

ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

**П.В. Егоров
Ю.Г. Лысенко
Г.С. Овечко
В.Н. Тимохин**

ЭКОНОМИЧЕСКАЯ КИБЕРНЕТИКА

*Рекомендовано Министерством образования Украины
в качестве учебного пособия для студентов высших
учебных заведений, обучающихся по специальности
«Экономическая кибернетика»*

Донецк
Юго-Восток
2003

УДК 33:007
ББК У.В661
Л88

Авторы: П.В. Егоров (главы 12–13), Ю.Г. Лысенко (главы 7–11),
Г.С. Овечко (главы 1–6), В.Н. Тимохин (главы 14–17).

Рецензенты:

Берсуцкий Я.Г. — д-р экон. наук, профессор, ректор Донецкого университета экономики и хозяйственного права, академик Академии экономических наук Украины;

Гузь Н.Г. — д-р экон. наук, профессор, профессор кафедры математики и математических методов в экономике Донецкого национального университета.

*Рекомендовано к печати ученым советом
Донецкого национального университета
(протокол № 9 от 26.09.2003 г.)*

Егоров П.В., Лысенко Ю.Г., Овечко Г.С., Тимохин В.Н.

Л88 Экономическая кибернетика: Учебное пособие; изд. 2-е /
Донецкий национальный университет.— Донецк: ООО «Юго-
Восток, Лтд», 2003.— 516 с.

ISBN 966-8278-68-2

Учебное пособие обобщает более чем 30-летний опыт преподавания курса экономической кибернетики в Донецком национальном университете. На концептуальном, методологическом и теоретическом уровне рассмотрены модели и методы анализа, синтеза и оптимизации управления экономическими системами различного назначения.

Учебное пособие предназначено для студентов, аспирантов и преподавателей экономических вузов, научных работников в области управления экономикой

УДК 33:007
ББК У.в661

ISBN 966-8278-68-2

© П.В. Егоров, Ю.Г. Лысенко,
Г.С. Овечко, В.Н. Тимохин, 2003

© Кафедра экономической
кибернетики ДонНУ, 2003

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ К ПЕРВОМУ ИЗДАНИЮ	7
ПРЕДИСЛОВИЕ КО ВТОРОМУ ИЗДАНИЮ	11
ПРЕДИСЛОВИЕ ПРЕЗИДЕНТА ВСЕМИРНОЙ ОРГАНИЗАЦИИ КИБЕРНЕТИКИ И СИСТЕМ СТАФФОРДА БИРА К УЧЕБНОМУ ПОСОБИЮ "ЭКОНОМИЧЕСКАЯ КИБЕРНЕТИКА"	20

РАЗДЕЛ I КОНЦЕПТУАЛИЗАЦИЯ

ГЛАВА 1. СИСТЕМА	24
1.1. Уровни абстрактного описания систем	25
1.2. Системный подход	27
1.3. Сложная система	28
1.4. Классификация задач	36
1.5. Формализация поведения систем	37
ГЛАВА 2. МОДЕЛЬ	42
2.1. Изоморфизм и гомоморфизм	43
2.2. Математическое моделирование	45
2.3. Классификация моделей	46
2.4. Методика моделирования	
ГЛАВА 3. УПРАВЛЕНИЕ	50
3.1. Условия существования системы управления	53
3.2. Виды связей в системах управления	60
3.3. Виды управления	61
3.4. Самоорганизующие системы	67
3.5. Принципы и законы управления	80
ГЛАВА 4. ИНФОРМАЦИЯ	81
4.1. Количественное измерение информации	83
4.2. Неопределенность	87
4.3. Симеотика	97
4.4. Экономическая информация	103

ГЛАВА 10. МОДЕЛИ АНАЛИЗА МЕЖОТРАСЛЕВЫХ СВЯЗЕЙ ...	233
10.1. Модель Леонтьева «затраты-запуск».....	236
10.2. Решение системы уравнений МОБ	236
10.3. Коэффициенты полных материальных затрат	239
10.4. Технологические модели	240
ГЛАВА 11. МОДЕЛИ И МЕТОДЫ	
АНАЛИЗА ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ	244
11.1. Односекторная модель экономической динамики	246
11.2. Моделирование технического прогресса	259
11.3. Динамическая модель межотраслевого баланса	265
11.4. Метод системной динамики дж. Форрестера	275
11.5. Эконометрический подход к анализу экономических систем	289
11.6. Имитационный подход к решению задач экономического анализа	292

РАЗДЕЛ III СИНТЕЗ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

ГЛАВА 12. МЕТОДОЛОГИЯ СИНТЕЗА ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ	296
12.1. Общая задача синтеза объекта управления.....	298
12.2. Общая задача синтеза управляющей системы.....	300
ГЛАВА 13. МОДЕЛИ И МЕТОДЫ СИНТЕЗА СТРУКТУРЫ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ	311
13.1. Синтез функциональной структуры системы управления	313
13.2. Синтез организационной структуры системы управления	320
ГЛАВА 14. ПОДХОД СТАФФОРДА БИРА В СИНТЕЗЕ ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ	340
14.1. Проектирование автономии подразделений жизнеспособной системы	341
14.2. Система регулирования деятельности подразделений	350
14.3. Оптимизация функционирования подразделений и управление стабильностью внутренней среды системы	357
14.4. Моделирование взаимодействия системы с внешней средой	367
14.5. Принятие решений в жизнеспособной системе.....	376

ГЛАВА 5. ЭКОНОМИЧЕСКАЯ СИСТЕМА	110
5.1. Общая характеристика экономической системы	111
5.2. Сущность системного подхода к исследованию экономической системы	115
5.3. Экономическая система как система управления	118
5.4. Идентификация экономической системы	119
ГЛАВА 6. ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ АНАЛИЗА И СИНТЕЗА МОДЕЛЕЙ ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ	122
6.1. Принципы декомпозиционного анализа экономической системы	123
6.2. Координация в иерархических системах управления	129
6.3. Методы декомпозиционного анализа	139

РАЗДЕЛ II АНАЛИЗ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

ГЛАВА 7. ПРОЦЕДУРА АНАЛИЗА ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ	146
7.1. Методология анализа	147
7.2. Формальный аспект анализа функциональной системы	156
ГЛАВА 8. АНАЛИЗ СИСТЕМЫ ОБЩЕСТВЕННОГО ПОТРЕБЛЕНИЯ	162
8.1. Анализ спроса и предложения	163
8.2. Статистические модели анализа спроса и потребления	174
8.3. Анализ рыночной системы на макроуровне	179
8.4. Стандартная кейнсианская модель анализа рынка товаров	186
8.5. Теории потребления	195
8.6. Приложение макроэкономической теории: политика стабилизации	202
ГЛАВА 9. АНАЛИЗ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ СИСТЕМЫ	209
9.1. Производство и производственные системы	212
9.2. Сущность системного подхода к анализу производственной системы	213
9.3. Организационная структура производственной системы и виды организаций	218
9.4. Методы анализа производственной системы	219
9.5. Методы контроля производственных процессов	230

РАЗДЕЛ IV ОПТИМИЗАЦИЯ СИСТЕМ

ГЛАВА 15. ПРОБЛЕМЫ ОПТИМИЗАЦИИ ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ	380
15.1. Проблемы оптимального функционирования, оптимального развития и моделирования оптимальности в экономических системах	380
15.2. Классификация задач оптимизации экономических систем ..	390
15.3. Важные частные случаи	398
ГЛАВА 16. ТЕОРИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ СИСТЕМ	403
16.1. Теория оптимальных систем	403
16.3. Задачи оптимального управления	405
16.4. Критерии оптимальности	411
16.5. Метод стохастических квазиградиентов	413
16.6. Условия глобального оптимума	414
16.7. Задачи оптимального управления	416
16.8. Постановка задачи оптимального управления	418
16.9. Оптимизация состояния систем в статических оптимизационных моделях	422
16.10. Условия второго порядка для классической задачи на условный оптимум	427
16.11. Эффект замещения в неоклассической теории спроса	432
16.12. Условия глобального оптимума в классической задаче на условный экстремум	433
16.13. Оптимизация структуры экономических систем	449
16.14. Координация	459
ГЛАВА 17. МОДЕЛИ И МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ ПРОЦЕССОВ В ЭКОНОМИКЕ	462
17.1. Модели и методы оптимизации функций и поведения экономических систем	462
17.2. Принцип максимума Понтрягина и его экономические приложения	481
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ	490
ЛИТЕРАТУРА	509

ПРЕДИСЛОВИЕ К ПЕРВОМУ ИЗДАНИЮ

*Говорят, между двумя противоположными мнениями лежит истина.
Ни в коем случае! Между ними лежит проблема.*

И. В. Гете

Путь к этой книге начался 30 лет назад, когда молодому ученому В. А. Забродскому предложили прочесть курс лекций по кибернетике в Донецком государственном университете, где в 1965 году была открыта новая специальность «Экономическая кибернетика». В ходе интенсивной работы над курсом и благодаря энтузиазму молодежи (студентов, аспирантов), вдохновленной идеями новой науки, первоначальные рамки предмета значительно расширились. Появились новые спецкурсы, базирующиеся на отдельных разделах кибернетики. Молодежь увлеченно работала на научных семинарах по проблемам кибернетики, тематика которых была обширной и непредсказуемой. Азарт поиска и новые идеи объединили будущих авторов этого учебника с «украинской стороны», как оказалось, на всю жизнь. Темой ряда семинаров Донецкого клуба кибернетиков, почетным президентом которого был уже знаменитый В. М. Глушков, стала книга английского ученого Стаффорда Бира «Кибернетика и управление производством».

Вспоминает В. А. Забродский:

(Вячеслав Адамович Забродский родился в 1938 г.; доктор экономических наук, профессор, заведующий кафедрой экономической кибернетики Харьковского государственного университета, член ГАММ (ассоциации по прикладной математике и механике); известен работами в области моделирования механизмов адаптивного управления экономическими и производственными системами, автоматизации организационного проектирования производственно-экономических систем, создания кибернетической модели общества)

Книга Ст. Бира стала теперь уже классической работой. В свое время она заставляла нас останавливаться и задумываться над каждым новым абзацем, каждым новым тезисом; это была спорная, но цельная философия новой науки, которая порою опрокидывала мир сложившихся представлений, заставляя взглянуть на привычные предметы с иной точки зрения, а иногда заставляла испытывать удовольствие от ощущения совпадения точек зрения, четкого определения таких понятий, которые интуитивно были уже сформулированы и восприняты. Короче говоря, это была философия, увлекательная, новая и смелая, которую я готов был принять и исповедовать всей душой. Подкупала очевидная возможность преодоления старых,

узких рамок конкретного мышления и развитие нового, перспективного и продуктивного образа мыслей, знаменующего что-то вроде свободной энергии ... Оглядываясь назад, думаю, что для меня этот период был «набором высоты» в науке. Трудно сейчас в полном масштабе определить то влияние, которое оказала на меня идеология Ст. Бира ... Думаю, она укрепила меня в научной смелости. Я убежден, что настоящий ученый должен обладать научной смелостью — это мощнейший стимул творчества.

Продолжает В. В. Христиановский:

(Вадим Владимирович Христиановский, родился в 1942 году; кандидат экономических наук, профессор, проректор Донецкого национального университета, заведующий кафедрой математики и математических методов в экономике; область научных интересов — моделирование процессов дестабилизации в производственно-экономических системах)

Когда в 1965 году мы поступили в университет, больше всего нас привлекала возможность попробовать силы в новой области математики. Тогда «экономическая кибернетика» относилась к числу специальностей математического факультета, и первыми нашими проводниками в науке были ученые-математики. Курс кибернетики читал у нас доктор физико-математических наук А. М. Богомолов, будущий ректор Саратовского университета. Основой были книги Н. Винера и У. Р. Эшби «Введение в кибернетику». Мы долго воспринимали кибернетику как математическую в своей основе дисциплину. Во многом это предопределило и мой творческий путь. Экономические экскурсы кибернетики мы воспринимали тогда как игру научной мысли. Хорошо помню это состояние эйфории, впечатление откровения: мы имеем универсальную математическую методологию, которая позволяет точно и ясно описывать на языке, понятном лишь посвященным (нам, кибернетикам!), любые явления окружающего нас мира, в том числе и мира экономики. Это было, конечно, определенным нахальством, но позволяло брать вершины, которые «чистым» экономистам и не снились. Мы все тогда увлеклись математическим моделированием, применением известных моделей и их модификацией ко все новым и новым отраслям общественного производства. И Вячеслав Адамович поощрял нас в наших изысканиях.

В обсуждение вступает Ю. Г. Лысенко:

(Юрий Григорьевич Лысенко, родился в 1945 г.; доктор экономических наук, профессор, заведующий кафедрой экономической кибернетики Донецкого национального университета, академик Академии технологических наук Украины; область научных интересов — моделирование и компьютеризация процессов управления в производственно-экономических системах)

Так оказалось, что специальность возникла в 1965 году, а кафедра экономической кибернетики была создана позже, в 1968 году, уже на экономическом факультете. Именно с этого момента началась экономическая

ориентация специальности. А первый учебник (он же и последний) по экономической кибернетике был издан только в 1982 году. Это была книга Н. Е. Кобринского, Е. З. Майминаса, А. Д. Смирнова «Экономическая кибернетика». Учебник на тот момент был неплохим подспорьем для преподавателей, читающих курс. Он представлял собой расширенный вариант учебного пособия, изданного в 1975 году, обобщая накопленный на тот момент опыт, содержал полезные сведения по понятийному аппарату, но и не был свободен от недостатков, которых мы сейчас касаться не будем. Гораздо важнее учесть их в нашей работе и определить, каким должен быть учебник по экономической кибернетике 2000 года.

Говорит В. Л. Петренко:

(Владимир Леонидович Петренко, родился в 1955 году; доктор экономических наук, профессор кафедры экономической кибернетики Донецкого национального университета; ведущий ученый Донецкого национального университета по теории адаптации экономических систем)

Сложность подготовки учебника по экономической кибернетике состоит в том, что он должен содержать систематическое изложение предмета, методов кибернетики, и, поскольку он предназначен в основном для студенческой аудитории, должен давать достаточно полную и исчерпывающую характеристику классических теоретических подходов. С другой стороны, выработка у читателей определенного кибернетического подхода требует изложения новых, современных концепций, проблем, механизмов, которые сейчас актуальны и интенсивно разрабатываются. Я имею в виду активно пропагандируемый нашими английскими коллегами метод системной динамики, теорию адаптивных, самоорганизующихся систем управления, концепции управления проектами, многое другое.

Ю. Г. Лысенко:

«Многое другое» включить в один учебник невозможно. Учебник должен соответствовать программе курса, место которой определено моделью специалиста. В модели специальности существуют специальные и основные дисциплины, с помощью которых возможно продвинуть курс и обеспечить более глубокое проникновение в специфику отдельных основных проблем, намеченных и определенных в общих чертах в курсе экономической кибернетики. Можно дать, например, основные понятия метода системной динамики Форрестера в кибернетике, там, где без них не обойтись, продвинутое же изложение метода в рамках специального курса. Хотя не следует исключать размещения в учебнике материала дополнительного, сверх обязательной программы — для самостоятельного изучения, там, где это целесообразно: и в виде отдельных глав, и в виде более подробных выкладок, и в виде ссылок на литературу.

Г. С. Овечко:

(Галина Сергеевна Овечко, родилась в 1947 г.; кандидат экономических наук, доцент кафедры экономической кибернетики Донецко-

го национального университета; научные интересы — системный анализ и имитационное моделирование региональных систем)

Большая ответственность авторов заключается в том, что подготовленный учебник на данный момент является первым и пока единственным в Украине. Он отражает накопленный опыт, традиции чтения курса «Экономическая кибернетика» в Донецком и Харьковском государственных университетах. Он должен быть современным, т. е. отражать достигнутый к настоящему моменту уровень развития кибернетики, а также наук, ее составляющих. С другой стороны, поскольку это учебник, он содержит и сведения из «классической кибернетики», которые обеспечивают построение теории и категорий кибернетики. Это поможет читателю вначале разобраться в системе понятий и категорий, важнейших закономерностей, общих для всех управляющих систем, а затем уже изучать их в логической последовательности.

Ю. Г. Лысенко:

Я полагаю, что представленная книга дает связную картину, отдельные фрагменты которой образуют законченное целое. Мы получили учебник как результат поиска компромисса между сжатым, точным изложением системных аспектов и более пространным, детальным, прикладным, расширяющим предмет кибернетики. Думаю, что книга вызовет отклик, пожелания, которые мы сможем учесть в следующих изданиях.

Замечания и пожелания просим направлять по адресу: 83015, г. Донецк-15, ул. Челюскинцев, 198-а, Донецкий государственный университет, кафедра экономической кибернетики.

Авторы

ПРЕДИСЛОВИЕ К О ВТОРОМУ ИЗДАНИЮ

Экономическая кибернетика развивается в нашей стране стремительно и плодотворно, в результате чего сформировались мощные направления теоретических исследований и прикладных аспектов экономической кибернетики, ее вычислительная база; прошли обработку, апробацию и показали свою результативность ее методы, главный из которых — моделирование сложных экономических систем и процессов.

Значение и польза экономической кибернетики состоит не в наличии каких-либо чисто кибернетических результатов, математически сформулированных законов экономической кибернетики, а в том, в какой степени кибернетические идеи, кибернетический образ мышления проникли в экономику, стимулировали ее развитие и привели к появлению новых научных результатов в экономической кибернетике — этой специальной области науки.

В наши дни экономическая кибернетика все более становится областью, в которой изучаются нетрадиционные по постановке, сложности и путям решения задачи управления (включая процессы родственные, но не совпадающие с управлением экономическими системами, например, управление проектами), разрабатываются разнообразные теоретические и прикладные средства.

Бесперывно развивается и совершенствуется модель специалиста в области экономической кибернетики, ее базовая концепция. Объем и уровень необходимых знаний возрастает, возрастает и квалификация специалистов, которые владеют методологией и инструментарием исследования поведения экономических систем, приближаясь к стандарту современного экономического образования в развитых странах мира. Студенты, которые учатся на специальности «Экономическая кибернетика», на уровне бакалавра получают систему знаний по специальным, экономическим и математическим дисциплинам, новым информационным технологиям с использованием компьютерной техники. На базе специальности «Экономическая кибернетика» можно вести подготовку специалистов и магистров в области финансов, бухгалтеров широкого профиля и экономистов других направлений. Концептуальная модель, которая лежит в основе такого учебного плана, отвечает требованиям современной системы хозяйствования, принятой во всем мире. А возможность такой подготовки обеспечивается следующим:

студенты специальности «Экономическая кибернетика» получают базовую экономическую подготовку, такую же, как и экономисты других специальностей, которая обеспечивает эффективное восприятие профессионально-направленных дисциплин по моделированию экономических задач, прежде всего, в управлении финансами, бухгалтерском учете, менеджменте и маркетинге, а в области математического образования они

значительно впереди соответствующих традиционных специалистов по экономике более узкого профиля;

изучаемые математические дисциплины обеспечивают выработку у студентов специальности «Экономическая кибернетика» особых системных навыков восприятия информации, что позволяет делать лекции для них более информативными;

направленность практических и лабораторных занятий на освоение и широкое использование компьютерных технологий увеличивает эффективность экономической специализации.

Возможность экономистов-математиков эффективно реализовывать свои профессиональные знания экономиста с помощью современных информационных технологий дает возможность высказываться о них, как о непревзойденных специалистах на любых участках в системах управления предприятий и организаций: бухгалтеров, финансистов, экономистов, менеджеров и других, поэтому возрастает потребность в них для предприятий новых форм хозяйствования.

С отраслевыми экономистами экономиста-математика сближает объект изучения — экономика. А назначение экономиста-математика, владеющего более широким набором знаний и способного обобщать конкретные экономические процессы с абстрактными моделями, решение которых дает возможность принимать выверенные решения, ставит его на один уровень с отраслевыми экономистами и специалистами по направлению «Экономическая теория», основными видами деятельности которых есть обобщение и толкование экономических явлений, прогнозирование развития экономики в целом и отдельных ее областей и, прежде всего, решение общих экономических проблем.

Этот уровень можно определить как методолого-инструментальный. Он диктует условия и для формирования учебного плана подготовки экономистов-математиков, который должен отличаться от учебных планов отраслевых экономистов не только составом профессионально-ориентированных дисциплин, но и дисциплин фундаментальной подготовки.

На сегодняшний день одной из основных задач является подготовка нового учебного пособия по дисциплине «Экономическая кибернетика», которое бы в полной мере отражало специфику подготовки нашего специалиста и являлось тем универсальным набором средств, овладение которым позволяет выпускникам называться экономистами-математиками.

Кибернетика — наука о законах структурной организации и функционирования систем управления любой материальной природы и степени сложности, имеющая своей целью анализ, синтез и оптимизацию таких систем. Законы кибернетики объективны и специфичны, они не являются предметом исследования никакой другой науки.

Кибернетика исследует весьма специфический предмет — системы и процессы управления. Экономическая кибернетика как раздел кибернетики

и экономики посвящена исследованию особенностей протекания процессов управления в экономических системах и синтезу систем управления экономическими объектами. Экономической кибернетике присущ системный подход, позволяющий рассматривать явление во всей его сложности, с учетом всех имеющихся связей и свойств. Это позволяет выявить, познать и рационально использовать закономерности управления в природе, обществе и искусственно создаваемых системах. Вместе с тем, развитие экономической кибернетики потребовало переосмысления некоторых старых понятий, сложившихся в общественной практике, и формализации представлений терминологического характера, являющихся исходной базой при изучении сложных систем управления различной природы.

Структура учебного пособия включает традиционные разделы для такого рода учебных пособий и учебников, однако, наполнение материалом и отдельные подразделы сориентированы на новую модель специалиста, удовлетворяющего сейчас и способного удовлетворять в будущем возрастающим рыночным потребностям. Авторами были выделены следующие четыре раздела: КОНЦЕПТУАЛИЗАЦИЯ, АНАЛИЗ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ, СИНТЕЗ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ, ОПТИМИЗАЦИЯ СИСТЕМ. Это обусловлено тем что современный выпускник специальности «Экономическая кибернетика» должен заниматься исследованием и модификацией существующих, а также синтезом новых систем управления в экономике с использованием концепции и методологии экономической кибернетики.

Раздел КОНЦЕПТУАЛИЗАЦИЯ посвящен описанию базовых понятий экономической кибернетики: система; модель; управление; информация. Особое внимание уделено объекту экономической кибернетики — экономической системе и основным принципам анализа и синтеза моделей экономических систем.

Отправной точкой является определение базового понятия кибернетики — понятия системы. При всем разнообразии возможных подходов к определению понятия «система» для целей экономической кибернетики важными являются системно-ориентированное, структурно-функциональное и динамическое представление о сложной системе. Для получения полного представления о многообразии подходов к описанию и определению систем необходимо рассматривать лингвистический уровень описания системы, теоретико-множественное определение системы, абстрактно-алгебраическое определение системы, динамическое определение сложной системы.

Основным концептуальным инструментом кибернетики является системный подход. Системный подход опирается на диалектический закон взаимосвязи и взаимообусловленности явлений в мире и обществе и требует рассмотрения изучаемого явления или процесса не только как самостоятельной системы, но и как подсистемы некоторой суперсистемы более высокого уровня. Выделение системы предполагает наличие ряда системооб-

разующих признаков, которые определяются целями исследования и волей исследователя, и в силу этого являются субъективными: объекта исследования, субъекта исследования, цели исследования. Первичным элементом системы является элементарный объект, неделимый далее средствами данного метода декомпозиции в границах данного исследования; устойчивость которого выше, чем устойчивость системы в целом.

Практическая и прикладная направленность исследований в экономической кибернетике вызывает необходимость привлечения некоторых неформальных подходов к анализу и синтезу систем управления, и, в частности, классификации функций систем по Ст. Биру

Процесс познания человеком окружающего мира в значительной мере связан с созданием моделей, построенных по принципу аналогий с изучаемым объектами. Поскольку основным методом экономической кибернетики является моделирование, необходимо уделять внимание и многообразию определения модели, используемые различными исследователями. Модель — представление системы, объекта, понятия в некоторой форме, отличной от формы их реального существования.

Экономическая кибернетика рассматривает математическое моделирование — важнейший прикладной инструментарий кибернетики. Базовыми понятиями являются понятия изо- и гомоморфизма. Математические модели используются для формализации целей, присущих большинству экономических систем, и имеющих ограничения, налагаемых действующими экономическими законами.

Выпускник специальности «Экономическая кибернетика» — это прежде всего специалист в области управления экономикой, поэтому понятие управления является основным теоретическим понятием, ориентирующим этого специалиста на решение конкретных прикладных задач по управлению экономикой и ее подсистемами.

Управление — это целенаправленное воздействие одной системы на другую для изменения ее поведения (состояния) в соответствии с изменяющимися условиями внешней среды. Наличие управления является существенным признаком сложной системы, обеспечивающим ее целостность. Понятие управления является базовым в кибернетике, поскольку определяет предмет исследования этой науки. Любую систему, которая является объектом кибернетического исследования, можно представить в виде системы управления. Кибернетика рассматривает главные условия существования системы управления: организованность и разнообразие. Проблема оценки разнообразия управляющей системы и ее соотношения с разнообразием управляемого объекта имеет важное теоретическое и практическое значение и формулируется в основном принципе кибернетики — Законе необходимого разнообразия Эшби.

Одними из важнейших понятий, имеющих прикладное значение, являются понятия управляемости и закона управления.

Процессы управления являются информационными процессами, поэтому понятие информации, количественное измерение информации и учет неопределенности занимает важное место в экономической кибернетике. Развитие качественной стороны в исследованиях информации теснее всего связано с семиотикой — теорией знаковых систем. Семиотика исследует знаки как особый вид носителей информации. Отношение между знаками, обозначаемыми предметами и их отображением в форме понятий и моделей, изучаются другим аспектом семиотики — семантикой. Этими отношениями определяется содержание информации, передаваемой посредством знаков. Современный специалист по управлению экономикой должен в своей практической деятельности, связанной с принятием решений, учитывать важнейшие характеристики информации: полнота, ценность и избыточность.

Экономическая кибернетика — самостоятельное научное направление, исследующее экономику и ее звенья как сложные динамические системы управления. Экономика (экономическая система) — сложная целенаправленная управляемая динамическая система, осуществляющая производство, распределение и потребление материальных благ с целью удовлетворения неограниченных человеческих потребностей. Специфика функционирования экономики способствует определению объекта экономической кибернетики — экономической системы.

Исследование экономических систем различного уровня с использованием метода моделирования базируется на предположении о том, что сложная экономическая система обладает набором характеристик, инвариантных относительно целей исследования, среди которых основными являются: целостность; эмерджентность; холизм; пространственная и временная определенность; динамичность; относительная автономность функционирования экономических систем; функциональная управляемость экономической системы; причинность экономической системы; неопределенность в функционировании экономической системы; гомеостатичность системы, которая отражает ее свойство к самосохранению, противодействие разрушающим воздействиям среды; устойчивость системы; инерционность экономической системы, сказывающаяся на возникновении запаздываний в системе; адаптивность экономической системы, определяемая двумя видами адаптации: пассивной и активной адаптацией. Экономическая система может быть рассмотрена как сложная система управления, причем разнообразие структур управления определяется разнообразием экономических систем и процессов, а также разнообразием их характеристик.

В этих условиях все большую важность в подготовке специалиста приобретают вопросы идентификации экономической системы. Задачи анализа и синтеза в процессе исследования экономической системы взаимосвязаны и образуют единый комплекс. Ввиду сложности экономической системы они базируются на системе принципов декомпозиции экономиче-

ской системы и координации процессов управления в ней, эта система принципов составляет сущность методов декомпозиции. Изучение основных принципов декомпозиционного анализа завершает комплекс методологических понятий, представляющих собой концептуальную базу для подготовки экономиста-математика.

В разделе АНАЛИЗ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ рассматривается методология анализа экономических систем, и приводятся основные подходы к анализу систем макро- и микроуровня.

Важность прикладного методологического подхода к анализу экономических систем очевидна. Современный специалист в области экономической кибернетики должен обладать всем необходимым инструментарием для синтеза обоснованных решений. Последствия решений, которые не удовлетворяют этим критериям, хорошо известны.

Системный анализ экономического объекта предполагает его всестороннее исследование как сложной динамической системы. Методология анализа предполагает определенную последовательность выполнения некоторых этапов исследования: выделение (локализация) системы, или установление ее границ; анализ потребностей среды, для которой предназначена система, - установление целостности; идентификация системы — определение ее основных характеристик, инвариантных относительно всех аспектов анализа; формулировка общей цели и критерия системы в терминах измерителей эффективности; декомпозиция цели — построение «дерева целей»; выявление и описание структуры системы: элементов, их характеристик, способов функционирования, регулируемых и нерегулируемых параметров, связей между элементами и их основных характеристик; диагностика системы — выявление общих тенденций и факторов, способствующих и препятствующих достижению цели. Важным понятием являются системообразующие компоненты, под которыми понимаются устойчивые, регулярные, внутренние составляющие системы и связи между ними, отражающие функционирование системы (переход из состояния в состояние) и ее развитие (возрастание потенциала системы).

Прикладная направленность в подготовке специалиста вызывает необходимость выделения отдельных подсистем и уровней экономики для освещения особенностей применения экономического подхода к их анализу.

Анализ системы общественного потребления и ее подсистем формулирует и формализует законы спроса и предложения, эффект замещения, эффект дохода, закон убывающей предельной полезности. Методы анализа экономических систем специфичны: подсистема общественного потребления анализируется с позиций как нормативного, так и поведенческого подхода (поведение потребителей), и базируется на концепции рыночной экономики, в которой распределение и потребление благ производится посредством рыночной системы. Теоретический и практический интерес представляет анализ совокупного спроса и предложения с помощью комплексной модели рынка товаров. Есть необходимость рассмотрения мето-

дик исчисления ценовой эластичности, точечной эластичности, перекрестной эластичности, дуговой эластичности спроса и предложения.

Значительным разнообразием отличаются подходы к анализу производственной системы. Важное значение имеют такие методы анализа как: анализ временных рядов, линейное программирование, графические методы, производственные функции, сетевые методы и другие процедуры. Рассмотрены особенности применения бихевиористического подхода, теории решений и количественный анализ к исследованию производства и производственных систем. Производственная система есть сложная динамическая система, в которой осуществляется целенаправленный процесс преобразования отдельных факторов производства в полезную продукцию. В качестве объектов анализа производственной системы выступают следующие основные производственные проблемы: размещение предприятий; планировка предприятий и рабочих площадей; распределение ресурсов и последовательность их использования; выбор оборудования, эксплуатация, текущий ремонт и замена; управление материальными запасами; проектирование технологического процесса и контроль за его ходом; методы работы; контроль качества и количества продукции.

Современный специалист должен обладать понятием об организационной структуре производственной системы и видах организаций, методах анализа производственной системы (анализ временных рядов, линейное программирование, производственные функции, методы сетевого планирования, методы контроля производственных процессов). Систематическое пренебрежение ролью организационных структур в эффективном управлении экономикой привело к образованию многих громоздких и неэффективных организаций, не способных к организационным изменениям.

Новым направлением в исследовании экономики является экономическая динамика. Как метод исследования она предъявляет повышенные требования к математической подготовке студентов и использованию современных информационных технологий. Предъявляемый комплекс требований делает экономическую динамику эксклюзивным инструментарием экономической кибернетики. Модели анализа экономической динамики описывают разнообразие вариантов развития экономики, модели, учитывающие изменение технологии производства во времени, описывают технический прогресс (автономный, нейтральный и материализованный технический прогресс). Все эти модели имеют теоретический интерес и позволяют строить динамические модели анализа межотраслевых пропорций, важнейшей из которых является динамическая модель межотраслевого баланса. Для изучения экономических вопросов загрязнения среды разработана так называемая модель Леонтьева-Форда, которая имеет практическое значение. Перспективным методом анализа экономических систем различного уровня представляется метод системной динамики Дж. Форрестера. Другими важными направлениями в экономико-математическом моделировании экономических процессов, связанными с решением задач

анализа и прогнозирования, являются эконометрический подход и имитационное моделирование.

В разделе СИНТЕЗ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ рассматриваются основные подходы к синтезу экономических систем и их систем управления. Рассмотрен методологический подход Стаффорда Бира — Модель жизнеспособной системы и особенности его применения к диагностике и синтезу экономических систем. Организованная система управления предполагает определенный порядок в построении и целеустремленность функционирования.

Экономическая кибернетика изучает вопросы синтеза функциональной структуры системы управления, методы структурного синтеза, ограничения, налагаемые на переменные модели синтеза: ограничения типа строгого равенства на полноту реализации задач управления (задачного комплекса); ограничения на последовательность решения задач во времени; условия скоординированности задач управления относительно глобальной задачи; ограничения на оперативность выполнения задач; ограничения на выполнение каждой задачи управления лишь одним алгоритмом из числа возможных; ограничения на единственность способа реализации отдельной функции; ограничения на совместимость способов реализации различных функций; ограничения на полноту реализации комплекса функций; условия координируемости функций каждого контура; условия координируемости функций различных контуров.

Применения подхода Стаффорда Бира к моделированию жизнеспособных систем выводит процессы синтеза систем управления на качественно новый уровень. Подход предполагает рассмотрение аспектов моделирования взаимодействий «система-среда-система» и представления функции систем управления, особенности их диагностики и идентификации.

Раздел ОПТИМИЗАЦИЯ СИСТЕМ посвящен вопросам связанным с совершенствованием механизмов управления системами, направленным на оптимизацию состояния и структуры систем, а также функции и поведения динамических систем, определяющих ход экономических процессов.

Современный специалист-кибернетик должен владеть общими подходами к оптимизации экономических систем и осознавать значение теории оптимальных систем для эффективного управления экономикой. Этот критерий предполагает знание типичных и классических критериев оптимальности, постановки задачи оптимального управления и ограничений, накладываемых на процесс управления.

Применение высокоорганизованных, сложных математических методов в решении прикладных задач управления экономикой, таких как, например, принцип максимума Понтрягина и рассмотрение вопросов оптимального управления системами с распределенными параметрами, - вот особенность нового поколения специалистов «Экономической кибернетики».

Таким образом, экономисты-математики, имеющих высокую квалификацию в сфере организационного управления и экономики, которые владеют современными математическими методами анализа и прогнозирования экономических ситуаций, с использованием новейших информационных технологий умеют организовать работу по компьютеризации экономических объектов, являются специалистами современности в области экономики и управления производственно-экономическими системами.

На сегодня главная задача в экономической кибернетике — это определение направлений наиболее перспективных, актуальных исследований, разработка комплексных проблем, в которых экономическая кибернетика, взаимодействуя с другими разделами науки и техники и, в первую очередь, с экономическими, обеспечит эффективное функционирование как экономики страны в целом, так и составляющих ее экономических объектов. И отсюда задача координации исследований, обеспечения тесного взаимодействия специалистов различного профиля, занятых решением задач, которые стоят перед экономической кибернетикой.

ПРЕДИСЛОВИЕ
ПРЕЗИДЕНТА ВСЕМИРНОЙ ОРГАНИЗАЦИИ КИБЕРНЕТИКИ И
СИСТЕМ СТАФФОРДА БИРА
К УЧЕБНОМУ ПОСОБИЮ «ЭКОНОМИЧЕСКАЯ КИБЕРНЕТИКА»



Профессор Стаффорд Бир — основатель кибернетики управления, является международным консультантом в области наук управления.

С конца Второй Мировой Войны он занимал руководящие посты на всех уровнях управления, включая такие как управляющий производством, директор по управлению, директор по развитию, президент компании и председатель правления директоров во многих компаниях. В настоящее время он является председателем правления директоров компании Syncho Ltd (Великобритания) и Teat Syntegrity Inc. (Канада). Он работал на правительственном уровне в двадцати двух странах мира и во многих международных организациях.

Он является профессором Манчестерской (с 1969) и Доремской Бизнес-школы (Великобритания). Раньше он был первым Профессором Общих Систем в Открытом Университете и многие годы Адъюнкт-Профессором Университета Пенсильвании (США). В настоящее время он Профессор научных исследований в Университете Суонси (Великобритания) и Адъюнкт-Профессор Университета Торонто (Канада). Университет Джона Мура г. Ливерпуль (Великобритания) присвоил ему звание Почетного Профессора Организационных Преобразований.

Будучи в настоящее время Президентом Всемирной Организации Кибернетики и систем, профессор Бир является председателем международного совета по компьютерной связи. Стаффорд Бир владеет Золотой Медалью Норберта Винера и наградой Ланчестера Американского Общества Исследования Операций, членом правления которого он сейчас является. Он бывший президент Общества Исследования Операций и бывший президент Международного Общества Наук Социальных Систем. Кроме того, он имеет такие награды как Серебряная медаль Шведской Королевской Академии Инженерных Наук, Почетную степень Доктора Наук Университета Конкордии в Монреале и почетное гражданство города Лондона.

ЭКОНОМИЧЕСКАЯ КИБЕРНЕТИКА

Необходимость взаимосвязи двух наук — кибернетики и экономики определяется двумя главными условиями. Во-первых, сфера экономики — это область чрезвычайной сложности (хотя то, как многие пишут об этом, можно думать по иному). Во-вторых, наука кибернетика посвящена проблемам организации сложности (хотя, то, как этот предмет иногда обсуждается, можно думать по иному). Отсюда вытекает, что экономика, в силу своей сложности, естественно, попадает в число объектов, исследуемых кибернетикой, и кибернетика, в свою очередь, предлагает широкий набор инструментов для управления экономикой. Тогда комментарии в скобках объясняют, почему сочетание двух этих наук до сих пор не получило широкого распространения.

Почему же это могло произойти? С одной стороны все попытки экономической науки охватить целостное многообразие социальных реалий без использования методов кибернетики оказались совершенно невозможными. А концепция разнообразия, измеряющего количество различных состояний экономической системы, растворилась в трудах традиционных экономистов. В результате возобладало упрощенное линейное представление об экономических процессах. Урезанные концепции и упрощенные структуры не поддаются проверке и не дают возможности определить правильность решений в реальной действительности. Почти всегда существует нераспознанный (или неосознанный) призрак упрощенной экономики «Робинзона Крузо», крадущийся где-то в тени.

С другой же стороны кибернетикой предлагались подходы часто чрезвычайно механические, уделяющие мало внимания существенно вероятностной природе всех социальных систем. Этот детерминизм не случайно порождает досадную растерянность экономистов перед лицом необъяснимых проблем, возникающих в реальной жизни. Поэтому, возможно, следует чаще использовать нечеткую логику, позаботившись о том, как это выполнить чисто технически.

Во-первых, следует подумать более основательно о методологии воздействия на баланс разнообразия, что дает возможность оценить соответствие экономического гомеостаза закону необходимого разнообразия. Во-вторых, часто понятие управления как такового материализуют в нечто конкретное, централизованное и авторитарное, вместо того, чтобы принимать его как рассеянное и внутренне присущее целостному гомеостазису качество.

Корни этой двойной проблемы, как мне кажется, лежат в фундаментальной слабости философии науки. В частности, системология не слишком понятна. Вот почему я настоятельно рекомендовал начать эту книгу главами концептуализации, которые читатель найдет в части I. Прежде, чем переходить к расширенному количественному инструментарию этой

книги, следует представить более широкий взгляд на эти проблемы. Необходимо также вспомнить, что моделей, как субъективных, так и объективных, реально в природе не существует. Это должно помочь критически рассмотреть приведенные методы. Но из этого совершенно не следует, что необходимо использовать любую конкретную математическую методiku только потому, что уже существует представление, как ее использовать!

Это хорошо проиллюстрировано в моей собственной Модели жизнеспособной системы (Viable System Model), которую читатель найдет в этой книге. Внимание должно быть сосредоточено на необходимости рассмотрения сущности и цели до определения критерия, согласно которому измеряется успех. Двусторонние взаимосвязи, автономия нижнего уровня в рамках единства и понятие системы, рекурсивно включенной в другие системы образуют концептуальную основу для применения подходящей модели для всех практических условий.

Я с радостью представляю эту книгу, которая поможет экономистам наполнить свою практику серьезными инструментами исследования, а кибернетикам глубже разобраться в таком нужном для жизнедеятельности людей предмете как экономика.

Стаффорд Бир

*Президент Всемирной Организации
Кибернетики и Систем*

ECONOMIC CYBERNETICS

The necessary association of cybernetics with economics is determined by two main conditions. Firstly, the domain of economics is a field of enormous complexity [though the way many people write about it, you would not think so]. Secondly, the science of cybernetics is devoted to the organisation of complexity [though from the way the subject is sometimes discussed, you would not think so]. It surely follows that cybernetics offers a major set of insights in support of economics -- but the two comments in brackets explain why the combination of the two disciplines has been so little exploited, especially in the West.

How can this have happened? On the part of economics, there has been a failure to grapple with the holistic richness of social reality. The concept of variety, measuring the number of the system's relevant states, has been lost in the fiscal issues. As a result, there has been too much simplistic linear thinking, driven by all manner of personal agenda. These shrunken concepts and attenuated frameworks do not admit of being tested or tuned to determine the validity of decision in real life. And almost always there is an unrecognised — or at least not acknowledged — phantom simplified 'Robinson Crusoe' economy lurking in the background.

On the part of cybernetics, treatments are often overly mechanistic, paying little regard to the essentially probabilistic nature of all social systems. That criticism not surprisingly reflects a sad timidity in the face of the intractable problems that real life encounters. Maybe we should make more use of fuzzy logic — I think that is true — but that is simply a technique. Think more fundamentally about methodology, and the manipulation of variety balances enabling economic homeostasis to be guaranteed according to the Law of Requisite Variety. Secondly, some people reify the notion of control itself to become something concrete, centralised and autocratic — instead of regarding it as a disseminated and intrinsic quality of holistic homeostasis.

The roots of these double problems seems to me to reside in a fundamental weakness in the philosophy of science. In particular, epistemology is little understood. That is why I particularly commend the launching of the whole book with the Conceptualisation chapters to be found in Part I. Let us remember that models are both subjective and selective — they are not given in nature. So before the book's extensive quantitative toolkit is assembled, it is essential that broader questions should set the context. This ought to help us to survey methods critically. It does not follow that we should use any particular mathematical technique simply because we understand how to use it!

The point is well illustrated in my own Viable System Model to which the book refers. Attention is drawn to the need to look at identity and purpose before determining the criteria on which success will be measured. Two-way communication, autonomy at the lowest level compatible with cohesion, and the notion of systems recursively embedded in other systems, supply the conceptual groundwork for applying the model appropriately in all practical settings.

It is a pleasure to welcome this book.

Stafford Beer

*President of the World Organisation
of Cybernetics and Systems*

РАЗДЕЛ I КОНЦЕПТУАЛИЗАЦИЯ

Кибернетика исследует весьма специфический предмет — системы и процессы управления. Она характеризуется новыми подходами к анализу и синтезу сложных динамических объектов. Кибернетике присущ системный подход, позволяющий рассматривать явление во всей его сложности, с учетом всех имеющихся связей и свойств. Это позволяет выявить, познать и рационально использовать закономерности управления в природе, обществе и искусственно создаваемых системах. Вместе с тем, развитие кибернетики потребовало переосмысления некоторых старых понятий, сложившихся в общественной практике, и формализации представлений терминологического характера, являющихся исходной базой при изучении сложных систем управления различной природы. В настоящем разделе будут даны содержательные характеристики основных понятий кибернетики: система (1), модель (2), управление (3), информация (4).

ГЛАВА I СИСТЕМА

Заметим прежде всего, что определение любой конкретной системы является произвольным. Вполне обоснованно ножницы можно назвать системой. Однако более сложная совокупность элементов, включающая, например, работницу, режущую что-нибудь ножницами, также является подлинной системой. В свою очередь, работница с ножницами представляет часть более крупной системы производства какого-либо изделия и т. д.

По существу, вся вселенная состоит из множества систем, каждая из которых содержится в более крупной системе подобно множеству пустотелых кубиков, вложенных друг в друга. Так же, как всегда, можно представить себе более обширную систему, в которую входит данная, всегда можно выделить из данной системы более ограниченную. Пару ножниц, о которой мы только что упоминали, можно считать минимальной системой. Однако посмотрим, что получится, если сломать винт, соединяющий лезвия, и рассматривать одно лезвие. Исходя из старой точки зрения, это уже не система, а один безжизненный ее обломок. Действительно, одно лезвие уже не представляет систему для резания. Но, положив лезвие под микроскоп, мы увидим, что оно является сложной системой компонент, взаимодействующих друг с другом особым образом, определяемым,

например, температурой, которую имеет лезвие. Элементами этой системы являются различные разновидности зерен стали. Однако, если мы возьмем одно из них, то можно обнаружить, что оно, в свою очередь, содержит некоторую систему, в данном случае атомную систему, обладающую определенными свойствами. Основной вывод из всех этих рассуждений сводится к тому, что при стремлении исследовать все воздействия, влияющие на какой-либо единичный материальный объект, мы должны определить его как часть некоторой системы. Эта система является системой в силу того, что она состоит из взаимосвязанных частей и в определенном смысле представляет замкнутое целое. Однако объект, который мы рассматриваем, безусловно, является частью ряда таких систем, каждая из которых, в свою очередь, представляет подсистему, входящую в ряд более крупных систем. Таким образом, задача строгого определения системы, которую мы хотим исследовать, отнюдь не проста.

Стаффорд Бир

По поводу определения понятия «система» существует много различных высказываний. Первоначально «систему» определяли как комплекс элементов, находящихся во взаимодействии (австрийский биолог-теоретик Людвиг фон Берталанфи, основоположник общей теории систем, 1950 г.), или как множество объектов вместе с отношениями между объектами и их атрибутами (А. Холл и Р.— Ф. Фейджин). Во всех определениях такого рода подчеркивалось, что система представляет собой целостный комплекс взаимосвязанных элементов, и что она имеет определенную структуру и взаимодействует с внешней средой.

Современное определение термина «система» связано с развитием общей теории систем и принятым уровнем абстрагирования при построении математической модели реальной системы. А поскольку математических моделей, применимых для описания реального объекта, может быть сколь угодно много, и все они определяются принятым уровнем абстрагирования, то нет и единой формулировки понятия «система», так как определение этого термина в зависимости от принятого исследователем уровня абстрагирования является различным.

1.1 Уровни абстрактного описания систем

Наиболее применимыми в практике системного анализа являются следующие уровни абстрактного описания систем:

- символический, или лингвистический;
- теоретико-множественный;
- абстрактно-алгебраический;
- топологический;
- логико-математический;

- теоретико-информационный;
- динамический;
- эвристический.

Лингвистический уровень описания системы — наиболее общий уровень абстрагирования. На лингвистическом уровне описания, по М. Месаровичу, **системой** называется множество правильных высказываний в некотором абстрактном языке, для которого определены грамматические правила построения высказываний. Все высказывания делятся на два класса: термы (объекты исследования) и функторы (отношения между термами). Для определения абстрактного языка вводится совокупность некоторых символов, и задаются правила оперирования ими.

Теоретико-множественное определение системы: **система** есть собственное подмножество $X_s \subset X$, где X — прямое (декартово) произведение множеств X_i , $i = \overline{1, n}$:

$$X = X_1 \times X_2 \times X_3 \times \dots \times X_n. \quad (1.1)$$

Декартовым произведением множеств называется множество конечных наборов элементов (x_1, x_2, \dots, x_n) , таких, что

$$x_1 \in X_1, x_2 \in X_2, \dots, x_n \in X_n.$$

Каждый элемент $x_i \in X_i$, в свою очередь, может быть множеством, которое позволяет описывать иерархию достаточно сложных систем.

Примером реальной системы, исследованной на уровне теоретико-множественного подхода, является кибернетическая система управления предприятием, описанная Ст. Биром.

Абстрактно-алгебраическое определение понятия системы: **системой** S называется некоторое множество элементов $\{S_i\} \in S$, $i = \overline{1, n}$, на котором задано отношение R с фиксированными свойствами P . Следовательно, система определяется заданием $S = S_1 \times S_2 \times \dots \times S_n$ и семейством отношений $R = \{R_1, R_2, \dots, R_m\}$, например, бинарных, тернарных и т. д.

Важное значение в исследовании реальных систем имеет *динамическое определение сложной системы*. С позиций динамического подхода определение **системы** сводится к заданию восьмерки величин:

$$S = \{T, X, U, \Omega, Y, \Gamma, \eta, \Phi\}, \quad (1.2)$$

где T — множество моментов времени;

X — множество допустимых входных воздействий, $X = \{x: T \rightarrow \Omega\}$;

Ω — множество мгновенных значений входных воздействий;

U — множество состояний или внутренних характеристик системы;

Y — множество мгновенных значений выходных сигналов;

Γ – множество выходных величин, $\Gamma = \{\gamma: T \rightarrow Y\}$;

η – выходное отображение, $\eta: T \times U \rightarrow Y$;

φ – переходная функция состояния, $\varphi: T \times T \times U \times X \rightarrow U$.

Приведенное определение динамической системы является чрезвычайно общим. Такое определение имеет концептуальное значение, позволяет выработать общую терминологию, но не обеспечивает получения содержательных практических выводов, и поэтому требует дальнейшей конкретизации и введения дополнительных структур, что будет осуществлено ниже. *Задачи, рассматриваемые в теории систем* на основе приведенного определения, традиционны: это задачи устойчивости, управления, идентификации, оптимизации, эквивалентности, структуры, декомпозиции, синтеза и ряд других.

Для целей экономической кибернетики понятие динамической системы представляется особенно важным, поскольку экономические объекты относятся к классу динамических.

До сих пор предпосылкой описания сложной системы являлось представление о том, что взаимодействие системы с внешней средой осуществляется с помощью входов и выходов. Системы такого рода являются относительно обособленными. В реальной действительности абсолютно обособленных (замкнутых) систем не существует, хотя подобная абстракция иногда используется в целях исследования.

1.2 Системный подход

Локальным решениям, полученным на основе охвата небольшого числа существенных факторов, кибернетика противопоставляет *системный подход*. Этот подход отличается от традиционного, предусматривающего расчленение изучаемого объекта на составные элементы и определение поведения сложного объекта как результата объединения свойств входящих в него систем.

Системный подход основывается на *принципе целостности* объекта исследования, т. е. исследование его свойств как единого целого, единой системы. Этот принцип исходит из того, что целое обладает такими качествами, которыми не обладает ни одна из его частей. Такое свойство целостной системы называют *эмерджентностью* (от англ. emergent — неожиданно возникающий). Выражением эмерджентных свойств является всякий эффект взаимодействия, не аддитивный по отношению к локальным эффектам.

Системный подход для максимального использования качества целостности требует непрерывной интеграции представлений о системе с различных точек зрения, на каждом этапе ее исследования, а также — подчинения частных целей общей цели, стоящей перед всей системой.

Системный подход опирается на диалектический закон взаимосвязи и взаимообусловленности явлений в мире и обществе и требует рассмотрения изучаемого явления или процесса не только как самостоятельной системы, но и как подсистемы некоторой суперсистемы более высокого уровня. Системный подход требует прослеживания как можно большего числа связей, не только внутренних, но и внешних — с тем, чтобы не упустить действительно существенные связи и факторы и оценить их эффекты. Практически системный подход — это системный охват, системные представления, системная организация исследования.

Любой объект исследования, таким образом, может быть представлен как подсистема некоторой системы более высокого ранга, — и это приводит к проблеме *выделения системы*, установления ее границ, — и как система по отношению к некоторой совокупности подсистем более низкого ранга, которые, в свою очередь, образованы некоторыми элементами, дальнейшее дробление которых нецелесообразно с точки зрения конкретного исследования, — и это определяет необходимость постановки задачи выбора такого первичного элемента.

Выделение системы предполагает наличие ряда *системообразующих признаков*, которые определяются целями исследования и волей исследователя и в силу этого являются субъективными:

- объекта исследования;
- субъекта исследования;
- цели исследования.

Не существует однозначного подхода к определению первичного элемента, выбор которого осуществляется субъективно, в соответствии с целями исследования.

Первичным элементом системы является элементарный объект, неделимый далее средствами данного метода декомпозиции в границах данного исследования, устойчивость которого выше, чем устойчивость системы в целом.

Концепция первичного элемента системы позволяет производить структурный анализ системы, причем элементы выступают модулями структуры, «черными ящиками», внутренняя структура которых не является предметом исследования. Взаимодействия элементов системы между собой и с внешней средой обеспечивается посредством системы связей, разнообразие которых так же велико, как и разнообразие свойств системы и среды. При этом в процессе анализа и синтеза систем исследуются лишь существенные связи, а прочими пренебрегают, либо интерпретируют их как возмущения или «шум».

1.3 Сложная система

При выделении системы, как правило, задается не одно, а множество отношений, или связей между элементами. Такая система характеризуется

неоднородностью элементов и связей, структурным разнообразием, что свидетельствует о сложности системы.

Понятие *сложной системы* неоднозначно. Это собирательное название систем, состоящих из большого числа взаимосвязанных элементов. Часто сложными называют системы, которые не поддаются корректному математическому описанию либо ввиду высокого уровня разнообразия, либо из-за непознанности природы явлений, протекающих в системе.

Английский кибернетик Ст. Бир подразделяет все кибернетические системы на три группы — простые, сложные и очень сложные. Примеры систем, относящиеся к этим трем группам, приведены в табл. 1.1.

Таблица 1.1 – Классификация систем по Ст. Бире

Системы	Простые	Сложные	Очень сложные
Детерминированные	Оконная задвижка	Цифровая электронная вычислительная машина	—
	Проект механических мастерских	Автоматизация	—
Вероятностные	Подбрасывание монеты	Хранение запасов	Экономика
	Движение медузы	Условные рефлексы	Мозг
	Статистический контроль качества продукции	Прибыль промышленного предприятия	Фирма

Характеристики «сложности» систем многообразны и сопровождаются одновременно многими специфическими чертами, такими, как:

- многокомпонентность системы (большое число элементов, связей, большие объемы циркулирующей информации, др.);
- многообразие возможных форм связей элементов (разнородность структур — древовидных, иерархических, др.);
- многокритериальность, т. е. наличие ряда противоречивых критериев;
- многообразие природы элементов, составляющих систему;
- высокий динамизм поведения системы и структурных характеристик и др.

Весьма характерным для сложных систем является то обстоятельство, что, независимо от природы исследуемой системы, при решении задач управления используются одни и те же абстрактные модели, составляющие сущность системного подхода, позволяющие определить пути продуктивного исследования сложных систем любой природы и любого назначения.

Первой и основной чертой сложных систем традиционно считается **целостность**, или единство системы, **холизм**, проявляющийся в наличии у всей системы общей цели, назначения. Еще до возникновения системотехники выдающиеся отечественные физиологи И. М. Сеченов и И. П. Павлов обогатили мировую науку идеями саморегуляции функций целостности живого организма. Полное значение и формулировка принципа органической целостности были осознаны лишь с появлением концепций общей теории систем и формированием методологии кибернетики. Поэтому системы, в отдельных частях которых не наблюдается взаимодействия со всей системой в плане подчинения единой цели, не относятся к классу сложных систем, исследуемых в кибернетике.

Целостность характеризуется рядом свойств и особенностей, ее многогранность выражается понятиями: дифференциация, интеграция, симметрия, полярность и др. **Дифференциация** отражает свойство расчлененности целого, проявление разнокачественности ее частей. Противоположное понятие — *интеграция* связано с объединением совокупности соподчиненных элементов в единое образование. **Симметрия** и **асимметрия** выражают степень соразмерности в пространственных и временных связях системы.

Любая кибернетическая система обладает всеми характерными признаками целостности. Универсальность симметрии, широко распространенной в природе и представляющей собой всеобщий закон природы, была выражена в принципе симметрии Пьером Кюри. Из принципа симметрии и полярности следуют важные заключения о свойствах структуры и процессов исследуемых кибернетикой систем и моделей.

Системный подход, основанный на принципе целостности, в исследовании свойств объекта как единого целого, требует непрерывной интеграции представлений о системе на каждом этапе исследования — системного анализа, системного проектирования, системной оптимизации. Рассматриваемый подход проявляется в действии ряда общих *принципов исследования*:

- принцип максимума эффективности проектируемой и функционирующей системы;
- принцип субоптимизации — согласования локальных критериев между собой и с общим глобальным критерием функционирования системы;
- принцип декомпозиции, осуществляемый с учетом требования максимума эффективности. В результате декомпозиции может быть получена некоторая многоуровневая структура системы или процесса ее исследования.

Системный подход к исследованию объекта на определенном уровне абстракции позволяет решать вполне определенный, ограниченный круг задач, а для расширения (сужения) класса решаемых задач необходимо проводить исследование уже на другом уровне абстракции. Каждый из

уровней представления системы располагает определенными возможностями и имеет свои ограничения. Системный подход сам системен. Для достижения максимальной полноты и глубины исследования необходимо исследовать систему на всех целесообразных для конкретного случая уровнях абстракции.

Использование системного подхода для целей исследования объекта носит дедуктивный характер. Выберем в качестве объекта исследования функциональную систему S .

Определение 1.1: если S является функцией:

$$S: X \rightarrow Y, \quad (1.3)$$

где X — входной,

Y — выходной объект,

то соответствующая система называется **функциональной**.

Такая система иначе называется **системой «вход-выход»**.

В кибернетической литературе ее называют **«черным ящиком»**. Этот термин предложил английский ученый-кибернетик У. Р. Эшби. В качестве «черного ящика» принимаются объекты исследования кибернетики, внутренняя структура (устройство) которых неизвестно или оно не является предметом изучения. Внешнему наблюдателю таких объектов доступны только воздействия на их входы и реакция на воздействия, проявляющаяся в изменении поведения объектов на выходе. Концепция «черного ящика» дает определенные возможности для объективного изучения систем, устройство которых либо недоступно исследователю, либо их поведение не зависит от структурных характеристик.

Наблюдая достаточно долго за поведением такой системы, можно достичь такого уровня знаний свойств системы, чтобы научиться предсказывать движение ее выходных координат при любом заданном изменении на входе. Очевидно, однако, что возможности исследования «черного ящика» достаточно ограничены. Заметим попутно, что в рамках данного подхода **системы**, характеризующиеся одинаковыми наборами входных и выходных величин и одинаково реагирующие на внешние возмущения, являются по определению **изоморфными**. Концепция «черного ящика» плодотворна на стадии исследования эмерджентных свойств, поскольку именно «черный ящик» олицетворяет систему как нечто целое, чье поведение необъяснимо со структурных позиций. Предсказание поведения целого, основанное на иной платформе (так называемый «белый ящик», «серый ящик»), часто не бывает исчерпывающим, так как сверх предсказанных свойств могут эмерджировать или внезапно проявляться новые свойства. Порождаемые свойства в полной мере присущи экономическим системам, что прибавляет трудности их исследователям.

Аксиома 1.1: любую систему преобразования входов в выходы можно представить как функциональную, и наоборот, просто опираясь на предположение о целесообразности ее функционирования.

Аксиома 1.2: целесообразность существования функциональной системы S с точки зрения требований, предъявляемых к ней внешней средой или суперсистемой более высокого уровня, связана с выходными величинами Y , отражающими результаты функционирования системы S , или функциональное назначение системы.

Назовем представленный *уровень исследования системно-ориентированным*. В рамках данного подхода рассмотрим еще некоторые определения концептуального характера.

Определение 1.2: функциональная **система** $S \subseteq X \times Y$ называется **управляемой** тогда и только тогда, когда:

$$(\forall y \in Y)(\exists x \in X)((x, y) \in S) \quad (1.4)$$

Определение 1.2 означает, что надлежащим выбором входного воздействия x можно добиться получения любого выходного сигнала $y \in Y$.

Определение 1.3: функциональная система $S \subseteq X \times Y$ называется **системой принятия решений**, если имеется такое семейство задач $D(x)$, $x \in X$, решением которых является элемент множества Z , и такое отображение $R: Z \rightarrow Y$, что

$$(\forall x \in X)(\forall y \in Y)(\exists z \in Z)(D(x) = z)(R(z) = y) \Rightarrow ((x, y) \in S). \quad (1.5)$$

В терминах системно-ориентированного подхода могут быть осуществлены постановки задач управления, оптимизации, гомеостазиса и др.

Исчерпав возможности исследования функциональной системы S на данном уровне абстракции, переходят к рассмотрению системы с позиций *структурно-функционального подхода*, используя для этого следующее определение.

Определение 1.4: функциональная система S с позиций структурно-функционального подхода задается пятеркой символов:

$$S = \{X, Y, \Phi, G, R\}, \quad (1.6)$$

где Φ — макрофункция системы,

G — структура системы,

R — отношение эмерджентности,

X, Y — множества входных и выходных объектов соответственно.

Макрофункция системы Φ является количественным выражением основной цели и зависит от управляющего воздействия $X_S \subset X$. Выбор макрофункции Φ обеспечивает достижение требуемого значения Y . Φ , таким образом, связана с решением глобальной задачи, стоящей перед системой.

$$\Phi: X_S \rightarrow Y_0, X_S \subset X, Y_0 \subset Y \quad (1.7)$$

Соотношение между глобальной целью функционирования системы S и ее макрофункцией неоднозначен, обоснование выбора определенного вида макрофункции производится экспериментатором в соответствии с некоторым эвристическим критерием ψ :

Пусть $\{\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_k\}$ — некоторый конечный набор функций, связанных с целью системы S .

$$\Phi = \underset{\psi}{extr} \{\Phi_i\}, i = \overline{1, k}. \quad (1.8)$$

Множество входных воздействий X разбивается на два подмножества — управляющих сигналов X_S и возмущающих $-(X - X_S) = \Omega$.

Тогда определение 1.4 можно пояснить следующим образом:

$$S = \{X, Y, \Phi, G, R\}, \quad (1.9)$$

где $X = X_S \cup \Omega$,

$\Phi: X_S \rightarrow Y$,

$G = \left\langle \{S_i\}, (S_i, S_j) \right\rangle, i, j = \overline{1, n}$;

где

$\{S_i\}$ — множество элементов системы,

$(S_i, S_j), i \neq j$ — множество связей между ними.

Если заданы их количественные характеристики:

ρ_i — количественные характеристики элементов, например: интенсивность, мощность, запас и др.;

$\rho_{(i,j)}$ — количественные характеристики связей, например: пропускная способность, ранг и др., то

$$G = \left\langle \{S_i\}, \{\rho_i\}, (S_i, S_j), \{\rho_{(i,j)}\} \right\rangle. \quad (1.10)$$

Отношение эмерджентности R задает соответствие между макро-функцией системы и реализующей ее структурой и изменяется всякий раз, когда это соответствие нарушается:

$$R: \Phi \rightarrow G \quad (1.11)$$

Структурно-функциональный подход выводит на новый, более глубокий уровень исследования. При этом решаются некоторые проблемы методологического характера:

- выбор Φ на основе качественного критерия ψ ;
- формирование множества управлений X_S ;
- выбор способа учета возмущающих воздействий Ω ;
- выбор первичного элемента системы $S_i \in S$;
- составление перечня подсистем и элементов на основе определенного метода структурной декомпозиции;
- определение системы существенных связей системы $\{(S_i, S_j)\}$;
- определение механизма реализации производственных целей: $\Phi \times X \times G \rightarrow Y$;
- определение механизма управления $X_S \rightarrow Y$.

Рассмотренное понятие является полезным при проведении анализа, синтеза или другого исследования.

Необходимость учета фактора времени при описании сложной системы, а также рассмотрения поведенческих аспектов в движении и развитии систем приводит к необходимости исследования динамической системы.

Определение 1.5: динамической системой S называется сложное математическое понятие:

$$S = \langle T, \Phi, X, \Omega, U, Y, G, R \rangle, \quad (1.12)$$

определяемое следующими положениями:

1. задано множество моментов времени T , макрофункция системы Φ , множество входных воздействий X , множество возмущений Ω , множество состояний U , множество значений выходных величин Y , структура системы G и отношение эмерджентности R ;
2. множество T есть некоторое упорядоченное подмножество множества вещественных чисел;
3. макрофункция системы определяется с помощью двух функций:

$$S: X \rightarrow Y \text{ и } V: X \times Y \rightarrow C,$$
 где S — функциональная модель объекта,
 V — функция качества, или оценочная функция,
 C — множество оценок.

Макрофункция системы определяется парой (S, V) .

4. множество возмущений Ω или множество неопределенностей представляет собой множество всевозможных воздействий, которые сказываются на поведении системы. Если такое множество непусто ($\Omega \neq 0$) функциональная модель объекта принимает вид $S: X \times \Omega \rightarrow Y$, а оценочная функция – $V: X \times \Omega \times Y \rightarrow C$.
5. существует переходная функция состояния

$$\varphi: T \times T \times U \times X \rightarrow U,$$

значениями которой служат состояния

$$u(t) = \varphi(t, \tau, u, x) \in U,$$

в которых оказывается система в момент времени $t \in T$, если в начальный момент $\tau < t$ она находилась в состоянии $u(\tau) \in U$ и в течение отрезка $[\tau, t]$ на нее действовали входные воздействия $x \in X$.

6. задано выходное отображение

$$\eta: T \times U \rightarrow Y,$$

определяющее выходные величины $y(t) = \eta(t, u(t))$.

Пару (τ, u) , где $\tau \in T, u \in U$ называют **событием системы** S , а множество $T \times U$ – **пространством состояний системы**.

Конечный набор состояний системы, задаваемый переходной функцией φ и определенный на некотором временном отрезке $[t_1, t_2]$, $t_1, t_2 \in T$, называется **траекторией поведения системы** на интервале $[t_1, t_2]$.

Говоря о движении системы, мы будем иметь в виду траекторию поведения системы.

7. *структура системы* G определяется в терминах теории графов:

$$G = \left\langle \{S_i\}, (S_i, S_j) \right\rangle, \quad i, j = 1, n; \quad i \neq j, \quad \text{где } S_i - \text{вершины, } (S_i, S_j) - \text{дуги графа};$$

8. задано отношение эмерджентности

$$R: \Phi \rightarrow G.$$

Данное понятие динамической системы позволяет выработать общую терминологию, уточнить концептуализацию и обеспечить единый подход в рассмотрении приложений, однако является недостаточно конкретным.

В рамках абстрактной теории систем последнее определение дополняется необходимыми понятиями: конечномерности, линейности, стационарности и др. Однако теоретическое изложение этих вопросов в рамках

данного учебника не производится: впредь по мере необходимости мы априорно будем задавать тип связей между исследуемыми величинами, или классами систем: линейная непрерывная система, конечный автомат и т. д. Задачи, рассматриваемые для динамической системы, традиционны: это вопросы устойчивости, идентификации, инвариантности, наблюдаемости, управляемости и оптимальности, реализуемости и др. Углубленное изучение теории вопроса позволяет грамотно и корректно ставить и решать задачи, связанные с управлением экономическими системами.

1.4 Классификация систем

Концептуализация систем в области их классификации определяется исследователем в ходе оценки закономерностей функционирования и поведения объекта. Основные *классы систем*: дискретные и непрерывные системы, статические и динамические, детерминированные и стохастические, линейные и нелинейные, открытые и замкнутые, управляемые и неуправляемые, – определяют выбор моделей, с помощью которых производится собственно исследование. Это не исключает возможности в частных исследованиях систем определенной природы сконцентрировать внимание на системах более узкого класса. В экономической кибернетике большое значение имеет исследование многоуровневых, или иерархических систем, а также адаптивных и самоорганизующихся систем.

Адаптивная система — система, которая может приспосабливаться к изменениям внутренних и внешних условий.

Если воздействия внешней среды изменяются непредвиденным образом, то изменение характеристик управляемого объекта также происходит непредвиденным путем. Примечательно то обстоятельство, что понятие адаптации в теории управления тождественно соответствующему понятию в биологии, означающему приспособление организма к новой для него или изменяющейся среде.

Разновидностями адаптивных систем являются самонастраивающиеся, самообучающиеся, самоорганизующиеся, экстремальные, а также системы автоматического обучения.

Одним из видов самонастраивающихся кибернетических систем является гомеостат. Первый гомеостат был создан английским ученым У. Р. Эшби. Гомеостат моделирует характерное свойство поведения живых организмов — **гомеостазис**, т. е. возможность поддержания некоторых величин, например, температуры тела, в физиологически допустимых границах путем реализации вероятностных процессов управления. В гомеостате управляемая переменная поддерживается на требуемом уровне механизмом саморегулирования. Примеров гомеостазиса в природе очень много. Например, это гомеостазис, управляющий численностью животных в природе: чем больше появляется зайцев, тем наблюдается большее количество

рысей, которые поедают зайцев, ограничивая их рост, а следовательно, и рост численности самих рысей.

1.5 Формализация поведения систем

Если поведение системы рассматривать как цепь последовательных конечных изменений ее состояний, то переменные системы, изменяясь во времени, в каждый данный момент будут характеризоваться некоторыми значениями. Если одно определенное значение переменной u_1 в момент времени t_1 превращается в следующее значение u_2 в момент t_2 , то считается, что произошел переход из (u_1, t_1) в (u_2, t_2) . Фактор, под действием которого происходит переход, называется **оператором**. Переменная, испытывающая воздействие оператора, называется **операндом**. Результат перехода (u_2, t_2) называется **образом**. Если рассматривать некоторое множество всех переходов системы из состояния a в состояние b , состояния c в состояние d и т. д., то такое множество переходов для некоторого множества операндов называется **преобразованием**.

Преобразованиям можно дать математическое представление с помощью метода, предложенного У. Р. Эшби.

Если некоторое множество состояний системы включает состояния a, b, c, d и на это множество операндов действует оператор P , то *поведение системы* можно описать следующим образом:

$$P \begin{cases} a & b & c & d \\ b & d & a & c. \end{cases}$$

В первой строке записи перечислены состояния системы, или операнды. Во второй строчке под каждым операндом находятся образы, в которые система переходит из состояний, записанных в верхней строке, под действием оператора P . В этом преобразовании множество образов второй строки не содержит ни одного нового элемента. **Преобразование**, которое не порождает новых элементов, называется **замкнутым**:

$$P \begin{cases} a & b & c & d \\ e & b & c & a. \end{cases}$$

В этом преобразовании множество образов содержит новый элемент e ; преобразование выходит за пределы системы, и поэтому называется **незамкнутым**. Преобразование

$$P \begin{cases} a & b & c & d \\ b & a & d & c \end{cases}$$

является однозначным, взаимно однозначным, замкнутым.

$$P \left\{ \begin{array}{cccc} a & b & c & d \\ \wedge & \wedge & \wedge & \wedge \\ b & c & a & d \\ \wedge & \wedge & \wedge & \wedge \\ a & d & a & b \\ \wedge & \wedge & \wedge & \wedge \\ b & c & b & c \end{array} \right.$$

Приведенное выше преобразование является *неоднозначным*. Преобразование вида

$$P \left\{ \begin{array}{cccc} a & b & c & d \\ a & b & c & d \end{array} \right.$$

является *тождественным*.

Можно использовать более компактные формы записи. Например, если операнды — суть положительные числа 1, 2, 3, 4, и действует оператор «прибавить к каждому числу 3», то преобразование можно записать:

$$P \left\{ \begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \end{array} \right.$$

или в компактной форме:

$$n' \rightarrow n + 3 \quad (n = 1, 2, 3, 4).$$

Преобразование вида:

$$P \left\{ \begin{array}{cccc} a & b & c & d \\ a & c & c & b \end{array} \right.$$

можно представить в матричной форме:

$$\begin{array}{c|cccc} P & a & b & c & d \\ \hline a & 1 & 0 & 0 & 0 \\ b & 0 & 0 & 0 & 1 \\ c & 0 & 1 & 1 & 0 \\ d & 0 & 0 & 0 & 0. \end{array}$$

Приведенный пример описывает изменение состояний системы с детерминированным действием, описанной однозначным преобразователем.

В матричной форме можно представить неоднозначное преобразование.

Дано преобразование:

$$P: \downarrow \begin{pmatrix} a & b & c \\ c+d & e+k+m & v \end{pmatrix} \text{ при вероятности } \left(\frac{3}{4}, \frac{1}{4}\right) \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right). (1).$$

Его представление в матричной форме:

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>c</i>	$\frac{3}{4}$	0	0
<i>d</i>	$\frac{1}{4}$	0	0
<i>e</i>	0	$\frac{1}{2}$	0
<i>k</i>	0	$\frac{1}{4}$	0
<i>m</i>	0	$\frac{1}{4}$	0
<i>v</i>	0	0	1.

Система событий может быть описана с привлечением аппарата символической логики. Логические функции отрицания, конъюнкции, дизъюнкции, импликации, эквиваленции (читаемой «тогда, и только тогда, когда», $x_1 \longleftrightarrow x_2$) широко применяются в автоматических системах.

Переходным процессом называется процесс изменения во времени динамической системы, возникающий при переходе из одного установившегося режима работы в другой. В динамической системе он возникает под влиянием возмущающих воздействий, изменяющих ее состояние, структуру или параметры.

Важными характеристиками динамической системы являются длительность и характер переходного процесса.

В непрерывных системах, как правило, установившийся режим достигается за бесконечно большое время. В зависимости от характера в непрерывных системах различают колебательный и монотонный переходный процесс.

Для дискретных систем переходный процесс можно определить как последовательность состояний, вызванную внешним возмущающим воздействием, которую система проходит при постоянных условиях до возвращения в установившийся режим функционирования. Длительность переходного процесса определяется величиной этой последовательности и является конечной для дискретных систем. Детерминированная динамическая система ведет себя так же, как замкнутое однозначное преобразование. Однозначность преобразования определяется тем, что система не может сразу перейти в два других состояния.

Различают три *типа*, или *режима поведения системы*: равновесный, переходный и периодический.

Состояние равновесия системы может рассматриваться как некоторая тождественность происходящих в ней преобразований, определяющих одинаковое состояние системы на любом шаге ее развития. В равновесной системе каждая часть находится в состоянии равновесия в условиях, определяемых другими ее частями.

Состояние устойчивости не отождествимо с равновесием. Под **устойчивостью** системы понимается сохранение ею состояния независимо от внешних возмущений. Характеристика системы как устойчивой не всегда определяет положительную сторону с точки зрения управления: система не способна гибко реагировать на управление.

Трактовка понятия устойчивости позволяет определить характеристику инвариантности. **Инвариантность** в последовательности состояний системы состоит в том, что, несмотря на изменения, претерпеваемые системой в целом, некоторые ее свойства остаются неизменными.

Таким образом, некоторые высказывания относительно системы, несмотря на ее непрерывное изменение, остаются истинными.

К понятиям равновесия и устойчивости примыкает понятие цикла в преобразовании системы.

Циклом называется такая последовательность состояний системы, при которой повторное изменение преобразований заставляет изображающую точку пробегать повторно эту последовательность. Это можно проиллюстрировать таким преобразованием:

$$P \begin{cases} a & b & c & d & e & f & g & h \\ c & h & b & h & a & c & c & g. \end{cases}$$

Начиная с a , получим последовательность:

$$\underline{a c b h g} \quad \underline{c b h g} \quad \underline{c b} \dots,$$

которая описывает цикл.

Если в системе преобразование имеет вид:

$$P \begin{cases} a & b & d & e & g \\ c & b & e & e & f, \end{cases}$$

то в случаях состояний b и e система находилась в состоянии равновесия.

Если P имеет вид:

$$P \begin{cases} a & b & d & b \\ c & b & c & b, \end{cases}$$

период $d \rightarrow c$ является переходным периодом в режиме поведения системы.
Преобразование P вида

$$P \begin{cases} a & b & d & b & f & b \\ c & b & c & b & c & b \end{cases}$$

иллюстрирует случай периодического равновесного режима поведения системы $b \rightarrow b$.

Использование комплекса идей, связанных с понятием устойчивости, равновесия в поведении систем, весьма полезно при изучении экономических систем и, главным образом, при анализе производственных систем.

Прежде всего, состояние системы изучается с позиций возможного его равновесия, т. е. изменяется ли оно, будучи подвергнутым каким-либо преобразованиям. Рассматривается, является ли это равновесие достаточно устойчивым, и если да, то каков режим поведения изучаемой системы.

Если дано такое состояние (или состояния) и конкретные возмущения, то анализируется, вернется ли система после смещения в свою исходную область. И если система непрерывна, то рассматривается, является ли она устойчивой против всех возмущений внутри определенной области значений. Настоящий метод рассмотрения состояния и поведения системы дает возможность решать вопросы анализа экономических систем и обеспечить предпосылки их функционирования в оптимальном с позиций некоторых требований режиме.

ГЛАВА 2 МОДЕЛЬ

Рассмотрим поведение организатора, который сталкивается с некоторой ситуацией. Ему известно о ней достаточно много; он наблюдал за ней в течение нескольких лет и, выполняя предшествующие задания, приобрел достаточный опыт по аналогичным системам, порождающим аналогичные ситуации. В таких случаях мы говорим, что организатор обладает знаниями и опытом. Поэтому у него в голове возникает картина несколько иного рода — свое собственное понимание ситуации. Эта вторая картина гораздо более точно учитывает ситуацию, чем любое ее изображение на листе бумаги, однако она, тем не менее, не без недостатков. Мы не в состоянии получить достаточно многого с помощью только собственного мозга, так, чтобы можно было понять сущность и охватить с необходимой полнотой все детали взятой из реальной жизни ситуации любого характера и размера. Поэтому то понимание, которое существует в голове организатора, может рассматриваться как взятая оттуда своеобразная модель ситуации. Его представление ситуации моделирует ситуацию и соответствует ей.

Эта модель вовсе не макет в натуральную величину; в действительности она совсем невидима для глаза. Это — идея. По этой причине ее удобно называть умозрительной моделью. Если имеет место полное соответствие между реальностью и умозрительной моделью, то организатор в состоянии проникнуть глубоко в ситуацию и решение, которое он принимает, обязательно окажется рациональным. И наоборот, плохие и невыгодные решения возникают неизбежно в результате неправильного понимания принципов действия системы. Деятельность в процессе управления может рассматриваться как игра с неполной информацией.

Теперь целесообразно ввести понятие об отображении. Под отображением ученый понимает процесс, который имеет место при попытках поставить в соответствие одной картине другую, одному элементу — другой. Сам термин «отображение» выбран достаточно удачно, правда, строго говоря, он взят из математического жаргона. Если ничему ставится в соответствие что-то, то отображения нет. В то же время если отображение достаточно совершенно, то получаемую умозрительную модель считают изоморфной по отношению к окружающей действительности. (Слово «изоморфный» взято из греческого языка и означает «одинаковый по форме».)

Изоморфная модель может быть отображена в любом предмете, если между моделью и предметом наблюдается полное поэле-

ментное соответствие. Мы уже предположили возможность игр с неполной информацией и несовершенного отображения. В действительности получается, что полные комплексы предметов и событий запечатляются в модели, как одиночные сущности вместо сложного комплекса. Поэтому организатор может размышлять о части крупного предприятия (которое в действительности состоит из большого количества участков, причем руководство каждым из них в отдельности может осуществляться неправильно и может быть осложнено), как о заводе А. Для того чтобы прийти к такому упрощенному пониманию, организатор пользуется некоторыми количественными оценками, такими, например, как средний выход продукции. Он стремится не обращать внимания на отклонения от среднего выпуска продукции и на виды выпускаемых изделий. Конечно же, упрощения подобного рода, которые делает организатор, зависят от его роли в управлении.

Разновидность отображения, которая предполагает преобразования типа «многое — в одном», мы будем в дальнейшем называть не изоморфным, а гомоморфным отображением. Хорошая модель всегда является гомоморфной. Гомоморфное отображение сохраняет определенные структурные зависимости моделируемого предмета.

Стаффорд Бир

Процесс познания человеком окружающего мира в значительной мере связан с созданием моделей, построенных по принципу аналогий с изучаемым объектами. Концепция модели использовалась людьми для выражения как реальных объектов (на скальной живописи, идолах), так и абстрактных понятий (системы дифференциальных уравнений). Мир моделей беспредельно обширен и разнообразен. Многочисленны определения модели, используемые различными исследователями. Достаточно общим, но содержательным представляется следующее определение.

Модель — представление системы, объекта, понятия в некоторой форме, отличной от формы их реального существования.

В кибернетическом моделировании доминирующую роль играет сходство поведения и/или структуры оригинала и модели, различие в содержании не играет определяющей роли, поскольку аналогичные зависимости между входами и выходами могут быть, по определению, реализованы объектами различной природы.

Оценка адекватности пары «оригинал-модель» может быть осуществлена с использованием понятий изоморфизма и гомоморфизма.

2.1 Изоморфизм и гомоморфизм

В строго математическом смысле изоморфизм двух систем: $S_1: X_1 \rightarrow Y_1$, $S_2: X_2 \rightarrow Y_2$ означает, что между входами и выходами обеих систем существует взаимно однозначное соответствие:

$$(h_x : X_1 \rightarrow X_2, h_y : Y_1 \rightarrow Y_2) \wedge (h_x : X_2 \rightarrow X_1, h_y : Y_2 \rightarrow Y_1) \quad (2.1)$$

где h_x, h_y – отношения изоморфизма, или

$$h_x(X_1, X_2) \wedge h_y(Y_1, Y_2) \quad (2.2)$$

такие, что

$$h = (h_x, h_y) : (X_1 Y_1 \rightarrow X_2 Y_2) \wedge (X_2 Y_2 \rightarrow X_1 Y_1) \quad (2.3)$$

Понятие изоморфизма систем распространяется и на структурные, и на поведенческие характеристики систем.

Пусть $G_1 = \langle \{G_{i1}\}, \rho_1 \rangle$, $G_2 = \langle \{G_{i2}\}, \rho_2 \rangle$ – структура систем S_1 и S_2 , $Z_1 = \{z_{i1}(t)\}$, $Z_2 = \{z_{i2}(t)\}$ – множество состояний систем S_1 и S_2 .

Изоморфизм структур систем S_1 и S_2 означает, что:

$$h = (h_{G_1}, h_{G_2}) : (\forall_i) (G_{i1} \rightarrow G_{i2}) \wedge (G_{i2} \rightarrow G_{i1}), \quad (2.4)$$

Изоморфизм состояний:

$$h = (h_{Z_1}, h_{Z_2}) : (\forall_{z_{i,j}}) \{ (z_{i1}(t) \rightarrow z_{i2}(t)) \wedge (z_{i2}(t) \rightarrow z_{i1}(t)) \}. \quad (2.5)$$

Системы S_1 и S_2 , между которыми существует отношение изоморфизма, называются изоморфными.

Так, например, изоморфны местность и географическая карта, объект съемки и фотография, снимок и негатив и т. д.

Наличие изоморфизма между системой-оригиналом и системой-моделью характеризует весьма высокую степень адекватности, обеспечение которой при построении модели сопряжено с большими трудностями и, вообще говоря, не является необходимым. При построении моделей исследователь, руководствуясь конкретными целями, выделяет лишь наиболее существенные факторы, присущие реальной системе, которые в модели должны быть отражены с максимальной полнотой и точностью, требуемой в данном исследовании. Остальные, несущественные факторы могут отражаться в модели либо с меньшей точностью, либо могут быть исключены. Это является преимуществом модели, поскольку позволяет проводить исследование на более простом, по сравнению с реальным, объекте. Отсутствие полного совпадения всех характеристик модели и оригинала, особенно в области экономико-математического моделирования, не позволяет утверждать наличие изоморфизма между реальной системой и ее моделью.

Важным частным случаем соотношения «оригинал-модель» является отношение гомоморфизма, при котором между системами S_1 и S_2 существует однозначно-прямое и неоднозначно-обратное соответствие. Так, мо-

дель, полученная из реальной системы путем ее упрощения (например, за счет уменьшения числа переменных путем их объединения), является гомоморфной моделью.

Пусть $S_1: X_1 \rightarrow Y_1$, $S_2: X_2 \rightarrow Y_2$ – система-оригинал и ее модель, а $h = (h_x, h_y)$ – гомоморфизм из $X_1 \times Y_1$ в $X_2 \times Y_2$, причем отображение h_x – сюръективно. **Отображение h_x называется сюръективным (накрытием, или отображением на)**, если для каждого $x_2 \in X_2$ найдется такое $x_1 \in X_1$, что $h_x(x_1) = x_2$. Иначе $h_x(X_1) = X_2$. Тогда система S_2 называется **гомоморфной моделью S_1** в том и только в том случае, когда

$$(\forall(x_i, y_i))((x_i, y_i) \in S_1 \Rightarrow h(x_i, y_i) \in S_2). \quad (2.6)$$

Аналогично определяется понятие гомоморфных моделей для структурированных и динамических систем.

2.2 Математическое моделирование

Традиционным представлением о математической модели является ее восприятие как инструмента для прогнозирования последствий альтернативных действий с целью выбора наиболее предпочтительного. Однако значительно важнее то, что моделирование — это метод, повышающий эффективность суждений и решений. Математические модели используются для формализации целей, присущих большинству экономических систем, и имеющихся ограничений, налагаемых действующими экономическими законами.

Однако имеется большое количество проблем, не поддающихся адекватному моделированию, например: защита окружающей среды от загрязнений, предотвращение преступности, управление развитием и ростом городов, и т. п., – они характеризуются неясностью и противоречивостью целей, альтернатив развития, диктуемых нестабильными политическими и социальными факторами.

Математические модели многофункциональны, их основные функции характеризуют широту области их применения:

1. модели являются важным средством осмысления действительности (графические, масштабные, сетевые модели);
2. модели выступают своеобразным средством общения, поскольку в сжатой, точной форме позволяют организовать диалог;
3. модели выполняют функцию обучения и тренажа (обучающие программы, имитационные игры на ЭВМ, использующие принципиально отличные от реальных стимулы и мотивы принятия решений);
4. модели широко используются как инструмент прогнозирования и планирования, позволяя рассмотреть значительное число альтернатив и оценить возможные последствия от принятия того или иного решения;

5. моделирование является основным методом оптимизации управленческих решений, отображая или воспроизводя условия развития исследуемого процесса;
6. применение моделей как средства построения экспериментов позволяет осуществлять управление процессом экспериментирования с большей простотой и меньшими затратами, чем если бы эксперимент проводился с реальной системой, получая, зачастую, больше полезной информации о поведении системы в условиях широкого спектра изменяющихся факторов внешней среды.

Экономико-математическая модель — это совокупность математических выражений, описывающих экономические объекты, процессы и явления, исследование которых позволяет получить необходимую информацию для реализации целей управления моделируемой системой.

Экономико-математическая модель, как правило, включает три основные *составные части*:

- 1) целевую функцию, или функционал модели — математическое выражение цели;
- 2) систему функциональных ограничений, определяющих пределы изменения исследуемых характеристик объектов, процессов или явлений;
- 3) систему параметров модели, фиксирующих условия проведения модельного эксперимента (система норм, нормативов, временные параметры реального времени и (или) системного времени, начальные условия и т. п.).

В общем виде *статическая экономико-математическая модель* системы может быть записана в виде:

$$Y = F(x, \omega, \alpha) \quad (2.7)$$

где x — экзогенные переменные, или управления, управляемые переменные, факторы, входы;

ω — неуправляемые переменные, или возмущения;

α — параметры системы; любые действительные числа;

Y — эндогенные, или зависимые переменные, отклики;

F — определяет вид функциональной зависимости, играет роль оператора преобразования.

Пусть, например, F — линейный оператор. Тогда по определению линейного оператора при $x = x_1 + x_2$

$$Y = F(x_1, \omega, \alpha) + F(x_2, \omega, \alpha),$$

$$F(\alpha x) = \alpha F(x),$$

где x_1, x_2 — любые функции,

α — действительное число.

Линейным оператором является оператор тождественного преобразования, дифференцирования, интегрирования, правого сдвига, левого сдвига, суммирования, скалярный оператор.

