \quad 5439. \quad 6 \text{ см.}$$

$$5440. \quad 7 \text{ см.} \quad 5441. \quad 1,5 \text{ см.} \quad 5442. \quad 7,5 \quad 5443. \quad 7 \text{ см.} \quad 5444. \quad 4 \text{ см}$$

5445. $\sqrt{h^2 + \left(\frac{a\sqrt{4b^2 - a^2}}{2(2b+a)}\right)^2}$ **5446.** $\sqrt{c^2 + b^2 - \frac{b^4}{a^2}}$ **5447.** 12.5; 12.5; 25; 25. **5448.** 51 cm.
5449. 15. **5450.** 14 cm. **5451.** 45°. **5452.** $a\sqrt{3}$. **5453.** 3 cm. **5454.** 98. **5455.** 125. **5456.**
 а) $2d^2$; б) $3\sqrt{2}S$. **5457.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **5458.** $a\left(\sqrt{5} + \frac{3\sqrt{2}}{2}\right)$. **5459.** $\operatorname{arctg} \frac{\sqrt{2}}{2} = \arccos \sqrt{\frac{2}{3}}$
5460. $\sqrt{26}$. **5461.** 40. **5462.** 4. **5463.** 6. **5464.** $\frac{abS}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ **5465.** 780. **5466.** 20.
5467. 90 cm^3 . **5468.** $2a; a\sqrt{2}$. **5469.** 120 cm^3 . **5470.** 26 cm. **5471.** 288 cm^2 . **5472.** $300\text{ cm}^2; 100\sqrt{65}\text{ cm}^2$. **5473.** $2\sqrt{P^2 + Q^2}$. **5474.** $8(10 + 3\sqrt{2})$. **5475.** 360 cm^3 . **5476.** $\frac{abS}{4(a+b)}$.
5477. $\sqrt{\frac{S_1 S_2 Q}{2}}$ **5478.** 4 cm. **5479.** 18. **5480.** 84 cm^2 . **5481.** $S\sqrt{2}$. **5482.** $48\sqrt{33}$.
5483. $2a^2; a^2\sqrt{3}$. **5484.** $2S; \sqrt{3}S$. **5485.** 906. **5486.** 4. **5487.** а) $\frac{1}{2}a^2\sqrt{3} + 3ab$;
 б) $2a^2 + 4ab$; в) $3a^2\sqrt{3} + 6ab$. **5488.** а) $\frac{1}{4}a^2b\sqrt{3}$; б) a^2b ; в) $\frac{3\sqrt{3}a^2b}{2}$. **5489.** 18.
5490. $l^2\sqrt{2}; \frac{l^3\sqrt{2}}{8}$. **5491.** 6. **5492.** $\frac{ab\sqrt{3}}{2}$. **5493.** $\frac{4a^2\sqrt{3}}{9}$. **5494.** $24\sqrt{2}$.
5495. $ac\sqrt{12a^2 - \frac{3c^2}{8}}$. **5496.** а) $\sqrt{b^2 - \frac{a^2}{3}}$; б) $\sqrt{b^2 - \frac{a^2}{2}}$; в) $\sqrt{b^2 - a^2}$. **5497.** а) $\sqrt{h^2 + \frac{a^2}{2}}$;
 б) $\sqrt{h^2 + a^2}$. **5498.** а) $\sqrt{h^2 + \frac{a^2}{12}}$; б) $\sqrt{h^2 + \frac{a^2}{4}}$; в) $\sqrt{h^2 + \frac{3a^2}{4}}$.
5499. а) $\frac{a^2\sqrt{3}}{4} + 3a\sqrt{h^2 + \frac{a^2}{12}}$; б) $a^2 + a\sqrt{4h^2 + a^2}$; в) $\frac{3a^2\sqrt{3}}{2} + 3a\sqrt{4h^2 + 3a^2}$.
5500. а) $\frac{a^2\sqrt{3b^2 - a^2}}{12}$; б) $\frac{a^2\sqrt{4b^2 - 2a^2}}{6}$; в) $\frac{a^2\sqrt{3(b^2 - a^2)}}{2}$. **5501.** 1587. **5502.** 3.
5503. 24. **5504.** $3Q$. **5505.** 9 cm. **5506.** 25. **5507.** $\frac{h\sqrt{15}}{3}$. **5508.** 1.5b. **5509.** 7 cm.
5510. $ah; \frac{1}{4}a\sqrt{12h^2 + 3a^2}$. **5511.** $\frac{3}{4}a^3$. **5512.** 36. **5513.** $2r(\sqrt{3} + \sqrt{3m^2 - r^2})$. **5514.** 1000.
5515. 12. **5516.** $3a^2$. **5517.** 2. **5518.** $a^3\frac{\sqrt{2}}{12}$. **5519.** $\frac{b^3}{6}$. **5520.** $a^3\frac{\sqrt{2}}{24}$. **5521.** $R^3\frac{\sqrt{6}}{4}$.
5522. 4. **5523.** 17. **5524.** 48. **5525.** $\frac{1}{6}ah\sqrt{l^2 - \left(\frac{a^2 + 4h^2}{8h}\right)^2}$. **5526.** 30. **5527.** 360 cm^2 .
5528. $\frac{a\sqrt{15}}{3}$. **5529.** $a^3\sqrt{3}$. **5530.** $4\sqrt{3}\text{ cm}$. **5531.** $\frac{1}{4}S$. **5532.** $\frac{3a^2h}{4\sqrt{a^2 + 3h^2}}$.
5533. $\frac{ab\sqrt{2}}{4}$. **5534.** 6. **5535.** $4\sqrt{6}$. **5536.** $\frac{8}{3}h^2$. **5537.** 6V. **5538.** $\frac{H}{\sqrt{2}}$. **5539.** $22 + \sqrt{136}$.
5540. $\frac{a^2(\sqrt{3} + \sqrt{15})}{4}$. **5541.** $ab(1 + \sqrt{2})$. **5542.** $\frac{\sqrt{2}}{3}mnp$. **5543.** $1.5a^2$. **5544.** $6\sqrt{21}$.
5545. 9. **5546.** а) $\sqrt{c^2 - \frac{(a-b)^2}{3}}$; б) $\sqrt{c^2 - \frac{(a-b)^2}{2}}$; в) $\sqrt{c^2 - (a-b)^2}$. **5547.** $a - b$.
5548. 2. **5549.** $\frac{\sqrt{2}}{4}\sqrt{S^2 - (Q-q)^2}$. **5550.** $\sqrt{3a^2 - \frac{4S}{\sqrt{3}}}$. **5551.** 10 cm. **5552.** $\frac{1}{4}\pi Q$.

$$\begin{aligned}
& 5553.5 \quad 5554.3 \quad 5555.3 \text{ м} \quad 5556.36 \text{ м}^2 \quad 5557. \pi^2 \quad 5558.25\pi \quad 5559.16\pi \quad 5560. \frac{S}{\pi} \\
& 5561. 2\sqrt{3}dH \quad 5562. \pi h^2 \quad 5563. \pi Q \quad 5564. 2S + \pi Q, \frac{1}{2}Q\sqrt{\pi S} \quad 5565. \frac{4\pi}{3\sqrt{3}} \\
& 5566. \pi \quad 3 \quad 5567. \frac{d^3}{4} \quad 5568. 45^\circ \quad 5569. \pi a^2(\sqrt{2}+1) \quad 5570. 2 \quad 5571. 4 \quad 1 \quad 5572. 5 \\
& 5573. 18\pi \quad 5574. 96\pi \quad 5575. R^2 \quad 5576. \frac{\pi R^2}{4} \quad 5577. \frac{\pi a^3}{3} \quad 5578. R^2 \quad 5579. 9\pi \\
& 5580. 50\pi \quad 5581. 3\pi \quad 5582. 8\pi \quad 5583. 2 \quad 3 \quad 5584. 2 \quad 3 \quad 5585. \frac{c^2 \sqrt{4\pi^2 l^2 - c^2}}{24\pi^2} \\
& 5586. \frac{1}{3} R \sqrt{S^2 - \pi^2 R^4} \quad 5587. \text{ а) } 2 \arcsin \frac{1}{6}, \text{ б) } 2 \arcsin \frac{1}{4}, \text{ в) } 60^\circ \quad 5588. 9\pi \\
& 5589. \frac{2HR}{2R + H\sqrt{2}} = \frac{HR\sqrt{2}}{H + R\sqrt{2}} \quad 5590. \pi \left(\frac{Rd}{H} \right)^2 \quad 5591. \frac{2V}{\pi} \quad 5592. \frac{\pi a^3}{4} \quad 5593. \frac{\pi a^2 b^2}{3\sqrt{a^2 + b^2}} \\
& 5594. \frac{R^2 \sqrt{7}}{4} \quad 5595. \frac{1}{3} \pi a^2 (\sqrt{3} + 1) \quad 5596. \arctg \frac{1}{2} \quad 5597. 5\text{ м} \quad 5598. 2H \quad 5599. 30 \quad 5600. \\
& R^2 - r^2 \quad 5601. 35\pi \quad 5602. 2\pi (R^2 - r^2) \quad 5603. \frac{R^2 S}{R^2 - r^2} \quad 5604. 84\pi \quad 5605. \frac{1}{3} \pi (R^3 - r^3) \\
& 5606. 36\pi \quad 5607. 288\pi \quad 5608. \text{ В } 2 \text{ раза} \quad 5609. 3\pi R^2 \quad 5610. \sqrt[3]{36\pi V^2} \\
& 5611. \sqrt{m^3} \sqrt{n^3} \quad 5612. \sqrt[3]{p^2} \sqrt[3]{q^2} \quad 5613. 25\pi \text{ м}^2 \quad 5614. \frac{3}{4} \pi R^2 \quad 5615. \frac{1}{4} \pi R^2 \quad 5616. r = \frac{1}{2} a, \\
& R = \frac{a\sqrt{3}}{2} \quad 5617. \frac{13}{125} = 0,104 \quad 5618. 58500\pi \quad 5619. \frac{1}{3} \pi R^3 \quad 5620. 112500\pi \quad 5621. \\
& 7\text{ см} \quad 5622. 3 \quad 5623. 8 \quad 5624. 12R^2 \sqrt{3} \quad 5625. 6R^3 \sqrt{3} \quad 5626. \frac{b^2}{2H} \quad 5627. R = \frac{a\sqrt{6}}{4}, \\
& r = \frac{a\sqrt{6}}{12} \quad 5628. 3 \quad 4 \quad 5629. 4 \quad 5630. 24 \quad 9 \quad 5631. 288\pi \quad 5632. \frac{l^2}{2H} \quad 5633. 3 \quad 2 \\
& 5634. 2H(2R - H) \quad 5635. \frac{\pi l^3 \sqrt{3}}{54}, \frac{\pi l^2}{3} \quad 5636. \frac{\pi(h^2 + r^2)^2}{h^2} \quad 5637. \frac{R\sqrt{l^2 - R^2}}{R + l} = \\