При изучении экономической системы в движении уравнение модели примет вид:

$$Y(t) = F(x(t), \omega, \alpha). \quad (2.8)$$

При этом часто используют две концепции построения динамических моделей: без учета лагов, или запаздываний между входами и выходами — так называемые динамические безынерционные модели; и с учетом лагов — инерционные динамические модели. Безынерционные иначе называют кинематическими. Следует подчеркнуть, что кинематическая модель отличается от динамической тем, что переходные процессы в системе, обусловленные ее инерционными и демпфирующими свойствами, не учитываются. В информативном отношении они менее содержательны, чем динамические. В английском языке для описания таких систем служат термины «dynamic» и «dynamical».

2.3 Классификация моделей

При классификации экономико-математических моделей учитываются различные признаки, каждый служит определенной цели. Некоторые типовые группы моделей, которые могут быть положены в основу системы классификации:

- статические и динамические;
- детерминированные и стохастические;
- дискретные и непрерывные;
- линейные и нелинейные;
- балансовые модели;
- имитационные модели;
- модели математического программирования;
- модели, основанные на теории графов;
- модели, основанные на теории вероятностей и математической статистике.

При моделировании сложной системы исследователь обычно исследует совокупность нескольких моделей из числа разновидностей, упомянутых выше. Любая система может быть представлена различными способами, отличающимися по сложности и в деталях. По мере того, как исследователь глубже анализирует и познает проблему, простые модели сменяются все более сложными.

2.4 Методика моделирования

Основой успешной методики моделирования является многоэтапный процесс отработки модели. Обычно начинают с более простой модели, постепенно совершенствуя ее, добиваясь, чтобы она отражала моделируемую систему более точно. До тех пор, пока модель поддается математическому описанию, исследователь может получать все новые ее модификации, детализируя и конкретизируя исходные предпосылки. Когда же модель становится неуправляемой, проектировщик прибегает к ее упрощению и использует более общие абстракции. Процесс моделирования, таким образом, носит эволюционный характер и осуществляется в соответствии со следующими этапами.

Этапы моделирования:

1. анализ проблемы и определение общей задачи исследования;
2. декомпозиция общей задачи на ряд более простых подзадач, образующих взаимосвязанный комплекс;
3. определение четко сформулированных целей и их упорядочение;
4. поиск аналогий или принятие решений о способе построения подмоделей;
5. выбор системы экзогенных и эндогенных переменных, необходимых параметров;
6. запись очевидных соотношений между ними;
7. анализ полученной модели и начало эволюционного конструирования: расширение или упрощение модели.

Упростить модель можно, выполнив одну из перечисленных ниже операций:

- превращение переменных величин в константы;
- превращение вероятностных факторов в детерминированные;
- исключение некоторых переменных или их объединение;
- использование предположений о линейном характере зависимостей между переменными;
- введение жестких исходных предпосылок и ограничений;
- уменьшение количества степеней свободы путем наложения более жестких граничных условий.

Расширение модели предполагает обратное.

Заметим, что не существует надежных и эффективных рецептов относительно того, как следует осуществлять процесс моделирования, поэтому процесс разработки модели зачастую носит эвристический характер, что дает возможность исследователю проявить свои творческие способности.

Творческий характер процесса моделирования определяет разнообразие критериев оценки качества модели. С точки зрения разработчика «хорошей» моделью является нетривиальная, мощная и изящная модель. *Нетривиальная модель* позволяет проникнуть в сущность поведения сис-

темы и вскрыть детали, не очевидные при непосредственном наблюдении. *Мощная* позволяет получить множество таких нетривиальных выводов. *Изящная* имеет достаточно простую структуру и реализуемость. С точки зрения пользователей, которые проявляют больше прагматизма при оценке модели, «хорошая» модель — это модель релевантная, точная, результативная, экономичная. **Модель** является **релевантной** (от англ. relevance — уместность), если она соответствует поставленной перед ней цели; **точной**, если ее результаты достоверны; **результативной**, если полученные результаты дают продуктивные выводы; и **экономичной**, если эффект от использования полученных результатов превосходит затраты на ее разработку и реализацию.

В любом случае исследователь должен обосновывать необходимость использования конкретно применяемой модели.

Обоснование модели предполагает выполнение следующих процедур:

1. **верификация**, проведение которой убеждает в том, что модель ведет себя так, как было задумано;
2. **оценка адекватности** — проверка соответствия между поведением модели и поведением реальной системы;
3. **проблемный анализ** — формулировка значимых выводов на основе результатов, полученных в ходе моделирования.

Как показывает опыт, *наибольшая обоснованность модели достигается:*

- использованием здравого смысла и логики;
- максимальным использованием эмпирических данных;
- проверкой правильности исходных предположений и корректности преобразований от входа к выходу;
- применением на стадии доводки модели контрольных испытаний модели, подтверждающих работоспособность модели;
- сравнением соответствия входов и выходов модели и реальной системы (если они доступны) с использованием статистических методов и испытаний типа теста Тьюринга;
- проведением, когда это целесообразно, натуральных или полевых испытаний модели или ее подмоделей;
- проведением анализа чувствительности модели по отношению к изменяющимся внешним условиям;
- сравнением результатов модельных прогнозов с результатами функционирования реальной системы, которая подвергалась моделированию.

ГЛАВА 3 УПРАВЛЕНИЕ

Следует признать, что все наше представление об управлении наивно, примитивно и находится во власти почти фатального представления о причинности. Управление большинству людей (как это ни прискорбно для развитого общества) представляется процессом грубого принуждения. Так, например, считают, что полицейский, регулирующий уличное движение, осуществляет «управление». Однако на самом деле он просто пытается принять ответственное решение, имея явно недостаточную информацию и принципиально используя метод принуждения (ибо он легализован законодательством).

Рассмотрим примерно аналогичную, хотя и несколько более сложную ситуацию, которая возникает при высадке пассажиров с только что прибывшего парохода. Пароход приближается к причалу, пассажиры готовы к высадке, служащие порта ожидают прибытия судна. Вся эта ситуация представляет собой систему — машину для высадки пассажиров. Что же происходит на самом деле? Начинается шум и беспорядок, продолжающиеся долгое время. Во время всей этой неразберихи пассажиры толкают то туда, то обратно, их багаж тащат, их терпение все больше и больше истощается. Задержавшись на длительное время, в течение которого пассажиры испытывают большие неудобства и много волнений, они наконец отправляются дальше на поездах, отходящих из порта по расписанию, которое подчас не имеет ничего общего с расписанием, указанным в путеводителе. Бедняги пассажиры философски покорно воспринимая все происходящее, считая, что таковы черты современной жизни. Они верят в то, что ими «управляют». Такое впечатление, возможно, создается потому, что люди видят одетых в официальную форму чиновников, отдающих распоряжения. В этом примере невозможно обнаружить даже отдаленные черты, свойственные управлению, осуществляемому в природе.

Замечательной особенностью естественных, и в первую очередь биологических, механизмов управления является то, что они представляют собой гомеостаты. Нужно обязательно правильно понять, что такое гомеостат. Термостат, например, безусловно, представляет собой машину, предназначенную для поддержания температуры в заданных пределах. Гомеостат воплощает в себе расширение понятия такой машины, будучи устройством управления, предназначенным для поддержания значений любой переменной (совершенно не обязательно температуры) в заданных пределах. Классическим примером из области биологии является механизм го-

меостаза температуры крови человека. Общеизвестно, что температура человеческого тела меняется очень незначительно, хотя человек может переходить из холодильника в котельную. Аналогичный механизм гомеостаза повсеместно наблюдается в природе. Возьмем совершенно иной пример и рассмотрим гомеостазис, управляющий численностью животных в природе. В природе, например, достаточное число гусениц для прокормки птиц (которые, поедая их, тем самым ограничивают численность гусениц) и для уничтожения растительности (что ограничивает ее развитие), а также для появления достаточного числа бабочек и мотыльков. В то же время мы обычно не наблюдаем нашествия гусениц. Таким образом, система, очевидно, является гомеостатической, хотя нити механизма обеспечения пищей настолько запутаны, что точные связи трудно обнаружить и описать. Тем не менее в некоторых частных случаях удается достаточно изолировать систему для всестороннего исследования. Так, например, распространение кактуса опунция, начавшего вытеснять другую растительность в Австралии, было приостановлено кактусовой молью (*Sactoblastis*), которой в дальнейшем начало не хватать пищи. Таким образом, в настоящее время эти растительный и животный виды взаимно регулируют свою численность.

Если известно, что это за система, которая порождает определенную ситуацию, подлежащую изучению, каким образом она характеризуется в количественном отношении, каковы логические взаимосвязи внутри системы и каковы они по отношению к остальной части мира, то может быть использована вся мощь предсказания. Составные части управления — стратегия, решение, схема управления достаточно эффективны, так как они могут «справиться» с тем, что может произойти в процессе функционирования системы. Хотя исследование операции начинают с оценки параметров, оно заканчивается вычислением значений вероятностей тех или иных событий.

В примере, который мы хотели вам привести, бросается в глаза существенное различие между настоящим и будущим, между дедукцией и индукцией, а также между управлением, основанным на анализе фактов, и управлением, основанным на понимании основной системы, — порождающей факты. История эта сама по себе не такая уж выдающаяся, но со смыслом. В крупном универсальном магазине было решено выяснить, какой отдел имеет наибольший оборот и прибыль в расчете на квадратный метр площади, и посмотреть, к какому заключению можно прийти, если исходить из полученного ответа.

Подсчет показал, что наиболее доходным оказалось кондитерская. Некий управленческий ум, питаемый этой информацией, мог бы принять решение такого вида: «Необходимо переделать весь универсальный магазин в ресторан». Обратите внимание, что

это заключение правильно лишь в том случае, если бы в данный момент каждый посетитель пришел бы вдруг к выводу о необходимости выпить чашку чая. Тогда прибыль могла бы даже превысить любые предположения. Однако совершенно очевидно, что это невозможно, и одинаково ясно, что система, которую учреждает универсальный магазин, не допустит реализации этой стратегии в будущем, ибо новая система, целью которой будет получение максимального дохода, вообще не будет иметь посетителей.

Стаффорд Бир

Наличие управления является существенным признаком сложной системы, обеспечивающим ее целостность.

Определение 3.1: управление — это целенаправленное воздействие одной системы на другую для изменения ее поведения (состояния) в соответствии с изменяющимися условиями внешней среды.

Понятие управления является базовым в кибернетике, поскольку определяет предмет исследования этой науки. Любую систему, которая является объектом кибернетического исследования, можно представить в виде системы управления.

Системой управления называется организованная динамическая система с обратной связью, в которой реализуются причинно-следственные связи с помощью, по крайней мере, двух каналов (рис. 3.1).

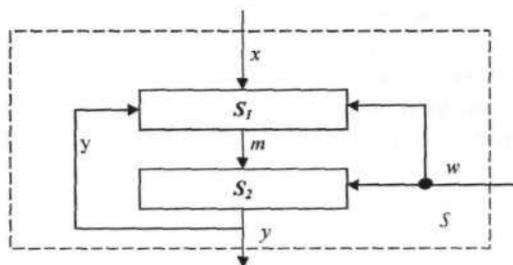


Рисунок 3.1 Схема организации системы управления

Пусть x характеризует вход, определяющий цель функционирования системы управления S . Управляющая система S_1 вырабатывает управляющие воздействия m , передаваемые на вход управляемой системы S_2 . На систему S оказывают влияние возмущающие воздействия ω . Результаты работы системы y по каналу обратной связи поступают на вход S_1 , анализируются и используются для выработки последующих управляющих воздействий. Сказанное позволяет выполнить формализацию, которая определяет правила функционирования системы управления S .

Начало *процесса управления*: S_1 вырабатывает управляющее воздействие $x = F(y)$, исходя из цели управления и априорной информации о законах функционирования системы во внешней среде A , если таковая имеется:

$$S_1 : x \times A \rightarrow m \quad (3.1)$$

Реакция объекта управления под действием возмущений:

$$S_2 : m \times \omega \rightarrow y \quad (3.2)$$

На следующем шаге подсистема S_1 при принятии решений использует данные об y (фактическом) и прогнозные значения ω :

$$S_3 : x \times y \times \omega \rightarrow m \quad (3.3)$$

3.1 Условия существования системы управления

Главными условиями существования системы управления являются следующие:

1. **Организованность**: в системе управления выделяются элементы, которые относятся либо к управляющей, либо к управляемой подсистеме:

$$S = S_1 \cup S_2$$

2. **Разнообразие**: каждая из двух выделенных подсистем должна допускать возможность появления нескольких (многих) состояний:

$$x \in X, y \in Y, m \in M, X \neq \emptyset, Y \neq \emptyset, M \neq \emptyset.$$

Примечание: проблема оценки разнообразия управляющей системы и ее соотношения с разнообразием управляемого объекта имеет важное теоретическое и практическое значение.

Закон необходимого разнообразия формулируется У. Р. Эшби следующим образом: «количество исходов управляемой системы, если оно минимально, может быть еще уменьшено только за счет соответствующего увеличения разнообразия управляющей системы». Это значит, что для решения задачи управления необходимо, чтобы информационная мощность управляющей системы (или ее собственное информационное разнообразие) была не меньше разнообразия объекта управления (т. е. решаемой задачи управления).

Пусть в дискретные моменты времени $t = \frac{T}{\Delta t}$ происходит изменение вектора $x(t)$ входов объекта управления, а управляющая система вырабатывает вектор $m(t)$ управляющих воздействий, в результате которых состояние объекта управления определяется как $u(t) = \gamma(x(t), m(t), \bullet)$. Перевод управляемого объекта из состояния $u(t)$ в некоторое состояние $u(t+1)$ требует решения задачи прогнозирования $x(t+1)$, оценки параметров системы, решения задачи идентификации $u(t)$, выбора подходящего $m(t+1)$:

$$u(t+1) = \varphi(x(t+1), m(t+1), u(t), \bullet).$$

Если разнообразие задачи управления, измеряемое количеством информации, определить как V , а информационную мощность управляющей системы W , то для осуществления перехода $u(t) \rightarrow u(t+1)$ необходимо, чтобы в каждый момент времени t выполнялось условие $W(t) \geq V(t)$.

В реальных системах управления «полное» разнообразие объекта управления и воздействий внешней среды настолько велико, что последнее условие, вообще говоря, не выполняется. Поэтому управляющая система формирует гомоморфную модель, использует *принцип управления воздействием на «главный» фактор*, прибегая к агрегированию, линеаризации связей, аппроксимируя стохастические зависимости детерминированными и проч. Часто воздействия неучтенных в моделях факторов вводятся в модель с помощью так называемого «внешнего дополнения». Согласно концепции Ст. Бира, некий «черный ящик» служит дополнением к модели объекта управления, функционируя в качестве блока неформализуемых решений, рандомизатора — датчика случайных чисел и внося поправки в модельные расчеты. Таким образом, *принцип «внешнего дополнения»* обеспечивает реализацию системного подхода, учет влияния внешней среды, открытый характер системы управления, поскольку «замкнутая система не способна, отправляясь от различных начальных условий, достигать определенных целей».

3. Динамичность:

$$\begin{aligned} x(t) \in X, u(t) \in U, y(t) \in Y, \\ m(t) \in M, \omega(t) \in \Omega, t \in T, \end{aligned}$$

где T — упорядоченное числовое множество.

4. Наличие прямых и обратных связей, обеспечивающих причинно-следственные зависимости в системе управления:

$$X_{t_0} \times A_{t_0} \rightarrow M_{t_1} \times \Omega_{t_1} \rightarrow Y_{t_1} \times X_{t_1} \times \Omega_{t_2} \rightarrow M_{t_2} \rightarrow \dots$$

$$t_0 < t_1 < t_2 < \dots \quad (3.4)$$

5. *Наличие цели управления*, достижение которой является макрофункцией управляемой системы:

$$\Phi = \Phi(y). \quad (3.5)$$

Цель системы в зависимости от ее характера задается различным образом. Для систем, работа которых завершается достижением цели, требуется, чтобы $y(t)$ достигло целевого множества \bar{Y} . В частном случае, чтобы выполнялось условие $y(t) = \bar{y} \in \bar{Y}$. Для других систем необходимо, чтобы $y(t)$ достигла области \bar{Y} , а затем продолжала движение по траектории $y'(t) \in \bar{Y}$ или не выходила из области \bar{Y} .

6. **Управляемость**: можно найти такое управляющее воздействие m , которое за конечное число шагов переведет систему в искомое состояние, обеспечивающее достижение цели:

$$\exists_m \forall_{\omega} \forall_{u(t_1)} \varphi(m, \omega, u(t_1)) = u(t_2), \quad (3.6)$$

такое, что $\psi(u(t_2)) = \bar{y}$,

где $t_1 \leq t_2$, $t_1, t_2 \in T$,

φ, ψ – соответственно функция переходов и функция выхода системы, \bar{y} – количественное выражение цели, $\bar{y} \in Y$.

Введение понятия управляемости системы вызывает необходимость рассмотрения вопросов качества управления и его эффективности.

Пусть \bar{Y} – некоторое заданное целевое множество:

$$\bar{Y} \subset T \times Y \times U, \bar{y} \in \bar{Y}, \quad (3.7)$$

\bar{M} – множество допустимых управлений.

Если управляющее воздействие $m \in \bar{M}$ преобразует некоторое исходное событие (t_0, u_0) в $(t_1, u_1) \in \bar{Y}$ и t_1 – время первого достижения, то t_1 называется **моментом достижения**, а разность $(t_1 - t_0)$ – **временем достижения**.

Вещественное число, вычисляемое как некоторый функционал:

$$\Theta(t_0, u_0, m(\bullet), t_1, u_1), \quad (3.8)$$

где $u_1 = \varphi(t_1, t_0, u_0, m(\bullet))$, $y_1 = \psi(t_1, u_1)$ называется **качеством управления** $m(\bullet)$ относительно начального события (t_0, u_0) .

Определение 3.2: абстрактной задачей управления называется сложное математическое понятие, образованное совокупностью:

$$\langle S, T, \bar{Y}, \bar{M}, \bar{U}, \Theta \rangle, \quad (3.9)$$

где S — динамическая система,

T — множество моментов времени,

\bar{Y} — целевое множество, $\bar{Y} \subset T \times Y \times U$,

\bar{M} — множество допустимых управлений,

\bar{U} — подмножество множества $T \times U_0$ (начальных событий),

Θ — функционал качества управления;

с поставленным требованием: «для каждого начального события $(t_0, u_0) \in \bar{U}$ определить некоторое допустимое управление $m(\bullet) \in \bar{M}$, которое переводит (t_0, x_0) в \bar{Y} и при этом минимизирует функционал $\Theta(t_0, u_0, m(\bullet), t_1, u_1)$, где t_1 — момент первого достижения, а u_1 — точка первого достижения множества \bar{Y} ».

Определение 3.2 является весьма общим, однако служит базой для дальнейшего исследования необходимых условий оптимальности систем управления. Выяснение вопросов существования оптимального решения и поиска такого решения является содержанием математической теории управления (теория Гамильтона-Якоби, принцип максимума Понтрягина, методы функционального анализа, ряд численных методов).

Определение 3.3: рассмотрим произвольную динамическую систему S . **Законом управления** называется отображение $\xi: T \times U \rightarrow X$, ставящее в соответствие каждому состоянию $u(t)$ и каждому моменту времени t значение $x(t) = \xi(t, u(t))$ входного воздействия в этот момент времени.

При этом другие параметры динамической системы S могут влиять на конкретный вид функции ξ .

Принцип, в соответствии с которым входные воздействия должны вычисляться через состояния, был сформулирован Ричардом Беллманом, указавшим на его первостепенную важность. В этом принципе заключена важнейшая идея теории управления. Это научная интерпретация *принципа «обратной связи»*, составляющего основу любого управления.

Важно отметить, что в текущем состоянии системы содержится вся информация, необходимая для определения требуемого управляющего воздействия, поскольку, по определению динамической системы, будущее поведение системы полностью определяется его нынешним состоянием и будущими управляющими воздействиями.

Оптимальное управление заключается в выборе и реализации таких управлений $u \in \bar{U}$, которые являются наилучшими с точки зрения эффективности достижения цели управления.

Можно выделить два основных типа критериев эффективности систем управления.

Критерий эффективности первого рода — степень достижения цели системой. Если цель системы задана областью цели \bar{Y} или точкой $\bar{y} \in \bar{Y}$, то критерием эффективности I рода является отклонение ρ , определяемое в терминах \bar{Y} . Цель считается достигнутой, если

$$\rho(y(t), \bar{Y}) = 0 \text{ или } \rho(y(t), \bar{y}) < \varepsilon, \quad (3.10)$$

где ε — заданная малая величина.

При задании целевой функции

$$\begin{aligned} F(y(t_0), y'(t)) &\rightarrow \text{extr}, \\ y(t_0) \in Y, y'(t) &\in \bar{Y}, \end{aligned} \quad (3.11)$$

если существует $F^* = \text{extr } F$, критерий I рода — разность $(F^* - F)$.

Критерий эффективности второго рода — оценка эффективности траектории движения системы к цели. Он определяется как некоторая функция:

$$f(x, u, y) \rightarrow \text{extr} \quad (3.12)$$

Критерий II рода позволяет сравнивать и оценивать различные изменения состояний системы в ходе достижения цели. Так, улучшение работы системы по критерию второго рода позволяет достичь цели при лучших значениях входов: обеспечить выпуск того же количества продукции \bar{Y} при меньших затратах факторов производства X ; или при лучших значениях состояний системы: минимальном времени непроизводительного простоя системы, минимуме отходов и брака и т. д.

В ряде случаев могут быть использованы *критерии* третьего типа — *смешанные*, в которых отражается сочетание приведенных показателей эффективности пути и степени достижения цели системой.

Многокритериальная система управления

Для многих сложных систем получить критерий эффективности в виде скалярной функции не представляется возможным. В этом случае используется векторный критерий, составляющими которого являются самостоятельные, независимые критерии. Такие системы называются **многокритериальными**.

Паллиативным решением является искусственное введение коэффициентов, позволяющих получить линейную комбинацию составляющих векторного критерия, приводя его таким образом к скалярному виду. Однако, принимая во внимание независимость составляющих критериев, процедура определения предпочтений на множестве критериев и введение обобщенного критерия представляют зачастую большую сложность. Достаточно эффективным способом, используемым в случае векторного критерия, является выбор управлений, оптимальных по Парето. **Множество оптимальных по Парето решений** составляют такие, ни одно из которых не доминируется в определенном смысле никаким другим решением из этого множества. Таким образом, каждое из множества оптимальных по Парето управлений лучше любого другого по одному из независимых критериев.

Иерархические системы управления

Важный класс систем управления образуют системы произвольной природы (технические, экономические, биологические, социальные) и назначения, имеющие многоуровневую структуру в функциональном, организационном или каком-либо ином плане. *Характерными признаками иерархических систем управления (ИСУ)* являются: вертикальная декомпозиция системы на подсистемы, приоритет подсистем верхнего уровня по отношению к нижележащим, наличие обратных связей между уровнями. Широкое использование и универсальность *ИСУ* обусловлены рядом *преимуществ* по сравнению с системами радиального (централизованного) управления:

- свобода локальных действий в рамках наложенных ограничений;
- возможности целесообразного сочетания локальных критериев функционирования отдельных подсистем и глобального критерия оптимальности системы в целом;
- возможности сжатого, агрегированного представления актуальной информации о результатах управления, поступающей по каналам обратной связи;
- повышенная надежность системы управления, наличие свойств управляемости, адаптивности, организованности и ряда других свойств, специфичных для конкретных систем;
- универсальность концепции управления и подходов к решению задач управления в ИСУ;
- экономическая целесообразность по сравнению с системами управления иной структуры. Последнее качество требует обоснования в каждом конкретном случае.

Теория управления ИСУ включает следующие основные *разделы*:

- структурный анализ и синтез ИСУ;
- проблема координации в ИСУ;
- оптимизация функционирования ИСУ.

Задачи, решаемые в названных разделах, будут рассмотрены в соответствующих главах настоящего учебника.

Принцип иерархичности управления является выражением целостности систем; он, предопределяя организованность, позволяет найти способы управления сложными системами. Если организованность системы отсутствует, невозможно определить задачи управления даже для простых объектов.

Этот принцип предусматривает способ расчленения системы на элементы и взаимодействующие подсистемы и многоступенчатого построения управляющих систем, в которых функции управления распределяются между соподчиненными частями. В расчлененной системе одна часть оказывается «вложенной» в другую и является ее структурной составляющей. В такой системе существует взаимосвязь подсистем по одним отношениям и их свойствам и независимость по другим.

Определение 3.4 (общая задача оптимизации): пусть $\Theta: M \rightarrow Q$ — некоторая функция, отображающая множество M в множество Q , которое упорядочено отношением « \leq ». Тогда задача оптимизации может быть сформулирована следующим образом: для данного подмножества $\bar{M} \subseteq M$ найти такое $\bar{m} \in \bar{M}$, что для всех $m \in \bar{M}$ выполняется условие:

$$\Theta(\bar{m}) \geq \Theta(m). \quad (3.13)$$

Множество M является множеством решений задачи управления, множество \bar{M} — множеством допустимых решений, функция Θ — целевой функцией, а Q — множеством оценок. Элемент $\bar{m} \in \bar{M}$, удовлетворяющий условию (3.13) при всех $m \in \bar{M}$, называется **решением задачи оптимизации**, задаваемой парой (Θ, \bar{M}) .

Зачастую функцию Θ определяют с помощью функций:

$$\begin{aligned} P: M \rightarrow Y, \quad \Theta: M \times Y \rightarrow Q, \\ \Theta(m) = \Theta(m, P(m)). \end{aligned} \quad (3.14)$$

В этом случае функцию P называют выходной функцией, а функцию Θ — функцией качества или оценочной функцией. Задача оптимизации тогда определяется тройкой (P, Θ, \bar{M}) или парой $(P, (\Theta))$, если $\bar{M} = M$.

Определение 3.5: система $S \subseteq X \times Y$ называется **системой принятия решений**, если существует такое семейство задач принятия решений D_x , $x \in X$, решения которых принадлежит множеству M , и такое отображение $P: M \rightarrow Y$, что для любого $x \in X$ и $y \in Y$ пара (x, y) принадлежит системе S

тогда и только тогда, когда найдется такое $m \in M$, что m является решением задачи D_x , а $P(m) = y$.

Следствие: любую систему управления S можно представить как систему принятия решений и наоборот, просто опираясь на предположение о целесообразности ее поведения.

Принятие решений в системе управления производится на основе отбора и преобразования информации. Цитируя У. Р. Эшби, можно отметить, что «любая система, выполняющая подходящий отбор (на ступень выше случайного), производит его на основе полученной информации».

Принято различать системы управления и процессы управления. Рассмотрение содержания или функций управления относится к процессам управления. Состав функций управления определяется особенностями системы управления и целями исследования.

3.2 Виды связей в системах управления

Вид соединения элементов, при котором выходное воздействие одного элемента передается на вход другого элемента, называется **прямой связью**. Прямая связь между двумя элементами системы может осуществляться непосредственно или через другие ее элементы. В случае опосредованного воздействия выходной сигнал одного элемента поступает на вход другого с передаточным коэффициентом промежуточного элемента.

Вид соединения элементов, при котором выходное воздействие одного элемента передается на вход того же самого элемента, называется **обратной связью**. Обратная связь может осуществляться либо непосредственно от выхода элемента системы на его вход, либо через другие элементы данной системы. Обратная связь бывает внешняя и внутренняя. **Внешней** или **главной** называется такая связь, посредством которой осуществляется передача части выходного сигнала всей системы управления на ее вход. **Внутренние** или **местные обратные связи** соединяют выход отдельных элементов или групп последовательно соединенных элементов с их входом. Различают положительную и отрицательную обратную связь. Если под действием обратной связи первоначальное отклонение управляемой величины y , вызванное возмущающими воздействиями ω , уменьшается, то считают, что имеет место **отрицательная обратная связь**. В противном случае говорят о **положительной обратной связи**. Следовательно, положительная обратная связь усиливает действие входного сигнала, отрицательная — ослабляет.

Положительная обратная связь используется во многих технических устройствах для увеличения коэффициента передачи. В экономике на принципе положительной обратной связи основаны системы материально-

го стимулирования. Положительными являются обратные связи в схеме межотраслевого баланса.

Примером использования отрицательной обратной связи является термостат. Обычно положительная обратная связь приводит к неустойчивой работе системы, т. к. соответствует увеличению возникшего в системе отклонения. Отрицательная обратная связь способствует восстановлению равновесия в системе. Поэтому системы с отрицательной обратной связью являются относительно устойчивыми.

Если сигнал обратной связи пропорционален установившемуся значению входной величины и не зависит от времени и скорости ее изменения, то такая **обратная связь** называется **жесткой**. Сигналы **гибкой обратной связи** пропорциональны скорости изменения входной величины. Мерой величины обратной связи служит *коэффициент обратной связи*.

Обратная связь является одним из важнейших понятий кибернетики, оно помогает понять многие явления, происходящие в системах управления любой природы. Важную роль обратная связь играет в распознавании образов и принятии решений. Положительную обратную связь используют в системах обучения. В организационных системах обратные связи используются для выработки управляющих сигналов, для выработки критерия эффективности управления и оценки качества управления. В биологических системах обратная связь обеспечивает поддержание в нормальном состоянии основных показателей жизнедеятельности: температуры и массы тела, уровня сахара и гемоглобина в крови, другие. В экономических системах обратная связь играет важную роль в обеспечении эффективного управления.

Свойства систем управления существенно зависят от способа формирования управляющих воздействий. При этом полезно рассмотреть разомкнутые и замкнутые системы.

3.3 Виды управления

Жесткое управление

Под **жестким управлением** понимается воздействие на систему или процесс, направленное на достижение заданного типа поведения. Процесс управления характеризуется наличием разомкнутого контура, особенность которого состоит в том, что достижение результата не сообщается в устройство управления (рис. 3.2).

Жесткое управление реализуется в предположении о полной определенности условий внешней среды.

Назначение устройства управления состоит в следующем: на вход программного блока поступает задающее воздействие $\alpha(t)$. Программный блок транслирует систему команд $m(t)$, которые исполнительный блок преобразует в последовательность управляющих воздействий $w(t)$, цель которых состоит в том, чтобы управляемый параметр $y(t)$ максимально со-

ответствовал задающему воздействию $\alpha(t)$. Поскольку обычно на процесс влияют внешние воздействия $x(t)$, они должны по возможности учитываться и заранее компенсироваться устройством управления. Но так как предвидеть все возмущения заранее невозможно, выполнения равенства $\alpha(t) = y(t)$ добиться трудно. Алгоритмическое и техническое решение системы жесткого управления относительно простое, но область его применения на практике весьма ограничена: простейшие автоматические технические устройства, жесткое администрирование.

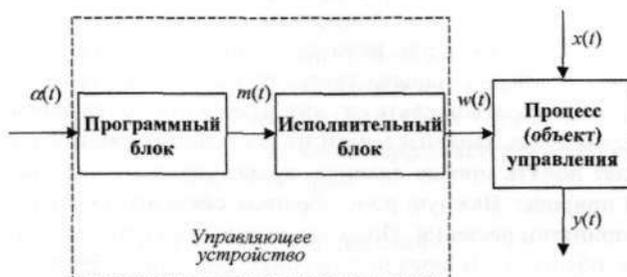


Рисунок 3.2 Разомкнутый контур управления

Регулирование

Регулирование представляет собой процесс, в ходе которого регулируемый параметр y измеряется и сравнивается с α . При отклонении этих величин регулятор через исполнительный блок воздействует регулирующей величиной w на процесс или объект с тем, чтобы обеспечить выполнение условия $\alpha(t) = y(t)$. Для регулирования характерно наличие замкнутого контура (рис.3.3).

Различаются два основных вида систем регулирования:

1. *регулирование по отклонению* имеет место, когда достигнутый результат y через цепь обратной связи после измерения поступает в регулирующее устройство, которое генерирует соответствующий управляющий сигнал $m(t)$:
 - регулирование по отклонению от управляемой величины реализуется в *системах стабилизации*. Задачами стабилизации являются задачи поддержания выходных величин $y(t)$ вблизи некоторых неизменных заданных значений Y . Так, задачи стабилизации решаются при осуществлении технологических операций, так как соответствие выполняемых работ технологическому процессу является необходимым условием получения продукции с заданными свойствами. В системах энергоснабжения должны быть стабилизированы напряжение и частота тока в сети вне зависимости от изменения потребления электроэнергии.

- Другим типом регулирования по отклонению являются системы с программным управлением. Задачи такого типа возникают, когда необходимо, чтобы состояние управляемого объекта удерживалось вблизи изменяющегося во времени по заранее заданному закону значению $y(t)$. Задачи программного управления возникают в производственных системах при выполнении работ в соответствии с планом. Системы программного управления широко применяются в технике для автоматизации технологических процессов (станок с программным управлением);



Рисунок 3.3 Замкнутая система регулирования

2. *регулирование по возмущению* происходит, если возмущения $x(t)$ учитываются, измеряются и компенсируются регулятором по контуру, включающему измерительный блок 2 (см. рис.3.3).

Часто встречаются ситуации, когда закон изменения во времени заданного состояния системы заранее неизвестен, а определяется в ходе самого процесса в соответствии с внешним сигналом. Система управления, предназначенная для изменения состояния $Y(t)$ управляемого объекта по закону, задаваемому внешним, неизвестным заранее сигналом, называется **следящей системой**. При этом внешний сигнал называется ведущей величиной. Примером следящего управления является «задача преследования» из области военной кибернетики, так же, как и следящее управление с упреждением (управление зенитным орудием). Упреждающим может быть и управление экономическим объектом, например, при решении задачи бездефицитного снабжения потребителей деталями со склада, другие задачи управления запасами.

Основная формула теории регулирования

Методы регулирования основаны на использовании обратной связи. Рассмотрим простую систему регулирования, имеющую один вход X и выход Y (рис.3.4).

Имеется некоторая регулируемая система S , которая подвергается определенным воздействиям X , дающим в итоге требуемый результат Y .

Результат воздействует на регулятор R , который, в свою очередь, воздействует на регулируемую систему. Комплекс регулируемой системы и регулятора составляет **систему регулирования**. Преобразование состояния входа X в состояние выхода Y формально можно отобразить как: $Y = SX$. Этот способ отображения соответствует разомкнутому контуру управления. Как показано на рис. 3.4, состояние выхода регулируемой системы S передается на вход регулятора R , выходом которого является величина ΔX . Это состояние прибавляется к состоянию входа системы S : $X + \Delta X$.

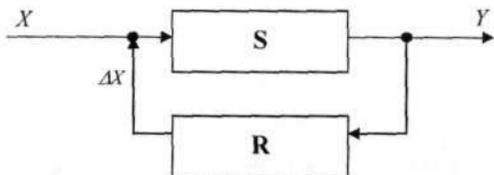


Рисунок 3.4 Система регулирования

Предположим, что регулируемая система работает как пропорциональный преобразователь: $Y = SX$.

При $S > 1$ пропорциональное преобразование называется **усилением**, а при $S < 1$ – **ослаблением**. Показатель $S = \frac{Y}{X}$ называется **пропускной способностью регулируемой системы**.

Предположим также, что регулятор тоже осуществляет пропорциональное преобразование, а его пропускная способность равна R . Тогда $\Delta X = RY$. С учетом воздействия регулятора состояние выхода регулируемой системы определится как:

$$Y = S(X + \Delta X) = S(X + RY) = SX + SRY.$$

Отсюда

$$Y = \frac{S}{1 - SR} X \quad (3.15)$$

Выражение (3.15) является *основной формулой теории регулирования*. Приведенная формула дает возможность рассчитать необходимое значение входной величины, чтобы при заданных параметрах системы S и R получить на выходе искомый результат Y . Принимая во внимание то, что $\frac{Y}{X} = \frac{S}{1 - SR}$, выражение $\frac{S}{1 - SR}$ называется **пропускной способностью системы регулирования**. Из основной формулы теории регулирования вытекает специфическая роль регулятора. При $R = 0$ пропускная способность регулируемой системы была бы равна S : $Y = SX$. Наличие регулято-

ра требует введения множителя $\frac{1}{1-SR}$, который характеризует его действие.

Сомножитель $\frac{1}{1-SR}$ выражает действие обратной связи в системе регулирования, и его называют **оператором** или **мультипликатором обратной связи**.

Регулирование как функция управления получила широкое применение в исследовании экономических систем управления.

Основные свойства и характеристики регулируемых систем изучаются технической кибернетикой в разделе теории автоматического управления.

Адаптивное управление

В тех случаях, когда воздействующие на систему факторы являются частично или полностью неопределенными, управление становится возможным только после накопления некоторой информации об этих факторах и характеристиках объекта. Управление в системе с полной априорной информацией об управляемом процессе, которое изменяется по мере накопления информации и применяется для улучшения качества работы системы, называется **адаптивным управлением**.

В дискретном времени $t = \frac{T}{\Delta t}$, где T — время, Δt — интервал его

квантования, процесс адаптивного управления может быть представлен следующим образом. Пусть управляемый процесс u является марковским процессом и описывается некоторой характеристикой информации P .

Марковский процесс — случайный процесс, обобщенное понятие динамической системы, введенное А. Н. Колмогоровым, процесс, который обладает тем свойством, что его поведение после момента t зависит только от его значения в этот момент и не зависит от поведения процесса до момента t .

Пусть в момент t заданы состояние процесса u_t и состояние информации о процессе P_t , образующие точку (x_t, P_t) в некотором фазовом пространстве. Переход в новое состояние происходит под воздействием управления x_t и возмущения ω_t — случайной величины с вероятностным распределением $dP(u_t, P_t; x_t, \omega_t)$, которое может являться какой-то частью характеристики информации. Переход в новое состояние может быть определен случайными преобразованиями Σ_1 и Σ_2 так, что:

$$u_{t+1} = \Sigma_1(u_t, P_t; x_t, \omega_t); \quad (3.16)$$

$$P_{t+1} = \Sigma_2(u_t, P_t; x_t, \omega_t). \quad (3.17)$$

Управление x , изменяя состояние процесса u , влияет и на характеристику информации P .

Если преобразования Σ_1 и Σ_2 заданы, то управление в момент перехода следует выбрать в виде:

$$x_t = x_t(u_t, P_t), \quad (3.18)$$

Управление (3.18) обладает свойством адаптации в том смысле, что оно зависит от всей доступной в момент t информации P_t о процессе. Но обычно преобразования Σ_1, Σ_2 не заданы, и определение этих преобразований, как и самой характеристики информации, является частью задачи об управлении с адаптацией. Для того чтобы информация о процессе со временем накапливалась, необходимо специально выбирать Σ_2 так, чтобы описание процесса P_{t+1} было более полным, чем P_t . Изменения в направлении улучшения характеристик информации составляют сущность адаптации. Если с состоянием u_{t+1} связать некоторый показатель качества управления $\Theta(u_{t+1})$, то за счет большей «информированности» управления вследствие адаптации этот показатель может улучшаться. При этом последовательность преобразований $(\Sigma_1, \Sigma_2), t = 0, 1, 2, \dots$ дает процесс управления с адаптацией.

Таким образом, общее представление процесса адаптивного управления включает характеристику информации P и механизм адаптации, определяемый преобразованием Σ_2 .

Двойственный характер адаптивного управления проявляется в том, что, с одной стороны, невозможно осуществлять эффективное управление, не зная характеристик объекта, с другой — можно изучать эти характеристики в процессе управления и тем самым улучшать его. Управляющие воздействия носят двойственный характер: они служат средством как активного познания управляемого объекта, так и непосредственного управления им в текущий момент времени.

В системах адаптивного управления обязательным является наличие обратной связи ввиду непрерывного процесса исследования характеристик объекта.

В системах управления, реализующих *принцип адаптации*, могут меняться параметры и структура системы (**самоорганизация**), программа, алгоритм функционирования и управляющие воздействия (**самонастройка**). Накопление и обобщение опыта обеспечивает возможности обучения и **самообучения** систем управления.

Адаптивное управление в полной мере присуще системам управления в живой природе. Она дает нам образцы совершенной организации, настройки и функционирования систем управления сложнейшими динамическими процессами, которые современная теория и практика управления стремятся воспроизвести в искусственных системах. Адаптация в эконо-

мических системах проявляется в способности системы сохранять в процессе развития существенные параметры не изменяющимися в определенных границах их варьирования, несмотря на разнообразие воздействий внешней среды.

3.4 Самоорганизующиеся системы

Распространенное понятие в науке — *процесс выравнивания*. То есть, если система разделена на пару свободно взаимодействующих подсистем, и одна из них имеет большее количество некоторого вещества чем другая, то будет, в конечном счете, достигнуто состояние равновесия системы в целом, в котором распределение вещества в обеих подсистемах будет равным. Мы говорим, что более типично и более «самоорганизованно» выравнивается энергия. Типичный пример этого процесса относится к энергии в форме тепла и выражен во втором законе термодинамики: если взаимодействуют горячее тело и холодное тело, тепло будет переноситься от горячего к холодному телу, пока они не разделят количество теплоты в равной степени; затем перенос прекращается.

В этом случае система, состоящая из этих двух тел, была активна. Энергия в форме тепла была доступна для переноса от первой подсистемы ко второй и могла попутно производить полезную работу. Мера того, насколько полезная работа могла производиться, называется **энтропией**. **Энтропия** — мера дисбаланса энергии в системе. В термодинамической системе, это отношение количества теплоты доступной для работы к абсолютной температуре системы. Со временем все тепло «выравнивается», это отношение вырастает до единицы. После этого система умирает, в том смысле, что деятельность внутри нее обязательно останавливается. Повышение энтропии происходит автоматически; это — закон природы: при прочих равных условиях, энтропия стремится к своему максимуму.

Понятие энтропии трудно понять, особенно, потому что оно развивается в отдельных отраслях науки в несколько иной форме. В кибернетике, в частности, мы встречаем ее отрицательную версию, названную *негэнтропией*. Вполне возможно, негэнтропия — мера информации. Это означает, что система, получающая энтропию, теряет информацию. Со временем энтропия повышается до единицы, вся энергия выравнивается и нам нечего сказать о системе как таковой — она умерла. У нее нет информации для передачи.

Эти понятия и этот основной закон природы очень сильно влияют на сущность самоорганизации. Снова рассмотрим систему, разделенную в две свободно взаимодействующие подсистемы. Предположим, что одна из них более организована, чем другая. Следует ли из этого, что она должна разделить уровень своей организации с менее организованной системой? Аналогично ли «вещество структурированности» теплу, и будет ли оно выравниваться? Ответ — нет; фактически, верно обратное: система, кото-

рая организационно несбалансированна, будет иметь тенденцию к еще большей несбалансированности. Причина в том, что понятие организации ближе к доступной информации, чем к доступной энергии; ее совершенствование, следовательно, измеряется скорее ростом негэнтропии, чем энтропии.

Предположим, что две подсистемы начинают с одним и тем же количеством энергии. Подсистема *A* израсходовала большую часть этой энергии в процессе своей внутренней организации. Подсистема *B* израсходовала меньшее количество энергии в процессе организации до более низкого уровня. Таким образом, *A* более организованная и более истощенная в плане энергии, чем *B*. Соответственно, при возникновении взаимодействия, энергия должна, согласно правилам энтропии, перетекать от *B* к *A*. Теперь слишком поздно для *B* пытаться удержать один уровень организации с *A*. Она сталкивается с уменьшением запаса энергии, доступной для собственной организации, в то время как *A* увеличивает свой запас. Так более организованная *A* «кормится» от менее организованной *B*. В конечном счете, *A* разрушает *B* полностью (в изолированной системе). Заметьте, что граница *A*, которая служит разделом с *B*, должна отображаться как вторжение на территорию *B*. То есть, степень организации перемещается против направления потока энергии.

Теперь обсудим экологические процессы: они относятся к взаимодействию организма и окружающей среды. Поэтому рассматриваемая система названа (для краткости) экосистемой. Отрицательная обратная связь важна в экосистеме; она сокращает чрезмерно большие животные популяции, например, через экологический гомеостазис. Но именно в экосистеме мы сталкиваемся также и с положительной обратной связью — тенденцией некоторого изменения быть автоматически усиленным. Распространение более организованного за счет менее организованного — типичный пример положительной обратной связи.

Оба типа обратной связи видны в действии в самом простом организме, который мы можем исследовать: живая клетка. Николас Рашевски, один из тех, кто посвятил себя научному исследованию и строгой формулировке биологических механизмов, излагает эту теорию в его «Математических принципах биологии». Клетка существует в гомеостатическом равновесии с окружающей средой, обмениваясь веществом в обоих направлениях через мембрану. Если некоторое вливание вещества произведено внутри клетки так, что происходит более высокая концентрация вещества внутри чем снаружи, то это вещество будет стремиться диффундировать через мембрану — чтобы просочиться в окружающую среду в небольшом количестве. Но если вещество будет исчерпано внутри клетки, так, что концентрация вещества станет выше снаружи чем внутри, значит, будет возникать диффузия внутрь. Это — энтропический процесс, но он не достигнет окончания, потому что он не изолирован; клетка, например, может продолжать производить вещество неограниченно. Но присутствует

тенденция — имеет место бесконечный поиск баланса. Рашевски выражает этот гомеостатический механизм системой уравнений.

Уровень диффузии через мембрану зависит от проницаемости мембраны, и того, что управляет самой природой — размера клетки. Если бы скорость продуцирования вещества спонтанно увеличилась сверх возможной скорости вытекания, то концентрация внутри клетки увеличилась бы до бесконечности. Пусть технологический процесс требует энергии, в виде кислорода. Так как он расходуется внутри клетки, принимая, что имеется бесконечный запас кислорода снаружи, тенденция «выравнивания» требует, чтобы кислород перетекал внутрь. Но система уравнений Рашевски показывает, что норма потребления кислорода стремится к предельному значению. Этот факт должен сдерживать производство внутри клетки. В частности, это ограничивает скорость продуцирования чем-то меньшим, чем норма диффузии за пределы клетки, — иначе клетка взорвалась бы. Клетка фактически имеет критический радиус, свыше которого никакое стабильное состояние диффузионного взаимодействия не существует. Возможно механизм (в отличие от химии), благодаря которому достигнута эта способность к самоорганизации, не понят должным образом. Однако поведенческие факты ясны. Потребность регулирования уровня производства в соответствии с уровнем оттока удовлетворена регулятором впуска кислорода. Он проверяет повышение концентрации вещества в каждом случае его выхода из под контроля. Это описание изоморфно отображается в описание регулятора хода парового двигателя Ватта.

Кроме того, мы можем обнаружить в той же самой клетке явление положительной обратной связи. Хотя оно достаточно слабо для того, чтобы как-то изменить (непосредственно) экологический гомеостазис, оно может сильно повлиять на самоорганизацию. Предположим, что производство уже рассмотренного вещества внутренне контролируется катализатором, функция которого — замедлять это производство. Катализатор — в форме частиц. Так как произведенное вещество течет наружу, это должно привести к движению частиц катализатора наружу. Следовательно, производство вещества будет невозможно вокруг оболочки клетки. Затем, как это часто случается в природе, случайные изменения создают скопление этих каталитических частиц в одной точке на оболочке клетки. В таком случае производство вещества в этой точке будет совершенно запрещено: оно будет возникать с большей концентрацией в любом другом месте. Это означает, что диффузия направлена к точке, где сгруппированы каталитические частицы — поток, который будет содержать еще частицы. В этом случае имеется положительная обратная связь. Случайная группа частиц не рассеивается энтропией, а пополняется притоком большего количества частиц. И это в свою очередь усилит тенденцию. Таким образом, клетка приобретает большую структурированность, большую организацию. Клетка имеет теперь самоорганизованную и саморегулирующуюся поляриность.

Критерий, по которому можно распознать сложную систему, которая сама организует себя, должен быть четко определен. Некоторые утверждают, что должны быть выполнены многие сложные условия; другие заявляют, что почти любая сложная и разнообразно взаимодействующая система выберет меру самоорганизации самостоятельно. Последняя точка зрения будет обсуждена, но по довольно специфической (возможно идеосинкретической) причине. Организация — скорее атрибут наблюдателя системы, чем системы непосредственно; она представляет собой развитие аргументов, выдвинутых ранее относительно распознавания системы как являющийся системой вообще.

Считается, что субъект этого запроса — сложная, взаимодействующая система с высоким многообразием. Такая система имеет бесчисленное число типов поведения; и согласно здравому смыслу это поведение вынуждает наблюдателя подходяще описать ее либо как зачаточную, либо как организованную. Но даже если он не может объяснять ее поведение и называет ее хаотической, наблюдатель может вполне признавать, что «должна быть причина» для этого поведения. Далее он говорит, что видимый хаос — мера его собственного незнания. Принимая во внимание взаимосвязь и взаимообусловленность естественных явлений, мудро принципиально утверждать, что система организована.

Живой пример в подтверждение этого описания может быть взят непосредственно из термодинамики. В системе, состоящей из молекул газа, может в данный момент существовать радикальный дисбаланс: концентрация молекул в одной части системы. Энтропическим процессом дисбаланс выравнивается, пока не появится полностью однородный газ, ограниченный системой. Это экспериментальный факт, и причина того, почему это происходит, совершенно ясна. Никто не обсуждает того, что энтропия стремится к максимуму. Интересный факт — традиционно термодинамики называют несбалансированную систему упорядоченной (потому что дисбаланс имеет своего рода порядок — большую и меньшую концентрацию молекул), и совершенно уравновешенную систему они называют беспорядочной (потому что она однородна, и молекулы газа могут находиться вообще где угодно). Описанный процесс назван *преобразованием порядка в беспорядок*. Согласно нему, система получает энтропию и теряет организацию. Но что может быть более упорядоченным, или лучше организованным, чем полностью однородное распределение молекул? Это означает, что вероятность того, что любое место занято любой молекулой точно такая же для всех точек пространства и всех молекул. Это (если мы решим сказать именно так) — совершенство организации, абсолютная упорядоченность. Только, когда вероятности различны, и молекулы сконцентрированы в определенных зонах всей области, то имеет место беспорядок. Таким образом, на тех же самых фактах и той же самой математике, наверное, предпочтительнее использовать понятие *преобразования беспорядка в порядок*.

Нельзя говорить, что система созревает до более организованного состояния, если фактически процесс энтропии заставляет ее дезинтегрировать — терять сложность. Предположим, что мороженный пудинг совершенной формы вытаскен из холодильника и оставлен в теплой комнате. Согласно этому определению, система будет вызревать к состоянию, в котором тарелка будет заполнена текучей жидкостью, которая должна быть в этом случае объявлена более организованной, чем она была прежде. Если этот результат противоречит обычному подходу, что он и делает, причина не в том, что ссылка на сложность была опущена. Мороженный пудинг действительно развился до более вероятного состояния чем прежде, и, следовательно, более, а не менее, организован относительно окружающей среды. Нет; то, что было опущено — это ссылка на цели пудинга.

Это фактически целенаправленный контекст системы, который определяет, должна ли система быть названа совершенно организованной или полностью дезорганизованной. Уровень организации, соединяющий эти крайние состояния, градуирован пригодностью системы к достижению цели. Целая единица описания мороженого пудинга — это то, что он должен быть (относительно) холодным и сохранять формующуюся форму. Осознание цели, таким образом, определяет физическое состояние, которое будет считаться «совершенно организованным» на шкале. В этом понимании пудинг, который распадается в теплом месте, в конце концов, теряет организацию, что удовлетворяет традиционным представлениям. Но энтропия системы возрастает, и как мы сказали, это означает, что организация также должна увеличиться. Какое решение этого парадокса?

Ответ в том, что пудинг никогда не должен быть извлечен из холодильника. В процессе его извлечения, целенаправленный контекст был изменен. Пудинг был настроен на программу «адаптация» к теплой комнате, к выполнению которой он приступил — вследствие чего эта система «созрела». Если пудинг намеревается остаться холодным, сохранить форму, тогда уместная окружающая среда, к которой он должен адаптироваться — холодильник. Все сказанное означает, что если максимальная энтропия определяет созревание и, следовательно, максимальную организацию, то контекстуальная система (S), состоящая из первоначальной системы (s), взаимодействующей с непосредственной окружающей средой (e), должна быть определена относительно цели первоначальной системы (s). Только в том случае, если так определено, частные значения для уравнивания энтропии (тавтологически) указаны так, что процессы энтропии направляют систему (s) к максимально организованному состоянию и никуда больше. Это в свою очередь означает, что система (s) и окружающая среда (e) рассматривается как относительно изолированная система (S) внутри большей окружающей среды (E).

При анализе первоначального парадокса становится ясно, что система (s), получающая относительно окружающей среды (E) энтропию — это пудинг, который тает в теплой комнате и становится более организован-

ным относительно нее. Когда мы говорим, что эта концепция организации бесполезна, мы подразумеваем, что цель пудинга состоит в том, чтобы быть холодным и отформованным; он, следовательно, изолирован от комнаты при помощи окружающего его холодильника. Энтропическая девиация внутри этой системы определена соотношением $(s - e)$. Поскольку e более холодная чем s , пудинг становится более организованным в допустимом смысле (то есть относительно цели). В чем же состоит назначение большей окружающей среды (E), комнаты снаружи холодильника?

С точки зрения системы $(s - e)$, которая также является точкой зрения наблюдателя пудинга, комната — источник возмущений окружающей среды, целью которого служит подавление: она — разрушитель пудингов. Теперь конечно холодильник в частности является механизмом достижения гомеостазиса в контуре $(s \leftrightarrow e)$ вопреки внешним возмущениям внешней среды. Система $(s \leftrightarrow e)$ ультраустойчива. Все типы непрограммируемых возмущений могут быть реализованы в наружной части комнаты противниками мороженых пудингов. Они могут разжигать огонь на полу (которого не ожидал проектировщик холодильника); они могут замораживать комнату в надежде относительно усыпить бдительность холодильника, и затем быстро нагревать ее снова. Это все без толку. Мы, знающие, как работают холодильники, понимаем, что эта машина имеет внутренний механизм управления: равновесие восстанавливается в случае его потери.

Мы не приучены к пониманию того, что порядок более естественен, чем хаос. Люди ожидают, что природа будет хаотической, и думают о порядке как о чем-то привнесенном в природу умными людьми. Как в преобразовании беспорядка в порядок в физике, который мы, однако, объявили, более предпочтительным, чем преобразование порядка в беспорядок, так и в сфере живых существ. Уже достаточно много говорилось об экологическом равновесии; однако факт, что каждая экосистема, которая окружает нас, имеет собственную упорядоченность, продиктованную энтропией созревания, в общем не отмечен. Следующий пример сможет помочь осветить это положение. Это частный пример экосистемного управления, к существованию которого давно уже притягивается внимание.

Cabbage aphid — это тля. Она весит около миллиграмма и питается, сидя на капустных листьях. Предположим, что в начале летнего сезона взята только одна тля. Начинается размножение (партеногенез). Тля размножается быстро и с большой фертильностью. Если ничто не повлияло на процесс, то есть, если вся тля в свою очередь жила и размножалась в условиях достаточности капусты, очевидно, что к концу сезона появилось бы относительно большое количество тли. Люди хорошо сознают, что этот экспоненциальный процесс размножения впечатляет, — но на сколько впечатляет? Какой бы вес тли оказался в результате эксперимента? Мы не знаем ответ, но подготовлены быть впечатленными общим количеством,

которое, очевидно, могло бы достигать несколько тонн. Но согласно докладу Нью-Йоркской Академии Наук, на самом деле ответ — 822 000 000 тонн — который равен приблизительно пятикратному весу полного человеческого населения.

Этого фантастического распространения тли не произойдет; многочисленное потомство, которое является производительной силой тли, поглощается внутри экосистемы гомеостазисом. Не существует никакого «Контроллера Тли», никакого получения лицензий, никаких правил ни юридических, ни моральных с помощью которых можно предотвратить всемирное наводнение тлей (или совершенно любым другим животным). Не существует и процесса массового сокращения животной популяции вплоть до полного уничтожения целой разновидности. Это не хаос, а наиболее замечательный порядок. И он заключается в той упорядоченности, которую садовод совершенствует своим пестицидом — не для того, чтобы выстроить порядок из хаоса, как он может думать, а для того, чтобы внести локальное изменение в гомеостатическое равновесие одного набора выделенных подсистем. Это происходит посредством изменения локальных рамок подсистемы таким образом, что энтропическая девиация была направлена на разрушение тли.

Управление системами с высоким многообразием всегда имеет отношение к формированию определения энтропии, которая обслуживает частные цели, и с определением успеха как завершенности системы с ее максимальной энтропией.

Представления о том, что самоорганизующаяся система становится тем, чем она является на основании тенденции, родственной энтропии, на самом деле существенны, и их смысл должен быть понят. Вопрос, на который нужно ответить: что делает природу такой умной?

Раз уж свойство самоорганизации было определено, как структурное регулирование множества возмущений в контексте с множеством первоочередных целей, оно прекращает быть чем-либо «умным». Ум самоорганизующейся системы постоянно находится в умах наблюдателей, которые пытаются представлять себя определяющими правилами: они останавливаются перед трудностью этой задачи. Как можно было бы, например, запрограммировать пчелу строить медовые соты в виде шестиугольной решетки? Или каким образом — и действительно как — можно было бы запрограммировать облако горячего газа в космосе, чтобы обеспечить сохранение равновесной температуры превышающей 6 000°C? Предполагается, что мы придерживаемся наших знаний естественных законов и отказываемся заниматься таким бессмысленным занятием, как исследование природы этого программирования, мы можем понять, как такие приемы применяются. Это не более, чем попытка рассмотреть, как самоорганизующиеся системы могут быть созданы и области управления. Таким образом, поскольку концепция энтропии была представлена различными способами, будет полезно получить более-менее точное ее определение.

В классической термодинамике понятие энтропии объясняется примерно так. Имеется система, состоящая из частей, некоторые из которых более теплые, чем другие. В каждый элементарный момент времени, крошечное количество теплоты изменяет свое местоположение в этой системе (пока, в конце концов, полностью не перераспределится). Значение количества теплоты, которое переносится, имеет прямое отношение к общей температуре системы в это время. Это соображение дает *классическую математическую формулировку для энтропии*:

$$S = \int_0^T \frac{dQ}{T}.$$

Теперь, когда теплота обменивается на основе энтропической девиации, каждое из состояний на пути от несбалансированной системы до выравненной системы может быть достигнуто бесчисленным числом способов. То есть, поскольку теплота выравнивается по стадиям, нет необходимости знать, где каждая конкретная частная молекула находится на любой стадии. Если бесчисленных способов, о которых говорилось, g , и все они равновероятны, то энтропия возрастает с логарифмом g . Это — *формулировка энтропии*, которая может быть найдена в *статистической механике*, и она записывается даже проще:

$$S = k \log g,$$

где k — константа или, если быть точным, постоянная Больцмана.

Очевидно, любая система имеет большое количество возможных состояний, которые в данный момент мы считаем равновероятными. Так что **энтропия системы** — это логарифм вероятности того, что система находится в данном состоянии. Когда система полностью созрела (как это было описано ранее), это означает, что она находится в наиболее вероятном состоянии. Так что **энтропия** — это естественная «сила», которая несет систему от невероятного состояния к вероятному.

Чтобы извлечь всю пользу из этого открытия, мы должны оценить энтропию в виде, который учитывал бы то, что все состояния системы в большинстве случаев не в равной степени вероятны. Рассмотрим состояние i . Вероятность P_i того, что система находится в состоянии i , меньше единицы, так как она могла бы быть в каком-то другом состоянии. Так что выражение для S с учетом вышесказанного должно быть перезаписано, чтобы согласовать сумму всех возможных состояний, измеряя вероятность каждого. Следовательно,

$$S = -k \sum_i P_i \log P_i.$$

Для проверки предположим, что имеются только четыре возможных состояния системы, и что каждое является фактически в равной степени вероятным. Тогда новое будет иметь вид:

$$S = -k 4 \frac{1}{4} \log \frac{1}{4} = k \log \frac{1}{4},$$

которое задается первоначальным выражением.

Эти классические выражения даются исключительно как помощь для понимания; мы не будем начинать вычислять их. Дело в том, что система имеет тенденцию двигаться от менее к более вероятному состоянию, и темп этого изменения пропорционален логарифму отклонения вероятности в любой момент времени.

Теперь становится понятно, что энтропическое движение переводит структуру экосистемы к модели, которая гарантирует равновесие между системой и окружающей средой. Если наблюдатель определил набор целей, соответствующий его стремлениям, и выразил энтропическую девиацию, которая соответствует этим потребностям, он выравнивает самоорганизацию системы. Затем он обращается к изменениям, проявляющимся как доказательство управления, которые с его точки зрения действительно являются таковыми. Несомненно, если система движется к тому, что он принимает за желаемый результат, она - «управляема». Кроме того, управление, которое было проявлено в процессе самоорганизации, пропорционально «самоосведомленности» системы о собственном неправдоподобии, измеряемом по отношению к наиболее вероятному состоянию завершенности. Термин «самоосведомленность», несомненно, также может использоваться для системы, находящейся в процессе самоорганизации, и для наблюдателя движение должно выглядеть эволюционным и целенаправленным. Наблюдатель проектирует свое собственное видение цели системы. Таким образом, система кажется наблюдателю управляемой в соответствии с уровнем самоосведомленности (то есть информации относительно себя самой), который она проявляет. Или, если быть точным: степень проявленного управления пропорциональна логарифму количества эффективной информации, доступной системе.

Эти заключения могут быть проверены в случае с пчелами, которые «должны быть запрограммированы», чтобы строить шестиугольные соты, и облаком горячего газа, которое «должно быть запрограммировано» сохранять высокую температуру. Каждая из этих систем — фактически самоорганизованная, их «управление» заключается в энтропической девиации. Фактически, они не должны программироваться; им необходимо лишь определить, чем они являются на самом деле.

Рассмотрим пчелу. Она выделяет воск, и строит свою соту, быстро вращаясь среди воска. Таким образом, о пчеле можно думать, как об окружающей герметической оболочкой в форме цилиндра воска. В таком случае вопрос состоит в том, как они должны быть запрограммированы, чтобы

конструировать шестиугольную соту? Настаивать на ответе на данный вопрос — значит, оставить наблюдателя биться над загадкой «ума» пчел. В этом случае пчеле должна быть известна математика; они должны общаться друг с другом в математических терминах. В этом случае пчела — чрезвычайно умна; хотелось бы конструировать компьютеры настолько же изобретательными. Но проблема совершенно необъективна. Цилиндры, после того как они сформировались, сплющиваются вместе под действием гравитационного поля. Следовательно, каждый будет смещаться вниз, насколько он сможет. Если бы имелись какие-либо промежутки, вращаясь, пчелы заполнили бы их. Предположим, что первая пчела спускается к этому нижнему слою: она вполне может опуститься на спину другой пчеле. Но это — исключение; фактически рой пчел одновременно работает на всех уровнях, так что рассмотренная пчела с трудом сможет сбалансировать свою соту в неустойчивом равновесии на низлежащей — она будет низвержена со своего насеста. Очевидно, второй слой пчел неизбежно устроится в углублениях между пчелами слоя основания. И так далее.

Теперь рассмотрим пчелу, занятую всей этой деятельностью. Она находится в углублении, сформированном двумя пчелами низшего уровня; она касается двух пчел с обеих сторон (делая три соты в ряд на ее уровне); и так что еще две пчелы в верхнем уровне находятся в углублениях, вследствие этого образования. Следовательно, ее соты касаются тангенциально шесть других сот, равноотстоящих от нее. Воск по прежнему мягкий, и капиллярные силы вынуждают дуги окружностей сходиться друг к другу. Сотовая структура, которая выглядит настолько изобретательной, является просто экосистемой.

Самоорганизующаяся система в этом случае названа организованной, потому что она удовлетворяет критериям наблюдателя проекта: она обладает эстетически удовлетворительной регулярностью; она обладает превосходной экономией (максимум пчел в минимуме пространства), и, следовательно, выглядит целенаправленной для экономного гражданина. Она организует себя энтропическим процессом, однако, без применения мыслящей или хотя бы инстинктивной плановой функции. Для организации она подвергается выравниванию в системе под воздействием трех обобщенных сил: гравитация, капиллярность и случайное движение. Заметьте, как необходимое многообразие в «блоке строительства шестиугольников», которого не существует, снабжает систему таким количеством пчел, каково их общее число — не трудное для выполнения условие. Заметьте, что управляющие инструкции, необходимые для конструирования шестиугольников, определяются однородным преобразованием для каждой пчелы: «падай, толкайся, цепляйся».

В размышлениях об управлении, кажется, люди слишком механичны и самосозерцательны. Идеи механичны, потому что в разработке мы не достигаем результатов, если части системы не действуют совершенно преопределенным образом: инфраструктура работающей машины должна

быть полностью определена. Идеи управления самосозерцательны, потому что наиболее внушительная естественная система в глазах человека — это он сам, и он управляется мозгом. Следовательно, если система находится под управлением, организована, мы стремимся искать коробку, которая содержит «задания», «программы», «компьютер». Но наибольший урок кибернетики то, что наиболее типично — в природе нет такой штуки. Естественные системы организуют себя в течение времени, чтобы быть тем, чем они в действительности являются. Для наблюдателя, который определяет критерии, по которым результат будет назван организованным, этот процесс кажется похожим на обучение или, в общем, на адаптацию. Фактически, это — процесс энтропии.

Нет ничего особенно замечательного в поиске системой более вероятного состояния по сравнению с менее вероятным состоянием, которым она обладает в любой конкретный момент. И со статистической точки зрения, состояние любой системы обычно в достаточно высокой степени невероятно. Конечно, мы также не распознаем этого. Говоря обычным языком, вещи, которые имеют тенденцию, чтобы считаться более вероятными, являются таковыми потому, что они такие есть. Что произойдет, если чете человека сидят и играют в бридж, и случится, что каждому выпадет на руки целая масть? Учитывая, что игроки доверяют друг другу и не предполагают наличия шулерства, они станут очень возбужденными; они могут писать в газеты, чтобы обсудить астрономически неравные шансы против этого случая. При этом, однако, они не остановятся, чтобы подумать, что это частное распределение карт не более невероятное, чем частное распределение, полученное в каждой отдельной партии, которую они когда-либо засвидетельствовали. Любое частное распределение в высокой степени невероятно; однако любое частное распределение может быть получено совершенно легко, простой раздачей карт. Волнение образовано распознаванием случая, когда целая масть падает каждому игроку.

Теперь механизм самоорганизации становится, в конце концов, ясным, когда стало понятно, что система должна быть признана организованной, когда она в наиболее вероятном состоянии. Главный пример этого встречается в процессе роста. Зерно должно рассматриваться как усилитель многообразия, поскольку оно несет в себе описание чего-то большего, чем оно само. Но оно также несет в себе временный план роста завершенности: самоорганизующуюся способность. Этот план не только определяет набор архитектурных связей, он определяет критерий завершенности. То есть любая органическая семенная программа, которая начинает и управляет ростом, «знает, когда остановиться». Эта способность применяется не только к макроструктуре, так, чтобы Вы и я были приблизительно правильного размера, чтобы быть распознаны как люди; она также применяется к инфраструктуре организма: каждая конечность, каждый орган, каждое волокно ткани должно быть очерченным, от черепа до кончиков ногтей, растет к пределу.

В течение роста, дальнейший рост определяется следующим: развитие (за исключением протекающего под массивным вмешательством снаружи) не может быть приостановлено, пока план не выполнен. В этом диапазоне, частично выросший организм находится в маловероятном состоянии, и движется к наиболее вероятному состоянию — взрослому состоянию. Рост может быть расценен, таким образом, как процесс энтропический. Процесс роста останавливается, когда генетическая информация исчерпана, в действительности, целиком и полностью обменена на потенциал. Любая форма уравнивания энтропии сможет формализовать этот процесс.

Рост, в этом случае, является самоорганизующейся деятельностью системы, в которой эта система «учится быть тем, чем она является». Семя «целенаправленно борется», чтобы высвободить взрослого, заточенного в него. Для семени необходимое многообразие — это генотип, который оно непрерывно усиливает, генерируя большее количество многообразия из относящегося к окружающей среде входа для формирования фенотипа. Однако генотипическому многообразию предшествует в свою очередь необходимое многообразие; количество информации и упорядоченность определены родительским генетическим шаблоном. Таким образом, процессы воспроизведения и роста означают развитие некоторой организованной структуры, которой мы назвали организацию, через природу и через время, вдоль интервала жизненного цикла для каждого индивидуума. Обмены энергии объясняют эту возможность в терминах функционирования организма, но только энтропические обмены могут объяснять функционирование организации без быстрой деградации в поколениях потомков. Организация фактически сохраняется от родителя к потомству поставками негэнтропии в окружающую среду, которую генератор многообразия в организме может использовать. Так становится возможной эволюция, так степень организации движется против потока энергии и увеличивается с энтропией. Таким образом, эволюция, так же как рост непосредственно, является самоорганизующейся характеристикой.

Становится все более очевидным аргумент, что свойства живых организмов, которыми мы больше всего восхищаемся и пытаемся понять, — параметры самоорганизующихся систем. Обучение и адаптация, рост и эволюция, возникают в энтропических процессах, которые не требуют наличия «контрольных центров», но используют всеобъемлющие естественные законы. Все они основаны на свойствах механизма выравнивания, гоомеостата.

Затем было выдвинуто утверждение, что целенаправленная природа этих жизненных характеристик проектируется на систему наблюдателем, который интерпретирует энтропию в телеологических (целенаправленных) терминах. Сущность идеи состоит в том, что поскольку системы, управляемые природой в направлении выравнивания энергии, и поскольку организация сохраняется в этом процессе по причинам уже обсужденным, эти системы сопротивляются против возмущений. Наблюдатель, интерпрети-

руя это, заявляет, что гомеостатическая система имеет адаптивные возможности: потому что, хотя окружающая среда изменяется все время, организм увековечивает собственную структурную идентичность, организацию. Аналогично, когда наблюдатель замечает сохранение идентичности по поколениям, сопровождаемым длительным увеличением в организации, он заявляет, что гомеостатическая система имеет эволюционные возможности. Вид выживает, и увеличивает целесообразность выживания в этом процессе. Эти способности целенаправленны, по мнению наблюдателя, только потому, что он может видеть, что они способствуют выживанию. Принимая во внимание влияния, которые, очевидно, атакуют адаптирующийся организм и развивающуюся разновидность, наблюдатель думает об успехе в обоих случаях как о высоко невероятных событиях: вследствие его целенаправленных объяснений. Как было показано, однако, успех не невероятен (в среднем), но возможен; потому что невероятность не более невероятна, чем любая альтернативная невероятность, и в любом случае они перемещаются непрерывно к более вероятным состояниям все время.

Отметим, что эти объяснения целенаправленных механизмов далеко не объясняют «цель». Они не уверяют нас в том, что самоорганизующиеся системы не целенаправленны, а только говорят, что имеется естественный механизм, которому дано имя цели. Как каждый может его интерпретировать, это — субъективное понятие и оно должно зависеть от соответствия и согласования со словом «цель». Так, например, не представляется возможным, основываясь на данной главе ни делать атеистические, ни теологические выводы. Но, может быть, необходимо сказать то, что должно быть объяснено, или теистически, или атеистически, — не ум или сила стремления организма к поиску выживания, но существование, универсальность и простота закона энтропии.

Энтропическим процессом, который ведет самоорганизацию, является гомеостазис, но мы научились здесь не думать о нем как о слепом. Жизнеспособные регуляторы управляются энтропией, но генерирование многообразия, производящее распространяющиеся состояния, из которых должны быть отобраны успешные, содержится вне системы. Часть этого влияния, несомненно, датирует задним числом собственное поведение системы посредством коенетических переменных, как обсуждалось ранее. Коенетические переменные уменьшают распространяющееся многообразие, резервируя некоторые подмножества возможного диапазона множества состояний. Во-вторых, многообразие уменьшено на обратную связь уничтожающего вида, основанную на экологически проверенных мутациях.

В-третьих, многообразие сокращено механизмом обучения, который обеспечивает мнимую случайность мутаций, вследствие чего происходит создание эпигенетического ландшафта, как в теории Ваддингтона.

Экосистема — это чувствительная мутация. Она дает гомеостату задачу, которая, наконец, может быть выполнена в доступное время. Вид

может развиваться, индивидуум может обучаться. Жизнеспособная система, любого вида, может адаптироваться. Это — устройство управления, которое выбирает случайное из случайности. Вместо значения «совершенно непредсказуемый по форме и содержанию», случайный означает «в значительной степени предсказуемый по форме, но не по содержанию». И обучение, и адаптация, и эволюция — действительно стохастические процессы, контролируемые и обусловленные специальными обратными связями через алгедонические контуры.

3.5 Принципы и законы управления

Подведем некоторые итоги обсуждения концепции управления, содержание которого определяется, прежде всего, целью, ради достижения которой оно осуществляется. Сущность управления близка его содержанию и характеризуется целенаправленностью, присущей любым видам систем и процессов управления. Управление реализуется в системах различной природы, в специфических условиях, что создает сложности в процессе их исследования. Методологической базой исследования систем и процессов управления является комплекс принципов, учет которых обеспечивает многообразие, актуальность и эффективность их применения. В главе 3 были рассмотрены следующие принципы, собранные в таблице 3.1.

Таблица 3.1 – Принципы и законы управления

Принципы и законы исследования систем управления	Принципы и законы исследования процессов управления
<ol style="list-style-type: none"> 1. целостность 2. системный подход 3. организованность 4. динамичность 5. управляемость 6. оптимальность 7. многокритериальность 8. многофункциональность 	<ol style="list-style-type: none"> 1. необходимое разнообразие 2. внешнее дополнение 3. иерархичность управления 4. адаптивность управления 5. обязательность обратной связи 6. управление воздействием на главный фактор 7. принятие решений на основе отбора и преобразования информации

ГЛАВА 4 ИНФОРМАЦИЯ

Рассмотрим какую-нибудь большую систему, которая с кибернетической точки зрения представляет собой машину. По определению эта система является очень сложной. Степень сложности измеряется разнообразием системы. Термин разнообразие достаточно наглядно определяет число различных элементов в системе. Рассмотрим теперь нашу кибернетическую систему как машину для переработки информации. По существу, очень часто это именно то (даже прежде всего то), чем кибернетическая машина и является. Даже в том случае, когда в нее входит какой-либо физический механизм (например, как в экономику или мозг), совершенно очевидна роль, которую играет способность хранить, передавать и преобразовывать информацию в работе этого механизма. Такая машина для переработки информации обладает большим разнообразием, а, следовательно, характеризуется большой неопределенностью. Здесь следует напомнить, что системы очень сложного типа, как уже было указано, описываются при помощи аппарата теории вероятностей. Таким образом, с увеличением разнообразия увеличивается число возможных состояний системы и усложняется ее математическое описание.

Машина в первоначальном состоянии полна неопределенности, ее поведение хаотично. Однако, как только машина начинает работать, в ней появляется упорядоченность, которая начинает уничтожать царящую неопределенность. Эта особенность — явление информации — и позволяет нам управлять кибернетическими системами. Информация уничтожает разнообразие, а уменьшение разнообразия является одним из основных методов регулирования, и не потому, что при этом упрощается управляемая система, а потому, что поведение системы становится более предсказуемым. Наличие «шума» в системе ведет к увеличению разнообразия (а, следовательно, и неопределенности), не увеличивая содержащейся в ней информации.

Стаффорд Бир

Информация – (лат. informatio — разъяснение, изложение, осведомленность) неотъемлемый элемент любого процесса управления в экономических, технических системах, обществе, живом организме. Информация — такое же неотъемлемое свойство материи, как масса и энергия. **Информация** — одно из наиболее общих понятий науки, обозначающее некоторые сведения, совокупность каких-либо данных, сообщений и т. п. Иначе,

под информацией понимается сообщение, устраняющее неопределенность в той области, к которой оно относится. Академик В. М. Глушков дал следующее определение: **информация** — это мера неоднородности распределения материи и энергии в пространстве и во времени, показатель изменений, которыми сопровождаются все протекающие в мире процессы. В общественной практике понятие информации отождествляется с содержанием какого-либо известия, которое может иметь форму устного сообщения, письма, доклада, результатов исследования, наблюдения и пр. Н. Винер писал, что в кибернетике информация понимается не только как обмен между человеком и машиной, но и как обозначение содержания, полученного из внешнего мира в процессе нашего приспособления к нему и приспособления к нему наших чувств.

Важнейшим инструментом исследования информации является теория информации, посвященная проблемам сбора, передачи, хранения, переработки и определения количественной меры информации.

Создателями теории информации явились Л. Хартли, К. Шеннон, А. А. Харкевич, С. Гольдман и др. Основы статистической теории информации сформулированы, главным образом, К. Шенноном. Но теория Шеннона оказалась применимой к довольно широкому кругу вопросов, хотя она и не претендует на адекватное отображение всего содержания информации, употребляемого в науке и в обыденной жизни в различном смысле.

Наличие различных методологических подходов к информации объясняется тем, что изучение информации находится в процессе развития. Разные точки зрения имеют свои положительные стороны и служат познанию окружающего мира в конкретной области исследования. Поскольку объектом исследования в кибернетике являются системы, конструируемые для решения определенных задач, то информацию определяют как сведения, полезные для решения задачи. Если сведения не имеют никакой пользы, то они представляют собой не информацию, а «шум». Если они отклоняют от правильного решения, то представляют собой *дезинформацию*. Рассмотрение информации как условия системного исследования позволяет выделить ряд ее важнейших свойств. В первую очередь, это полезность информации и наличие в ней смысла для данной системы. Важнейшим свойством информации является то, что она всегда имеет знаковое воплощение. Знак, какова бы ни была его природа, является материальным носителем информации. Приемник информации имеет способность к восприятию, преобразованию и воспроизводству знаков в определенном диапазоне, отведенном ему природой или конструкцией. Эти знаковые преобразования трактуются как переработка информации. В настоящее время используются различные технические устройства переработки информации. В этих устройствах информация преобразуется в различного рода сигналы с последующим ее восстановлением. Существенное свойство информации состоит в ее способности воплощаться в различные сигналы и восстанавливаться из них. Попытки качественного определения информации до-

полняются количественным определением, связанным с различными способами измерения информации.

4.1 Количественное измерение информации

Информацию можно измерить количественно, подсчитать. Для этого абстрагируются от смысла сообщения. Шеннон дал формальное определение количества информации на основе вероятностного подхода и указал критерий, позволяющий сравнивать количество информации, доставляемое разными сигналами.

Смысл заключается в том, что между сигналом и событием существует однозначная связь. Совокупность сигналов является изоморфным отображением некоторых сторон реального события. Связь сигнала с событием воспринимается как смысловое содержание сигнала или сообщения, сущность которого состоит в том, что благодаря ему получатель побуждается к выбору определенного поведения. Всякое сообщение может рассматриваться как сведения об определенном событии x_i в момент t_i . Это событие содержит данные о том, в каком из множества возможных состояний находилась система S в момент времени t_i . Процесс связи предполагает наличие множества возможностей. У. Р. Эшби приводит следующий пример.

Заклоченного должна навестить жена. Сторож знает, что она хочет сообщить мужу, пойман ли его сообщник. Ей не разрешено делать никаких сообщений. Но сторож подозревает, что они договорились о каком-то условном знаке. Вот она просит послать мужу чашку кофе. Как сторож может добиться, чтобы сообщение не было передано? Он будет рассуждать так: может быть, она условилась передать ему сладкий или несладкий кофе, тогда я могу помешать, добавив в кофе сахару и сказав об этом заключенному. Может быть, она условилась послать или не послать ему ложку, тогда я помешаю, изъяв ложку и сказав ему, что передача ложек воспрещена. Она может послать ему не кофе, а чай, но все знают, что в это время выдается только кофе. Как видно, сторож интуитивно стремится пресечь всякую возможность связи. Для этого он сводит все возможности к одной — только с сахаром, только без ложки, только кофе. Если все возможности сведены к одной, связь прерывается, и посылаемый напиток лишен возможности передать информацию. Из этого примера видно, что передача и хранение информации существенно связаны с наличием некоторого множества возможностей.

Кроме того, информация, передаваемая отдельным сообщением, зависит от того множества, из которого оно выбрано. Например, два солдата находятся в плену — один в стране A , другой в стране B . Им разрешили послать женам телеграммы с содержанием «Я здоров». Однако известно, что в стране A пленным разрешается выбирать следующие сообщения: я здоров, я слегка болен, я серьезно болен. В стране B разрешается сообщать

только: я здоров, означающее — я жив. Обе женщины получили одинаковую фразу, но они будут понимать, что полученная ими информация не является тождественной. Из этого примера видно, что передаваемая информация не является внутренним свойством индивидуального сообщения. Она зависит от того множества, из которого выбрана.

Сообщения могут быть непрерывные и дискретные. *Непрерывные сообщения* получают бесконечно малые приращения и совокупность последовательных символов не только не конечна, но и не поддается исчислению. Обычно в практике применяются **дискретные сообщения**, под которыми понимается конечная последовательность символов, взятых из некоторого набора символов, называемого алфавитом. Каждый отдельный символ называется **буквой алфавита**.

Конечная последовательность символов, взятых из некоторого алфавита, называется **словом**. Использование дискретных сообщений позволяет передавать данные о состоянии, выбранном из сколь угодно большого числа возможных состояний, посредством использования немногих различных символов из алфавита. Число этих символов называется **основанием кода**. Количество различных символов, из которых составляются слова, зависит от основания кода. Общепринятая арабская цифровая система придает специальное значение числу 10. Однако десятичная система счисления оправдывается только привычкой. В ряде европейских и азиатских стран, а также в России до начала XX века в какой-то мере использовали представление чисел в двоичной системе. Оказывается, что любое сколь угодно сложное сообщение можно успешно передавать при помощи последовательности, построенной из двух различных символов. Во всем мире принято два символа: 0 и 1, которым соответствуют 0 – отсутствие сигнала, 1 – наличие сигнала. Если система может находиться в одном из N различных состояний, множество которых x_1, x_2, \dots, x_N известно получателю сообщения, то для передачи сведений о состоянии системы достаточно указать номер i ($i=1, 2, \dots, N$) состояния, в котором она находится. Этот номер представляет собой слово в алфавите, буквами которого являются цифры. Американская телефонная компания Белла воспользовалась этим и построила вычислительную машину, в основу которой положено двоичное счисление. Вместо того чтобы записывать число в виде суммы стольких-то единиц, стольких-то десятков, стольких-то сотен, с таким же правом можно представлять целое число в виде суммы единиц, двоек, четверок, восьмерок и т. д.

При этом всякое число i может быть записано в таком виде:

$$a_m a_{m-1} \dots a_1,$$

где каждое a может принимать только два значения: 0 или 1. Эта запись означает: $i = a_m 2^{m-1} + a_{m-1} 2^{m-2} + \dots + a_1$. Если число в десятичной записи составляет $i = 35$, то в двоичной записи оно имеет следующий вид:

$i = 100011$. Если это число записать снова в десятичной системе счисления, то получим:

$$35 = 1 \cdot 32 + 0 \cdot 16 + 0 \cdot 8 + 0 \cdot 4 + 1 \cdot 2 + 1.$$

Запись чисел от 1 до 15 в двоичной системе счисления имеет следующий вид: 1, 10, 11, 100, 101, 110, 111, 1000, 1001, 1010, 1011, 1100, 1101, 1110, 1111, а число 27 передается последовательностью символов 11011. Из приведенных примеров видно, что сообщение о любом событии может быть записано в виде слова в двухбуквенном алфавите. Различных двоичных последовательностей длины m имеется 2^m , так как каждый символ может принимать два значения независимо от других. С помощью двоичной последовательности длины m можно передать сообщение о событии, выбранном из N возможных событий, где $N = 2^m$, или иначе:

$$m = \log_2 N$$

Если передавать то же сообщение не двоичным кодом, а десятичным, то потребовалась бы последовательность длины $m' = \log_{10} N$. При этом $m' \sim m$. Из этого видно, что m отличается от m' постоянным множителем, независящим от N . Выбор коэффициента пропорциональности сводится к выбору основания логарифмов и одновременно означает выбор единицы количества информации. Обычно берутся логарифмы по основанию 2. В этом случае за единицу принимается количество информации, которое заключается в одном двоичном разряде, т. е. выборе одного из двух возможных сообщений. Такая единица информации называется **битом**. Слово «bit» является сокращенным от английского слова «binary digit», что означает двоичный разряд. Двоичную единицу, или бит можно представить себе как неизвестный заранее ответ «да» или «нет» на вопрос, ответ на который мы никак не можем предсказать и поэтому вынуждены считать оба ответа равновероятными. Поэтому в немецкой литературе эту двоичную единицу называют «да — нет» (ja Nein-Einheit). Если событие имеет два равновероятных исхода, то это означает, что вероятность каждого исхода равна $1/2$. Сообщение о том, что родился мальчик или девочка несет информацию равную $1 - (0,5 \text{ мальчик} + 0,5 \text{ девочка})$. Кроме представления чисел с помощью двоичных индикаторов (устройство, которое в любой момент времени может быть только в одном из двух возможных состояний: 1 либо 0), каждую десятичную цифру можно представить с помощью четырех двоичных цифр, которое называется двоично-кодированным десятичным представлением. Такое представление требует не меньше битов, чем обычное двоичное.

Минимальная единица информации, которую обрабатывают ЭВМ, называется **байтом**. Эта единица включает в себе один символ. Символы существуют трех типов: цифры — 0, 1, 2, ..., 9, буквы *Aa, Bb, ..., Zz*. Специ-

альные символы -, *, =, +; пробелы и др. Всего имеем 256 различных символов. Символ представляется двумя десятичными цифрами, которые в современных ЭВМ помещаются в один байт. Байт состоит из девяти битов. Восемь битов для представления информации и один бит — для проверки на четность. Восемь битов могут представлять восемь двоичных цифр или две десятичные цифры в двоично-кодированном десятичном представлении, например, число 31 представляется как 00110001, где 0011 представляет цифру 3, а 0001 — цифру 1. Бит проверки на четность добавляется к каждому байту таким образом, чтобы полное число составляющих его единиц было всегда нечетным. Нечетность служит проверкой на точность. Когда байт пересылается внутри ЭВМ, производится проверка, представляет ли он правильный код. Если он окажется четным числом единиц, то машинный контроль сообщает об ошибке. В теоретических исследованиях при определении количества информации удобно пользоваться не двоичными, а натуральными логарифмами. Соответствующая единица информации называется натуральной единицей, сокращенно «Нит» или «Нат». Если при определении количества информации пользуются десятичными логарифмами, единичную информацию получают, выделив сообщение из 10 равновероятных сообщений. Соответствующая единица информации называется **децитом** (decimal — digit — десятичный символ).

Количество информации в расчете на единицу времени называется **скоростью передачи информации** и исчисляется, например, в бит/сек.

Каким бы ни было основание кода, длина последовательности, необходимой для передачи некоторого сообщения, пропорциональна логарифму числа возможных сообщений. Если статистические связи между символами отсутствуют, то максимальное количество информации (H_{max}), которое содержится в сообщении, пропорционально длине:

$$H_{max} \sim m \sim \log N.$$

Эта мера максимального количества информации, которое может содержаться в сообщении, предложена в 1928 г. американским ученым Л. Хартли. Мера максимального количества информации обладает двумя важнейшими свойствами: она монотонно возрастает с возрастанием N и является аддитивной. *Свойство аддитивности* означает следующее: сообщение a выбирается из N_1 возможных сообщений, независимое от a сообщение b выбирается из N_2 возможных сообщений. Информация, которая содержится в сложном сообщении, состоящем из сообщения a и сообщения b , зависит от числа возможных сложных сообщений, их $N = N_1 N_2$. Отсюда:

$$H_{max}(N_1 N_2) = \log_2 N_1 N_2 = \log_2 N_1 + \log_2 N_2 = H_{max}(N_1) + H_{max}(N_2).$$

Очевидно, что в сложном сообщении содержится сумма информации, которую несут отдельные сообщения, что согласуется с интуитивными представлениями.