& = R\sqrt{\frac{l - R}{l + R}} \quad 5538. \sqrt{Rr} \quad 5639. \sqrt[3]{\frac{9V}{\pi}} \quad 5640. \frac{4}{(\sqrt{2} + 1)^3} = \frac{4}{7 + 5\sqrt{2}} \quad 5641. 2 \quad \sqrt[3]{4R} \\
& 5642. \arcsin \sqrt{\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta} \quad 5643. 2(a + b)\sqrt{a^2 + b^2} \operatorname{tg} \varphi \quad 5644. 0,5d^3 \sin \beta \sin \varphi \\
& \cos^2 \varphi \quad 5645. \frac{h^3 \sin \beta}{\sin^2 \alpha} \sqrt{\cos^2 \alpha - \sin^2 \beta} = \frac{h^3 \sin \beta}{\sin^2 \alpha} \sqrt{\cos(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta)} \quad 5646. d^3 \sin \alpha \sin \beta \\
& \sqrt{\cos^2 \alpha - \sin^2 \beta} \quad 5647. 2d \sin \varphi \sqrt{2S + d^2 \cos^2 \varphi} \quad 5648. 2H^2 \operatorname{ctg} \varphi (1 + \operatorname{ctg} \varphi) \\
& 5649. a^3 \sqrt{\operatorname{ctg}^2 \varphi - 1} = a^3 \sqrt{\operatorname{ctg}^2 \varphi - 1} = \frac{a^3 \sqrt{\cos 2\varphi}}{\sin \varphi} \quad 5650. d^3 \sin^2 \varphi \sqrt{\cos 2\varphi} \quad 5651. \\
& H = 0,5a \sqrt{3 \operatorname{ctg}^2 \alpha - 1}, \quad S = \frac{3a^2 \sqrt{3}}{2} \sqrt{\operatorname{ctg}^2 \alpha - \frac{1}{3}} = \frac{3a^2 \sqrt{\sin(60^\circ + \alpha) \sin(60^\circ - \alpha)}}{\sin \alpha} \\
& 5652. 2d^2 \sec \frac{\varphi}{2} \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} \operatorname{tg} \beta \quad 5653. \frac{H^2 \sqrt{3} \operatorname{ctg} \alpha}{\sin \alpha} \quad 5654. \sqrt[3]{\frac{8V \sin(\alpha/2)}{\sqrt{3 - 12 \sin^4(\alpha/2)}}} \\
& 5655. \frac{\sqrt{3} \sqrt[3]{V^2 \operatorname{ctg}^2 \alpha}}{\cos \alpha} \quad 5656. abc \sqrt{-\cos 2\alpha} \quad 5657. \frac{a^3}{4} \sqrt{3 \sin^2 \varphi - \cos^2 \varphi} =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{a^3}{2} \sqrt{\sin(\varphi + 30^\circ) \sin(\varphi - 30^\circ)} \quad \mathbf{5658.} \frac{a^3 \operatorname{tg} \varphi}{24} \quad \mathbf{5659.} 2\sqrt{3} m \cos \alpha \quad \mathbf{5660.} 6\sqrt{3} l^2 \cos \alpha \\
&\cos^2 \frac{\alpha}{2} \quad \mathbf{5661.} 4\sqrt{3} l^2 \cos \alpha \cos^2 \frac{\alpha}{2} \quad \mathbf{5662.} \frac{\sqrt{3}}{8} b^3 \sin 2\alpha \cos \alpha \quad \mathbf{5663.} \frac{a^3 \operatorname{tg} \varphi}{12} \\
&\frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \left(1 + \sqrt{1 + 4 \operatorname{tg}^2 \varphi}\right) \quad \mathbf{5664.} \frac{a^2}{4} (\sqrt{3} + 3 \operatorname{tg} \varphi) = \frac{a^2 \sqrt{3} \sin(\varphi + 30^\circ)}{2 \cos \varphi} \quad \mathbf{5665.} \frac{a^3 \sqrt{3} \operatorname{tg} \varphi}{2} \\