Величина H_{\max} указывает верхнюю границу количества информации, которое может содержаться в сообщении. Однако действительное количество информации зависит не только от числа возможных сообщений, но и от их вероятностей. Заслуга К. Шеннона состоит в том, что он указал на существование неопределенности относительно того, какое именно конкретное сообщение из множества сообщений отправителя будет выбрано для передачи. Это связывает информацию с теорией вероятностей. Оценка количества информации основывается на законах теории вероятностей. Сообщение имеет ценность, оно несет информацию только тогда, когда мы узнаем из него об исходе события, имеющего случайный характер, когда оно в какой-то мере неожиданно. При этом ценность информации в основном определяется степенью неожиданности сообщения.

Оказалось, что состояние неопределенности выбора обладает измеримой количественной оценкой, называемой *энтропией источника сообщений* (H). Вероятность можно описать как частоту появления именно данного исхода в длинной серии однотипных испытаний.

4.2 Неопределенность

Понятия возможности, случайности, вероятности находятся в определенном отношении с понятием неопределенности. Неопределенность существует объективно. Она всегда имеет место тогда, когда производится выбор из некоторой совокупности элементов одного элемента. **Степень неопределенности выбора** характеризуется отношением числа выбранных элементов к общему числу элементов совокупности (множества). Если множество состоит из одного элемента, то степень неопределенности равна нулю. Вероятность выбора в этом случае равна 1. Множество из двух элементов имеет вероятность выбора, равную $p = \frac{1}{2}$. Степень неопределенности здесь будет равна 2. Вообще увеличение числа элементов в множестве ведет к росту степени неопределенности и к уменьшению вероятности выбора одного элемента. Бесконечное число элементов в множестве соответствует бесконечной неопределенности и нулевой вероятности. Из этого видно, что степень неопределенности и степень вероятности связаны друг с другом. Зная вероятность, можно определить степень неопределенности. Если мы должны угадать одно из 20 чисел, то, исходя из соображений равновозможности, вероятность угадать задуманное число будет составлять $\frac{1}{20}$, а степень неопределенности равна 20. Однако при этом простой

зависимости $H = \frac{1}{p}$ не получается (здесь H — степень неопределенности и p — вероятность выбора элемента). При $p = 0$ степень неопределенности равна бесконечности: $H = \frac{1}{0} = \infty$. Если же $p = 1$, то $H = \frac{1}{1} = 1$, что является неверным, так как при $p = 1$ степень неопределенности должна быть равна 0, ибо в множестве один элемент выбирать не из чего. В связи с этим зависимость между неопределенностью H и вероятностью p измеряется логарифмом величины $\frac{1}{p}$:

$$H = \log \frac{1}{p} = -\log p. \quad (4.1)$$

При этом можно брать логарифмы по любому основанию, но принято брать логарифмы по основанию два.

Изучением степени неопределенности и связи ее с вероятностью занимается статистическая теория информации. Формула $H = \log_2 \frac{1}{p}$ является *логарифмической мерой количества информации*. В теории информации рассматриваются любые события, в результате которых уменьшается, уничтожается, исчезает неопределенность.

Для оценки количества информации, связанной с появлением одного сообщения, пользуются формулой:

$$h_i = -\log_2 p_i, \quad (4.2)$$

где p_i — вероятность появления события S_i .

Такую оценку индивидуального количества информации называют *индивидуальной энтропией*. Индивидуальная энтропия события тем больше, чем меньше вероятность его появления. Однако статистическую теорию информации не интересует индивидуальное количество информации. Существенной для характеристики любого опыта являются не информации n_1, n_2, \dots, n_N , связанные с отдельными исходами опыта, а средняя информация, которая определяется следующим образом.

Пусть для некоторого события x известно, что количество различных исходов равно N , а вероятности их равны соответственно p_1, p_2, \dots, p_N , причем $p_1 + p_2 + \dots + p_N = 1$.

В результате достаточно большого числа испытаний (их число равно M) получено, что первый исход наступил m_1 раз, второй — m_2 раз, ..., N -й — m_N раз ($m_1 + m_2 + \dots + m_N = M$). Известно, что в результате единичного наступления i -го исхода опыта получаем *индивидуальное количество информации*:

$$n_i = -\log p_i, \quad (i=1, 2, \dots, N).$$

Поскольку первый исход наступил m_1 раз, то полученное при этом суммарное количество информации равно $n_1 m_1$, где n_1 – индивидуальное количество информации, полученное в результате одного наступления первого исхода опыта. Аналогично получаем суммарное количество информации, полученное при наступлении второго исхода опыта и т. д. *Общее количество информации*, полученное в результате M испытаний, равно

$$n_1 m_1 + n_2 m_2 + \dots + n_N m_N,$$

а *среднее количество информации, полученное в одном испытании*, равно

$$\frac{n_1 m_1 + n_2 m_2 + \dots + n_N m_N}{M}.$$

$$\text{При } M \rightarrow \infty \quad \frac{n_i}{M} \rightarrow p_i.$$

Отсюда получаем *среднее количество информации, характеризующее событие x* :

$$H(x) = n_1 p_1 + n_2 p_2 + \dots + n_N p_N = -p_1 \log p_1 - p_2 \log p_2 - \dots - p_N \log p_N.$$

Предположим, что опыт состоит в извлечении одного шара из ящика, в котором находится один черный и два белых шара. Исходя из классического подхода, вероятность выбора черного шара равна $\frac{1}{3}$, а вероятность выбора белого шара равна $\frac{2}{3}$. *Среднее значение неопределенности* получается, если вероятность отдельного исхода умножается на его неопределенность, и эти произведения складываются:

$$H = -\frac{1}{3} \log_2 \frac{1}{3} - \frac{2}{3} \log_2 \frac{2}{3} = 1,92 \text{ бит}.$$

В общем виде *формула степени неопределенности* (количества информации в битах) имеет следующий вид:

$$H = -\sum_{i=1}^N p_i \log_2 p_i. \quad (4.3)$$

Эта формула предложена в 1948 г. К. Шенноном. Ее называют еще *формулой абсолютной негэнтропии*. Она аналогична формуле энтропии, только имеет отрицательный знак.

Знак минус в правой части приведенного уравнения использован для того, чтобы сделать величину H положительной (поскольку $p_i \leq 1$, $\log_2 p_i \leq 0$, $\sum p_i = 1$). Понятие энтропии ввел немецкий физик-теоретик Р. Клаузиус в 1865 г. Термин происходит от греческого слова — *επιτορε* — «замкнуть внутри». Он обозначает меру деградации какой-либо системы. В 1872 г. австрийский физик Л. Больцман связал энтропию с вероятностью состояния. Изменения энергии в изолированной системе описываются *вторым законом термодинамики*, который был сформулирован следующим образом: теплота не может сама собою перейти от более холодного тела к более теплему. Суть этого закона состоит в том, что способность изолированных систем совершать работу уменьшается, так как происходит рассеивание энергии. Формула энтропии определяет степень беспорядка, хаотичности молекул газа в сосуде. *Естественным поведением* любой системы является увеличение энтропии. Если энтропия имеет тенденцию к возрастанию, то система теряет информацию и деградирует. Чтобы система не деградировала, необходимо внести в нее дополнительную информацию (негэнтропию). Отсюда энтропия есть мера дезорганизации, а информация есть мера организованности. Всякий раз, когда в результате наблюдения система получает какую-либо информацию, энтропия этой системы уменьшается, а энтропия источника информации увеличивается.

По приведенной формуле определяется *среднее количество информации в сообщениях при неравновероятных исходах* опыта. Легко заметить, что *при равновероятности исходов* формула

$$H = -\sum_{i=1}^n p(x_i) \log_2 p(x_i)$$

превращается в формулы:

$$H = -\log p \text{ и } H_{\max} = \log N,$$

поскольку сумма всех p всегда равна 1 и каждое $p_i = p$.

Запишем формулу Шеннона в виде:

$$H = -\sum_{i=1}^N p_i \log p_i, \quad \sum_{i=1}^N p_i = 1.$$

Пусть все исходы равновероятны, тогда:

$$p_1 = p_2 = \dots = p_N = \frac{1}{N} = p;$$

подставив эти значения в формулу, получим:

$$H = -\sum_{i=1}^N \frac{1}{N} \log \frac{1}{N} = -\log \frac{1}{N} = \log N = \log \frac{1}{p} = -\log p.$$

Из формулы степени неопределенности видно, что среднее количество информации в битах в дискретном сообщении о простом событии определяется как отрицательная сумма вероятностей всех возможных событий, умноженных на их логарифмы по основанию 2. Количество информации выше среднего приходится на события, вероятность которых ниже. Более высокую информационную емкость имеют редкие события. Формулой подтверждается также более низкая неопределенность систем с более высокой вероятностью событий. Поскольку вероятность одних событий повышается за счет снижения вероятности других (так как сумма всех вероятностей равна 1), энтропия становится тем ниже, чем менее вероятны события, а максимума она достигает при равновероятности всех событий.

Покажем, что H_{\max} , получаемое при равновероятных исходах события, является верхней границей значений H . Для этого найдем максимальное значение функции

$$H(p_1, p_2, \dots, p_N),$$

используя множитель Лагранжа λ .

$$\text{Найти } \max F = -\sum_{i=1}^N p_i \log p_i - \lambda \left(\sum_{i=1}^N p_i - 1 \right).$$

Приравняем к нулю частные производные функции по p_i :

$$\frac{\partial F}{\partial p_i} = -\log p_i - \frac{1}{p_i} p_i \log e - \lambda = -\log p_i - \log e - \lambda = 0.$$

Отсюда $\log p_i = -\log e - \lambda$ и легко видеть, что все $p_i = \frac{1}{N}$, следовательно, $H = H_{\max}$. Если же событие является достоверным (при этом $p_i = 1$, а остальные $p_i = 0$, $i \neq j$), то

$$H = -0 \cdot \log 0 - 0 \cdot \log 0 + \dots - 1 \cdot \log 1 + \dots - 0 \cdot \log 0.$$

Легко показать, что выражение $0 \cdot \log 0 = 0 \cdot (\infty) = 0$. Раскроем неопределенность, используя правило Лопиталя:

$$\begin{aligned} \lim_{p_i \rightarrow 0} (-p_i \log p_i) &= \lim_{p_i \rightarrow 0} \left(p_i \log \frac{1}{p_i} \right) = \lim_{p_i \rightarrow 0} \frac{\log \frac{1}{p_i}}{\frac{1}{p_i}} = \\ &= \lim_{p_i \rightarrow 0} \frac{p_i \log e \cdot \left(-\frac{1}{p_i}\right)}{\left(-\frac{1}{p_i}\right)^2} = \lim_{p_i \rightarrow 0} p_i \log e = 0. \end{aligned}$$

Тогда получим $H = 0$ для достоверного события.

Следовательно, среднее количество информации находится в пределах

$$0 \leq H \leq H_{\max}.$$

Теперь можно сформулировать определение условной вероятности. Если случайная величина x принимает значения x_1, x_2, \dots, x_N , а случайная величина y принимает значения y_1, y_2, \dots, y_M , то **условной вероятностью** называется вероятность того, что x примет значение x_j , если известно, что y приняло значение y_j .

Безусловная вероятность $p(x_i)$ равна условной вероятности, усредненной по всем возможным значениям y :

$$p(x_i) = \sum_{j=1}^M p(y_j) p(x_i / y_j), \quad (4.4)$$

где $p(y_j)$ – вероятность j -го значения величины y , величина $p(y_j) p(x_i / y_j)$ – есть вероятность того, что y примет значение y_j , а x – значение x_i . Она называется *совместной вероятностью* события (x_i, y_j) и обозначается $p(x_i, y_j)$.

Очевидно, если события x и y независимы, то

$$p(x_i) = p(x_i / y_j). \quad (4.5)$$

Неопределенность события x определяется по формуле:

$$H(x) = - \sum_{i=1}^N p(x_i) \log_2 p(x_i). \quad (4.6)$$

Если события x и y зависимы, и событие y приняло значение y_j , то *неопределенность события* x становится равной:

$$H_{y_j}(x) = - \sum_{i=1}^N p(x_i / y_j) \log_2 p(x_i / y_j). \quad (4.7)$$

Так как событие y может принимать значение y_1, y_2, \dots, y_M с вероятностями $p(y_1), p(y_2), \dots, p(y_M)$, средняя неопределенность события x при любых возможных исходах события y равна:

$$H(x/y) = -\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M p(y_j) p(x_i/y_j) \log_2 p(x_i/y_j). \quad (4.8)$$

Это условная негэнтропия случайной величины x при задании случайной величины y . Она всегда не больше безусловной

$$H(x/y) \leq H(x),$$

причем равенство имеет место только в том случае, когда знание величины y не меняет вероятностей значений величины x , т. е.

$$p(x_i/y_j) = p(x_i),$$

каким бы ни было значение y_j . Это условие означает, что неопределенность события x не возрастает от того, что событие y становится известно.

Для двух случайных событий x и y энтропия совместного события равна:

$$\begin{aligned} H(x,y) &= H(y,x) = -\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M p(x_i, y_j) \log p(x_i, y_j) = \\ &= -\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M p(y_j) p(x_i/y_j) \log p(y_j) p(x_i/y_j) = \\ &= -\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M p(y_j) p(x_i/y_j) \log p(y_j) - \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M p(y_j) p(x_i/y_j) \log p(x_i/y_j) = \\ &= -\sum_{j=1}^M p(y_j) \log p(y_j) \sum_{i=1}^N p(x_i/y_j) - \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M p(y_j) p(x_i/y_j) \log p(x_i/y_j). \end{aligned}$$

В полученном выражении

$$-\sum_{j=1}^M p(y_j) \log p(y_j) = H(y), \quad \sum_{i=1}^N p(x_i/y_j) = 1,$$

а второе слагаемое есть не что иное, как $H(x/y)$.

Следовательно,

$$H(y, x) = H(y) + H(x/y) \leq H(y) + H(x). \quad (4.9)$$

Равенство достигается тогда, когда события x и y независимы.

В качестве меры количества информации в случайной величине y о случайной величине x принимается величина, на которую уменьшается в среднем неопределенность величины x , если нам становится известным значение величины y :

$$I(y, x) = H(x) - H(x/y) = -\sum_{i=1}^N p(x_i) \log_2 p(x_i) + \\ + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M p(y_j) p(x_i/y_j) \log_2 p(x_i/y_j) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M p(x_i/y_j) \log_2 \frac{p(x_i, y_j)}{p(x_i)p(y_j)}.$$

Эта формула выражает количество информации в случайной величине y о случайной величине x , как разность между безусловной и условной негэнтропией.

По формуле условной негэнтропии строится вся современная статистическая теория информации. Переход от абсолютной негэнтропии к условной приобретает фундаментальное решающее значение. Формула условной негэнтропии выражает количество информации относительно заданной системы отсчета, системы координат. Иначе говоря, она характеризует количество информации, содержащееся в одном объекте относительно другого объекта.

Классическая теория информации дает полезный аппарат, но он не универсален и множество ситуаций не укладываются в информационную модель Шеннона. Далеко не всегда можно заранее установить перечень возможных состояний системы и вычислить их вероятности. Кроме того, основным недостатком этой теории является то, что, занимаясь только формальной стороной сообщений, она оставляет в стороне их ценность и важность. Например, система радиолокационных станций ведет наблюдение за воздушным пространством с целью обнаружения самолета противника. Система S , за которой ведется наблюдение, может быть в одном из двух состояний: x_1 – противник есть, x_2 – противника нет. Выяснение фактического состояния системы принесло бы в рамках классической теории информации 1 бит, однако первое сообщение гораздо важнее, что оценить невозможно с помощью вероятностного подхода.

Статистическая теория информации оперирует лишь вероятностями исходов рассматриваемых опытов и полностью игнорирует содержание этих исходов. Поэтому эта теория не может быть признана пригодной во всех случаях. Понятие информации в ней трактуется весьма односторонне.

Следовательно, уничтожение неопределенности, т. е. получение информации, может происходить не только в результате вероятностного про-

цесса, но и в других формах. Понятие неопределенности оказывается шире понятия вероятности. Неопределенность — понятие, отражающее отсутствие однозначности выбора элементов множества. Если этот выбор имеет случайный характер, то мы имеем дело со статистической теорией информации. Если же этот выбор не случаен, то необходим невероятностный подход к определению информации. Существуют следующие *невероятностные подходы к определению информации*: динамический, топологический, алгоритмический. Мы не будем рассматривать эти невероятностные подходы к определению количества информации, отметим только, что каждый из этих методов обнаруживает нечто общее со статистическим подходом. Оно состоит в том, что эти методы изучают переход от неопределенности к определенности. Но все же эти методы отличаются от статистического подхода. Один из невероятностных подходов к определению количества информации принадлежит советскому ученому А. Н. Колмогорову. По аналогии с вероятностным определением количества информации как функции связи двух систем, он вводит определение алгоритмического количества информации.

Количество информации, содержащееся в сообщении, можно связывать не только с мерой неопределенности системы, но и с ее структурной сложностью и точностью измерений. Такой подход предлагается к оценке научной информации, возникающей в результате анализа процесса наблюдений и эксперимента.

Количество различных признаков, характеризующих данный предмет, т. е. его размерность или число степеней свободы, является мерой структурной информации. Ясно, что цветное изображение содержит в себе больше информации по сравнению с черно-белым изображением того же объекта. Единица структурной информации — **логон** — означает, что к имеющемуся представлению можно добавить одну новую различимую группу или категорию.

Количество метрической информации связано с разрешающей способностью измерений. Например, эксперимент, результат которого обладает погрешностью, равной 1 %, дает больше информации, чем эксперимент, характеризующийся погрешностью в 10 %.

Единицей измерения метрической информации является **метрон**. В случае числового параметра эта единица служит мерой точности, с которой этот параметр определен.

Статистический и нестатистический подходы в теории информации касаются только количества информации, но информация имеет еще и качественный аспект. Объединение элементов в множество всегда предполагает наличие у них некоторого свойства, признака, благодаря чему они образуют данное множество, а не иное. Следовательно, каждый элемент множества обладает определенным качественным отличием от элемента другого множества. Кроме того, внутри множества различие элементов друг от друга носит тоже качественный характер. Поиск качественного ас-

пекта информации как раз и состоит в учете природы элементов, объединяемых в множества, в учете качественного многообразия материи.

До сих пор информация рассматривалась как снятая, устраняемая неопределенность. Именно то, что устраняет, уменьшает любую неопределенность и есть информация. Однако информацию можно рассматривать не только как снятую неопределенность, а несколько шире. Например, в биологии информация — это, прежде всего, совокупность реальных сигналов, отображающих качественное или количественное различие между какими-либо явлениями, предметами, процессами, структурами, свойствами. Такой более широкий подход к определению понятия информации сделал У. Росс Эшби. Он считает, что понятие информации неотделимо от понятия разнообразия. Природа информации заключается в разнообразии, а количество информации выражает количество разнообразия. Одно и то же сообщение при разных обстоятельствах может содержать различное количество информации. Это зависит от разнообразия, которое наблюдается в системе.

Слово «разнообразие» означает число различных элементов в множестве. Так, например, множество $c, b, c, a, c, a, b, c, b, b, a$, если не принимать во внимание порядок расположения элементов, содержит 12 элементов, и только три из них различные: a, b, c . Такое множество имеет разнообразие в три элемента.

Множество с разнообразием и множество с вероятностями имеют эквивалентные свойства. Так, множество, у которого все элементы различны, имеет максимальное количество разнообразия. Чем больше в системе разнообразия, тем больше неопределенность в поведении такой системы. Уменьшение разнообразия уменьшает неопределенность системы. Вероятность выбрать наугад данный элемент из множества с максимальным разнообразием равна единице, деленной на количество всех элементов мно-

жества $\frac{1}{N}$. Нетрудно видеть, что это аналогично статистической совокуп-

ности с равномерным распределением вероятностей. Количество информации в этом случае имеет максимальное значение. Множество, у которого все элементы одинаковы, содержит минимальное количество разнообразия — всего в один элемент. Аналогией такого множества является статистическая совокупность с таким распределением вероятностей, когда одна из них равна единице, а остальные нулю. Количество информации в такой совокупности равно нулю. В множестве информация появляется только тогда, когда один элемент отличается от другого. Подобно вероятности разнообразие может измеряться как число различных элементов и как логарифм этого числа, например, по основанию два. Между минимальным и максимальным количеством разнообразия в множестве существует ряд промежуточных состояний, которые появляются в результате ограничения разнообразия. Понятие **ограничения разнообразия** является очень важным. Оно представляет собой отношение между двумя множест-

вами. Это отношение возникает, когда разнообразие, существующее при одних условиях, меньше, чем разнообразие, существующее при других условиях.

Ограничения разнообразия весьма обычны в окружающем нас мире. Любой закон природы подразумевает наличие некоторого инварианта, поэтому всякий закон природы есть ограничение разнообразия.

Окружающий мир чрезвычайно богат ограничениями разнообразия. Без ограничений разнообразия мир был бы полностью хаотичным. Ограничение разнообразия соответствует уменьшению количества информации, поэтому ограничение разнообразия равносильно установившемуся в статистической теории понятию избыточности. Избыточность тем больше, чем больше ограничение разнообразия. Если же элементы в множестве одинаковы, то избыточность равна единице. Если в ящике все шары оказываются одинакового цвета, то их избыточность по цвету равна единице, если же все шары будут разного цвета, то избыточность равна нулю. Наличие у информации качества вызывает необходимость в *классификации видов информации*. Различают элементарную информацию, т. е. информацию в неживой природе, биологическую, логическую, человеческую, или социальную. Для социальной информации характерно выделение двух аспектов: *семантического*, связанного с содержанием сообщений, и *прагматического*, связанного с полезностью их для получателя.

4.3 Семиотика

Развитие качественной стороны в исследованиях информации теснее всего связано с **семиотикой** — теорией знаковых систем. Семиотика исследует знаки как особый вид носителей информации.

Отношение между знаками, обозначаемыми предметами и их отображением в форме понятий и моделей, изучаются другим аспектом семиотики — **семантикой**. Этими отношениями определяется содержание информации, передаваемой посредством знаков.

В настоящее время еще не разработаны методы точного количественного определения смыслового содержания информации. Наиболее известными подходами к построению теории семантической информации являются теория Карнапа и Бар-Хиллела, основанная на понятии логической вероятности, и теория советского ученого Ю. А. Шрейдера, имеющая невероятностный характер.

Отношения между знаками и их потребителями, с точки зрения использования получаемой информации и влияния знаков на поведение системы, изучается другим разделом семиотики — прагматической теорией информации. Предметом ее исследования является определение ценности информации для потребителя. **Ценность информации** — есть отношение субъекта, информации и цели, где информация выступает как объективный фактор или носитель ценности. Ценность информации является важной

характеристикой для кибернетических систем, так как она связана с их функционированием. Ценностный критерий информации является пригодным, когда сравниваются системы, выполняющие одну и ту же функцию, но имеющие внутреннее разнообразие. Каждое сообщение важно оценивать не с точки зрения познавательных характеристик, а с точки зрения полезности для выполнения функций управления. Исходя из этих соображений, А. А. Харкевич предложил определять **меру ценности информации** I_c как изменение вероятности достижения цели при получении этой информации:

$$I_c = \log p_1 - \log p_0,$$

где p_0 – вероятность достижения цели до получения информации;

p_1 – вероятность достижения цели после получения информации.

Другой подход к проблеме ценности информации осуществлен М. М. Бонгардом. Он вводит понятие «полезная информация», связывая сообщение с тем, какую задачу решает получатель, что он знает до прихода сообщения и как он его истолковывает. Этот подход имеет вероятностно-алгебраическую сущность и носит более общий характер, чем мера ценности информации, предложенная А. А. Харкевичем.

Между элементами любой системы и между различными системами существуют информационные связи. Чтобы иметь представление о состоянии системы, необходимо каким-то способом оценивать значение ее координат. При этом оказывается, что ни один способ наблюдения не может доставить абсолютно точных сведений о значениях координат системы. Это объясняется тем, что любому измерению свойственна определенная конечная разрешающая способность.

В общем виде, если состояние системы представляется вектором, составляющие которого x_1, x_2, \dots, x_n могут независимо друг от друга принимать r_1, r_2, \dots, r_n значений соответственно, то число всевозможных наборов этих значений, входящих в множество состояний системы, будет равно $N = r_1 \cdot r_2 \cdot \dots \cdot r_n$.

Состояние системы в определенный момент времени называется **событием**. Событием называется каждая фиксируемая наблюдением количественная или качественная определенность динамической системы или ее состояния. Различают простые и сложные события, (x, t) представляет собой множество возможных событий для каждого момента времени.

Каждому состоянию системы, событию, можно ставить в соответствие определенное значение какой-либо физической величины. При помощи этой величины можно осуществлять передачу сведений от одного объекта к другому. Физический процесс, представляющий собой материальное воплощение сообщения о событиях, называется **сигналом**. Сигнал как физический носитель информации возникает только на осно-

ве изменения состояния системы, т. е. возникшего события; он имеет самостоятельную физическую сущность и существует независимо от содержания происшедшего события, и всегда связан с каким-либо материальным объектом или материальным процессом. Сигнал может существовать длительное время, иметь непрерывную или дискретную характеристику и быть статическим или динамическим. Посредством сигналов осуществляются информационные связи, циркулирующие в кибернетических системах. Сигналы можно передавать на расстояние, поддерживая связь между разобщенными в пространстве объектами. Сигналы можно запоминать и передавать их во времени. Это позволяет связывать между собой объекты, разделенные во времени.

Система или среда, в которой осуществляется передача сигнала, называется **каналом связи**, информационным каналом или каналом передачи сообщений. В общем виде абстрактную схему системы связи можно изобразить следующим образом (рис.4.1).

Эта схема функционирует следующим образом: источник информации (отправитель) обладает некоторым множеством различных и разнозначных для получателя сведений, совокупность которых называется сообщением. Передача сообщения означает выбор определенного символа или определенных символов из множества возможных символов или алфавита отправителя и преобразование этих символов с помощью передатчика в передаваемые сигналы.



Рисунок 4.1 Схема системы связи

Элементами алфавита могут быть дискретные символы — буквы, цифры, азбука Морзе, либо непрерывные символы — высота тона, амплитуда колебания. Передающие сигналы по коммуникационной цепи перемещаются с шумом, вызывающим искажение сообщений. На стороне приемника имеется алфавит физических символов, из которых на основе полученных физических сигналов восстанавливается полученное сообщение. Полученные сигналы могут быть искажены аддитивными помехами, т. е. шумом. Получаемая информация всегда относительна, так как она зависит от различия между неуверенностью принимающего перед приемом и после приема.

Сигналы, в которых содержится информация, могут быть представлены в дискретной и в непрерывной форме. **Дискретные сигналы**

могут принимать лишь определенное конечное количество значений. **Непрерывный сигнал** может принимать бесчисленное множество значений, которые могут отличаться один от другого сколь угодно малыми приращениями.

Каждому состоянию системы x соответствует определенное сообщение x_c . Множеству возможных событий соответствует множество сообщений, передаваемых при помощи сигналов. Формирование сообщения следует рассматривать как преобразование системы $x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ в x_c — одно из множества возможных состояний $x_c = \{x_c^1, x_c^2, \dots, x_c^n\}$. Это преобразование происходит посредством некоторого оператора P :

$$x_c^i = P(x_i)$$

Оператор P преобразования какого-либо операнда в его образ-сообщение называется **кодом**. Это комплекс правил, согласно которым информации придается определенный сигнал. Сама операция преобразования посредством кода называется **кодированием**. В узком смысле слова под кодированием понимают присвоение кодового обозначения объекту или всякую операцию сопоставления множества сообщений одного источника множеству сообщений другого источника, согласно определенной системе правил.

В качестве операнда может рассматриваться не только состояние системы x или событие (x, t) , но и сообщение x_c^i . В этом случае имеет место *перекодирование*. Операция перекодирования часто бывает необходима в случаях секретности. При этом сообщение, закодированное одним способом, преобразуется в сообщение x_c^j , закодированное другим способом. В коммуникационной цепи возможно многократное перекодирование. Такое преобразование сообщений можно представить как последовательное воздействие на состояние системы x операторов P_1, P_2, \dots, P_i по схеме:

$$x_c^i = P_1 x, x_c^2 = P_2 x_c^1, \dots, x_c^i = P_i x_c^{i-1}$$

Экономичность передачи сообщения зависит от правильности его кодирования, т. е. от рациональной системы кодирования. Кодирование сигнала по существу означает сравнение символов одного алфавита с символами другого алфавита. При этом код представляет собой комплекс правил сравнения символов. Поскольку при кодировании сравниваются символы двух алфавитов, то при этом может измениться количество символов и их вероятностное распределение. В силу этого изменяется и энтропия сообщения. Задача заключается в том, чтобы найти наиболее экономичный для данной передачи код. Наиболее экономичным является код, который требует минимального числа символов и минимального времени на пере-

дачу. Хороший код должен сохранить все нужное в сообщении и исключить ненужное.

Большинство кодов имеют избыточность. Это значит, что при передаче сообщений умышленно не используются все возможности кода.

Избыточность — это свойство языков, кодов и знаковых систем, состоящее в том, что сообщение содержит больше сигналов, чем фактически требуется для передачи информации: это свойство улучшает связь в условиях помех. Простейшей формой избыточности является дублирование.

Наличие избыточности в сигнале равносильно его удлинению. Однако считать избыточность исключительно отрицательным явлением нельзя, т. к. чем больше избыточность сообщения, тем меньше оно подвержено искажению за счет действия помех. Нахождение оптимальной избыточности кода при данном уровне помех — одна из главных задач теории информации.

Одной из основных проблем при передаче информации по каналу связи с ограниченной пропускной способностью является максимальное увеличение фактической скорости передачи сообщений, которая зависит не только от параметров технических устройств, но и от принятой системы кодирования. Выбором эффективного способа кодирования и декодирования для каждого конкретного канала связи можно добиться наилучшего использования его пропускной способности.

Наибольшее распространение получили *двоичные коды*, обладающие существенным преимуществом. Наличие всего двух символов позволяет просто и надежно представлять числа в виде импульсов тока или напряжения. Большинство цифровых вычислительных систем предназначается для обработки дискретной информации, закодированной в двоичной системе счисления. **Коды**, в которых сообщения представлены комбинациями с неравным количеством символов, называются **неравномерными** или **некомплектными**. **Коды**, в которых сообщения представлены комбинациями с равным количеством символов, называются **равномерными**, или **комплектными**.

Очевидно, что при использовании равномерного кода в отличие от неравномерного не требуется специального знака, отделяющего одну букву от другой. Для однозначного декодирования принятых сообщений, а также для передачи больших объемов информации при меньших временных и материальных затратах *коды должны удовлетворять следующим требованиям:*

- разные символы передаваемого сообщения должны иметь различные коды;
- код должен быть построен так, чтобы можно было четко отделить начало и конец букв алфавита, из которого составлено сообщение;
- код должен быть максимально кратким — чем меньшее число элементарных символов требуется для передачи данного сообщения, тем

ближе скорость передачи информации к пропускной способности данного канала.

Первое требование очевидно, так как при одинаковых кодовых обозначениях различных букв сообщения нельзя будет однозначно декодировать.

Второе требование может быть удовлетворено следующим образом: введением в код дополнительно разделительного символа-паузы, что значительно удлиняет время передачи сообщения; созданием кода, в котором конец одной буквы не может быть началом другой; либо применением равномерного кода. В этом отношении равномерные коды обладают преимуществом, вместе с тем они имеют существенный недостаток — независимо от вероятности появления отдельных букв сообщения они закодированы последовательностями символов одинаковой длины. Такой код может быть оптимальным с точки зрения затрат времени на передачу только в случае, если все буквы сообщения равновероятны и независимы.

Третье, основное требование к кодам обеспечивает наибольшую скорость передачи информации по каналу связи посредством возможного сокращения кодов. Длину последовательности символов, кодирующих каждое сообщение, назовем длиной кодового слова.

Основные свойства оптимальных кодов:

1. минимальная средняя длина кодового слова оптимального кода обеспечивается в том случае, когда избыточность каждого слова сведена к минимуму (в предельном случае — к нулю);
2. алфавит оптимального кода должен строиться из равновероятных и независимых символов.

Из свойств оптимальных кодов вытекают *принципы оптимального кодирования*: выбор очередного символа в кодовом слове необходимо производить так, чтобы содержащееся в нем количество информации было максимальным, и сообщениям, имеющим большую вероятность появления, необходимо присваивать более короткие кодовые слова.

Эти принципы определяют метод построения оптимальных кодов, предложенный независимо друг от друга Р. Фано и К. Шенноном. Поэтому соответствующий код называется **кодом Шеннона-Фано**.

Построение оптимального двоичного кода сводится к следующей процедуре:

1. множество из N сообщений располагают в порядке убывания вероятностей;
2. множество сообщений разбивают на две группы так, чтобы суммарные вероятности сообщений обеих групп были по возможности равны;
3. первой группе присваивают символ 0, второй группе — символ 1;
4. каждую из групп делят на 2 подгруппы так, чтобы их суммарные вероятности были по возможности равны;
5. первым подгруппам каждой из групп вновь присваивают 0, а вторым — 1, в результате чего получаются вторые цифры кода. Затем каждую из

четырёх подгрупп вновь делят на равные (по суммарной вероятности) части и т. д. до тех пор, пока в каждой из подгрупп останется по одной букве. Очевидно, что для равновероятностных сообщений оптимальный код будет равномерным, т. е. длина кодового слова постоянна.

Вопрос об отыскании практически удобных методов кодирования для различных каналов связи с помехами составляет содержание теории кодирования, являющейся самостоятельным разделом теории информации.

4.4 Экономическая информация

Так же, как и информация вообще, экономическая информация может быть понята, проанализирована и рационально сконструирована только при изучении экономических систем, процессов управления в них и конкретных задач, решаемых в системах управления. С этой точки зрения под *экономической информацией* следует понимать:

- сведения, знания наблюдателя об экономическом объекте;
- наличие связи между элементами экономической системы, т. е. именно то, что определяет ее цельность как системы (внутренняя информация системы);
- нематериальные составные части системы — знания, навыки, методы, т. е. информационные подсистемы экономической системы;
- сообщения, которые циркулируют в экономической системе, и которыми она обменивается с внешней средой или другими экономическими системами. Они отражают те реальные связи, которые существуют между различными экономическими объектами, отображаемыми в виде систем;
- некоторые общепризнанные знания, сведения, правила и обычаи, которыми руководствуются люди и коллективы в своей производственно-экономической деятельности. Они существуют в виде нормативных, правовых актов, показателей планирования и являются формами проявления регулирующей и целенаправляющей информации в экономических системах.

Экономические сообщения и хранимые сведения обладают широко разветвленными и глубокими взаимосвязями и объективными зависимостями, которые трудно установить в результате запутанности сетей коммуникаций и несистематичности массивов хранимых сведений.

В потоке экономической информации нельзя выделить один главный фактор. Такие факторы, как полезность сообщения, его смысл, способ знакового отображения, словарь, алфавит, код имеют равное значение, или же их значение изменяется в зависимости от этапа решения задачи.

Экономическую информацию классифицируют по различным признакам с точки зрения класса задач экономического управления.

Экономическую информацию классифицируют на первичную и вторичную, производную. Для каждой экономической системы имеются свои

границы между первичной и вторичной информацией. В каждом случае **первичной информацией** будет поступившая в систему из внешней среды и возникающая в системе, а **вторичной** — переработанная внутри системы. Первичная экономическая информация в народном хозяйстве имеет единый источник — процессы материального производства, распределения и потребления, рассматриваемые на уровне непосредственных технологических операций.

По признакам отображаемых объектов экономическая информация может классифицироваться:

- *по фазам воспроизводства*: информация о производстве, распределении, обмене, потреблении;
- *по факторам воспроизводства*: информация о природных ресурсах, средствах производства (основных и оборотных фондах), населении и трудовых ресурсах, продукции и услугах;
- *по отраслям* экономики: информация о промышленности, сельском хозяйстве, строительстве, торговле и т. д.

По назначению в процессе управления экономическая информация делится на управляющую и осведомляющую. Назначение **управляющей информации** — довести до исполнителей подлежащие выполнению решения — либо в форме прямых распоряжений, либо в форме экономических и моральных стимулов, влияющих на поведение объектов управления. Назначение **осведомляющей информации** — реализация обратной связи в системе управления.

По характеру использования экономическую информацию можно разделить на две категории: **информацию непосредственного управления** и **информацию развития** системы. К первой категории следует отнести информацию, циркулирующую в системе и используемую в решении поставленных задач. **Информация развития системы** — это сведения, которые могут быть использованы для коренных преобразований системы: изменения и корректировки целей, постановки новых задач, выработки новых методов и перестройки старых, внедрения новых устройств переработки информации.

В зависимости от выполняемых в управлении функций экономическую информацию подразделяют на учетно-отчетную, плановую, нормативную, аналитико-прогнозирующую.

Учетно-отчетная информация отражается в виде натуральных и стоимостных показателей. Ее источником являются бухгалтерские, статистические и оперативные данные, которые отражают апостериорные явления.

Плановая информация используется при перспективном, текущем, годовом и оперативном планировании и в условиях планомерного осуществления процесса производства играет существенную роль.

Показатели плановой информации характеризуются большим количеством взаимосвязанных факторов, их получение связано с выполнением

значительного количества логических и арифметических операций. Существенное значение для планирования имеет **нормативная информация**, источником которой являются данные о нормативах затрат ресурсов на производство продукции.

Аналитико-прогнозирующая информация является основой для принятия оперативных и стратегических решений по управлению объектом. Ее подготовка требует использования плановой и учетной информации и связана с применением аналитических методов.

В системе управления каждый из перечисленных видов информации выполняет различную роль. Плановая информация осуществляет по отношению к объекту прямую связь, учетно-отчетная и аналитико-прогнозирующая — обратную.

В процессе общественного производства информационный и производственный процессы едины и неразрывны — операции обработки информации предшествуют каждой технологической операции и завершают ее. Уже на уровне оперативного учета предприятия циркулирует переработанная информация, в многократно переработанном виде она поступает в средние и высшие органы управления. Там эта учетно-отчетная информация путем совместной переработки с плановой, научно-технической и другой информацией преобразуется в командную информацию, которая в свою очередь после многократных преобразований приходит к единому источнику всей информации — технологическим операциям процесса общественного производства. Различаются **горизонтальные потоки экономической информации**, связывающие подсистемы одного уровня иерархии, и **вертикальные (восходящие и нисходящие)**, связывающие подсистемы разных уровней.

Поскольку экономические системы являются динамическими и процессы преобразования информации протекают во времени, информацию классифицируют по временным признакам. Здесь возможно несколько различных подходов. *В зависимости от интервалов времени между поступлениями сообщений, информация бывает периодическая и непериодическая.*

Другой принцип классификации связан с *интервалом между однородными сообщениями*. Если интервал между сообщениями больше или равен циклу управления, то сообщения относят к **условно-постоянной информации**, если же этот интервал меньше цикла управления, то говорят об **условно-переменной информации**.

Для исследования и проектирования экономических систем могут использоваться и другие критерии классификации экономической информации — по степени достоверности сообщений, по полезности, по физической форме сообщений, по способу преобразования информации и др.

Следует отметить, что в каждом конкретном случае классификация экономической информации должна производиться с позиций решения поставленной задачи или комплекса задач экономического управления.

Обмен информацией между экономическими системами и их элементами всегда осуществляется с помощью знаков — на определенном экономическом языке. Важное значение при этом имеют проблемы знакового выражения экономической информации, что является содержанием экономической семиотики.

Экономическая семиотика — это наука о закономерностях построения и использования форм обмена информацией в системах экономического управления. Ее задача — упрощение и устранение избыточности информации в документации; разработка эффективных форм обмена информацией между человеком и машиной в человеко-машинных системах управления; формализация языка документов в связи с созданием автоматизированных систем хранения и обработки экономической информации.

Экономическая информация воплощается в нескольких знаковых системах (графический язык документов, специальные экономические термины, элементы языка математики и других наук), объединяемых на основе естественного языка. Важнейшая особенность языка экономического управления — наличие специфических знаковых уровней. На уровнях букв, элементарных знаков и слов язык экономического управления принципиально не отличается от общего языка. Специфичными являются знаковые системы показателей и документов.

Анализ экономического сообщения (документа, показателя, текста) может производиться на каждом из уровней или каждой паре уровней экономического языка, в одном из *трех аспектов семиотики*: синтаксическом, семантическом или прагматическом.

Синтаксический аспект рассмотрения экономических сообщений предполагает исследование свойств алфавита, правил словообразования, детерминированных и вероятностных законов чередования знаков, изучение возможностей использования этих законов для сокращения текста сообщений, отвлекаясь от содержания и ценности этих сообщений для получателя. В тех случаях, когда анализ смысла сообщения или его полезности оказывается невозможным или затруднительным, обычно осуществляется только синтаксический анализ, в котором в полной мере используется статистико-вероятностный аппарат теории информации.

Семантический аспект рассмотрения экономических сообщений означает исследование закрепленных за каждым из них как за знаком соответствующих значений, что, в частности, предполагает понятийную классификацию объектов, отображаемых информационной системой, уточнение смысловых вариантов каждого из знаков языка в различных контекстах, слежение за модификацией этих значений по мере развития системы, фиксацию отнесенности знаков к различным функциональным подсистемам системы управления. Объектом семантики является содержание экономической информации и способы его знакового представления, но она отвлекается от проблемы ценности информации, рассматривая ее как экономические данные.

Прагматический аспект анализа сообщений предполагает исследование информации в условиях, когда экономически данные становятся экономической информацией. Проблема ценности в этом аспекте является центральной. Прагматический подход требует точной ориентации каждого сообщения на конкретную систему и на определенную задачу, решаемую в этой системе, и предполагает оценку значимости каждого из языковых знаков применительно к задачам, решаемым в системе, оценку стоимости получения информации, учет сведений о месте возникновения, обработки, трудоемкости получения и путях следования сообщений.

Методы измерения экономической информации на различных уровнях не в равной степени разработаны.

Методы классической теории информации позволяют измерять количество информации, доставляемой каждым знаком, но на синтаксическом уровне эта мера будет зависеть исключительно от вероятности появления знака в канале связи, но не от вероятности отображаемых с его помощью событий.

Укрупненной единицей экономической информации, раскрывающей качественную и количественную стороны, является экономический показатель. Определение *количества информации*, размещенной в показателе, можно осуществить по формуле:

$$I_n = -\sum_{i=1}^k p_i \log p_i, \quad (4.10)$$

где k — количество возможных состояний данного показателя;

p_i — вероятность i -го состояния показателя.

Если d — количество показателей в однострочных документах, то количество информации в них равно:

$$I_{д-с} = dI_n.$$

Общее количество информации в документах с учетом документострок может быть определено по формуле:

$$I_{д} = \sum_{j=1}^l d_j I_{nj},$$

где l — количество видов документов;

j — порядковый номер вида документа;

d_j — количество показателей в j -м виде документов;

I_{nj} — количество информации, приходящейся на один показатель в j -м виде документов.

Аппарат, представляемый теорией информации, позволяет оценить количество сигнальной, алфавитной и знаковой информации, и его приме-

нение вполне оправдано при механизации и автоматизации обработки данных. Однако *статистический подход* к оценке информации оказывается непригодным на семантическом и прагматическом уровне.

Анализ смысловой информации, а также отбор и оценка прагматической информации представляют сложную задачу. Вопросы формализации смыслового анализа, а в особенности математической его интерпретации, находятся в начальной стадии изучения. К тому же и полное осуществление смыслового анализа информации не может служить оценкой ее полезности, а является лишь необходимым этапом на пути к достижению этой цели, поскольку интерпретация информации еще не есть ее оценка. Для прагматической оценки экономической информации характерен подход к данным как к продукту определенного качества. *Качество экономических данных* определяется комбинацией потребительских свойств, таких, как: содержательность, достоверность, полнота, удобство восприятия. Информация — производственный ресурс, способный быстро терять свои качества. Поэтому немаловажное значение приобретает такой фактор как своевременность информации. При обработке информации необходимо соблюдать *принцип экономичности*, который заключается в организации этого процесса, обеспечивающей систему необходимой информацией с минимальными затратами. Все эти факторы определяют ценность экономической информации. Из их числа можно выделить информативность данных. Для ее измерения можно использовать формулу Шеннона, но такую, которая определяла бы количество информации не по вероятности появления знаков, а в зависимости от вероятностей событий и ситуаций, отображаемых экономической информацией. Единой оценки полезности информации пока еще нет. Если цель системы четко определена, то *полезность информации* может быть определена через прирост вероятности достижения цели по формуле:

$$L = \log P_1 - \log P_0 = \log \frac{P_1}{P_0}, \quad (4.11)$$

где P_0 — вероятность достижения цели до получения информации;

P_1 — вероятность достижения цели после получения информации.

Ценность информации может быть определена как мера близости к заданной цели системы. Допустим, что цель задана каким-то списком вопросов. Тогда мерой ценности информации может служить функция

$$I = \sum_{i=1}^n \alpha_i P_i, \quad (4.12)$$

где n — число вопросов, определяющих цель;

α_i — вес i -го вопроса, его значение по относительной шкале достижения цели;

$P_i = 1$ – если на i -й вопрос содержится ответ в данной информации;

$P_i = 0$ – если в данной информации не содержится ответ на i -й вопрос.

На практике в качестве *критериев оценки экономической информации* используются показатели: значимости, употребимости, полезности, ранга, стоимости, а также своевременности, доступности и достоверности. С помощью этих критериев может быть получена некоторая общая оценка информации.

При обработке больших массивов данных может возникнуть необходимость в их усредненной оценке по нескольким параметрам сразу. В этом случае можно ввести весовые коэффициенты для каждого из оценочных параметров: значимости, полезности, периодичности и других.

Общая информативность системы, массива или текста определяется суммированием значений ценности содержащихся в них информационных единиц.

Отношение информативности системы к информативности текста составляет **полноту информации**. Отношение общей информативности системы к общей стоимости информации определяет **эффективность информационной системы**.

Рассмотренный подход легко формализуется и может быть использован в практических расчетах для конкретных экономических систем.

Экономическая информация выступает своеобразным ресурсом, эффективное использование которого имеет большое значение для процесса управления.

Под **системой экономической информации** понимается совокупность данных, отображающих экономический аспект деятельности системы управления.

Обеспечение целостности информационной системы базируется на концепции интегрированных систем обработки данных.

Применение принципов интеграции в широком смысле слова для обработки экономической информации, а также при проектировании системы экономической информации является необходимым условием эффективной организации процесса управления.

ГЛАВА 5 ЭКОНОМИЧЕСКАЯ СИСТЕМА

Биологической моделью промышленного предприятия или фирмы является живой организм, взаимодействующий с окружающей средой. Эту модель мы уже привлекали ранее, и в данном случае она предназначена только для того, чтобы сосредоточить вокруг нее наши рассуждения. Но при этом не следует думать, что в этой аналогии мы намерены усматривать нечто большее, чем ее общее экологическое значение и удобство. Представим себе некоторый, организм, обладающий протяженностью и материальным единством. Он изменяется, развиваясь и разрушаясь, приспособляясь к новым внутренним и внешним воздействиям. Питание этого организма составляют капитал, рабочая сила и сырье, а в результате его деятельности образуются дополнительный капитал в форме прибыли, производятся товары и удовлетворяются духовные потребности людей. Внутренние службы предприятия подобны системе кровообращения и эндокринных желез, они питают энергией отдельные части организма и обуславливают их работу. Связи, реализуемые внутри предприятия, которые представляют собой средства управления и объединения предприятия в единое целое, подобны нервной системе (хотя, как мы показали с самого начала, пока что эти средства являются весьма несовершенными: продолжая биологическую аналогию, можно сказать, что они находятся на уровне нервной системы губки). Это общее внутреннее сходство предприятия с живым организмом дополняется его рефлексами, т. е. заложенными в него реакциями, определяемыми системой управления производством, а также наличием мозга предприятия, которым является его руководство. Однако для внешнего мира предприятие выступает как часть организма промышленной фирмы, функционирующей в некоторой окружающей среде и способной воспринимать ее воздействия в виде изменения в конъюнктуре рынка и в социальной, политической и экономической обстановке. Этот организм должен непрерывно реагировать как единое целое в соответствии со своей структурой и свойствами на случайные возмущения окружающей среды и свои собственные изменения и неполадки.

Одно время, например, в начале прошлого века, мы в Англии пытались рассматривать этот организм как простую детерминированную систему. Промышленник в то время, по существу, управлял входами предприятия по собственному произволу, ибо в период экономического расцвета капитал имелся в избытке, рабочая сила в ус-

ловых упадка социальной системы была в изобилии, а в сырье в эпоху интенсивного открытия месторождений полезных ископаемых не испытывалось недостатка. В тех условиях можно было заставить «организм», т. е. предприятие, подчиняться категорическим решениям мозга главным образом потому, что всегда имелась возможность увеличения числа рабочих, а сами рабочие не предъявляли особых претензий. Окружающая среда в целом не создавала особых помех, так как это была эра международной экспансии. В наше время современная теория руководства промышленностью считает предприятие или фирму сложной вероятностной системой. Многие методы этой теории, например исследование производственных процессов, организация и методы руководства и т. п., достигли вершины своего развития в исследовании операций, потому что руководство промышленностью — это именно та область, в которой приходится исходить из современных гипотез в отношении систем, которые одновременно являются сложными и вероятностными. Именно на этом этапе развития методов руководства возникают непреодолимые трудности, ибо (в соответствии с нашей приблизительной классификацией систем) предприятие или фирма являются не просто сложными, но очень сложными системами. Если перевести это положение на язык возможностей человеческого разума, то можно сказать, что мы работаем над решением проблем управления, явно не поддающихся невооруженному разуму.

Стаффорд Бир

5.1 Общая характеристика экономической системы

Экономика (экономическая система) — сложная целенаправленная управляемая динамическая система, осуществляющая производство, распределение и потребление материальных благ с целью удовлетворения неограниченных человеческих потребностей.

Экономическая система с точки зрения системного подхода может быть представлена следующим образом (рис. 5.1).

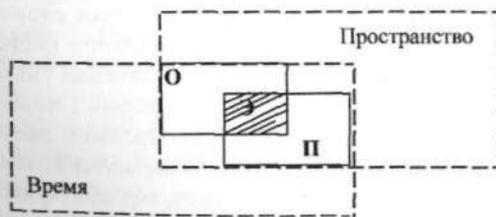


Рисунок 5.1 Экономическая система (Э) и ее среды: общество (О), природа (П), пространство и время

Пространство и время — наиболее общие детерминанты экономической системы, конкретизирующие ее пространственное и временное существование и ограниченность.

Природная среда находится в непрерывном взаимодействии с экономической системой; последняя, в частности, эксплуатирует природные ресурсы: сельскохозяйственные земли, запасы минералов, воды, древесины, — и оказывает воздействие на природу, изменяя ее. Экономика является функциональной подсистемой социальной системы, выполняя требование удовлетворения потребностей общества и используя человеческие ресурсы.

Принцип неограниченности потребностей общества следует понимать так, что ориентация экономики на максимальное удовлетворение человеческих потребностей никогда не достигает идеальной цели — создания полного изобилия в силу действия закона опережающего роста потребностей.

Экономическая система, эффективность функционирования которой характеризуется экономическими показателями: прибылью, рентабельностью, себестоимостью, производительностью и другими, — является **сложной системой**. Изменения, возникающие в одной части системы, вызывают изменения в других ее частях. Так, появление нового продукта в одной из отраслей промышленности приводит не только к изменениям в этой отрасли, но и оказывает преобразующее воздействие на структуру спроса и потребления, что, в свою очередь, определяет новые изменения в производящих отраслях. Экономическая система находится в непрерывном движении: она растет и развивается. Понятие *роста* отражает количественный аспект динамики: увеличение числа элементов, связей, размеров экономической системы. Принцип *развития* связывается с понятием качества, совершенствования системы, возрастанием ее потенциала. Примечательно, что макроэкономическая система наращивает потенциал для скорейшего достижения цели — улучшение качества и уровня жизни населения (развитие) и характеризуется реальными показателями повышения уровня жизни (рост).

Среда экономической системы также является сложной системой и обладает всеми свойствами таковой. При выделении системы исходят из наличия более жестких связей внутри самой сложной системы по сравнению со связями между системой и внешней средой. Система и среда в общем случае характеризуется различными интересами, целями и критериями. *Совокупность факторов внешней среды характеризуется:*

- сложностью — разнообразием факторов, воздействующих на систему;
- силой воздействия факторов, среди которых выделяются более существенные и менее значимые;
- динамичностью — скоростью изменений, происходящих в окружении системы;

- неопределенностью — количеством априорной информации, которой располагает система относительно конкретного фактора.

Исследование экономических систем различного уровня с использованием метода моделирования базируется на предположении о том, что сложная экономическая система обладает набором характеристик, инвариантных относительно целей исследования, среди которых основными являются:

1. **целостность** — все части системы (подсистемы) и элементы подчинены единой цели, стоящей перед всей системой. Цель может быть задана системе извне или сформулирована самой системой. Цель может быть сформулирована на качественном уровне или иметь форму целевых заданий по конкретным количественным экономическим показателям. Формулировка глобальной цели должна быть достаточной, чтобы управляющая система могла осуществить разработку плана ее достижения. Локальные цели подсистемы должны быть совместимы с глобальной целью системы;
2. **эмерджентность** — несводимость свойств системы в целом к свойствам отдельных ее частей;
3. **холизм** — формальный аспект обеспечения целостности системы: цели экономической системы должны быть формализуемы, координируемы и агрегируемы;
4. **пространственная и временная определенность и ограниченность** означает, что для экономической системы, локализованной и функционирующей в реальном времени, можно построить модель или систему моделей, с помощью которых можно решать задачи трех классов: наблюдения, идентификации, прогнозирования; **задача наблюдения** связана с определением настоящего состояния системы $U(t)$ по данным поведения выходных величин в будущем: $\{y(\tau): \tau \geq t\}$; **задача идентификации** требует определения $U(t)$ по данным о поведении выходных величин в прошлом: $\{y(\tau): t \geq \tau\}$; **задача прогнозирования** позволяет определять будущее состояние $u(\delta)$ по данным о текущих и прошлых значениях выхода $\{y(\tau): \tau \leq t; y(t): t \leq \delta\}$;
5. **динамичность** — экономическая система функционирует и развивается во времени, она имеет предысторию и будущее, характеризуется определенным *жизненным циклом*, в котором могут быть выделены определенные целями исследования *фазы*: возникновение, формирование, рост, развитие, стабилизация, деградация, ликвидация или стимул к изменению;
6. **сложность** — экономическая система характеризуется большим числом неоднородных элементов и связей, полифункциональностью, полиструктурностью, многокритериальностью, многовариантностью развития и другими свойствами сложных систем;

7. *относительная автономность функционирования* экономических систем означает, что в результате действия обратной связи каждая из составляющих выходного сигнала $y_i \in Y$ может быть изменена за счет изменения входного сигнала Δx_i , причем другие составляющие $y_j \in Y, j \neq i$, остаются неизменными;
8. *функциональная управляемость* экономической системы означает, что подходящим выбором входного воздействия x можно добиться получения любого выходного сигнала $Y_i \subset Y$:

$$(\forall y \in Y)(\exists x \in X)(x, y) \in S,$$

где $S: X \rightarrow Y$ – функциональная управляемая система;

9. **причинность** экономической системы означает возможность предсказывать последствия некоторых событий в будущем. Иначе, причинно-следственные связи в системе определены тогда, когда причины возникновения некоторого явления идентифицированы, выявлены их последствия и установлена их зависимость. *Причинность во времени* предполагает такое описание эволюции системы, при котором значения выходных величин в любой момент времени t зависят исключительно от предыстории развития системы. С причинностью связаны понятия неупреждаемости системы и предопределенности. В *неупреждающей системе* изменения выходной величины не могут предугадывать, упреждать изменения входного воздействия. *Предопределенность системы* означает, что существуют такт $t \in T$, что для любых $t \geq \tau$ будущая эволюция системы определяется исключительно прошлыми наблюдениями;
10. **неопределенность в функционировании** экономической системы представляет собой множество возмущающих воздействий Ω , которые сказываются на поведении системы и на исходе принятого решения X . Элементы Ω включают как параметрическую, так и структурную неопределенность;
11. **гомеостатичность** системы отражает ее свойство к самосохранению, противодействие разрушающим воздействиям среды; гомеостатичность можно трактовать как способность осуществлять простейшие формы управления: в структурном отношении такая система характеризуется наличием только отрицательных обратных связей, а в функциональном — постоянством цели управления; это система в ее статическом представлении, вне развития; более обширный подход к исследованию адаптивных характеристик системы дает такая характеристика, как устойчивость;
12. **устойчивость** системы зависит от уровня, вида экономического объекта, а также от того, каким образом оценивается степень «инертности» системы. Иными словами, исследуется вопрос о том, насколько

существенно изменяется поведение системы под действием возмущений. Система признается **устойчивой** относительно введенного определения окрестности, если при достаточно малых изменениях условий функционирования экономической системы поведение системы существенно не изменится. В рамках теории систем исследуются структурная устойчивость и устойчивость траектории поведения системы;

13. *инерционность* экономической системы сказывается в возникновении запаздываний в системе, симптоматично реагирующей на возмущающие и управляющие воздействия. Такие запаздывания учитываются, в частности, с помощью моделей *лагов*: *внутренних*, или *лагов принятия решений* относительно стабилизирующих воздействий, и *внешних* — отражающих задержки в реакции системы на соответствующие воздействия;
14. *адаптивность* экономической системы определяется двумя видами адаптации: пассивной и активной адаптацией. *Пассивная адаптация* является внутренне присущей характеристикой экономической системы, которая располагает определенными возможностями саморегулирования (*эффект антисипации*). *Активная адаптация* представляет механизм адаптивного управления экономической системой и организацию его эффективного осуществления.

Описанные характеристики в той или иной мере присущи любой экономической системе: макроэкономической — экономике в целом, крупным секторам экономики, модели которых оперируют синтетическими показателями (общественный продукт, национальный доход, инвестиции и т. п.); — или микроэкономической, изучающей поведение отдельных объектов — предприятий, фирм, потребителей и взаимодействий между ними. Исследование экономических систем любого уровня производится с позиций системного подхода, который является научной и прикладной методологией решения крупных проблем.

5.2 Сущность системного подхода к исследованию экономической системы

Системный подход — понятие, подчеркивающее значение комплексности, широты охвата и четкой организации в исследовании реальных систем, в частности, — экономической природы. Системный подход опирается на диалектический закон взаимосвязи и взаимообусловленности явлений в мире и обществе, определяя необходимость рассмотрения исследуемых явлений и процессов не только как самостоятельной системы, но как подсистемы некоторой большей системы, по отношению к которой данный объект рассматривается как открытая система. Системный подход требует прослеживания всего комплекса внутренних и внешних связей с тем, чтобы выделить все существенные связи и эффекты. Очень важно для системного подхода понимание того, что система — это не простое объединение своих частей. Отсюда и отрицание *элементаризма* — подхода, неверно

ориентирующего на простое «сосуществование» элементов, их механическое соединение. На практике системный подход — это системный охват, системные представления, системная ориентация исследований. Системный охват требует рассмотрения проблемы в различных аспектах с различных позиций. Системное представление достигается построением единой модели, способной замещать реальный объект и давать актуальную информацию о моделируемом объекте. Системная организация исследования означает непрерывное планирование и управление разработкой с помощью методов и средств координации работ. Решение сложных проблем с позиций системного подхода подчинено определенной последовательности действий (рис. 5.2).



Рисунок 5.2 Этапы реализации системного подхода к решению проблемы

Важнейшие *этапы* этого процесса предполагают:

- идентификацию проблемы P ;
- внутренний и внешний анализ проблемы P ;
- идентификацию системы S ;
- синтез модели M ;
- анализ модели M ;
- оптимизацию системы S с помощью модели M в ходе эксперимента Э.

В рамках системного подхода задачи анализа и синтеза взаимосвязаны, они чередуются с заданной регулярностью и характеризуют две стороны единого цикла процесса исследования.

Описанный цикл решения проблемы относится как к количественному, так и к качественному системному подходу. При этом идентификация и имитация реализуются на интуитивном, эвристическом уровне. Основным недостатком качественного подхода является то, что противоинтуитивное поведение, которое проявляется в сложных социально-экономических системах, упускается из виду и не анализируется. Преимущество качественного подхода перед количественным состоит в существенной экономии времени и средств на проведение исследования.

Существует, помимо качественного и количественного, еще один интересный и перспективный подход к исследованию систем, предложенный Л. А. Задэ (Zaden L. A.), базирующийся на *концепции размытых множеств*. **Размытое множество** определяется как класс объектов, не имеющий четкой границы между принадлежащими и не принадлежащими ему объектами.

Определение 5.1: пусть $X = \{x\}$ - заданное множество объектов. Тогда размытое множество A появляется в X как множество распределенных пар:

$$A = \{x, \lambda_A(x)\}, \quad x \in X,$$

где $\lambda_A(x)$ - функция принадлежности x к A :

$$\lambda_A : x \rightarrow z,$$

где z — пространство принадлежности.

Функция принадлежности носит исключительно эвристический характер. Например, она определяется в ходе изучения мнений заинтересованных лиц или организаций.

Данный подход имеет «неявный» характер, по предположению, он позволяет обрабатывать нечеткие высказывания вроде: «влияние фактора λ не слишком сильное, но и не слабое», «операция h не является вполне законной», — с помощью логических операторов.

5.3 Экономическая система как система управления

Экономическая система является сложной системой управления, причем разнообразие структур управления определяется разнообразием экономических систем и процессов, а также разнообразием их характеристик.

С точки зрения внешней среды экономика выступает:

- в роли производственной системы, производящей материальные блага, удовлетворяющие определенную потребность;
- как система целенаправленного преобразования ресурсов;
- как объект приложения живого и общественного труда;
- как преобразователь инвестиций во вновь созданный капитал;
- как информационная система управления процессами функционирования и развития объекта, реализующая функции организации, контроля, анализа, регулирования, координации, планирования и проектирования с помощью соответствующих структур — организационно-хозяйственной и социально-экономической.

Упрощенная схема функционирования экономической системы представлена на рис.5.3.



Рисунок 5.3 Схема взаимосвязей в экономической системе

Выделение в экономической системе производственно-технологического уровня преобразования ресурсов и информационно-управляющих уровней преобразования информации определяют два *типа моделей*: 1) моделей объектов управления и 2) моделей процессов управления. Используемые модели, методы, цели, объекты управления существенно различны и в последующих главах будут рассмотрены обособленно.

5.4 Идентификация экономической системы

Подход, с помощью которого строится процедура идентификации экономической системы, состоит в следующем:

- I. Основные системные понятия вводятся с помощью *формализации*. Это значит, что исходя из результатов проблемного анализа ситуации, формируется интуитивное, эвристическое описание предметной области исследования, определяются цели исследования и на основе размытого словесного описания экономической системы дается *вербальное определение* этого понятия, имеющее минимальную математическую структуру, например, минимум аксиом, допускающих его однозначную интерпретацию.
- II. Опираясь на основные понятия, полученные в результате первоначальной формализации, добавляются новые математические структуры, необходимые для исследования фундаментальных свойств, присутствующих экономической системе и актуальных с позиций целей исследования. Подобная процедура позволяет идентифицировать необходимое множество предположений для описываемых свойств или для условий их выполнения.

Отправной точкой идентификации экономической системы является *диагностический анализ ситуации*.

Первая фаза диагностического анализа — осознание и прояснение симптомов, или проблем—следствий (например, дефицит товара на рынке, низкая прибыль, низкое качество продукции, чрезмерные издержки, высокий уровень безработицы и т. д.). Выявлению симптомов способствуют данные мониторинга соответствующих экономических показателей (формальный, неформальный мониторинг). Динамика симптоматичных показателей определяет главные индикаторы проблемного анализа. *Определение базовых проблем — причин диагностированных симптомов* осуществляется на практике *путем логико-смыслового моделирования*.

Дальнейший анализ предполагает определение ожидаемых последствий и генерирование решений по элиминированию нежелательных симптомов. На этой фазе формируется *вербальное определение экономической системы*, которая по определению является целенаправленной. Вербальное, или лингвистическое определение соответствует предельно общему уровню представлений об экономической системе. Экономическая система представляется в виде некоторого отношения, определенного на множестве объектов. Для такого уровня идентификации пригодна *концепция нечеткого множества*. Фактически в состав системы попадают объекты, имеющие отношение к цели исследования. В такой системе свойства не формализованы. Уточняя свойство целостности, определяется эмерджентность системы, а ее назначение связывается с глобальной целью или с макрофункцией системы. При этом часть объектов первоначальной совокуп-

ности исключается из системы и интерпретируется как источники воздействия на нее со стороны внешней среды. Система формализуется в терминах входов и выходов, как открытая система, взаимодействующая с внешней средой. Такой уровень идентификации отвечает *теоретико-множественному определению абстрактной системы*. Но для экономической системы соответствующие множества имеют конкретный экономический смысл, например: множество ресурсов и множество продуктов.

Назначение системы связывается с ее основной функцией — преобразователя множества входных воздействий в выходные. Начинает проясняться структура системы: для выполнения основной функции система должна осуществлять собственно «производство» (или другую деятельность, связанную с конечным результатом, с «миссией» системы) и выполнять управление этой деятельностью. Формируется функциональная структура обеих подсистем: часть элементов образуют управляющую подсистему, а остальные упорядочиваются в некую производственно-технологическую структуру. Формализуются соответствующие *функционально-структурному уровню идентификации* характеристики экономической системы. Объект управления и управляющая система характеризуются как сложные, со всеми присущими сложным системам характеристиками. Интуитивно понятно, что их поведение не предопределено.

Последующая идентификация требует *учета временного аспекта, случайности, запаздывающих реакций (лагов)*. Все эти свойства учитываются идентификацией на *уровне сложной динамической системы*. Этот уровень предполагает *идентификацию поведенческих аспектов работы системы*. Действительно, экономическая система может справляться со своей функцией, например, с выпуском продукции, но осуществлять это она может по-разному: с различной производительностью, с разными затратами ресурсов, на различном оборудовании, разнообразными технологическими способами.

Для описания новых, присущих системе свойств вводятся соответствующие математические структуры. Параллельно идентифицируется *управляющая система*. Она предстает как *система принятия решений*, как правило, — *иерархическая*: многоуровневой системе решения задач управления соответствует многоуровневая структура организации элементов, вырабатывающих решения.

Идентификация системы, ее уровень, глубина, спектр учитываемых и интерпретируемых свойств производится на основе базы знаний об особенностях и специфике объекта исследования и целей исследования и предвещает проектирование работоспособной модели, включающей существенные черты реальной системы и отвечающей требованиям, предъявляемым к ней исследователем.

Описанная схема процесса идентификации характеризует *дедуктивный теоретический подход* к построению модели экономической системы. Нередко для крайне сложных социально-экономических процессов извест-

на лишь часть взаимосвязей, хотя объясняющие их причинно-следственные закономерности отсутствуют. Можно утверждать, что иногда реальные системы характеризуются «противоинтуитивным» поведением. При *экспериментальном подходе* модель строится методом индукции, исходя из измеренных значений на входе и выходе системы. При этом внутренняя структура исследуемой системы не рассматривается, является «черным ящиком».

На практике обычно используется *комбинированный подход*, сочетающий одновременное применение дедукции и индукции и имеющий итеративный характер (рис.5.4).



Рисунок 5.4 Итеративный процесс комбинированной идентификации

Экспериментальные методы идентификации подразделяются на

- методы прямого измерения;
- методы адаптивного (косвенного) измерения.

В *методах прямого измерения* параметры процесса определяются непосредственно по данным измерения характеристик входа и выхода реальной системы.

В *методах адаптивного измерения* наряду с анализом поведения реальной системы изучается ее модель. Параметры модели и системы сопоставляются и модифицируются так, чтобы они соответствовали реально существующему аналогу.

В последующих главах будут рассмотрены вопросы построения моделей анализа и синтеза экономических систем.

ГЛАВА 6

ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ АНАЛИЗА И СИНТЕЗА МОДЕЛЕЙ ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Если возникает задача руководства, которую можно сузить, иначе говоря, если можно выделить небольшую область деятельности организма для изучения и усовершенствования, то такое частичное исследование все еще будет относиться к классу «сложных» систем, и методы исследования операций в этом случае вполне работоспособны. Подобно тому, как хирург вскрывает изолированный участок человеческого тела, чтобы удалить аппендикс, руководство может разрешить изолированную проблему. Но в чем заключается общая задача руководства? Она сводится к обеспечению условий существования фирмы или предприятия. Частные задачи должны решаться именно с этих позиций. Так, например, руководству может потребоваться научно обоснованное решение относительно закрытия отдельного цеха предприятия или отдела фирмы. Если методами теории операций удастся изолировать этот участок, то можно его исследовать как сложную вероятностную систему. Прежде всего необходимо сформулировать критерий, отвечающий на вопрос, чего стремится достигнуть руководство. Если речь идет о максимизации прибыли, то все обстоит благополучно. Если задача заключается в минимизации рабочей силы, то ученый также в состоянии решить ее. Если требуется максимизировать производительность предприятия или свести к минимуму капиталовложения, то и в этих случаях задача разрешима. По существу, мы перечислили именно те задачи, которые в настоящее время наиболее успешно решаются различными методами исследования операций. При этом, однако, предполагается, что определенная область может быть целесообразно изолирована, подобно тому, как поступает хирург при операции по поводу аппендицита. Но предположим теперь, что хирургу нужно сделать операцию на печени или мозжечке. Если он сделает то, что представляется наиболее рациональным с точки зрения этих органов, не учитывая весь организм в целом, то он может просто решить удалить их.

Могут возразить, что хирургу отлично известно, что он имеет дело с живым организмом. Руководство предприятием также наверняка осознает, что решение проблемы для какой-либо изолированной части предприятия, рассматриваемой в качестве автономной замкнутой системы, может оказаться неверным с точки зрения общего благополучия всего предприятия. Здесь следует со всей решительностью высказать два соображения. Прежде всего, на практике руко-

водство далеко не всегда осознает, когда действительно допускается изолированное рассмотрение отдельного участка производства и когда этого нельзя делать. Любой специалист в области исследования операций, имеющий практический опыт, безусловно, сталкивался с такими случаями, когда перед ним ставили псевдозадачи. Мы называем их «псевдозадачами», ибо решение, безусловно, оптимальное для локальной системы, может оказаться неправильным или даже катастрофическим для всей системы в целом. Во-вторых, гораздо более опасным является случай, когда руководство уже само заранее признает, что задача затрагивает весь организм, или убеждается в этом на опыте. Что же происходит при этом с критерием оптимальности? Общей целью предприятия как единого организма является не только максимизация прибыли. Использование всего арсенала научных средств для максимизации текущей прибыли означало бы, очевидно, принесение в жертву репутации или предприятия, что, в конечном счете, приводит к гибели всего организма.

Стаффорд Бир

6.1 Принципы декомпозиционного анализа экономической системы

Декомпозиционным решением исходной глобальной задачи управления экономической системой является определение решения с помощью системы взаимосвязанных локальных задач. При этом подразумевается, что частные, или локальные задачи являются в определенном смысле менее сложными, чем исходная задача.

Методы декомпозиции, которые позволяют построить систему локальных задач, образуют известную дихотомию: с одной стороны, они являются основой вычислительных алгоритмов при решении задач управления — алгоритмическое направление; с другой — методы декомпозиции служат для выделения моделей комплекса подсистем управления, функциями которых является решение локальных задач, — модельное направление, или декомпозиционное моделирование.

Пусть $X = \{x_i\}_{i=1,n}$ — множество экзогенных переменных, или интенсивностей видов деятельности.

В конкретном случае под видами деятельности понимаются факторы производства, технология, мероприятия, отрасли и т. д.

Интенсивности управляемы, т. е. $x_i \in X_i$, где X_i — множество допустимых значений i -ой переменной, и ограничены, т. е. $x_i \leq \alpha_i$, где α_i — лимит i -го вида деятельности.

$Y = \{y_j\}_{j=1,m}$ — множество эндогенных переменных, или результатов.

Показателями результатов могут быть: выпуск, потребность, спрос, доход, расход и т. д.

$$y_j \geq \beta_j,$$

где β_j — лимит результата.

Функцию, которая описывает связи между эндогенными и экзогенными переменными, назовем **функцией результата**:

$$F : X \rightarrow Y \text{ или } y = F(X). \quad (6.1)$$

Пусть также с результатами связаны значения определенных показателей эффекта. Показателями эффекта могут быть, например: прибыль, экономия времени и др. В отдельных случаях показатели эффекта совпадают с показателями результата (например, доходы).

Функцию, которая описывает связи между результатами и эффектами, назовем **функцией цели, или целевой функцией**:

$$f : X \rightarrow Y \text{ или } c = f(y) = f(F(x)) = f'(x), \quad (6.2)$$

где $f(y)$ - функция цели по результатам,

$f'(x)$ - функция цели по интенсивности, или по плану.

Замечание 6.1: если интенсивности видов деятельности являются планируемыми, они называются **планом**.

Пусть также предикат

$$P\{z, D(x, \alpha)\} \quad (6.3)$$

означает, что « z является решением задачи D », или иначе:

$$z = D(x, \alpha).$$

Описанные функции и переменные X могут быть детерминированными и стохастическими. В первом случае исходная задача управления может быть записана в виде:

$$\left. \begin{array}{l} \text{extr}_x \\ f'(x) \end{array} \right\} F(x) = y \geq \beta, \quad x \leq \alpha, \quad x \in X. \quad (6.4)$$

Замечание 6.2: в задаче (6.4) целевая функция и система ограничений разделены фигурной скобкой.

Эта запись означает: найти такое значение X , при котором функция $f'(x)$ достигает экстремума при ограничении результата параметром β , а

деятельность — лимитом α . Или, используя предикативную форму (6.3), запись (6.4) можно представить в виде:

$$\text{extr}_x C \} P\{C, D(x, \alpha)\}. \quad (6.5)$$

Описание стохастической задачи сложнее и в данной главе не рассматривается.

Декомпозиция исходной системы или глобальной задачи производится путем применения принципов декомпозиции и координации. Первые определяют те свойства исходной системы (или задачи), на основе которых она будет разложена.

Рассмотрим следующие *принципы декомпозиции*:

1. по времени;
2. по видам деятельности;
3. по целям;
4. по результатам (по ресурсам или по ограничениям);
5. по аспектам.

При *декомпозиции по времени* исходная динамическая задача управления разбивается на различные по времени частные задачи, ориентированные на достижение долгосрочных, среднесрочных, краткосрочных целей. В практике планирования этот принцип традиционен.

Долгосрочные цели формируются, как правило, в первую очередь и имеют наибольший горизонт планирования. Затем вырабатываются средне- и краткосрочные цели для обеспечения долгосрочных целей.

Например, долгосрочная цель в отношении производительности системы: увеличить общую производительность на 25 % за 5 лет. Среднесрочная цель: повышение производительности на 10 % за 2 года. Краткосрочные цели планируются на сроки в пределах одного года и устанавливаются в конкретных областях: стоимость товарно-материальных запасов, повышение квалификации работников, модернизация оборудования, повышение эффективности использования производственных мощностей и так далее. Эта группа целей должна обеспечивать долгосрочные, среднесрочные цели, а также быть согласована с другими целями уровня.

Обозначим:

D – глобальная задача управления;

$\{D_i\}$ – множество задач перспективного планирования, $i = \overline{1, I}$;

$\{D_j\}$ – множество задач среднесрочного планирования, $j = \overline{1, J}$;

$\{D_k\}$ – множество задач краткосрочного планирования, $k = \overline{1, K}$;

t_i, t_j, t_k – горизонты планирования.

Тогда:

$$D = \lambda[\mu, \{D_i(t_i)\}],$$

$$D_i = \lambda_i[\mu_j\{D_j(t_j)\}], \quad (6.6)$$

$$D_j = \lambda_j[\mu_k\{D_k(t_k)\}],$$

где μ - отношение связи между задачами уровня i, j, k ;

λ - отношение связи между уровнями.

При разложении исходной системы по объектам и видам деятельности основой декомпозиции служат структурные или функциональные элементы экономического объекта. Такой подход также вполне традиционен в аналитическом исследовании. Структуризация системы при этом зависит от воли исследователя, который руководствуется целями анализа и требуемой степенью детализации.

Пусть S - исходная система, тогда:

$$S = [\mu, \{S_i\}_{i=1, n}], \quad (6.7)$$

где $\{S_i\}$ - множество ее подсистем или элементов,

μ - отношение связи между ними.

В качестве элементов S_i могут выступать предприятия, регионы, отрасли, цеха или технологические процессы и др.

Принцип целевого разложения применяется в случае использования комплексных, интегральных целевых показателей. Исходная задача может быть декомпонирована на локальные таким образом, чтобы аргументом целевой функции каждой частной задачи были один или несколько целевых показателей исходной задачи. Например, если аргументами целевой функции исходной задачи служат потребление и накопление, то можно составить две частные задачи — задачи максимизации потребления и накопления.

Целевая функция F исходной задачи может быть представлена алгебраическим выражением:

$$F = [R, \{F_i\}_{i=1, n}],$$

где R - алгебраическая операция,

$\{F_i\}$ - целевые функции локальных задач.

Декомпозиция по результатам или ограничениям производится следующим образом. Исходная задача содержит систему ограничений на результаты, а также на значения экзогенных переменных. Следовательно, можно составить частные задачи, в которых присутствует только часть ограничений.

Поаспектная декомпозиция делится на два класса:

- проблемная;

- формальная.

Так, комплексную в проблемном отношении систему можно разложить *по проблемам*. Например, комплекс факторов внешней среды организации можно разделить на семь областей: экономика, политика, рынок, социум, технология, конкуренция, международное положение.

Формальная декомпозиция системы может быть проиллюстрирована следующим образом. По формальным свойствам адекватная модель экономического объекта является стохастической, нелинейной, непрерывной, некоторые аргументы которой принимают только дискретные значения и т. д. Для решения задач управления такой системой можно составить систему из формально более простых задач, каждая из которых предназначена для изучения объекта в определенном аспекте. Например, одна задача нелинейная, но детерминирована, вторая — стохастическая, но линейная и непрерывная, третья — дискретна, но линейна и детерминирована.

Для создания декомпозиционного метода можно комбинировать несколько принципов разложения. Например, применить последовательно разложение по времени и по аспектам. В этом смысле можно говорить о *принципах комбинированной декомпозиции*.

Следует различать два основных способа использования перечисленных принципов:

- *дизъюнктивный* тип декомпозиции (подсистемы не пересекаются, а локальные задачи не имеют общих переменных);
- *конъюнктивный* тип декомпозиции (подсистемы пересекаются, а локальные задачи содержат общие показатели).

Именно последний тип декомпозиции более сложен и более продуктивен при исследовании сложных аналитических проблем. Он не имеет общей формальной схемы реализации, но способен дать новые результаты в каждом конкретном случае, например, когда речь идет о согласовании конкретных целей (региональных и отраслевых, конкурентных и т. д.).

Для того чтобы разложенные части глобальной задачи, представленные комплексом локальных задач, были связаны в единую систему, эквивалентную исходной, используются *принципы координации*.

В данном случае мы рассматриваем задачи управления в виде (6.4), то есть они имеют две основные компоненты: целевую функцию и систему ограничений. Таким образом, взаимосвязь частных задач может быть обеспечена путем введения координирующих параметров в целевые функции частных задач и/или в их ограничения.

При таком подходе говорят о двух основных принципах координации:

1. стимулирования (координация локальных задач производится при помощи связующих сигналов, которые входят в целевую функцию частной задачи):

- принципы цен. Если целевая функция по существу выступает как стоимостная, то цены в составе этой функции в определенном

смысле «стимулируют» решение локальной задачи. Очевидно, что принцип цен может быть реализован в виде:

- цены результата, которая координирует результаты (например, выпуск продукции);
 - цены деятельности, которую устанавливают применительно к показателям интенсивности деятельности;
 - принципы штрафов стимулируют уменьшение нежелательных отклонений переменных и результатов от координирующих параметров. Соответственно, различаются:
 - штрафы за деятельность;
 - штрафы за результаты;
 - принципы целевой консультации (ситуационная корректировка цен, уже имеющих в целевой функции глобальной задачи);
- II. лимитирования (координирующие параметры содержатся в системе ограничений локальной задачи):
- лимитирование результатов: воздействие на локальные задачи с помощью ограничения результатов (например, лимитирование резервов) в системе ограничений задачи;
 - лимитирование деятельности (прямое ограничение переменных интенсивностей в частных задачах);
 - лимитирующие консультации (корректировка параметров функций в системе ограничений).

Перечисленные принципы координации применяются или отдельно (**уникоординация**), или комбинированно (**мультикоординация**). В прикладном аспекте наибольший интерес представляет сочетание различных принципов координации.

Исходная глобальная задача и применяемые к ней принципы декомпозиции, а также принципы координации определяют метод декомпозиции или систему локальных задач.

Построение метода на этой основе требует описания алгоритмов корректировки координирующих параметров.

Каждый *метод декомпозиции имеет ряд свойств*. Прежде всего, сюда относятся сходимость метода к решению исходной задачи и необходимые для этого предпосылки. Существенны также скорость сходимости, монотонность сходимости и т. д.

Одним из принципов декомпозиционного анализа является *принцип моделирования*. Он заключается в использовании систем локальных задач или методов декомпозиции в качестве так называемых *моделей решающих систем*. Решающая система — более общее понятие, чем система локальных задач. Поэтому для ее моделирования особенно подходят более общие методы, обладающие комбинированными связями разных направлений, а также иерархическими и обратно иерархическими структурами.

В моделировании решающей системы используются такие основные понятия, как число уровней и направление связей.

Для определения уровней *локальные задачи подразделяем на:*

- *задачи управления* (выработки управляющих воздействий или планирования) содержат независимые переменные исходной глобальной задачи;
- *задачи координации* не содержат независимые переменные исходной глобальной задачи.

Предполагается, что координирующая задача в сравнении с управляющими находится на более высоком уровне, а управляющие — на каком-либо одном уровне. Связи между локальными задачами разных уровней называются **вертикальными**, а между локальными задачами одного уровня — **горизонтальными**.

Системы, где координирующая задача отсутствует, содержат только горизонтальные связи, являются одноуровневыми и называются **децентрализованными**.

Системы, содержащие несколько уровней, могут быть **моно-** или **полицентрическими**. В первом случае каждую локальную задачу координирует только одна координирующая задача, а во втором случае — их несколько.

Многоуровневые системы могут быть **иерархическими** или **пирамидальными**. В пирамидальных системах имеются только вертикальные связи, они называются **централизованно координированными системами**. В иерархических системах есть как вертикальные, так и горизонтальные связи; они называются **системами с централизованно-децентрализованной координацией**.

Полицентрические системы делятся на типы в зависимости от того, находятся ли на низшем уровне одна или несколько частных задач, имеются ли только вертикальные или горизонтальные связи. Существуют понятия **обратной иерархии** и **обратной пирамиды**. Последние структуры складываются тогда, когда на низшем уровне имеется только одна частная задача.

6.2 Координация в иерархических системах управления

Иерархические системы управления (ИСУ) – это системы произвольной природы (экономические, технические, социальные, биологические) и назначения, имеющие многоуровневую структуру в организационном, функциональном или каким-либо ином плане.

Всем иерархическим системам присущи следующие *особенности*:

- вертикальная декомпозиция или многоуровневая иерархия;
- приоритет действий верхнего уровня, или подчиненность (отношение субординации) действий нижних уровней решениям, принимаемым на верхнем уровне;
- зависимость решений, принимаемых на верхних уровнях иерархии, от результатов, полученных на нижних уровнях, т. е. наличие *обратных связей* в ИСУ (рис. 6.1).

Широкое распространение ИСУ и их универсальный характер обусловлены рядом *преимуществ*, которыми они обладают по сравнению с другими системами управления:

- свобода локальных действий в пределах, обусловленных вмешательством верхнего уровня;
- возможность согласования локальных и глобальных критериев оптимальности уровней ИСУ в соответствии с целью, поставленной перед всей системой;
- преимущества обобщения, сжатия, агрегирования информации, поступающей в ИСУ «снизу вверх», и — конкретизации, детализации информации, передаваемой «сверху вниз»;
- высокая надежность системы управления, ее гибкость и адаптивность к изменяющейся ситуации;
- универсальный характер и, зачастую, — экономичность.



Рисунок 6.1 Иерархическая структура системы управления экономикой

Основные разделы теории ИСУ: структурный анализ и синтез ИСУ; проблема координации ИСУ; оптимизация функционирования ИСУ.

Задачи структурного анализа и синтеза ИСУ весьма разнообразны, представление сложной системы в виде ИСУ зависит от принципа детализации: он определяет структуризацию системы по уровням. Различают три основные *концепции построения иерархической структуры «по вертикали»*:

1. декомпозиция системы по аспектам деятельности называется **стратификацией** сложной системы, а сами уровни называются **стратами**. Так, например, регион как сложная система, может быть представлен

следующими уровнями, или стратами: политической, экономической, социальной, природно-климатической, экологической, др.;

- расчленение системы по организационному признаку позволяет строить *многозвенные структуры управления*, отражая необходимую субординацию между подсистемами, что является плодотворным при построении системы управления различными производствами, фирмами и др.;
- подразделение сложной проблемы на частные задачи позволяет представить процесс решения в виде *многослойной иерархии*.

В ходе структуризации каждый из уровней можно подразделить еще на ряд подсистем уже по другому признаку. В качестве такового можно использовать функциональный подход или избранный принцип управления: с отрицательной обратной связью, с адаптацией, с обучением и др.

На рис. 6.2 изображена схема декомпозиции ИСУ по различным признакам, выбор которых определяется целями исследования.

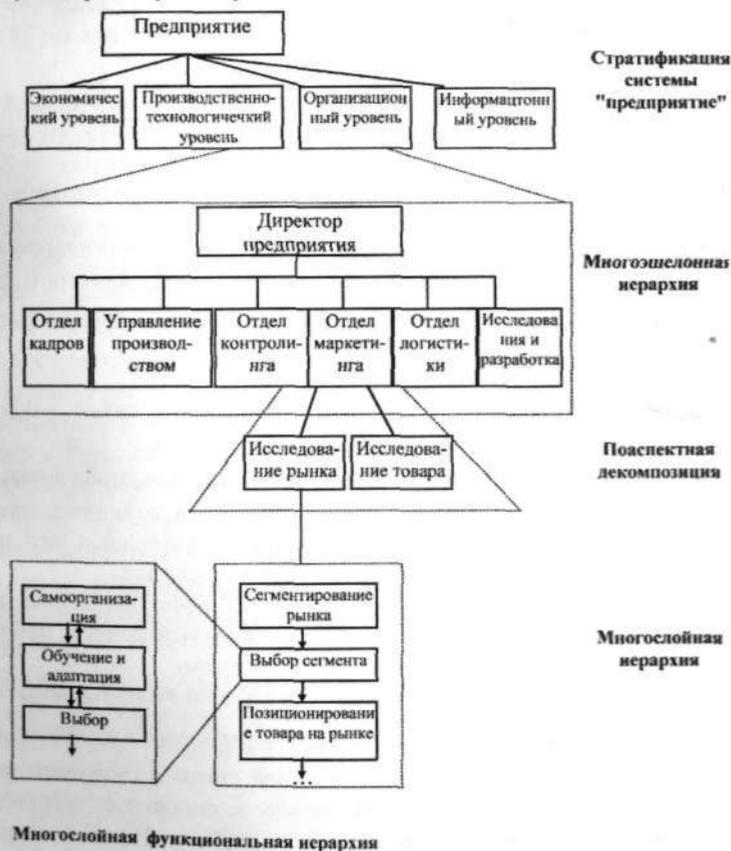


Рисунок 6.2 Декомпозиция ИСУ по различным признакам

Основными задачами, возникающими при исследовании ИСУ, являются задачи анализа и синтеза иерархических систем.

Рассмотрим некоторые предпосылки формального подхода к постановке задания исследования.

ИСУ любой степени сложности может быть представлена как совокупность взаимосвязанных модулей, в качестве которых выступают двухуровневые ИСУ — простейшие подсистемы, имеющие все характерные особенности ИСУ (рис. 6.3).

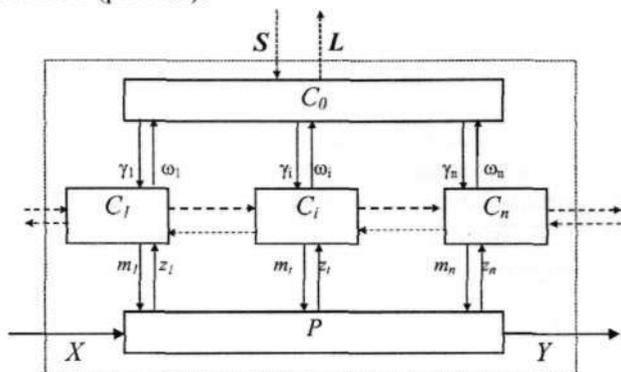


Рисунок 6.3 Двухуровневая иерархическая система управления

Двухуровневая ИСУ образована $(n + 2)$ основными подсистемами:

1. вышестоящей управляющей подсистемой, или координатором C_0 , генерирующим координирующие сигналы $\gamma_i (i = \overline{1, n})$, адресованные n нижестоящим управляющим подсистемам $C_i (i = \overline{1, n})$, которые вырабатывают сигналы обратной связи $\omega_i (i = \overline{1, n})$, поступающие на вход координатора, а также управляющие воздействия m_i , предназначенные для управления;
2. процессом P , связь которого с внешней средой осуществляется посредством входа X и выхода Y , а обмен информацией о результатах деятельности происходит по каналам обратной связи z_i .

Взаимодействия между подсистемами ИСУ носят динамический характер, изменяются во времени и образуют замкнутый контур, причем по определению верхний уровень обладает приоритетом.

При этом вышестоящий элемент C_0 до принятия управленческих решений подсистемами $C_i (i = \overline{1, n})$ реализует директивную функцию: на основе прогнозирования состояния окружающей среды и будущего поведения системы управления (сокращение неопределенности ситуации) устанавливает функцию качества управления, определяет форму взаимосвязи элементов $C_i (i = \overline{1, n})$ или способ координации (выбор алгоритмов и правил)

и выбирает координационные переменные $\gamma_i (i = \overline{1, n}) \in \Gamma$, а после выработки и реализации управляющих воздействий $m_i (i = \overline{1, n})$ и получения информации о результатах по каналам $\omega_i (i = \overline{1, n})$ корректирует, регулирует деятельность подсистем управления, реализуя *побудительную функцию*, чтобы достичь цели системы наилучшим образом.

Такие представления о правилах функционирования системы, используя терминологию теории множеств, в общем виде можно записать:

$$\left. \begin{aligned} f_0: S &\rightarrow \Gamma - \text{ директивная функция } C_0, \\ f'_0: \Omega &\rightarrow \Gamma - \text{ побудительная функция } C_0, \\ f_i: \gamma_i \times z_i &\rightarrow m_i - \text{ функция управления } C_i, \\ f'_i: \gamma_i \times z_i \times m_i &\rightarrow \omega_i - \text{ функция оценки результата,} \\ f_p: X \times M &\rightarrow Y - \text{ функция производства } P, \\ f'_p: X \times M \times Y &\rightarrow Z - \text{ отчетная информация объекта } P. \end{aligned} \right\} (6.9)$$

Выражения (6.9) иллюстрируют принципы построения соответствующих зависимостей, конкретный вид которых определяется спецификой реальной системы.

Задача выбора способа координации элементом C_0 сводится к отысканию таких правил, которые определяют значения воздействий множества μ и, в частности, устанавливают целесообразный способ согласования действий между подсистемами одного уровня $C_i (i = \overline{1, n})$. Можно предложить несколько *принципов*, пригодных для указанных целей:

1. координация путем *«прогнозирования взаимодействий»*: вышестоящий элемент прогнозирует состояние внешней среды и, в соответствии с ним, определяет связующие сигналы для подсистем нижнего уровня, которые действуют уже в условиях определенности;
2. координация путем *«оценки взаимодействий»*: элемент C_0 задает диапазон изменений связующих сигналов для элементов $C_i (i = \overline{1, n})$;
3. *«развязывание взаимодействий»*: управляющие подсистемы действуют относительно автономно, самостоятельно выбирая связующие сигналы;
4. координатор осуществляет свое право путем *«наделения ответственностью»*, определяя зависимость между действиями (результатами) управляющих подсистем и откликами (санкциями, поощрениями) координатора;
5. координация с помощью *«создания коалиций»*, когда вышестоящий элемент определяет тип связей между группами элементов нижнего уровня.

На рис 6.4 представлена двухуровневая система с двумя подсистемами на первом уровне, с помощью которой можно наглядно продемонстрировать сущность способов координации. Первый уровень (подсистемы C_1 и C_2) управляет объектами P_1 и P_2 с помощью воздействий m_1 и m_2 . Координатор C_0 управляет регуляторами C_1 и C_2 , подавая на их входы координирующие сигналы γ_1 и γ_2 , от которых зависят значения m_1 и m_2 : $m_1(\gamma_1)$ и $m_2(\gamma_2)$. Или в общем случае: $m_1(\gamma)$ и $m_2(\gamma)$, где $\gamma = (\gamma_1, \gamma_2)$. Иначе, m_1 и m_2 могут зависеть одновременно от γ_1 и от γ_2 .

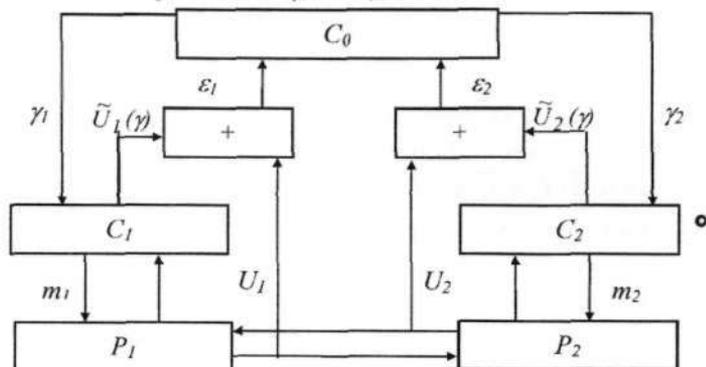


Рисунок 6.4 Двухуровневая система координации

Система называется **координируемой**, если найдены такие значения $\tilde{\gamma}$, что $m_1(\tilde{\gamma})$ и $m_2(\tilde{\gamma})$ удовлетворяют общей цели, стоящей перед системой. Значения управляющих воздействий m_1 и m_2 , удовлетворяющие условию координируемости, обозначим через $\tilde{m}_1(\gamma)$ и $\tilde{m}_2(\gamma)$. Величины U_1 и U_2 характеризуют перекрестные взаимодействия между управляемыми объектами P_1 и P_2 . Текущие значения этих величин U_1 и U_2 передаются к координатору C_0 и путем сопоставления их со значениями $\tilde{U}_1(\gamma)$ и $\tilde{U}_2(\gamma)$, удовлетворяющими условиям координируемости системы, определяют ошибки рассогласования:

$$\varepsilon_1 = U_1 - \tilde{U}_1 \text{ и } \varepsilon_2 = U_2 - \tilde{U}_2,$$

и используют их для построения алгоритма функционирования координатора.

Стратегия координатора, при которой значения управляющих воздействий $\tilde{m}_1(\gamma)$ и $\tilde{m}_2(\gamma)$ удовлетворяют общей цели системы, когда:

$$U_1(\gamma) = \tilde{U}_1(\gamma) \text{ и } U_2(\gamma) = \tilde{U}_2(\gamma), \quad (6.10)$$

то есть достигается баланс взаимодействий, называется *принципом «прогнозирования взаимодействий»*, а если соотношения (6.10) заменяются на

$$U_1(\gamma) \in U_1^T \text{ и } U_2(\gamma) \in U_2^T, \quad (6.11)$$

где U_1^T и U_2^T - допустимые диапазоны изменения связующих сигналов U_1 и U_2 , то принцип координации называется «оценкой взаимодействий».

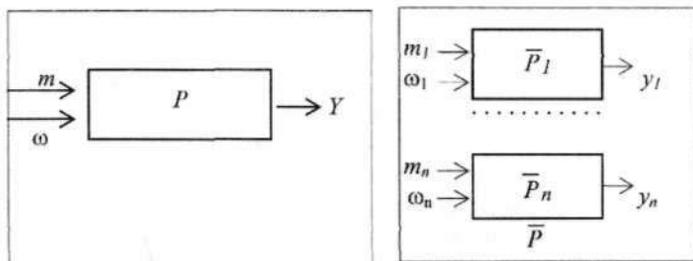
Выбор того или иного способа координации производится на основе сопоставления результатов теоретических расчетов, моделирования и эвристических соображений. При исследовании ИСУ, имеющих более двух уровней, при переходе от уровня к уровню характер задач и их алгоритмизация меняется и сопровождается усложнением: все меньше автоматизма и все больше эвристики, учитывающей мотивационные аспекты управления.

Следующее уточнение касается выбора способа формализации связующих сигналов. Для этого рассмотрим декомпозицию отдельных подсистем двухуровневой ИСУ, представленной на рис.6.3. В соответствии с этой схемой, собственно управление процессом P осуществляется подсистемами C_1, C_2, \dots, C_n с помощью управляющих воздействий m_1, m_2, \dots, m_n , воздействующих на различные аспекты деятельности P . Логично предположить необходимость декомпозиции процесса P на некоторые взаимосвязанные подпроцессы P_1, P_2, \dots, P_n (по числу аспектов) такой, что результат работы новой, декомпонированной системы будет обеспечивать достижения цели управления, а сущность механизма управления и координации станет более ясной и простой. Суть процесса декомпозиции представлена с помощью схем на рис.6.5. Все обозначения соответствуют представленным ранее.

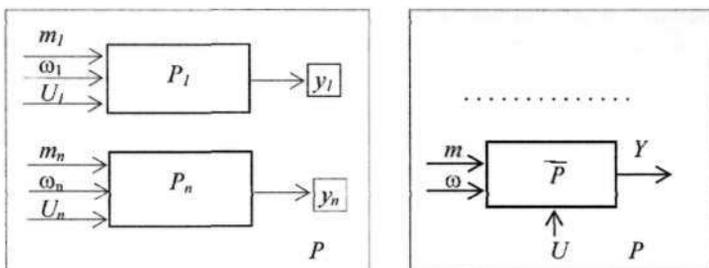
По предположению, процесс P подвергается декомпозиции по аспектам и может быть представлен совокупностью подпроцессов P_1, P_2, \dots, P_n . При этом предполагается, что не только множество управлений M , но и множество входов X и выходов Y декомпозируется так, что каждому из подпроцессов приписывается определенное входное воздействие ω_i и выход y_i , такие, что $m_i \in M, \omega_i \in \Omega, y_i \in Y$. В результате мы получаем совокупность автономных подпроцессов \bar{P} (рис.6.5, б), которое отличается от P тем, что подпроцессы не связаны между собой. Для того чтобы получить совокупность взаимосвязанных подпроцессов (рис.6.5, в), предположим, что на вход каждого из $P_i (i = \overline{1, n})$ поступает связующий сигнал $U_i (i = \overline{1, n})$, обеспечивающий координированное, согласованное функционирование подпроцессов. Взаимосвязь понятий P и \bar{P} схематично представлено на фрагменте г) рис.6.5.

Выработка связующих сигналов между подпроцессами, с точки зрения сущности их деятельности, может производиться на основе: известных управляющих воздействий и результатов (рис.6.5, д), или на основе управляющих воздействий и ситуации, определенной входами извне (рис.6.5, ж), или же на основе управления, ориентации на результат и учета ситуации вместе (рис.6.5, е). Эти концептуальные соображения могут быть положе-

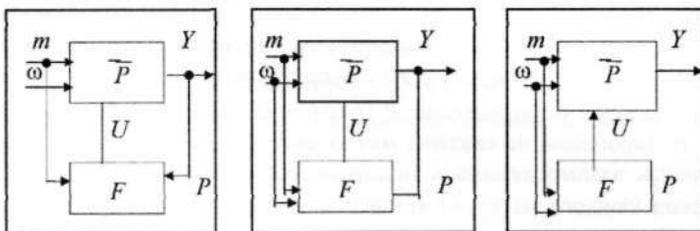
ны в основу определения функции взаимосвязи подпроцессов F в конкретном случае исследования реальной ИСУ.



а) исходный управляемый процесс б) процесс \bar{P} , полученный путем декомпозиции P на подпроцессы P_1, P_2, \dots, P_n



в) процесс P с введением связующих u_i сигналов г) взаимосвязь процессов P и \bar{P}



д), е), ж) различные способы определения связующих сигналов
Рисунок 6.5 Декомпозиция процесса P на подпроцессы

Формальное описание процесса дается следующими соотношениями:

$$P: M \times \Omega \rightarrow Y, \quad (6.12)$$

$$\bar{P}_i: m_i \times \omega_i \rightarrow y_i \quad (6.13)$$

$$\bar{P} = \{\bar{P}_i\} \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (6.14)$$

$$P = \{\bar{P}, U\}, \quad (6.15)$$

$$P_i: m_i \times \omega_i \times U_i \rightarrow y_i, \quad (6.16)$$

$$F: M \times Y \rightarrow U \text{ или } u = F(m, y) \quad (6.17)$$

$$F: M \times \Omega \rightarrow U \text{ или} \quad (6.18)$$

$$F: M \times Y \times \Omega \rightarrow U. \quad (6.19)$$

Декомпозиция управляющих подсистем осуществляется аналогично, однако полезно рассматривать процедуру координации во взаимосвязи с решаемыми в ИСУ задачами.

В общем случае в ИСУ решаются задачи трех типов: глобальная, стоящая перед всей системой задача D ; задача, решаемая координатором C_0 , — задача D_0 ; задачи управления, решаемые нижестоящими подсистемами C_i , которые фигурируют в описании как задачи $D_i (i = 1, 2, \dots, n)$. Отметим, что в общем случае задачи D и D_0 не совпадают. Можно предположить, например, что глобальная задача, конкретизируемая целями функционирования системы или внешними требованиями к ней со стороны внешней среды (канал S на рис.6.3), связана с выходом Y , т. е. предикат (6.20) является истинным, когда $D(S)$ — глобальная задача, а Y — ее решение.

$$P\{Y, D(S)\}. \quad (6.20)$$

Пусть D_0 — задача вышестоящего элемента, состоящая в выработке координирующих воздействий γ . Цель вышестоящего элемента как отражение его интересов может быть, например, связана уже не с функцией результата, а с функцией эффективности, и координирующие воздействия могут быть направлены на достижение цели, диссонирующей с требованиями внешней среды, что вызывает в таком случае необходимость координации, или согласования. Очевидно, можно сформулировать:

$$P\{\gamma, D_0(S, \Omega)\}. \quad (6.21)$$

И аналогично:

$$P\{m_i, D_i(\gamma_i, z_i, u_i)\}, \quad (6.22)$$

где D_i — задача i -й управляющей подсистемы C_i , конкретизированная координирующим сигналом γ_i , сигналами от управляющего объекта z_i и

сигналами от подсистем этого же уровня u_j ; m_j – решение задачи D_j , или управляющий сигнал.

Совместное рассмотрение всех трех типов задач дает возможность определить понятие координируемости в ИСУ.

Поскольку решение глобальной задачи связывается с функцией результата, который, в свою очередь, обеспечивается выбором управляющих воздействий из множества M , то решения локальных задач управления должны быть согласованы с решением глобальной задачи — **координируемость 1**, или **координируемость первого рода**. Иначе:

$$\bigvee_{i=1,n} \exists_{m_i \in M} \{m_i, D_i\} \rightarrow \{Y, D\}. \quad (6.23)$$

Обеспечение совместного согласованного управления подсистемами одного уровня производится на основе координации с помощью сигналов γ , вырабатываемых координатором C_0 , то есть решения задач управления должны быть координированы относительно задачи координатора — **координируемость 2**:

$$\exists_{\gamma \in \Gamma} \{\gamma, D_0\} \rightarrow \bigvee_{i=1,n} \{m_i, D_i(\gamma)\}. \quad (6.24)$$

В свою очередь, задача координатора должна быть скоординирована относительно глобальной задачи — **координируемость 3**:

$$\exists_{\gamma \in \Gamma} \{\gamma, D_0\} \rightarrow \{Y, D\}. \quad (6.25)$$

Тогда понятие **координируемости ИСУ** предполагает совместимость всех задач, или существование в допустимых множествах Γ и M таких элементов $\gamma \in \Gamma$ и $m \in M$, что:

$$\bigvee_{i=1,n} \exists_{m_i} \exists_{\gamma} \{m_i, D_i\} \wedge \{\gamma, D_0\} \rightarrow \{Y, D\}. \quad (6.26)$$

Условие **полной координированности ИСУ** выражает предложение:

$$\bigvee_{i=1,n} \bigvee_{m_i} \bigvee_{\gamma} \{m_i, D_i\} \wedge \{\gamma, D_0\} \rightarrow \{Y, D\}. \quad (6.27)$$

которое называется **постулатом совместности задач в ИСУ**.

Основной причиной возникновения конфликтов в ИСУ является нескоординированность во взаимодействии подсистем. *Задача координатора* — установление таких правил взаимодействия, которые приводят к желаемому результату: выполнению глобальной задачи с максимальной выгодой для

подсистем различного уровня, и в этом отношении имеет смысл говорить о проблеме оптимизации в ИСУ. Принципы координации позволяют постулировать условия взаимодействия подсистем и опосредованно оказывают влияние на эффективность функционирования ИСУ. Критерием применимости конкретного принципа координации служит постулат совместимости.

Таким образом, задачи синтеза ИСУ, которые ставятся в процессе проектирования таких систем, могут касаться различных аспектов проблемы:

1. *синтез координатора*: даны глобальная задача и задачи управления, решаемые подсистемами нижнего уровня. Необходимо найти такую задачу D_0 , решаемую на уровне координирующего элемента C_0 , чтобы система была координируема.
2. *синтез задач управления*: известна глобальная задача, и координатор делегирует полномочия по управлению процессом подсистемам нижнего уровня, состав задач которых, структуру и характер взаимодействия определяет координатор так, чтобы выполнялся постулат совместимости задач.
3. *синтез задачного комплекса*: в соответствии с глобальной задачей формулируются задачи D_0 и $D_i (i = 1, 2, \dots, n)$, решение которых должно удовлетворять постулату совместимости.
6. *синтез структуры ИСУ*: в соответствии с известным задачным комплексом определяется необходимое число уровней иерархии и количество элементов каждого уровня.
5. *синтез методов, или процедур координации*: двухуровневая ИСУ определена, задачи в ней координируемы. Необходимо найти эффективный метод получения координирующих сигналов, которые позволяли бы перейти от частичной к полной координированности задач.
6. *синтез процедур управления*: аналогично пункту 5 определяется модификация задач управления, решаемых на нижнем уровне управления, такая, чтобы эти модифицированные задачи удовлетворяли постулату совместимости.
7. *синтез производственной системы*: осуществляется проектирование объекта, отвечающего потребностям внешней среды.

Предпосылки формализации задачи синтеза в той или иной модификации будут приведены в разделе III настоящей работы.

6.3 Методы декомпозиционного анализа

Разработанные до настоящего времени методы декомпозиции ориентированы в основном на детерминированные задачи и применяют дизъюнктивную декомпозицию по деятельности и единицам. Притом исходные задачи выбираются аддитивно сепарабельными по деятельности. Для координации в основном применяют стимулирование с помощью цен результата или лимитирование при помощи лимитирования результатов.

Замечание: у математической функции различают три уровня сепарабельности, которые в понижающемся порядке таковы:

- 1) аддитивно сепарабельная функция: $f_1 = \sum f_j(x_j)$;
- 2) мультипликативно сепарабельная функция: $f_2 = \prod f_j(x_j)$;
- 3) несепарабельная функция: $f_3 = f(x)$.

При этом логарифм мультипликативно сепарабельной функции аддитивно сепарабелен: $\log f_2 = \sum \log f_j(x_j)$. Таким образом, сепарабельность можно формально повысить за счет усложнения функции.

Декомпозиция по деятельности и единицам и координация с помощью цен результата в терминах классической математики (дифференциального исчисления) эпизодически разрабатывались еще в начале текущего столетия (А. Маршалл, А. Пигу). Но только те методы декомпозиции, которые базируются на двойственной теории оптимизации, дают принципам координации с помощью цен (классическая доктрина равновесных цен) математически последовательное объяснение и алгоритмы для вычисления этих цен. Математическая основа существует еще с XVIII века в виде метода неопределенных множителей Ж. Лагранжа. В трудах Л. В. Канторовича по линейному программированию (1939 г.) аналогами неопределенных множителей Лагранжа служат разрешающие множители, или объективно обусловленные оценки.

Математическое содержание метода стимулирования с помощью цен результата состоит в следующем. От задачи с глобальными ограничительными условиями между единицами переходят к эквивалентной функции Лагранжа, в которой неопределенный множитель имеет содержание цены. Далее для анализа функции Лагранжа используются понятия седловой точки или двойственной функции.

Экономическое толкование этого класса методов представляет собой классическую теорию конкурентных равновесных цен. Задача координирующего центра (рынка) состоит в том, чтобы корректировать цены по соотношению между предложением и спросом единиц. Поскольку балансовое соответствие предложения и спроса определяется градиентом целевой функции центра, то корректировка цен в основном происходит на этой основе.

Применимость этого класса методов ограничивается тем, что исходная задача должна быть аддитивно сепарабельна и иметь строгую вогнутость; другими словами, частные планирующие задачи здесь на каждом шаге должны иметь единственные решения. Последнее утверждение не распространяется на методы с нелинейными ценами. Метод Данцига — Вульфа обходит это препятствие с помощью того, что на последнем шаге координирующая задача вместо стимулирования применяет лимитирование деятельности в самой строгой форме (диктат).

Другой, больший класс методов, который применяется при декомпозиции по деятельности и единицам с помощью лимитирования результа-

тов, начал развиваться несколько позже. Идея исходит от Я. Корнаи и Т. Липтака (1961 г.). Позднее ее разработал В. А. Волконский (1973 г.), развили К. А. Багриновский (1968 г.), Дж. Сильверман (1972 г.) и другие.

Математическая идея лимитирования состоит в том, что ограничения исходной задачи распределяются по деятельности или по единицам, которые в этих пределах определяют локальные оптимумы. Координация используется для нахождения распределения ограничений, позволяющего достигнуть глобального оптимума. Индикативной информацией могут здесь служить двойственные решения частных задач планирования. Об *экономическом содержании* изложенного метода следует сказать, что решения двойственных задач описывают предельные эффективности выделенных ресурсов и обязательств. На этой основе ресурсы и обязательства перераспределяются до тех пор, пока эффективности не станут одинаковыми.

Метод может использоваться как при линейных, так и при нелинейных аддитивно сепарабельных задачах. *Преимущество* этого метода в том, что в ходе решения приближенные планы являются допустимыми. Его *недостаток* — это сложность координации, связанная с трудностями обеспечения непротиворечивости частных задач.

Некоторые комбинированные классы методов представляются также экономически эффективными.

Дизъюнктивная композиция по времени и координация с помощью цен результата может рассматриваться как самостоятельный класс математических методов, в котором вместо функции Лагранжа применяется функция Гамильтона, т. е. это подход является версией принципа максимума Понтрягина. Разработки этого подхода были опубликованы В. Е. Дементьевым.

Первая работа о *конъюнктивной декомпозиции по результатам* (ограничениям) и *координации с помощью штрафов деятельности* была опубликована в 1966 г. Дж. Лионсом и Р. Темамом, и далее этот подход был развит Ж. Сеа. Данный класс методов называется **методом совмещения планов**. По основной идее этих методов вся система частных задач состоит из планирующих задач. В каждой частной задаче в ходе итерации определяется весь план исходной задачи с учетом:

- целевой функции исходной задачи;
- части ограничений исходной задачи;
- значений плана остальных задач на предыдущем шаге (с целью уменьшения различия между локальными планами). Метод работает для широкого класса задач, в том числе несепарабельных.

Дизъюнктивную декомпозицию по деятельности и единицам и комбинированную координацию, как уже указывалось, впервые применили Дж. Данциг и П. Вульф в 1960 г. Их идея такова: в ходе решения координация происходит с помощью цен результата, и на последнем шаге итерации применяется диктование.

А. Чарнесом, Р. Кловвером и К. Кортанеком был рассмотрен *подход комбинирования цен результата и лимитов результата*. Позднее этот подход исследовал Ю. Эннусте. Ф. Мартинес-Солер изучал применение цены деятельности и лимита результата, а Б. Т. Поляк и Н. В. Третьяков предложили сочетание цены результата и штрафа за результат. Принцип цены результата и штрафа за деятельность был использован Л. М. Дудкиным. Следует отметить, что по сравнению с уникаординацией при комбинированных методах координации существенно растет объем последней, но полученные результаты позволяют предполагать, что основанные на этом методы являются более общими и лучше сходятся. С точки зрения экономической науки вариант комбинации цен результата и лимитов результата кажется наиболее содержательным, так как сочетает гибкость координации посредством цен и стабильность, достигаемую лимитированием.

Параллельное применение стимулирования и лимитирования в экономических системах очень распространено, причем лимитирование не только обеспечивает большую стабильность, но и позволяет также корректировать недостатки стимулирования. Таким образом, дальнейшее развитие этого метода представляет большой интерес: он может стать как методом решения, так и средством моделирования и анализа функционирования экономических процессов.

В области разработки *методов декомпозиции стохастических задач* существуют лишь некоторые частные подходы (Д. Б. Юдин, Ю. Эннусте). Однако эти задачи представляют особый интерес для экономических исследований, так как экономические задачи являются по существу стохастическими, и анализ процессов координации представляется здесь особенно плодотворным. Общие трактовки в этом направлении предлагаются теорией экономического равновесия в условиях неопределенности. Однако работы по экономическому равновесию не содержат идеи иерархической координации.

В области синтеза систем на основе методов декомпозиции развивается преимущественно формализованная теория механизма управления экономикой. В качестве математического аппарата в основном используется теорема Х. Куна и А. Таккера о седловой точке, а также связи последней с задачами на оптимум. Это же направление продолжали работы О. Ланге, М. Месаровича, Я. Корнаи, Н. П. Федоренко, А. Г. Аганбегяна, К. А. Багриновского, А. Г. Гранберга, В. И. Данилова-Данильяна, М. Г. Завельского и других.

Указанные авторы в своих исследованиях старались исходить из возможно более общих экономических условий и описывать строгие модели экономических систем на базе декомпозиционных методов. Но зачастую для строгости им приходилось жертвовать общностью трактовки, а поэтому и адекватностью с реальными системами управления.

Подведем некоторые итоги сказанному в этом разделе.

Кибернетика — наука о законах структурной организации и функционирования систем управления любой материальной природы и степени сложности, имеющая своей целью анализ, синтез и оптимизацию таких систем. Законы кибернетики объективны и специфичны, они не являются предметом исследования никакой другой науки.

Основными понятиями кибернетики являются: система, модель, информация, управление.

Кибернетике присущ *системный подход*, основывающийся на принципе целостности объекта исследования и обеспечивающий рассмотрение этого объекта во всей его сложности и разнообразии свойств и связей.

При всем разнообразии возможных *подходов к определению понятия «система»* для целей экономической кибернетики важными являются системно-ориентированное, структурно-функциональное и динамическое представление о сложной системе.

Экономическая кибернетика — самостоятельное научное направление, исследующее экономику и ее звенья как сложные динамические системы управления.

Объект экономической кибернетики — экономические системы. **Предмет исследования экономической кибернетики** — процессы и закономерности структурной организации и функционирования экономических систем, а также механизмы управления экономическими процессами.

Специфическим методом кибернетики, экономической кибернетики является моделирование.

Модель — представление объекта исследования в некоторой форме, отличной от формы его реального существования.

Важным свойством отношения «оригинал-модель» является *отношение гомоморфизма*.

Математические модели экономических систем используются для формализации целей функционирования и развития таких систем, а также ограничений, диктуемых действующими экономическими условиями.

Экономико-математическая модель — это совокупность математических выражений, описывающих экономические объекты и процессы и применяемых для получения необходимой в целях управления информации.

Существенным признаком, обеспечивающим целостное представление о сложной экономической системе, является наличие в ней управления.

Управление есть целенаправленное воздействие одной системы на другую, имеющее целью изменить ее поведение в соответствии с изменяющимися условиями внешней среды.

Введение понятия управления предоставляет возможность математически строго определить такие важные для целей экономической кибернетики

понятия, как: система управления, управляемость системы, качество управления, задача управления, закон управления и оптимальное управление.

Важный класс систем управления составляют *иерархические системы*, имеющие многоуровневую структуру.

Соединения элементов в системах управления осуществляются посредством *прямых и обратных связей*, наличие которых определяет важные свойства систем управления.

В разомкнутых и замкнутых системах управления реализуются принципиально различные *виды управления*: жесткое управление, регулирование, адаптивное управление.

Важным свойством, которым обладают системы управления с высоким многообразием, является свойство *самоорганизации*. Адаптация, обучение, самоорганизация так же, как и эволюция, – это стохастические процессы, которые обуславливаются и обеспечиваются наличием в системе управления специальных обратных связей.

Методологической основой исследования систем и процессов управления любой природы является комплекс *принципов управления*: целостность, системный подход, необходимое разнообразие, внешнее дополнение и другие.

Неотъемлемым атрибутом любого процесса управления является информация.

Информация — это мера неоднородности распределения материи и энергии в пространстве и во времени.

Иначе, информация есть отображение разнообразия среды или объекта. Полезность экономической информации определяется информативностью данных.

Экономическая кибернетика исследует процессы управления сложными экономическими системами, используя метод экономико-математического моделирования, причем процессы управления являются по сути информационными, базирующимися на экономической информации.

Экономическая система (экономика) – это сложная целенаправленная управляемая динамическая система, осуществляющая производство, распределение и потребление материальных благ с целью удовлетворения потребностей общества. Основными детерминантами экономической системы выступают, таким образом, общество, природа, пространство и время.

Экономике присущи все свойства сложной динамической системы, а ее исследование требует системного подхода к решению задач анализа, синтеза и оптимизации управления.

Системный подход к решению любой экономической проблемы предполагает последовательность этапов: идентификация проблемы, внутренний анализ проблемы, внешний анализ проблемы, идентификация системы, синтез модели, анализ модели, оптимизация системы с помощью модели.

Задачи анализа и синтеза в процессе исследования экономической системы взаимосвязаны и образуют единый комплекс. Ввиду сложности экономической системы они базируются на системе принципов декомпозиции экономической системы и координации процессов управления в ней, эта система принципов составляет сущность *методов декомпозиции*.

Более подробно существо процессов анализа и синтеза экономических систем будет рассмотрено в последующих разделах учебника.

РАЗДЕЛ II АНАЛИЗ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

ГЛАВА 7 ПРОЦЕДУРА АНАЛИЗА ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Причина, почему ученые так настойчиво стремятся экспериментировать, не является такой уж простой, какой она представляется на первый взгляд. Совершенно очевидно, что у ученого возникает желание исследовать ситуацию, которую он изучает, а эксперимент является методом исследования. Однако более глубокая причина того, почему ученый экспериментирует, заключается в том, что он пытается обосновать свою модель. Ему хочется знать, соответствует ли модель ситуации, возникающей в процессе развития событий, и постоянно ли это соответствие. Рассмотрим такой пример. Только что сдохнувшая мышь является весьма прекрасной моделью живой мыши во многих отношениях. С точки зрения анатомии она представляет собой изоморфное отображение. Тем не менее, за очень короткий промежуток времени эта модель изменит естественные свойства; по истечении недели она окажется совершенно неузнаваемой, если говорить о ней как о модели. Мы просим извинения у читателя за не совсем приятный характер приведенного примера, но, тем не менее, случай подобного рода наилучшим образом иллюстрирует высказанную точку зрения. Ситуация, которую контролирует организатор, по существу регулируема. Это - продолжение жизнедеятельности. Ученый вынужден рисковать, когда он пытается в течение некоторого времени отображать ситуацию с помощью модели, которая сейчас выглядит правильной, но, тем не менее, не способна отобразить развитие ситуации через некоторое время. Эксперимент представляет собой способ внести определенные случайности в модель для того, чтобы посмотреть, каким образом реагирует модель на такие изменения. В большинстве сфер научной деятельности постановка эксперимента не вызывает особой трудности. Однако специалист по вопросам управления, имеющий дело с конкретной ситуацией, часто оказывается в большом затруднении.

Причина этого заключается в том, что наш специалист имеет дело с той же самой ситуацией, которая является предметом внимания со стороны организатора. Он пытается сообщить организатору сущность стратегии. Но эксперименты с реальной системой не всегда возможны. Поэтому специалист часто оказывается в таком

положении, что ему хочется сказать организатору приблизительно следующее: «Давайте снесем это предприятие, построим базу на Северном полюсе и посмотрим, что получится». С точки зрения науки проведение такого эксперимента могло бы принести весьма существенную пользу. Однако ученый, предлагающий организатору реализовать подобный вариант, посчитал бы себя сумасшедшим. Коротко говоря, любая серия экспериментов с управляемой ситуацией, проведение которых, очень может быть, и позволило бы обеспечить получение ценной информации, может оказаться губительной для предприятия.

Именно это и является основной причиной, почему методика конструирования моделей представляет собой предмет особой заботы в науке управления. Ученый экспериментирует на модели вместо того, чтобы проводить натурный эксперимент. Если модель предприятия оказывается несостоятельной, то всем это безразлично, за исключением ученого. Он испытывает удовольствие, поскольку ему становится известным ограничение по эффективности исследованной им стратегии.

Вот теперь мы начинаем понимать реальную ценность моделей. Особенно важно обратить внимание на то, что модель — это не есть что-то, изобретенное ученым с целью помочь самому себе в решении проблемы управления и затем просто отброшенное за ненужностью, подобно листам бумаги, на которых он производил вычисления. К модели можно обратиться в любой момент, когда возникает новый вопрос, и новые данные могут быть предусмотрены в соответствующих программах для вычислительной машины. Однако самая главная ценность модели заключается в ее способности самообучаться. Это означает, что все то, что случается с предприятием, происходит также и в модели, которая организуется таким образом, чтобы приспособиться к ситуации с учетом собственного опыта.

Стаффорд Бир

7.1 Методология анализа

Системный анализ экономического объекта предполагает его всестороннее исследование как сложной динамической системы. *Методология анализа* предполагает определенную последовательность выполнения некоторых этапов исследования:

1. выделение (локализация) системы, или установление ее границ;
2. анализ потребностей среды, для которой предназначена система, — установление целостности;
3. идентификация системы — определение ее основных характеристик, инвариантных относительно всех аспектов анализа;

4. формулировка общей цели и критерия системы в терминах измерителей эффективности;
5. декомпозиция цели – построение «дерева целей»;
6. выявление и описание структуры системы: элементов, их характеристик, способов функционирования, регулируемых и нерегулируемых параметров, связей между элементами и их основных характеристик;
7. диагностика системы – выявление общих тенденций и факторов, способствующих и препятствующих достижению цели.

Результатом является разработка дескриптивной модели объекта управления. Завершает этап анализа постановка проблемы нормативного (предписывающего) моделирования, вплоть до методов оптимизации.

В процессе системного анализа применяются различные *методы*:

1. неформальные (сценарии, экспертные оценки, диагностические);
2. графические (построение «дерева целей», сетевые методы, составленные матриц);
3. количественные (экономический анализ, морфологические, статистические) и др.

Широкое использование находят методы моделирования, в том числе имитационные.

Локализация системы для целей моделирования состоит из двух частей: статического и *динамического представлений*.

На этапе *статического представления* решаются вопросы: какие компоненты будут включены в модель и какие будут считаться системообразующими, какие элементы будут исключены или будут считаться частью окружающей среды и какие структурные взаимосвязи будут установлены между ними.

На втором этапе описания рассматриваются изменения, возможные в системе и окружающих условиях (согласно их определению), и какова последовательность этих изменений – поведение системы, интерпретируемое как конечный набор состояний системы.

В процессе выделения системы решающую роль играют экспертные оценки и интуиция. Использование *метода экспертных оценок* пронизывает все этапы построения модели экономической системы: он применяется при решении вопроса о том, что включается в модель, при построении модели, при выборе факторов и оценке их относительной важности, а также интерпретации результатов. Элементами системы являются компоненты, которые осуществляют определенную функцию или процесс. Взаимосвязи между этими элементами и способ их взаимодействия определяют поведение этой системы и то, насколько эффективно она выполняет свою основную функцию. При определении системы исследователь должен исходить из относительной значимости тех или иных ее аспектов (страт). Определяющая страта выбирается в соответствии с целевым назначением системы.

Пусть S – искомая система, O – ее среда, или окружение.

Выделение системы из окружающей среды предполагает *установление принципа выделения*. Так, если S – региональная система, например, область, то она определяется в конкретных формах ее пространственной организации – территориальной определенности и ограниченности, которые характеризуют функциональные отношения между элементами системы – совместные условия использования ресурсов, удовлетворение потребностей населения региона, а также требований со стороны системы более высокого уровня. Взаимосвязь системы с внешней средой может быть представлена с помощью рис. 7.1.

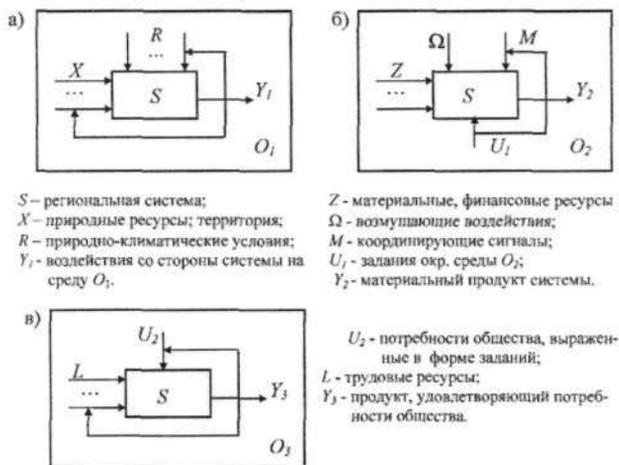


Рисунок 7.1 Региональная система и ее среда:

- а) естественная (O_1);
- б) искусственная (O_2);
- в) социальная (O_3).

Необходимость анализа системы и принципы ее выделения и локализации предопределяются, прежде всего, проблемой, возникающей во внешней среде.

Объектом внешнего анализа окружения является общая формулировка проблемы. *Анализ проблемы* позволяет определить, уникальна ли она или является регулярной, насколько она сложна, и дать ее количественную характеристику, выполнить ее внутренний анализ, оценить существенные стороны, установить состав потребностей, недостаточное удовлетворение которых породило проблему. Косвенной оценкой сложности проблемы служит количество функциональных подсистем, занятых решением проблемы. Другой оценкой является общее количество выделенных подпроблем. В ходе внутреннего анализа происходит расчленение и конкретизация проблемы, выделение подпроблем и доведение их до уровня задач.

Острота или **напряженность** проблемы характеризуется разностью количественных показателей, отражающих уровень удовлетворения соответствующей потребности: $|\bar{U} - U|$, где \bar{U} – желаемый, U – достигнутый уровень. Важной характеристикой проблемы является ее **настоятельность**, т.е. время, на которое можно отложить решение этой проблемы.

Предположим, что анализ проблемы и ее декомпозиция дает возможность определить цель анализа искомой системы. Он не только определяет подход или принцип определения системы, но и ее структуризацию, т.к. системообразующие связи и элементы выделяются в соответствии с целью анализа.

Системообразующими компонентами называются устойчивые, регулярные, внутренние составляющие системы и связи между ними, отражающие функционирование системы (переход из состояния в состояние) и ее развитие (возрастание потенциала системы).

Таким образом, предпосылкой системного анализа становится формулировка общей исходной цели, стоящей перед системой, которая, в частности, может быть получена как отрицание формулировки проблемы.

Пример: *проблема:* рост уровня безработицы среди трудоспособного населения региона.

Формулировка цели: сокращение числа безработных в регионе.

Проблема: нехватка электроэнергии для наращивания производственных мощностей в промышленности региона.

Цель: добиться устойчивого энергоснабжения региона в объеме, необходимом для наращивания мощностей ведущих промышленных предприятий производственной системы региона.

Целостность анализируемой системы обеспечивается формулировкой единой глобальной цели, стоящей перед системой, которая должна дать обобщенную, сжатую характеристику конечных результатов: $C \rightarrow Y$.

Необходимо уточнить, в каком виде следует задавать формулировки целей.

Классификация целей:

1. по степени конкретности задания конечных результатов:

- функциональные фиксируют наиболее важные свойства состояния системы, а не конкретные объекты или показатели («в возможно более короткие сроки решить проблему бесперебойного снабжения населения Украины молоком и молочными продуктами»);
- предметные конкретизируют функциональные, отражают необходимость выбора или создания наиболее эффективного из потенциально возможных средств достижения функциональных целей («строительство в 1999 году Старобешевского комбината по произ-

водству сухого обезжиренного молока (СОМ) и сухого цельного молока (СЦМ) общей мощностью 15 тыс. тонн в год»);

2. по жесткости фиксации результата:

- точечные, задание которых предполагает однозначность достижения результата: выполнена задача или нет. Оценка успеха или неудачи в процентах или долях единицы недопустима;
- интервальные могут быть предметные («производственные мощности освоены на 90%») и функциональные («обеспечить дальнейшее развитие малой приватизации путем продажи объектов коммунальной собственности группы Д (незавершенное производство), стартовые цены на которые находятся в пределах от 951 до 28000 грн.»);

3. по возможности определения в количественной форме желаемых результатов:

- измеримые;
- неизмеримые.

Измеримость однозначно связана с такими характеристиками, как (1) и (2). Например, предметная цель может быть измеримой («инвестировать 1,5 млн. грн. в проект создания безналичных платежей в г. Одессе») и неизмеримой («внедрить в Украине национальную систему электронных платежей»).

Аналогично функциональная цель может быть измеримой («обеспечить среднее время доставки пассажиров от места жительства к месту работы в крупных городах Украины за 45-50 минут») и неизмеримой («обеспечить контроль за ввозом на территорию Украины товаров, предметов, опасных для здоровья и жизни населения и способных оказывать вредное воздействие на животный и растительный мир»).

Назначение выполненной классификации целей состоит в том, что полнота анализа и последовательная ориентация его на конечные результаты обеспечивается тогда, когда цели сформулированы максимально конкретно, то есть являются точечными, измеримыми и предметными.

Детализация целей производится на основе эвристической процедуры, сочетающей теорию (систематический анализ полного набора альтернатив, организационное управление) и практические приемы. Наиболее рационально осуществляется эта процедура в ходе обмена мнениями специалистов в соответствующих областях под началом идеолога-аналитика в соответствии со сценарием. **Сценарий** представляет собой совокупность трех составляющих: модель (словесная, качественная или иная) исходной системы, модель будущей системы, набор процедур перехода. Дальнейшее описание иерархии целей может быть представлено в виде **дерева целей** – топологического дерева – плоской фигуры, состоящей из вершин и ребер (рис. 7.2).

На рисунке 7.2 используются обозначения: C_{ij} – цель i -го порядка (уровня) с номером j , Z_k – задача.

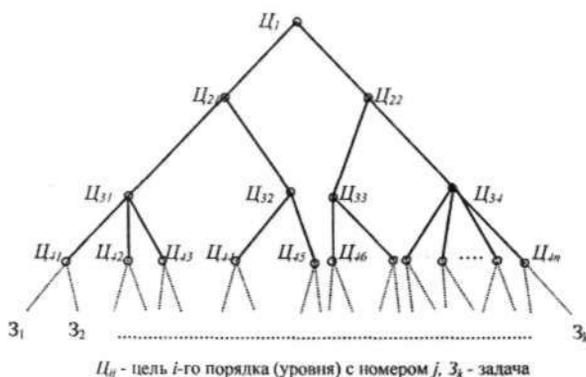


Рисунок 7.2 Дерево целей

Вершины геометрически изображают детальную топологическую структуру, такую, что выполнение целей нижнего уровня обеспечивает достижение целей вышестоящего. Причем если для верхнего уровня цели носят более общий, иногда качественный характер, то по мере понижения уровня они конкретизируются до уровня стандартных задач. Требование полноты охвата комплекса целей реализуется в топологическом подходе.

Определение 7.1: класс C объектов (точек) q называется **топологическим множеством**, если он может быть представлен как объединение некоторого семейства J своих подмножеств ($i \in J$), которое содержит:

- пересечение любой пары подмножеств;
- объединение любой пары подмножеств.

Построение дерева целей обеспечивает их согласованность по вертикали, а согласование целей одного уровня обеспечивается установлением с помощью экспертных оценок коэффициентов относительной важности целей и задач. Для этого каждой из j ($j = \overline{1, J}$) сформулированных целей i -го уровня присваивается некоторый весовой коэффициент d_j . Для однородности результатов вводят *нормализующее условие*:

$$\sum_{j=1}^J d_j = 1 \text{ для всех } j = \overline{1, J}.$$

Для измерения целей используются в основном две системы показателей: целевые нормативы и социально-экономические индикаторы.

Целевой норматив – показатель, наименование которого выражает содержание определенной потребности, а числовое значение – желаемый (оптимальный) уровень ее удовлетворения. Например, содержание необходимых питательных веществ в рационе.

Целевые нормативы рассчитываются как

- удельные характеристики (например, на одного условного потребителя);
- объемные (произведение удельных на прогнозируемую численность потребителей), которые характеризуют масштаб развития процесса;
- нормативы качества, определяющие требования к условиям и средствам удовлетворения потребностей (например, показатели предельно допустимых концентраций (ПДК) вредных веществ).

Целевые нормативы могут успешно использоваться для характеристики конечных результатов деятельности объекта управления.

Для некоторых целей, особенно социального и социально-экономического характера, построение обоснованных целевых нормативов затруднено либо невозможно. Например: обеспечение выполнения принципа преемственности в застройке населенных пунктов. Такая цель не может быть выражена в терминах целевых нормативов. Или следующая формулировка цели: обеспечение возможности приобретения сбалансированного набора продуктов в рамках семейного бюджета, – требует перефразировки или уточнения целевого требования.

Социально-экономические индикаторы – показатели, которые не планируются, а «отслеживаются» по ходу реализации цели, служат средством контроля; информацией, поступающей по каналам обратной связи в системе управления. Они косвенно выражают содержание цели, например: индекс розничных цен, индекс инфляции. Определение социально-экономических индикаторов – это задача учетно-статистическая.

Для *определения целевых нормативов* используются три группы методов:

- расчет «точек насыщения» потребностей;
- метод «опережающих групп», отражающий поведенческий подход;
- экспертные процедуры.

Рассмотрим формальный аспект методологии анализа экономической системы, используя концепцию функциональной системы. Применение этой концепции является правомерным, поскольку объектом анализа становится система целостная, которой приписывается наличие единой цели функционирования.

Полагая, что в основу формирования комплекса задач должен быть положен функциональный подход, определим три уровня описания функциональной системы, отличающиеся степенью общности, глубиной анализа и детализацией проработки механизмов функционирования и развития.

Определение 7.2: функциональной системой S с позиций системно-ориентированного подхода называется система вида:

$$S = X \rightarrow Y,$$

где X – множество входных воздействий,

Y – множество выходов,

S – функция отображения множества X в множество Y .

Таким образом, определение 7.2 связывает понятие функциональной системы с ее основным назначением, целью создания и ролью в суперсистеме более высокого уровня.

Использование этого определения требует начинать исследования с установления основного функционального назначения системы, при этом внутренняя структура исследуемой системы не является предметом рассмотрения. В рамках данного исследования такой подход означает выбор определяющей страты, диктуемый условиями реальности, целями исследования и волей субъекта управления.

После установления основного назначения системы переходят к следующему уровню ее определения.

Определение 7.3: функциональной системой S с позиций *структурно-функционального подхода* называется объект, характеризруемый тройкой символов:

$$S = \langle \Phi, G, R \rangle,$$

где Φ – макрофункция системы (количественное выражения цели функционирования системы),

G – структура системы, образованная множеством элементов и связей между ними,

R – отношение эмерджентности.

Использование данного определения в целях исследования позволяет идентифицировать структуру, реализующую основное функциональное назначение системы и установить соответствие этой структуры реализуемой макрофункции. На этом этапе анализа структура становится предметом изучения.

Более детализированной проработке система подвергается на позициях *мотивационного* или *поведенческого подхода*.

Определение 7.4: функциональной динамической системой S называется некоторый объект:

$$S = \langle \Phi, G, R, X, \Omega, Y, Z, D, F, f, T \rangle,$$

определяемый следующими постулатами:

1. Заданы множества: моментов времени T , управляющих воздействий X , возмущающих воздействий Ω , состояний системы Z , выходных сигналов Y , допустимых задач D , – таких что:

1.1. T – упорядоченное числовое множество.

1.2. $x(t) = d(t, \omega, y, z) \in X$, $\omega \in \Omega$, $t \in T$, $y \in Y$, $z \in Z$, $d \in D$.

1.3. $\Omega \neq \emptyset$,

1.4. $z(t) = \varphi(t, \tau, z(\tau), \omega, x) \in Z$; $t, \tau \in T$, $z \in Z$, $\omega \in \Omega$, $x \in X$.

1.5. $y(t) = f(t, z, \omega, x) \in Y$, $t \in T$, $z \in Z$, $\omega \in \Omega$, $x \in X$.

2. Задана макрофункция системы S , характеризующая целевое назначение системы и определяющая набор задач D , подлежащих решению, такая, что:

2.1. $\Phi = Q(c)$, где $Q(c)$ – количественная функция цели,

2.2. $\Phi: T \times F \rightarrow D$, где F – упорядоченный набор микрофункций:

$$F = \chi(f_1, f_2, \dots, f_n),$$

где χ – отношение порядка.

3. Определена структура системы G такая, что:

$$G = \Gamma(M) \text{ или } \Gamma: M \rightarrow G,$$

где Γ – функция отображения множества M на множество элементов G ,

M – множество способов реализации микрофункций:

$$\forall_i f_i \rightarrow \{\mu_{ij}\}, \quad i = \overline{1, n}, \quad j = \overline{1, m}, \quad \mu_{ij} \in M, \quad f_i \in F.$$

4. Определено отношение эмерджентности R , устанавливающее между макрофункцией Φ и реализующей ее структурой соответствие по правилу:

$$R: \Phi \times T \times C \rightarrow \Theta,$$

где Θ – множество оценок соответствия.

Данное определение позволяет детальным образом анатомировать функциональную систему для целей анализа в самом широком спектре.

Поскольку конечной целью данного исследования является разработка комплекса задач управления, т.е. осуществление процедуры синтеза задачного комплекса, полезным оказывается следующее определение.

Определение 7.5: функционально-ориентированной системой S называется некоторый объект, определяемый следующим образом:

1. Заданы множества T, Ω, Z, Y и макрофункция системы Φ удовлетворяющие условиям, перечисленным в определении 7.4.
2. Определено множество допустимых задач управления таких, что критерий эффективности системы управления может быть выражен условием:

$$\eta = \text{extr } f(\Phi, T, D), D \subset \bar{D}.$$

С учетом введенных определений рассмотрим последовательность действий в процедуре анализа функциональной системы.

7.2 Формальный аспект анализа функциональной системы

Пусть S - существующая система, такая, что

$$S = \{S_j\}, j = \overline{1, J}, S: X \rightarrow Y,$$

где X - множество входных воздействий;

Y - множество выходных сигналов, посредством которых S связана с внешней средой O ;

$O_1, O_2, O_3, \dots, O_n$ - функциональные срезы окружения O : например, O_1 - естественная среда экономической системы S , O_2 - искусственная среда, O_3 - социальная среда:

$$S \subset O_1, S \subset O_2, S \subset O_3 \rightarrow S \subset O_1 \times O_2 \times O_3; \quad (7.1)$$

$\{P_{ki}\}$ - конечное множество проблем ($i = \overline{1, n}$), актуальных в данный период времени для k -го окружения ($k = \overline{1, K}$):

$$\begin{aligned} O_1 \supset \{P_1, P_2, \dots, P_{n_1}\} &= \{P_{1i}\}, i = \overline{1, n_1}, \\ O_2 \supset \{P_{n_1+1}, P_{n_1+2}, \dots, P_{n_1+n_2}\} &= \{P_{2i}\}, i = \overline{n_1+1, n_1+n_2}, \\ O_3 \supset \{P_{n_1+n_2+1}, P_{n_1+n_2+2}, \dots, P_{n_1+n_2+n_3}\} &= \{P_{3i}\}, i = \overline{n_1+n_2+1, n_1+n_2+n_3}. \end{aligned} \quad (7.2)$$

Целью дальнейшего анализа является выделение основной проблемы, которая станет определять единую цель функционирования системы.

Пусть $P = \{P_i\}$, $i = \overline{1, N}$, где $N = n_1 + n_2 + n_3$ - полный перечень проблем, актуальных для окружения O . Выделим в этом перечне подмножество $P_r \subset P$ проблем, которому соответствует максимальная настоятельность решения:

$$\{P_r\} = \min_i \{P_i\} \quad i = \overline{1, N}, \quad (7.3)$$

И пусть P_r – нетривиальное подмножество ($r > 1$), тогда уменьшим его, произведя сравнение по показателю напряженности U_r :

$$\{P_q\} = \max_{U_r} \{P_r\} \quad r = \overline{1, R}. \quad (7.4)$$

Множество P_q образовано одинаковыми по уровню настоятельности и напряженности проблемами.

Если это множество нетривиально ($q > 1$), то необходим дальнейший проблемный анализ для определения проблемной ориентации существующей системы S (уточнение, модификация целей ее функционирования). Вопросы проектирования или синтеза функциональной гипотетической системы в данном разделе не рассматриваются.

Предположим, нам удалось получить однозначную формулировку проблемы P_q , решение которой возлагается на систему S . Следующим этапом анализа является *определение соответствия проблемы функциональному назначению системы S* . При этом важное значение имеет *формулировка цели*, стоящей перед системой, которая должна быть измеримой и точечной. При формулировке цели следует исходить из потенциала системы S , то есть соотносить стоящую проблему с ограничениями не только окружения, но и внутрисистемными параметрами.

Формально цепочку переходов можно представить выражением:

$$\frac{P_1}{O_1} \times \frac{P_2}{O_2} \times \frac{P_3}{O_3} \rightarrow \frac{P}{O} \rightarrow \frac{P_r}{O} \rightarrow \frac{P_q}{O} \rightarrow \frac{P_q}{S} \rightarrow \frac{\bar{P}_q}{S} \rightarrow \frac{Ц}{S}, \quad (7.5)$$

где $Ц$ – цель, стоящая перед системой.

И, как было показано на рис.7.2, справедливо:

$$Ц \rightarrow \{Ц_i\}_{i=\overline{1, n}}, \quad Ц_i \rightarrow \{Ц_{ij}\}_{j=\overline{1, m}}, \quad \dots, \quad Ц_{ij} \rightarrow \{З_k\}_{k=\overline{1, k}}. \quad (7.6)$$

Количественное выражение цели $Ц$ дает макрофункция системы Φ , причем *выбор подходящего вида Φ* тоже представляет методологический интерес, так как:

$$Ц \rightarrow \{\Phi_i\}_{i=\overline{1, n}}, \quad (7.7)$$

и необходим некоторый критерий выбора подходящей формы $\Phi \subset \{\Phi_i\}$.

Следует отличать «цель системы» от «цели управления системой». **Целью системы** является выполнение определенной функции, связанной с получением конечного результата, тогда как **цель управления** и ее содержание состоит в оптимизации процесса функционирования системы.

Таким образом, макрофункция системы должна быть связана с результатом функционирования системы, максимально конкретно и однозначно определять его качественные и количественные характеристики и являться причинным отображением вход-выход в соответствующем пространстве состояний в рамках определенной функциональной структуры:

$$\Phi: X \rightarrow Y \setminus (X \times U \rightarrow U, U \rightarrow Y), \quad (7.8)$$

где U – пространство состояний системы.

Аналогично построению дерева целей (7.6) может быть построена структура функций, доведенная до уровня задач.

$$\Phi \rightarrow \{F_i\}_{i=\overline{1,n}}, F_i = \{f_{i1}, \dots, f_{ik}\}, \quad (7.9)$$

где f_{jk} – k -я функция j -го уровня иерархии, $k = \overline{1, K}$.

В общем случае между деревом целей и деревом функций однозначного соответствия может не быть: их структуризация выполняется различными методами декомпозиции.

Поэтому следующим этапом анализа становится *определение соответствия функций системы поставленным целям*.

Пусть \bar{Y} – множество конечных результатов, определяемых целями, стоящими перед системой, или целевое множество по выходу; Y – множество выходов функциональной системы в смысле определения (7.8), множества \bar{Y} и Y сопоставимы, т.е. их представление является унифицированным.

Если в результате определения соответствия двух множеств \bar{Y} и Y :

- 1) множество \bar{Y} доминирует множество Y , т.е. $\bar{Y} \gg Y$, то функциональная система модифицируется таким образом, чтобы множество Y выходов будущей системы покрывало целевое множество \bar{Y} ; ставится задача синтеза оптимального совершенствования функциональной системы S на основе модели роста (количественный аспект) или модели развития (качественный аспект);
- 2) если множество Y доминирует \bar{Y} , т.е. $Y \gg \bar{Y}$, то:
 - а) при отсутствии жестких ресурсных ограничений рассматривается задача модификации системы целей;
 - б) рассматривается задача совершенствования функциональной системы с использованием модели синтеза функциональной структуры;
- 3) если множества \bar{Y} и Y эквивалентны, т.е. $\bar{Y} \equiv Y$, функциональная система S пригодна для реализации целей, поставленных перед ней, и можно перейти к процедуре внутреннего анализа функциональной структуры системы S .

Функциональная структура системы G может быть представлена в виде:

$$G = \langle S_i, \rho_i, (S_i, S_j), \rho_{ij} \rangle, i = \overline{1, n}; j = \overline{1, m}; i \neq j, \quad (7.10)$$

где $\{S_i\}$ – множество функциональных подсистем, или элементов системы, ориентированных на выполнение i -ой функции, структура которых считается определенной и не подлежит дальнейшему разбиению средствами данного метода декомпозиции в границах данного исследования;

ρ_i – количественные характеристики i -ой подсистемы, такие, как: мощность, емкость, производительность, интенсивность и др.;

(S_i, S_j) – связи между i -й и j -й ($i \neq j$) подсистемами, установленные для реализации i -й функции;

ρ_{ij} – количественные характеристики связей, например, пропускная способность, протяженность и др.

Важным методологическим моментом является тезис о том, что система функций определяет структуру, а не наоборот:

$$\begin{aligned} F_i \rightarrow G_i &= \langle \{S_{ij}\}, (S_{ij}, S_{ik}) \rangle, \\ f_{ij} \rightarrow G_{ij} &\subset G_i. \end{aligned} \quad (7.11)$$

Итак, цель, сформированная во внешней среде, на основе выделенной проблемы, определяет макрофункцию системы, которая, в свою очередь, позволяет в рамках существующей структуры выделить подмножество системообразующих связей, принимающих непосредственное участие в выполнении цели.

Обозначим:

\bar{S}_{ij} – системообразующий элемент j -го уровня, принимающий участие в реализации i -й функции;

$(\bar{S}_j, \bar{S}_i) = \bar{R}_i$ – системообразующая связь.

Понятие *структурной системообразующей компоненты* \bar{G} :

$$\bar{G} = \langle \{\bar{S}_i\}, (\bar{S}_i, \bar{S}_j)_{i \neq j} \rangle \text{ или } \bar{G} = \langle \{\bar{S}_i\}, \bar{R}_i \rangle \quad (7.12)$$

является актуальным, поскольку анализируется существующая функциональная система. Если реализуется задача синтеза, то проектировалась бы система, все элементы и связи которой являлись бы системообразующими.

Итак, выделение в функциональной структуре системообразующей компоненты позволяет далее проводить процесс анализа, ориентируясь на систему конкретного целевого назначения.

Реализация функций в системе происходит путем «вложения» функциональной многослойной иерархии $\Phi = \{F_i\}$ в многоэтапную структуру \bar{G} , и получение искомого решения обеспечивается решением системы задач.

Определим *сущность задачи D* выражением:

$$D = \langle Y, f, z, x, \Omega, z \rangle, \quad (7.13)$$

где Y - допустимое множество решений,
 f - алгоритм выбора решения,
 z - критерий выбора,
 x - множество параметров,
 Ω - множество неопределенностей,
 z - алгоритм сокращения неопределенности.

Выражение (7.13) можно записать в виде:

$$D: Y_{opt} = \text{extr } f(x, z(\Omega)), \quad (7.14)$$

где $Y_{opt} \in Y$.

Множество параметров X связано с функционированием системы, а множество неопределенностей Ω – с влиянием случайных факторов, действующих в условиях развивающихся положительных и негативных тенденций.

Уточнение сущности и состава задач возможно после соответствующей классификации задач, например, при выделении глобальной задачи, задач координации, задач управления, – как в иерархической системе управления.

При этом *устанавливается соответствие между задачами и реализующими их компонентами системы*: пусть D – глобальная задача, D_y – задачи координации, D_M – задачи управления, D_p – технологические задачи, тогда:

$$D \rightarrow \bar{G}_1, D_y \rightarrow \bar{G}_2, D_M \rightarrow \bar{G}_3, D_p \rightarrow \bar{G}_4, \quad (7.15)$$

причем

$$\bigcup_{i=1}^{i=4} \bar{G}_i = \bar{G} \quad (7.16)$$

Сокращение множества неопределенностей, связанных с решением задачи, обеспечивается учетом внешних и внутренних факторов, определяющих изменение состояния системы:

$$\varphi: T \times T \times X \times \Omega \times U \rightarrow U, \quad (7.17)$$

где T – множество моментов времени;
 X – множество параметров системы;
 Ω – множество неопределенностей (факторов);
 U – множество состояний системы;
 φ – переходная функция состояния.
 Выражение (7.17) можно записать в виде:

$$U(t) = \varphi(t, \tau, x(t-\tau), \Omega(t-\tau), u(\tau)), \quad t > \tau. \quad (7.18)$$

Диагностика поведения системы, таким образом, предполагает:

- определение полного набора факторов Ω , влияющих на состояние системы, установление степени их значимости и определение наиболее существенных (факторный анализ);
- определение вида зависимости φ . Заметим, что задача идентификации в формальной постановке требует определения состояния системы по данным о поведении системы в прошлом;
- построение траектории поведения системы.

Таким образом, *дескриптивная модель системы* S может быть получена в результате идентификации системы в смысле определения (7.19):

$$S = \langle C, P, \Phi, F, D, X, \Omega, Y, U, G, \varphi, \psi \rangle, \quad (7.19)$$

где C – множество целей;
 P – множество проблем;
 D – множество задач;
 F – система функций;
 Φ – макрофункция системы;
 X – множество входных воздействий;
 Ω – множество неопределенностей;
 Y – множество выходов;
 U – множество состояний;
 G – структура системы;
 φ – функция перехода состояний;
 ψ – функция выхода.

Класс методов, разработанных для решения основных задач разработки дескриптивной модели сложной экономической системы, основывается на различных разделах математического и дискретного анализа, исследования операций, математического программирования, статистической динамики и эвристических приемах.

Реализация процедур диагностики и идентификации требует эффективного сочетания теоретического и экспериментального анализа системы управления, при этом с помощью экспериментального анализа производится количественная оценка характеристик объекта моделирования и проверка соответствия дескриптивной модели реальному объекту.

Г Л А В А 8

АНАЛИЗ СИСТЕМЫ ОБЩЕСТВЕННОГО ПОТРЕБЛЕНИЯ

Рассмотрим динамику взаимодействия между спросом и предложением. Можно сказать, что это не статическая взаимосвязь, а процесс, циклически повторяющийся во времени. Выражаясь на языке техники, в данном случае имеет место обратная связь, т. е. то, что обеспечивает существование замкнутого круга. Если обратная связь не работает так, как она должна работать, что случается из-за возможных недостатков в технике управления, то вся система находится в состоянии возбуждения. Мы рассмотрели этот распространенный повсюду механизм обратной связи на примере из области биологии. Теперь происходит все то же самое, но только в более знакомой нам области - в инженерном деле.

Предусматривается ли соответствующая техника управления в контуре обратной связи?

Рассмотрим довольно знакомую ситуацию. Существует спрос на предметы потребления, запасы которых предусмотрены. В целях лучшего удовлетворения спроса в производственном плане делаются быстрые изменения. Характеристика спроса растет, и отдел продаж экстраполирует ее на будущее. Уровень запасов колеблется. И тогда вдруг по совершенно необъяснимым причинам прекращается поступление заявок. Норма увеличения объема запасов увеличивается. Поступает приказ: «Остановить производство». Возникает пауза, во время которой запасы расходуются, и наверняка никто не захочет рисковать, создавая их опять сразу же после последней паники. При следующем падении спроса паника повторяется снова. На языке техники это означает, что система рыскает, т.е. работает неравномерно.

Если обратиться к теоретической модели системы управления, то, очевидно, что в цепи обратной связи, идущей от точки продажи (где в действительности сравниваются спрос и предложения) к точке производства (где должна производиться оценка входных данных), следует установить специальный фильтр. В соответствии с математическим аппаратом, применяемым в теории следящих систем, постановка такого фильтра делает управление ходом производства фактически независимым от случайных колебаний спроса. Более того, проведя исследования на модели, можно определить, какие же характеристики должен иметь фильтр.

Речь идет о так называемом экспоненциальном сглаживании. Этот способ заключается в том, что ход производственного процесса регулируется не при каждом колебании рыночного спроса, а путем

использования сложной смеси впечатлений, вынесенных из недавнего опыта. В этом случае место определяют весовые значения, которые ставятся в соответствии рыночному спросу. Весовое значение спроса в настоящий момент не намного меньше по сравнению с тем, что имело место в предыдущий период, скажем, месяц назад, и несколько меньше веса, приписываемого поведению рынка в более ранний период, и т.д. Поэтому со временем влияние падает, и на поведение рынка оказывается меньшее воздействие, нежели то, которое наблюдается при существующей деятельности. Или же если перевести это на другой язык, поведение рынка в данный момент будет оказывать ослабевающее воздействие на производственную стратегию в течение длительного периода времени еще и в последующем.

Теперь вы видите, почему этот фильтр может считаться «сглаживающим». А вот название «экспоненциальный» появляется в связи с тем, что это, вообще-то, является названием математической зависимости, которая характеризует затухание процессов, обычно наблюдающееся в природе.

Стаффорд Бир

Важной подсистемой экономики является подсистема общественно-го потребления. Эта подсистема определяет требования к системе общественного производства. С другой стороны, общественное потребление выступает своеобразным индикатором эффективности экономики в целом. Недаром считается, что уровень жизни населения – зеркало экономики. Экономистов, осуществляющих анализ и моделирование системы потребления, в первую очередь интересует та грань потребностей общества, формирование и удовлетворение которых зависит от производственной системы. Уровень жизни (благополучие) населения, очевидно, связан с удовлетворением потребностей, которые, в свою очередь, являются некоторой целостностью, представляющей собой часть общественной системы. Эта целостность связана с внешней средой, производственной системой и структурой общества.

Специфическая деятельность людей, направленная на удовлетворение нужд и потребностей общества, называется **маркетингом**.

Важными понятиями, характеризующими состояние системы общественного производства, являются: спрос, предложение, рынок. Рассмотрим необходимые для изучения процесса анализа общественного потребления понятия и определения.

8.1 Анализ спроса и предложения

Спрос – это совокупность требований на товары, которые потребитель или потребители купят по той или иной цене в данный период при прочих равных условиях.

Спрос может быть *индивидуальным* и *рыночным*, отражая предпочтения покупателей на рынке.

Шкала спроса – таблица, показывающая количество товаров, которое было бы куплено по данной цене в данный период времени.

Таблица 8.1 – Шкала спроса одного покупателя на мясо за месяц

Цена (грн/кг)	Величина спроса (кг)
6	8,3
7	7,2
8	6,1
9	5,5
10	4,9

Кривая спроса выражает взаимосвязь между ценой товара и величиной спроса. Это график, представляющий шкалу спроса.

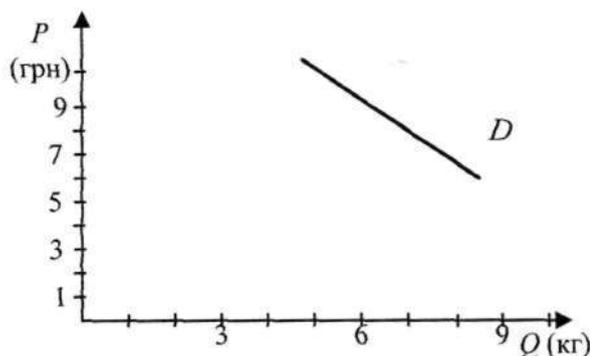
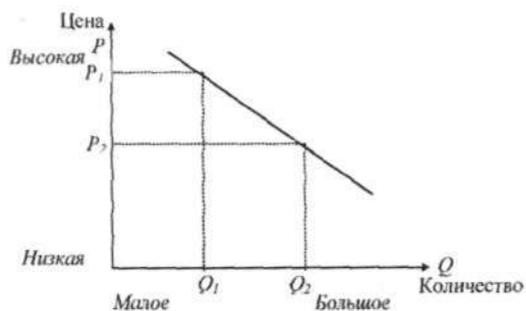


Рисунок 8.1 График спроса на мясо

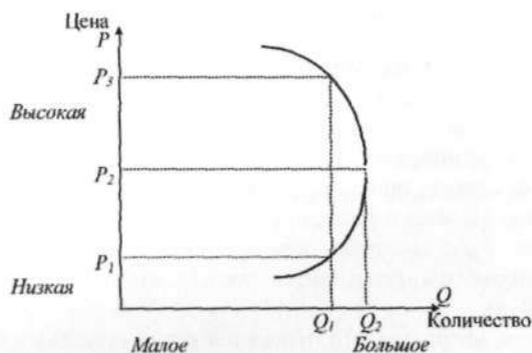
Таблица 8.1 и график (рис. 8.1) характеризуют индивидуальный спрос на мясо на сельскохозяйственном рынке.

Рыночный спрос – это совокупный спрос покупателей, его легко рассчитать на основе данных об индивидуальном спросе на конкретный товар.

Закон спроса выражает существующую обратную взаимосвязь между ценами и величиной спроса: *величина спроса на товар* изменяется пропорционально его цене при прочих неизменных условиях (доход, цены на сопутствующие товары, товары-заменители, ожидания). Исключениями из этой обратно пропорциональной зависимости между ценой и количеством являются так называемые «*товары Гиффена*» (рис. 8.2.).



а) для обычных товаров



б) для товаров "Гиффена"

Рисунок 8.2 Два возможных варианта кривой рыночного спроса

Причины нисходящего наклона кривой спроса:

1. *эффект замещения*: снижение цены на товар вызывает увеличение спроса, так как товар становится более предпочтительным для потребителей по сравнению с другими товарами;
2. *эффект дохода*: падение цены на товар позволяет потребителям приобрести большее его количество;
3. *закон убывающей предельной полезности*, который действует в большинстве случаев: каждая последующая приобретенная единица товара в глазах потребителя имеет все меньшую полезность, пользу;
4. более низкие цены привлекают все большее число покупателей.

Изменение величины спроса характеризуется движением по кривой спроса при изменении цены и прочих равных условиях: при снижении цены пропорционально растет спрос.

При изменении одного или группы факторов спроса (кроме цены), которые до этого оставались неизменными, возникает изменение в спросе. Иллюстрацией этого явления является *сдвиг кривой спроса*, ее смещение влево или вправо, как это показано на рисунке 8.3.

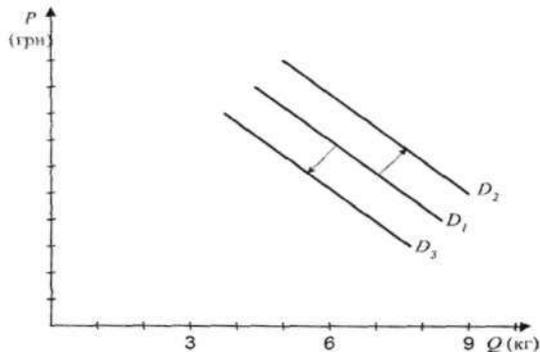


Рисунок 8.3 Изменения в спросе на мясо

Наиболее важными факторами спроса, кроме цены товара, являются:

I. доход покупателя

Для большинства нормальных товаров рост дохода приводит к увеличению спроса, кривая спроса смещается вправо, а с его снижением – влево. Однако имеются исключения.

Когда доход достигает определенной точки, потребление товара:

- 1) не увеличивается, достигается так называемый уровень насыщения (рис. 8.4, а);
- 2) снижается, например, это относится к так называемым малоценным товарам (рис. 8.4, б).

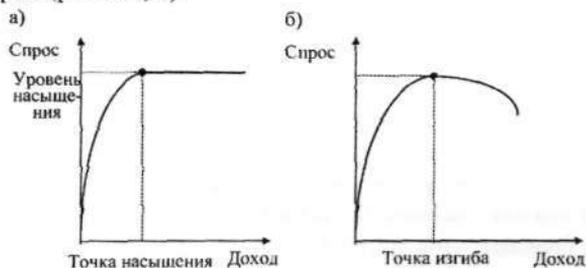


Рисунок 8.4 Влияние дохода на изменение спроса:

- а) при наличии уровня насыщения
- б) при наличии точки изгиба

Например, при достижении определенного уровня дохода люди меньше прибегают к услугам ремонта обуви и покупают больше новой обуви, снижают приобретение колбас и приобретают больше мяса и т.д.

II. цены на взаимосвязанные товары

Рассмотрим два вида товаров: **взаимозаменяемые** в процессе потребления, которые способны удовлетворять одну и ту же потреб-

ность (например, соки и фруктовые напитки, масло и маргарин), и **взаимодополняющие**, потребление которых происходит совместно и одновременно (автомобили и бензин, светильники и электролампы). Такие товары еще называются **сопутствующими**.

Когда цена на один из взаимозаменяемых товаров растет, спрос на другой товар повышается и кривая спроса сдвигается вправо. Увеличение цен на мясо вызывает рост спроса на колбасные изделия, а рост цен на кофе определяет возрастание спроса на чай. Спрос на один товар прямо пропорционален цене другого товара. Спрос на один из взаимодополняющих товаров обратно пропорционален цене другого товара. Так, с ростом цен на автомобили падает спрос на бензин и кривая спроса сдвигается влево.

III. вкусы

С изменением вкусов, или предпочтений изменяется спрос. Появление новых товаров-субститутов вызывает падение спроса на искомый товар. Появление новой информации о товарах, переход населения в другую референтную группу, реклама и мероприятия по стимулированию сбыта, другие факторы вызывают изменение спроса.

IV. ожидания людей в отношении будущих цен на товары, будущих доходов и будущих возможностей приобрести товары

Ожидания могут изменить спрос на товар, так как люди будут стремиться предохранять себя от возможных будущих потерь. Например, предположение об ожидаемом повышении цен на автомобили в будущем году может способствовать увеличению текущего спроса на машины (кривая спроса сдвигается вправо), в то время как ожидаемое повышение цен на бензин может привести к снижению цен на автомобили.

V. количество покупателей.

Важным аналитическим показателем чувствительности спроса к изменению влияющих на него факторов является показатель эластичности.

Рассмотрим две кривые спроса, представленные на рис. 8.5.

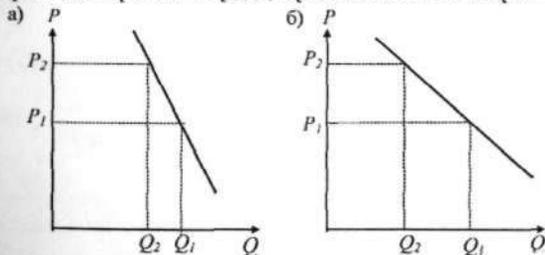


Рисунок 8.5 Эластичность спроса по цене:

а) неэластичный спрос

б) эластичный спрос

Из рис. 8.5 а видно, что изменение цены с P_1 до P_2 ведет к относительно незначительному падению спроса с Q_1 до Q_2 , а из рис. 8.5 б ясно, что такое же увеличение цены приводит к значительному падению спроса с Q_1 до Q_2 . В последнем случае говорят, что спрос чувствителен, или эластичен по цене.

Спрос будет менее эластичен по цене в том случае, если:

- 1) товару нет замены или отсутствуют конкуренты;
- 2) покупатели по той или иной причине «не замечают» повышения цен или не меняют своей приверженности;
- 3) покупатели считают, что повышение цены оправдано высокими потребительскими свойствами, качеством товара или объективными причинами (ростом инфляции и т.д.).

Ценовая эластичность спроса определяется как процентное изменение величины спроса под воздействием изменения цены на 1%. Например, если снижение цены на 1% вызовет прирост величины спроса на 2%, ценовая эластичность спроса будет равна двум. Заметим, что хотя снижение цены вызывает рост величины спроса, обычно знак ценовой эластичности принимается как положительный.

Концепция эластичности в экономической теории является очень важной. Понимание того, что ценовая эластичность спроса на нефтепродукты на мировом рынке является весьма низкой, позволило странам ОПЕК в 1993 году без особого экономического риска вчетверо увеличить цены на нефть, получив при этом баснословный доход при незначительном падении спроса. *Эластичный спрос* имеет место тогда, когда процентное изменение величины спроса больше процентного изменения цены, т.е. когда ценовая эластичность больше единицы. Когда ценовая эластичность меньше единицы, то говорят, что *спрос неэластичен*.

При единичной эластичности процентное изменение спроса равно процентному изменению цены.

Точечная эластичность спроса предполагает рост ценовой эластичности в определенной точке кривой спроса:

$$\varepsilon_p = \frac{\Delta Q}{Q} \times \frac{P}{\Delta P} = \frac{P}{Q} \times \frac{1}{\Delta P / \Delta Q}, \quad (8.1)$$

где Q - величина спроса,

P - цена,

$\Delta P / \Delta Q$ - наклон кривой спроса.

Дуговая эластичность спроса используется для расчета ценовой эластичности между двумя точками кривой спроса. В формуле дуговой эластичности используется среднее значение цены и количества:

$$\varepsilon_p = \frac{\frac{\Delta Q}{Q_1 + Q_2}}{\frac{\Delta P}{P_1 + P_2}} = \frac{\Delta Q}{\Delta P} \times \frac{P_1 + P_2}{Q_1 + Q_2}. \quad (8.2)$$

Перекрестная эластичность спроса на товар i в зависимости от цены на товар j рассчитывается для взаимосвязанных товаров по формуле:

$$\varepsilon_{P_j}^Q = \frac{Q_i}{P_j} \times \frac{P_j}{Q_i}. \quad (8.3)$$

Предельными случаями представляются совершенно неэластичный и совершенно эластичный спрос (рис. 8.6).

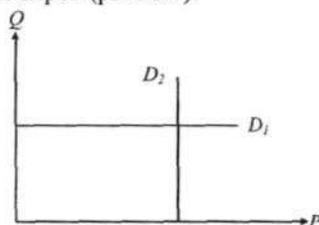


Рисунок 8.6 Совершенно неэластичный (D_1) и совершенно эластичный спрос (D_2)

Совершенно неэластичный спрос имеет место, когда изменение цены не приводит ни к какому изменению количества спрашиваемой продукции (спрос больных острой формой диабета на инъекции инсулина).

Совершенно эластичный спрос имитирует ситуацию продажи товара на рынке чистой конкуренции, когда большое количество фирм продает одинаковые товары.

Ценовая эластичность товара определяет изменение общей выручки (табл. 8.2).

Таблица 8.2 – Изменение выручки

Изменение цены	Изменение общей выручки		
	Эластичный спрос	Неэластичный спрос	Единичная эластичность спроса
рост	снижение	рост	без изменений
снижение	рост	снижение	без изменений

Предложение характеризует количество товара, которое производится и предлагается рынку производителями. Оно зависит от издержек

производства, включающих затраты ресурсов, издержки амортизации оборудования, и прибыли.

Шкала предложения показывает количество товара, которое производитель мог бы произвести и продать в зависимости от изменяющихся цен в течение определенного времени (дня, недели, месяца, года) (табл. 8.3).

Таблица 8.3 – Шкала предложения мяса одним производителем за месяц

Цена (грн/кг)	Величина предложения (кг)
5	200
6	300
7	400
8	500
9	650
10	800

Кривая предложения представляет шкалу предложения (рис.8.7).

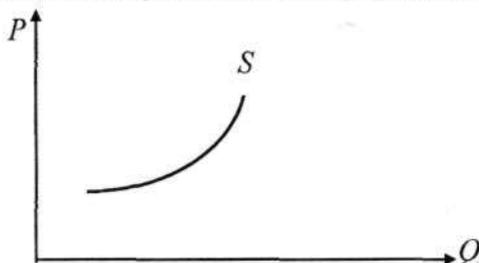


Рисунок 8.7 Кривая предложения мяса товаропроизводителем

Закон предложения утверждает, что с ростом цены величина предложения возрастает.

Чем выше цена, тем больше стимулов для перемещения ресурсов из других сфер экономики и производства большего количества данного товара. Однако *закон убывающей отдачи* свидетельствует о том, что с ростом объемов производства издержки на производство единицы продукции возрастают при неизменном основном капитале и земельных ресурсах. Таким образом, возникает необходимость в установлении более высоких цен для возмещения возрастающих издержек.

Изменение факторов, воздействующих на величину предложения (помимо цены), таких, как: новые технологии, цены на ресурсы, цены на взаимосвязанные товары, число конкурентов, ожидания приводят к изменению в предложении (рис.8.8).

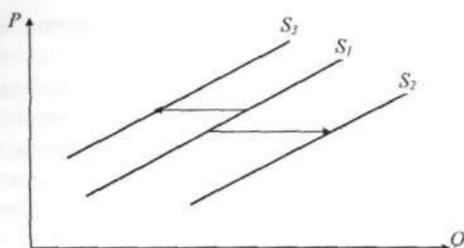


Рисунок 8.8 Изменения в предложении товара

Ценовая эластичность предложения определяется как процентное изменение величины предложения при изменении цены на 1%.

Точечная эластичность предложения:

$$\varepsilon_s = \frac{\Delta Q_s}{\Delta P} \times \frac{P}{Q_s} \quad (8.4)$$

Дуговая эластичность предложения:

$$\varepsilon_s = \frac{\Delta Q_s}{\Delta P} \times \frac{P_1 + P_2}{Q_{1s} + Q_{2s}} \quad (8.5)$$

Рыночное равновесие достигается в точке пересечения кривых спроса и предложения (рис.8.9).

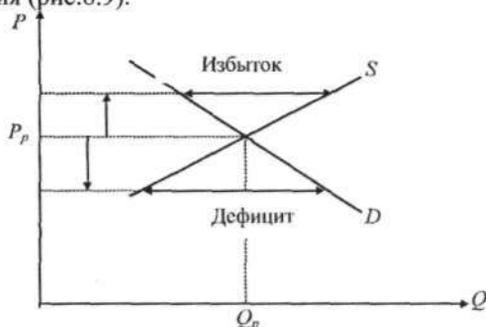


Рисунок 8.9 Равновесная цена P_p и равновесное количество продукта Q_p на рынке

При ценах ниже равновесной цены возникает *дефицит*: величина спроса будет превосходить величину предложения. Эта несбалансированность повлечет за собой рост цены в направлении равновесия. Когда дефицит будет побуждать продавцов повышать цены, будет происходить сокращение запасов. При исчерпании запасов цена ниже равновесной цены приводит к очередям. Очереди являются сигналом заниженной цены: про-

давец получает стимул к повышению цены, а покупатель будет соглашаться на повышение цены, чтобы избежать очереди.

Когда цены превысят уровень цены равновесия, будет возникать *избыток*. Величина предложения будет превосходить величину спроса, будет происходить накопление запасов, что, в свою очередь, станет сигналом для поставщиков необходимости снижения цен. При невозможности создания запасов может возникнуть очередь продавцов, ищущих покупателей, подобно таксистам, ожидающих пассажиров в аэропорту.

Рисунки 8.10 и 8.11 иллюстрируют влияние смещения кривой спроса и кривой предложения на равновесную цену и равновесное количество.

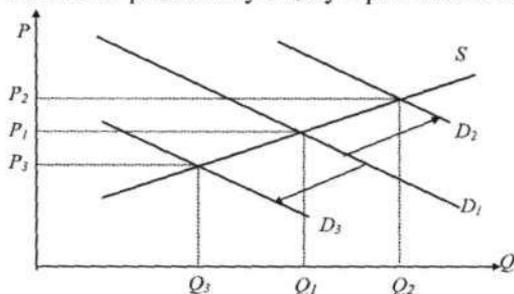


Рисунок 8.10 Влияние сдвигов кривой спроса на цену равновесия

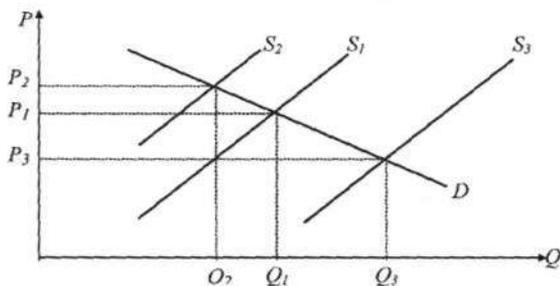


Рисунок 8.11 Влияние сдвигов кривой предложения на равновесную цену

Потолки цен имеют место тогда, когда государство устанавливает максимум цены ниже уровня цены равновесия. При установлении потолка цены спрос превышает предложение, возникает дефицит. Стабильный дефицит вызовет необходимость распределения ограниченного предложения и регулирования эффективного спроса.

Существует два наиболее популярных *способа регулирования спроса*: очереди и собственно нормирование товаров (талонная система, привилегии и др). Поскольку нормирование не является абсолютно эффективным регулятором спроса, возникает черный рынок с равновесной ценой, значительно превосходящей потолок цен, а, возможно и выше цены равно-

весия из-за более высоких издержек производства и «платы за риск» людей, действующих на черном рынке.

Гарантированный нижний уровень цен представляет собой минимальные или субсидируемые цены (выше равновесной цены), устанавливаемые государством с целью стимулирования производства продукции, которую государство считает необходимой (собственная сельскохозяйственная продукция, местные производители продуктов питания и проч.). Гарантированные цены приводят к избыткам, при которых государство должно покупать продукцию, а затем продавать ее по более низким ценам на внешнем рынке или избавляться от нее другими способами. Субсидирование цен в сельскохозяйственном секторе обходится потребителям весьма дорого. Другим примером гарантированной цены на ресурсы является законодательное определение минимальной заработной платы.

При покупке определенных товаров взимается *акцизный налог*. Правительства устанавливают акцизные налоги с целью увеличения доходов бюджета или для того, чтобы снизить нежелательный спрос на определенные товары. Поскольку налог взимается с продавцов, кривая предложения смещается вверх на величину акцизного сбора. Издержки производителя при этом возрастают. Однако чем менее чувствителен спрос к цене товара (спрос неэластичен по цене), тем больше акцизные сборы ложатся на потребителя: большая часть налога включается в цену. На рисунке 8.12 проиллюстрировано влияние акцизного налога при эластичном спросе, когда при относительно небольшом увеличении цены количество покупок падает, доход и прибыль производителя существенно снижаются.