&\mathbf{5666.} \frac{1}{8} R^3 \sqrt{3} \sqrt{3 \operatorname{ctg}^2 \frac{\alpha}{2} - 1} \quad \mathbf{5667.} \arccos \frac{1}{3} \quad \mathbf{5668.} \frac{1}{6} a^4 \operatorname{tg} \varphi \quad \mathbf{5669.} 4h^2 \operatorname{ctg}^2 \alpha \\
&\frac{1 + \cos \alpha}{\cos \alpha} = \frac{2h^2 \cos \alpha}{\sin^2(\alpha/2)}, \quad \frac{4}{3} h^3 \operatorname{ctg}^2 \alpha. \quad \mathbf{5670.} \frac{1}{6} \operatorname{tg} \alpha \left(\frac{\sqrt{S \cos \alpha}}{\sqrt{2 \cos(\alpha/2)}} \right)^3 = \frac{\operatorname{tg}(\alpha/2)}{6 \cos(\alpha/2)} \sqrt{\frac{S^3 \cos \alpha}{2}} \\
&\mathbf{5671.} \frac{2}{3} b^3 \cos^2 \alpha \sin \alpha \quad \mathbf{5672.} \frac{1}{6} S \cos \alpha \sqrt{S \sin \alpha} \quad \mathbf{5673.} \frac{4}{3} b^3 \cos^2 \alpha \sqrt{-\cos 2\alpha} \\
&\mathbf{5674.} \sqrt[3]{\frac{3V}{\sin 2\alpha \cos \alpha}} \quad \mathbf{5675.} \frac{2}{3} S \sqrt{S \operatorname{ctg} \alpha} \quad \mathbf{5676.} \frac{1}{2} \sqrt[3]{3\sqrt{2} V \operatorname{tg} \alpha} \quad \mathbf{5677.} 8l^2 \cos \alpha \cos^4 \frac{\alpha}{2} \\
&\mathbf{5678.} \frac{a^3 \sqrt{\cos \beta}}{6 \sin(\beta/2)} \quad \mathbf{5679.} 4\sqrt{2} b^2 \sin \frac{\alpha}{2} \sin \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \quad \mathbf{5680.} \arccos \left(\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \right) \quad \mathbf{5681.} \\
&\frac{a^3}{24} \sqrt{3 \operatorname{ctg}^2(\varphi/2) - 1} = \frac{a^3}{12 \sin(\varphi/2)} \sqrt{\cos(30^\circ + \varphi/2) \cos(30^\circ - \varphi/2)} \quad \mathbf{5682.} \frac{Q}{\cos \alpha} \quad \mathbf{5683.} 6 \\
&\mathbf{5684.} \frac{a \sqrt{4b^2 - a^2}}{4 \cos \varphi}, \quad \frac{a^2(2b - a)}{24} \operatorname{tg} \varphi \quad \mathbf{5685.} \frac{a^3}{6} \sin \frac{\varphi}{2} \operatorname{tg} \beta \quad \mathbf{5686.} \arccos \left(\sqrt{2} \sin \frac{\alpha}{2} \right) \\
&\mathbf{5687.} 2 \arccos(\sin \varphi) \quad \mathbf{5688.} \frac{\sqrt{3} h^3 (4 \sin^2 \alpha - 1)}{4 \cos^2 \alpha} = \frac{\sqrt{3} h^3 \sin(\alpha + 30^\circ) \sin(\alpha - 30^\circ)}{\cos^2 \alpha} \quad \mathbf{5689.} \\
&\frac{2b^3}{3} \operatorname{ctg} \frac{\beta}{2} \left(1 - \operatorname{ctg}^2 \frac{\beta}{2} \right) = -\frac{2b^3}{3} \frac{\operatorname{ctg} \frac{\beta}{2} \cos \beta}{\sin^2 \frac{\beta}{2}} \quad \mathbf{5690.} \frac{a^3 - b^3}{24} \operatorname{tg} \varphi, \quad \frac{\sqrt{3}}{4} \left(a^2 + b^2 + \frac{a^2 - b^2}{\cos \varphi} \right) \\