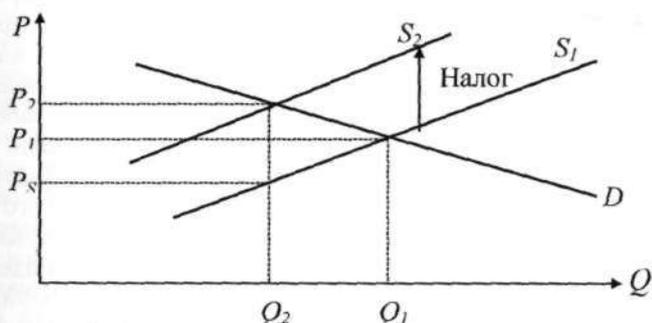


Рисунок 8.12 Влияние акцизного налога при эластичном спросе

Рисунок 8.13 иллюстрирует ситуацию, типичную для переходной экономики. Устанавливаемые государством цены, которые были значительно ниже рыночных равновесных цен на продукты питания, энергию, транспорт, жилье и др., помимо неправильного распределения ресурсов, приводили к субсидиям, бюджетному дефициту и убыткам.

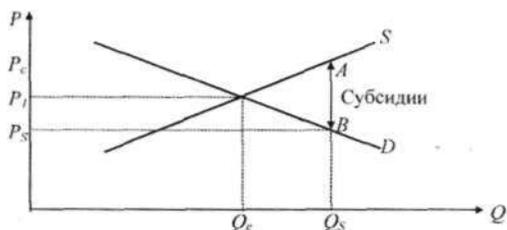


Рисунок 8.13 Влияние субсидируемых цен

Результатом установления цен значительно ниже равновесной цены были огромные субсидии (AB) и недостаток стимулов производителя повышать эффективность производства (рис.8.13).

Ценовые субсидии, обусловленные заниженными ценами, которые установлены государством, являются одной из важнейших причин макроэкономической нестабильности, возникающей в странах с переходной экономикой. В свою очередь рост субсидий и сокращение поступлений от налога приводят к росту бюджетного дефицита.

Таким образом, основными *факторами формирования спроса и потребления населения* являются: уровень производства товаров и услуг, уровень денежных доходов отдельных категорий населения, уровень и соотношение розничных цен и тарифов, потребление из личного подсобного хозяйства, уровень денежных сбережений населения, уровень запасов предметов потребления, национальные привычки и традиции, природно-климатические условия и др.

Экономические факторы очень мобильны, особенно распределение населения по уровню денежных доходов. *Естественные факторы*, напротив, меняются сравнительно медленно. В течение небольшого периода они обычно не оказывают заметного влияния на потребление. Исключением является, пожалуй, распределение работающих по характеру трудовой деятельности, поскольку изменение в соотношении численности работающих, занятых различным трудом, происходит по существу непрерывно.

Потребление является функцией от влияющих на нее факторов. Набор их различен в зависимости от товара, потребление которого анализируется, и от периода расчета. Если учитываются факторы, значения которых зафиксированы во времени, то речь идет о статических моделях; если же значения факторов принимаются изменяющимися во времени, то о динамических. Кроме того, *модели потребления* различаются в зависимости от используемых в них методов (структурные, корреляционные и др.).

8.2 Статистические модели анализа спроса и потребления

Факторы формирования спроса (потребления)

К важнейшим из факторов формирования спроса (потребления) относится *уровень денежного дохода* у разных категорий семей. Существен-

ное влияние на потребление и спрос оказывает также *состав и размер семей*. Немаловажное значение имеет и *уровень денежных сбережений* у разных категорий населения. Сбережения в известной мере можно учесть, вводя в модель в качестве фактора не доход, а расходы потребителя. Однако можно включать сбережения и в явном виде, хотя при расчетах на перспективу их прогнозирование сопряжено с рядом трудностей.

Еще сложнее обстоит дело с учетом в моделях *уровня цен*. Как известно, розничные цены на ряд товаров изменяются в зависимости от пояса, определенной территории, других факторов. Поэтому если модель используется для расчетов потребления в разных районах, т.е. является территориальной, то цены становятся переменной величиной.

Наконец, следует назвать и такой фактор, как *потребление из личного подсобного хозяйства*.

Таким образом, статистические факторы формирования спроса на товар j в районе q таковы: уровень денежного дохода $D_d^{(q)}$; размер семьи $I^{(q)}$; состав семьи $\delta^{(q)}$; величина сбережений $Cб^{(q)}$ потребление из личного подсобного хозяйства $П_{xy}^{(q)}$; уровень цен $p_j^{(q)}$.

Исходя из этого, *спрос (потребление)* может быть рассчитан в виде *функции от всех этих факторов*:

$$П_j^{(q)} = f(D_d^{(q)}, I^{(q)}, \delta^{(q)}, Cб^{(q)}, П_{xy}^{(q)}, p_j^{(q)}).$$

Рассмотрим подробнее некоторые из статистических моделей спроса (потребления).

Структурные модели спроса (потребления)

Структурные модели строятся исходя из того, что для каждой группы населения по статистическим данным может быть рассчитана свойственная ей структура потребления. Из всех факторов, под влиянием которых формируется эта структура, на небольшом отрезке времени заметно изменяется лишь доход, а цены, размер семей, их состав и прочие факторы принимаются постоянными. Изменение же дохода можно рассматривать как перемещение определенного количества семей из низших доходных групп в высшие. Частоты интервалов дохода уменьшаются в низших и увеличиваются в высших группах. При этом семьи, попадающие в новый интервал, будут иметь структуру потребления, сложившуюся у семей с таким же доходом в недалеком прошлом.

Таким образом, структурные модели, по существу, рассматривают спрос только как функцию распределения потребителей по уровню дохода. *Общую структуру спроса* можно определить по формуле:

$$C^{(n)} = \sum C_d^{(n)} W_d$$

где $C^{(n)}$ – общая структура спроса;

$C_D^{(n)}$ – структура спроса в группе семей с доходом D ;

W_D – частота распределения семей с доходом D .

Несомненно, увеличение числа факторов в структурных моделях позволяет точнее подойти к определению спроса. Правильна и идея *дифференцированного прогнозирования спроса*. В основе ее, как и всего дифференцированного баланса доходов, лежит стремление сбалансировать прогноз доходов с прогнозом потребления по отдельным социальным, экономическим и демографическим группам населения.

Функциональные модели спроса (потребления)

В структурной модели спроса используются эмпирические душевые нормы потребления. Они исчисляются по массовым данным и являются обобщенной характеристикой потребления той или иной категории семей, сгруппированных по доходу, половозрастному составу и т.д. Однако, поскольку эти данные выборочны, им присущи случайные отклонения и ошибки. Использование эмпирических душевых норм в расчетах на перспективу означает, что такие отклонения и ошибки переносятся на будущее. Поэтому в прогнозировании следует применять выровненные данные, т.е. нормы потребления, вычисленные в виде непрерывной функции от влияющих на них факторов.

Это можно сделать, построив уравнение, где функцией является потребление, а аргументами – факторы, от которых оно зависит. В таком случае вероятность случайностей и ошибок уменьшится. Кроме того, появляется возможность использовать строгие математические критерии для оценки тесноты и существенности связи потребления и факторов – аргументов. Если факторы – переменные величины для данного момента времени, то соответствующая функциональная зависимость может служить основой при построении однофакторных и многофакторных статистических функциональных моделей спроса (потребления).

Динамические модели спроса (потребления)

Динамические модели анализа и прогнозирования спроса сложнее статических. Это связано, прежде всего, с большим многообразием факторов, влияющих на потребление в динамике. Все факторы, формирующие потребление в статике, меняются во времени и должны учитываться также в динамической модели. Кроме того, динамика потребления складывается под воздействием ряда дополнительных факторов. Так, со временем меняются привычки, традиции, культурный уровень населения и т.д. Весьма важным временным фактором являются цены, которые, в отличие от статических моделей, всегда учитываются в динамических. Другая существенная причина изменения спроса особенно на предметы длительного пользования – достигнутый уровень их накопления.

Такое многообразие факторов, а также трудности, связанные с исчислением чистого влияния на потребление некоторых из них, привели к тому, что в динамических моделях спроса (потребления), как правило, присутствует специфический фактор времени, или тенденция t . Этот фактор собирательный; он включает всю совокупность не учтенных в модели признаков, влияющих на потребление во времени и образующих некоторую систематическую часть динамического ряда. Для расчета величины этого ряда в качестве конкретных значений времени берется обычно натуральный ряд чисел от единицы до n , где n – число лет.

Основными факторами спроса на товар j в году t , учитываемыми в динамических моделях, являются:

1. средний уровень денежного дохода \bar{D}_d^t ;
2. уровень или индекс розничных цен на товар $j(I_p^{(j)})$;
3. уровень или индекс розничных цен и тарифов на взаимозаменяемые и взаимодополняющие товары $j/II(I_p^{(j/t)})$;
4. общий индекс розничных цен и тарифов (I_p);
5. уровень запасов ($Cб_j^{(t)}$);
6. тенденция (t_j).

Следовательно, потребление (спрос) во времени ($\Pi_j^{(t)}$) рассчитывается в виде функции:

$$\Pi_j^{(t)} = f(\bar{D}_d^{(t)}, I_p^{(j)}, I_p^{j/t}, I_p, Cб_j^{(t)}, t_j).$$

Конкретный набор факторов, как и в статической модели, зависит от возможностей учесть те или иные из них.

Корреляционные динамические модели спроса (потребления)

Примером наиболее простой динамической корреляционной модели спроса служит линейная модель, учитывающая цену и время. В принятых обозначениях она имеет следующий вид:

$$\Pi_j^{(t)} = a_0 + a_1 p_j^{(t)} + a_2 t, \quad (8.6)$$

В более сложной динамической модели учитывается кроме цен и времени величина фонда личного потребления $\left(\sum_j \Pi_j^{(t)} \right)^2$:

$$\log \Pi_j^{(t)} = \log a_0 + a_1 \log \sum_j \Pi_j^{(t)} + a_2 \log \frac{I_p^{(j)}}{I_p}, \quad (8.7)$$

где $\frac{I_p^{(j)}}{I_p}$ – так называемый *компаративный общий индекс цен*.

Модель, учитывающая, кроме цен, уровень душевого дохода и спрос на данный товар в предыдущем году ($\Pi_j^{(t-1)}$), имеет следующий вид:

$$\log \Pi_j^{(t)} = a_0 + a_1 \log \Pi_j^{(t-1)} + a_2 \log \bar{D}_d + a_3 \log P_t^{(t)} + \Xi, \quad (8.8)$$

Еще более сложна модель расчета объема потребления продуктов питания $\Pi_{II}^{(t)}$:

$$\Pi_{II}^{(t)} = a_0 \bar{D}_d^{(t) a_1} \bar{D}_d^{(t-1) a_2} I_p^{(II) a_3} I_p^{(I) a_4} I^{(t)}, \quad (8.9)$$

где $I_p^{(II)}$ – индекс цен на продукты питания;

$I_p^{(I)}$ – индекс цен на все остальные товары.

Динамическая модель с учетом запасов сформулирована Х. Хаутэкером и Л. Тейлором. В запасы входят предметы краткосрочного и даже разового пользования. Простейшая модель расчета спроса в принятых обозначениях имеет вид

$$C_j^{(t)} = a_0 + a_1 \hat{C} \bar{\sigma}_j^{(t)} + a_2 \bar{D}_d^{(t)}, \quad (8.10)$$

где $C_j^{(t)}$ – спрос на товар j (не обязательно длительного пользования);

$\hat{C} \bar{\sigma}_j^{(t)}$ – запас этого товара или привычка к его потреблению, называемая «психологическим запасом».

Спрос на предметы длительного пользования изменяется в обратном направлении по отношению к изменению величины запасов, а на предметы краткосрочного использования так же, как и «психологический запас». Однако измерить величину запаса, тем более «психологического», очень трудно. Поэтому с помощью ряда преобразований фактор $\hat{C} \bar{\sigma}_j^{(t)}$ исключается из уравнения, и его влияние, в конечном счете, выражается через оставшийся фактор – доход. Таково, в частности, следующее дифференциальное уравнение первого порядка:

$$\frac{\partial C_j^{(t)}}{\partial t} = a_0 v^{(u)} + (a_1 - v^{(u)}) C_j^{(t)} + a_2 \left(\frac{\partial \bar{D}_d^{(t)}}{\partial t} + v^{(u)} \bar{D}_d^{(t)} \right), \quad (8.11)$$

где $v^{(u)}$ – константа степени износа.

8.3 Анализ рыночной системы на макроуровне

Рыночная система – система экономической организации, основанная в большинстве стран на частной собственности на средства производства и распределения, хозяйственная деятельность, в которой направлена на получение прибыли в условиях конкуренции. Рыночная система включает товарные рынки и рынки ресурсов, на которых цены, отражающие взаимодействие потребителей, производителей и собственных ресурсов, представляют собой механизм размещения редких ресурсов в экономике.

Рыночная экономика – экономика, в которой ресурсы распределяются посредством рыночной системы.

Формирование рыночной системы характеризует схема экономического оборота (рис.8.14).



Рисунок 8.14 Кругооборот ресурсов и продуктов

Основным показателем экономической активности является **валовой национальный продукт (ВНП)** – вся стоимость товаров и услуг, произведенных гражданами страны за определенный период.

Номинальный ВНП измеряется в текущих ценах. *Реальный ВНП* – в ценах общего базового года, это постоянные цены, не учитывающие эффекта инфляции.

Основными *факторами роста реального ВНП* являются:

- 1) рост используемых ресурсов труда капитала;
- 2) технологический рост.

В ряде стран из-за трудности подсчета ВНП в качестве основного показателя экономической активности используется показатель валового внутреннего продукта (ВВП).

ВВП – это вся стоимость товаров и услуг, произведенная как гражданами, так и не гражданами страны в пределах территории страны за данный период. Он равен ВНП за вычетом доходов фирм и граждан, работающих за рубежом, плюс доходы иностранцев, ведущих деятельность в пределах страны.

Экономический деловой цикл – это повторяющееся расширение и сокращение экономической активности вверх и вниз от линии тренда (рис.8.15).

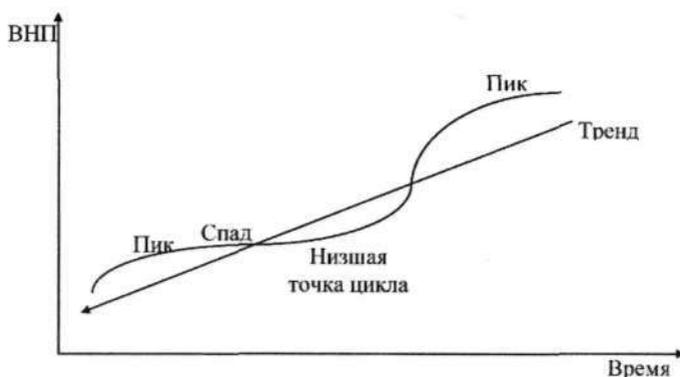


Рисунок 8.15 Экономический деловой цикл

Увеличение темпов роста реального ВНП приводит к сокращению безработицы.

Закон Оукена констатирует изменение нормы безработицы и темпов роста реального ВНП, основанную на эмпирических наблюдениях (8.12):

$$\Delta u = -0,4(y - 2,5), \quad (8.12)$$

где y – темпы роста реального ВНП (%),

u – норма безработицы.

Иначе говоря, закон определяет, что на каждый процент роста реального ВВП сверх 2,5% в текущем году происходит снижение нормы безработицы на 0,4%.

Эмпирическую связь между нормами инфляции и безработицы демонстрирует *Кривая Филлипса* (рис. 8.16).

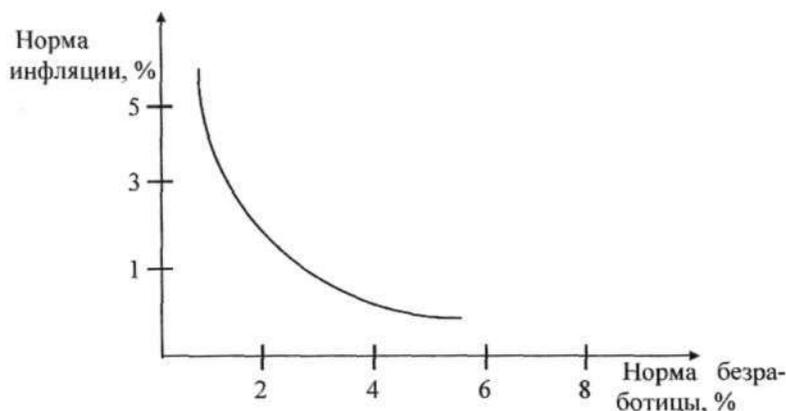


Рисунок 8.16 Кривая Филлипса показывает альтернативу между инфляцией и безработицей

Обратная взаимосвязь между инфляцией и безработицей существует в краткосрочном, до двух лет, периоде. Однако эта взаимосвязь неустойчива, она нарушается с изменением ожидаемой инфляции.

В долгосрочном периоде безработица не зависит от инфляции.

ВВП (GNP) как важнейший показатель экономической активности включает в себя потребление (*C*), инвестиции (*I*), государственные расходы (*G*) и чистый экспорт (*NX*):

$$GNP = C + I + G + NX \quad (8.13)$$

Потребительские расходы C обычно подразделяют на товары длительного пользования и товары краткосрочного пользования. Наибольший объем потребительских расходов – 65% ВВП характерен для США.

Наиболее общие составные части инвестиций *I* – это *инвестиции* в оборудование, сооружения, запасы. Уровень инвестиций в ВВП колеблется от 16% ВВП в США до более чем 30% в Японии. В большинстве индустриально развитых стран они составляют более 20%.

Правительственные закупки G в промышленно развитых странах составляет от 15 до 30% объемов производства.

Чистый экспорт NX представляет собой разность между экспортом и импортом. Эта разность может быть положительной, отрицательной или нулевой.

Схема на рис.8.17 иллюстрирует структуру национальных счетов.

Валовой национальный продукт	Амортизация	Косвенные налоги	Без налогов плюс трансферты	Сбережения
	Чистый национальный продукт			
		Потребление		

Рисунок 8.17 Общая схема национальных счетов

Рассмотрим *основные уравнения*, характеризующие *функционирование экономики*.

Пусть

Y – произведенная продукция (или доход),

C – потребление,

I – инвестиции,

S – сбережения.

Тогда

$Y = C + I$ – *объем продаж* произведенной продукции,

$Y = S + C$ – *распределение дохода*,

$C + I = Y = S + C$ – стоимость произведенной продукции равна полученным доходам,

$I = S$ – фактические инвестиции равны сбережениям.

С учетом правительственных расходов и внешней торговли:

$$Y = C + I + G + NX \quad (8.14)$$

Доход после уплаты налогов или *располагаемый доход*:

$$\begin{aligned} YD &= C + S, \\ YD &= Y + TR - TA, \end{aligned} \quad (8.15)$$

Выразим C из (8.14) и подставим в уравнение (8.15), тогда

$$S - I = (G + TR - TA) + NX, \quad (8.16)$$

где G – государственные закупки,

NX – чистый экспорт,

YD – располагаемый доход (после уплаты налогов),
 TR – трансфертные платежи,
 TA – налоги,
 $(G + TR - TA)$ – дефицит или избыток бюджета.

Из последнего уравнения можно сделать некоторые *выводы*:

1. Если сбережения равны инвестициям, то дефицит (избыток) бюджета отражается во внешнеторговом дефиците (избытке). Иными словами, если потребляется товаров больше, чем производится, то импорт должен превышать экспорт.
2. Если нужно увеличить чистый экспорт при данном избытке или дефиците государственного бюджета, то следует увеличивать сбережения для инвестиций, т. е. уменьшить потребление, так, чтобы больше произведенной продукции шло на экспорт.
3. Если нужно увеличить инвестиции, то государство должно увеличить сбережения или сократить бюджетный дефицит при заданном чистом экспорте.

Основное макроэкономическое тождество:

$$C + G + I + NX = Y = YD + (TA - TR) = C + S + (TA - TR) \quad (8.17)$$

Важную роль в макроэкономических моделях выполняют *индексы цен*, которые выявляют относительные изменения в ценах и дефлируют номинальные данные, что позволяет рассчитать реальный объем производства и дохода.

Темпы роста реального ВВП – важнейший экономический показатель, позволяющий оценить темпы экономического развития страны в динамике.

Наиболее важные ценовые индексы:

1. *дефлятор ВВП* $= (P_t \cdot Q_t / P > Q_t) \cdot 100\%$,

где t – текущий период,

P – ценовые характеристики,

P_0 – цена в базисном периоде,

Q – объемные показатели;

2. *индекс потребительских цен* (ИПЦ) включает импорт, в то время, как дефлятор ВВП – только цены товаров, произведенных внутри страны:

$$\text{ИПЦ} = (P_t \cdot Q_0 / P_0 \cdot Q_0) \cdot 100\%$$

3. *индекс цен производителя* (ИЦП) базируется уже не на потребительской корзине, как ИПЦ, но на рыночной корзине оптовых продаж, включающей как конечные, так и промежуточные товары.

Общий спрос на товары и услуги, производимые экономической системой, называется **совокупным спросом**. Совокупный спрос так же,

как и в ситуации с индивидуальным и рыночным спросом, предполагает, что при росте цен спрос на товары и услуги снижается. Однако нисходящий характер наклона кривой спроса (рис.8.18) объясняется в основном эффектом процентной ставки, эффектом богатства и эффектом импортных закупок.

Эффект процентной ставки: с ростом цен будут расти процентные ставки, и более высокие процентные ставки не будут стимулировать инвестиционные расходы и потребительские расходы на товары длительного пользования.

Эффект богатства: с ростом цен реальная стоимость финансовых активов будут падать, что будет снижать покупательную способность потребителя.

Эффект импортных закупок: более высокие цены в одной стране будут стимулировать импорт товаров и сдерживать экспорт этой страны.

Смещение кривой (рис.8.18) обусловлено действием неценовых факторов: изменением потребительских расходов, изменением инвестиционных расходов, изменением в государственных расходах, изменением в расходах на экспорт.

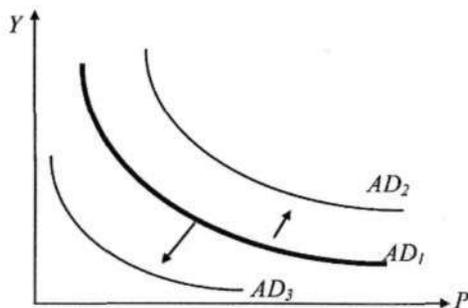


Рисунок 8.18 Кривая совокупного спроса AD и ее смещение

Совокупное предложение характеризует объем продукции, производимой в экономической системе при каждом возможном уровне цен. Эта кривая не линейна, она приближается к горизонтали по мере того, как экономика приближается к полной занятости (рис.8.18).

Кривая совокупного предложения (рис.8.19) состоит из трех отрезков:

- кейнсианского, когда ВВП изменяется, а цены – нет;
- промежуточного, когда изменяются и цены, и ВВП;
- классического, когда ВВП остается неизменным, на «уровне полной занятости», а цены могут изменяться.

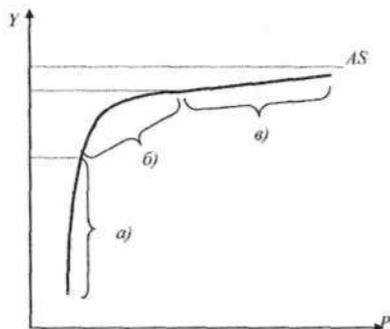


Рисунок 8.19 Кривая совокупного предложения

Изменение совокупного предложения под действием неценовых факторов (изменения цен на ресурсы, изменения производительности, налогов с предприятий и субсидий) показано на рис.8.20.

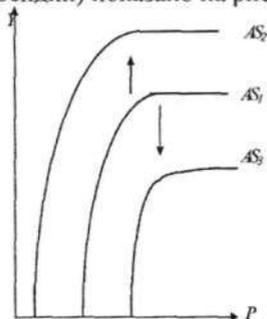


Рисунок 8.20 Изменение совокупного предложения

Равновесный уровень цен и равновесный объем производства а) на кейнсианском отрезке кривой совокупного предложения; б) на промежуточном отрезке кривой представлен на рис.8.21.

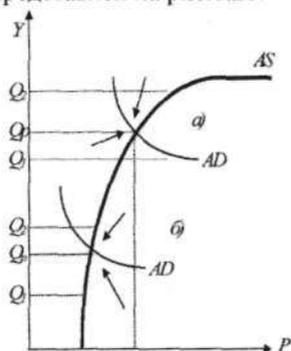


Рисунок 8.21 Кривая совокупного предложения: точки равновесия

8.4 Стандартная кейнсианская модель анализа рынка товаров

Рассмотрим зависимости между совокупным спросом и уровнем производства в предположении, что существует такой фрагмент кривой совокупного предложения (кейнсианский отрезок), где цены неизменны. Стандартную кейнсианскую модель характеризуют три модели:

- 1) модель автономного спроса, предполагающая автономные (не зависящие от дохода) потребление и инвестиции;
- 2) модель с функцией потребления, связанной с доходом;
- 3) модель с участием государства, в которую вводятся трансфертные платежи, налоги и бюджет.

Модель автономного спроса

В модели *спрос задан*, это спрос на продукцию, не связанный с доходом. *Равновесное производство* – это точка, в которой совокупный спрос равен совокупному предложению. При равновесии не существует сил, вызывающих изменения. Если экономика не функционирует в условиях равновесного производства, совокупный спрос будет или выше, или ниже, чем производство, и производство будет меняться из-за изменений в запасах. Эти изменения будут продолжаться до тех пор, пока производство не сравняется с совокупным спросом. Иначе совокупный спрос (или расходы) определяет уровень производства (рис.8.22).

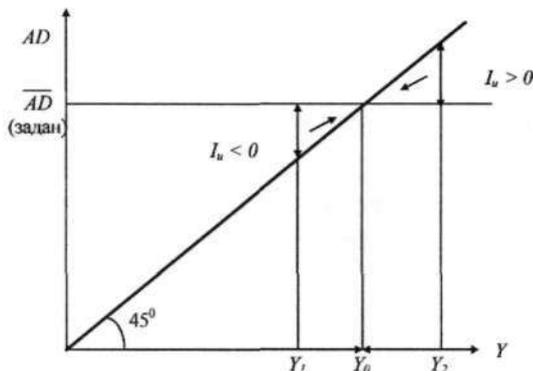


Рисунок 8.22 Автономный совокупный спрос и равновесие

На рис.8.22 использованы следующие обозначения:

AD – совокупный спрос (продажи),

Y – выпуск (производство, доход),

Y_0 – равновесное производство,

I_u – непреднамеренные инвестиции в запасы, которые представляют собой увеличение или сокращение инвестиций, вытекающее из продаж AD , которые ниже или выше, чем производство Y .

$$I_u = Y - AD.$$

Линия под углом 45° (биссектриса) служит справочной линией в том смысле, что для любого данного уровня Y на горизонтальной оси биссектриса дает такой уровень AD на вертикальной оси, при котором $Y = AD$. Если совокупный спрос расположен выше биссектрисы, он превышает производство. Если совокупный спрос расположен ниже биссектрисы, производство превышает совокупный спрос.

Процесс восстановления равновесия смещает уровень производства к его равновесному уровню, например, совокупный спрос превышает производство: $AD > Y$, $I_u < 0$ слева от Y_0 (рис.8.22).

Запасы снижаются, происходит непредусмотренное уменьшение инвестиций в запасы, продажи превышают производство. Величина снижения запасов определяется превышением совокупного спроса над производством. Фирмы должны увеличивать производство для накопления запасов с тем, чтобы обеспечить более высокий уровень продаж. Производство будет увеличиваться до тех пор, пока не достигнет равновесного объема, который возникает при $I=0$ и при отсутствии тенденции к увеличению или снижению запасов.

Пусть совокупный спрос ниже, чем производство: $AD < Y$, $I_u > 0$ слева от Y_0 (рис.8.22).

Если совокупный спрос ниже, чем производство, запасы накапливаются. Чтобы учесть это увеличение запасов, фирмы должны снизить уровень производства и продолжать это делать до тех пор, пока не будет достигнут равновесный объем производства Y_0 . Если руководители компании видят, что запасы накапливаются, они должны снижать производство до тех пор, пока уровень запасов не станет нормальным.

Важный вывод из этой модели состоит в том, что *расходы определяют уровень производства*. Домашние хозяйства потребляют такое количество, которое они хотят потребить. При равновесии изменения в запасах равны нулю: $I_u = 0$, а совокупный спрос равен объему производства: $AD = Y_0$. Процесс восстановления равновесия основан на непредусмотренных изменениях запасов, что заставляет фирмы увеличивать или сокращать производство, смещая его к уровню равновесия. При равновесии: $AD = Y_0$, $I_u = 0$.

Модель с функцией потребления, связанной с уровнем дохода

Пусть потребление – линейная функция доходов:

$$C = \bar{C} + cY, \quad 0 < c < 1,$$

где \bar{C} – минимальный базисный уровень потребления,

c – предельная склонность к потреблению, определяется как прирост потребления в результате увеличения доходов Y на единицу:

$$c = \frac{\Delta C}{\Delta Y}.$$

Обозначим:

\overline{AD} – совокупный спрос,

\bar{A} – автономный совокупный спрос,

Y – выпуск (производство, доходы),

Y_0 – равновесный доход и производство,

\bar{I}_k – непреднамеренные инвестиции,

\bar{C} – потребление,

\bar{C} – автономное потребление,

c – предельная склонность к потреблению,

\bar{I} – автономные инвестиции,

S – сбережения,

s – предельная склонность к сбережениям.

Доходы или сберегаются, или расходуются. Следовательно, **предельная склонность к сбережениям** (s) представляет собой часть дохода, которая отложена, равна единице минус предельная склонность к потреблению (c):

$$\begin{aligned} S &= Y - C, \\ S &= Y - (\bar{C} + cY) = -\bar{C} + (1 - c)Y, \\ s &= \frac{\Delta S}{\Delta Y} = 1 - c. \end{aligned}$$

На рис. 8.23. иллюстрируется положение равновесия для модели с потреблением, связанным с доходами и автономными инвестициями.

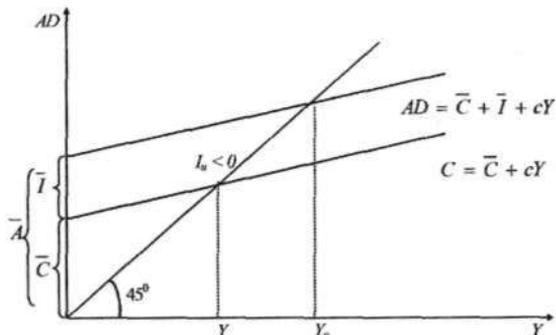


Рисунок 8.23 Определение равновесного производства в модели с функцией потребления

Равновесные доходы и производство:

$$\begin{aligned} Y_0 &= AD, \\ Y_0 &= \bar{C} + cY + \bar{I}, \\ Y - cY &= \bar{C} - \bar{I}, \\ \bar{A} &= \bar{C} + \bar{I}, \\ Y_0 &= \left(\frac{1}{1-c}\right)\bar{A}. \end{aligned}$$

Равновесные сбережения и инвестиции:

$$\begin{aligned} Y_0 &= AD, \\ Y_0 - C &= AD - C, \\ S &= Y_0 - C, \\ \bar{I} &= AD - C, \\ S &= \bar{I} \text{ (при равновесии)}. \end{aligned}$$

Процесс восстановления равновесия зависит от изменения масштабов непреднамеренных инвестиций.

Только в положении равновесия совокупный спрос равен производству. *Уровень равновесного производства* зависит от объема автономных инвестиций (\bar{I}), от автономного потребления (\bar{C}) наряду с предельной склонностью к потреблению (c), которая определяется наклоном кривой совокупного спроса. Автономный совокупный спрос (\bar{A}) обозначается пресечением линии совокупного спроса с вертикальной осью Y . Чем выше предельная склонность к потреблению, тем выше равновесное производство. Если люди потребляют большую часть своего дохода, равновесное производство должно быть более высоким, так как совокупный спрос (расходы, потребление) определяет уровень производства.

При равновесии сбережения равны плановым инвестициям, которые представляют собой автономные инвестиции (\bar{I}). Это легко показать математически. Если сбережения не равны инвестициям, это означает, что инвестиции включают непреднамеренное увеличение или уменьшение запасов. При этом, если имеют место непреднамеренные инвестиции, равновесие нарушается. Однако уже действуют силы, смещающие состояние рынка к положению равновесия. Фактические инвестиции состоят из плановых инвестиций плюс непредусмотренные изменения в инвестициях и запасах.

Важное значение в моделях потребления имеет понятие мультипликатора.

Мультипликатор характеризует изменения в равновесном производстве, возникающие при изменении автономного совокупного спроса на одну единицу. Это коэффициент, определяющий изменения в инвестициях, в расходах производства и налогах.

Вычисление мультипликатора:

$$\Delta Y = \Delta AD = \Delta \bar{A} + c \Delta Y_0.$$

Иначе говоря, совокупный спрос изменяется на величину, соответствующую изменениям в автономных расходах ($\Delta \bar{A}$) и изменениям в расходах, определяемых изменением доходов ($c \cdot \Delta Y_0$):

$$\Delta Y_0 - c \cdot \Delta Y_0 = \Delta \bar{A}$$

$$\Delta Y_0 = \frac{1}{1-c} \Delta \bar{A},$$

где $\alpha = \frac{1}{1-c}$ – множитель при $\Delta \bar{A}$ или мультипликатор.

Изменения в совокупном спросе происходит в результате прироста ΔI (рис.8.24), а изменения в равновесном производстве и доходах иллюстрирует величина Y'_0 , отличающаяся от Y_0 на величину прироста ΔY_0 . Из графика 8.24 видно, что эффект мультипликатора зависит от величины изменений в автономных расходах и мощности мультипликатора, которая зависит от предельной склонности к потреблению c .

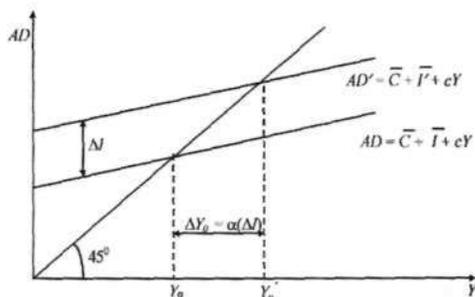


Рисунок 8.24 Изменение равновесного производства в результате изменения совокупного спроса. Действие мультипликатора

Примеры мультипликаторов:

$$c = 0,5 \quad \alpha = \frac{1}{1-0,5} = 2,0,$$

$$c = 0,75 \quad \alpha = \frac{1}{1 - 0,75} = 4,0,$$

$$c = 0,9 \quad \alpha = \frac{1}{1 - 0,9} = 10,0.$$

Максимальная склонность к потреблению, использованная в иллюстрации на рис.8.24, равна 0,75, что показывает наклон кривой совокупного спроса.

Модель с влиянием государственного сектора

Модель с участием государства более сложна, но является более продуктивной для целей анализа, поскольку позволяет учесть влияние налогов и государственных расходов на государственный бюджет и использовать возможности регулирования процессов производства с помощью налоговых рычагов, трансфертных платежей и государственных расходов.

Потребление становится функцией дохода за вычетом налогов.

Трансфертные платежи (безвозмездные выплаты членам общества из государственного бюджета, например: пособия по безработице, выплаты по социальному страхованию и др.) увеличивают потребление, а налоги его сокращают. Кроме того, поскольку налоги являются функцией доходов, изменяется предельная склонность к потреблению.

$$\begin{aligned} C &= \bar{C} + cYD = \bar{C} + c(Y + \bar{TR} - TA), \\ C &= \bar{C} + c(Y + \bar{TR} - tY), \\ tY &= TA, \\ C &= \bar{C} + c\bar{TR} + c(1-t)Y, \end{aligned}$$

где YD – располагаемый доход (после уплаты налога),

\bar{TR} – трансфертные платежи,

TA – налоги,

t – налоговая ставка,

$c(1-t) = \frac{\Delta C}{\Delta Y} = c'$ – предельная склонность к потреблению.

Последнее выражение означает, что налоги снижают предельную склонность к потреблению в $1-t$ раз. Например, при $c = 0,8$ и $t = 0,2$ предельная склонность к потреблению снижается с $c = 0,8$ до $c' = 0,8(1 - 0,2) = 0,64$. Еще одно важное изменение в модели связано с введением понятия государственных закупок G , увеличивающих совокупный спрос.

На рис.8.25 представлены введенные изменения, причем кривая совокупного спроса имеет меньший наклон, так как налоги снижают предельную склонность к потреблению.

$$Y_0 = AD,$$

$$Y_0 = \bar{C} + \bar{I} + \bar{G},$$

где \bar{G} – государственные закупки,

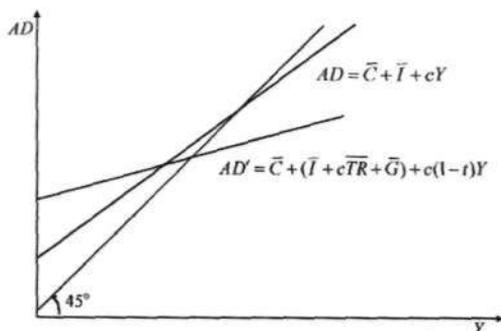


Рисунок 8.25 Иллюстрация к модели рынка с учетом государственного сектора

$$Y_0 = (\bar{C} + c\bar{TR}) + c(1-t)Y + \bar{I} + \bar{G},$$

$$Y - c(1-t)Y = \bar{C} + c\bar{TR} + \bar{I} + \bar{G},$$

$$Y(1 - c(1-t)) = \bar{A},$$

$$Y_0 = \frac{1}{1 - c(1-t)} \bar{A}.$$

Последнее выражение характеризует *равновесное производство*:

$\bar{\alpha} = \frac{1}{1 - c(1-t)}$ – новый мультипликатор, включающий налоговую ставку.

Новый мультипликатор становится меньше: подоходные налоги сокращают прирост потребления, возникающий в результате изменения доходов.

Следующие расчеты показывают, насколько значительно уменьшается величина мультипликатора в результате включения ставки подоходного налога (табл.8.4).

Таблица 8.4 – Расчет значений мультипликаторов

Предельная склонность к потреблению c	Мультипликаторы	
	$\alpha = \frac{1}{1-c}$	$\alpha = \frac{1}{1-c(1-t)}, t = 0,2$
0,5	$1/(1-0,5) = 2,0$	$1/[1-0,5(1-0,2)] = 1,6$
0,75	$1/(1-0,75) = 4,0$	$1/[1-0,75(1-0,2)] = 2,5$
0,9	$1/(1-0,9) = 10,0$	$1/[1-0,9(1-0,2)] = 3,57$

Подходный налог является *автоматическим стабилизатором*, так как он сокращает объем производства в ответ на изменения автономного спроса из-за меньшего мультипликатора. Автоматические стабилизаторы сокращают амплитуду колебаний деловой активности вокруг линии тренда. Одной из причин колебаний в цикле деловой активности является изменение спроса на инвестиции. Автоматические стабилизаторы смягчают уровень таких изменений. Прогрессивный подходный налог, при котором средняя налоговая ставка увеличивается по мере увеличения доходов, действует в качестве дополнительного автоматического стабилизатора. В период спада, когда доходы уменьшаются, налоговая ставка должна снижаться, если подходный налог является прогрессивным, увеличивая размер мультипликатора и помогая экономике выйти из состояния спада. Во время инфляционного подъема доходы растут, налоговая ставка также должна повышаться, уменьшая мультипликатор, что будет способствовать уменьшению экономических нагрузок.

Другим важным автоматическим стабилизатором являются пособия по безработице.

Рассмотрим особенности мультипликаторов, характерные для различных изменений: в государственных расходах, налогах и трансфертных платежах.

Мультипликатор государственных закупок ($\bar{\alpha}$)

Увеличение государственных закупок смещает совокупный спрос вверх на сумму прироста. Изменение равновесного производства должно быть пропорционально изменению в совокупном спросе (увеличению государственных закупок) с коэффициентом пропорциональности $\bar{\alpha}$ (мультипликатор со ставкой подходного налога t):

$$Y_u = \bar{\alpha}(C + cTR + I + G),$$

$$\Delta Y_0 = \bar{\alpha} \cdot G.$$

Пусть $c = 0,6$; $t = 0,2$, тогда мультипликатор государственных закупок должен быть равен 1,92.

Мультипликатор трансфертных платежей ($\bar{\alpha}c$)

Если трансфертные платежи увеличиваются, автономный спрос изменяется на сумму их прироста, умноженную на величину « c ». Увеличение в автономном спросе меньше, чем полная сумма прироста трансфертных платежей, так как часть этих платежей идет на сбережения.

Потому $\Delta Y_0 = \bar{\alpha} \cdot c \cdot \Delta TR$.

При $c = 0,6$; $t = 0,2$ мультипликатор трансфертных платежей ($\bar{\alpha}c$) будет равным 1,15.

Мультипликатор ставки подоходного налога

При прогрессивном налогообложении изменение налоговой ставки оказывает двойное воздействие на уровень расходов:

1. изменение в расходах при первоначальном уровне доходов:

Первоначальное потребление будет меняться, потому что доход после вычета налогов изменится в результате изменения налоговой ставки.

Например, если налоговая ставка увеличивается с 0,2 до 0,3, доходы после вычета налогов сократятся на 10%, а потребление – на 10%, умноженные на предельную склонность к потреблению:

$$C = \bar{C} + cYD = \bar{C} + c(Y + TR - tY),$$

$$\Delta C = -c(\Delta tY).$$

Знак «минус» отражает обратную зависимость между изменениями в налогах и изменениями в потреблении.

2. изменение расходов, вызванное новым уровнем дохода:

Это изменение в расходах связано с новой предельной склонностью к потреблению, вытекающей из новой налоговой ставки (t_1).

Новая предельная склонность к потреблению должна составлять: $c(1 - t_1)$.

Общим результатом становится первоначальное изменение в расходах, умноженное на новый мультипликатор, основанный на новой налоговой ставке:

$$\Delta Y_0 = \frac{1}{1 - c(1 - t_1)} cY_0 \Delta t.$$

Анализ модели с участием государства показывает, что расходы государства и изменения в налогообложении могут быть использованы для регулирования экономики. По своему влиянию на равновесный доход *государственные закупки* действуют так же, как и увеличение автономных расходов. *Увеличение трансфертных платежей* также действует подобно приросту автономных расходов, хотя их начальное воздействие обладает меньшим эффектом, чем при государственных закупках, поскольку часть трансфертных платежей сберегается. *Увеличение ставки подоходного налога* сокращает часть дополнительного дохода и подобно действию снижения предельной склонности к потреблению. Очевидно, что более низкая ставка подоходного налога действует на рост предельного потребления аналогично увеличению предельной склонности к потреблению. Поэтому становится понятно, что *фискальная политика государства, располагающая в качестве инструментов регулиро-*

вания государственными расходами и налогами, ориентирована на стабилизацию экономики.

Теоретически увеличение государственных расходов или снижение налогов могут привести к увеличению производства и облегчить достижение состояния равновесия с полной занятостью. Однако если экономика приближается к производству при полной занятости, увеличение государственных закупок или снижение налоговой ставки одновременно с увеличением реального ВВП приведет к росту цен, делая полную занятость труднодостижимой целью. Фискальная политика может вводиться в действие и в связи с другими целями, отличными от целей стабилизации экономики и вступающими в противоречие с целями достижения равновесного производства при полной занятости (оборонные цели, перераспределение доходов, производство общественных благ и др.). Кроме того, следует учитывать влияние лагов в механизме фискальной политики между идентификацией потребностей в фискальной политике и тем моментом, когда политика окажет влияние на экономику, то есть когда наступила уже новая фаза цикла деловой активности, и вмешательство государства уже не нужно.

Исследование последней модели позволяет разобраться с механизмом государственного регулирования экономики, а также с природой дефицита и избытков государственного бюджета, которые являются функцией доходов и зависят, таким образом, от государственной политики расходов и налогообложения, а также от уровня экономической активности.

8.5 Теории потребления

Значительная часть совокупного спроса приходится на долю личного потребления. Определение особенностей, факторов, влияющих на уровень потребления и постоянство нормы потребления при изменении дохода, позволяют объяснить различные теории потребления. Одна из первых теорий поведения потребителей была предложена Дж. Дьюзенберри в 1948 г. В его гипотезе «относительного дохода» утверждается, что потребление в текущем периоде является функцией потребления в предыдущие периоды, а также зависит от абсолютного и относительного дохода.

Две другие теории: теория жизненного цикла и теория постоянного дохода объясняют «консерватизм» привычек потребителей, а также противоречивость эмпирических данных, касающихся функций потребления. Например, функция потребления за период с 1920 по 1941 имела вид:

$$C = 47,6 + 0,73YD$$

Это уравнение показывало низкую предельную склонность к потреблению ($c = 0,73$), причем средняя склонность к потреблению (APC) снижалась по мере роста доходов.

Средняя склонность к потреблению – это потребление (C), деленное на располагаемый доход (YD).

Если предельная склонность к потреблению меньше (APC), это свидетельствует о снижении его уровня.

$$(APC) = C/YD = 47,6/YD + 0,73YD/YD = 47,6/YD + 0,73$$

Следовательно, по мере того, как YD увеличивается, (APC) сокращается.

Однако, согласно эмпирическим данным, средняя склонность к потреблению с течением времени не изменялась.

Результаты исследований (1946 г.) нобелевского лауреата Саймона Кузнецца подтверждают, что средняя склонность к потреблению остается относительно постоянной в течение достаточно продолжительных 30-летних периодов (табл.8.5).

Таблица 8.5 – Результаты расчетов средней склонности к потреблению (APC)

APC	1869 - 1898	1884 - 1913	1904 - 1933
	0,867	0,867	0,879

Вместе с тем, средняя склонность к потреблению претерпевала существенные изменения по годам. Эти особенности в определенной мере раскрывают теории потребления.

Теория жизненного цикла потребления и сбережений

Теория жизненного цикла была разработана Франко Модильяни и Альбертом Эндоу в 1963 г. Она утверждает, что человек планирует свое потребление на протяжении своего жизненного цикла, основываясь на оценке своих доходов и богатства, которыми он располагает в течение всего жизненного цикла.

$$C = aWR + cYL,$$

где a – предельная склонность к потреблению богатства,

WR – реальное богатство,

c – предельная склонность к потреблению дохода,

YL – трудовой доход.

Другие предположения состоят в том, что распределение потребления относительно равномерно, и человек будет потреблять свои доходы и богатство, полученные им за жизнь на всем ее протяжении. Люди также будут откладывать сбережения для обеспечения себя после ухода на пенсию. На протяжении каждого года часть богатства в размере $1/(NL - T)$

будет потребляться, где $(NL - T)$ – предстоящая продолжительность жизни человека.

Сущность теории воплощается в модели, учитывающей высказанные гипотезы:

$$C = aWE + cYL,$$

$$a = \frac{1}{NL - T},$$

$$c = \frac{(WL - T)}{(NL - T)},$$

где NL – количество лет жизни,

WL – количество лет работы,

T – определенная точка в жизненном или рабочем цикле, например,

$T = 10$ означает, что человек находится на своем десятом году рабочей жизни.

Теория жизненного цикла приводит к следующим выводам.

1. обе склонности к потреблению (a и c) меняются на протяжении жизни человека вполне закономерно;
2. предельная склонность к потреблению из богатства (a) связана с положением, которое занимает человек на протяжении жизненного цикла. Чем ближе конец жизненного цикла, тем выше предельная склонность к потреблению из богатства. Если до конца жизни осталось три года, величина a должна быть равна 0,33.
3. предельная склонность к потреблению из трудовых доходов (c) также зависит от количества оставшихся лет работы. Удлинение рабочего периода сравнительно с пенсионным должно увеличить потребление, потому что оно повышает доход на протяжении жизненного цикла и сокращает продолжительность периода, когда расходуются сбережения. c увеличивается, как это показано выше.
4. в соответствие с теорией справедливо заключение, что люди сберегают больше, если их доходы выше среднего дохода на протяжении жизненного цикла, и что они не делают сбережений, если их доходы ниже по сравнению со средним доходом на протяжении жизненного цикла.
5. теория позволяет объяснить различие между долгосрочной $APC = 0,90$ (по данным С. Кузнецца) и $c = 0,75$. Разница вытекает из зависимости между потреблением и богатством. Отношение богатства к доходу после вычета налогов примерно одинаковое на протяжении длительного периода времени, как показывает анализ С. Кузнецца, но оно существенно меняется год от года, если брать краткосрочный период. Сравнительно постоянное значение $APC = 0,90$ состоит из краткосрочного

значения $c = 0,74$, определяемого трудовым доходом, и из a на уровне около 0,045, источником которого является богатство, превышающее величину дохода в 4-5 раз.

- б. на поведение потребителя оказывает влияние рынок ценных бумаг. В период финансового бума WR высокое, и потребление увеличивается. Если рынок ценных бумаг переживает депрессию, WR сокращается, а потребление падает.

Теория постоянного дохода

Теория была разработана Милтоном Фридменом, лауреатом Нобелевской премии 1976 г. по экономике, и впервые опубликована в 1957 г. Теория базируется на положении, что потребление связано с так называемым постоянным доходом, определяется стабильной нормой потребления, которая сохраняется человеком на протяжении всей его последующей жизни при условии сохранения нынешнего уровня богатства и дохода, получаемого в настоящее время, с учетом того, что человек ожидает получить в будущем. Фридмен предлагает теорию, согласно которой человек оценивает свой постоянный доход как взвешенную среднюю текущего и прошлого дохода. Фридмен фактически использовал убывающую средневзвешенную величину годового дохода за предшествующие 17 лет. Подобно теории жизненного цикла, эта теория утверждает, что потребители предпочитают равномерный уровень потребления. Потребление в один конкретный день не связано с доходом, полученным непосредственно в этот день, но базируется на оценке среднесуточного дохода.

Фридмен использует термин «**преходящий доход**», т.е. доход, который не обязательно сохранится (эпизодически получаемые суммы). Он допускает, что проходящий доход может не оказывать существенного воздействия на потребление.

Теоретическая модель имеет вид:

$$C = cY^p + c\theta Y + c(1-\theta)Y_{t-1},$$

где c – долгосрочная предельная склонность к потреблению,

$c\theta$ – краткосрочная, или текущая, предельная склонность к потреблению,

Y^p – постоянный доход,

Y_{t-1} – доход прошлого года.

В ходе эмпирического анализа Фридман определил, что $c = 0,88$ (этот результат подтверждают выводы в работе Кузнецца), $c\theta = 0,33$ (краткосрочная предельная склонность к потреблению равнозначна предельной склонности к потреблению из проходящего дохода).

Из теории постоянного дохода следуют *выводы*:

1. существует разница между краткосрочной и долгосрочной предельной склонностью к потреблению. Краткосрочная предельная склонность к

потреблению должна быть низкой, так как люди не могут быть уверены в том, что текущий прирост дохода сохранится в будущем.

2. величина θ будет различной для различных потребителей. Она будет высокой, если доход стабилен, и низкой, если прошлый доход нестабилен.

Уровни анализа совокупного спроса и совокупного предложения в макроэкономической теории

Кейнсианская модель рассматривала только совокупный спрос и товарный рынок. Равновесие на нем наступает в точке равенства выпуска продукции (Y) совокупному спросу (AD). Совокупный спрос включает потребление, инвестиции и государственные расходы. Равновесие устанавливается, когда выпуск продукции равен автономным расходам (A), умноженным на мультипликатор, который определяется налоговой ставкой (t) и предельной склонностью к потреблению (c):

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{1 - c(1 - t)},$$
$$\bar{Y} = \bar{\alpha} \cdot \bar{A}.$$

Исследование влияния, оказываемого монетарной и фискальной политикой государства, производится с помощью более сложных моделей, однако и более реалистичных по сравнению с кейнсианской.

Моделирование рынка товаров и денежного рынка (модель IS-LM)

В этой модели предполагается, что инвестиции являются функцией процентной ставки, как это было в кейнсианской модели. Процентная ставка определяется на денежном рынке. Эффективность фискальной политики снижается, так как рост государственных расходов повышает процентную ставку, сокращая объем инвестиций и уменьшая размер мультипликатора. Равновесие в этой модели определяется путем установления сбалансированности между рынком товаров (кривая IS) и денежным рынком (кривая LM). Параметры, введенные в эту модель, включают эластичности инвестиций по проценту (b), эластичность спроса на деньги по проценту (h) и эластичность спроса на деньги по доходу (k).

$$\text{Кривая IS: } \bar{Y} = \bar{\alpha} \cdot (\bar{A} - b\bar{i}).$$

$$\text{Кривая LM: } \bar{i} = \frac{1}{h} \left(k\bar{Y} - \frac{\bar{M}}{\bar{P}} \right),$$

$$b = \frac{\Delta I}{\Delta i},$$

$$h = \frac{\Delta L}{\Delta i},$$

$$k = \frac{\Delta L}{\Delta Y}.$$

где L – спрос на деньги,

Равновесие:

$$Y = \alpha \left(A - \frac{b}{h} \left(kY - \frac{M}{P} \right) \right),$$

$$\beta = \frac{\alpha}{1 + k\alpha \frac{b}{h}} = \frac{h\alpha}{h + k\alpha b},$$

$$\gamma = \frac{b\alpha}{h + k\alpha b},$$

$$Y = \beta A + \gamma \frac{M}{P},$$

где β – мультипликатор фискальной политики,

γ – мультипликатор монетарной политики.

Поскольку подробно эта модель не анализируется, уточним следующие понятия.

Фискальная политика – экономическая политика, опирающаяся на изменение налоговых поступлений и государственных расходов, направленная на стабилизацию экономики (безынфляционный рост и полная занятость).

Монетарная политика – экономическая политика, предполагающая изменение денежного предложения с целью достижения безынфляционного экономического роста и полной занятости.

Мультипликатор монетарной политики (γ) – мультипликатор, показывающий в какой степени изменение предложения денег приведет к изменению равновесного уровня дохода при прочих неизменных факторах.

Мультипликатор фискальной политики (β) показывает, в какой степени увеличение государственных расходов вызовет изменение равновесного уровня дохода при неизменном реальном предложении денег.

На следующем уровне анализа совокупный спрос, представляющий равновесие рынка товаров и денег, приравнивается к совокупному предложению для того, чтобы определить равновесный выпуск продукции и цены, а также процентную ставку и занятость.

Ослабляющее воздействие на рост совокупного спроса проявляется в большей степени по сравнению с предыдущими мультипликаторами, поскольку имеет место увеличение производства и рост цен, приводящие к повышению процентной ставки, и, тем самым, к снижению уровня инвестиций.

Следующий рисунок (8.26) показывает разницу в мультипликативном эффекте этих трех моделей.

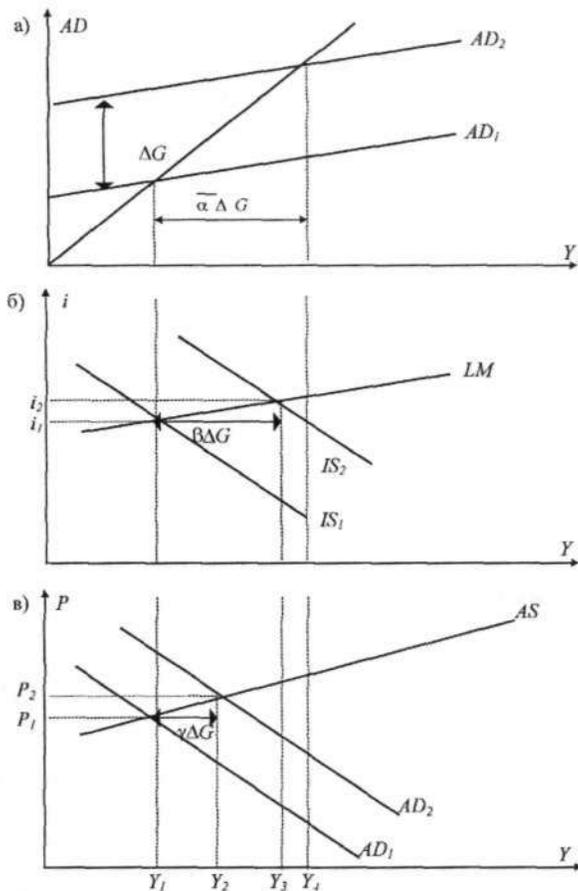


Рисунок 8.26 Оценка мультипликативного эффекта трех моделей

В верхней части рисунка 8.26 а рост государственных расходов увеличивает в значительной мере выпуск продукции, при этом наклон кривой совокупного спроса отражает величину мультипликатора. На средней части рисунка 8.26 б введение фактора денежного рынка и инвестиций как функции процентной ставки демонстрирует ослабляющий эффект на эко-

ному более высокой процентной ставки, когда государственные расходы вытесняют определенную часть частного сектора. В нижней части рисунка 8.26 в показано, что рост цен также приводит к сокращению эффекта мультипликатора, поскольку при этом увеличивается процентная ставка и сокращаются инвестиции.

8.6 Приложение макроэкономической теории: политика стабилизации

Политика стабилизации – это политика государства, направленная на стабилизацию экономики: достижение стабильного уровня цен, полной занятости, обеспечение эффективного экономического роста.

Основные инструменты стабилизации включают:

- фискальную политику;
 - монетарную политику;
 - политику, направленную на изменения в совокупном предложении.
- I. *Фискальная политика* включает манипулирование государственными расходами и налогами.

Инструменты фискальной политики: государственные субсидии, различные налоговые изменения (личный подоходный налог, налог на корпорации, акцизные налоги, изменение налоговых ставок или сумм налогообложения), трансфертные платежи и др.

- *Стимулирующая фискальная политика* ведет к увеличению совокупного спроса, а также процентной ставки и внешнеторгового дефицита.

Важное значение имеет выбор *вида государственных расходов*, так как эффект мультипликатора может быть различным (например, мультипликатор расходов на оборону имеет меньшую величину по сравнению с другими расходами ввиду высокой капиталоемкости оборонной промышленности). Более низкий мультипликатор имеют и *трансфертные платежи*, так как часть этих сумм сберегается.

Эффект снижения налогов аналогичен увеличению государственных расходов – совокупный спрос увеличивается. Имеет значение и выбор *типа налогов*, оказывающих различное влияние на экономику.

Инвестиционные субсидии оказывают воздействие, отличное от других инструментов фискальной политики, поскольку они стимулируют инвестиции.

Мультипликатор фискальной политики не учитывает изменения цен.

- *Экспансионистская фискальная политика*, как правило, приводит к росту цен, если экономика не находится в состоянии спада. При

этом инфляция будет, как правило, повышать процентные ставки, сокращая инвестиции частного сектора и потребляемые расходы на товары длительного использования, снижая мультипликационный эффект фискальной политики.

- II. *Монетарная политика* позволяет центральному банку изменять количество денежных средств в банковской системе, и тем самым получает возможность изменять процентную ставку и воздействовать на инвестиции и доходы. Увеличение предложения денежной массы снижает процентную ставку, а уменьшение предложения денег ее повышает.
- *Стимулирующая монетарная политика* повышает совокупный спрос и стимулирует закупки товаров длительного пользования. Увеличение денежной массы будет оказывать давление на цены в сторону их повышения, более значительное по сравнению с фискальной политикой, и вероятность инфляции здесь выше.
 - *Экспансионистская монетарная политика* не будет увеличивать дисбаланс внешнеэкономического сектора в такой же степени, как фискальная политика. В то время, как увеличение совокупного спроса приведет к росту доходов, которые частично идут на потребление иностранной продукции, т. е. на увеличение импорта, сокращение процентной ставки будет вызывать отток капитала из страны. Это приводит к обесцениванию национальной валюты и улучшению торгового баланса. Вместе с тем, более высокие цены на отечественные товары стимулируют потребителей покупать импортные товары, что приведет к сокращению конкурентоспособности экспортного сектора экономики.

В таблице 8.6 сравнивается влияние стимулирующей фискальной и монетарной политики, рассматривается их влияние на внешнеполитический сектор, а также на внутриэкономическое равновесие.

- III. Экономический рост страны, важной особенностью которого является смещение кривой совокупного спроса вправо, обеспечивается реализацией политики, направленной на увеличение стимулов к труду, сбережениям и инвестициям, повышение эффективности.

В связи со стагфляцией (одновременным повышением уровня цен и безработицы), которая была характерна для многих промышленно развитых стран в 70-80-е годы, экономисты, сторонники теории предложения, считали такую политику полезной для стабилизации экономики. Представители этой школы (начиная с Ж.-Б. Сэя) считали задачей первоочередной важности увеличение накопления и повышение эффективности производства. Даже Кейнс признавал важность предложения товаров, хотя в его теории подчеркивалось значение спроса, да и на протяжении многих лет нашего столетия среди экономистов господствовало мнение о необходимости проведения политики увеличения совокупного спроса.

Таблица 8.6 – Воздействие стимулирующей фискальной и монетарной политики

Объект влияния	Направление влияния	
	Фискальной политики	Монетарной политики
Занятость	Рост	Рост
Цены	Рост	Рост
Процентная ставка	Рост	Уменьшение
Инвестиции	Уменьшение	Рост
Потребление	Рост	Рост
Долгосрочный экономический рост	-	Рост
Положительное сальдо государственного бюджета	Уменьшение	Рост
Импорт	Рост	Рост
Экспорт	Уменьшение	Рост
Приток иностранного капитала	Рост	Рост

Политика повышения эффективности, стимулирующая инвестиции, накопление, государственные доходы и самих работников, реализуется по таким основным направлениям:

- сокращение налогов как стимул производителей и инвесторов;
- дерегулирование отраслей промышленности и их приватизация, которые, как считается, повысят конкуренцию и приведут к повышению производительности труда;
- устранение крупных дефицитов бюджета, что должно способствовать увеличению объема основного капитала страны.

Отсутствие равновесия в экономической системе, что является обычным состоянием экономики, объясняется различными сдвигами и изменениями, заставляющими смещаться совокупный спрос или совокупное предложение.

К числу таких причин, которые вызывают изменение выпуска продукции, процентных ставок или цен, относятся:

- войны, которые требуют концентрации большей части ресурсов экономики в производстве вооружений; возросшие государственные расходы должны компенсироваться снижением спроса в частном секторе; для этого могут вводиться рационирование, лицензирование инвестиционных проектов и др.;
- социальные проекты становятся причинами крупного дефицита бюджета;
- сдвиги в потреблении под действием изменения предложений влияют также на соотношение между потреблением и сбережениями;

- сдвиги в инвестициях, определяемые фактором технического прогресса, оказывают значительное изменение в прибыли (для крупных корпораций является распространенным колебание инвестиций на 20-30 % в год;
- сдвиги в спросе на деньги связаны с непрерывными колебаниями процентных ставок;
- изменение условий предложения вызывают смещение кривой предложения;
- забастовки также являются частой причиной экономических нарушений в наше время;
- изменение спроса на внешнем рынке влияет на экономический рост стран;
- неразумная экономическая политика, определяемая политическими причинами, может привести к отклонениям в экономическом развитии. Меры экономической политики могут дестабилизировать экономику, если нарушения имели только краткосрочный характер. Если выясняется, что экономические нарушения носят постоянный характер, требуются действия для стабилизации экономики. Влияние политики стабилизации экономики на временные экономические отклонения проиллюстрировано на рис.8.27.

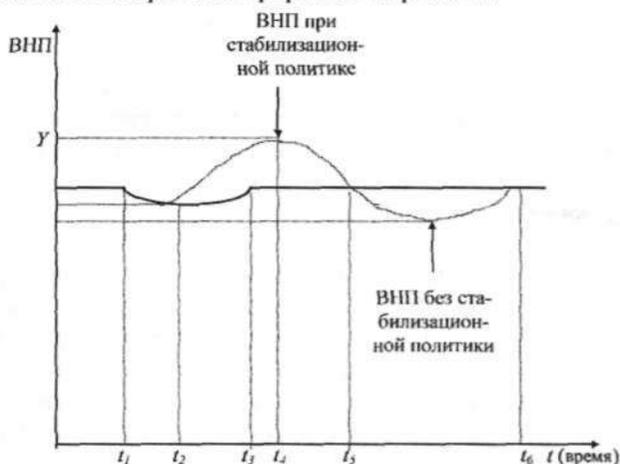


Рисунок 8.27 Влияние стабилизационной политики на уровень ВВП

- t_1 – время возникновения нарушения в экономике,
 t_2 – момент начала стабилизационной политики,
 t_3 – возвращение системы к уровню ВВП в условиях полной занятости без вмешательства государства,
 (t_2, t_6) – период дестабилизации экономики.

Воздействие лагов

Проблема, которую иллюстрирует рис.8.27, может быть решена, если нарушения равновесия определяются без запаздываний и меры принимаются незамедлительно. Однако в реальной практике приходится считаться с существованием временных задержек, или *лагов*, внутренних и внешних.

К *внутренним лагам* относятся:

- I. *Лаг распознавания ситуации* в среднем составляет пять месяцев, причем он является более продолжительным, когда необходима политика сдерживания деловой активности, и более кратким в случае проведения стимулирующей политики (в соответствии с исследованиями Дж. Карекена и Р.Солоу, проведенных в 60-е годы).
- II. *Лаг принятия решений* существенно варьируется при переходе от фискальной политики к монетарной. Проведение фискальной политики, которая требует подготовки правительством нового законодательства и принятие его парламентом, определяет величину лага порядка 2 лет (например, в 60-е годы закон о налоговой реформе 1964 г. в США, разработанный администрацией Кеннеди-Джонса, потребовал свыше 2 лет для реализации. Дополнительный 10%-налог, рекомендованный в январе 1967 г., начал действовать в июне 1968 г.). Лаг в решениях, связанных с монетарной политикой, является значительно меньшим, поэтому к нему прибегают значительно чаще.
- III. *Лаг действия* при фискальной политике также может быть весьма продолжительным, а при монетарной – практически нулевым; таким образом, лаги сильно меняются в зависимости от проводимой политики.

Это дискретные лаги, которые характеризуются предельными нормами времени.

Пик стимулирующей стабилизационной политики, приходящейся на момент t_4 , выходит за рамки периода, когда экономика обычно возвращается к уровню полной занятости. Возникшая в результате сверхзанятость и инфляция (верхняя часть синусоиды) требует проведения сдерживающей политики, которая приводит со временем (с момента t_5) к безработице. Таким образом, в этом случае стабилизационная политика противопоказана.

Сокращению внутренних лагов способствуют так называемые *автоматические стабилизаторы*, встроенные в экономическую систему. Их роль играют ставки подоходного налога, трансфертные платежи и выплаты по безработице, которые автоматически увеличиваются в период спада.

Эффективность автоматических стабилизаторов характеризует отношение располагаемого дохода к национальному доходу: $\left(\frac{DI}{NI}\right)$. При

росте трансфертных платежей в период спада экономического развития, а также при увеличении налогов в период подъема относительные показатели располагаемого дохода носят ациклический характер. Это соотношение было высоким в период спада и низким – в период подъема. В период подъема, в 1963 и 1970 гг.:

$$\frac{DI}{NI} = 93\% ; \frac{DI}{NI} = 90\% .$$

$$\frac{DI}{NI} = 82\% \text{ в период спада в 1975г., 1981г.}$$

Внешний лаг характеризует период времени между вводом в действие мер политики стабилизации экономики и воздействием этой политики на экономику. Внешний лаг монетарной политики значительно продолжительнее лага фискальной политики, так как последняя оказывает более оперативное воздействие на доходы. Начальный эффект монетарной политики весьма мал, однако он продолжает возрастать в течение длительного периода времени.

Распределенный лаг учитывается в моделях с помощью динамического мультипликатора. Он показывает распределение изменений во времени; базируется на гипотезе постоянного дохода Фридмена:

$$C = cY^p + c\theta Y + c(1 - \theta)Y_{t-1} .$$

Рассмотрим пример динамического мультипликатора, при $c = 0,9$; $C\theta = 0,33$, а прирост государственных расходов $\Delta G = 10$ млрд. долл.

Таблица 8.7 – Пример динамического мультипликатора

Период	0	1	2	3	4	5	6	
Изменение доходов	14,28	12,23	10,48	8,89	7,64	6,59	5,65	
Кумулятивное изменение	14,28	26,51	36,99	45,97	53,66	60,25	65,90	100

Контроль над экономикой затрудняется из-за высокой степени *неопределенности* в условиях рыночной экономики, основными источниками которой являются:

- внешние нарушения экономики;
- продолжительность таких нарушений;
- ожидания;
- структура экономики (модели потребления, модели спроса на деньги);
- лаги и их продолжительность;
- параметры модели экономики (например, продолжительность мультипликатора).

Рекомендуемая процедура определения необходимой стабилизационной политики:

1. прогнозирование продолжительности лагов: активная стабилизационная политика разрабатывается для тех проблем, возникновение которых ожидается в будущем, или которые возникли и существуют тенденции их продолжительного действия в обозримом будущем. Для краткосрочных нарушений в экономике должны быть разработаны и задействованы автоматические стабилизаторы.
2. предвидение будущих нарушений: *источниками информации о будущих нарушениях*, которые могут потребовать применения политических мер, являются:
 - контролируемые индикативные показатели развития экономики, например, уровень занятости, состояние запасов, др.;
 - тенденции, определяющие динамику этих показателей, а также моменты ослабления тенденций, прекращения их действия или возникновения новых факторов и их усиления. Например, снижение рентабельности производства при дальнейшем усилении действия факторов, препятствующих изменению тенденции, почти наверняка вызовет сокращение инвестиций на длительный период. В этом случае необходимы меры, направленные на развитие совокупного спроса или стимулирование увеличения накоплений и инвестиций. Кроме того, необходимо учитывать имевшие место в истории экономического развития прецеденты и возможности их повторного проявления: учитывая имевшийся в прошлом прецедент резкого повышения цен на нефть странами ОПЕК и имеющую место в настоящем неизменность тенденции проведения ими прежней политики, потребителям необходимо иметь в своем арсенале программу ответных мер на случай нового повышения цен на нефть.
3. определение необходимых мер экономической политики:
 - установление необходимости проведения стабилизационной политики в случае, если нарушение является симптоматичным;
 - определение типа экономической политики: требуется экспансионистская или ограничительная политика;
 - разработка сочетания макроэкономической политики для достижения необходимых изменений;
 - распределение во времени инструментов экономической политики, имея в виду различные периоды действия этих инструментов.Проблема стабилизации экономики на макроуровне является задачей синтеза, цель которой - создание системы макроэкономической стабилизации для конкретной страны, существующей в конкретных исторических, политических, экономических и временных условиях.

ГЛАВА 9

АНАЛИЗ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ СИСТЕМЫ

Если мы настаиваем с самого начала на необходимости проведения аналогии между биологическими моделями и промышленными предприятиями, то нам могут сразу задать такой вопрос: как можно рассматривать взаимодействие людей и машин, исходя из принципа, что они образуют единую, неделимую систему высшего типа? Ключом к пониманию такой возможности является исследование типов связей, объединяющих такие системы. Мы уже достаточно убедительно показали, что системы следует рассматривать не с точки зрения их внешнего облика, а с точки зрения формальных структур, как информационные цепи, реализующие множества функций выбора. Конь и наездник, например, представляются совершенно автономными системами, по крайней мере для обычного наблюдателя. Марсианин мог бы сказать, что для создания более высокой, неделимой системы, которую можно назвать «конь — наездник», требуются хирургические операции, в результате которых два организма связываются физиологически. Но такое мнение, очевидно, абсурдно. Мы знаем, что «машина, предназначенная для поддержания взаимодействия между наездником и конем», может быть построена без каких-либо физиологических связей на основе процесса обучения. Эти две автономные системы можно обучить реагировать друг на друга, т.е. объединить их с точки зрения информации.

Этот пример отражает накопленный человеком повседневный опыт, но он не ограничен одушевленными системами. Действительно, человек и двигатель, которым он управляет, могут быть объединены в машину, предназначенную для выполнения определенных функций. Двигатель конструируется таким образом, что он реагирует на определенные действия человека (в случае автомобильных и авиационных двигателей диапазон реакций довольно ограничен, однако нет никаких причин, исключающих возможность значительного расширения этого диапазона), а человека обучают реагировать на работу двигателя, и он обычно считает, что «командует» двигателем. Таким образом, идея формального рассмотрения кибернетических систем, независимо от их частного материального воплощения, является весьма плодотворной. Она сметает барьеры многих установившихся понятий, а также открывает глаза на то, каким образом наше образование, опыт и, особенно, образ выражения мыслей людей двадцатого века заставили нас поверить в то, что некоторые клас-

сы машин являются в определенном смысле «невозможными». Мы сразу начинаем понимать, почему идея создания мыслящих, или обучающихся, машин была встречена таким общим негодованием, ибо мы просто сталкиваемся с псевдорелигиозным убеждением, утверждающим, что некоторые виды деятельности присущи только одухотворенным существам.

Стаффорд Бир

В начале XX в. был заложен фундамент для систематического изучения производства.

На базе эмпирических наблюдений *Фредерик В. Тейлор* создал теорию, в которой человек и машина предстали в качестве единого целого. Поощрительная система оплаты труда должна была побуждать рабочих эксплуатировать машину в точном соответствии с выданными инструкциями и наиболее эффективно. Он *отделил функции планирования* производственной деятельности *от функций реализации планов* и отнес первые к области профессионального управления.

Теория Тейлора нашла своих сторонников и противников. Однако активная пропаганда Тейлором своих методов способствовала быстрому прогрессу в области управления производством.

Сотрудник Тейлора *Г. Л. Гант* применил существующие аналитические методы к исследованию отдельных производственных операций. Им были *разработаны методы планирования последовательности производственных операций*. Более широкая трактовка системы «человек-машина» позволила Ганту учесть организационный и мотивационный аспекты производства.

Супруги *Гилберт* показали, что основные элементы производственных операций не зависят от содержания работы. Произведенный ими в целях усовершенствования технологических операций микроанализ движений положил начало *исследованиям затрат времени и движений*, а также использованию соответствующих графиков в планировке рабочих мест.

В 20-е и 30-е гг. исследования на Хаутономском заводе показали, что увеличение заработной платы или улучшение условий работы не всегда вели к пропорциональному увеличению выпуска продукции. На производство оказывал воздействие также ряд психологических факторов (моральное состояние, внимание, оказываемое работникам, и др.).

Для того чтобы обеспечить уровень точности изготовления взаимозаменяемых деталей при внедрении поточного производства, *Уолтер Шухарт разработал метод статистического контроля качества продукции*, применение которого выявило необходимость учета всех взаимодействующих факторов, связанных с разработкой новой продукции, что привело к системному подходу в исследовании производственных систем.

Теорию и практику управления, сложившиеся в США в период с 1880 г. по 1920 г., *Луис Брейндайс* назвал «движением за научное управле-

ние». В большинстве случаев исследования сторонников этого движения проводились на уровне отдельных цехов, то есть основные усилия были направлены на измерение эффективности индивидуального труда. В решении более общих проблем управления был отмечен лишь незначительный прогресс.

В годы Второй Мировой войны метод исследования операций (или тесно связанная с ним «наука управления» по Тейлору), впервые примененный в военной области, стал основным средством решения производственных проблем.

В процессе становления *теории управления производством* выделилось несколько концепций.

I. *Управление как процесс*

Первые разработки в этой области в Европе затрагивали проблемы управления высшего звена. Генри Файоль стал одним из представителей этого направления в развитии теории управления, которое рассматривало управление в качестве процесса, подразделяющегося на отдельные стадии (планирование, организация, координация, руководство, мотивация). При этом логически доказывалось, что при наличии подобной стадийности процесса управления профессиональные управляющие (менеджеры), прошедшие специальную подготовку, могут руководить любой системой. В США особое внимание было уделено вопросам координации. Единоначалие рассматривалось в качестве средства сосредоточения усилий в одном направлении. Новым для данного направления явилось формулирование *концепции строгой вертикальной субординации* (подчинение младшего старшему; соблюдение правил служебной дисциплины).

II. *Бихевиористический подход*

При проведении исследований в области бихевиористики внимание привлекли проблемы воздействия отношений, складывающихся между людьми, на производительность труда.

Дуглас Макгрегор выделил *теорию X*, в соответствии с которой большинство людей «не хотят работать», и необходима своего рода «дубинка», чтобы заставить их работать; они ждут указаний относительно работы, а не выполняют ее самостоятельно. И *теорию Y*: люди не рождаются с отвращением к работе, а авторитарные методы не являются единственным способом заставить людей работать; люди не избегают ответственности и работают для достижения своих целей.

В соответствии с этим различают управление, ориентированное на производство, и управление, где основное внимание уделяется человеческому фактору.

III. *Теория решений* рассматривает как организационную структуру процесса принятия решения, так и общие концепции принятия решений, которые могут найти применение в любой области управления. Цель теории: развить способности управляющего оценивать проблему в це-

лом и находить наилучшее решение, то есть, упор делается на процессы мышления отдельных работников, а не на функциональные процессы систем.

IV. Количественный анализ

С его помощью исследуются такие связи в системе, которые отражаются специальными символами и поддаются математическому описанию. Связи имеются как внутри отдельной функции, так и между разнородными функциями.

Понимание всех концепций управления является необходимым условием осуществления эффективного управления производственной системой.

9.1 Производство и производственные системы

Производство – это целенаправленная деятельность по созданию чего-либо полезного (товаров, работ, услуг).

Это определение противоречиво: им не устанавливается способ, которым что-то производится, но оно исключает случайное появление продукции. Содержание признака «полезность» зависит от точки зрения конкретного индивида.

Чтобы учесть системный аспект проблемы, необходимо дать другое определение производства:

Производственная система – сложная динамическая система, в которой осуществляется целенаправленный процесс преобразования отдельных факторов производства в полезную продукцию (рис. 9.1).

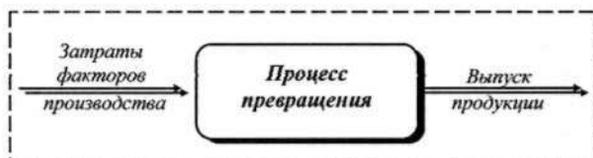


Рисунок 9.1 Производственная система

Любая система является совокупностью взаимодействующих компонентов. Каждый компонент можно было бы рассматривать в качестве самостоятельной системы, включающей в себя более простые элементы.

В качестве *объектов анализа производственной системы* выступают следующие основные производственные проблемы:

- размещение предприятий;
- планировка предприятий и рабочих площадей;
- распределение ресурсов и последовательность их использования;
- выбор оборудования, эксплуатация, текущий ремонт и замена;
- управление материальными запасами;
- проектирование технологического процесса и контроль за его ходом;

- методы работы;
- контроль качества и количества продукции.

Рассмотрение каждой выделенной из общего круга проблемы в виде системы типа «затраты - превращение - выпуск» и подчинение ее критериям планирования, анализа и контроля делает реальным решение общей задачи эффективного управления производством.

9.2 Сущность системного подхода к анализу производственной системы

Управление производством заключается в планировании и контроле применительно к входным, промежуточным и выходным переменным определенных материальных факторов на том или ином предприятии с целью получения оптимальной прибыли в пределах возможностей и в соответствии с общими устремлениями фирмы в целом.

Традиционным становится системный подход, так как производство сложной продукции требует разработки и более сложных технологических процессов. Кроме того, существующие возможности быстрой обработки информации позволяют объединять отдельные усовершенствованные процессы и контролировать их ход.

Функции производственной системы и их взаимосвязи могут быть представлены в виде контура (рис. 9.2).



Рисунок 9.2 Основные функции производственной системы

Рассмотрим функции каждой из приведенных на схеме подсистем, равно как и связь последних с процессом производства:

1. Производство

Отдел производства *ответственен* за выполнение производственного цикла наиболее рациональным, экономичным способом. Для этого необходимо, с одной стороны, иметь в распоряжении производственные мощности (станки, инструменты, технологии); с другой, – новые продукты для внедрения в производство; тесно сотрудничая с

отделом исследований и разработок, систематически поддерживать и развивать творческий потенциал сотрудников, дух новаторства и рациональных предложений.

Отдел контролирует выполнение плана производственного процесса, соблюдение производственной дисциплины и технологии, регламентирует нормы времени, разрабатывает производственную документацию, направляет поток материалов.

В задачи отдела производства входят также:

- изготовление деталей;
- монтаж сборочных узлов;
- центральное обслуживание потребителей;
- ремонтно-профилактические работы.

Имея конечной *целью* производственно-хозяйственной деятельности увеличение прибыли системы, отдел ведет учет по статьям расхода (расход на материал, расходы на оплату труда, общие расходы), анализирует данные по браку, определяет отклонение фактических норм и цен от плановых, калькулирует себестоимость продукции. На основе всестороннего анализа этих данных разрабатывает необходимый комплекс мер по подготовке и освоению производства.

II. Персонал

Набор и обучение кадров, необходимых для функционирования производственной системы, а также закрепление кадров на предприятии являются традиционными обязанностями отдела кадров. Рассмотрев подробнее задачи, выполняемые отделом кадров, можно точнее представить место и роль данного отдела в функционировании производственной системы.

Задачи отдела кадров:

- определение основы работы с кадрами;
- определение основных принципов подбора и расстановки кадров;
- руководство кадрами;
- повышение квалификации кадров.

При обеспечении предприятия необходимыми кадрами должны выполняться некоторые условия:

- сформулированные требования к кадрам;
- уровень образования и профессиональной подготовки кадров;
- уровень оплаты труда;
- возрастная структура кадров на предприятии.

В социальное обслуживание кадров входит:

- обеспечение безопасности труда;
- медицинское обслуживание на производстве;
- питание, столовая;
- условия для проведения сотрудниками свободного времени;
- обеспечение в старости;
- детсад на предприятии;

- газета на предприятии;
- средства транспорта.

Оплата труда кадров должна проводиться в соответствии со следующими условиями:

- специфика рабочего места;
- производительность труда;
- в какой части страны расположено рабочее место;
- зарплата – фиксированная часть;
- зарплата – переменная часть.

Отдел кадров занимается также и другими вопросами, связанными с персоналом предприятия, такими, как:

- создание рабочего климата на предприятии;
- суд по трудовым вопросам;
- контракты с лицами, учреждениями и прочими.

III. Исследования и разработки

Предметом исследования могут быть различные разделы прикладной науки с оформлением патентов и лицензий на собственные разработки, а также внедрение запатентованных достижений с целью обеспечения эффективности производства, поиска новых видов продукции. *Разработка нового продукта* включает в себя этап конструирования в чертежах и спецификациях с применением новейших инструментальных средств (ЭВМ, спецмастерские и др.), этап разработки технологических стандартов норм и надежности, технологических инструкций и технической документации.

Внедрение результатов исследований улучшает экономические показатели, повышает культуру производства, сокращает и отменяет вредные технологии.

IV. Маркетинг

Маркетинг является интегрированной функцией менеджмента и поэтому непосредственно связан с управлением производственной системой. В то же время маркетинг представляет собой систему, которая является подсистемой производственной системы. Нет единой модели системы маркетинга, но большинство исследователей выделяют следующие *аспекты системы маркетинга*:

- организационный аспект;
- методологический аспект;
- стратегический аспект.

Как и любая система, система маркетинга должна иметь определенную структуру, которая соблюдает принцип иерархии, в соответствии с этим принципом происходит движение информации («снизу вверх и сверху вниз»).

Поток информации, необходимой для решения задач, стоящих перед системой маркетинга, а также методы получения и способы об-

работки этой информации составляют *методологическую базу маркетинга*.

На основании полученной информации вырабатывается стратегия деятельности фирмы в дальнейшем, что составляет *стратегический аспект системы маркетинга*.

V. Логистика

В *функции логистики* входит:

1. *закупки и сбыт со всем последующим потоком операций*:
заказ – закупки – поставка – продажа – фактурирование; выбор поставщиков на основе закупочного маркетинга, оформление контрактов на поставку с разработкой условий цен и железнодорожных тарифов с указанием сроков поставки; распределение заказов, упаковка и сбыт продукции, а также фактурирование, т.е. расчет стоимости заказов и цен и выставление счетов – платежных требований заказчикам;
2. *управление материальными потоками*
Функция «Склады» обеспечивает управление запасами и управление складированием. Она производит учет прихода товара, сырья, покупных частей, частей собственного производства, сборочных узлов, запчастей, упаковочных материалов, а также учет готовой продукции;
3. *управление ходом производства*
Данная функция логистики отслеживает проход изделия через производственный процесс, определяет потребность в материалах, диспонирует, формирует портфель заказов в соответствии с производственными мощностями и оборудованием, оценивает общие запасы и оборачиваемость основных средств;
4. *обработка данных*
Применение информационных технологий управления (базы данных, пакеты прикладных программ) на базе современной вычислительной техники обеспечивает высокую эффективность обработки потока документов, оптимизирует процессы закупок, автоматизирует оценку поставщиков, ускоряет обработку заказов, обеспечивает оперативную бухгалтерскую отчетность;
5. *транспортировка грузов*
Перевозки грузов внутри предприятия и с предприятия. Важной функцией логистики является расчет плана перевозок и маршрутизация дорог (оптимальный выбор маршрута доставки грузов с указанием транспортных узлов и железнодорожных станций).

VI. Обеспечение качества

Для выполнения этой важной в условиях современного рынка функции производственной системы на предприятии организуется отдел, который занимается:

1. *планированием качества продукции*

Функция планирования качества обеспечивается соответствующими испытаниями в тесной связи с отделом исследований и разработок. Для испытаний используются специальные приборы, аппаратура, датчики слежения за технологическим процессом, ЭВМ со специальным программным обеспечением, калиброванные измерительные приборы;

2. контролем качества продукции

Контроль качества осуществляется по всей производственной цепи – от прихода товара от поставщика до выхода товара из склада. В процессе производства осуществляется выборочный или 100% контроль качества в зависимости от технологии производства;

3. управлением качеством продукции

Управление качеством контролирует, осуществляет сбор и регистрацию данных по обнаружению дефектов качества, анализ тенденций, запускает мероприятия по корректировке и интегрирует системы лабораторной информации.

Контролем за качеством продукции занимаются также лица, не относящиеся к работникам предприятия.

VII. Контроллинг

Контроллинг на предприятии осуществляется отделом контроллинга. Его *главной задачей* является проверка аппарата предприятия на эффективность, рациональность, экономичность с целью повышения рентабельности, он также проверяет, насколько все отделы выполняют принципиальные установки, принятые на данном предприятии, что делает его центральным в системе управления предприятием.

Согласованные друг с другом инструменты планирования, управления и контроля для систем контроллинга в масштабах всего предприятия позволяют осуществлять единый учет и отчетность, с помощью которых могут быть скоординированы содержание и выполнение внутрипроизводственных процессов.

Объектом отдела контроллинга является всесторонний системный анализ экономического положения предприятия на основе расчетов экономичности и рентабельности, расчетов производственных затрат и калькуляции плановой и фактической себестоимости продукции, расчетов кредиторской и дебиторской задолженностей предприятия, специальных статистических расчетов и исследований, расчетов имущественного положения и доходов предприятия. *Результатом* такого анализа является разработка мер коррекции по предотвращению расходов на производство с целью повышения рентабельности и подготовка по потребности информации для менеджмента.

9.3 Организационная структура производственной системы и виды организаций

Организационный план компании представляет собой официальное штатное расписание должностей и разрабатывается для осуществления основных задач. Организация должна проявлять гибкость при изменении стоящих перед ней задач, при использовании новых возможностей, при повышении квалификации работников и при других новых условиях. Иерархическая ее структура определяет круг обязанностей выше- и нижестоящего руководителя, что позволяет более умело подходить к решению проблемы, учитывать то влияние, какое окажет принятое решение на работу низших звеньев.

Существует два основных типа организационной структуры (рис.9.3 и 9.4).