&\mathbf{5691.} \frac{a^3 - b^3}{6} \operatorname{tg} \varphi, \quad \frac{a^2 - b^2}{\cos \varphi} \quad \mathbf{5692.} 2H^2 \operatorname{ctg} \beta \sqrt{2 + \operatorname{ctg}^2 \alpha} \quad \mathbf{5693.} \frac{a^3 - b^3}{6 \cos \varphi} \sqrt{-\cos 2\varphi} \\
&\mathbf{5694.} \frac{2R^3}{3} \sin \alpha \sin \beta \sin(\alpha + \beta) \operatorname{tg} \gamma \quad \mathbf{5695.} \frac{a^2}{4 \cos \beta} \sqrt{4 - \cos^2 \beta} \quad \mathbf{5696.} \alpha_1 = \arctg \left(\frac{1}{2} \operatorname{tg} \alpha \right), \\
&\alpha_2 = \alpha_3 = \arctg \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \operatorname{tg} \alpha \right) \quad \mathbf{5697.} \frac{1}{2} a \operatorname{tg} \beta \quad \mathbf{5698.} \frac{a^3 \operatorname{ctg} \varphi \operatorname{tg} \beta}{12 \sin \varphi} \quad \mathbf{5699.} \frac{c^3}{24} \sin 2\alpha \operatorname{tg} \beta \quad \mathbf{5700.} \\
&\frac{b^3}{6} \sin 2\alpha \sin 2\beta \cos \beta \quad \mathbf{5701.} \frac{ab}{2 \cos \varphi} \quad \mathbf{5702.} a^2 (\operatorname{tg} \alpha + \sec \alpha + 1) = \frac{a^2 \sqrt{2} \cos(\alpha/2)}{\cos(45^\circ + \alpha/2)} \\
&\mathbf{5703.} \frac{Q}{3} \sqrt{Q \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta} \quad \mathbf{5704.} \frac{4}{3} b^3 \cos \alpha \cos \beta \sqrt{\sin^2 \alpha - \cos^2 \beta} = \frac{4}{3} b^3 \cos \alpha \cos \beta \\
&\sqrt{-\cos(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta)} \quad \mathbf{5705.} \frac{d^2}{2} \operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2} \left(1 + \frac{1}{\cos \beta} \right) = \frac{d^2 \operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2} \cos^2 \frac{\beta}{2}}{\cos \beta} \\
&\mathbf{5706.} \frac{a^3}{6} \sin^2 \alpha \operatorname{tg} \beta \quad \mathbf{5707.} \frac{2a^3}{3} \operatorname{tg} \varphi \cos^3 \frac{\beta}{2} \quad \mathbf{5708.} b^2 \sin 2\alpha \cos^2 \frac{\varphi}{2} \sec \varphi \\
&\mathbf{5709.} 2mH \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \quad \mathbf{5710.} \frac{\pi b S}{\sin \alpha} \quad \mathbf{5711.} \pi d^2 \sin \beta \cos \beta, \quad \frac{\pi d^3 \cos^2 \beta \sin \beta}{4} \\
&\mathbf{5712.} \frac{H^3 \operatorname{tg}^2 \alpha}{4\pi} \quad \mathbf{5713.} \sqrt[3]{\frac{4V \operatorname{ctg}^2(\alpha/2)}{\pi}} \quad \mathbf{5714.} \frac{2S \cos^2(\alpha/2)}{\cos \alpha} \quad \mathbf{5715.} \frac{1}{3} RS \sin \alpha.
\end{aligned}$$