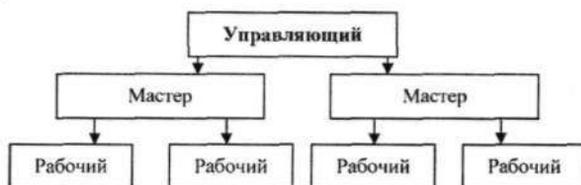


Рисунок 9.3 Организационная система линейного (непосредственного) подчинения

При линейной организационной структуре теоретически невозможно получать противоречивые распоряжения. Четко налаженная цепочка передачи указаний увеличивает уровень коммуникабельности.



Рисунок 9.4 Система нелинейного подчинения с включением в нее групп управления

В структуру на рис. 9.4 введен отдел управления. Отдел организации производственного процесса может давать лишь рекомендации по управлению системой. Директивные указания передаются только в условиях непосредственного подчинения. Возникает *проблема численности непосредственных подчиненных*.

Меньшая численность подчиненных, как правило, обеспечивает установление более тесных взаимоотношений и более строгого контроля за исполнением. Отношения, складывающиеся между рабочими, воздействуют на ход выполнения порученной работы.

При большом количестве связей между членами, например, бригады, возникают трудности достижения полной кооперации, координации и коммуникабельности. Это особенно касается крупных коллективов.

Однако уменьшение численности непосредственных подчиненных автоматически увеличивает число начальников и, следовательно, способствует возрастанию накладных расходов и ведет к увеличению промежуточных ступеней управления.

Виды организаций

Создание подразделений в организации, необходимость чего определяется целями производства, происходит на основе учета следующих *признаков*, которые различаются:

- *по выполняемым функциям*: самостоятельную административную единицу (отдел) могут образовывать лица, выполняющие одну и ту же работу;
- *по местоположению*: местный контроль дает возможность административной единице быстро реагировать на изменение условий в районе ее деятельности;
- *по виду выпускаемой продукции*: основной недостаток: дублирование функций и использование лишнего оборудования; специализация труда доводится до крайности;
- *по видам обслуживания потребителей*: создается организационная структура, которая учитывает характер и тип потребителя; присуща торговым компаниям (банки, страховые компании, розничные магазины и др.).

9.4 Методы анализа производственной системы

Исследование рынка

Исследование рынка проводится прежде всего по новым видам продукции. *Цель* – установление характера потребления. Изучение рынка *позволяет* определить, как изменяются объем и структура продаж в целом в зависимости от местонахождения и рода занятий покупателя, складывающихся цен, количества и качества предлагаемых товаров, уровня доходов потребителя и других факторов.

Подобная информация собирается по каждому конкретному виду продукции, поступающему на рынок. Затем на ее основе разрабатывается прогноз продаж.

Анализ временных рядов

Анализ временных рядов *отражает* изменения во времени индикаторов производства. В качестве такового, например, рассматривается объем продаж за год. Изменение объема прослеживается в течение продолжительного периода времени в прошлом. Затем определяется метод, с помощью которого фиксируются изменения физического объема продаж за ряд последовательных лет. Результирующий вывод, устанавливающий зависимость объема продаж от времени, используется для разработки прогностических оценок.

В прогностических расчетах чаще всего используется следующая зависимость:

$$Y = TCSR,$$

где Y – прогнозируемый объем;

T – основной тренд;

C – циклические колебания;

S – сезонные колебания вокруг тренда;

R – остаточные или остающиеся необъясненными отклонения.

Указанная выше зависимость позволяет объяснить воздействие ряда факторов на прогнозируемую переменную. На рис.9.5 графически отображаются существующие взаимозависимости.



Рисунок 9.5 График тренда

Анализ должен проводиться в несколько этапов и включать в себя ряд *компонентов*, что позволяет повысить надежность прогноза:

1. Тренд

Из анализа основного уравнения $Y = TCSR$ вытекает, что тренд (на рис.9.5 – пунктирная линия) соответствует линии долгосрочного развития в прошлом. Среднее отклонение сглаженного тренда от фактического развития характеризует степень соответствия этих показате-

телей друг другу. Лишь в весьма редких случаях имеет место полное совпадение линий тренда и фактического развития.

II. Циклы

Циклические колебания являются одной из причин расхождений, имеющих место между трендом и фактическим развитием. Волнообразный характер присущ только небольшому числу циклических колебаний, так как на рассчитываемую переменную оказывают воздействие любые изменения общих условий деятельности компании. И различные компании по-разному могут реагировать на колебания, происходящие в экономическом развитии.

Размах, время и форма циклических колебаний изменяются в широком диапазоне и обуславливаются многочисленными причинами. Но необходимо принимать во внимание возможные последствия циклических колебаний.

III. Сезонные колебания

Сезонные колебания – это те изменения, которые происходят на протяжении одного года и повторяются каждый год. Спрос на многие продукты сохраняется только в течение определенного времени в году, и в соответствии с этим разрабатываются ежемесячные или даже еженедельные прогнозы.

IV. Ошибки

Ошибки – случайные колебания, которые нельзя объяснить изменениями тренда, циклическими или сезонными колебаниями. Принято считать, что остаточные колебания не могут быть спрогнозированы. (Причины: стихийные бедствия, изменения в политике и др.).

Приступая к расчетам, в первую очередь необходимо определить структуру данных (функциональные зависимости между ними), которые будут использоваться при разработке прогноза.

Для анализа имеющейся информации применяется несколько методов.

1. Метод наименьших квадратов

Когда точки на графике, соответствующие данным за прошлые периоды, имеют тенденцию располагаться по прямой, целесообразнее для расчета наилучшего соответствия теоретических значений эмпирическим применять данный метод.

2. Метод простой средней (частный случай метода наименьших квадратов)

Если в уравнении линейной зависимости $Y = a + bX$ коэффициент $b = 0$, то построение функции будет сводиться к вычерчиванию прямой, идущей параллельно горизонтальной оси графика, а прогноз будет состоять в исчислении простой средней из всех имеющихся значений.

3. *Метод скользящей средней*

Движение скользящей средней во времени дает возможность учесть самую последнюю информацию и отказаться от использования более старых данных, что позволяет подготовить качественный прогноз.

Путем деления показателя объема фактического спроса в соответствующем периоде на величину централизованной скользящей средней за тот же период получают *индекс временных рядов*.

4. *Экспоненциальное сглаживание* (применимо ко всем рассмотренным выше методам)

При экспоненциальном сглаживании в равенства вводится постоянный *коэффициент сглаживания*, придающий больший вес последним данным, характеризующим величину спроса.

Распределение ресурсов всегда конкретно, то есть при заданных условиях, которые считаются наиболее реалистичными, потребности плана анализируются с целью обеспечить оптимальное распределение ресурсов, необходимое для достижения поставленных задач.

Ниже приведены формальные методы, оказывающие существенную помощь в планировании ресурсов.

Линейное программирование (ЛП)

Методами ЛП решаются проблемы распределения дефицитных ресурсов между отдельными конкурирующими видами деятельности. ЛП может быть использовано на всех трех стадиях оценки деятельности производственных систем: в планировании, анализе и контроле.

Чтобы найти лучший метод, необходимо характеристики проблемы привести в соответствие с требованиями, которые возникают при решении этих проблем другими методами. Решение проблем методами ЛП требует соблюдения следующих *условий*:

- необходимо иметь ясную и конкретную цель расчетов;
- необходимо иметь альтернативы поведения;
- ресурсы должны быть ограничены;
- между переменными предполагается наличие линейной зависимости.

Графический метод определения оптимальной комбинации двух изделий

При производстве на одном станке двух изделий возникают проблемы определения наиболее выгодного соотношения между ними. При построении графика для двух изделий показатели по одному из них откладываются на оси ординат, а по другому – на оси абсцисс. По нему строится *градиент*, отражающий направление максимального увеличения прибыли. Математическое выражение прибыли называется *целевой функцией*. На графике прибыли она представляется в виде нескольких наклонных линий

(изопродит), проведенных перпендикулярно градиенту. Строятся также ограничения. В результате этих построений на графике получается область допустимых значений (ОДЗ), которая содержит все возможные комбинации двух изделий, не противоречащие ограничивающим условиям.

Из всех возможных вариантов таких комбинаций необходимо выбрать тот, который будет обеспечивать максимум прибыли. Комбинация может быть определена либо непосредственно из графика, либо путем алгебраических расчетов, учитывающих наличие ограничений.

Изопродита, наиболее удаленная от начала координат, но проходящая внутри ОДЗ, дает комбинацию изделий, приносящую наибольший эффект.

Графический метод не подходит для решения проблемы установления оптимального соотношения объемов производства нескольких изделий. Более приемлемым в этом случае является симплекс-метод.

Общий метод (транспортная задача)

Данный метод применяется, когда необходимо определить оптимальные маршруты транспортировки материалов от производителя к потребителю.

Формой решения является матрица, с помощью которой определяется:

- величина спроса и предложения, местонахождение производителя и потребителя;
- издержки или прибыль, связанные с перемещением одного изделия от производителя к потребителю.

Число производителей и потребителей не ограничивается.

Оптимальное решение – это «наилучший из возможных» способ действия при наличии определенных ограничений.

Метод аппроксимации Фогеля

В основе метода аппроксимации Фогеля лежит концепция штрафов, взимаемых за выбор неоптимального с точки зрения транспортных издержек маршрута. Величина штрафа определяется из анализа маршрутов с различными показателями издержек (как разность двух различных уровней транспортных издержек).

Метод «ступенек»

Рассчитывая транспортные расходы по каждому новому маршруту и сравнивая их с транспортными расходами по маршрутам первоначального решения, можно определить, обеспечат ли вносимые изменения создание более выгодной схемы распределения. Метод «ступенек» позволяет уяснить, где следует внести необходимые изменения и какой будет экономия от внесения данных изменений.

МОДИ-метод

МОДИ-метод представляет собой аббревиатуру термина «метод модифицированного распределения (the modified distribution)». Этот метод находит широкое применение в расчетах издержек перемещения, которые вычисляются вне зависимости от циклов перемещения.

В МОДИ-методе используются числовые шифры, подлежащие постоянному пересчету в процессе модификации схем распределения. Проверка числовых шифров повторяется до тех пор, пока не будут проанализированы все дополнительные маршруты, которые позволяют снизить издержки, связанные с транспортировкой продукции.

Производственные функции

Производственные функции – это статистические модели, построенные с помощью методов корреляционно-регрессионного анализа, которые описывают технологические зависимости между результатами деятельности производственного объекта и затратами факторов производства.

К основным характеристикам производственных функций относятся:

1. *предельная производительность фактора* характеризует меру влияния малого приращения затрат данного ресурса (фактора) на интенсивность выпуска;
2. *предельная норма замещения факторов* характеризует относительную эффективность ресурсов при данном способе производства;
3. *коэффициенты эластичности выпуска по факторам производства* безразмерны и показывают, на сколько процентов изменится интенсивность выпуска при изменении на 1% интенсивности затрат соответствующего фактора (при данном способе производства).

Типовые производственные функции:

- I. *линейные* могут быть представлены в виде:

$$Y = C_0 + \sum_{S=1}^m C_S X_S;$$

- II. *степенные* могут быть представлены в виде:

$$Y = C_0 \prod_{S=1}^m X_S^{C_S}.$$

Двухфакторная степенная производственная функция имеет вид:

$$Y = C_0 L^{C_1} K^{C_2},$$

где L – затраты труда,

K – затраты капитала,

C_0 – параметр нейтральной эффективности выпуска при единичных затратах фактора.

Функция вида $Y = C_0 L^c K^{1-c}$ – функция Кобба-Дугласа (частный случай двухфакторной производственной степенной функции) широко используется в моделировании макроэкономических производственных систем.

Методы сетевого планирования

При решении проблемы очередности использования ресурсов, когда проекты чрезвычайно сложны, для их анализа необходимо применять методы формализации и систематизации.

Методы сетевого планирования были разработаны для целей координации отдельных видов деятельности.

Наибольшее признание в сетевом планировании получили *метод критического пути* (МКП) и ПЕРТ, разработанный в 1958 г. Поскольку основным для обоих методов является выбор критического пути, в дальнейшем по отношению к ним нами используется общий термин «планирование последовательности выполнения работ методом критического пути». Этот метод является инструментом управления и *позволяет* определять, сводить в единое целое и анализировать то, выполнение чего необходимо для успешного завершения проекта.

Сетевой график показывает последовательность выполнения тех работ, которые необходимы для завершения проекта, взаимосвязи отдельных операций проекта, порядок использования ресурсов.

Первый шаг в использовании сетевого графика состоит в расчленении проекта на составляющие его отдельные операции, в результате чего составляется подробный перечень подлежащих выполнению работ.

Перечнем ограничений устанавливается очередность работ.

Таким образом, **сетевой график** представляет собой графическое изображение перечня работ и ограничений.

Основная задача сетевого планирования состоит в определении критического пути, то есть последовательного ряда работ, суммарная длительность которых определяет общую продолжительность реализации проекта в целом.

Логика построения сетевого графика не требует определения затрат времени на выполнение каждого вида работ. Однако установление основных (критических) видов деятельности требует фиксации их продолжительности. Существует два *подхода к оценке продолжительности выполнения работ*: *детерминистический* и статистический. Суть первого подхода сводится к получению единственной, наиболее вероятной оценки времени, необходимого для выполнения работы.

При использовании *статистического* метода продолжительность соответствующей работы выводится из нескольких оценочных значений необходимого времени.

Этот подход является отличительной чертой *метода ПЕРТ*, который применяется, если возникает необходимость провести анализ необычных или экспериментальных проектов. Вместо одной единственной оценки определяется интервал наиболее вероятной продолжительности, крайними точками которого является оптимистическая и пессимистическая оценки сроков выполнения работ.

Карта синхронизации процессов

Задача анализа производственных процессов сводится к совершенствованию отдельных операций, необходимых для выполнения рабочего задания, и улучшению их последовательности. При этом используются графические методы.

Взаимодействие между человеком и машиной описывается с помощью карты синхронизированного процесса. *Цель* ее разработки: дать такой анализ производственного процесса, который позволил бы разработать наиболее экономичный баланс времени простоя рабочей силы и машин. Основой совместной работы людей и машин зачастую является использование нерегулярно повторяющихся элементов операции. Установление последовательности выполнения работ необходимо, во-первых, для подготовки машины к работе. Во-вторых, непосредственно с производством самого изделия связаны определенные затраты машинного времени. И требуется затратить время и усилия для извлечения готового изделия и подготовки машины к повторению рабочего цикла.

Когда период работы машины продолжителен, один оператор может обслуживать несколько машин; низкий удельный вес рабочего времени машины указывает на большую потребность в рабочей силе. В качестве критерия, используемого для определения необходимого количества обслуживающего персонала, выступает разница между ценой единицы произведенной продукции и материальными и трудовыми затратами на ее производство.

Баланс рабочего времени показывает взаимосвязь, существующую между человеком и машиной. Одновременно им фиксируется время работы машины и человека.

Хронометраж

Хронометраж – это один из методов изучения движений в производстве, цель которого состоит в том, чтобы путем совершенствования приемов труда облегчить труд и сделать его производительнее; улучшение методов труда состоит в сокращении затрат времени.

Затраты времени позволяют определить потребности в рабочей силе для производства продукта и служат базой для определения величины заработной платы.

Цель хронометража: определить норму времени, то есть то время, которое потребует квалифицированному рабочему для выполнения данной операции в нормальном темпе. Операция оценивается количественно и, если нужно, разлагается на отдельные элементы, которые затем подвергаются хронометражу. Для того чтобы учесть скорость работы данного оператора, результаты хронометражных наблюдений усредняются с помощью сопоставительного коэффициента (коэффициента производительности). В полученные результаты вводятся коэффициенты, учитывающие перерывы в работе (надбавки времени). Таким образом, готовая продукция выступает в качестве материального выражения производственных возможностей рабочего.

Виды систем заработной платы и методы ее начисления

Исследования в области нормирования труда связаны с необходимостью решения проблем заработной платы.

Виды систем заработной платы:

1. *поощрительная* призвана создавать стимулы для выполнения рабочим большего объема работы: величина заработной платы ставится в прямую пропорциональную зависимость от объема выполняемой работы;
2. *повременная*, в основе которой лежит учет отработанного времени: устанавливаются почасовые ставки для определения относительной ценности нескольких работ;
3. *сдельная*, в основе которой лежит учет произведенной продукции: устанавливаются сдельные ставки для определения относительной ценности нескольких работ.

Методы обслуживания оборудования

I. Амортизационные расчеты

С их помощью устанавливается величина, с одной стороны, отчислений на возмещение инвестированного капитала, а с другой, – издержек, связанных с использованием капитала и учитываемых в стоимости выпускаемой продукции.

II. Замена оборудования

Методы амортизационных расчетов выявляют зависимость между издержками, связанными с использованием производственных фондов, и затратами на производство. Однако они почти ничего не дают для анализа проблемы замены производственного оборудования. В процессе исследования данной проблемы сравниваются текущие издержки и капитальные затраты, которые вызваны использованием устаревающей в настоящее время машины с теми же видами издержек и затрат по эксплуатации новой машины, идущей на замену старой.

III. Теория очередей

Теория очередей касается, прежде всего, свойств очередей (распределение вызовов и времени обслуживания, политика обслуживания и т.д.), а не проблем количественной оценки издержек, связанных с возникновением очередей.

Клиент, нуждающийся в какой-либо услуге, обслуживается за счет использования мощностей обслуживания. Когда несколько клиентов могут быть обслужены в одно и то же время, о мощностях говорят, что они имеют несколько каналов. Очередь образуется, если клиенты вынуждены ждать или имеются неиспользованные (простаивающие) мощности.

Клиенты обслуживаются в соответствии с распределением их поступления на обслуживание. Время, затрачиваемое на предоставление услуги, вытекает из распределения времени обслуживания. Если каждому клиенту требуется оказать одну и ту же услугу, то все затраты времени на оказание услуги будут постоянными.

Клиентам обычно приходится ждать, когда они поступают на обслуживание группами, количество которых превышает число каналов.

Как правило, число клиентов, которым приходится ожидать, растет по мере сближения нормы поступления клиентов и нормы обслуживания.

Теория находит применение в решении проблем простоев и перегрузок.

Затраты на обслуживание клиентов определить довольно просто. Путем учета выполненных ранее работ можно получить вполне удовлетворительные показатели затрат времени и подготовить информацию о потребностях в материалах. Капитальные затраты рассчитываются исходя из амортизационной политики. Издержки, обуславливаемые простоем мощностей, складываются в основном из амортизационных затрат и заработной платы.

Прогнозировать издержки, которые понесут клиенты в результате вынужденного ожидания, довольно трудно, и его результаты не точны.

Управление ресурсами

В процессе принятия решений относительно того, какие материалы необходимы, какое количество этих материалов требуется, как их доставить и в какое время лучше всего это сделать, возникают проблемы реализации поставленной цели.

Модели материальных запасов позволяют получить количественные оценки зависимостей между двумя видами издержек, указанными на графике (рис.9.6), и на их основе определить размер заказа, минимизирующий величину общих издержек.

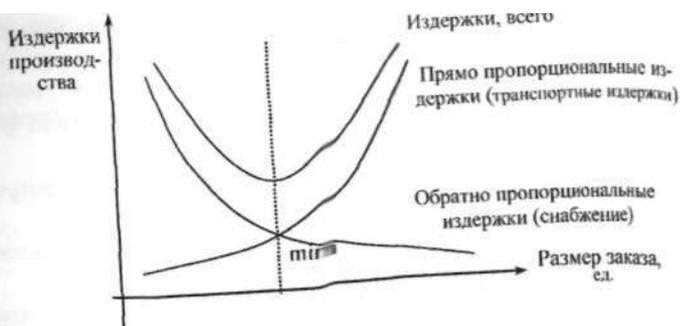


Рисунок 9.6 Изменение издержек производства в зависимости от размера заказа

Управление запасами

Определение размера заказа и расчет момента повторения заказа являются наиболее важными аспектами управления запасами.

Ход выполнения поставщиком обязательств по поставке материалов высокой и средней дефицитности контролируется путем создания непрерывной или периодической системы запасов.

При непрерывной системе запасов ведется непрерывный учет материальных запасов. При сокращении запасов до определенного уровня происходит их пополнение путем выдачи заказа на строго установленное количество необходимых позиций. Выбывшее количество вычитается из предыдущего остатка для определения наличных запасов.

При периодической системе запасов проверка материальных запасов проводится через установленные промежутки времени. Обычно более короткие проверочные периоды устанавливаются на материалы, стоимость которых выше. Размер заказа зависит от спроса на необходимые материалы в период между двумя последовательными проверками.

Система фиксированных и регулярно повторяющихся проверочных периодов более подходит для тех случаев, когда потребление происходит мелкими партиями и часто, а издержки, связанные с выдачей и оформлением заказов, низки.

Общее решение задачи определения оптимального размера партии зависит от способа пополнения запаса, которое может быть мгновенным или происходить в течение конечного промежутка времени.

Принципы перемещения материалов

Производство немислимо без перемещения материалов, которое позволяет объединить отдельные стадии процесса производства.

Проблемы перемещения материалов тесно связаны с решением проблем запасов, закупки материалов, календарного планирования и др.

Принципы повышения эффективности перемещения материалов:

1. *элиминирование*: если возможно, то необходимо сделать маршрут короче;
2. *поддержание движения*: если возможно, то необходимо уменьшить потери времени в конечных пунктах;
3. *использование простых схем*: предполагает сокращение встречных перевозок, числа перекрестков, создающих заторы;
4. *перевозка полезного груза в обоих направлениях*: предполагает сокращение затрат времени на порожние пробеги.

При решении вопросов, связанных с перемещением материально-производственных запасов, следует анализировать движение людей, перемещение машин, движение информации и др.

9.5 Методы контроля производственных процессов

Контроль количества при помощи графиков Ганта

Производственный контроль служит двум целям:

- направлять деятельность предприятия на выполнение предварительно установленных заданий;
- управлять процессом непрерывного совершенствования производства, чтобы своевременно вскрывать и устранять возникающие отклонения.

Задача контроля количества состоит в обеспечении выпуска и поставки необходимого количества продукции в установленные сроки. С этой точки зрения контрольные функции являются элементами производственного процесса.

Существует три основные *системы производственного контроля*:

1. *система контроля поточного производства*: стандартизация продукции, оборудования позволяет стандартизировать и сам контроль. Главная задача – поддерживать непрерывное снабжение производства материалами.
2. *система контроля дискретного производства*: затрудненное предварительное планирование; требуется тщательный контроль каждого заказа;
3. *система контроля при реализации специальных заказов*.

Одним из методов и инструментов управления, предназначенных для совершенствования контрольной деятельности, является *метод Ганта (графики Ганта)*. Схема, разработанная Гантом (1917 г.) для решения проблем планирования производственных процессов, представляет собой графики различных видов деятельности по выпуску продукции, вычерченные в виде гистограммы. Осуществление деятельности предусматривается с разбивкой по периодам в соответствии с требованиями плана. Отклонения от ожидаемых календарных сроков фиксируются, что показывает текущее состояние. На основе этого рабочим даются производственные задания,

обнаруживаются задержки и фиксируются изменения в распределении производственных мощностей (по уровням их загрузки).

Графики Ганта (рис.9.7 и 9.8) применимы к трем типам систем производственного контроля: непрерывному, дискретному и по специальным проектам.

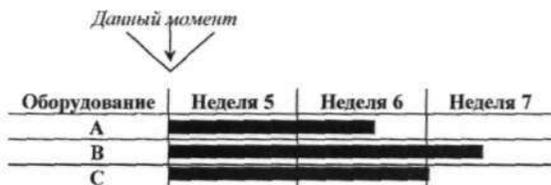


Рисунок 9.7 График Ганта 1

Разработка календарных графиков, обеспечивающих постоянную загрузку оборудования, осуществляется путем проверки состояния всех видов работ. Обычно это делается еженедельно.

Горизонтальные полосы (на рис. 9.7) показывают «зарезервированное» время по каждому виду оборудования, необходимое для завершения работы. График дает представление о соответствующей загрузке каждого вида оборудования и производственных мощностей предприятия в целом. Обновление данных графика каждую неделю способствует изменению уровня рабочей загрузки.

В дискретном производстве разрабатываются календарные графики, позволяющие контролировать ход выполнения работы, которая должна быть завершена к определенному сроку при использовании соответствующего оборудования (рис. 9.8).



Рисунок 9.8 График Ганта 2

Длина полос на графике соответствует продолжительности запланированного периода по каждой единице оборудования. Линия ниже полосы показывает рабочую загрузку оборудования нарастающим итогом.

При разработке календарных графиков, обеспечивающих реализацию специальных проектов, полосы показывают время, необходимое для завершения работы по заказу.

Благодаря фиксации данных, видно фактическое положение дел по мере выполнения работ. После составления первоначальных планов, отраженных в виде полос на временной шкале, на график наносятся знаки и символы, отражающие завершение каждого этапа работ.

Контроль качества, его виды и методы

Логически целесообразнее осуществлять контроль качества в начале или в конце производственного процесса, то есть, в начале осуществляется контроль качества сырья и материалов, а в конце процесса – готовой продукции. В одних случаях контролеры должны сами идти к месту выпуска продукции и проверять ее качество на различных стадиях производства, в других – продукция доставляется непосредственно к пунктам контроля (особенно на механизированных поточных линиях).

Различают два основных *типа контроля*:

- контроль количественных признаков (вес, размер);
- контроль качественных характеристик (брак или не брак).

Графическим инструментом определения отклонений качества в выпускаемой продукции, происходящих в ходе самого производственного процесса, является *контрольный график (карта)*.

Существует два *типа контрольных графиков (карт)*:

1. Контрольные графики (карты), разрабатываемые на основе учета количественных признаков

Широкое распространение получили графики (карты), фиксирующие среднюю процесса \bar{x} и интервал измерений R . Графики \bar{x} дают возможность сравнивать результаты конкретных измерений или выборочных исследований с общей средней и предполагаемой средней величиной. Графики R регистрируют меру изменчивости конкретных показаний каждой выборки. Оба вида графиков дополняют друг друга, поскольку выборка должна содержать значение как приемлемой средней, так и обоснованный интервал измерений. В противном случае процесс, о котором идет речь, не может рассматриваться в качестве контролируемого.

2. Контрольные графики (карты), разрабатываемые на основе учета качественных характеристик

Эти карты бывают двух видов. Выбор той или иной формы графика зависит от характера выпускаемой продукции. p -график используется в тех случаях, когда каждое изделие оценивается с точки зрения его пригодности или непригодности. c -график находит применение в тех случаях, когда качество измеряется в постоянной единице выпуска. Соответственно этому p -график отражает относительные отклонения в качестве (процент дефектности), а c -график показывает число дефектов, приходящихся на единицу выпускаемой продукции.

ГЛАВА 10

МОДЕЛИ АНАЛИЗА МЕЖОТРАСЛЕВЫХ СВЯЗЕЙ

Любое современное национальное хозяйство развивается в сложной сети межотраслевых взаимосвязей, проанализировать которые во всей их совокупности путем простого суммирования невозможно. Например, спрос на автомобили оказывает влияние не только на автомобильную промышленность, но косвенным образом и на металлургию – производителя базового сырья, и на отрасли, связанные с производством шин и других комплектующих частей, а также на отрасли, производящие кондиционеры, радиоприемники, автомобильные компьютеры. Возникает очевидная необходимость количественного анализа прямого и косвенного эффекта распространения таких влияний. Способы анализа, разработанные для решения проблем взаимных связей, применяются и для формирования экономических планов, последовательно связывающих макропеременные с переменными микроуровня. *Метод межотраслевого анализа* (interindustry analysis), иначе называемый *анализом «затраты-выпуск»* (input-output, или I/O analysis), разработан американским экономистом В. Леонтьевым. В таблице 10.1 приведена схема межотраслевого баланса общественного продукта.

Межотраслевой баланс (МОБ) общественного продукта представляет собой прямоугольную числовую таблицу, состоящую из четырех разделов, или квадрантов.

I квадрант представляет собой квадратную матрицу *межотраслевых потоков* $(x_{ij})_{n \times n}$, где x_{ij} – количество продукции, произведенной i -й отраслью и потребленной j -й отраслью, n – общее число отраслей материального производства, $i, j = \overline{1, n}$. *Элементы* отдельной, например, i -й строки *I* квадранта МОБ характеризуют *структуру внутрипроизводственного потребления* продукции, т.е. структуру спроса на промежуточную продукцию данной отрасли. *Элементы* определенного столбца *I* квадранта показывают *структуру затрат* соответствующей j -й отрасли.

II квадрант содержит информацию о *структуре* используемого *конечного продукта*, который образован суммой фонда непроизводственного потребления (личного и общественного), фонда валовых накоплений (инвестиции, создание резервов, др.) и экспортно-импортного сальдо. Составляющие конечного продукта конкретизированы в наименованиях столбцов квадранта. Таким образом, элемент y_{ik} , стоящий на пересечении i -й строки и k -го столбца *II* квадранта показывает, какой объем продукции i -й отрасли используется по направлению k .

Квадранты I и II, рассматриваемые совместно, представляют *баланс производства и распределения общественного продукта в его материально-вещественной форме*:

$$X_i = \sum_{j=1}^n x_{ij} + \sum_{k=1}^k y_{ik}, \quad i = \overline{1, n}, \quad (10.1)$$

где X_i – валовый продукт i -й отрасли.

Таблица 10.1 – Схема межотраслевого баланса

$j \backslash i$	Отрасли потребления		Структура конечного продукта		Валовый продукт
	(сектора спроса) $1 \ 2 \dots j \dots n$		$1 \ 2 \dots k \dots K$		
1	$x_{11} \ x_{12} \dots \ x_{1j} \dots \ x_{1n}$	$\sum_1^n x_{1j}$	$y_{11} \ y_{12} \dots \ y_{1k} \dots \ y_{1K}$	$\sum_{k=1}^K y_{1k}$	X_1
2	$x_{21} \ x_{22} \dots \ x_{2j} \dots \ x_{2n}$	$\sum_j x_{2j}$	$y_{21} \ y_{22} \dots \ y_{2k} \dots \ y_{2K}$	$\sum_k y_{2k}$	X_2
.....
i	$x_{i1} \ x_{i2} \dots \ x_{ij} \dots \ x_{in}$	$\sum_j x_{ij}$	$y_{i1} \ y_{i2} \dots \ y_{ik} \dots \ y_{iK}$	$\sum_i y_{ik}$	X_i
.....
n	$x_{n1} \ x_{n2} \dots \ x_{nj} \dots \ x_{nn}$	$\sum_j x_{nj}$	$y_{n1} \ y_{n2} \dots \ y_{nk} \dots \ y_{nK}$	$\sum_i y_{nk}$	X_n
	$\sum_{i=1}^n x_{i1} \ \sum_i x_{i2} \dots$ $\sum_i x_{ij} \dots \sum_i x_{in}$	$\sum_{i,j} x_{ij}$	$\sum_i y_{i1} \ \sum_i y_{i2} \dots$ $\sum_i y_{ik} \dots \sum_i y_{iK}$	$\sum_{i,k} y_{ik}$	$\sum_i X_i$
1	$z_{11} \ z_{12} \dots \ z_{1j} \dots \ z_{1n}$	$\sum_j z_{1j}$	$u_{11} \ u_{12} \dots \ u_{1k} \dots \ u_{1K}$	$\sum_k u_{1k}$	
2	$z_{21} \ z_{22} \dots \ z_{2j} \dots \ z_{2n}$	$\sum_j z_{2j}$	$u_{21} \ u_{22} \dots \ u_{2k} \dots \ u_{2K}$	$\sum_k u_{2k}$	
.....	
P	$z_{p1} \ z_{p2} \dots \ z_{pj} \dots \ z_{pn}$	$\sum_j z_{pj}$	$u_{p1} \ u_{p2} \dots \ u_{pk} \dots \ u_{pK}$	$\sum_k u_{pk}$	
	$\sum_p z_{p1} \ \sum_p z_{p2} \dots$ $\sum_p u_{pj} \dots \sum_p u_{pn}$	$\sum_{p,j} z_{pj}$	$\sum_p u_{p1} \ \sum_p u_{p2} \dots$ $\sum_p u_{pk} \dots \sum_p u_{pK}$	$\sum_{p,k} u_{pk}$	
	$X_1 \ X_2 \dots \ X_j \dots \ X_n$	$\sum_j X_j$			

В квадранте III характеризуется процесс первичного распределения национального дохода, который включает заработную плату, прибыль, на-

лог с оборота. Кроме того, отдельной строкой показываются амортизационные отчисления.

Стоимостной состав валового продукта определяется балансовым отношением:

$$X_j = \sum_{i=1}^n x_{ij} + \sum_{p=1}^p y_{pj}, \quad j = \overline{1, n} \quad (10.2)$$

где X_j – валовый продукт j -й отрасли.

Квадранты I и III, рассмотренные совместно, характеризуют развернутый по отраслям баланс производства и распределения продукта в его стоимостной форме.

Таким образом, в показателях I, II и III квадрантов отражается двойственный характер процесса труда: создание потребительной стоимости (I и II) и стоимости (I и III).

Показатели II и III квадрантов связаны общим балансом:

$$\sum_j \sum_k y_{jk} = \sum_j \sum_p z_{pj} \quad (10.3)$$

Это означает, что общая стоимость конечного продукта совпадает с общим объемом условно-чистой продукции.

В IV квадранте показано, как используется национальный доход на потребление и накопление, а также – как используются амортизационные отчисления на простое и расширенное воспроизводство.

Уравнение (квадранты III и IV) баланса производства и распределения условно-чистой продукции имеет вид:

$$\sum_{j=1}^n z_{pj} = \sum_{k=1}^K u_{pk}, \quad p = \overline{1, P}; \quad (10.4)$$

где u_{pk} – элементы квадранта IV.

Соответствие структуры конечного продукта структуре конечных доходов обеспечивается балансовым соотношением (квадранты II и IV):

$$\sum_{i=1}^n y_{ik} = \sum_{p=1}^p u_{pk}, \quad k = \overline{1, K}. \quad (10.5)$$

Очевидно, что МОБ в удобной, наглядной для целей анализа форме несет информацию обо всех важнейших сторонах процесса воспроизводства.

10.1 Модель Леонтьева «затраты-выпуск»

Основным элементом модели является технологическая матрица $A = (a_{ij})_{n \times n}$, элементы которой a_{ij} показывают, сколько продукции отрасли i необходимо затратить для производства единицы продукции отрасли j . Матрица A называется *матрицей коэффициентов прямых затрат*.

Основное допущение модели: для производства x_i единиц продукции отрасли j необходимо затратить

$$x_{ij} = a_{ij}X_j, \quad i, j = \overline{1, n} \quad (10.6)$$

единиц продукции отрасли i .

Промежуточные затраты продукции отрасли i :

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = \sum_{j=1}^n a_{ij}X_j, \quad i = \overline{1, n}. \quad (10.7)$$

Тогда справедливо равенство:

$$x_i = \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j + y_i, \quad i = \overline{1, n}, \quad (10.8)$$

или в матричной форме:

$$X = AX + Y.$$

Система линейных уравнений (10.8) характеризует *модель МОБ (модель Леонтьева)* и связывает объемы валового выпуска X с объемами конечной продукции Y и может быть использована для согласованного расчета этих величин.

При использовании модели МОБ основные трудности заключаются в определении коэффициентов прямых затрат. Решение этой задачи до некоторой степени упрощается введением понятия «*чистой*» или «*технологической*» отрасли: одна продукция выпускается только одной отраслью, которую будем называть «*чистой*».

10.2 Решение системы уравнений МОБ

Пусть задана матрица коэффициентов прямых затрат A . Предположим, что эта матрица не зависит от объемов выпуска. Все элементы матрицы A в соответствии с экономическим содержанием неотрицательны: $a_{ij} \geq 0$ для всех $i, j = \overline{1, n}$.

Необходимо по заданному вектору конечного продукта Y найти вектор валового выпуска X , т.е. решить систему линейных уравнений

$$X - AX = Y, \quad (10.9)$$

Компоненты вектора Y неотрицательны: $y_i \geq 0, i = \overline{1, n}$.

Решение, которое нужно найти, по смыслу также должно иметь неотрицательные компоненты: $x_i \geq 0, i = \overline{1, n}$.

Матрица A называется **продуктивной**, если существуют два вектора $Y > 0$ и $X \geq 0$ такие, что $X - AX = Y$.

Продуктивность матрицы означает, что производственная система способна обеспечить некоторый положительный конечный выпуск по всем продуктам.

Проблема продуктивности исследована в экономико-математической литературе достаточно исчерпывающе. Основные результаты сводятся к следующему: пусть A – неотрицательная квадратная матрица. Тогда каждое из четырех приведенных ниже условий эквивалентно продуктивности матрицы A :

1) последовательные главные миноры матрицы $(E - A)$ положительны,

где E – единичная матрица, $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}$, т.е. для любого

$k = 1, \dots, n$ выполняется неравенство:

$$\det \begin{pmatrix} 1 - a_{11} & -a_{12} & \dots & -a_{1k} \\ -a_{21} & 1 - a_{22} & \dots & -a_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -a_{k1} & -a_{k2} & \dots & 1 - a_{kk} \end{pmatrix} > 0; \quad (10.10)$$

2) матрица $(E - A)$ неотрицательно обратима, т.е. существует обратная матрица $(E - A)^{-1}$ и все ее элементы неотрицательны:

$$(E - A)^{-1} \geq 0; \quad (10.11)$$

3) матричный ряд $E + A + A^2 + A^3 + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} A^k$ сходится, причем:

$$\sum_{k=0}^{\infty} A^k = (E - A)^{-1}; \quad (10.12)$$

4) максимальное собственное число $\lambda(A)$ матрицы A меньше единицы: $\lambda(A) < 1$.

Рассмотрим вопрос о том, в какой мере продуктивность свойственна реальным коэффициентам прямых затрат.

Для балансовых матриц $\tilde{A} = (\tilde{a}_{ij})$ в стоимостном выражении соблюдаются неравенства

$$\sum_{i=1}^n \tilde{a}_{ij} < 1, \quad j = \overline{1, n}, \quad (10.13)$$

что означает, что матрица \tilde{A}^T , транспонированная к матрице \tilde{A} , продуктивна: для вектора Y со строго положительными компонентами

$y_j = 1 - \sum_{i=1}^n \tilde{a}_{ij}$ и положительного вектора $x = (1, 1, \dots, 1)$ выполняется равенство

$X - \tilde{A}^T X = Y$. Очевидно, что продуктивность транспонированной матрицы \tilde{A} эквивалентна продуктивности матрицы A , т.к. главные миноры этих матриц совпадают (условие 1). Таким образом, для реальных экономических систем стоимостные матрицы коэффициентов прямых затрат должны быть продуктивными.

Можно показать, что матрица A продуктивна тогда и только тогда, если продуктивна матрица \tilde{A} .

Матрица затрат в натуральном выражении связана с матрицей затрат в стоимостном выражении:

$$A = P^{-1} \tilde{A} P, \quad (10.14)$$

где P – диагональная матрица цен, P^{-1} – матрица, обратная к P :

$$P = \begin{pmatrix} p_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & p_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & p_n \end{pmatrix}, \quad P^{-1} = \begin{pmatrix} 1/p_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1/p_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \ddots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1/p_n \end{pmatrix}.$$

Поэтому множество собственных чисел (спектр) матрицы A совпадает с множеством собственных чисел матрицы \tilde{A} : спектр матрицы A совпадает с множеством решений относительно λ уравнения $\det(\lambda E - EA) = 0$, а спектр матрицы \tilde{A} – с множеством решений уравнения $\det(\lambda E - E\tilde{A}) = 0$. Вместе с тем:

$$\begin{aligned} \det(\lambda E - EA) &= \det(\lambda E - P^{-1} \tilde{A} P) = \det(P^{-1} (\lambda E - A) P) = \det P^{-1} \det(\lambda E - \tilde{A}) \det P = \\ &= \det(\lambda E - A). \end{aligned}$$

Максимальное собственное число $\lambda(A)$ матрицы A совпадает с максимальным собственным числом $\lambda(\bar{A})$ матрицы \bar{A} . В силу условия (10.4) матрица A окажется продуктивной, тогда и только тогда, когда продуктивна матрица \bar{A} .

Вернемся к уравнению (10.9). Перепишем систему в виде:

$$(E - A)X = Y, \quad (10.15)$$

Если матрица A продуктивна, то, согласно условию (2), матрица $(E - A)^{-1}$ существует и неотрицательна. Поэтому решение системы уравнений МОБ существует, единственно и имеет вид:

$$X = (E - A)^{-1}Y, \quad (10.16)$$

так как $(E - A)^{-1} \geq 0$ и $Y > 0$, то $X > 0$.

10.3 Коэффициенты полных материальных затрат

Пусть имеется матрица коэффициентов прямых затрат:

$$A = (a_{ij})_{n \times n},$$

Для производства единицы продукции отрасли j необходимо затратить набор продуктов $a_j = (a_{1j}, a_{2j}, \dots, a_{nj})$, который описывается столбцом матрицы A . Но для производства этого набора a_j необходимо затратить набор продуктов

$$a_j^{(1)} = A \cdot a_j.$$

Элементы вектора затрат $a_j^{(1)}$ называются *коэффициентами косвенных затрат первого порядка* на производство единицы продукции j .

Матрица $A^{(1)}$, составленная из столбцов $a_j^{(1)}$, $j = \overline{1,4}$ называется *матрицей косвенных затрат первого порядка*:

$$A^{(1)} = A \cdot A = A^2.$$

Косвенные затраты второго порядка – это прямые затраты, необходимые для обеспечения косвенных затрат первого порядка, т.е.:

$$a_j^{(2)} = A \cdot a_j^{(1)},$$

или в матричной форме $A^{(2)} = A \cdot A^{(1)} = A^3$.

Продолжая по аналогии,

$$A^{(m)} = A \cdot A^{(m-1)} = A^{m+1}.$$

Полные затраты определяются как сумма прямых и косвенных затрат всех порядков. Тогда матрица $C = (c_{ij})_{n \times n}$, составленная из коэффициентов полных затрат, равна сумме: $C = A + A^{(1)} + A^{(2)} + \dots$

Или, учитывая, что $A^{(k)} = A^{(k+1)}$, получаем:

$$C = A + A^1 + A^2 + A^3 + \dots$$

Существенное отличие коэффициентов полных затрат от коэффициентов прямых затрат состоит в том, что они являются не отраслевыми, а народнохозяйственными показателями и отражают существующие технологические связи между отраслями.

Рассмотрим матрицу:

$$B = C + E = E + A + A^2 + A^3 + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} A^k = (E - A)^{-1}$$

Очевидно, что в случае продуктивности матрицы A матрица полных затрат конечна, неотрицательна и равна:

$$C = (E - A)^{-1} - E. \quad (10.17)$$

По определению, элементы матрицы B определяются как

$$b_{ij} = \begin{cases} c_{ij}, & \text{если } i \neq j, \\ c_{ij} + 1, & \text{если } i = j, \end{cases}$$

и имеют следующую экономическую интерпретацию: если выпуск конечного продукта j нужно увеличить на единицу, то валовый выпуск продукта i должен быть увеличен на b_{ij} . Коэффициенты b_{ij} можно использовать для быстрого пересчета вектора X при изменении вектора Y .

10.4 Технологические модели

В качестве описания технологического способа примем набор из $2n$ неотрицательных чисел:

$$(u, v) = (u_1, u_2, \dots, u_n, v_1, v_2, \dots, v_n), \quad (10.18)$$

где u – набор затрат всех продуктов, обеспечивающих выпуск набора продуктов v .

В производстве продукта возможны разные комбинации затрат и ресурсов, т.е. возможно использование различных технологических процессов. Множество всех возможных технологических способов, или процессов экономической системы называется его **технологическим множеством**.

Производственные возможности каждого экономического объекта моделируются своим технологическим множеством.

Введем для технологического множества обозначение Z . По определению, запись $(u, v) \in Z$ эквивалентна утверждению о возможности осуществления процесса (u, v) .

Модель Гейла

Технологическое множество Z , образованное множеством процессов $(u, v) \in Z$, для которого выполняются условия:

- 1) если $(0, v) \in Z$, то $v = 0$;
- 2) если $(u_1, v_1) \in Z$, $(u_2, v_2) \in Z$ и $(u, v) = (u_1 + u_2, v_1 + v_2)$, то $(u, v) \in Z$;
- 3) если $(u, v) \in Z$ и λ – некоторое число: $0 \leq \lambda \leq 1$, то $(\lambda u, \lambda v) \in Z$;
- 4) для любого $i = 1, 2, \dots, n$ существует процесс $(u_i, v_i) \in Z$, такой, что $v_{ij} > 0$ (v_{ij} – j -ая компонента вектора выпусков v_i);
- 5) Z является замкнутым множеством и называется **технологическим множеством Гейла** или **моделью Гейла**.

Свойство (1) означает, что невозможно произвести продукт, ничего не затратив.

Свойство (2) уточняет понятие возможного технологического способа. Технологическое множество, обладающее этим свойством, является скорее моделью потенциальных возможностей, чем реальных производственных возможностей, т.к. ограничения на производственные мощности и объемы невозпроизводимых ресурсов не учитываются. Более того, множество Z , удовлетворяющее условию (2) вообще не является ограниченным, поскольку наряду со способом $(u, v) \in Z$ оно содержит и все способы вида ku, kv , где $k = 1, 2, \dots$

Свойство (3) означает «бесконечную делимость» технологических способов. Не вполне адекватным оно выглядит для технологических способов производства сложных неоднородных продуктов (например, судостроение, машиностроение), тогда, как для технологических способов производства других продуктов (химическая промышленность, производство зерна) или очень агрегированных продуктов, выраженных в стоимостных показателях, свойство (3) можно считать хорошим приближением к действительности.

Свойство (4) означает, что каждый продукт может быть произведен, т.е. невозпроизводимые ресурсы продуктами не являются.

Свойство (5) упрощает процесс моделирования. Модель Гейла является одной из самых общих линейных производственно-экономических моделей.

Формально свойства (2) и (3) означают, что технологическое множество Гейла является выпуклым конусом с вершиной в точке O . В этом смысле говорят о линейности модели Гейла.

Из свойств (2) и (4) следует *свойство Гейла*: найдется процесс $(u_0, v_0) \in Z$, такой, что $v_0 > 0$, т.е. среди возможных имеется технологический способ, позволяющий производить любой продукт.

Модель фон Неймана

Важным частным случаем модели Гейла является модель фон Неймана.

Пусть Z – модель Гейла.

Тогда если $(u, v) \in Z$ и число $\lambda > 0$, то процесс

$$(u_1, v_1) = \lambda(u, v) = (\lambda u, \lambda v) \in Z.$$

Процессы (u, v) и (u_1, v_1) имеют одинаковые пропорции затрат и результатов.

Говорят, что процесс (u_1, v_1) является процессом (u, v) , функционирующим с интенсивностью λ . Тогда процесс (u, v) является процессом (u_1, v_1) , функционирующим с интенсивностью $1/\lambda$.

Процесс (u, v) называется **составным**, если существуют процессы $(u_1, v_1), (u_2, v_2) \in Z$, такие, что $(u, v) = (u_1, v_1) + (u_2, v_2)$, при этом процессы (u_1, v_1) и (u_2, v_2) различны.

Процесс, не являющийся составным, называется **базисным**. Луч, проходящий из нуля в направлении базисного процесса, называется **базисным лучом**.

Моделью фон Неймана называется модель Гейла, в которой число различных базисных лучей конечно. В этом случае конус модели является многогранным, причем базисные лучи служат его образующими.

Пусть m – число различных базисных лучей модели фон Неймана. Обозначим соответствующие им процессы (a_j, b_j) , $j = \overline{1, m}$, $(a_j, b_j) = (a_{1j}, a_{2j}, \dots, a_{mj}; b_{1j}, \dots, b_{mj})$.

Все остальные технологические процессы могут быть представлены в виде неотрицательных линейных комбинаций выделенных процессов, т.е. *технологический конус* Z модели фон Неймана имеет вид:

$$Z = \left\{ (u, v) : (u, v) = \sum_{j=1}^m (a_j, b_j) x_j, x_j \geq 0, j = \overline{1, m} \right\}. \quad (10.19)$$

Обозначим через A матрицу, образованную коэффициентами a_{ij} : $A = (a_{ij})_{m \times n}$, и через B – матрицу из коэффициентов b_{ij} : $B = (b_{ij})_{m \times n}$.

Тогда множество Z можно записать:

$$Z = \{(u, v) : u = Ax, \quad v = Bx, \quad x \geq 0\}. \quad (10.20)$$

Матрица A называется *матрицей затрат*, B – *матрицей выпуска*.

На практике работа с моделью фон Неймана сводится к выделению числа конечных, реально существующих технологических способов к изучению их конической оболочки. При этом свойство (1) выполняется для всех имеющих практическое значение случаев, свойства (2), (3) и (5) получаются по построению, а свойство (4) обеспечивается правильным описанием технологических способов.

Модель Леонтьева (модель МОБ)

Частным случаем модели фон Неймана является модель МОБ (модель Леонтьева), у которой число базисных способов равно числу продуктов ($m = n$), а *базисные способы* имеют вид:

$$(a_j, b_j) = (a_{1j}, a_{2j}, \dots, a_{mj}; \underbrace{0, 0, 0, \dots, 0, 1}_j, 0, \dots, 0), \quad j = \overline{1, n}$$

или матрицы A и B являются квадратными, причем матрица $B = E$.

Конус модели МОБ определяется как:

$$Z = \{(Ax, x), \quad x \geq 0\}, \quad (10.21)$$

или

$$Z = \{(u, v) : u = Ax, \quad v = Ex, \quad x \geq 0\} \quad (10.22)$$

Темпы роста в модели Гейла

Пусть $(u, v) \in Z$, $(u, v) \neq 0$.

Темпом роста процесса (u, v) называется число:

$$\alpha(u, v) = \min_i \frac{v_i}{u_i} \quad \text{для тех } i, \text{ для которых } u_i \neq 0. \quad (10.23)$$

В силу свойства (1) множество таких индексов непусто.

Отношение v_i/u_i показывает, во сколько раз по данному технологическому способу выпуск продукта i превосходит затраты на него.

Производство продукта, на котором достигается минимум отношения v_i/u_i , является «узким местом» технологического процесса.

Максимальный темп роста:

$$\alpha^* = \alpha(u^*, v^*), \alpha^* \geq \alpha(u, v) \quad (10.24)$$

при всех $(u, v) \in Z$ называют **темпом роста модели**.

Применительно к модели фон Неймана существование процесса, обеспечивающего максимальный темп роста, означает, что существует набор интенсивностей использования базисных технологических процессов $X^* \geq 0$ и число $\alpha^* > 0$, для которых

$$Bx^* \geq \alpha^* Ax^*. \quad (10.25)$$

Для модели МОБ это неравенство примет вид:

$$x^* \geq \alpha^* Ax^*, \quad (10.26)$$

что совпадает с обычным условием продуктивности при $\alpha^* \geq 1$. Верно и обратное: из продуктивности МОБ следует, что $\alpha^* \geq 1$.

Экономическая интерпретация модели фон Неймана: величина Ax может считаться вектором спроса, величина Bx – вектором предложения, но спрос Ax и предложение Bx относятся к двум различным (смежным) периодам времени. Если темп роста экономики равен α , то таким же должен быть и темп роста спроса. Поэтому спрос в момент времени, когда производится выпуск Bx , составляет αAx . Тогда существование набора интенсивностей X^* , удовлетворяющего неравенству (10.26) может быть интерпретировано как существование равновесия: спрос $\alpha^* Ax^*$ не превосходит предложения Bx^* .

Пусть p^* - вектор цен, такой, что

$$p^* \geq 0 \text{ и } p^* v \leq \alpha^* p^* \text{ для всех } (u, v) \in Z.$$

Вектор p^* аналогичен вектору равновесных цен, т.е. если $x^* > 0$ и $p^* > 0$, то $\alpha^* Ax^* = Bx^*$, $\alpha^* p^* A = p^* B$, т.е. спрос равен предложению, и стоимостная оценка выпуска совпадает с оценкой затрат, дисконтированной по темпу роста экономики.

ГЛАВА II

МОДЕЛИ И МЕТОДЫ АНАЛИЗА ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ

Несомненно, мы были правы, когда думали о жизнедеятельных регуляторах для отыскания, прежде всего стабильности. В конце концов, нестабильный организм должен, по всей вероятности, погибнуть или же вести себя, как безумный. Однако не делаем ли мы вид, что поступаем добровольно, оставаясь ради безопасности на том же самом месте. Что нам удалось достигнуть благодаря прогрессу, если любое отклонение от «сглаженного» режима работы приводит к необходимости проведения повторного исследования?

Ответ на этот вопрос может быть получен непосредственно из теории кибернетики, из исследования живых систем. Мы должны думать о таких системах (о наших детях, например, если не о себе самих) с тем, чтобы пытаться улучшить их функционирование на базе накопленного опыта, т.е. можно сказать, что мы надеемся их обучить. Если условия, в которых система существует, будут подвержены воздействию радикальных изменений, то можно надеяться, что система должна приспособиться (адаптироваться) к своему новому окружению. Наконец, по истечении определенного времени мы обычно находим, что система растет и развивается. Обучение и адаптация, рост и эволюция - все это присутствует фактически в неявном виде в концепции выживания, даже если в качестве предварительного условия будет названа статическая сверхстабильность.

Следовательно, вся теория жизнедеятельных регуляторов может быть принята в такой мере, насколько это нам необходимо. Уже доказывалась ее чрезвычайная полезность для практики. Тем не менее, заслуживало бы внимания следующее высказывание: «В данном случае мы имеем дело с научным методом ведения исследований в особенно трудной области человеческой деятельности, а именно в области выработки решений на уровне рекомендаций (в этих рекомендациях часто содержатся ценные суждения)». Мы не имеем дела с методом, применив который каждый мог бы сказать: «Мы воспользовались данным методом, и все расходы были компенсированы в течение года».

Стаффорд Бир

Математические модели экономической динамики являются формальным описанием множества вариантов развития экономики, или траекторий. Траекторией развития экономики называется отображение, кото-

рое каждому значению переменной времени ставит в соответствие состояние экономики в данный момент времени.

Самые общие, абстрактные технологические модели представляют собой описание множества всех технологически допустимых траекторий.

11.1 Односекторная модель экономической динамики

Модель Солоу

Сравнительно простая непрерывная динамическая модель, адекватно отражающая важнейшие экономические аспекты процесса расширенного воспроизводства, известна в экономической литературе как **модель Солоу**. Модель Солоу позволяет охарактеризовать основные формальные особенности моделей динамики.

Состояние экономики, согласно модели Солоу, задается совокупностью пяти величин (переменных состояния):

Y – объем конечного продукта;

C – фонд непродуцированного потребления;

S – валовой фонд накопления;

L – объем наличных трудовых ресурсов;

K – объем наличных основных фондов.

Все переменные состояния являются функциями времени:

$$Y = Y(t), C = C(t), S = S(t), L = L(t), K = K(t).$$

Считается, что ресурсы K и L используются полностью.

Задана *производственная функция*:

$$Y = F(K, L), \quad (11.1)$$

Конечный продукт равен сумме:

$$Y = C + S, \quad (11.2)$$

Фонд накопления составляет фиксированную часть выпуска:

$$S = sY, \text{ где } 0 < s < 1, s = \text{const}, \quad (11.3)$$

или

$$C = (1 - s)Y,$$

где s – норма накопления.

Чистый прирост фондов:

$$\dot{K}(t) = \frac{dK(t)}{dt},$$

Величина выбытия основных фондов пропорциональна их объему с постоянным коэффициентом μ ; т.е. если объем действующих фондов равен K , то выбывает и подлежит восстановлению объем μK .

Таким образом,

$$S = K' + \mu K, \quad 0 < \mu < 1, \quad \mu = \text{const}. \quad (11.4)$$

Уравнение динамики трудовых ресурсов имеет вид:

$$L' = gL, \quad g = \text{const}, \quad (11.5)$$

т.е. прирост рабочей силы пропорционален ее объему.

Замечание: пусть $x(t)$ – дифференцируемая числовая функция. Темпом роста величины x называется числовая функция $\lambda_x(t) = x'(t)/x(t)$. Если темп роста – величина постоянная, т.е. $\lambda_x(t) = \lambda = \text{const}$, функция $x(t) = x_0 e^{\lambda t}$, $x_0 = x(0)$. Говорят, что $x(t)$ изменяется по экспоненциальному закону.

Таким образом, в уравнении (11.5) g определяет *постоянный темп роста рабочей силы*.

Производственная функция $F(K, L)$ обладает следующими свойствами:

- 1) область задания F – множество неотрицательных наборов затрат K и L ;
- 2) функция F непрерывна и дважды дифференцируема;
- 3) функция F линейно однородна: $F(\alpha K, \alpha L) = \alpha F(K, L)$ при всех $K, L, \alpha > 0$;
- 4) $F(0, L) = F(K, 0)$ при всех K, L ;
- 5) функция F монотонна, т.е. предельные производительности $\frac{\partial F}{\partial K} > 0$, $\frac{\partial F}{\partial L} > 0$ для всех K, L ;
- 6) функции имеют уменьшающиеся предельные производительности: $\frac{\partial^2 F}{\partial K^2} < 0$, $\frac{\partial^2 F}{\partial L^2} < 0$ при всех значениях K, L .

Замечание: в макроэкономических моделях наиболее часто используются:

1. функция Кобба-Дугласа:

$$F(K, L) = \alpha_0 K^\alpha L^{1-\alpha}, \quad \alpha_0, \alpha = \text{const}, \quad 0 < \alpha < 1;$$

2. функция CES (с постоянной эластичностью замены)

$$F(K, L) = (aK^\beta + bL^\beta)^{-1/\beta}, a, b = \text{const}, a, b > 0.$$

3. функция с фиксированными коэффициентами

$$F(K, L) = \min \left\{ \frac{K}{a}, \frac{L}{b} \right\}, \quad a, b = \text{const}, a, b > 0;$$

4. линейная функция

$$F(K, L) = c + aK + bL, \quad a, b, c = \text{const}, \quad a, b, c > 0.$$

Каждая из перечисленных функций обладает лишь частью указанных свойств.

Определим функцию одного аргумента:

$$f(k) = F(k, 1). \quad (11.6)$$

Тогда в силу линейной однородности при $L \neq 0$:

$$F(K, L) = F\left(L \frac{K}{L}, L\right) = Lf(k), \quad \text{где } k = \frac{K}{L}.$$

Величина k характеризует фондовооруженность живого труда, а функция $f(k)$ устанавливает зависимость производительности труда от фондовооруженности.

Свойства функции $f(k)$:

- 1) $f(0) = F(0, 1) = 0$;
- 2) $\frac{f(k)}{k} = \frac{1}{k} F(k, 1) = F\left(1, \frac{1}{k}\right)$; $\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{f(k)}{k} = 0$;
- 3) $f'(k) = \frac{df(k)}{dk} = \frac{\partial F}{\partial K}$, где $k = \frac{K}{L}$, поэтому $f'(k) > 0$;
- 4) $f''(\bar{k}) = \frac{d^2 f(\bar{k})}{dk^2} = \frac{\partial^2 F}{\partial K^2}$, поэтому $f''(k) < 0$.

Замечание:

1. для функции Кобба-Дугласа:

$$f(k) = Ak^a;$$

2. для функции CES:

$$f(k) = (\alpha k^\beta + b)^{-1/\beta};$$

3. для функции с фиксированными коэффициентами:

$$f(k) = \min \left\{ \frac{k}{a}, \frac{1}{b} \right\}$$

Основное уравнение модели Солоу

Очевидно, что если бы удалось проследить во времени изменения величины фондовооруженности k , то можно было бы установить и изменения всех переменных модели (11.1) - (11.5).

Покажем, что динамика величины k описывается дифференциальным уравнением:

$$k' = sf(k) - (\mu + g)k. \quad (11.7)$$

Действительно,

$$k = \left(\frac{K}{L} \right)' = \frac{K'L - L'K}{L^2} = \frac{K'}{L} - \frac{L'}{L} \cdot \frac{K}{L}.$$

По определению, $K/L = k$, из уравнения (11.5) следует, что $L'/L = g$, а из (11.4) и (11.3) ясно, что

$$\frac{K'}{L} = \frac{S - \mu K}{L} = \frac{sY - \mu K}{L} = sf(k) - \mu k,$$

что после соответствующей подстановки доказывает (11.7).

Согласно общей теории существования и единственности решения дифференциальных уравнений, условия которой в рассматриваемом случае выполнены, если задано начальное состояние k_0 , то существует одна и только одна траектория $k(t)$, которая удовлетворяет уравнению (11.7) и начинается из заданного состояния $k_0 = k(0)$.

Процедуре вывода основного уравнения модели можно дать следующую интерпретацию.

Если бы прирост рабочей силы был нулевым и основные фонды не изнашивались, то фондовооруженность увеличилась бы на $S/L = sf$. Износ фондов в объеме μK уменьшает это значение на $\frac{\mu K}{L} = \mu k$.

Чтобы фондами по норме k была вооружена и вновь вовлекаемая рабочая сила ΔL , требуется $\Delta L k$ единицы капитальных ресурсов, что в расчете на каждого занятого составит величину $\Delta L k / L$, или в пределе $\Delta L' k / L$,

что с учетом (11.5) равно gk . Таким образом, *общий прирост фондвооруженности* равен разности $sf - \mu k - gk$, о чем и свидетельствует уравнение (11.7).

Среди траекторий, удовлетворяющих уравнению (11.7) существует особая, стационарная траектория, вдоль которой начальное значение фондвооруженности сохраняется постоянным на все моменты времени (рис. 11.1).

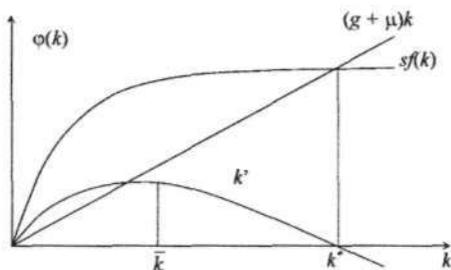


Рисунок 11.1 Графическая интерпретация основного уравнения модели Солоу

Теорема 11.1: если $\frac{\eta}{s} < f'(0)$, где $\eta = n + \mu$, то существует и единственное значение $k^* > 0$, для которого траектория $k(t) = k^*$ при всех $t \in [0, \infty)$ удовлетворяет уравнению (11.7).

При доказательстве теоремы существенное значение имеют свойства функции f .

Рассмотрим функцию $\varphi(k) = sf(k) - \eta k$. Она является суммой строго вогнутой функции $sf(k)$ и вогнутой функции $(-\eta k)$, и поэтому сама строго вогнута. Покажем, что существует $k^* > 0$, для которого $\varphi(k^*) = 0$. Тогда все элементы траектории, начинающиеся в состоянии k^* , равны k^* , поскольку $k' = \varphi(k^*) = 0$.

Функция $\varphi(k)$ в силу вогнутости и того, что $\varphi(0) = 0$, имеет не более одного строго положительного корня, и поэтому такое значение k^* оказывается единственным.

Поскольку $\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{f(k)}{k} = 0$, то при достаточно большом $k > 0$ выполняется неравенство:

$$\frac{f(k)}{k} < \frac{\eta}{s} \quad \text{или} \quad \varphi(k) = sf(k) - \eta k < 0.$$

Поскольку

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{f(k)}{k} = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{f(k) - f(0)}{k} = f'(0) > \frac{\eta}{s},$$

то при достаточно малом $k > 0$ должно выполняться неравенство

$$\frac{f(k)}{k} > \frac{\eta}{s}, \text{ или } \varphi(k) > 0.$$

В силу непрерывности $\varphi(k)$ между максимально и минимально возможными значениями и k найдется значение k^* , при котором $\varphi(k^*) = 0$ (рис. 11.1).

На рис. 11.1 $f(k)$ – зависимость производительности труда от фондовооруженности; $\varphi(k)$ – зависимость прироста фондовооруженности от фондовооруженности; k^* – стационарное значение фондовооруженности.

Для функции Кобба-Дугласа $f(k) = Ak^\alpha$ производная в точке 0 не определена, но $\lim_{k \rightarrow \infty} f'(k) = \infty$, поэтому для нее стационарная траектория существует при любых значениях s и η .

Характер затруднений, которые могут встретиться для функций CES и функции с фиксированными коэффициентами, продемонстрирован на рис. 11.2 и 11.3.

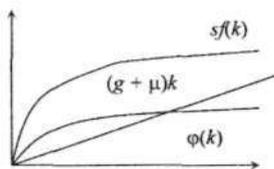


Рисунок 11.2 Функции f и φ для функции типа CES

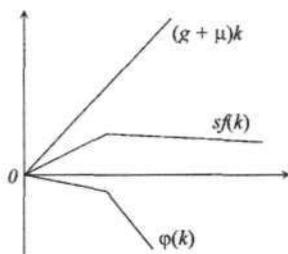


Рисунок 11.3 Функции f и φ для производственной функции с фиксированными коэффициентами

В случае функции CES сложность состоит в слишком высокой норме накопления s в сравнении с величиной $g + \mu$. При такой норме накопления средняя вооруженность будет бесконечно увеличиваться.

Критическое значение отношения $(g + \mu)/s$ определяется равенством

$$s\alpha^{1/\beta} = g + \mu.$$

Для производственной функции с фиксированными коэффициентами значения нормы накопления может оказаться слишком низким относительно $(g + \mu)$, и не найдется такого значения фондовооруженности, для поддержания которого на неизменном уровне накопления были бы достаточны.

Характеристики стационарной траектории

Проследим изменение основных переменных моделей при постоянной фондовооруженности.

Прежде всего, чтобы фондовооруженность во времени не менялась, необходимо и достаточно, чтобы $k = K(0)/L(0) = k^*$, т.е. в нулевой момент времени необходимо находиться на стационарной траектории. Тогда на основании того, что $K(t) = L(t)k^*$ и того, что L растет с постоянным темпом, следует

$$K(t) = K(0)e^{gt}.$$

Аналогично,

$$\begin{aligned} Y(0) &= f(k^*)L(0), \\ Y(t) &= f(k^*)L(t), \end{aligned}$$

и поэтому

$$Y(t) = Y(0)e^{gt}.$$

Таким образом, вдоль стационарной траектории фондовооруженности все основные переменные модели растут с постоянным во времени темпом, равным темпу роста рабочей силы g . Отношения между основными переменными модели при этом не меняются. В частности, не изменяются средняя производительность труда $Y(t)/L(t) = f(k^*)$, средняя фондоотдача $Y(t)/L(t) = k^* f(k^*)$, фонд потребления на одного занятого $c(t) = C(t)/L(t) = (1-s)f(k^*)$.

На стационарной траектории значение фонда накопления точно совпадает со значением, которое необходимо для поддержания фондовооруженности на первоначальном уровне. Для этого следует, во-первых, поддерживать на постоянном уровне фондовооруженность уже используемой

рабочей силы и, во-вторых, вооружить по той же норме вновь вовлекаемую в процесс производства рабочую силу.

Добиться такого совпадения удастся только для одного значения фондовооруженности – для значения k^* . При $k(0) \neq k^*$ оказывается, что фондовооруженность автоматически стремится к значению k^* (хотя никогда не достигает его). Иными словами, *стационарная траектория k^* является устойчивой*.

Сформулируем без доказательства следующую теорему.

Теорема 11.2: при любом $k_0 > 0$, $k \neq k^*$, если $k(t)$ – решение уравнения (11.7) с начальным условием $k_0 = k(0)$, то $\lim_{t \rightarrow \infty} k(t) = k^*$.

Сходимость траекторий к k^* происходит монотонно. Если значение k в некоторый момент времени больше значения k^* , то $\varphi(k) < 0$, или, что равносильно, $k' < 0$. Следовательно, величина k во времени монотонно убывает. Скорость этого процесса характеризуется второй производной по времени k'' . Очевидно, что

$$k'' = \left(\frac{dk(t)}{dt} \right)' = \varphi'(k)k'.$$

Так как при $k > k^*$ функция $\varphi(k)$ убывает, то $\varphi'(k) < 0$, поэтому $k'' < 0$.

Если в некоторый момент времени $k < k^*$, то $\varphi(k) > 0$ и $k' > 0$. Величина k во времени монотонно возрастает. Вторая производная может быть как положительной, так и отрицательной. Существует такое значение $k^\wedge > 0$, что при $k < k^\wedge$ функция $\varphi(k)$ возрастает, $\varphi'(k) > 0$, и поэтому $k'' > 0$, а при $k^\wedge < k < k^*$ производная $\varphi'(k) < 0$, и поэтому $k'' < 0$. Временные диаграммы при различных начальных значениях k_0 представлены на рис. 11.4.

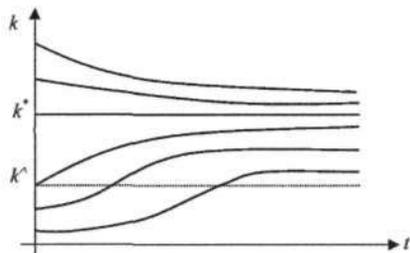


Рисунок 11.4 Траектория фондовооруженности модели Солоу при разных начальных значениях k_0

Вместе с тем очевидно, что при $k(t) \rightarrow k^*$ стабилизируются и выравниваются темпы роста основных переменных K, Y, C, S , приближаясь к темпу роста рабочей силы. Одновременно стабилизируются отношения между данными переменными. В этом смысле стационарная траектория описывает тенденцию или направление развития экономики.

Оптимальная постоянная норма производственного накопления

Проанализируем процесс управления развитием экономики, описываемый моделью Солоу. Казалось бы, такое рассмотрение бессмысленно, поскольку развитие в этой модели предопределено единственным стационарным значением k^* . Однако на самом деле величина k^* единственна при фиксированных параметрах модели, к которым относятся коэффициенты g, μ, s и производственная функция f . При изменении параметров значение k^* должно, вообще говоря, также меняться. Характер такого изменения легко проследить на рис. 11.5. Поэтому можно попытаться подобрать такие параметры, которые бы обеспечивали осуществление оптимальной в том или ином смысле величины k^* . К задачам такого рода относится, например, задача о выборе оптимальной нормы накопления. При фиксированных параметрах μ, g и данной производственной функции f требуется выбрать норму накопления s , оптимизирующую величину k^* .

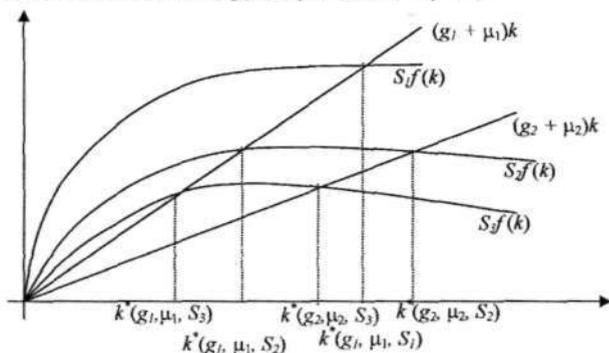


Рисунок 11.5 Стационарные значения k^* при различных значениях параметров s, g, μ

В случае фиксированных μ, g, f можно говорить о функции, которая связывает норму накопления s со стационарным решением уравнения (11.7) при данном ее значении. Обозначим эту функцию через $k^*(s)$. В качестве показателя эффекта примем объем фонда потребления. При сравнении траекторий развития экономики по этому показателю главная трудность состоит в том, что на одних траекториях значение фонда потребления больше в одни моменты времени, на других — в другие. Если бы мы захотели назвать оптимальной такую траекторию, для которой фонд потреб-

ления во все моменты времени был бы не меньше, чем на любой другой, то вероятнее всего такой траектории просто не нашлось бы. Поэтому обычно предлагают сравнивать траектории по величине интегрального (суммарного) фонда потребления за определенный или за «бесконечный» промежуток времени. При этом возникает *проблема дисконтирования*, т.е. соизмерения значений одинаковых объемов фонда потребления во времени. В рамках рассматриваемой модели ситуация намного проще. Так как одной из характеристик стационарных траекторий является постоянство фонда потребления в расчете на одного занятого, оптимальной естественно считать ту норму накопления, стационарная траектория которой обеспечивает максимум этой величины. Иными словами, требуется найти значение \bar{s} : $0 \leq \bar{s} \leq 1$, для которого $c(k^*(\bar{s})) \geq c(k^*(s))$ при любом $0 \leq s \leq 1$. Такая норма накопления обеспечивает наилучшую с точки зрения фонда потребления стационарную траекторию, а, следовательно, с учетом устойчивости – оптимальную тенденцию развития экономики.

Функция $k^c(s)$ является взаимнооднозначной, поэтому сначала можно найти значение \bar{k}^* , при котором $c(\bar{k}^*) \geq c(k^*)$ для любого стационарного значения k^* , а затем восстановить по этому значению \bar{k}^* значение \bar{s} , для которого $\bar{k}^* = k^*(\bar{s})$. С другой стороны, $c(k^*) = (1-s)f(k^*)$.

Казалось бы, чем больше значение k^* , тем больше значение $c(k^*)$, так как функция f является монотонно возрастающей. Однако поскольку k^* – стационарное значение, выполняется равенство:

$$sf(k^*) - \eta(k^*) = 0. \quad (11.8)$$

Следовательно,

$$c(k^*) = f(k^*) - \eta k^*. \quad (11.9)$$

В этом равенстве отражено, что чем больше значение k^* , тем больше средств необходимо расходовать на поддержание фондовооруженности на этом уровне, а именно ηk^* . Поэтому не всякое увеличение фондовооруженности ведет к росту фонда потребления. Фонд потребления увеличивается лишь до тех пор, пока рост производительности труда, вызванный ростом k^* (который, в свою очередь, является следствием увеличения нормы накопления), опережает рост величины совокупного возмещения ηk^* . Формально необходимым условием максимума величины $c(k^*)$ в точке k^* является выполнение в этой точке равенства:

$$\frac{dc(\bar{k}^*)}{dk} = 0,$$

или

$$f'(\tilde{k}^*) = \eta. \quad (11.10)$$

Достаточные условия выполняются автоматически, поскольку

$$\frac{d^2c}{dk^2} = \frac{d^2f}{dk^2} < 0.$$

Графически ситуация представлена на рис. 11.6.

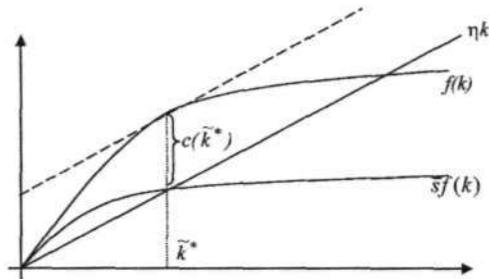


Рисунок 11.6 Оптимальная норма накопления модели Солоу (\tilde{k}^* — оптимальная стационарная фондовооруженность)

Очевидно, что если $f'(0) > \eta$, положительное решение \tilde{k}^* уравнения (11.10) существует и единственно. Соответствующее значение оптимальной нормы накопления находят из (11.8):

$$\bar{s} = \frac{\eta \tilde{k}^*}{f(\tilde{k}^*)}, \quad (11.11)$$

что с учетом (11.10) дает

$$\bar{s} = \frac{f'(\tilde{k}^*) \tilde{k}^*}{f(\tilde{k}^*)} = \mathcal{E}_k^F(\tilde{K}, \tilde{L}), \quad (11.12)$$

где $\mathcal{E}_k^F(\tilde{K}, \tilde{L})$ — эластичность по основным фондам производственной функции F в точке (\tilde{K}, \tilde{L}) , такой, что $\tilde{K}/\tilde{L} = \tilde{k}^*$.

Кроме того, поскольку частные производные $\partial F/\partial K$ и $\partial F/\partial L$ положительны, и функция F линейно-однородна, выполняются соотношения:

$$\mathcal{E}_k^F > 0, \quad \mathcal{E}_L^F > 0, \quad \mathcal{E}_k^F + \mathcal{E}_L^F = 1,$$

откуда $0 < s < 1$.

В частном случае производственной функции Кобба-Дугласа, которая имеет вид $F(K, L) = AK^\alpha L^{1-\alpha}$, эластичность по фондам постоянна: $\varepsilon_K^F = \alpha$ и поэтому $\bar{s} = \alpha$.

Описанный подход к оптимизации нормы накопления, предложенный Э. Фелпсом, известен в литературе как «золотое правило» экономического роста.

Правило оптимального накопления (11.11) основано на сравнении стационарных траекторий. Стационарная траектория, соответствующая норме накопления $s: s \neq \bar{s}$, во все моменты времени дает меньший душевой фонд потребления, чем стационарная траектория при норме \bar{s} .

Возникает вопрос, может ли какая-нибудь нестационарная траектория при неоптимальной норме накопления дать результат, лучший, чем любая другая траектория? В этом плане кажется интересным следующее утверждение.

Пусть для траектории $k(t)$, удовлетворяющей основному уравнению (11.7), найдутся такие $t_0 \geq 0$ и $\varepsilon > 0$, что для всех $t \geq t_0$:

$$k(t) \geq \bar{k} + \varepsilon.$$

Тогда траектория $k(t)$ будет неэффективной в том смысле, что найдется траектория $k'(t)$, выходящая из того же начального состояния и обеспечивающая во все моменты времени не меньший, а с некоторого момента времени строго больший уровень потребления, чем траектория $k(t)$.

В строгом смысле траектория $k'(t)$ не является траекторией модели Солоу, так как нарушено условие постоянства нормы накопления.

Очевидно, что допущение вариации нормы накопления расширяет множество возможных траекторий и тем самым улучшает перспективы выбора оптимальной траектории.

Оптимальная переменная норма производственного накопления

Модель Солоу, в которой допускается изменение нормы накопления, называется **моделью Шелла**.

Задан конечный плановый горизонт T . Рассматриваются траектории, удовлетворяющие основному уравнению:

$$k' = sf(k) - \eta(k). \quad (11.13)$$

Заданы начальное состояние k_0 :

$$k_0 = k(0) \quad (11.14)$$

и ограничение на конечное состояние k_T

$$k(T) \geq k_T. \quad (11.15)$$

Необходимо выбрать правило вариации во времени нормы накопления $s(t)$:

$$0 \leq s(t) \leq 1, \quad (11.16)$$

чтобы соответствующая ему траектория доставляла максимум интегральному фонду потребления:

$$\int_0^T c(k) e^{-\delta t} dt \rightarrow \max, \quad (11.17)$$

где $c(k) = (1-s)f(k)$;

δ – коэффициент приведения эффекта к начальному моменту времени (дисконтирующий множитель).

Для решения задачи (11.13) - (11.17) К. Шелл использовал метод решения задач оптимального управления, известный как принцип максимума Понтрягина, и показал, что оптимальная траектория имеет специфическую «магистральную» структуру.

Пусть \tilde{k} является решением уравнения:

$$f'(\tilde{k}) = \eta + \delta. \quad (11.18)$$

Опишем оптимальную траекторию для случая $k_0 < \tilde{k} < k_T$.

В начальный момент времени норма накопления выбирается равной единице. Это позволяет максимально быстро достичь значения \tilde{k} . Когда состояние \tilde{k} достигнуто, норму накопления следует установить на таком уровне, чтобы фондовооруженность оставалась постоянной, т.е. чтобы \tilde{k} являлось стационарной траекторией модели Солоу, соответствующей этой норме. Такой политики следует придерживаться как можно дольше, оставив время на переход из \tilde{k} в k_T ровно столько, сколько его требуется при полном отказе от потребления. Затем в соответствующий момент происходит обратное переключение нормы накопления с величины \tilde{s} на 1 (см. рис. 11.7). **Траектории** подобного типа называют **магистральными**.

Интересно, что если $\delta=0$, то магистральный участок траектории модели Шелла проходит по траектории оптимального стационара модели Солоу.

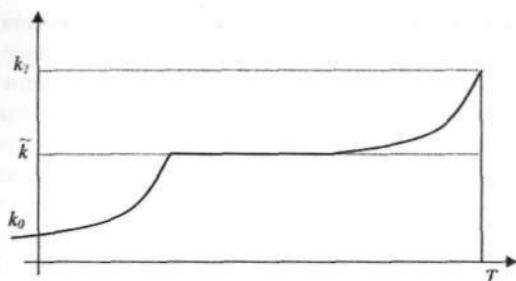


Рисунок 11.7 Магистральная траектория модели Шелла

11.2 Моделирование технического прогресса

Технический прогресс находит материальное воплощение, прежде всего, в изменении технологии производства. Если технология производства моделируется при помощи технологического множества, то модель технического прогресса должна описывать изменение технологического множества во времени. В частном случае, когда технологическое множество задается производственной функцией, требуется дать описание изменения производственной функции. Наиболее интересные с точки зрения содержания и близкие к практической реализации исследования технического прогресса проведены для макроэкономических производственных функций.

Пусть технология производства описывается производственной функцией. Построить модель технического прогресса – значит, задать правило изменения производственной функции во времени. Обратим внимание на то, что построение модели технического прогресса должно осуществляться не абстрактно, а с ориентацией на вполне определенную модель экономической динамики. Необходимо, чтобы правило изменения производственной функции во времени подчинялось внутренним требованиям этой «базовой» модели. По-видимому, самый простой способ ввести технический прогресс в ту или иную исходную модель и при этом не изменить ее существа заключается в том, чтобы сделать технический прогресс самостоятельной переменной, не зависящей от других переменных модели (кроме переменной времени, которая не относится к переменным, описывающим состояние экономики).

Если изменение технологии во времени описывается независимо от изменений переменных состояния экономики, то говорят, что построена **модель автономного (экзогенного) технического прогресса**. Формально в случае макроэкономической производственной функции это означает, что переменная t становится ее третьим аргументом, т.е. что объем выпуска задается правилом

$$Y = F(K, L, t)$$

В какой-то мере модели автономного технического прогресса адекватны реальным изменениям технологии. Действительно, какие-то изменения в народнохозяйственной производственной функции могут осуществляться без дополнительных затрат, например, за счет рационализации процесса управления, изыскания внутренних резервов производства, накопления производственного опыта и т.д. Подобные изменения закономерны, более или менее устойчивы и вполне могут моделироваться как автономные. Но их доля сравнительно невелика. Изменение технологии требует обновления структуры и качества основных фондов. Подготовка высококвалифицированных специалистов, способных обслуживать современное производство, невозможна без сложной и хорошо оснащенной системы образования. В этих условиях говорить об автономности технического прогресса в целом нельзя.

Несмотря на это, популярность моделей с автономным техническим прогрессом довольно широка, особенно при практических расчетах, что можно объяснить сравнительной легкостью статистических оценок параметров, которые получают одновременно с оценками параметров производственной функции. Результаты прогнозов по таким моделям, как правило, достаточно удовлетворительны. При этом не исключено, что переменная t принимает на себя объяснение не только технического прогресса, но и некоторых других, не учитываемых в модели факторов производства.

Альтернативными по отношению к моделям с автономным техническим прогрессом являются модели, в которых переменные, описывающие состояние экономики, принимают активное участие в изменении производственной функции. Это преимущественно модели технического прогресса, воплощенного в качественно новых или модернизированных основных фондах и (или) в качественно новой или переподготовленной рабочей силе. Такие модели в экономической литературе называют **моделями материализованного (овеществленного) технического прогресса**.

Автономный технический прогресс

Выпуск продукции в моделях с автономным техническим прогрессом задается производственной функцией трех аргументов $Y = F(K, L, t)$. Обычно предполагается, что функция дважды непрерывно дифференцируема, причем все ее первые частные производные положительны.

Положительность производной по времени означает глобальное улучшение технологии. В действительности же не исключено, что улучшение технологии носит локальный характер, т.е. при одних комбинациях затрат выпуск со временем увеличивается, а при других – уменьшается.

Предполагается также, что все функции F_t от аргументов K и L , полученные из функции F при фиксированных значениях t , т.е. $F_t(K, L) = F(K, L, t)$, удовлетворяют специальным ограничениям, накладываемым на макроэкономические производственные функции, прежде всего, свойству линейной однородности.

Наиболее важным с практической точки зрения и наиболее исследованным теоретически является случай, когда существуют функция двух аргументов F и положительные функции одного аргумента A_K и A_L , такие, что

$$F(K, L, t) = F(A_K(t)K, A_L(t)L) \quad (11.19)$$

где $A_K(0) = A_L(0) = 1$, причем $A'_K > 0$ и $A'_L > 0$.

Технический прогресс в этом случае выражается в повышении эффективности основных фондов и труда таким образом, что использование K единиц фондов и L единиц труда в момент времени t дает результат, для достижения которого в момент времени 0 потребовалось бы $A_K(t)K$ единиц фондов и $A_L(t)L$ единиц труда. Поэтому при выполнении равенства (11.19) говорят, что **технический прогресс является фактородобавляющим**. Величины $A_K(t)K$ и $A_L(t)L$ называют *затратами эффективных фондов и труда* соответственно. Если $A_K(t)K = 1$ при всех значениях t , т.е. если

$$F(K, L, t) = F(K, A_L(t)L), \quad (11.20)$$

то **технический прогресс называется трудодобавляющим**.

Если для всех t выполнено $a_i(t) = 1$ и, следовательно,

$$F(K, L, t) = F(A_K(t), L), \quad (11.21)$$

то говорят о **капиталодобавляющем техническом прогрессе**.

Особо выделяют **равнодобавляющий технический прогресс**, когда $A_K = a_i = A$. Если при этом функция F линейно-однородна, то

$$F(K, L, t) = A(t)F(K, L) \quad (11.22)$$

Обычно предполагается выполненным одно из условий (11.20) - (11.22), чаще всего последнее. При использовании функции Кобба-Дугласа случаи (11.20) - (11.22) эквивалентны:

$$F(K, L, t) = A(t)K^\alpha L^{1-\alpha}.$$

Темпы роста функций A_K и a_i называются *темпами технического прогресса*. Постоянство темпов технического прогресса эквивалентно равенствам:

$$A_K(t) = e^{\lambda_K t} \text{ и } A_L(t) = e^{\lambda_L t},$$

где λ_K и λ_L — соответствующие константы.

Введем обозначения:

$$F_K = \frac{\partial F}{\partial K}, F_L = \frac{\partial F}{\partial L}, \delta_K = \frac{F_K \cdot K}{F}, \delta_L = \frac{F_L \cdot L}{F}, \delta = \frac{\delta_K}{\delta_L} = \frac{F_K \cdot K}{F_L \cdot L}. \quad (11.23)$$

Нейтральность технического прогресса

Теорема о фактор-добавляющем техническом прогрессе имеет в западной экономической литературе довольно интересную интерпретацию, восходящую к работам известных экономистов А. Пигу, Д.Хикса, Р.Харрода.

Бесспорно, что развитие производительных сил и производственных отношений тесно связано. Изменение производительных сил, в частности, изменение технологии общественного производства под действием технического прогресса, самым непосредственным образом затрагивает все экономические отношения. Экономистов интересует, естественно, в первую очередь, как эти изменения отразятся на взаимоотношениях между трудом и капиталом, не приведут ли они к нарушению установившегося «равновесия сил». В более общей и обтекаемой формулировке - не нарушат ли они экономического равновесия? «Безопасный» в этом отношении *технический прогресс* принято называть *нейтральным*.

Проанализируем постановку этого вопроса в рамках односекторных макроэкономических моделей.

Отправной точкой является вульгарная *теория «вменения»*. Согласно этой теории ставка заработной платы w совпадает с предельной производительностью труда: $w = \partial F / \partial L = F_L$, а цена капитала ρ (под которой понимается норма процента) совпадает с предельной производительностью капитала: $\rho = \partial F / \partial K = F_K$. Тогда «доход труда» выразится величиной $wL = F_L \cdot L$, а «доход капитала» – величиной $\rho K = F_K \cdot K$. «Доля труда» в *продукте* определяется как $\delta_L = F_L \cdot L / F$, «доля капитала» – как $\delta_K = F_K \cdot K / F$. Отношение доли капитала к доле труда есть **относительная доля капитала**: $\delta = \delta_K / \delta_L$. Вот эта относительная доля капитала и принимается в качестве формального выражения отношений между трудом и капиталом. Технический прогресс нейтрален, если он не меняет этого отношения.