$$5716. \pi R^2 \operatorname{cosec} \alpha. \quad 5717. \frac{1}{3} \pi l^3 \cos^2 \alpha \sin \alpha. \quad 5718. \frac{\pi m^3 \cos \alpha \sin^2 \alpha}{24 \sin^6 \frac{\alpha}{2}} = \frac{1}{3} \pi m^3 \operatorname{ctg}^3 \frac{\alpha}{2} \operatorname{ctg} \alpha.$$

$$5719. 2R^2 \sin \alpha. \quad 5720. \sin \alpha \cos \frac{\varphi}{2} \sqrt{\frac{2S}{\sin \varphi}} = \sin \alpha \sqrt{S \operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2}}. \quad 5721. \frac{\pi a^3 \cdot \sqrt{\cos \varphi}}{12 \sin(\varphi/2)}.$$

$$5722. R^2 \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \sec \varphi \sqrt{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha \cdot \operatorname{tg}^2 \varphi}. \quad 5723. l^2 \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \sin \alpha. \quad 5724. \frac{4\pi R^3}{3} \sin^2 \frac{\alpha}{4}. \quad 5725.$$

$$\frac{\pi h^2}{\sin^2(\alpha/4)}. \quad 5726. \frac{\pi b^3 \sin^2 \alpha}{6 \cos \alpha}. \quad 5727. \frac{4}{3} \pi S \sqrt{S \sin 2\alpha}. \quad 5728. \frac{a \sqrt{2} \operatorname{tg} \varphi}{2(1 + \operatorname{tg} \varphi)} = \frac{a \sin \varphi}{2 \sin(45^\circ + \varphi)}.$$

$$5729. \frac{2l \sin \alpha}{2 + \sqrt{2} \operatorname{tg} \alpha}. \quad 5730. \frac{2l \sin \alpha}{2 + \operatorname{tg} \alpha}. \quad 5731. \pi R^3 \cdot \sin 2\alpha \cdot \cos \alpha. \quad 5732. \frac{\pi^3}{6 \cos^3 \frac{\alpha}{2}}. \quad 5733.$$

$$\frac{4\pi l^3 \cos^3 \alpha \cdot \operatorname{tg}^3 \frac{\alpha}{2}}{3}. \quad 5734. \frac{V}{4} \operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg}^3 \frac{\alpha}{2}. \quad 5735. 4V \operatorname{tg}^3 \frac{\alpha}{2} \operatorname{ctg} \alpha. \quad 5736. \pi \sqrt{\left(\frac{2S}{\sin 2\alpha}\right)^3}.$$

$$5737. \frac{\sqrt{2} R^3 \sin 2\alpha}{2}. \quad 5738. 6R^2 \cdot \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \cdot \operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\alpha}{2}\right) = 3R^2 \left(1 + \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}\right) \cdot \operatorname{tg} \alpha. \quad 5739. \frac{4\pi a^2}{3 \sin^2 2\varphi}.$$

$$5740. 4R^2 \sin \frac{3\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} = 2R^2 \sin \alpha (1 + 2 \cos \alpha). \quad 5741. \frac{2R}{3} \left(3 - 4 \sin^2 \frac{\alpha}{2}\right) = \frac{8R}{3} \cos \left(30^\circ + \frac{\alpha}{2}\right) \cdot \cos \left(30^\circ - \frac{\alpha}{2}\right) \quad 5742. \frac{H}{1 + \sqrt{4 \operatorname{tg}^2 \alpha + 1}} = \frac{H \left(\sqrt{4 \operatorname{tg}^2 \alpha + 1} - 1\right)}{4 \operatorname{tg}^2 \alpha}. \quad 5743. \frac{a \sqrt{3}}{6}.$$

$$\sqrt{\frac{\sqrt{3} \operatorname{ctg}(\alpha/2) - 1}{\sqrt{3} \operatorname{ctg}(\alpha/2) + 1}} = \frac{a \sqrt{3}}{6} \cdot \sqrt{\frac{\sin(60^\circ - \alpha/2)}{\sin(60^\circ + \alpha/2)}} \quad 5744. \frac{8\sqrt{3}}{27} R^3 \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{2} \left(3 - 4 \sin^2 \frac{\alpha}{2}\right)^2 = \frac{8\sqrt{3}}{27} R^3 \sin^2 \frac{3\alpha}{2} \quad 5745. H \cdot \operatorname{ctg} \varphi \cdot \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}. \quad 5746. \frac{4}{3} b^3 \cdot \sin \alpha \cdot \cos^2 \alpha \cdot \operatorname{ctg}^3 \frac{\alpha}{2}.$$

$$5747. r = \frac{a}{2} \sqrt{\frac{1 - \operatorname{tg}(\alpha/2)}{1 + \operatorname{tg}(\alpha/2)}}; \quad R = \frac{a}{4 \sin \frac{\alpha}{2} \sqrt{\cos \alpha}} \quad 5748. \frac{a}{2} \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} \cdot \operatorname{ctg} \frac{180^\circ}{n}.$$