Пусть дана некоторая траектория развития экономики. **Технический прогресс** называется **нейтральным вдоль данной траектории**, если вдоль этой траектории остается постоянной относительная доля капитала δ .

В зависимости от того, какой тип траекторий принимается за наиболее «присущий» экономике, принята следующая *классификация нейтральности технического прогресса*. Технический прогресс нейтрален:

1. по Хиксу, если он нейтрален вдоль любой траектории, на которой остается постоянной капиталовооруженность K/L ;
2. по Харроду, если он нейтрален вдоль любой траектории, на которой постоянна капиталоотдача F/K ;
3. по Солоу, если он нейтрален вдоль любой траектории, на которой постоянна производительность труда F/L .

Можно сформулировать следующее очевидное утверждение: *технический прогресс можно представить в равнодобавляющей, трудодобавляющей или капиталодобавляющей форме в том и только в том случае, если он является нейтральным по Хиксу, Солоу или Харроду соответственно.*

Автономный технический прогресс, не являющийся нейтральным, подразделяется на *капиталорасходующий (трудоэкономизирующий) и капиталосберегающий (трудорасходующий)*. В первом случае относительная доля капитала по определению вдоль данной траектории возрастает, во втором — убывает.

Приведенная выше система определений является интересной попыткой уловить влияние технического прогресса на экономические процессы, в частности, на процесс распределения.

Автономный технический прогресс в модели Солоу

Введение автономного технического прогресса в модель Солоу равносильно замене первого уравнения этой модели $Y = F(K, L)$ уравнением

$$Y = F(K, L, t),$$

где F обладает свойствами, сформулированными ранее (11.19). Остальные уравнения модели остаются без изменения.

Каким образом изменяются при этом основные свойства модели, т.е. будет ли по-прежнему существовать стационарная траектория и сохранится ли ее устойчивость?

Оказывается, что для сохранения указанных свойств необходимо, чтобы технический прогресс был нейтрален по Харроду, при этом темп роста технического прогресса должен быть постоянным. Это означает, что для существования стационарной траектории необходимо, чтобы выпуск в модели задавался уравнением

$$Y = F(K, AL),$$

где $A(t) = e^{\lambda t}$, $\lambda = \text{const}$.

Нетрудно убедиться, что это условие является также достаточным для существования стационарной траектории. Обозначим через k фондо-

вооруженность эффективного труда: $k = K/AL$. Тогда *основное уравнение модели* примет вид:

$$\dot{k} = sf(k) - (g + \mu + \lambda)k.$$

Формулировка теорем существования и устойчивости состояния k^* , как и их доказательства, естественно, не изменяются, с той лишь разницей, что нужно положить $\eta = g + \mu + \lambda$. Решение задачи об оптимальной постоянной норме накопления также не изменится.

Однако теперь нужно иметь в виду, что на стационарной траектории постоянными во времени остаются не реальные фондovoоруженность и производительность труда, а фондovoоруженность и производительность эффективного труда, т.е. постоянны не отношения K/L и Y/L , а отношения K/AL и Y/AL . Реальные фондovoоруженность K/L и производительность труда Y/L возрастают, причем темп их роста очевидно совпадает с темпом технического прогресса λ . С тем же темпом возрастает потребление на душу населения: $c = [(1-s)Y]/L$. Таким образом, согласно модели Солоу *единственным источником повышения уровня благосостояния является повышение производительности труда*. Повышение эффективности общественного труда в конечном итоге представляет собой основную экономическую функцию технического прогресса.

Материализованный технический прогресс

Если автономный технический прогресс вводится в модель по существу единственным способом, то относительно материализованного технического прогресса этого сказать нельзя. Существует множество способов «воплощения» реального технического прогресса в материальный в условиях производства, что находит отражение в многообразии моделей.

Наиболее известной в этой области является модель, предложенная Р. Солоу. Согласно этой модели, технический прогресс воплощен в основных фондах. Оборудование, созданное недавно, считается более эффективным, чем выпущенное в более ранние моменты времени, а оборудование, созданное в один и тот же момент времени, имеет одинаковую эффективность. Это учитывается таким образом: если τ – момент ввода в действие оборудования K_τ, L_τ – рабочая сила, обслуживающая такое оборудование, то выпуск продукции на этом оборудовании $Q(\tau)$ задается производственной функцией:

$$Q(\tau) = F_\tau(K_\tau, L_\tau) \text{ или } Q_\tau = F(K_\tau, L_\tau, \tau).$$

Р. Солоу использовал функцию Кобба-Дугласа:

$$Q(\tau) = A e^{\lambda\tau} K_\tau^\alpha L_\tau^{1-\alpha}.$$

Для простоты предположим, что в каждый данный момент времени функционирует все оборудование, введенное в действие до этого момента. Однако можно учесть и износ оборудования.

Совокупный выпуск продукции Y в момент времени t выражается интегралом:

$$Y(t) = \int_{-\infty}^t Q(\tau) d\tau.$$

На каждый момент времени автономно задана совокупная рабочая сила $L(t)$, т.е. выполняется ограничение:

$$L(t) = \int_{-\infty}^t L(\tau) d\tau.$$

Распределение рабочей силы в соответствии с различной технологией производства подчиняется требованию максимизации выпуска. Выпуск распределяется между потреблением и инвестициями в новое оборудование. Для случая функций Кобба-Дугласа Р. Солоу показал, что выпуск в момент времени t задается агрегированной производственной функцией:

$$Y(t) = L^\alpha(t) K^{1-\alpha}(t),$$

где

$$K(t) = \int_{-\infty}^t e^{\frac{\lambda}{1-\alpha}\tau} I(\tau) d\tau,$$

где $I(\tau)$ – инвестиции момента τ .

Описанные макроэкономические модели, представляющие безусловный методический интерес, на практике могут играть лишь вспомогательную роль. Их использование перспективно на стадии предпланового анализа и прогнозирования самых общих пропорций. Для анализа межотраслевых пропорций используются многопродуктовые (многосекторные) динамические модели, важнейшей из которых является динамическая модель межотраслевого баланса.

11.3 Динамическая модель межотраслевого баланса

Основой для построения динамической модели межотраслевого баланса является расширенный баланс производства продукции и использования основных производственных фондов

$$X - AX = Y, fX = \Phi,$$

где X – вектор валовых выпусков;

Y – вектор конечного продукта;

A – матрица прямых материальных затрат;

f – матрица фондоемкости продукции;

Φ – вектор основных производственных фондов.

В этой схеме учитывается обеспеченность производственными фондами, однако балансы производства продукции и фондов соединены в ней чисто механически. По заданному вектору Y , используя баланс производства продукции, можно найти вектор X , а затем при помощи баланса фондов установить, достаточно ли для этого выпуска X имеющихся производственных мощностей. Если их недостаточно, то необходимо пересмотреть задание по конечному продукту. Расчеты можно проводить и в обратном порядке: сначала по балансу основных фондов определить возможный выпуск X , а затем выявить, каким окажется соответствующий конечный продукт Y . В обоих случаях балансы производства продукции и фондов выступают друг для друга внешними ограничениями, а их согласование должно осуществляться вне рамок модели. Иными словами, отсутствует органическая внутренняя увязка объемов производства продукции с основными фондами. Это чрезвычайно затрудняет перспективные расчеты, в ходе которых необходимо учитывать, что баланс производства продукции данного года не только ограничен балансом фондов данного года, но, в свою очередь, ограничивает баланс фондов последующих периодов. Провести удовлетворительную балансировку в этих условиях практически невозможно.

В динамической модели межотраслевого баланса, о которой пойдет речь далее, указанный недостаток преодолен. Достигается это за счет введения в модель процессов создания основных фондов. Принципиальная схема сводится к следующему.

Имеется m технологических способов капитального строительства. Каждый способ предназначен для ввода в действие только одного вида фондов.

Задана матрица материальных затрат в капитальном строительстве $K = (K_{ij})_{m \times n}$, где K_{ij} показывает, какое количество продукта вида i необходимо затратить для ввода в действие единицы фондов вида j . Для упрощения модели срок создания основных фондов примем равным одному году, т.е. если затраты были осуществлены в году t , то уже в году $t+1$ фонды могут принимать участие в производстве продукции.

Вектор конечного продукта Y складывается из двух частей: накапливаемой $S = (S_1, S_2, \dots, S_n)$ (фонд производственного накопления) и потребляемой $C = (C_1, C_2, \dots, C_n)$ (фонд непроизводственного потребления), т.е. $Y = S + C$.

Фонд накопления целиком направляется на прирост основных производственных фондов: $S = K\Delta\Phi$, где $\Delta\Phi_t = \Phi_{t+1} - \Phi_t$.

С учетом баланса производства продукции и использования фондов модель выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} X - AX - Y &= 0, \\ fX &= \Phi, \\ Y &= S + C, \\ S &= K\Delta\Phi. \end{aligned} \quad (11.24)$$

Из этих уравнений легко выводится *основное уравнение модели*:

$$X - AX - D\Delta X = C, \quad (11.25)$$

где $\Delta X_t = X_{t+1} - X_t$ и матрица $D = Kf$. Ее коэффициенты d_{ij} показывают, какое количество продукта i необходимо затратить в данном году, чтобы производство продукта j в будущем году могло увеличиться на единицу. Если считать, что единица мощности необходима для обеспечения единицы выпуска, то d_{ij} – коэффициент затрат продукта i на создание единицы мощности отрасли j .

Уравнение (11.25) называется *открытым динамическим балансом Леонтьева в дискретном времени*.

Задавая на каждый момент времени желаемый вектор потребления C и решая систему (11.25), получаем согласованный по фондам и потреблению план выпуска продукции; динамика выпуска, в свою очередь, определяет динамику остальных переменных модели.

Непрерывный вариант открытого динамического баланса представляет собой систему линейных дифференциальных уравнений:

$$X - AX - DX' = C,$$

где X' – вектор производных от объемов выпуска по времени, аналогичный вектору ΔX в дискретном варианте. Чтобы подчеркнуть, что матрица фондоемкостей (f_{ij}) показывает необходимое участие фондов в выпуске единицы продукции за единицу времени, уравнение (11.25) переписываем в виде:

$$X - AX - D \frac{\Delta X}{\Delta t} = C.$$

В дискретном балансе $\Delta t = 1$, переходя к пределу при $\Delta t \rightarrow 0$, получаем уравнение непрерывного баланса.

Модель динамического межотраслевого баланса является развитием статической балансовой модели. В ней учтено создание новых производст-

венных фондов, увеличивающих производственные мощности. Конечное потребление определяется вне рамок модели. Основным формальным ограничением по-прежнему остается линейный характер технологических зависимостей. Сохранена усредненность технологических способов, так как по предположению каждый продукт производится только одним способом. Эти качества модели в известной степени огрубляют действительность, но вместе с тем облегчают ее практическое использование.

Технологические модели экономической динамики

Пусть состояние экономики в момент времени t описывается набором неотрицательных чисел $x = (x^1, x^2, \dots, x^n)$. Компоненты этого набора показывают наличие продуктов, к которым можно отнести, например, сырье, материалы, основные фонды, трудовые и энергетические ресурсы – все, что может быть определено количественно и хотя бы в каком-то отношении характеризует экономический потенциал.

Считая отправным это состояние, к моменту времени $(t+1)$ в зависимости от многих обстоятельств можно добиться, вообще говоря, разных результатов, однако не произвольных. Множество состояний, в которые экономика способна попасть в момент $(t+1)$ если в момент t она находилась в состоянии x , обозначим через $A_t(x)$. Соответствие $A_t: x \rightarrow A_t(x)$ называется *технологическим отображением*. Оно определяется технологическими возможностями экономики в момент t .

Если в качестве описания технологических возможностей экономики в момент t используется технологическое множество Z_t , то, считая, что затраты и выпуск относятся к смежным моментам времени, технологическое отображение A_t можно получить, положив:

$$A_t(x) = \{x : (x, y) \in Z_t\}$$

Вместе с тем, если первоначально было задано отображение A_t , то множество Z_t строится как:

$$Z_t = \{(x, y) : y \in A_t(x)\}$$

Технический прогресс находит отражение в том, что отображения A_t в различные моменты времени, вообще говоря, различны. Модель технического прогресса должна быть описанием изменения отображений A_t или множеств Z_t .

Для заданного начального состояния экономики x_0 *множество технологически допустимых вариантов развития* состоит из траекторий $x(t)$, удовлетворяющих условиям $x(0) = x_0$, $x(t+1) \in A_t(x(t))$. Это множество полностью определяется заданием отображений A_t (или множеств Z_t).

Такое общее представление множества допустимых вариантов развития полезно уже хотя бы потому, что оно позволяет строго сформулировать ряд экономических проблем. Однако без конкретизации свойств технологических отображений составить представление о структуре этого множества невозможно.

Начало исследования в этой области было положено в тридцатые годы Дж. фон Нейманом, который предложил модель общего экономического равновесия, являющуюся по существу технологической динамической моделью, где технологическое множество задается конечным числом базисных технологических способов, т.е. представляет собой многогранный выпуклый конус.

С тех пор технологические модели остаются объектом пристального внимания экономистов и математиков. Модель фон Неймана подверглась, с одной стороны, конкретизации, с другой – обобщению. Большой вклад в развитие математической теории экономической динамики внесла отечественная математико-экономическая школа во главе с Л. В. Канторовичем.

Лучше других изучены линейные модели. Опишем основные результаты, полученные для динамической модели Гейла, которая в известном смысле является базовой моделью экономической динамики. В качестве технологического множества в этой модели берется конус Гейла. В дальнейшем считаем, что технологическое множество во времени не изменяется.

Динамическая модель фон Неймана, очевидно, является частным случаем динамической модели Гейла. Нетрудно показать, что модель динамического баланса (11.25) представляет собой частный случай динамической модели Неймана и, следовательно, динамической модели Гейла.

Технологическое множество фон Неймана задается парой матриц, составленных из коэффициентов затрат и результатов базисных технологических способов. Вектор обобщенных продуктов составим из двух частей – собственно продуктов и мощностей. Тогда необходимые матрицы затрат и результатов динамической модели межотраслевого баланса выглядят следующим образом (рис. 11.8).

Продукты	E	O	Выпуск
Мощности	E	E	
Продукты	A	D	Затраты
Мощности	E	O	
	Продукты	Мощности	

Рисунок 11.8 Матрицы динамической модели МОБ

В качестве интенсивностей выступают объемы выпусков x и прироста выпусков Δx .

Центральное место среди траекторий модели Гейла занимают траектории максимального сбалансированного роста.

Для технологической модели Гейла Z найдутся такое число $\alpha^* > 0$ и технологический процесс (x^*, y^*) , что

$$y^* \geq \alpha^* x^*, \\ \alpha^* \geq \alpha(x, y) \text{ для всех } (x, y) \in Z,$$

где $\alpha(x, y)$ – темп роста процесса (x, y) .

Введем дополнительное предположение. Если технологический процесс $(x, y) \in Z$ и $x' \geq x, y' \geq y$, то $(x', y') \in Z$.

Иными словами, известны способы неэффективного использования продуктов, например, непроизводительного потребления, или «бесплатного уничтожения». Выполнение последнего свойства сомнительно. Оно имеет место, по-видимому, лишь в тех случаях, когда к числу выпускаемых «продуктов» отнесены вредные последствия производства, в частности, отходы, загрязняющие внешнюю среду.

Если дополнительное предположение выполнено, то, «уничтожая» часть произведенных продуктов, находим такой вектор y^* для которого

$$y^* = \alpha^* x^*, \\ (y^*, x^*) \in Z.$$

Таким образом, если начальное состояние $x(0)$ совпадает с x^* , то, отправляясь из этого состояния, для $t = 1$ получаем:

$$x(1) = \alpha^* x(0) = \alpha^* x^*.$$

Но так как множество Z является конусом, отправляясь из состояния $x(1) = \alpha^* x^*$, можно попасть в состояние $x(1) = \alpha^* x(1) = (\alpha^*)^2 x^*$ и т.д. В момент времени t

$$x(t) = \alpha^* x(t-1) = (\alpha^*)^t x^*.$$

Это и есть траектория максимального (так как α^* максимально) сбалансированного роста. Тот же результат получим для $x(0) = \beta x^*$, где $\beta > 0$.

Геометрически сбалансированность траектории означает, что она целиком проходит по некоторому лучу, выходящему из начала координат. Луч, по которому проходит траектория максимального сбалансированного роста, называется неймановским. (Вообще говоря, неймановский луч не единствен).

Среди сбалансированных траекторий, по которым можно было бы двигаться, существуют, конечно, и ненеймановские, но возможная скорость продвижения по неймановскому лучу является максимальной. Сле-

довательно, если цель состоит в быстром сбалансированном росте экономической системы, то оптимальным решением является скорейший выход на этот луч. Однако значение неймановского луча в моделях экономической динамики этим не исчерпывается.

Рассмотрим следующую задачу оптимизации развития экономики, в которой множество возможных вариантов задается динамической моделью Гейла.

Пусть T – плановый горизонт, x_0 – начальное состояние, A – технологическое отображение модели. Требуется найти такую допустимую траекторию:

$$x(0) = x_0, x(t+1) \in A(x(t)), t = 1, 2, \dots, T-1,$$

которая доставляет максимум неотрицательному линейному функционалу на конец планового периода, т.е. для любой допустимой траектории x'

$$x'(0) = x_0, x'(t+1) \in A(x'(t)) \text{ выполнено неравенство } C(x(T)) \geq C(x'(T))$$

Определим $A^2(x)$, положив $A^2(x) = \bigcup_{y \in A(x)} A(y)$.

Аналогично найдем $A^t(x)$ для $t = 3, 4, \dots$:

$$A^t(x) = \bigcup_{y \in A^{t-1}(x)} A(y). \quad (11.26)$$

Тогда задача отыскания оптимальной траектории сведется к задаче:

$$\begin{aligned} Cx &\rightarrow \max, \\ x &\in A^T(x_0). \end{aligned} \quad (11.27)$$

В случае модели Гейла множества $A(x)$ являются компактными для всех состояний x . Поэтому $A^T(x_0)$ является компактным множеством, и линейная функция C достигает на нем максимума. Следовательно, задача (11.27) имеет решение, а значит, имеет решение и задача (11.26).

Исследования структуры решений этой задачи показали, что оптимальные траектории практически независимо от выбора функционала C в известном смысле тяготеют к неймановскому лучу максимального сбалансирования роста (точнее, к так называемой неймановской грани).

Соответствующая группа утверждений носит название *теорем о магистралах*. Приведем формулировки этих теорем, считая, что выполнены условия, при которых неймановская грань состоит только из одного, неймановского, луча.

В зависимости от различных предположений получают магистральные теоремы в слабой, нормальной, сильной и сильнейшей форме. В качестве меры расстояния траектории от неймановского луча принимается угловое отклонение.

Теорема о магистрали в нормальной форме утверждает, что для любого $\varepsilon > 0$ существует число $N(\varepsilon)$, такое, что число периодов, для которых оптимальная траектория отклоняется от неймановского луча на угловое расстояние больше ε , не превосходит этого числа $N(\varepsilon)$. Число $N(\varepsilon)$ не зависит от длины планового периода T .

Теорема о магистрали в сильной форме утверждает, что для любого $\varepsilon > 0$ найдется число $N(\varepsilon)$, такое, что для всех t , удовлетворяющих условию $N(\varepsilon) \leq t \leq T - N(\varepsilon)$, угловое расстояние, на которое отклоняется оптимальная траектория от неймановского луча, не превосходит ε . Число $N(\varepsilon)$ не зависит от длины планового периода T .

Наконец, *теорема о магистрали в сильнейшей форме* утверждает, что для модели Неймана (при строгих ограничениях на структуру модели для определенных начальных состояний и некоторых классов функционалов) при любом $\varepsilon > 0$ существует число $N(\varepsilon)$, такое, что для всех t , при которых $N(\varepsilon) \leq t \leq T - N(\varepsilon)$, оптимальная траектория лежит на неймановском луче.

Все теоремы утверждают примерно одно и то же. Оптимальная траектория, выйдя из состояния x_0 , приближается к лучу максимального сбалансированного роста, часть времени находится рядом с ним (в достаточно узкой конической трубке), а затем сворачивает к состоянию \bar{x} , являющемуся решением задачи (11.27).

Следует обратить внимание на два момента:

- 1) чем больше T , тем меньше относительная величина промежутка времени, в течение которого оптимальная траектория далека от луча максимально сбалансированного роста (число $N(\varepsilon)$ не зависит от T);
- 2) структура оптимальных траекторий не зависит от выбора функционала C .

В результате можно сделать следующие *выводы*.

Для больших плановых периодов отпадает необходимость исследовать оптимальную траекторию. Хорошим приближением служит траектория максимального сбалансированного роста. Нет необходимости и решать, какая из целевых функций в большей степени отражает требования экономических законов, так как какую бы функцию (из определенного класса функций) ни использовали, приближенно оптимальной траекторией будет траектория сбалансированного роста.

Теоремы о магистрали строго выражают хорошо известный факт, что основой реализации социально-экономических целей является прочный экономический фундамент.

Однако не следует забывать, что эти теоремы доказаны для довольно узкого класса оптимизационных задач и при достаточно строгих ограниче-

ниях на структуру множества возможных траекторий. Экономическая интерпретация этих теорем теряет наглядность и в том случае, когда неймановская грань состоит не из единственного луча. При определенных условиях оказываются возможными также циклические оптимальные траектории, колеблющиеся вокруг луча максимального сбалансированного роста.

Взаимодействие природы и общества в макроэкономических моделях

В теории экономико-математического моделирования накоплен определенный опыт определения макроэкономических показателей развития национальной экономики, обеспечивающих поддержание не только экономической, но и экологической сбалансированности.

Вводя в известную модель Солоу сектор очистки и специальное ограничение на обеспечение экономического равновесия С. Строма, получаем следующую модель *экономико-экологического равновесия*:

$$\begin{aligned}
 Y &= AK_1^\delta (Le^{\lambda t})^{1-\delta}, \\
 Y &= S + C, \\
 S &= sY, \\
 S &= S_1 + S_2, \\
 S_1 &= K_1 + \mu K_1, \\
 S_2 &= K_2 + \mu K_2, \\
 L' &= gL, \quad g = const, \\
 Z' &= mY - hK_2, \\
 Z' &= 0,
 \end{aligned}
 \tag{11.28}$$

где Y – конечный продукт;

K_1, K_2 – объем основных фондов производственного назначения и сектора уничтожения загрязнений соответственно;

L – трудовые ресурсы;

S_1, S_2 – суммарные капиталовложения в секторы производства и очистки;

C – фонд потребления;

$k = \frac{K_1}{Le^{\lambda t}}$ – «эффективная» фондовооруженность;

$x = \frac{Y}{K_1}$ – фондоотдача;

$f = \frac{Y}{Le^{\lambda t}}$ – производительность эффективного труда;

$i = \frac{S_1}{S}$ – доля капиталовложений в сектор очистки в их общем объеме;

$s = S/Y$ – общая норма накопления;

$c_s = C/Le^{\lambda t}$ – удельное потребление;

μ – норма выбытия основных фондов;

g – темп роста населения;

λ – темп технического прогресса;

A, δ, m, h – технологические параметры.

Параметр m показывает, какой объем загрязнения сопутствует в среднем выпуску единицы конечного продукта.

h – объем загрязнения, который уничтожается в среднем в результате использования единицы фондов сектора очистки. Тогда превышение выброса над очисткой выражается соотношением Z' : $Z' = mY - hK_2$.

Уравнение $Z' = 0$ выражает требование того, чтобы капиталовложения в производство и сектор очистки распределялись таким образом, чтобы прирост загрязнения равнялся нулю.

Если технологические параметры находятся в определенных пределах, то при любой заданной норме накопления s существуют единственные значения c_s, k_s, f_s, x_s, i_s , к которым стремятся величины $c(t), k(t), f(t), x(t), i(t)$ при $t \rightarrow \infty$. Такие единственные значения называются **стационарными**. Они не зависят от начального состояния системы и целиком определяются технологическими параметрами, темпом роста населения, а также нормой накопления. Среди допустимых норм накопления s существует оптимальная постоянная норма накопления s^* , которой соответствует максимальное значение величины C_s , т.е. $C_s^* > C_s, 0 \leq s \leq 1$.

Замечание: модель (11.28) построена на основе сильно упрощающих предположений, одно из которых связано с описанием сектора очистки в форме ограничения $Z' = mY - hK_2$. Недостаток такого ограничения состоит, в частности, в том, что описание данного сектора не увязывается с территориально-отраслевым распределением средств на очистку окружающей среды.

Если отрасли выбрасывают загрязнения в объеме Q , и на уничтожение их выделяются ресурсы K , то указанное ограничение, как это показано в работах Р. Куликовски, можно представить в виде:

$$Z' = Q - \gamma K^\alpha Q^{1-\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1,$$

где α – технологический параметр.

Полагая $Q = mY$, получаем:

$$Z = mY - \tilde{h}K^\alpha Y^{1-\alpha}, \quad (11.29)$$

где $\tilde{h} = \gamma m^{1-\alpha}$.

При замене соответствующего ограничения модели (11.28) уравнением (11.29) исходная модель сохраняет свои свойства.

В целом расчеты с использованием моделей типа (11.28) позволяют определить лишь самые общие макроэкономические параметры. Особую роль в решении проблем сбалансированности экономического развития с учетом природопользования играют межотраслевые модели на уровне народного хозяйства, а также – региональные и отраслевые модели. Принципиальная расширенная схема межотраслевого баланса с учетом процессов природопользования приведена в таблице 11.1.

В настоящее время реально использование лишь частных и весьма упрощенных модификаций такого баланса, примером которой является так называемая *модель Леонтьева-Форда*, предложенная первоначально для изучения экономических вопросов загрязнения воздушного бассейна.

Основные условия этой модели в матрично-векторной форме можно записать следующим образом:

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix}, \quad (11.30)$$

где X_1 – вектор валовых выпусков продукции размерности m ;

X_2 – вектор объемов уничтожаемого загрязнения размерности $(n - m)$;

Y_1 – вектор конечной продукции размерности m ;

Y_2 – вектор уничтожаемого загрязнения размерности $(n - m)$;

$A_{11} = (a_{ij})_{m \times m}$ – матрица прямых затрат;

$A_{12} = (a_{iq})_{m \times (n-m)}$ – матрица прямых затрат продукта i на уничтожение единицы загрязнения q ;

$A_{21} = (a_{kj})_{(n-m) \times m}$ – матрица коэффициентов выброса загрязнений на единицу продукции;

$A_{22} = (a_{kq})_{(n-m) \times (n-m)}$ – матрица коэффициентов выброса загрязнений k -го вида при уничтожении единицы загрязнения вида q .

Таблица 11.1 – Схема народнохозяйственного баланса с учетом процессов природопользования

Производство		Потребление						
		Общество			Природа			
		Отрасли производственной сферы	Отрасли непроизводственной сферы	Природохозяйственные отрасли	Биота ¹	Атмосфера	Гидросфера	Литосфера
		1	2	3	4	5	6	7
Общество	Отрасли производственной сферы	I квадрант Экономические связи			II квадрант Воздействие на окружающую среду (загрязнение, излучение, вибрация, шум, другие виды антропогенного воздействия)			
	Отрасли непроизводственной сферы							
	Природохозяйственные отрасли							
Природа	Биота	III квадрант Использование природных ресурсов			IV квадрант Экологические связи			
	Атмосфера							
	Гидросфера							
	Литосфера							

Использование модели для вариационных расчетов *позволяет* получить информацию на макроуровне относительно отраслевой структуры затрат на охрану окружающей среды, влияния их на величину конечного или общего выпуска, другие показатели.

Модель Леонтьева-Форда широко известна, и нашла определенное применение в описанной или в несколько модифицированной форме на национальном и региональном уровнях. Однако модель Леонтьева-Форда не лишена недостатков, связанных с упрощенным подходом к описанию процессов выброса и уничтожения загрязнений, формированию соответствующих затрат.

11.4 Метод системной динамики Дж. Форрестера

Системная динамика – это метод моделирования и имитации сложных динамических экономических систем, характеризующихся разветв-

¹ Биота – живая составляющая биосферы

ленными и, в общем случае, нелинейными структурами – контурами регулирования.

Основные работы Дж. Форрестера (*Основы кибернетики предприятия (индустриальная динамика)*. - М.: Прогресс, 1971; *Динамика развития города*. - М.: Прогресс, 1974; *Мировая динамика*. - М.: Наука, 1978) посвящены анализу промышленных предприятий, развития городов и региональных систем. В моделях Дж. Форрестера анализируются в различных политических и экономических аспектах следующие важнейшие факторы, имеющие глобальное значение: население, сельскохозяйственное производство, природные ресурсы, промышленное производство, загрязнение окружающей среды. В основе моделей Форрестера лежат общие структурные элементы, пригодные для моделирования практически любых экономических систем:

1. **темпы** – параметры потоков, исходящих от одних интегрирующих звеньев и поступающих в другие и вызывающих в обеих группах соответствующие изменения;
2. **уровни** – регулируемые объекты, формально отображающие переменные, фигурирующие в системе, параметры которых получены интегрированием соответствующих характеристик потоков;
3. **функции решений** – соотношения, отражающие функциональные зависимости, существующие в системе, они определяют интенсивности входящих и исходящих потоков; это регуляторы многоконтурной системы регулирования;
4. **вспомогательные величины**, активно участвующие в определении общих характеристик;
5. **параметры** – константы модели.

Реальные системы отражаются в моделях Форрестера системой разностных уравнений, которые определены в терминах дискретных моментов времени равной длины DT . При построении уравнений рассматриваются три момента времени: J – предшествующий, K – текущий, L – будущий (рис.11.9).

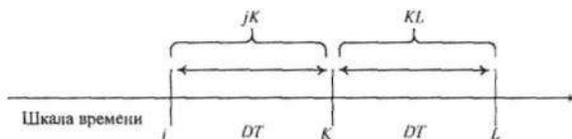


Рисунок 11.9 Принцип организации системного времени в моделях Форрестера

Формальные обозначения переменных в моделях системной динамики: L – уровень (level), A – вспомогательные переменные, R – функции решения.

Порядок их вычислений, определяющий правила составления урав-

нений модели, иллюстрирует рисунок 11.10.

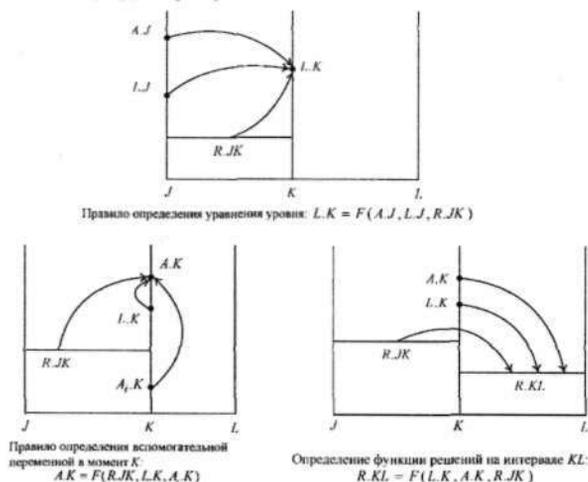


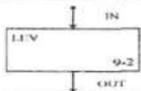
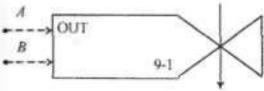
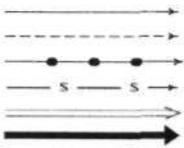
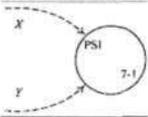
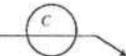
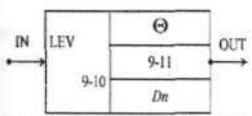
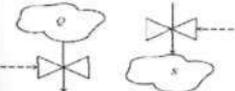
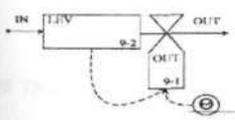
Рисунок 11.10 Порядок вычисления переменных модели Форрестера

В таблице 11.2 приведены основные символы, используемые в графических моделях Дж. Форрестера.

Применение метода Дж. Форрестера для описания системы регулирования позволяет получить удовлетворяющий исследователя результат при общей простоте описания и формализации. Динамическое представление экономической системы предполагает возможность проектирования усовершенствованных форм организации и улучшения общего руководства системой. Метод позволяет на основе единой структурной схемы исследуемой системы обеспечить количественный и качественный анализ моделируемой системы. Системную динамику можно рассматривать как частный случай дескриптивного подхода.

Изучение свойств обратной связи при осуществлении производственной деятельности различного рода, влияния на результаты работы предприятия и организационной структуры хозяйственной политики и лагов принятия решений составляет предмет промышленной динамики. Объектом изучения промышленной динамики являются связи между параметрами потоков информации, финансовых средств, заказов, материалов, рабочей силы и основных средств при осуществлении производственно-хозяйственной деятельности. Промышленная динамика позволяет установить границы таких функциональных сфер управления, как маркетинг; производство; исследования, разработки и инвестиции; контроллинг; логистика; показать связь между организационной структурой и предпринимательской деятельностью, с одной стороны, и индустриальным ростом и стабильностью, с другой.

Таблица 11.2 – Важнейшие символы структурных схем моделей системной динамики

Символ по Форрестеру	Описание	Разностное уравнение для транслятора на языке DYNAMO
	Интегрирование выражений IN – OUT; LEV	$LEV.K = LEV.J + (DT)(IN.JK - OUT.JK)$ 9 - 2, L
	Функция решения, уравнение потоков или темпов	Произвольная функция, например: $OUT.K = (A.K)(B.K)$ 9 - 1, R
	Потоки материалов, информации, заказов, денег, рабочей силы, оборудования	Значение переменной в моменты J, K, L
	Вспомогательная переменная	Произвольная функция, например: $PSI.K = X.Y - Y.$ 7-1, A
	Параметр	Любая константа, например: C = 1611
	Звено запаздывания n-го порядка Θ - среднее значение временного запаздывания	$LEV.K = LEV.J + (DT)(IN.JK - OUT.JK)$ (9-10), L $OUT.KL = DELAY n (IN.JK, \Theta)$ (9-11), R
	Источник Q и сток S	Знак («+» или «-») перед величиной потока
	Контур регулирования	$OUT.KL = (LEV.K) / \Theta$ 9-1, R $LEV.K = LEV.J + (DT)(IN.JK - OUT.JK)$ 9-2, R

Структура общей модели промышленной динамики представлена на рис.11.11.

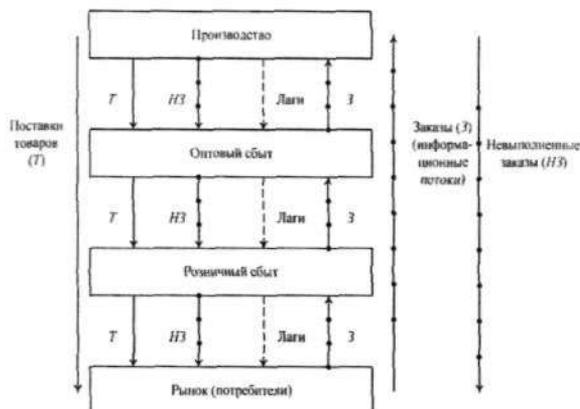


Рисунок 11.11 Структура основной модели промышленной динамики

Важнейшими *параметрами потоков* основной модели являются поставки и заказы. Дополнительные модели содержат характеристики подсистем: рабочая сила, реклама, денежные средства, прибыль, дивиденды.

Количественное исследование моделей промышленной динамики осуществляется с помощью специального языка программирования DYNAMO.

Сравнительный анализ метода динамики средних и метода Дж. Форрестера

Достаточно большой интерес представляет сравнительный анализ решений по Форрестеру и по методу динамики средних.

Пример: система S состоит из N однородных элементов – приборов. Предположим, что каждый прибор может находиться в одном из двух состояний: E_1 – прибор работает; E_2 – прибор не работает.

Пусть также известны интенсивности перехода приборов из одного состояния в другое и наоборот. Построим граф состояний (рис.11.12).

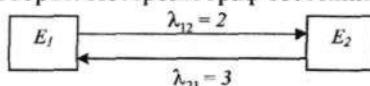


Рисунок 11.12 Граф состояний системы S

Пусть:

m_1 – среднее число приборов, находящихся в состоянии E_1 в момент времени t ;

m_2 – среднее число приборов, находящихся в состоянии E_2 в тот же момент.

По методу динамики средних данная система может быть описана следующим образом:

$$\begin{cases} \frac{dm_1}{dt} = -2m_1 + 3m_2, \\ \frac{dm_2}{dt} = -3m_2 + 2m_1, \\ m_2 = N - m_1, \\ \frac{dm_1}{dt} = -5m_1 + 3N. \end{cases} \quad (11.31)$$

При $t = 0$, $m_1 = N$, $m_2 = 0$ получаем следующие решения системы (11.30):

$$m_1(t) = N\left(\frac{3}{5} + \frac{2}{5}e^{-5t}\right),$$

$$m_2(t) = \frac{2}{5}N(1 - e^{-5t}).$$

Очевидно, что $m_1 \rightarrow 3/5N$, $m_2 \rightarrow 2/5N$. Пусть $N = 200$ (табл.11.3 и рис.11.13).

Таблица 11.3 – Результаты расчета по методу динамики средних

t	m_1	m_2
0	200	0
1	120.539	79.46096
2	120.0036	79.99637
3	120	79.99998
4	120	80
5	120	80
6	120	80
7	120	80
8	120	80
9	120	80

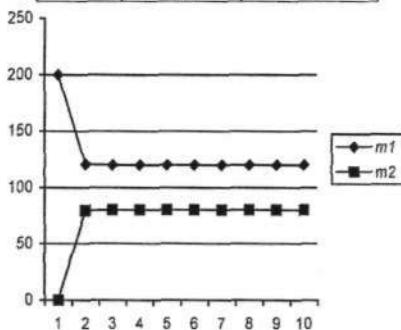


Рисунок 11.13 Иллюстрация к результатам расчета в таблице 11.3

Приходим к решениям: m_1 стремится к 120, m_2 к 80.
 По Форрестеру выше приведенную систему можно описать следующим образом (рис. 11.14):

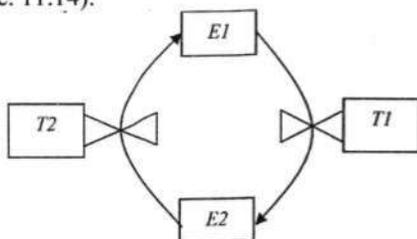


Рисунок 11.14. Графическая модель системы S по методу Форрестера

где $E1$ – уровень, показывающий сколько приборов находится в состоянии $E1$ в момент времени K ;

$E2$ – уровень, показывающий сколько приборов находится в состоянии $E2$ в момент времени K ;

$T1$ – темп, показывающий сколько приборов перешло из состояния $E1$ в $E2$ за интервал времени JK ;

$T2$ – темп, показывающий сколько приборов перешло из $E2$ в $E1$ за интервал JK .

Задаем исходные значения уровней $E1 = 200$, $E2 = 0$ и интервал времени $DT = 1$.

Система уравнений примет вид:

$$E1.K = E1.J + DT(T2.JK - T1.JK),$$

$$E2.K = E2.J + DT(T1.JK - T2.JK),$$

$$T1.KL = E1.K/3,$$

$$T2.KL = E2.K/2.$$

Проводим серию итераций (табл.11.4 и рис.11.15).

Таблица 11.4 – Результаты расчетов по методу Форрестера

t	$E1$	$E2$
0	200	0
1	200	0
2	133.3333	66.66667
3	122.2222	77.77778
4	120.3704	79.62963
5	120.0617	79.93827
6	120.0103	79.98971
7	120.0017	79.99829
8	120.0003	79.99971
9	120	79.99995

Продолжение таблицы 11.4

10	120	79.99999
11	120	80
12	120	80
13	120	80
14	120	80
15	120	80
16	120	80
17	120	80
18	120	80
19	120	80
20	120	80

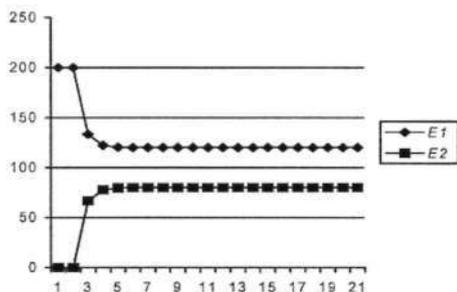


Рисунок 11.15 Иллюстрация к результатам расчетов, полученных методом Форрестера

Приходим к тем же *решениям*: E_1 стремится к 120, E_2 к 80. E_1 соответствует m_1 , а E_2 — m_2 .

Заметим, что при расчете темпов мы пользовались следующим правилом: темп T_1 потока в момент KL , исходящего из E_1 и входящего в E_2 , равен уровню E_1 в момент K , разделенному на интенсивность λ_{21} . А темп $T_2.KL = E_2.K/\lambda_{12}$.

Усложним задачу и построим такую *систему* S (рис. 11.16).

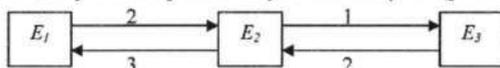


Рисунок 11.16 Модификация системы S

По методу динамики средних ее можно описать следующим образом:

$$\begin{cases} \frac{dm_1}{dt} = -2m_1 + 3m_2 \\ \frac{dm_2}{dt} = -4m_2 + 2m_1 + 2m_3 \\ \frac{dm_3}{dt} = -2m_3 + m_2 \end{cases}$$

Одно уравнение можно исключить: $m_3 = N - m_1 - m_2$:

$$\begin{cases} \frac{dm_1}{dt} = -2m_1 + 3m_2 \\ \frac{dm_2}{dt} = -4m_2 + 2m_1 + 2(N - m_1 - m_2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{dm_1}{dt} = -2m_1 + 3m_2 \\ \frac{dm_2}{dt} = -6m_2 + 2N \end{cases}$$

Решим второе уравнение. Это неоднородное линейное дифференциальное уравнение:

$$\frac{dm_2}{dt} + 6m_2 = 2N. \quad (11.32)$$

Применим так называемый *метод вариации постоянной*. Сначала интегрируем соответствующее однородное уравнение:

$$\begin{aligned} \frac{dm_2}{dt} + 6m_2 &= 0; \\ \frac{dm_2}{dt} = -6m_2 &\Rightarrow \frac{dm_2}{m_2} = -6dt \Rightarrow \int \frac{dm_2}{m_2} = -6 \int dt \Rightarrow \ln(m_2) = -6t + \bar{C} \Rightarrow m_2 = Ce^{-6t}. \end{aligned}$$

Считая C функцией от t , вычисляем производную

$$\frac{dm_2}{dt} = \frac{dC}{dt} e^{-6t} - 6C(t)e^{-6t}.$$

Подставляя в неоднородное уравнение значения $\frac{dm_2}{dt}$ и m_2 , получаем:

$$\begin{aligned} \frac{dC}{dt} e^{-6t} - 6C(t)e^{-6t} + 6C(t)e^{-6t} &= 2N \Rightarrow \\ \frac{dC}{dt} e^{-6t} &= 2N \Rightarrow \int dC = 2N \int e^{6t} dt \Rightarrow C(t) = \frac{N}{3} e^{6t} + C_1. \end{aligned}$$

Подставляем $C(t)$, получаем:

$$m_2(t) = \left(\frac{N}{3}e^{6t} + C_1\right)e^{-6t} = \frac{N}{3} + C_1e^{-6t}$$

Теперь решим первое уравнение:

$$\frac{dm_1}{dt} = -2m_1 + 3m_2$$

Подставляя значение m_2 , получаем:

$$\frac{dm_1}{dt} = -2m_1 + 3\left(\frac{N}{3} + C_1e^{-6t}\right) = -2m_1 + N + 3C_1e^{-6t}$$

Тем же методом вариации постоянной решаем уравнение:

$$\frac{dm_1}{dt} + 2m_1 = N + 3C_1e^{-6t}$$

Получаем

$$m_1 = Ce^{-2t}, \text{ а } \frac{dm_1}{dt} = \frac{dC}{dt}e^{-2t} - 2C(t)e^{-2t}$$

Подставляем в неоднородное уравнение:

$$\frac{dC}{dt}e^{-2t} = N + 3C_1e^{-6t} \Rightarrow dC = (Ne^{2t} + 3C_1e^{-4t})dt \Rightarrow C(t) = \frac{N}{2}e^{2t} - \frac{3}{4}C_1e^{-4t} + C_2 \Rightarrow$$

$$m_1(t) = \left(\frac{N}{2}e^{2t} - \frac{3}{4}C_1e^{-4t} + C_2\right)e^{-2t} = \frac{N}{2} - \frac{3}{4}C_1e^{-6t} + C_2e^{-2t}$$

Зададим *исходное состояние системы* в момент времени $t = 0$:
 $m_1 = N$, $m_2 = 0$, $m_3 = 0$, тогда получаем:

$$\begin{cases} m_1(0) = N \\ m_2(0) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{N}{2} - \frac{3}{4}C_1 + C_2 = N \\ \frac{N}{3} + C_1 = 0 \end{cases} \Rightarrow C_1 = -\frac{N}{3}; C_2 = \frac{N}{4}$$

$$\begin{cases} m_1(t) = \frac{N}{2} + \frac{N}{4}e^{-6t} + \frac{N}{4}e^{-2t} \\ m_2(t) = \frac{N}{3} - \frac{N}{3}e^{-6t} \\ m_3(t) = N - m_1 - m_2 = \frac{N}{6} + \frac{N}{12}e^{-6t} - \frac{N}{4}e^{-2t} \end{cases}$$

Для $N = 200$ проводим серию итераций (табл.11.5 и рис.11.17).

Таблица 11.5 – Результаты расчета по модифицированной модели методом динамики средних

t	m_1	m_2	m_3
0	200	0	0
1	106.8907	66.50142	26.60788
2	100.9161	66.66626	32.41765
3	100.1239	66.66667	33.2094
4	100.0168	66.66667	33.31656
5	100.0023	66.66667	33.33106
6	100.0003	66.66667	33.33303
7	100	66.66667	33.33329
8	100	66.66667	33.33333
9	100	66.66667	33.33333
10	100	66.66667	33.33333
11	100	66.66667	33.33333
12	100	66.66667	33.33333
13	100	66.66667	33.33333
14	100	66.66667	33.33333
15	100	66.66667	33.33333
16	100	66.66667	33.33333
17	100	66.66667	33.33333
18	100	66.66667	33.33333
19	100	66.66667	33.33333
20	100	66.66667	33.33333

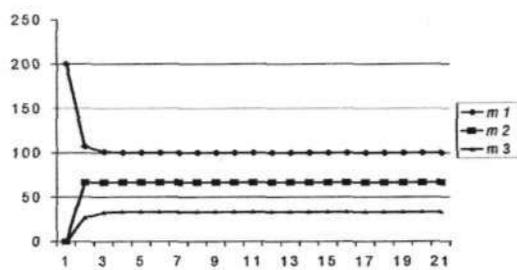


Рисунок 11.17 Иллюстрация к таблице результатов, полученных по модифицированной модели методом динамики средних

Описываем ту же систему по Форрестеру (рис. 11.18). Система уравнений:

$$\begin{aligned}
 E1.K &= E1.J + DT(T1.JK - T2.JK), \\
 E2.K &= E2.J + DT(T2.JK + T4.JK - T1.JK - T3.JK), \\
 E3.K &= E3.J + DT(T3.JK - T4.JK), \\
 T1.KL &= E2.K/2, \\
 T2.KL &= E1.K/3, \\
 T3.KL &= E2.K/2, \\
 T4.KL &= E3.K.
 \end{aligned}$$

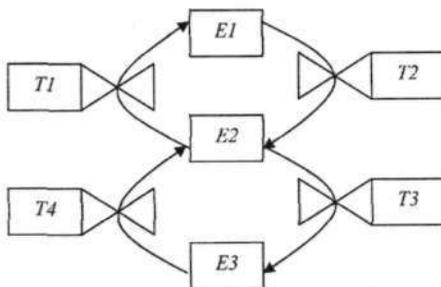


Рисунок 11.18 Графическая модель модифицированной системы S

Исходные данные: $E1 = 200$; $E2 = 0$; $E3 = 0$; $DT = 1$. Проводим серию итераций (табл.11.6 и рис.11.19).

Таблица 11.6 – Результаты расчетов, полученных для модифицированной системы S методом Форрестера

t	$E1$	$E2$	$E3$
0	200	0	0
1	200	0	0
2	133.3333	66.66667	0
3	122.2222	44.44444	33.33333
4	103.7037	74.07407	22.22222
5	106.1728	56.79012	37.03704
6	99.17695	72.42798	28.39506
7	102.332	61.45405	36.21399
8	98.94833	70.32465	30.72702
9	101.1279	63.7098	35.16232
10	99.27348	68.87162	31.8549
11	100.6181	64.94606	34.43581
12	99.55178	67.97518	32.47303
13	100.3554	65.65696	33.98759
14	99.73211	67.43941	32.82848

Продолжение таблицы 11.6

15	100.2078	66.07252	33.7197
16	99.84144	67.1223	33.03626
17	100.1221	66.31674	33.56115
18	99.90644	66.93519	33.15837
19	100.0719	66.46052	33.46759
20	99.94485	66.82489	33.23026
21	100.0423	66.54521	33.41244
22	99.9675	66.75989	33.2726
23	100.0249	66.59511	33.37995
24	99.98085	66.7216	33.29755
25	100.0147	66.6245	33.3608
26	99.98872	66.69903	33.31225
27	100.0087	66.64182	33.34952
28	99.99335	66.68574	33.32091
29	100.0051	66.65203	33.34287
30	99.99608	66.6779	33.32601
31	100.003	66.65804	33.33895
32	99.99769	66.67329	33.32902
33	100.0018	66.66159	33.33664
34	99.99864	66.67057	33.33079
35	100.001	66.66367	33.33528
36	99.9992	66.66896	33.33184
37	100.0006	66.6649	33.33448
38	99.99953	66.66802	33.33245
39	100.0004	66.66563	33.33401
40	99.99972	66.66746	33.33281

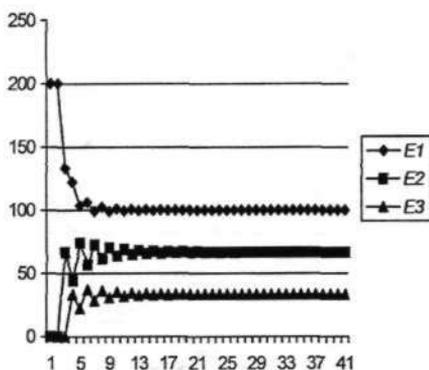


Рисунок 11.19 Иллюстрация к результатам расчетов, полученных по модифицированной модели методом Форрестера

В данном случае также получаем совпадение величин, к которым стремятся уровни.

Заметим, что выше приведенные примеры описывают системы с замкнутым циклом, постоянным числом элементов, пульсирующих из состояния в состояние. Для создания моделей систем, приближенных к реальности, может понадобиться значительно более широкий инструментарий. Например, изучение подсистемы как частицы более сложной системы (рис.11.20):



Рисунок 11.20 Пример модельного построения сложной системы

В Форрестеровской структуре легко сделать темп зависимым от состояний множества уровней, наложить нормативы, сделать случайной величиной. Для осуществления подобных приемов в методе динамики средних необходимо дополнительное изучение материала.

Следует заметить, что построение работоспособных моделей методом Форрестера, конечно же, проще. Однако реализация этих моделей по методу динамики средних также представляет достаточно большой научный и практический интерес.

Важными направлениями совершенствования метода Дж. Форрестера являются: использование вспомогательных моделей, применение адаптивных методов идентификации и эконометрических статистических методов оценки.

11.5 Эконометрический подход к анализу экономических систем

Эконометрия – направление в экономике, ориентированное на применение математических и статистических методов для анализа и прогнозирования экономических явлений. Поскольку статистические данные об экономических процессах характеризуют их лишь в отдельные моменты времени (конец года, квартала, месяца), *эконометрические модели*, как правило, имеют вид разностных уравнений. Для идентификации эконометрической модели используются оценки коэффициентов, полученные регрессионными методами.

Эконометрическая модель состоит из входа – траектории внесистемных (экзогенных) переменных для всего исследуемого периода (инструментальных и заданных), начальных значений запаздывающих внутрисистемных переменных (начальных условий), выхода (значений целевых внутрисистемных переменных) и структуры (оператора преобразования входов в выход).

Структура состоит из регулярной части, с помощью которой описываются прогнозные величины, и случайной – возмущений. Предполагается, что на горизонте прогноза структура остается инвариантной. Регулярная часть структуры состоит из *спецификации зависимостей*, определяющей форму структуры уравнений, и оцениваемых статистических *структурных коэффициентов*.

Зависимости, входящие в эконометрическую модель, по характеру определяемых ими связей *подразделяются* на:

- 1) уравнения экономического поведения;
- 2) институциональные зависимости;
- 3) технологические зависимости;
- 4) тождества.

Уравнения экономического поведения выражают типы экономических решений, принимаемых определенными группами участников экономического процесса. Пусть, например,

$$c_t = \beta_0 + \beta_1 Y_t + \beta_2 Y_{t-1} - \beta_3 p,$$

где c_t – расходы на личное потребление в году t ;

Y – национальный доход;

p – индекс цен на товары личного потребления;

$\beta_i (i = \overline{0,3})$ – константы.

Записанное уравнение означает, что между национальным доходом и расходами на личное потребление существует линейная зависимость, причем потребители реагируют на рост дохода ростом потребления, с учетом дохода предыдущего периода, а рост индекса цен соответственно снижает уровень потребления.

Институциональные зависимости отражают существующие законодательные или другие нормативные ограничения. Примером могут служить уравнения налоговых или таможенных сборов.

Технологические зависимости выражаются производственными функциями, отражающими технологию производственной системы в обобщенном, агрегированном виде.

Тождества (определяющие или балансовые) используются там, где переменные, согласно определению, заменяются одной, или вытекают из балансовых соотношений.

Например,

- производительность труда P определяется как выпуск Y , деленный на число занятых L : $Y/L = P$;
- ставка заработной платы w определяется как частное от деления фонда заработной платы W на число занятых L : $W/L = w$;

- неявный дефлятор валового национального продукта (ВНП) p равен ВНП в текущих ценах V' , деленному на ВНП в неизменных ценах V : $V'/V = p$;
- ВНП равен сумме расходов на потребление (C), государственных инвестиций (I_g), частных инвестиций в производственную сферу и услуги (I_p), частных инвестиций в жилищное строительство (I_h), частных и государственных инвестиций в запасы ($J_p + J_q$) плюс сальдо внешне-торгового баланса ($E - M$):

$$V = C + I_g + I_p + I_h + J_p + J_q + (E - M)$$

- 1) Процесс построения эконометрической модели состоит из следующих процедур:
- 2) неформальный анализ и диагностика объекта моделирования;
- 3) определение цели построения модели;
- 4) определение перечня переменных модели с разделением их на целевые, инструментальные и заданные;
- 5) спецификация модели – определение вида структурных уравнений;
- 6) выдвижение гипотез относительно вида распределений случайных величин, фигурирующих в модели;
- 7) построение временных рядов на основе прошлых наблюдений;
- 8) анализ временных рядов для определения наличия корреляционных и автокорреляционных зависимостей;
- 9) корректировка зависимостей, постулированных на этапе (4);
- 10) выбор метода оценивания структурных коэффициентов модели с учетом гипотез о вероятностных свойствах случайных возмущений и характера временных рядов;
- 11) оценивание структурных коэффициентов с помощью выбранного метода;
- 12) проверка качества полученных оценок;
- 13) проверка всей модели путем экстраполяции;
- 14) разработка неформальных сценариев развития событий на прогнозируемый период;
- 15) формализация сценариев в терминах инструментальных и заданных переменных, а также структурных коэффициентов;
- 16) имитация и последовательное (период за периодом) решение систем уравнений модели, получение многовариантного прогноза;
- 17) интерпретация полученных результатов, анализ и корректировка модели.

Поскольку экономические данные носят дискретный характер, эконометрические модели также дискретны. *Введение лагов* или запаздываний превращает их в системы разностных уравнений. В итоге исследователю

следует обоснованно выбирать шаг модели, который оказывает влияние на адекватность динамической модели. Сложностью характеризуется и проблема проверки, или верификации модели. Процедура *оценки модели* осуществляется по нескольким критериям и в различных аспектах.

Одной из основных задач эконометрии является поиск оценок параметров. В основе классического подхода к *оценке параметров* линейных эконометрических *моделей* лежит обыкновенный *метод наименьших квадратов*, минимизирующий сумму квадратов отклонений фактических значений наблюдаемой величины от расчетных, и *метод наибольшего правдоподобия*, максимизирующий вероятность фактических значений при данной спецификации регрессионных уравнений.

Эконометрические модели большой размерности получили широкое распространение во многих странах. Последовательно *используются* системы моделей в индикативном планировании в Японии и во Франции. В последнее время дескриптивные эконометрические модели используются в качестве системы ограничений для решения оптимальных задач, например, в Англии.

Центром научных исследований в области теории и техники эконометрического моделирования являются США. Американские модели, как правило, детализированные, многоотраслевые. В числе наиболее интересных следует отметить: The Brooking quarterly econometric model (1965-1969 гг.); модель OBE Гарвардского университета (1969г.); динамические межотраслевые модели, разработанные К. Алмоном; серию уортонских моделей Л. Клейна и Р. Престона; энергетическую модель Б. Берненке и Д. Джоргенсона, модель финансовых потоков США Г. Фромма.

Эконометрические макромодел используются для изучения и прогноза межрегиональных связей в моделях глобального развития (система моделей японских ученых И. Кайа, Г. Сузуки, А. Ониши). Строятся эконометрические модели для изучения мировых рынков товаров (Кембридж, 1975).

Эконометрия имеет широкое *поле применения*: для измерения экономического развития, экономических циклов, величины спроса и предложения, эластичности спроса, издержек производства и темпов накопления, межотраслевых производственных связей.

11.6 Имитационный подход к решению задач экономического анализа

В последнее время в анализе экономических систем широкое распространение получили более общие методы исследования так называемых плохо определенных проблем, т.е. проблем, причинно-следственные связи которых недостаточно изучены для построения удовлетворительной теории. Это – метод имитационного моделирования. Увеличение числа факторов, участвующих в описании проблемы, и усложнение связей между ними затрудняют выбор достаточно простого и в то же время содержа-

тельного формального описания объекта. Поэтому для исследования таких проблем строится система математических зависимостей, необязательно вытекающая из единых и строгих математических посылок. Убедившись в том, что структура модели позволяет воспроизвести необходимые свойства и поведение реального объекта, на вход модели подаются воздействия, воспроизводящие внешние условия, и регистрируются результаты этих воздействий на выходе.

Имитационное моделирование (по Р. Шеннону) есть процесс конструирования модели реальной системы и постановки экспериментов на этой модели с целью либо определить поведение системы, либо оценить (в рамках ограничений, налагаемых некоторым критерием или совокупностью критериев) различные стратегии, обеспечивающие функционирование данной системы.

Таким образом, имитационное моделирование является *экспериментальной и прикладной методологией, имеющей целью:*

1. описать поведение системы;
2. построить теорию и гипотезы, объясняющие наблюдаемое поведение;
3. использовать эту теорию для целей прогнозирования поведения системы в будущем.

Схема процесса имитационного моделирования приведена на рис. 11.21.

Пусть в общем виде *имитационная модель* имеет вид:

$$Y = F(x_i, \alpha),$$

где x_i – экзогенные переменные, или факторы, $i = \overline{1, n}$;

Y – эндогенные переменные, или отклики системы;

F – поверхность отклика, или реакции;

α – параметры α -класса (экономические, технологические).

Для приближения модели к реальности, в нее вводятся случайные факторы (w_i), фактор зависимости от времени (t), и предположения о нелинейности преобразований реакции Y и элементов вектора X .

Модель примет вид:

$$Y(t) = F(x_i(t), w_i(t), \alpha, \tau),$$

где F – нелинейная функция,

τ – параметры t -класса (временные лаги, другие).

Такую модель исследовать аналитическими методами нельзя.

Очевидно, что эконометрические модели большой размерности относятся к классу имитационных моделей. Американский ученый в области имитационного моделирования К. Нейлор, приводя примеры имитационного моделирования макроэкономических процессов, рассматривает известные эконометрические модели.



Рисунок 11.21 Структура процесса имитационного моделирования

Возможны и другие подходы к имитационному моделированию: адаптивные модели, автоматные модели, логические преобразования, модели системной динамики и т.п.

* * *

Подведем краткие итоги сказанному в этом разделе.

Системный анализ экономического объекта предполагает его поэтапное исследование как сложной динамической системы, результатом которого является построение дескриптивной модели объекта управления.

Методы анализа экономических систем специфичны: подсистема общественного потребления анализируется с позиций как нормативного, так и поведенческого подхода (поведение потребителей) и базируется на концепции рыночной экономики, в которой распределение и потребление благ производится посредством рыночной системы. Теоретический и практический интерес представляет анализ совокупного спроса и предложения с помощью комплексной модели рынка товаров.

Значительным разнообразием отличаются подходы к анализу производственной системы. Важное значение имеют такие методы анализа как: анализ временных рядов, линейное программирование, графические методы, производственные функции, сетевые методы, другие.

Среди моделей анализа межотраслевых связей классическим является метод «затраты-выпуск», или *межотраслевого баланса*, который является предпосылкой разработки других важных технологических моделей: модели Гейла, модели Неймана, а также моделей анализа экономической динамики.

Модели анализа экономической динамики описывают разнообразие вариантов развития экономики. Основные формальные особенности экономической динамики описывает однопродуктовая *модель Солоу*. Модель Солоу, в которой норма накопления варьируется, была исследована Шеллом, который показал, что оптимальная траектория развития экономики имеет вид «магистральной». *Модели, учитывающие изменение технологии производства во времени*, описывают *технический прогресс*. Все эти модели имеют теоретический интерес и позволяют строить динамические модели анализа межотраслевых пропорций, важнейшей из которых является динамическая модель межотраслевого баланса.

Для изучения экономических вопросов загрязнения среды разработана так называемая *модель Леонтьева-Форда*, которая имеет практическое значение.

Перспективным методом анализа экономических систем различного уровня представляется *метод системной динамики Дж. Форрестера*.

Другими важными направлениями в экономико-математическом моделировании экономических процессов, связанными с решением задач анализа и прогнозирования, являются *эконометрический подход* и *имитационное моделирование*.

РАЗДЕЛ III СИНТЕЗ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

ГЛАВА 12 МЕТОДОЛОГИЯ СИНТЕЗА ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Управление есть свойство системы, стремящейся сохранить свою структуру, упрочнить свои внутренние связи. Управление есть динамика структуры. Следовательно, для того чтобы заставить данную систему двигаться в новом направлении, необходимо найти язык, на котором можно описать новые структуры. С другой стороны, для поддержания движения системы в прежнем направлении нужно упростить правила языка данной структуры. Именно в этом смысл связи: в способности структуры обмениваться внутренней информацией, в простоте ассоциаций в пределах связей системы. А управление системой есть способность общаться с ней, понимать ее внутренний язык и уметь пользоваться им, будучи компетентным собеседником.

Такой способ выражения мысли выгоден следующим. Кибернетика изучает чрезвычайно сложные системы, не поддающиеся детальному определению. Старый метод обсуждения таких систем, основанный на том, что, как будто бы, можно изучить их анатомию подобно тому, как можно детально изучить устройство электрической схемы, является непригодным. С аналитической точки зрения мы признаем этот факт, называя целые части системы «черными ящиками». «Черный ящик» представляет собой систему связей, недоступную для наблюдения. Можно манипулировать входами «ящика» и изучать поведение выходов. Таким образом, характеристики «черного ящика», по крайней мере, частично можно установить.

Однако, изучая поведение самого развитого индустриального общества, ни один человек не может встать на столь выгодный наблюдательный пункт, который позволил бы ему описать систему таким образом. Он бродит по существу внутри «черного ящика», хотя связи этого «ящика» все еще остаются для него тайной. Впрочем, в этой системе человека интересуют не ее связи, а ее реакции.

Любую систему, здесь я подчеркиваю, что говорю именно о любой системе, можно заставить реагировать, если беседовать с ней на правильном языке, на языке ее собственной структуры, определяющей данную систему. Если использовать связь и выбор для образования структуры, то вероятности, количественно характеризующие внутренние связи системы, начнут изменяться. С

полной уверенностью можно сказать, что система при этом обучается и изменяется. При реализации управления такого рода внутри структуры образуются более прочные связи, одни языки становятся более употребительными, чем другие, и сама система начинает легко понимать переводы с одного языка на другой. Таким образом, в системе возникает память.

Стаффорд. Бир

Из-за сложности экономических систем задачи синтеза также очень сложны. Их решение требует разнообразных подходов и носит итеративный характер. Процедура формализованного синтеза рассматривается как теоретический аспект наряду с неформальными, эвристическими подходами. Формализованную теорию нельзя трактовать как операционную методологию, позволяющую получить количественные результаты, поскольку на начальном этапе синтеза отсутствуют необходимые для анализа данные. Однако формальный подход к описанию процесса синтеза позволяет упорядочить концептуальные индуктивные рассуждения.

Сложность задачи синтеза экономической системы требует ее расчленения. Существует определенное различие между задачами синтеза объекта управления и управляющей системы. Задача синтеза управляемой системы – инженерное, технологическое проектирование. Круг интересов экономической кибернетики заключается, преимущественно, в изучении синтеза управляющей системы, причем ее связи с управляемой системой должны учитываться с помощью фиксации определенных свойств. Таким образом, *общая задача синтеза* состоит в том, чтобы при определенном объекте управления синтезировать систему управления, соответствующую заданным свойствам, в том числе – свойствам оптимальности. Задачи синтеза особенно актуальны в связи с новыми тенденциями развития экономических систем в направлении рыночной экономики. Очевидно, что основой создания эффективной системы управления экономикой должна быть задача оптимального синтеза. Однако, в отличие от технологического проектирования, синтез системы управления не означает создание принципиально новой системы и не происходит на «пустом месте», он осуществляется путем модификации и развития уже существующей системы. Таким образом, происходит «синтез оптимальных совершенствований». Управление экономической системой может осуществляться с позиций анализа или синтеза. Рассмотрим различия между этими аспектами.

Пусть $S = \langle S_Y, S_M; R(S_Y, S_M) \rangle$ – система управления,

где S_Y – управляемая экономическая система;

S_M – управляющая система;

R – свойства взаимосвязи систем.

Задачу анализа можно сформулировать следующим образом: при заданных системах S_Y, S_M определить свойства R :

$$r_i(i = \overline{1, I}) \in R: S_Y \wedge S_M \rightarrow R(S_Y, S_M). \quad (12.1)$$

Задача синтеза состоит в том, чтобы при заданной системе S_Y найти в множестве возможных систем управления S такую, которая соответствовала бы заданным свойствам R :

$$S_M \in S: S_Y \wedge S \wedge R \rightarrow S_M. \quad (12.2)$$

Частным случаем задачи (12.2) является *оптимальный синтез*, который ориентирован на синтез системы с наилучшими свойствами:

$$S_M = \{S_M \in S \setminus R(S_Y, S_M) \rightarrow \text{extr}\}. \quad (12.3)$$

В данном разделе целенаправленная экономическая система, ориентированная на конечные результаты рассматривается на общесистемном уровне в рамках задачи синтеза экономического развития.

12.1 Общая задача синтеза объекта управления

Объект процесса управления – это производственно-экономическая система $S_Y = \langle T, X, \Omega, U, Y, \varphi, \eta \rangle$ со сложившейся производственной структурой G_Y и тенденциями развития $\frac{dY(t)}{dt}, \frac{d^2Y(t)}{dt^2}$.

Конечные результаты работы системы характеризуются множеством взаимнокоррелированных величин $Y = \{Y_i\}$. В общем случае $y \in Y$ – это функция времени, траектория или набор траекторий $y = f(x, \omega, t)$. Орган управления S_M (или внешняя среда) формулирует цель управления y_0 , X_m – множество допустимых управляющих воздействий (рис. 12.1).

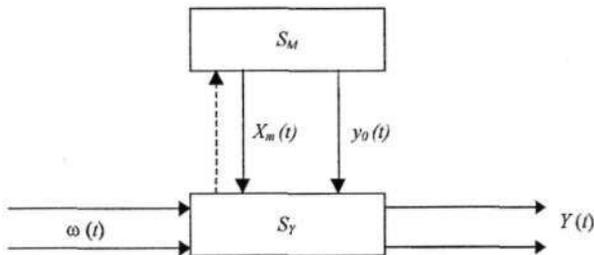


Рисунок 12.1 Объект синтеза управляемой системы

Δy – это разрыв между фактическим y и целевым y_0 значениями показателя: $\Delta y = y - y_0$ (рис. 12.2).

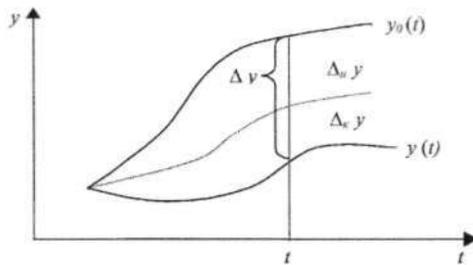


Рисунок 12.2 Соотношение косвенной и прямой вариации целевого показателя

Решить задачу Δy можно, во-первых, косвенным путем (варьируя показатели y_i , с которыми коррелирует y), во-вторых, непосредственно с помощью управляющего воздействия X_m , и, в-третьих, применяя оба способа одновременно.

Таким образом, проблема $\Delta y = \Delta_n y + \Delta_k y$ – сумма соответствующих подпроблем.

С первым направлением связана задача синтеза системы управления, генерирующей управляющие воздействия X_m .

По второму направлению введем следующие уточнения.

Пусть S_{0y} – некоторое заданное подмножество множества $T \times U \times Y$: $S_{0y} \subset T \times U \times Y$, называемое целевым множеством (по выходу) с элементами $S_{0y} : S_{0y} = \{S_{0y}\}$, с которыми связаны изменения Δy_i такие, что:

$$\Delta y = \sum_i \Delta y_i \cdot \pi_i$$

где π_i – коэффициенты относительной важности подпроблем Δy_i .

Тогда возникает задача синтеза проблемной ситуации $\{S_{0y}, \Delta y\}$ или синтеза целевого множества $\{S_{0y}\}$, или синтеза множества подпроблем $\{\Delta y_i\}$.

При синтезе целевого множества исходят из принятой концепции объекта управления и осуществляют выбор основной аналитической модели взаимосвязи показателей y_i с целевыми показателями y . Далее выявляется совместное влияние вариаций $\{\Delta y_i\}$ на уровень целевого показателя. Здесь учитывается взаимная связь подпроблем, поскольку развитие объекта управления должно быть комплексным.

Для решения подпроблем можно использовать методы регулирования. Преимущество регулирования заключается в том, что нет необходимости идентифицировать вид возмущений $\omega(t)$. Недостаток регулирования по сравнению с жестким управлением заключается в том, что регулятор

воздействует на процесс только тогда, когда рассогласование Δy уже существует.

Когда регулируемых параметров несколько, используется несколько контуров регулирования и разрабатывается *система многосвязного регулирования*. Когда объекты регулирования взаимосвязаны, изменение настроек одного регулятора воздействует не только на соответствующий регулируемый параметр, но и на другие параметры через звенья связи. Вследствие интенсивного взаимодействия элементов возможно ухудшение качества регулирования.

Эффективным методом моделирования и имитации сложных экономических систем, отличающихся нелинейными и сильно разветвленными структурами контуров обратной связи, является метод системной динамики Дж. Форрестера.

Однако создание адекватных моделей сложных управляемых систем возможно только путем комбинации методов системной динамики, современных методов идентификации, применяемых в теории регулирования, а также методов эконометрии и теории принятия решений.

12.2 Общая задача синтеза управляющей системы

Очевидно, существует множество альтернативных решений проблемы Δy . Рассмотрим теоретические аспекты синтеза управляющей системы, вырабатывающей такие управляющие воздействия X_m , которые обеспечили бы достижение цели, стоящей перед всей системой. При этом полезным оказывается понятие *решающей системы* или *системы принятия решений*.

По определению, любая система вида $S: X \rightarrow Y$ может быть представлена как система принятия решений. Это условие определяет принципиальную возможность синтеза управляющей системы. В процессе синтеза, который основывается на результатах анализа и реализуется как итеративная процедура, используются стандартные модельные конструкции: декомпозиция, координация, агрегирование, – и при определенной противоположности целей анализа и синтеза функциональное единство связывает эти два аспекта исследования.

Главной проблемой синтеза управляющей системы является *синтез такого закона управления* $\zeta: t \rightarrow x(t) = \zeta(t, \varphi(t; \tau, u_\tau, x))$, который бы обеспечивал минимальное значение Δy при заданном $\Delta_k y$.

Состояния системы $u(t)$ определяются путем решения задач наблюдения $u(t) \setminus y(\tau): \tau \geq t$ и идентификации $u(t) \setminus y(\tau): \tau \leq t$, причем функции φ, η считаются известными.

Сложность синтеза закона управления заключается в том, что множество X содержит лишь переменные, позволяющие решать проблемы, которые возникают в настоящий момент. Что же касается будущего, то

прогнозировать можно только те ситуации, которые имели место в прошлом.

Пусть в результате решения задачи синтеза объекта управления и решения задач наблюдения и идентификации состояний управляемой системы удалось сформулировать закон управления. Следующей задачей является структурный синтез: получение такой структуры управляющей системы, которая могла бы позволить эффективно реализовать закон управления ζ .

Задача структурного синтеза управляющей системы

Управляющая система S_M является системой принятия решений или решающей системой, которая реализует задачу управления путем выработки управляющих воздействий X_m в соответствии с законом управления, обеспечивающим соответствие цели управления глобальной цели, стоящей перед системой в целом.

При синтезе управляющей системы различают следующие *виды структуры системы*, взаимодействующие между собой в процессе управления:

- функциональную;
- организационную;
- информационную.

Для формализации структурного синтеза введем следующие обозначения:

ζ – закон управления;

Z_k – совокупность реализуемых принципов управления, $k = \overline{1, K}$;

A_1 – оператор отображения закона управления ζ в множество принципов управления;

A_2 – оператор взаимосвязи функций управления с функциями объекта S_y ;

Φ – макрофункция управления;

$F = \{f_i\}$, $i = \overline{1, I}$ – множество взаимосвязанных функций управления, выполняемых системой управления и реализующих принципы Z_k ;

A_3 – оператор отображения функции Φ на множество F ;

G – структура управляющей системы, образованная множеством элементов $\{g_j\}$, $j = \overline{1, J}$, $g_j \in G$ и множеством связей $\{g_{jl}\}$, $j, l = \overline{1, J}$ между элементами $q_{jl} \in Q$; $G = \langle \{g_j\}, \{q_{je}\} \rangle$;

A_4 – оператор отображения элементов множества F на элементы множества G .

Оптимизация организационной структуры заключается в выборе такой структуры, которая бы обеспечивала выполнение системой своих функций наилучшим образом с точки зрения некоторого критерия, определяющего эффективность управления.

Определение 12.1: управляющая система S_M (рис. 12.3) определяется в виде:

$$S_M = \langle V, W, X_M, X_*, \Phi, G, \varphi, \eta \rangle, \quad (12.4)$$

где V – множество входов S_M , $V = \bigcup_{i=1}^3 V_i$, где V_i – задающие воздействия, на-

пример: $V_1 = y_0$; V_2 – возмущения; V_3 – сигналы объекта управления;

W – множество состояний управляющей системы: $w(t) = \varphi(t, w, v)$;

X_M – множество выходов, $x_M = z_1(w)$;

X_* – множество выходов во внешнюю среду, $x_* = z_2(w)$.

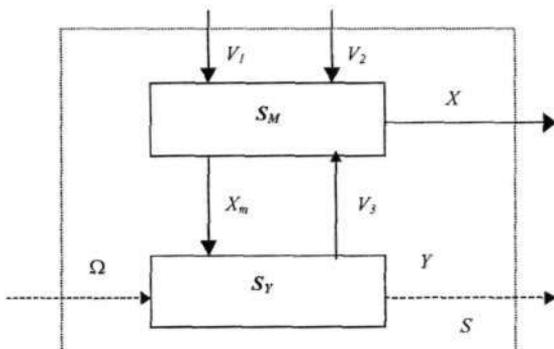


Рисунок 12.3 Связи управляющей системы S_M с внешней средой и объектом управления S_Y

Задача синтеза структуры системы в смысле определения 12.1 состоит в построении:

$$Z_k = A_1(\zeta, Z), \quad (12.5)$$

$$\Phi = A_2(X_M, Y, Z_k), \quad (12.6)$$

$$F = A_3(\Phi), \quad (12.7)$$

$$G = A_4(F). \quad (12.8)$$

Если известен закон управления, то синтез структуры состоит в определении (12.5) - (12.8); если определены принципы и закон управления, то задача синтеза функциональной структуры состоит в определении (12.6) - (12.8); если заданы принципы организации управления и функции системы, задача структурного синтеза сводится к распределению множества выполняемых функций между элементами G .

Определение совокупности реализуемых принципов управления

При определении совокупности Z_k предполагается, что выбор осуществляется из некоторого континуума принципов Z . В основе формирования континуума Z лежит определенная закономерность, например, зависимость структурных и функциональных свойств системы от разнообразия возмущающих воздействий. Применительно к управляющим системам простейший континуум Z_k , объединяющий всевозможные способы управления, может быть составлен в зависимости от разнообразия $\{x_m\}$, то есть по признаку использования управляющих воздействий $\{x_m\}$.

Организованная система управления предполагает определенный порядок в построении и целеустремленность функционирования.

Принцип организованности (рис. 12.4) можно интерпретировать в двух аспектах:

I. функциональном:

- *принцип совместимости*: **совместимость** – это такая общность объектов, которая обеспечивает возможность их взаимодействия, которое в свою очередь служит сохранению системы;
- *принцип актуализации функций*: формирование системы функций и их динамика (приобретение системой новых функций) происходит при условии сохранения целостности системы;
- *принцип лабильности функций* отражает содержание процесса совершенствования системы в направлении роста полифункциональности (связь с законом необходимого разнообразия);

II. структурном:

- *принцип совместимости*;
- *принцип регуляции* или *принцип Ле-Шателье*: в структуре системы возникают процессы, направленные на противодействие внешним возмущающим воздействиям и сохранение устойчивого состояния;
- *принцип эпитомфизма* определяет устойчивость поведения структурных единиц системы.

С целью выработки подходов к моделированию системы полезно рассмотреть разнообразные принципы организации процессов управления (рис. 12.4). Чтобы объединить и согласовать разнообразные качества управляющей системы, необходимо одну из сторон организации управляющей системы, в частности, функциональную, определить как приоритетную.

Построение макрофункции управляющей системы

Синтез эффективной структуры управляющей системы носит многовариантный характер. Одним из источников многовариантности является разнообразие подходов к определению макрофункции системы, которая выступает критерием оптимальности разрабатываемой структуры. *Построение функции Φ зависит от* имеющейся априорной информации от-

носителем требуемых управляющих воздействий X_m , степени их влияния на конечные результаты работы объекта управления Y , избранных принципов континуума и прогнозируемых возмущений.



Рисунок 12.4 Принципы организованности и их связь с принципами организации управления

Цель синтеза должна отражать назначение проектируемой системы, ее характеристики, определяемые принципами Z_k и допускать количественную оценку. Система управления сложным объектом в своем функционировании многоаспектна, и выбор аспекта, который представляет наибольший интерес с точки зрения оценки эффективности структуры проектируемой системы, как раз и должен задаваться целью исследования. При традиционном эвристическом подходе макрофункция системы выбирается исследователем на основе интуиции и опыта, поэтому разными исследователями этот выбор будет осуществляться по-разному с большей или меньшей степенью адекватности. Прежде чем сформулировать требования к параметрам оптимизации структуры и дать рекомендации относительно их выбора, рассмотрим их классификацию (рис. 12.5).

Ряд параметров структурной оптимизации связаны с иерархичностью системы. Так, **степень централизации** α_i определяется отношением числа (объема) задач (функций), решаемых на i -м уровне, к соответствующему числу задач ($i - 1$)-го уровня. Степень централизации всей системы $\alpha = \sum_{i=2}^n c_i \alpha_i$, где c_i – весовые коэффициенты.

Норма управляемости определяется объемом задач, решаемых i -м элементом (числом принимающих решения элементов, подчиненных i -му элементу).

Мера равномерности вертикальных связей R_k характеризует степень отклонения связей в данной структуре по сравнению с равномерной

линейной иерархической структурой, в которой каждый элемент k -го уровня имеет одинаковое число связей с элементами $(k - 1)$ -го уровня:



Рисунок 12.5 Классификация параметров оптимизации

$$R_k = \prod_i a_i / (a_{cp})^l,$$

где α_i – число связей i -го элемента k -го уровня с элементами $(k - 1)$ -го уровня;

l – число элементов k -го уровня;

$a_{cp} = \sum_i a_i / R$ – среднее число связей элемента k -го уровня.

Для многоуровневой системы мера равномерности вертикальных связей составит:

$$R = \frac{1}{m-1} \sum_{k=2}^m R_k,$$

где m – число уровней системы.

Степень специализации подсистем определяется отношением количества однотипных задач, решаемых подсистемой, к общему числу задач данного типа, решаемых всей системой. Степень специализации i -й подсистемы по отношению к l -й функции управления:

$$s_i^l = c_i^l / \sum_{i=1}^k c_i^l,$$

где c_i^l – количество выполняемых i -й подсистемой задач класса l или трудоемкость их решения.

Неравномерность функциональной специализации F можно характеризовать отношением числа возможных вариантов распределения структурных элементов по функциям управления D к D_{\max} , характеризующему случай равномерной специализации, когда каждую функцию выполняет равное число структурных элементов. Принимая k – число элементов, L – число реализуемых функций, D – число вариантов распределения, имеем:

$$D = k! / k_1! k_2! \dots k_L!$$

$$\text{При } k_1 = k_2 = \dots = k_L = k/L, \quad D_{\max} = \ln L, \quad F = \frac{D}{D_{\max}}.$$

В принципе, каждая система может характеризоваться сразу всей совокупностью параметров, приведенных на рис. 12.5. Движение к оптимуму облегчается, если выбран единственный параметр оптимизации. Тогда прочие характеристики служат ограничениями. Другой путь – построение обобщенного параметра оптимизации.

Требования к параметру оптимизации

Параметр оптимизации – это признак, по которому мы хотим оптимизировать процесс. Он *должен быть* количественным, измеримым и иметь область определения. *Области определения могут быть* непрерывными и дискретными, ограниченными и неограниченными.

Если нет способа измерения параметра оптимизации, прибегают к *ранжированию*. Параметрам оптимизации по определенной шкале (двухбалльной, пятибалльной, другой) присваивают оценки-ранги. Ранговый параметр имеет дискретную область определения, причем эта количественная оценка носит субъективный характер.

Параметр оптимизации должен выражаться одним числом, быть однозначным в статистическом смысле.

Для успешного достижения цели исследования параметр оптимизации должен быть эффективным с точки зрения глобальной цели. Эффективность в плане достижения промежуточной или локальной цели может оказаться губительной для системы в целом. На это обращается внимание в книге Ст. Бира: «Отличительной особенностью любой кибернетической системы можно считать полную бессмысленность рассмотрения ее иначе как единого организма».

Параметр оптимизации должен быть эффективным в статистическом смысле (его определение должно производиться с максимально возможной точностью).

Следующее требование к параметру оптимизации – это требование универсальности или полноты.

Желательно, чтобы параметр оптимизации имел конкретный экономический (физический) смысл, был простым и легко вычисляемым. Требование содержательности, смысловой нагрузки параметра оптимизации связано с необходимостью последующей интерпретации процедуры синтеза. Простота вычисления также достаточно важна: параметр оптимизации или функция Φ в определенной степени влияет на вид математической модели управляющей системы. Экономические параметры аддитивной природы легко декомпонировать на множество более простых функций, что облегчает их исследование. Становится очевидно, что выбор адекватной функции Φ представляет собой непростую задачу.

Обобщенный параметр оптимизации

Достаточно сложной является ситуация, когда множество параметров необходимо обобщить в единый количественный показатель. Каждый параметр имеет конкретную смысловую нагрузку и свою размерность. Чтобы их объединить, необходимо ввести некоторую безразмерную шкалу, которая должна быть однотипной для всех параметров и обеспечивать их сопоставимость. Выбор способа комбинирования исходных параметров в обобщенный показатель не однозначен.

Существует 3 основных *способа преобразование совокупности параметров в один*:

- I. Пусть исследуемую систему характеризуют n параметров $\Phi_i (i = \overline{1, n})$. Тогда каждому параметру оптимизации ставится в соответствие стандартный аналог – шкала, на которой имеются два значения (0 и 1):

$$\tilde{\Phi}_i = \begin{cases} 1, & \text{если } \Phi_i < C, \\ 0, & \text{если } \Phi_i \geq C. \end{cases}$$

тогда $\Phi = \prod_{i=1}^n \tilde{\Phi}_i$.

- II. Предполагается задание метрики, близкой к «идеалу». Пусть $\bar{\Phi}_i$ – некоторое «идеальное» значение параметра i :

$$\Phi = \sum_{i=1}^n c_i \left(\frac{\Phi_i - \bar{\Phi}_i}{\Phi_i} \right)^2,$$

где c_i – взвешивающий коэффициент.

- III. Предполагается построение *шкалы предпочтительности или желательности Харрингтона*, которая строится по принципу номограммы (таблица 12.1).

Таблица 12.1 Стандартная шкала желательности

Желательность	Отметки на шкале желательности
Очень хорошо	1.00 - 0.80
Хорошо	0.80 - 0.63
Удовлетворительно	0.63 - 0.37
Плохо	0.37 - 0.20
Очень плохо	0.20 - 0.00

Использование функции желательности для кодирования значений параметров Φ , проиллюстрировано на рис. 12.6.

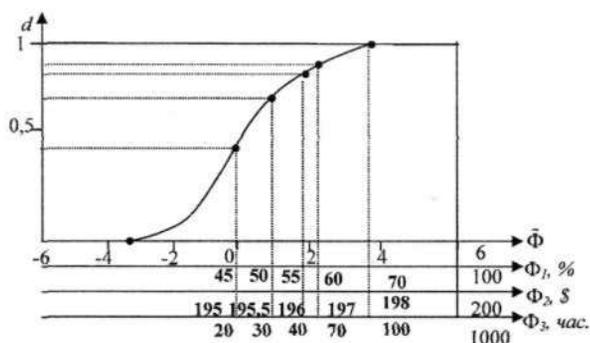


Рисунок 12.6 Функция желательности

Значения частного параметра, приведенные к безразмерной шкале желательности, обозначаются через d_n ($n = 1, 2, \dots, n$) и называются **частной желательностью**. Значение $d_n = 0$ соответствует абсолютно неприемлемому значению данного свойства, а значение $d_n = 1$ – самому лучшему. Понятию «очень хорошо» на шкале желательности соответствуют значения $1 > d_n > 0,8$, а понятию «очень плохо» – $0 < d_n < 0,2$. Выбор отметок на шкале желательности 0,63 и 0,37 объясняется удобством вычислений: $0,63 \approx 1 - (1/e)$, $0,37 \approx 1/e$. Значение $d_n = 0,37$ ассоциируется с границей допустимых значений.

В таблице 12.1 представлены числа, соответствующие точкам кривой (рис. 12.6), которая задается уравнением $d = e^{-e^{-\Phi}}$. За начало отсчета на оси абсцисс выбрано значение, соответствующее желательности 0,37 (это точка перегиба кривой), что удобно при вычислениях. Выбор этой кривой не

является обязательным, однако, она имеет такие полезные свойства, как непрерывность, монотонность и гладкость. На оси $\tilde{\Phi}$ (кодированная шкала) расположены кодированные значения параметров Φ_i .