$$5749. \frac{a}{2 \cdot \sin 2\beta \cdot \sin \frac{180^\circ}{n}}. \quad 5750. \frac{a}{2} \cdot \operatorname{ctg} \left(\frac{180^\circ}{n}\right) \sqrt{\sin \left(\frac{180^\circ}{n} - \frac{\alpha}{2}\right) / \sin \left(\frac{180^\circ}{n} + \frac{\alpha}{2}\right)}.$$

$$5751. \frac{2R^3}{3} \cdot \sin^3 2\varphi \cdot \operatorname{tg} \varphi \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot \sin(\alpha + \beta). \quad 5752. \frac{2R^3}{3} \cdot \sin^3 2\varphi \cdot \operatorname{tg} \varphi \cdot \sin \alpha.$$

$$5753. \frac{4r^3 \cdot \operatorname{tg} \varphi \cdot \operatorname{ctg}^3 \frac{\varphi}{2}}{3 \sin \alpha}. \quad 5754. \frac{\pi a^3 \cdot \sin^3 \alpha \cdot \operatorname{tg}^3 \frac{\varphi}{2}}{6}. \quad 5755. \frac{8\sqrt{3} R^2}{\sin^2 \alpha}. \quad 5756. \frac{\pi l^3}{12} \cdot \sin^3 2\alpha.$$

$$5757. \frac{R}{r} = \frac{3 + \sqrt{21}}{3}. \quad 5758. 45^\circ. \quad 5759. \text{a) } \frac{R}{r} = 2\sqrt{3} - 3; \text{ b) } 30^\circ. \quad 5760. 1.5H. \quad 5761. \frac{R}{3}. \quad 5762.$$

$$\frac{6}{11}. \quad 5763. \frac{a^2 \cdot \sin^2 \alpha \cdot \cos \beta}{\sin^2(\alpha + \beta)}. \quad 5764. \frac{2r^2(1 + \sqrt{-\cos \alpha})^3}{\sqrt{-\cos \alpha} \cdot \cos^2 \frac{\alpha}{2}}. \quad 5765. \sqrt{\frac{abc}{a + b + c}}.$$

$$5766. 2 \operatorname{arctg} \frac{1}{3} = \operatorname{arctg} \frac{3}{4}. \quad 5767. \frac{abc}{ab + bc + ac}. \quad 5768. \arccos \frac{1}{6} \cdot a \sqrt{\frac{2}{35}} + \arccos \frac{2}{3}, \frac{a}{\sqrt{10}}.$$

Титаренко Олександр Михайлович

**5770 ЗАДАЧ
З МАТЕМАТИКИ
З ВІДПОВІДЯМИ**
2-ге видання, виправлене

Коректор *Т. П. Єресько*
Комп'ютерне макетування *М. В. Сухарева*

Підписано до друку 04.01.07.
Формат 60х84 $\frac{1}{16}$. Гарнитура Petersburg.
Папір газетний. Друк офсетний. Обл.-вид. арк. 19,53.
Наклад 3000. Замовл. № **446**.

Видання здійснене за ліцензією ФОП Шапіро М. В.

«ТОРСІНГ ПЛЮС» Свідоцтво серія ДК № 2143 від 01.04.05 р.

З питань оптових поставок звертатися:
61057, м. Харків, вул. Сумська, 13
Тел./факс (057) 717-10-26, тел. 719-98-73
E-mail: torsing_or@rider.com.ua
www.torsing.com.ua

Книга — поштою:
61057, м. Харків,
а/с «Книжкова ліга»

| |
|---|
| <p>SMS-замовлення книг: відправте SMS з текстом «КНИГА»
на номер 7500 та чекайте дзвінка від служби замовлень.
Вартість повідомлення 2,40 грн</p> |
|---|