Преобразование частных параметров в частные функции желательности

Частные функции желательности строятся по следующим правилам:

1) в случае одностороннего ограничения:

$$d_i = \begin{cases} 0, & \text{если } \Phi_i < \Phi_{\min}, \\ 1, & \text{если } \Phi_i \geq \Phi_{\min}. \end{cases}$$

2) при двухсторонних ограничениях:

$$d_i = \begin{cases} 0, & \text{если } \Phi_i < \Phi_{\min} \vee \Phi_i > \Phi_{\max}, \\ 1, & \text{если } \Phi_{\min} \leq \Phi_i \leq \Phi_{\max}. \end{cases}$$

Очевидно, что шкала желательности преобразовалась в простейшую шкалу классификаций с двумя классами эквивалентности (рис. 12.7).

Использование функций желательности для целей редукции отражает возможность формализации представлений о важности тех или других значений параметров оптимизации, а также предпочтения, которые исследователь закладывает в модель. Поэтому выбор конкретного вида шкалы требует соответствующего обоснования.

Построение обобщенной функции желательности в виде среднего геометрического частных желательностей является распространенным методом построения комплексной модели обобщенного показателя Φ .

Оценив полученную модель как пригодную, можно переходить к процедуре структурного синтеза системы управления. Следующая глава посвящена рассмотрению моделей и методов, применяемых на этапе синтеза структуры экономической системы.



Рисунок 12.7 Функция желательности для случая одностороннего ограничения

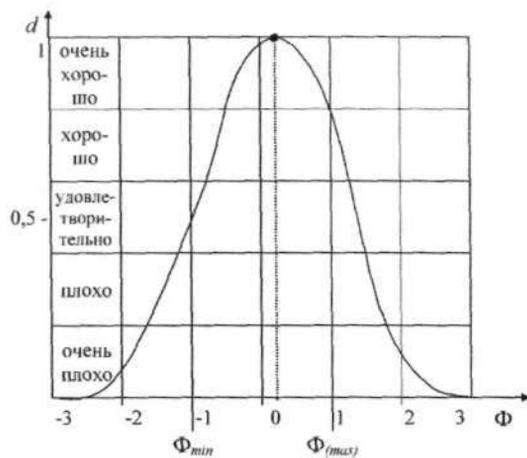


Рисунок 12.8 Функция желательности для двухстороннего ограничения

ГЛАВА 13

МОДЕЛИ И МЕТОДЫ СИНТЕЗА СТРУКТУРЫ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

В поведении людей, бесспорно, наблюдается много моментов, свидетельствующих о том, что, в конечном счете, они не могут дать ответа на вопрос «почему?», относящийся к функционированию системы в свете предложенной мной модели. Эти моменты настолько убедительны, что вполне ограждают мой анализ от привычного обвинения в тривиальности; единственным логически обоснованным аргументом против него может быть доказательство его ошибочности.

Организационное управление представляет собой восстановление естественного порядка для системы, подвергающейся воздействию возмущений и стремящейся восстановить свое равновесие; оно, конечно, не исключает прогресса, ибо под равновесием я вовсе не имею в виду стационарное состояние. Этот процесс осуществляется за счет функции поощрения, значения которой являются «выигрышем» организации; функция поощрения улучшает значение критерия выживания и способствует удовлетворению повседневных нужд. Это приводит систему в движение и нарушает состояние равновесия. Новое состояние равновесия будет характеризоваться большими выгодами, чем предыдущее. Реакции, восстанавливающие равновесие, носят характер естественных законов; организационное управление каталитично.

Таким образом, я представляю себе кибернетическую организационную управляющую структуру как сосредоточение естественного порядка; как структуру, меняющуюся в соответствии с изменениями «поверхности реакций» данной ситуации; как структуру, неразрывно связанную с управляемой системой и воплощающую в себе ее природную упорядоченность. Я противопоставляю ее структуре, считающей свой собственный порядок возникшим из хаоса и в то же время навязанным ей - структуре окостенелой; структуре, заботящейся о подразделениях системы и ее функциях вместо того, чтобы позаботиться о ее единстве и тех задачах, которые она должна решать; структуре, по существу, ненавидящей остальную часть системы, которая представляется ей хаотичной, а, следовательно, угрожающей ее собственному благополучию. Структура первого рода отражает истинную природу системы и стремится исправить свои собственные недостатки посредством отображения изменений внешнего мира в своем эпигенетическом ландшафте; последний в свою очередь постепенно изменяет характер системы, обеспечивая

тем самым все более эффективное управление. Таково организационное управление с позиций кибернетики. Структура второго рода признает только свои собственные нужды и пытается приспособиться к изменениям, заполняя прорехи новыми должностями и подразделениями, играя на уравнивании обязанностей вместо того, чтобы выравнять динамические тенденции. Это в свою очередь приводит к скачкообразным переменам, целью которых является построение все более «стройных» схем организации. Это - организационное управление с точки зрения эстетики.

Пожалуй, большинство реальных организаций в обществе занимают промежуточное положение на шкале, конечные точки которой соответствуют этим крайностям. Чтобы оценить положение каждой конкретной системы на этой шкале, достаточно проанализировать поведение людей, обладающих властью. Ведь тот, кто не понимает истинной природы системы, выдает себя ненавистью к хаосу и страхом перед ним. Эти люди претендуют на то, что у них-то хаос лежит за пределами кабинета. Такие руководители не в состоянии повысить эффективность своей власти и проводимой ими политики, связав себя и эту политику с естественным порядком; вместо этого они действуют так, как будто их задача заключается в том, чтобы с ослиным упрямством раздавать наказания в неразберихе, невзирая на то, кому и за что они предназначены. Этим руководителей вдохновляет гесиодово священное писание, имеющее за плечами двадцать семь веков. Я позволю себе превзойти их в ссылках на древность, приведя кибернетическую цитату из Упанишад — индийского священного писания, насчитывающего более пяти тысячелетий. В ней бог Кришна говорит человеку «Действие - есть результат свойств, заложенных в природе. И только невежда, ослепленный самомнением, заявляет: «Я творец».

Стаффорд Бир

Разработка моделей и методов синтеза структуры экономической системы предполагает создание формализованных процедур выбора оптимальных вариантов организации системы: функциональной, организационной, информационной, алгоритмической, технической.

Однако экономическая система — сложная, взаимодействующая система с высоким уровнем многообразия, имеющая огромное число типов поведения. Искусственный характер происхождения этой системы в соответствии с логикой и здравым смыслом исследователя заставляет считать ее идеально организованной. Даже если на определенных этапах невозможно объяснить ее поведение, следует признать, что существует некая причина такого поведения. Видимая неопределенность в функционировании таких систем — лишь мера нашей неосведомленности о законах движения и развития экономических процессов, которые в

принципе управляемы и организуемы. Естественное стремление человека организовать и упорядочить свои представления о системе и происходящих в ней процессах побуждает к созданию концепции о механизме управления системой, которая должна быть организована в соответствии с целью функционирования. Итак, естественным является стремление организовать систему и представить ее в таком виде, что набор ее целей будет достигнут. Это является непростой задачей – *задачей синтеза функциональной структуры*. С другой стороны, достижение целей в уже функционирующей системе, работающей в соответствии с целями, сформулированными ранее, определяет постановку задачи уже не столько синтеза, сколько придания системе свойств самоорганизации – урегулирования структуры системы таким образом, чтобы система была способна справиться с внешними возмущениями.

Определение свойства самоорганизации как процесса структурного регулирования возмущений в контексте с множеством актуальных целей дает основу для формулировки правил построения сложной экономической системы, обладающей свойством самоорганизации.

13.1 Синтез функциональной структуры системы управления

Определение функции Φ как отражения глобальной цели управления предполагает задание некоторого целевого состояния W^* , достижение которого возможно путем применения различных стратегий $\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_p$. Каждой стратегии Φ_p может быть поставлено в соответствие *дерево целей*, определяющее некоторую область в пространстве целевых состояний (рис. 13.1).

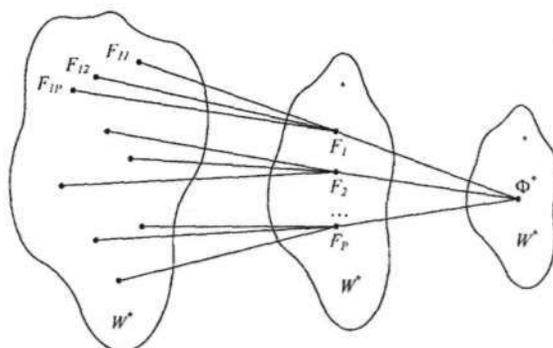


Рисунок 13.1 Структуризация пространства состояний методом «дерева целей»

Дерево целей, соответствующее определенной ситуации, однозначно определяет структуру функций, имеющих, как правило, иерархический тип.

Для количественной оценки приоритета различных стратегий и направлений развития вершины дерева целей ранжируются путем введения коэффициентов относительной важности целей и способов их достижения. Для однородности результатов вводится нормализующее условие $\sum \alpha_i = 1$.

По определению нижний уровень этой иерархии служит для выработки управляющих воздействий X_m , которые переводят объект управления в пространство целевых состояний объекта управления. Каждая функция, взятая отдельно, представляет собой план достижения соответствующего целевого состояния и является объединением составляющих ее задач:

$$F_p = \bigcup_{k=1}^K F_{pk}$$

Если F_p выступает как автономная функция, она проектируется в полном объеме. Когда же F_p проектируется в единстве с другими, она выступает как часть комплекса. Эффект координации, в частности, может выражаться в уменьшении объема работы.

Таким образом, *синтез системы функций* состоит в задании

- 1) дерева или деревьев функций;
- 2) системы координации целевых состояний этого же дерева.

Основным средством моделирования дерева являются *сетевые модели*. Условия координации определяются, прежде всего, расположением зависимых работ на временной оси (координация во времени), а также выполнением других условий координируемости (координация по способу реализации функций и др.).

Другой аспект эффекта координации – возникновение *синергического эффекта*, который присущ иерархическим структурам. В реальных условиях разработка системы функций, как правило, требует иерархической ее организации и определенной децентрализации, то есть обеспечения автономности в разработке ее фрагментов. Действительно, глобальная функция и локальные целевые функции могут выражать цели различной природы, которые в свою очередь отражают разнообразие «интересов» подсистем и элементов управляющей системы. Это определяет необходимость включения в процесс синтеза функции координации как интегрирующего условия достижения цели управления.

Описанная процедура синтеза укладывается в схему *метода сценариев*, сущность которого состоит в описании перехода системы из существующего состояния в заранее заданное (рис.13.2). Можно сказать, что синтез экономической системы также развивается по сценарию путем совершенствования некоторой существующей системы.



Объект управления S_Y ↔ Управляющая система S_M	
Инвариантные аспекты функционирования системы S : объект, предметная область, функциональное назначение, среда, определяющие принципы, параметры оптимизации, тенденции и факторы развития	
Цели исследования: определение состояния S	Наблюдение идентификация анализ
Методы исследования	Эвристические: экспертные, экспериментальные Аналитические: статистические, факторные, сетевые, матричные
Объект управления S_Y ↔ Управляющая система S_M	
Разработка альтернатив развития Определение критерия сравнения альтернатив	
Модифируемые аспекты системы S : система целей, система функций, комплекс задач и методов решения, структура системы, траектория поведения системы	
Цели исследования	Синтез Анализ
Методы исследования	Эвристические: метод аналогий, экспертные, экспериментальные. Формализованные: моделирование, графические, статистические

Рисунок 13.2 Содержание метода сценариев

Методы структурного синтеза

Как показано на рис.13.2, в процессе структурного синтеза широко используются *эвристические методы*, основанные на аналогиях и ассоциациях субъекта исследования и применяемые тогда, когда формальные правила неизвестны. Эвристические методы синтеза структуры включают определение и анализ целей системы управления, функционально-структурный анализ, метод аналогий, экспертные оценки, организационное моделирование. Эвристические методы могут привести к быстрому и успешному решению проблемы, если имеется опыт решения сходных проблем. В подобных случаях решение можно найти без больших затрат уси-

лий и времени на изучение закономерностей, специфичных для данной проблемы. Решение находят на основе аналогий и не вполне осознанных ассоциаций с решениями похожих проблем. Основным недостатком эвристического моделирования является отсутствие гарантии рационального решения задачи.

Часто эффективными оказываются *комбинированные методы*, основанные на одновременном использовании двух критериев выбора решений: формального и эвристического. Например, если экспериментальных данных недостаточно, а математическая модель сложна, то только доопределение задачи по эвристическому критерию позволяет получить продуктивные решения. Так, с использованием эвристического подхода в разработке проекта структуры управления крупным промышленным объединением «КамАЗ» анализировались цели производственного объединения и строилась система целей системы управления, доведенная до уровня конкретных задач управления. При этом комплекс задач, выполнение которых, по мнению специалистов, обеспечивал достижение целей управления, был представлен более чем 3 тысячами управленческих задач.

Теорией и практикой системного проектирования накоплен определенный опыт применения *формальных методов и моделей* для целей синтеза сложной функциональной экономической системы. Такие системы характеризуются комплексным взаимодействием элементов и *многоконтурностью*. Число управляющих контуров определяется множеством задач управления в исследуемой системе, а связи между контурами отражают взаимосвязи процессов управления. Каждый контур представляется набором взаимосвязанных элементов, функционирование которых связано с реализацией алгоритма решения задачи управления.

Пусть объект управления $S_Y : \Omega \times X_m \rightarrow Y$ представлен совокупностью взаимосвязанных подсистем S_{iy} , таких, что:

$$S_Y = \left\langle \{S_{iy}\}, \mu(S_{iy}, S_{jy}) \right\rangle, \quad (13.1)$$

где $\mu(S_{iy}, S_{jy})$ – отношение связи между i -й и j -й подсистемами, $i, j = \overline{1, n}$; $i \neq j$;

$$S_{iy} : \Omega_i \times X_{im} \times m_{ix} \rightarrow Y_i \times m_{iy}, \quad (13.2)$$

где $m_{ix} \in M_x$, $m_{iy} \in M_y$ – связующие сигналы, заданные на множестве подпроцессов (подсистем).

С каждым подпроцессом связывается задача управления D_{iM} , такая, что предикат $Q(x_{iM}, D_{iM})$ истинен (x_{iM} является решением задачи D_{iM}).

Множество задач управления и связей между ними описывается графом:

$$G = \left\langle \{D_{iM}\}, \mu(D_{iM}, D_{jM}) \right\rangle. \quad (13.3)$$

Для каждой задачи задается алгоритм или набор алгоритмов ее решения $\{A_{iM}\}$, каждый из которых включает совокупность взаимосвязанных функций управления $F_{iM} = \{f_{ij}\}, j = \overline{1, J_i}$. Каждая совокупность функций образует контур управления G_{iM} в котором последовательность выполнения функций и их внутриконтурные связи считаются заданными. Связи между контурами (межконтурные связи) осуществляются между функциями $f_{ji}, i \in J_{A_{iM}}, j \in J_i$, которые заданы в каждом контуре (рис.13.3).

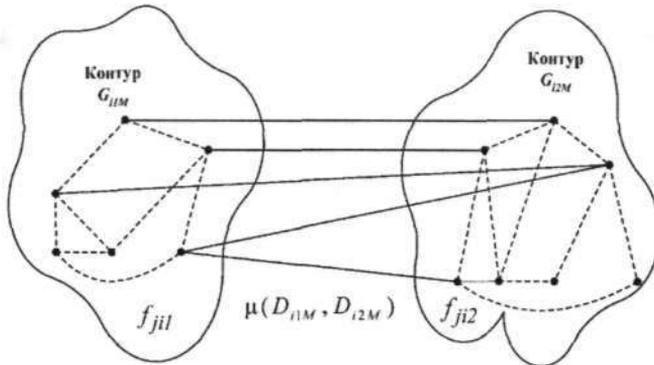


Рисунок 13.3 Межконтурные связи в системе управления

Задача синтеза структуры многоконтурной системы состоит в выборе алгоритма решения задач управления для реализации функций контуров управления, функциональных подсистем и информационных связей между ними.

Пусть предикат $Q(d, Q)$ означает, что « d есть решение задачи D ». Процедура синтеза функциональной структуры управляющей системы может быть представлена комплексом иерархически упорядоченных задач (рис.13.4).

Пусть:

$x_{ia} = 1$, если для выполнения i -й задачи управления выбирается a -й алгоритм ее решения: $Q(x_{ia}, D_{iM})$;

$x_j^{ia} = 1$, если j -я функция входит в состав a -го контура управления;

$x_{jp}^{ia} = 1$, если для реализации j -й функции a -го алгоритма решения i -й задачи выбирается p -й способ реализации. В противном случае $x_{ia} = x_{jp}^{ia} = 0$.

Типы задач	Структура дерева задач	Принципы идентификации задач
D - глобальная задача системы управления S		Однозначность определения Y
$D(Y)$ - глобальная задача управления системы S_M		Синтез адекватной функции Φ из множества допустимых альтернатив $\{\Phi_i\}$
$D(\Phi)$ - задачи управления		Декомпозиция глобальной задачи на множество задач управления. Полнота комплекса задач. Координация во времени. Выбор принципа координации задач (димиитрование, стимулирование)
$D(X)$ - задачи алгоритмизации		Синтез оптимальных алгоритмов решения задач управления
$D(A)$ - задачи синтеза контуров управления		Декомпозиция алгоритма по функциям управления (внутриконтурная)
$D(F)$ - задача синтеза реализующего комплекса		Синтез комплекса совместимых способов реализации функций

Рисунок 13.4 Характеристика комплекса задач синтеза функциональной системы

$$\sum_a x_{ia} = 1,$$

$$\sum_j x_{ij} \begin{cases} > 0, & \text{если } x_{ia} = 1, \\ = 0, & \text{если } x_{ia} = 0; \end{cases}$$

$$\sum_p x_{jp} \begin{cases} > 0, & \text{если } x_{ij} = 1, \\ = 0, & \text{если } x_{ij} = 0. \end{cases}$$

И пусть также:

$x_{ii'} = 1$, если между i -й и i' -ой задачами существуют координирующие связи;

$x_{jj'}^{aa'} = 1$, если между функцией j , входящей в a -й контур, и функцией j' контура a' существует связь.

Пусть критерием оптимизации задачи синтеза функциональной структуры будет минимум суммарных затрат на разработку системы.

Обозначим:

c_i – затраты на проектирование i -й задачи с учетом координирующей связи между задачей $D_i(\Phi)$ и $D(Y)$;

c_{ia} – затраты на разработку a -го алгоритма решения i -й задачи;

c_j^{ia} – затраты на реализацию j -й функции, входящей в состав a -го контура управления по реализации i -й задачи с учетом внутриконтурных связей;

c_{jp}^{ia} – затраты на реализацию p -го способа выполнения функции j контура a задачи i ;

$c_{ii'}$ – затраты на проектирование координирующих связей между задачами i и i' ;

$c_{jj'}^{aa'}$ – затраты на проектирование межконтурных связей между функциями j и j' .

Тогда целевая функция формулируется следующим образом:

$$c = \sum_i c_i + \sum_i \sum_a c_{ia} x_{ia} + \sum_{i,i' \in I} c_{ii'} \cdot x_{ii'} + \sum_i \sum_a \sum_j c_j^{ia} \cdot x_j^{ia} + \sum_{a,a' \in A} \sum_{j,j' \in J,J'} c_{jj'}^{aa'} \cdot x_{jj'}^{aa'} + \sum_i \sum_a \sum_j \sum_p c_{jp}^{ia} \cdot x_{jp}^{ia} \rightarrow \min. \quad (13.4)$$

Ограничения, налагаемые на переменные модели синтеза:

- ограничения типа строгого равенства на полноту реализации задач управления (задачного комплекса);
- ограничения на последовательность решения задач во времени;
- условия скоординированности задач управления относительно глобальной задачи;
- ограничения на оперативность выполнения задач;
- ограничения на выполнение каждой задачи управления лишь одним алгоритмом;
- ограничения на единственность способа реализации отдельной функции;
- ограничения на совместимость способов реализации различных функций;
- ограничения на полноту реализации комплекса функций;
- условия координируемости функций каждого контура;
- условия координируемости функций различных контуров.

Сформулированная задача синтеза функциональной структуры относится к классу задач оптимизации с нелинейной (в общей случае) зависимостью показателей качества многоконтурной системы управления от структурных и динамических характеристик ее элементов и взаимосвязей.

Решение этой задачи представляет значительную сложность. Помимо эвристических, для решения задачи синтеза могут быть использованы методы графовой формализации структуры, целочисленное программиро-

вание, многоконтурный оптимизационный подход, методы декомпозиции, координации, агрегирования, имитационное моделирование, методы теории массового обслуживания и другие.

13.2 Синтез организационной структуры системы управления

Процедура синтеза организационной структуры системы управления носит еще менее формальный и неоднозначный характер. Сильное влияние на процесс синтеза оказывают *субъективные факторы*:

- определяющие принципы управления в организации;
- тип организации (административная система, корпоративная система, самоорганизующаяся система);
- стиль управления и принципы принятия решений;
- другие.

Ст. Бир пишет: «Проблема структурирования окружающего мира возникает из политики. Мы знаем, что собираемся делать. Как организовать систему, чтобы это сделать? Если система организована или структурирована, мы знаем, как снабдить ее механизмом неявного самоуправления. Ответ кибернетики на вопрос о том, как система должна быть организована: она должна организовать себя сама. По известным причинам мы не достигнем большого успеха в построении жесткой организационной структуры в сложной системе. Сложна не только задача удержания системы в данном состоянии, – мы не можем предвидеть организационные потребности системы, которые появятся достаточно скоро. В современной практике управления это учитывается допущением некоторой гибкости. Но в природе структура управления, ее эффективная организация не контролируется пантеоном директоров, который решает изменить структуру. Структура... просто изменяется. Вот почему кибернетики говорят о самоорганизующихся системах».

И далее: «Организация – скорее атрибут наблюдателя системы, чем системы непосредственно».

Организация – целенаправленная система, являющаяся частью другой целенаправленной системы, часть которой – люди, принимающие решения, – имеют собственные цели.

Большинство исследований, посвященных оптимизации организационной структуры, рассматривают преимущественно качественные аспекты этой проблемы. В них применяется в основном метод качественных аналогий, который стал традиционным, аналитические методы использования количественных аналогий применяются для исследования организационных структур значительно меньше.

Различаются четыре «типичные» *организационные структуры*, ставшие классическими:

1. *Линейная*: каждое звено связано с вышестоящими единственной связью; обеспечивается жесткая централизация и едино-

начале; принятие решений и контроль исполнения – прерогатива центра.

Преимущества: четкое разграничение полномочий, устойчивость связей, однозначность и непротиворечивость принимаемых решений, сильная мотивация лиц, принимающих решения (ЛПР) – уверенность в будущем.

Недостатки: перегрузка высшего звена управления, значительная протяженность каналов коммуникации, жесткий авторитарный стиль управления, крайне слабое взаимодействие ЛПР одного уровня – отсутствие координации, наличие предпосылок для волюнтаризма и бюрократизма, сильное сопротивление неформальной организации изменениям в системе, неспособность к самоорганизации.

Оценка пригодности: линейные структуры могут оказаться эффективными в критические периоды функционирования системы, когда взаимодействием подсистем можно пренебречь, а вся ответственность возлагается на лидера, наделенного максимальной властью.

II. *Линейно-штабная:* линейная структура дополняется штабными звеньями, подготавливающими решения и осуществляющими контроль и целевые консультации системы.

Преимущества: наличие системы подготовки решений, разделение функциональных полномочий и частичное делегирование их по вертикалям вниз, возникновение условий для координации, расширение области мотивации, снижение сопротивления неформальной организации центру.

Недостатки: тенденция к разрастанию штабной структуры, запутанность процессов принятия решений, рост и выживание превалируют над эффективностью функций, создание помех оценке эффективности структуры.

Оценка пригодности. Линейно-штабная структура относится к числу традиционных и применима в тех случаях, когда организационные подразделения специализированы функционально и отличаются относительной автономностью. Тип применяемой координации – прогнозирование взаимодействий.

III. *Матричная* создается для осуществления проектов без выделения специальных параллельных служб.

Преимущества: разгрузка высшего звена управления, организация коммуникаций по вертикали и горизонтали, интенсивное взаимодействие подсистем, специализация управления, децентрализованный контроль, коллегиальное руководство и управление, неформальная организация идентична формальной, значительная гибкость и наиболее благоприятные условия для самоорганизации.

Недостатки: многочисленность управленческого персонала, высокие требования к коммуникациям, изменение роли и функций руководителей, сложность принятия решений, отсутствие единоначалия,

решение конфликтов путем компромиссов, возможность значительных издержек в ходе определения наилучшего решения.

Оценка пригодности. Матричная структура применяется для организаций, подсистемы которых сильно связаны между собой и в которых интенсивно возникают новые задачи.

IV. *Сложная* – многопараметрическая матричная организация, отдельные звенья которой упорядочены по принципу иерархии. Система сочетает достоинства как линейной, так и матричной организации.

Преимущества: разгрузка высшего звена управления; прямые каналы коммуникации и координации; координируемость по различным принципам на разных уровнях агрегирования; сохранение централизованного управления и сочетание его с коллегиальным управлением на всех уровнях; специализация по функциям управления в зависимости от масштаба проблем на разных уровнях руководства, легкость расширения при охвате новых областей управления; поскольку потребности областей пересекаются, облегчается процесс проектирования; высокие способности к обучению и адаптации; полная интегрированность системы управления.

Недостатки: очень высокие требования к коммуникациям, необходимость динамичной модификации полномочий, возможность слишком большого числа компромиссов, опасность значительных потерь времени при выработке общего решения, незащищенность от внешнего и от внутреннего контроля, двойное подчинение, которое, по мнению Р. Акоффа, приводит к «организационной шизофрении».

Оценка пригодности. Сложные организационные структуры присущи сложным системам, в которых подсистемы сильно связаны, неоднородны, многофункциональны и задействованы в решении разнообразных задач.

Реальные организации чаще всего используют структуры, являющиеся синтезом первых трех.

Связь между линейной, матричной и сложной организационной структурами показана на рис.13.5.

Обобщение исследований по теории организации позволяет выделить ряд *аксиом оптимальной организации*:

- расширение прав и делегирование полномочий повышает производительность и потенциал системы принятия решений;
- предоставление полной свободы принятия решений в системе приводит к потере ею работоспособности;
- структуризация подпроцессов способствует повышению эффективности работы сложной системы по сравнению с линейно организованной;
- максимальное делегирование полномочий на нижние уровни повышает вероятность успеха в достижении цели с высокой степенью оперативности;

- децентрализация принятия решений и предоставление автономии улучшает процесс достижения целей в сложной организации;
- информационные лаги в каналах прямой и обратной связи снижают вероятность достижения организацией ее целей;
- оперативность получения информации по каналам обратной связи повышает вероятность достижения целей;
- полная координируемость, управляемость и оптимальность частных организационных структур не гарантирует наличия этих качеств у генеральной структуры, полученной путем непосредственного объединения структур.

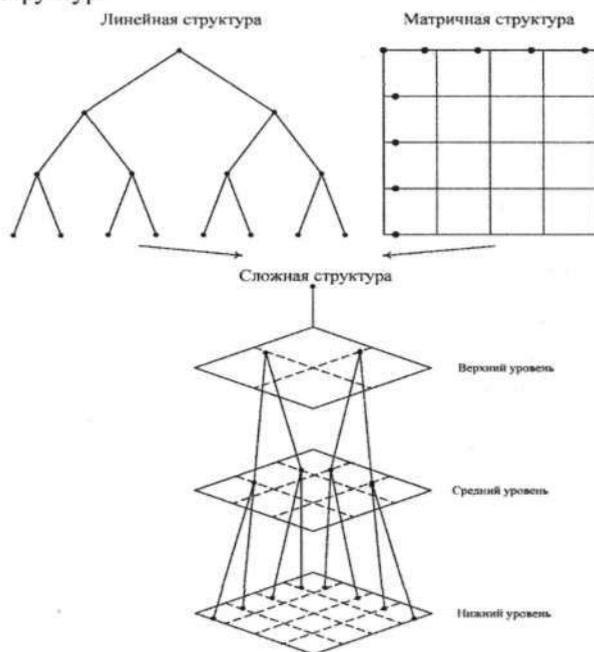


Рисунок 13.5 Построение сложной организационной структуры

Методы синтеза организационных структур управления

- I. **Метод качественных аналогий** базируется на результатах качественного анализа объекта исследования. При применении этого метода исходят из структурных сопоставлений, предположения о целесообразности введения изменений в существующую структуру, накопленного опыта и теории организаций. Результаты качественного анализа переносятся на проектируемые социально-экономические системы или интерпретируются применительно к ним. Метод базируется на предположении о том, что синтезируемые проблемы и процессы структурированы, а соответствующие организационные структуры реорганизируются в соответствии с некоторыми требованиями, отражающими

принципы организации и факторы внешнего и внутреннего характера. *Примером* построения организационных структур с помощью качественных методов служит подход Р. Акоффа, описанный в работе «Планирование будущего корпорации».

II. *Метод количественных аналогий* основывается на моделях с известной структурой. Исследование модельных конструкций с точки зрения их оптимального поведения и устойчивости дает возможность перенести их результаты на системы экономического характера, структура которых аналогична модельной. В качестве количественных аналогов используются модели исследования операций, теории массового обслуживания, теории игр, теории автоматов, прогнозирования и другие. *Преимущество* этого подхода состоит в сравнительно невысокой стоимости разработки моделей с известной структурой. *Недостаток* этого метода состоит в том, что не все сложные экономические системы укладываются в простые математические схемы их моделирования. *Примером* количественного подхода к исследованию систем принятия решений является метод вероятностно-автоматного моделирования, разработанный в институте кибернетики НАН Украины и описанный в работах А. Бакаева, Н. Яровицкого и Н. Костиной.

III. Сущность *проблемно-ориентированного подхода* состоит в том, что производится комплексное исследование процесса структурной организации конкретной системы с использованием математической модели соответствующей размерности, включающей все существенные параметры проблемы. Подход, как правило, в качестве специального этапа исследования включает математический анализ возможности получения эффективного решения. Он обобщает преимущества вербального и количественного подходов, отличается высокой сложностью, но, в случае успеха дает наилучшие результаты.

Для исследования организационной системы чаще всего используют имитационный эксперимент, а для модельных конструкций – методы эконометрии, системной динамики, теории регулирования, вероятностные автоматы и другие.

В последние годы этот метод получает все большее развитие.

Проектирование организационных структур корпоративной системы управления

Корпоративная система управления – это такая система, в которой одновременно минимизируется взаимозависимость ее частей и максимизируется их склонность к сотрудничеству.

Организационная структура системы определяется способом разделения деятельности (распределением ответственности) и способами координации и интегрирования (распределением полномочий).

Необходимость изменений в структуре диктуется действием внутренних и внешних факторов.

К числу *внешних факторов* относятся три критерия или аспекта функционирования корпорации:

- 1) тип результата – продукция или услуги $\{Y\}$;
- 2) функциональная структура, обеспечивающая получение результатов (типы ресурсов, производство, маркетинг, снабжение, финансы, кадры) $\{F\}$;
- 3) внешние потребности (рынки, классы потребителей) $\{V\}$.

Внутренние факторы предполагают определение соответствия аспектов централизации (координация, агрегирование, синергические эффекты, контроль) и децентрализации (инициатива, реакция на изменение, расширение ответственности).

Создание нетрадиционной концепции синтеза организационной структуры базируется на принципе многомерной организации. На рис. 13.6. представлена организация, определенная в трех измерениях, соответствующих трем перечисленным критериям, относящаяся к классу корпоративных систем.

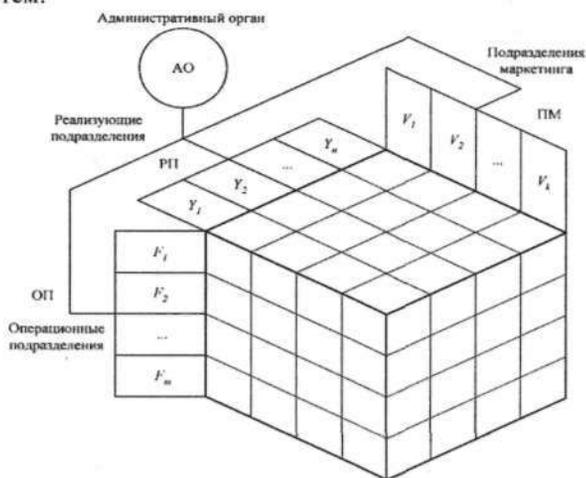


Рисунок 13.6. Трехмерная структура корпорации

Многомерно структурированная организация характеризуется следующими специальными свойствами:

- при изменении приоритета критериев нет необходимости кардинально реорганизовывать структуру, – администратор просто оперативно перераспределяет ресурсы между подразделениями;
- администратор отделен от корпорации как целого, но является, как и корпоративные подразделения, центром прибыли, осуществляя координацию и управление путем инвестирования, различных выплат и

взимания платежей с подразделений; он несет полную ответственность за эффективность своих решений;

- отдельные подразделения могут создаваться, ликвидироваться или реорганизовываться без реорганизации других структур;
- подразделения располагают всей возможной самостоятельностью, являются центрами прибыли, облагаются корпоративным налогом, установленным административным органом, и отвечают за все последствия своей деятельности; в силу функциональной специализации они интенсивно взаимодействуют с другими подразделениями;
- в системе действует единообразная, явная и практически однозначная мера эффективности работы корпорации – функция суммы полученной прибыли.

Корпорация в своей организации может воплощать при необходимости все три структурные концепции: линейную, штабную и матричную (рис.13.7).

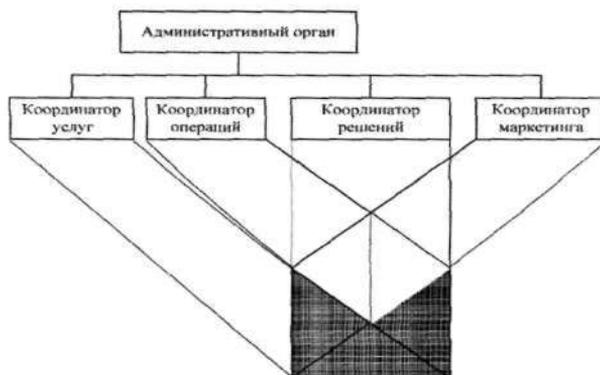


Рисунок 13.7 Структура управления многомерным проектом с координаторами

В многомерной организации подразделения сами наполняют свой бюджет; корпорация «закупает» их услуги, инвестируя в них средства или выделяя займы. В этом аспекте их отношения ничем не отличаются от отношений с посторонними клиентами.

Примером наиболее демократической иерархии в организации является *циклическая структура*, образованная в рамках организационной структуры, представленной решающими элементами n уровней. Циклы формируются в виде системы советов, каждый из которых функционирует с определенной периодичностью, например, ежемесячно, имеет свои рабочие процедуры, функции и представляет коллективные интересы (рис.13.8).

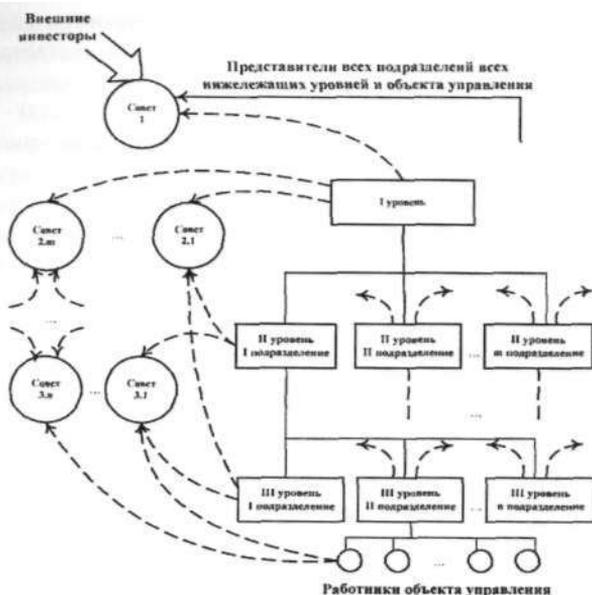


Рисунок 13.8 Циклическая организация принятия управленческих решений в иерархической организационной системе

Состав совета 1: главный управляющий, его непосредственные подчиненные, представители внешних акционеров и представители каждого уровня управленческого и производственного персонала, включая низшие уровни.

Состав совета 2.1: управляющий подразделения 2.1, его непосредственный начальник, его непосредственные подчиненные.

Состав других советов аналогичен предыдущему.

Совет последнего уровня управления, например, $K - 1$: управляющий подразделения $K - 1$, руководитель $K - 1.1$, работники.

Функции советов:

- координация деятельности подразделений, подчиненных руководителю, к которому относится этот совет;
- интеграция деятельности подразделений, представленных в нем как нижестоящие и непосредственно управляемые в соответствии с деятельностью верхнего уровня;
- оценка деятельности подотчетного совету руководителя без права увольнения, но с правом перемещения;
- формирование политики подчиненного подразделения (правила принятия решений).

Описанная структура отвечает всем условиям коллегиального управления, включая наиболее высокий уровень мотивации, адаптивности, обу-

чения, демократизации процесса управления. Отметим, однако, что, не следует путать ответственность за принятие решения с ответственностью за формирование политики принятия решений.

Проблемно-ориентированный подход к решению задачи синтеза организационной структуры

Рассмотрим структуру многоконтурной системы:

$$S_y = \{S_A, S_\Phi, S_O, S_H\}, \quad (13.5)$$

где S_A – алгоритмическая,

S_Φ – функциональная,

S_O – организационная,

S_H – информационная структуры ($S_\Phi \leftrightarrow S_H$).

Эти структуры определяют соответственно взаимосвязанные наборы алгоритмов решения задач управления; функций и информационных массивов, объединяемых в контуры управления; элементов принятия решений и связей между ними.

Для определения классов функциональной структуры представим ее в виде произведения множеств:

$$S_\Phi = F \times G, \quad (13.6)$$

где $F = \{f_{ji}, i = \overline{1, I_a}, j = \overline{1, J_i}\}$ – множество функций в контурах управления,

$G = \{G_i, i = \overline{1, J_a}\}$ – множество контуров управления.

Под **классом структуры** S_Φ понимается область ее определения, задаваемая правилами агрегирования функций контуров управления по координатам F и G .

Под **агрегированием** понимается определение некоторой совокупности функций контуров управления для выполнения их в одной подсистеме принятия решений, одним ЛПР.

Определим два правила: *межконтурное* и *поконтурное агрегирование*. Для указанных правил введем соответственно *характеристические функции*:

$\gamma_1(S_\Phi) = 1$, если функции f_{ji} и $f_{j'i'}$ ($i \in I_a, i' \in I'_a$), принадлежащие разным контурам управления, агрегированы;

$\gamma_2(S_\Phi) = 1$, если функции одного контура f_{ji} и $f_{j'i'}$ ($i, i' \in I_a$) агрегированы, в противном случае $\gamma_1(S_\Phi) = \gamma_2(S_\Phi) = 0$.

Структуру S_Φ отнесем к классу агрегирования $\langle \gamma_1(S_\Phi), \gamma_2(S_\Phi) \rangle$, если $\gamma_1(S_\Phi) \in \{0, 1\}, \gamma_2(S_\Phi) \in \{0, 1\}$.

Совокупность введенных классов агрегирования покрывает множество вариантов построения функциональной структуры многоконтурной системы. Назовем функциональную структуру многоконтурной системы на классах $\langle 0,0 \rangle$, $\langle 0,1 \rangle$, $\langle 1,0 \rangle$, $\langle 1,1 \rangle$ соответственно абсолютно- (A -), поконтурно-, межконтурно-распределенной (M -), поконтурно- (K -) и межконтурно- агрегированной (M -) структурой.

Введем понятие **модуля организационной структуры** - это двухуровневая иерархическая система, образованная $(k + 1)$ -ой подсистемами, связанными так, как показано на рис.13.9.

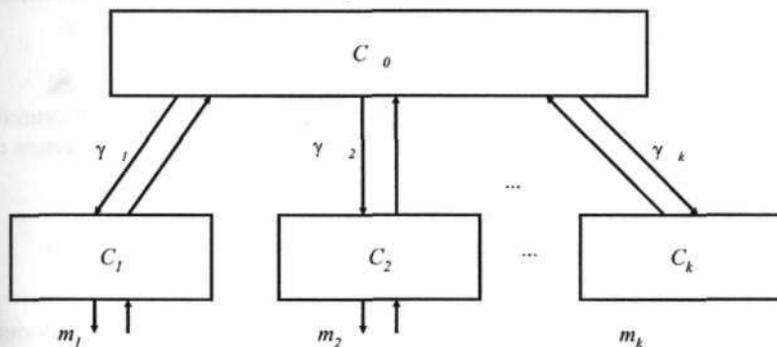


Рисунок 13.9 Модуль организационной структуры

Элементы C_1, \dots, C_k вырабатывают управляющие воздействия $\{m_1, m_2, \dots, m_k\}$, а элемент C_0 реализует функцию координатора; координирующие деятельность элементов C_1, \dots, C_k сигналы обозначены на схеме $\Gamma_1, \dots, \Gamma_k$.

Организационная структура любой сложности может быть представлена совокупностью таких модулей.

Предположим, что каждому контуру управления функциональной структуры можно поставить в соответствие модуль организационной иерархии, хотя в действительности *взаимосвязь функциональной и организационной концепций* далеко не однозначна. Однако мы покажем, что такое предположение позволяет сделать некоторые полезные выводы. Итак, пусть каждая функция f_j реализуется одним элементом организационной структуры c_i , иначе:

$$z_{jk} = \begin{cases} 1, & \text{если функция } j \text{ реализуется } k\text{-м элементом,} \\ 0 & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Тогда от функциональной структуры класса $\langle 0,0 \rangle - S_{\Phi}^A$ можно перейти к организационной структуре S_0^A , каждая из k ($k = \overline{1, K}$) подсистем которой реализует одну из функций контура управления, а элемент C_0

осуществляет координацию, например, во времени путем распределения ресурсов. В этом случае будут выполняться соотношения:

$$\forall_j \sum_{k=1}^K z_{jk} = 1 \wedge \forall_k \sum_{j=1}^J z_{jk} = 1. \quad (13.7)$$

Задача синтеза оргструктуры в таком случае сводится к синтезу координатора, вырабатывающего координирующие сигналы $r = \{r_i\}$ $i = 1, n$, что не составляет особого труда, поскольку принцип координации заложен при организации контура управления в организационной структуре.

В том случае, если $J = K$, комментарии не требуются.

Если $J < K$, то «лишние» решающие элементы ликвидируются.

Если $J > K$, мы имеем тип организационной структуры, относящийся к классу $\langle 0, I \rangle - S_0^k$, в каждом элементе которой выполняется не менее одной функции управления:

$$\forall_k \sum_{j=1}^J z_{jk} \geq 1 \wedge \exists_k \sum_{j=1}^J z_{jk} > 1. \quad (13.8)$$

В процессе синтеза координатора нужно учесть соответствующие модификации координирующих воздействий, например, путем «премирования» элементов, совмещающих различные функции.

Пусть *организационная система обладает свойствами универсальности*: один модуль способен выполнять задачи по обработке и реализации функций двух или более управляющих контуров A_j и A_k . Тогда справедливы условия:

$$\exists \left(\sum_{j \in J} z_{jk} = 1 \wedge \sum_{j \in J'} z_{jk} = 1 \right). \quad (13.9)$$

Универсальная организация с высокой производительностью S_0^{KM} включает элементы, для которых выполняются соотношения:

$$\exists \left(\sum_{j \in J} z_{jk} \geq 1 \wedge \sum_{j \in J'} z_{jk} \geq 1 \right). \quad (13.10)$$

Частным выводом из этих рассуждений является то, что организационные структуры также были разделены на классы. Только вместо «агрегирования» мы будем говорить «объединение» элементов, а контуру управления будем ставить в соответствие модуль иерархической структуры.

Другое замечание состоит в следующем. Одному и тому же классу функциональных структур мы поставим в соответствие четыре класса организации, отличающиеся, во-первых, усложнением характера деятельно-

сти (ростом разнообразия) и, во-вторых, модификацией функций координатора. Рассмотрим, например, случай (10.10) с помощью графической иллюстрации (рис.13.10).

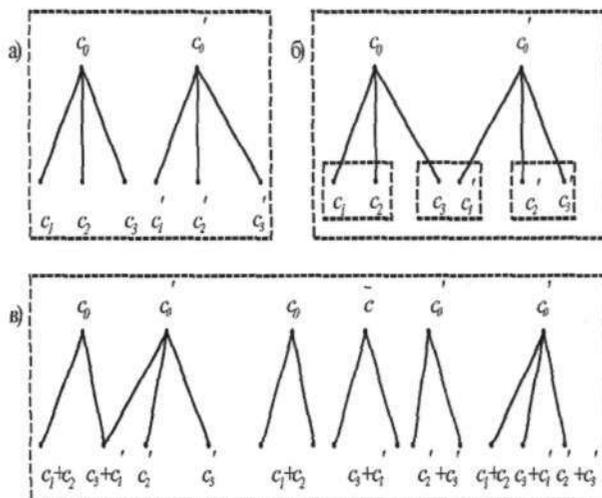


Рисунок 13.10 Графическая иллюстрация реорганизации организационной структуры:

- а) исходные модули;
- б) условия преобразования элементов нижнего уровня;
- в) некоторые возможные модификации координаторов

Пусть исходная функциональная система агрегирована поконтурно. Логично предположить, что при этом каждому контуру управления ставится в соответствие модуль организационной системы. При этом правило агрегирования функций неявно задает способ координации элементов внутри модуля:

$$S_{\phi}^k \rightarrow S_0^k.$$

В общем случае, если $S_{\phi}^k \rightarrow S_0^k$, возникает необходимость увеличения разнообразия управляющей системы путем наращивания уровней иерархии (рис.13.11).

При этом задача синтеза организационной структуры состоит в синтезе координатора S^0 , а относительно синтеза структуры модулей, вложенных в подсистемы S_{01}, \dots, S_{0q} , никаких предпосылок функциональная система не создает: системе предоставляется право самоорганизации. Координатор может лишь влиять на организацию работы подразделений

S_{0q} посредством установления принципов координации и правил типа «развязывания взаимодействий» или «оценки взаимодействий».

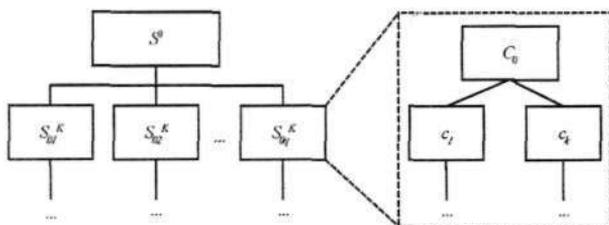


Рисунок 13.11 Создание нового эшелона в организационной системе

Чем выше уровень агрегирования функциональной системы, тем шире возможности самоорганизации многоэшелонной системы. *Решение проблемы самоорганизации* основывается на таком количестве субъективных факторов (психологических, мотивационных), что их формализация в общем случае невозможна.

В таблице 13.1 заштрихованная часть соответствует области, где реализуются принципы самоорганизации. В остальных клетках – место для ограничений, отражающих различные способы построения организационной структуры системы для различных вариантов ее алгоритмической структуры.

Таблица 13.1 Характеристика способов построения организационных структур

	S_0^A	S_0^K	S_0^M	S_0^{K-M}
S_ϕ^A	$\forall_j \sum_{k=1}^K z_{jk} = 1$ $\forall_k \sum_{j=1}^J z_{jk} = 1$	$\forall_j \sum_{k=1}^K z_{jk} \geq 1$ $\forall_k \sum_{j=1}^J z_{jk} > 1$	$\exists_k \sum_j z_{jk} = 1$ $\exists_k \sum_{j'} z_{j'k} = 1$	$\exists_k \sum_j z_{jk} > 1$ $\exists_k \sum_{j'} z_{j'k} > 1$
S_ϕ^K		$\forall_q \sum_l z_{lq} = 1$	–	$\exists_q \sum_l z_{lq} = 1$
S_ϕ^M		–	$\forall_q \sum_l z_{lq} > 1$	$\exists_q \sum_l z_{lq} > 1$
S_ϕ^{K-M}				$\forall_{iq} \sum_l \sum_q z_{lq} = 1$

Таким образом, задача синтеза организационной структуры может быть реализована с использованием комбинаторного метода. Задача оценки динамики функционирования многоконтурной системы с выбранным вариантом ее организационной оценки может выполняться методами ими-

тационного моделирования для каждого варианта структуры многоконтурной системы, полученной при решении задачи синтеза.

Необходимость имитационной процедуры подчеркивает следующее соображение. Пусть организационная структура системы управления корпоративного типа схематично представлена так, как это показано на рис.13.12.

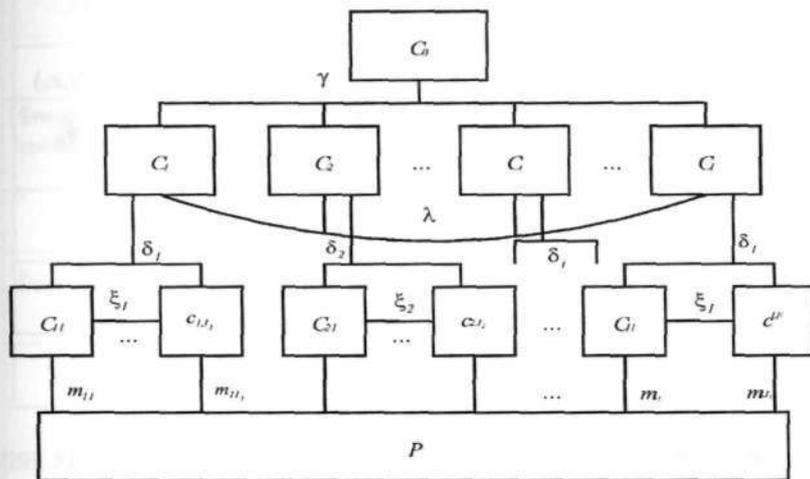


Рисунок 13.12 Трехуровневая иерархическая оргструктура управления процессом P

Организация управления сочетает линейную и штабную структурные формы на верхних уровнях иерархии и матричную на нижнем.

Элемент C_0 – администратор системы, основная функция которого заключается в координации работы «штабов» C_i ($i = \overline{1, I}$) с помощью координирующих воздействий γ . Внутриуровневая координация между подсистемами C_i осуществляется с помощью компаундирующих связей λ . Функциональное назначение элементов C_i – координировать и быть координируемыми. Сигналы δ_i , генерируемые этими подсистемами, координируют деятельность управляющих подсистем c_{ij} , которые вырабатывают управляющие сигналы m_{ij} . Компаундирующие связи между подсистемами, контролируемые общим координатором C_i , обозначим ξ_j .

Процесс синтеза описанной структуры содержит процедуры, представленные в таблице 13.2, и осуществляется на основе исходной функциональной структуры, классифицированной в соответствии с правилами $\langle \gamma_1(S_\Phi), \gamma_2(S_\Phi) \rangle$, как это было показано выше.

Таблица 13.2 Соответствие функциональных структур определенно-го класса задачам синтеза организационной структуры

Классы функциональных структур	Задачи синтеза фрагментов организационной структуры				
	$Q(m_{ij}, c_{ij})$	$Q(\xi_b, c_{ij})$	$Q(\delta_b, c_i)$	$Q(\lambda, c_{ij})$	$Q(\gamma, c_b)$
S_Φ^A	$p \approx 1$				
S_Φ^K		$p \approx 1$	$p < 1$		
S_Φ^M			$p \approx 1$	$p \approx 1$	$p < 1$
S_Φ^{K-M}					$p \approx 1$

Заполненные клетки таблицы 13.2 характеризуют вероятности того, что, основываясь на конкретном классе функциональной структуры, удастся построить допустимые варианты соответствующих фрагментов оргструктуры. Как видно, заполненные клетки сгруппированы в области главной диагонали. Незаполненные клетки характеризуют области самоорганизации: слева от диагонали – задачи внутренней самоорганизации, справа – задачи внешней самоорганизации.

Становится ясно, что особую сложность будет вызывать проблема синтеза оргструктуры новой функциональной системы управления, не имеющей однозначных аналогов. С помощью имитационного подхода можно исследовать гипотетические организационные системы и в ходе имитационного эксперимента проверить управленческие гипотезы, проявляющиеся в процессе самоорганизации.

При разработке имитационной модели можно использовать *дедуктивный подход*: основываясь на методах теории регулирования, ввести известные передаточные функции и в соответствии с ними имитировать различные варианты организационной структуры путем соответствующего подбора параметров адаптации, как это было показано, например, у П. Эртли-Каякоба. При таком подходе можно использовать следующее руководство к моделированию (табл.13.3).

Таблица 13.3 Эквивалентные элементы систем регулирования и организации

Система регулирования	Организация
Регулятор	Субъект решения (администратор, руководитель, группа).
Автономный регулятор	Руководитель, координатор, группа координации
Объект регулирования	Процесс, подлежащий регулированию (цех, отдел, предприятие и т.д.)
Измерение, обратная связь, сравнение заданной величины с фактической	Контроль, сопоставление цели с достигнутым состоянием
Задающее воздействие	Целевая функция, плановый показатель
Регулируемая величина, фактическое значение	Величина, подлежащая регулированию, фактическое значение показателя
Управляющее воздействие	Распоряжение, приказ, стимул
Функция агрегирования	Уплотнение данных, сжатие информации
Функция дезагрегирования	Распределение задания по исполнителям
Коэффициент усиления регулятора (П-регулятор)	Право принимать решения с учетом возможности их выполнения
Децентрализация усиления регулятора	Делегирование полномочий принимать решения
Равномерное распределение усиления регулятора	Предоставление права принимать решения
Резервирование (параллельное включение элементов)	Желательное или нежелательное дублирование
Иерархически-избыточное разделение	Горизонтальная координация
Устойчивость (линейные системы)	Работоспособность организации (возможность компенсации с течением времени возникающих помех)
Неустойчивость (линейные системы)	Неработоспособность организации (лавинообразное нарастание помех)
Интеграл от квадратической ошибки	Степень достижения цели организации (максимальное достижение цели при минимальном значении интеграла от квадратического отклонения)

Пример модели организации, построенной методами теории регулирования (по П.Эртли-Каякобу)

В качестве модели приводится система линейного двухпараметрического регулирования с иерархической структурой (рис.13.13).

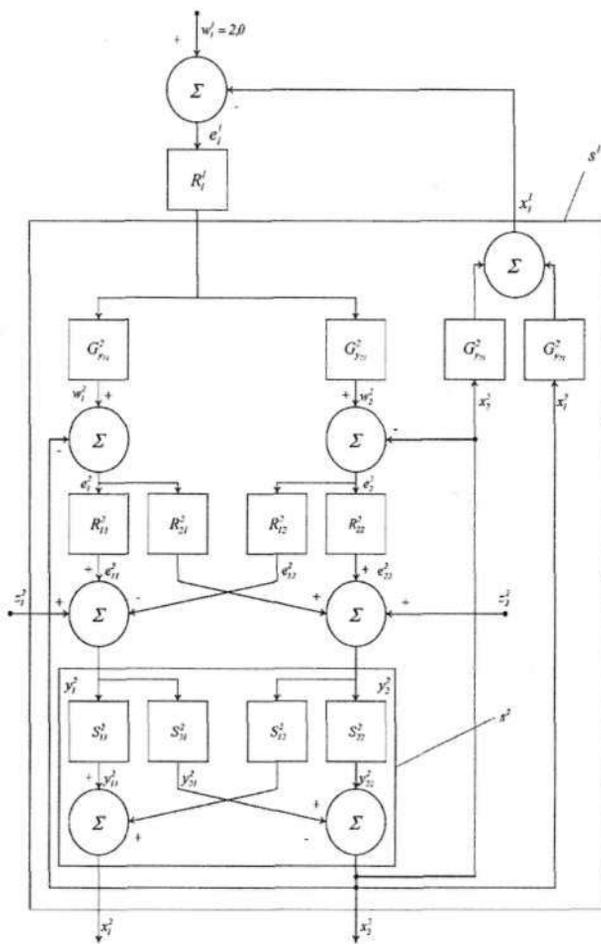


Рисунок 13.13 Представление сложной организации в виде системы регулирования

В терминах теории регулирования система представлена «главным регулятором» $R_1^1(S)$, которому подчинены два вспомогательных регулятора $R_{11}^2(S)$ и $R_{12}^2(S)$. Для объекта регулирования были выбраны *передаточные функции* второго порядка:

$$S_{11}^2(S) = \frac{1 + sT_{11}}{(1 + sTT)^2};$$

$$S_{12}^2(S) = \frac{1 + sT_{12}}{(1 + sTT)^2};$$

$$S_{21}^2(S) = \frac{1 + sT_{21}}{(1 + sTT)^2};$$

$$S_{22}^2(S) = \frac{1 + sT_{22}}{(1 + sTT)^2}.$$

Обращая матрицу объекта регулирования, получим выражения для *матриц автономных регуляторов* (все переменные являются функциями оператора Лапласа):

$$R_{11}^2 = \frac{S_{22}^2}{S_{11}^2 S_{22}^2 - S_{12}^2 S_{21}^2} S_{11}^2 R_1^2;$$

$$R_{21}^2 = \frac{-S_{22}^2}{S_{21}^2 S_{22}^2 - S_{12}^2 S_{21}^2} S_{11}^2 R_1^2;$$

$$R_{22}^2 = \frac{S_{11}^2}{S_{11}^2 S_{22}^2 - S_{12}^2 S_{21}^2} S_{22}^2 R_2^2;$$

$$R_{12}^2 = \frac{-S_{22}^2}{S_{11}^2 S_{22}^2 - S_{12}^2 S_{21}^2} S_{22}^2 R_2^2.$$

Параметры R_1^2 и R_2^2 представляют собой требуемые *переходные характеристики регуляторов несвязанных контуров регулирования*.

В целях простоты выбирается переходная характеристика пропорционального регулятора (П-регулятора), то есть *постоянные значения параметров*:

$$R_1^2(s) = \bar{R}_{11}^2; \quad R_2^2(s) = \bar{R}_{22}^2.$$

Подставляя передаточные функции объектов регулирования в уравнения для условий развязки, получают следующие *передаточные функции для развязывающих регуляторов*:

$$R_{11}^2(s) = \frac{\frac{\bar{R}_{11}^2}{2} [1 + s(T_{11} + T_{22}) + s^2 \cdot T_{11} \cdot T_{22}]}{1 + \frac{s}{2}(T_{11} + T_{22} + T_{12} + T_{21}) + \frac{s^2}{2}(T_{11} \cdot T_{22} + T_{12} \cdot T_{21})};$$

$$R_{21}^2(s) = \frac{\frac{\bar{R}_{11}^2}{2} [1 + s(T_{11} + T_{21}) + s^2 \cdot T_{11} \cdot T_{21}]}{1 + \frac{s}{2}(T_{11} + T_{22} + T_{12} + T_{21}) + \frac{s^2}{2}(T_{11} \cdot T_{22} + T_{12} \cdot T_{21})};$$

$$R_{22}^2(s) = \frac{\frac{\bar{R}_{22}^2}{2} [1 + s(T_{11} + T_{22}) + s^2 \cdot T_{11} \cdot T_{22}]}{1 + \frac{s}{2}(T_{11} + T_{22} + T_{12} + T_{21}) + \frac{s^2}{2}(T_{11} \cdot T_{22} + T_{12} \cdot T_{21})};$$

$$R_{12}^2(s) = \frac{\frac{\bar{R}_{22}^2}{2} [1 + s(T_{12} + T_{22}) + s^2 \cdot T_{12} \cdot T_{22}]}{1 + \frac{s}{2}(T_{11} + T_{22} + T_{12} + T_{21}) + \frac{s^2}{2}(T_{11} \cdot T_{22} + T_{12} \cdot T_{21})}$$

Для элементов агрегирования и дезагрегирования принято звено запаздывания первого порядка.

Все элементы объектов регулирования S_{ij}^2 (рис. 13.13) можно задать передаточными функциями следующего вида (вместо SA , SB , SC нужно подставить соответствующие параметры):

$$S(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1 + s \cdot SA}{1 + s \cdot SB + s^2 \cdot SC},$$

откуда

$$Y(1 + s \cdot SB + s^2 \cdot SC) = X(1 + s \cdot SA)$$

или в виде дифференциального уравнения

$$y + SB \cdot y' + SC \cdot y'' = x + SA \cdot x'$$

Или то же соотношение в форме интегрального уравнения будет иметь вид:

$$y(t) = \frac{1}{SC} (\iint x \cdot dt^2 + SA \int x \cdot dt - \iint y dt^2 - SB \int y dt)$$

Соответствующая аналоговая модель контура регулирования приведена на рис. 13.14.

Модель, приведенная на рис. 13.14, программируется как макрофункция, где $IC1$ и $IC2$ – начальные условия для интеграторов, для имитации вариантов оргструктуры.

Представленная модель «механистична», и область ее применения ограничена: с ее помощью можно проверить ряд гипотез относительно по-

ведения реальной системы, структура которой задана. Такой образ действий характерен для дедуктивного исследования организационной системы.

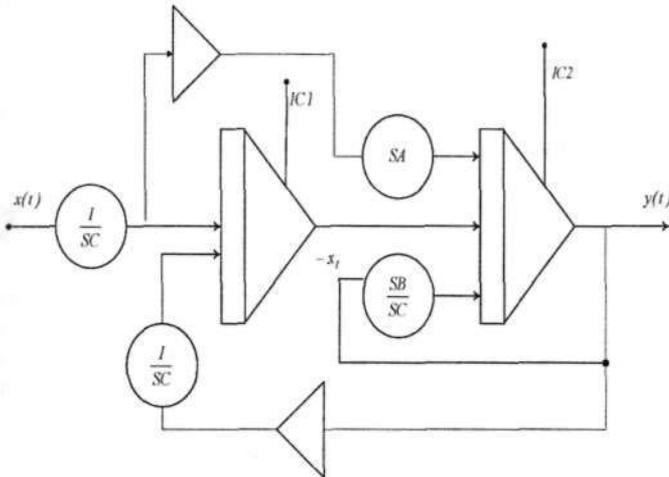


Рисунок 13.14 Аналоговая модель контура регулирования

Существует возможность использовать *индуктивный подход*, то есть построить адекватную модель организационной структуры. В этом случае можно воспользоваться методами системной динамики.

ГЛАВА 14 ПОДХОД СТАФФОРДА БИРА К СИНТЕЗУ ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

...Задача нашей модели заключается в том, чтобы показать, как работает организация, а не в том (как это многие представляют), чтобы избавить систему от избыточности и таким образом повысить ее эффективность.

Как правило, при вдумчивом всестороннем изучении жизнеспособных организмов и институтов в них обнаруживаются все рассмотренные нами структурные элементы. При этом могут встречаться и дополнительные, и чрезмерно разросшиеся звенья, которые можно исключить. Но, в основном, диагностируются ключевые звенья, которые характерны для нашей модели и существуют почти в рудиментарном или отмирающем состоянии ... Наряду со структурными элементами нам необходимо изучить проблему эффективности информационных потоков, в частности, проблему фильтрации информации и относительной задержки срабатывания различных организационных цепей.

Короче говоря, наша модель предназначена для использования в качестве диагностического инструмента.

Мы моделировали существующие организации, а затем задавались вопросом, соответствуют ли все элементы этих организаций требованиям жизнеспособности, подходя к этой проблеме с нейрофизиологической точки зрения. Следует, однако, напомнить, что такой подход не сделал нашу модель организационной схемой.

Было бы ошибкой предполагать, что каждое подразделение ныне существующих организаций отражено в модели соответствующим прямоугольником или потоком его управленческих решений, как это представляют большинство кибернетиков. Как выясняется, структурные подразделения должны отражаться в модели в виде ряда выполняемых ими функций, важных с точки зрения обеспечения жизнеспособности структурных подразделений как систем. Это вполне оправдано в том смысле, что сумма их вкладов соответствует кибернетическим требованиям функционирования предприятия. Но тут-то обычно и возникают проблемы. В соответствии с кибернетическими требованиями некоторый элемент предприятия должен выполнять определенную функцию. Но он ее не выполняет, поскольку этим уже занимается другой элемент, причем абсолютно не тот, которому следовало бы этим заниматься. Такое положение вещей не может служить предлогом к тому, чтобы просить предприятие перевести всю его организационную терминологию на предлагаемый

нами язык только для того, чтобы поместить на входе бронзовую вывеску «кибернетически организованная компания». Тем не менее, иногда полезно привести существующие подразделения и их взаимосвязи в более строгое соответствие с нашей кибернетической моделью. Решение, которое примет организация в подобной ситуации, зависит, в основном, от результатов ее обследования, а это уж ее собственное дело.

Однако модель жизнеспособной системы...не имеет смысла на локальном уровне. Она представляет собой значительное обобщение. Ее можно сравнить с нейрофизиологической системой ...

Прежде всего, стоит отметить метасистемный характер пятиуровневой иерархии и тот мощный металогический факт, что любое подразделение системы является микрокопией системы в целом. ... Этот урок мы извлекли из биологии, где постоянно встречаемся с генетической копией целого в каждой его клетке. Это означает, что структура организации точно воспроизведена в рамках каждого ее подразделения, структура которого в свою очередь воспроизведена в рамках составляющих его элементов. И так до бесконечности. То есть вся система воспроизводится в каждом подразделении каждого подразделения системы, говоря иными словами, в каждом меньшем контуре внутри более крупного. Именно этот рекурсивный характер делает нашу схему полезной для любой организации. Кибернетика извлекла этот теоретический урок из формальной логики, а его практическое использование следует из генетики.

Стаффорд Бир

14.1 Проектирование автономии подразделений жизнеспособной системы

Когда говорят об автономии в организме человека или на предприятии, имеют в виду, что та или иная их часть или определенная функция сама отвечает за свое регулирование. Необходимо, чтобы крупные части любой такой сложной организации работали фактически автономно. Если бы каждый аспект деятельности предприятия, каждое малое решение доводилось до верхнего уровня и анализировалось им, то работа на таком предприятии быстро пошла бы на спад вплоть до полной остановки. То же самое и по той же причине произошло бы и с организмом человека. Обе системы используют **автономное управление**, то есть управление на таком уровне, когда не требуется принятия осознанных решений всем организмом в целом.

С точки зрения всего организма, будь то человек или предприятие, автономные функции весьма важны для поддержания устойчивого внутреннего состояния. Но ни мозг, ни правление предприятия не смогут добиться проведения в жизнь избранного курса, если внутренние органы сис-

темы станут действовать полностью по своему усмотрению. Хорошо управляемая производственная система не должна «перегреваться» ни в отношении ее кадров, ни в отношении ее оборудования. Стоимость и качество должны поддерживаться в физиологических границах, то есть они должны варьировать в достаточно узких пределах, приемлемых для здоровья всего организма, а запасы материалов не должны превышать величины, позволяющей избежать простоев. Правление компании предполагает, что ее автономное внутреннее управление может справиться с этими проблемами, а сознание человека ожидает того же самого от своей автономной нервной системы.

Любая организация нуждается в обеспечении некоторыми ресурсами, необходимыми для работы операционных элементов. Это – отправная точка для проектирования процесса обеспечения ресурсами.

Система 3, которая наблюдает за операционными элементами, должна рассматривать эту функцию в финансовом аспекте, то есть быть заинтересованной в максимальной экономической выгоде для предприятия.

Одной из задач системы 3 является *распределение ресурсов* между элементами. Обычно это происходит так: на ежегодном собрании каждый из модулей говорит о своих потребностях, после чего система 3 пытается распределить ресурсы предприятия оптимальным образом, используя в качестве критерия экономическую оптимальность производства. Этот процесс продолжается до тех пор, пока все требования операционных элементов не будут удовлетворены, или не будет достигнуто оптимальное состояние в работе этих элементов. В большинстве случаев распределение ресурсов происходит один раз в год, после чего каждый операционный элемент выполняет задание согласно полученным инструкциям и направлениям работы.

При этом, как правило, каждому отделу назначается бюджет и перед каждым отделом стоит простая задача: поддерживать ход событий в нормальном состоянии. В случае экономических проблем, возникших в одном из элементов, вся система может даже некоторое время и не знать о случившемся, если это катастрофически не отражается на продуктивности всей системы в целом. Этому элементу позволяют работать до тех пор, пока он не влияет на производительность системы в целом, то есть находится в определенных рамках. Таким образом, *для каждого элемента выделена сфера деятельности, которая не только четко определена, но и не пересекается с деятельностью других элементов.*

Каждый отдел должен обосновать продуктивность своей работы, доказать ее эффективность с точки зрения экономичности, чтобы обеспечить равномерное использование ресурсов всеми модулями. В данном случае система 3 предназначена для повышения эффективности распределения ресурсов между модулями на определенном уровне абстракции.

Возникает проблема управления вмешательством, заключающаяся в установлении определенных норм поведения в условиях предоставления каждому операционному элементу автономии.

Первая стадия решения данной проблемы заключается в своевременном отражении изменений эффективности системы в модели жизнеспособной системы (VSM).

Вторая стадия заключается в определении чистой производительности операционного элемента, к которой необходимо стремиться.

На *заключительной стадии решения проблемы* вырабатывается стратегия, использование которой поможет найти выход из сложившейся ситуации.

Следует помнить, что решению поддаются практически все проблемы. Просто необходимо систематически стремиться к поиску решения.

Пример: пусть имеется некоторое предприятие, на котором производительность падает на 85 % по сравнению с обычным уровнем производства, и улучшения не намечаются в течение 10 дней. В данном случае для улучшения текущего состояния системы возникает необходимость нарушить автономность работы системы и применить внешние воздействия. Только таким образом можно решить возникшую проблему, так как без вмешательства в данный процесс других систем нельзя выйти из сложившейся ситуации.

Основные замечания к правилам вмешательства:

- предварительное согласование всех взаимосвязей между системой 3 и операционным элементом;
- определение промежутка времени, в течение которого операционный элемент будет пытаться решить проблему самостоятельно и по истечении которого автономия данного объекта будет нарушена (к решению проблемы подключится система 3). Немедленное вмешательство системы 3 в решение возникающих в каждом из операционных элементов проблем подорвало бы как их автономию, так и жизнеспособность всей системы в целом;
- разработка стратегии поведения системы в случае опасности, то есть возможности разрушения. Она должна отвечать всем требованиям безопасности, предъявляемым к системе.

Политика системы 3 заключается в поощрении автономии операционных элементов. В то же время необходимо непрерывное взаимодействие операционных элементов и системы 3. Следовательно, модуль должен быть свободен, чтобы преследовать собственную цель и удовлетворять потребности среды, но в рамках установленных ограничений, т.к. он является частью целого.

Проектирование автономии подразделений жизнеспособной системы включает три этапа:

- I. обеспечение равновесия внутренней среды;
- II. обеспечение информацией;

III. обеспечение равновесия с внешней средой.

На *первом этапе* необходимо изучить строение различных частей проектируемой системы и определить степень влияния каждого элемента на жизнеспособность системы в целом. *Внутренняя среда* жизнеспособной системы *состоит* из всех ее (операционных) подразделений и тех частей, которые предназначены для анализа внутреннего состояния и эффективности функционирования системы.

Применяется следующий *подход к обеспечению внутреннего равновесия*:

- максимизация автономности работы каждого из модулей таким образом, чтобы основная часть проблем возникла не на глобальном уровне, а на уровне операционных элементов;
- исследование функциональных взаимосвязей между операционными элементами жизнеспособной системы;
- изучение вариантов условий функционирования каждого из операционных элементов (например, возможно, они все используют одних и тех же поставщиков и, таким образом, можно извлечь выгоду из оптовой закупки);
- оптимизация распределения ресурсов между операционными элементами;
- исследование функций координации и планирования;
- обеспечение метасистемы своевременной информацией о функционировании операционных элементов.

Сущность достижения внутреннего равновесия заключается в том, чтобы рассмотреть внутреннюю среду предприятия как систему автономных операционных элементов, работа которых должна координироваться метасистемой.

Пример (рабочий совет): в то время, как Ст. Бир работал, рабочие клали покрытие возле его дома. Двое рабочих клали на землю деревянные доски, чтобы определить уровень укладки покрытия. Через некоторое время прибыла другая бригада рабочих, которая должна была уже непосредственно заниматься укладкой покрытия. Они привезли с собой специальный агрегат, предназначенный для нагнетания жидкого покрытия. Ст. Бир спросил, что они собираются делать? Рабочие ответили, что собираются использовать этот агрегат для укладки покрытия. После чего приступили непосредственно к работе.

Теперь настал момент для анализа наблюдаемых действий.

В данной системе нет операционной автономии (рабочие не могли изменить местоположение укладываемого покрытия, они должны были делать то, что им приказали). Контроль за выполнением задания также отсутствовал (рабочие могли по своему усмотрению изменить положение покрытия, и ничто бы их не остановило).

Очевидно, решить такую, казалось бы, простую задачу достаточно непросто. Нельзя предпринять ничего «лишнего», т.к. все действия распланы как инструкция. Следовательно, нет никаких оснований для принятия самостоятельного решения. Заранее подготовленный план действий не сможет справиться со сложностями, возникающими на местах. Так как проведение каждого такого «мероприятия» - дело сложное и требующее значительных усилий, то контроль над выполнением этих заданий значительно усложнен.

Ст. Бир обсуждал эти проблемы с одним из рабочих, на что тот ответил: «Мы – всего лишь исполнители поставленного задания и не можем внести в решение такого рода задачи что-либо новое».

Любое подразделение управляется директором и при этом обладает относительной автономией. Это означает, что оно «делает, что хочет», но в определенных рамках, – оно принадлежит данному организму, что накладывает на него три *управленческих ограничения*:

1. Работать в целях всего организма

Цели всей организации и вытекающие из них указания передаются сверху вниз по вертикальной командной оси от системы 5, а их отчетность направлена снизу вверх по тем же каналам. Цели организации и указания должны быть во всех случаях тщательно доведены до сведения всех подразделений; предпочтительно, чтобы подразделения участвовали в их формировании. Здесь речь идет о «физиологии» системы, а не о ее логике; весь объем знаний о человеческом поведении для того и существует, чтобы помогать ответить на вопрос, как это сделать на конкретном предприятии.

Что касается логики, то не следует забывать, что подразделение не располагает всем метаязыком организации. Это значит, что цели корпорации невозможно выразить даже на языке системы 1. Отсюда следует, что работники подразделения, прежде всего, должны осознать свою причастность к делу корпорации и научиться говорить на ее метаязыке для того, чтобы затем научиться понимать ее проблемы. В противоречие широко распространенному утверждению оптимистов, работники подразделений часто не хотят этого делать. При наличии метаязыка всей организации сохраняется потенциал подразделений воздействовать на намерения всего организма, но методы для их реализации исчерпываются следующим:

- а) необходимостью подчиняться идущим сверху указаниям, которые передаются сверху вниз по командной оси (из системы 5);
- б) автономностью подготовки подразделением отчетной информации, представляемой системе 3.

Описанные здесь особенности работы подразделений отнюдь не очевидны, а их непонимание является главной причиной трений между периферией и центром почти во всех крупных организациях. Непони-

вание возникает как следствие того, что в штате любого подразделения всегда есть люди, которых можно назвать поименно, и которые, находясь внутри подразделения, выступают в роли представителей всей корпорации. Это означает, например, что руководитель подразделения, который по логике не может правильно понять цели корпорации, может являться членом ее правления, действующего как система 5. Следовательно, он помогает формулировать намерения корпорации, которые позже сам же и получит, но уже в качестве «уму непостижимых» указаний. Всякое важное лицо в большой организации, включая руководителя подразделения, часто и безбоязненно признает двойственность своих интересов. Но весьма редко можно встретить ситуацию, когда все участники подготовки корпоративного решения полностью осознают, кому из них и какая роль отведена в любой момент времени. Этот факт вполне можно считать исходной базой управленческой пупаницы во всем нашем современном обществе.

2. Действовать в координационных рамках системы 2

Директорат данного подразделения должен считаться с существованием других подразделений, на взаимодействии которых держится синергизм корпорации. Руководители подразделений не в состоянии — вновь по соображениям формальной логики — отвечать за этот факт. Так происходит потому, что у них на руках их собственная «корпорация», которой они управляют в рамках своего «контура», и, по их мнению, не может быть формального метода, который бы мог решить проблему двойственности их роли. Можно создать некий комитет для того, чтобы решить эту проблему, и, кроме того, отдельные люди могут (в силу их двойственной роли в организации) понять некоторые из возникающих здесь вопросов. Но практически руководитель подразделения должен быть целиком поглощен задачей эффективного управления своим подразделением так, как будто его подразделение предполагает поглотить все остальные, например, в борьбе за финансирование. Из этого следует, что управление должно быть возложено на центр регулирования корпорации, отвечающий за эффективность достижения целей, — систему 2.

Следует, однако, учесть, что руководителю подразделения довольно трудно выполнять свою двойственную роль в рамках системы 1 и, вероятно, системы 5. Принять на себя роль регулятора действий с позиции относительно низкого уровня управления — анафема на этот раз в физиологическом плане. Достаточно плохо, считает руководитель подразделения, принимать «указания сверху» от системы 5, находясь в положении человека, который частично сам принимал участие в их подготовке. Но регулирующие меры системы 2 представляют собой ни больше, ни меньше «всестороннее вмешательство людей, которые не знают что творят». Если эта проблема не будет преодолена, то, как

уверенно предсказывает кибернетика, такая организация обречена на опасное раскачивание.

3. Подчиняться автоматическому управлению системы 3

Внутренний гомеостаз корпорации сводится не просто к предотвращению раскачивания (за это отвечает система 2). Если синергизм корпорации должен поддерживаться постоянно, то есть при выполнении повседневных функций, то иногда возникает необходимость принести в жертву интересы одного из ее подразделений, но не в пользу всей корпорации (это другое дело, за которое отвечает система 5), а исключительно в пользу других подразделений. Трудности, возникающие в таком случае, хорошо известны из примеров многих крупных организаций. По объективным причинам может возникнуть необходимость в ликвидации целого подразделения. Это вполне может быть обосновано оптимизацией работы других подразделений, независимо от роли ликвидируемого подразделения в блестяще разработанном перспективном плане корпорации. Логично предположить, что такой конфликт ценностей может быть разрешен только на самом верхнем уровне.

Функционирование жизнеспособной системы требует полной и своевременной информации. В реальности информация, поступающая в блок принятия решений, может быть уже устаревшей, поэтому *необходимо использование ежедневных индикаторов эффективности.*

Динамика всей структуры рассматриваемой пятиуровневой иерархической системы управления *зависит* от возможности количественного выражения результатов функционирования каждого подразделения и предприятия в целом.

На уровне оперативного управления критерием эффективности могут выступать такие показатели, как производительность и рентабельность производства. Данные показатели наиболее часто используются в современной практике для оценки уровня достижений и, тем не менее, характеризуют эффективность функционирования лишь в краткосрочном периоде. С точки зрения предприятия как жизнеспособной системы деятельность подразделения должна предусматривать оценку, как в краткосрочном, так и в долгосрочном периоде. Представление о том, что себестоимость должна быть минимальной, а прибыль максимальной, не учитывает другие факторы, важные для обеспечения эффективности будущего функционирования данного подразделения. Предприятие всегда имеет неиспользуемые возможности, которые можно либо расширить с помощью нововведения, либо потерять (в обоих случаях без отражения этих перемен в себестоимости). Таким образом, учет производительности, себестоимости и рентабельности не выявляет плохого управления скрытыми ресурсами и поэтому является инструментом исключительно краткосрочного управленческого действия. Его использование имеет смысл только на уровне оперативного управления.

Чтобы оценить меру достижений подразделения, применяются *числовые индексы достижений*. Ст. Бир классифицировал достижения таким образом, чтобы предлагаемые измерители связывали потенциал с тем, что уже стало фактом.

Им были определены три *уровня достижений*:

1. *фактические* (то, что удастся получить в настоящее время при существующих ресурсах и ограничениях);
2. *наличные* (то, что, в принципе, можно получить при существующих ресурсах и ограничениях);
3. *потенциальные* (то, что удастся получить, если нарастить ресурсы и снять ограничения, действуя в рамках доступных средств).

Теперь появляется возможность приступить к разработке трех различных планов на будущее, каждый из которых построен на базе одного из трех уровней достижений.

Будет полезным усвоить следующие определения.

Программирование – это планирование на базе фактического уровня достижения; это просто программа, поскольку оно учитывает неизбежные изменения ситуации и не допускает возможности что-то предпринять для их устранения.

Целевое планирование – это планирование на базе наличного уровня достижения.

Нормативное планирование – это планирование на базе потенциального уровня достижения; оно устанавливает достижение потенциала в качестве своей цели, а поэтому связано с серьезным риском (возможно, крупного, решающего выигрыша, а, возможно, существенных потерь).

Но как бы ни осуществлялось планирование, то, что в результате получается, всегда называется *действительностью* – фактическим положением дел, а предлагаемые измерители достижений связывают возможность (потенциал) с тем, что к тому времени станет фактом.

Теперь еще несколько определений.

Производительность – это отношение фактически достигнутого к наличному.

Скрытая производительность – это отношение наличного к потенциальному.

Текущая производительность – это, с одной стороны, отношение фактически достигнутого к потенциальному, а, с другой, – отношение скрытой производительности к расчетной.

Если достижение полного потенциала принять за единицу (то есть за 100%), то меньшее из двух всегда должно быть числителем, а большее — знаменателем. Но не всегда эти термины можно записывать один за другим, поскольку то, в каком порядке они записываются, будет зависеть от того, что измеряется. Потенциал всегда лучше, чем наличный уровень, который в свою очередь всегда лучше фактической производительности. Но если мы, например, говорим о прибыли, то «лучше» здесь означает «больше».

ше», если же мы говорим о людских ресурсах, необходимых для выполнения работы, то «лучше» означает «меньше».

Заметим также, что **общая мера производительности** определяется как отношение фактической к потенциальной. Это означает, что наличная производительность находится между ними и может изменяться, никак не отражаясь на любой из них.

Теперь ответим на вопрос, *что будет с показателями достижений, если мы продолжим делать то, что делали всегда*, если достижения наличной производительности не изменятся (скажем, ничего не изменится во взглядах корпорации на научно-исследовательские и опытно-конструкторские работы), но, если руководство подразделений примется изменять производственные возможности.

Руководство могло этого добиться, изучив трудоемкость технологических операций, заключив новое соглашение с профсоюзом, укрепив дисциплину, подняв квалификацию руководителей или другими мерами. Ясно, что общий для всей корпорации индекс производительности при этом не изменится. В таком случае мера неиспользованного, скрытого потенциала увеличится (поскольку наличная производительность приблизится к потенциальной), а общая производительность упадет. Но если руководство в этих условиях сможет улучшить фактическую производительность, что оно, очевидно, и должно сделать, то все три показателя достижений возрастут.

Таковы три вида *измерителей*, которые *должны применяться* к оценке работы подразделений или, в частности, к оценке отдельного работника. Они могут применяться к оценке различных аспектов работы, например, рабочей силы или технологических возможностей предприятия. В таком случае эти индексы могут перемножаться для общей оценки работы предприятия. Каким бы образом это не выполнялось, может потребоваться изучение затрат времени на отдельные технологические процессы и исследование операций в существенных масштабах. Конечные индексы достижений просты и удобны для использования. Во всяком случае, все три индекса достижений должны расти.

Не может вызвать возражения использование численных показателей для измерения фактически достигнутой производительности. Серьезные возражения возникают относительно двух других числовых показателей. Если квалифицированно провести исследование операций, то можно будет подтвердить целесообразность использования числовых индексов, хотя сам процесс исследования и его обсуждение весьма полезны. Важно в таких случаях, что индексы наличных возможностей и потенциала, которые устанавливаются в некотором смысле произвольно, не могут самостоятельно изменяться. Хотя абсолютные значения индексов расчетной производительности и скрытых возможностей дают только приблизительную оценку, изменение этих показателей во времени обеспечивает нас действительно необходимой информацией.

Важно подчеркнуть, что нет необходимости в дальнейшей оценке деятельности компании привычным способом измерения себестоимости как единственно понятной нам формы отчетности. Вместо этого следует практиковать ранее предложенный метод и требовать, чтобы информационная система оценивала работу так, как это необходимо. В повседневной жизни эту работу выполняет мозг, используя свою способность к распознаванию и оценке по внешнему виду результата. Однако как менеджеры мы ищем другие способы – оценку по достигнутому.

Выходные показатели, получаемые в результате использования механизма оценки, синтезируемого центром регулирования подразделения, состоят из первичных данных, поступающих от его производственных участков. Эти данные нуждаются в сборе и такой организации, чтобы они были пригодны для обработки и дальнейшей передачи в центр регулирования подразделения.

Планирование заключается в разработке в рамках этих известных процедур ряда строительных блоков, прогнозирующих действительно достижимые цели. Отметим, что директорат может ограничить себя нормативными планами, а также (в сотрудничестве с другими подразделениями) стремиться к такому гармоничному синергетическому взаимодействию, которое поднимет уровень общих достижений до уровня возможного. Однако очень скоро в ответ на моторный выходной и сенсорный входной сигналы обнаружится, что управляющие воздействия должны базироваться на точных оценках того, что в действительности происходит. Теперь становится ясно, почему создание больших массивов в банках данных не поможет достижению этой цели. Нельзя заранее оценить каждый возможный вариант каждой возможной программы, а, значит, нет смысла в их хранении. Но как теперь можно видеть, возможность их приспособления при переходе от одной технической эпохи к другой будет еще меньше в свете тенденций их влияния на производительность труда. Выходом здесь может быть *создание количественных показателей*.

В запасе есть общая модель возможностей фирмы, которую не так уж сложно создать и реализовать, поскольку она идеализирована. Следовательно, по этой модели можно выбрать необходимые параметры для обеспечения реализации программы, как если бы мы намеревались создать идеализированную программу, базируясь на возможностях фирмы. Но прежде чем сложить вместе строительные блоки программы, необходимо взвесить и сопоставить с соответствующим индексом текущей производительности каждый пункт программы.

Программы действий в рамках подразделений, постоянно разрабатываемые указанным способом, должны сосредотачиваться в оперативном центре, как это требуется на синаптическом этапе взаимодействия. В качестве примера можно представить себе переход всех на работу по рабочим картам, которые будут введены в производственных цехах любым из принятых способов.

Следует приветствовать сопряжение использованного нами подхода расчета относительных показателей контролируемых переменных с управляющими параметрами системы. Эти параметры могут выражаться в загрузке станков, рабочем времени, численности работающих и других показателях, которые заранее определяются общей идеальной моделью. В таком случае с колебаниями себестоимости мы должны обращаться точно так же. Действительная себестоимость должна увязываться с каждым ресурсом, использованным на идеальном (наличном) уровне. Это означает, что согласно модели, можно сразу же определить идеализированную стоимость при заданной активности производства. Но компоненты этой себестоимости могут изменяться каждый в отдельности (наряду со всеми другими параметрами деятельности) в соответствии с предписанным классом производительности, рассмотренным в процессе программирования. Следовательно, нам предстоит прогнозировать все стороны деятельности как промежуточный продукт. Более того, по завершении этой работы мы, конечно, должны быть в состоянии дать оценку стоимости как исторического процесса окончательного измерения производительности для каждого вида деятельности на данном производстве.

14.2 Система регулирования деятельности подразделений

Любая система все время пытается выйти из состояния равновесия, и *задача системы 2* заключается в борьбе с колебаниями системы. Необходимо их сгладить, а в идеале – полностью затушить.

Конфликты между операционными элементами возникают из-за того, что каждый из них пытается «взять» для себя большее количество ресурсов, но не надо забывать, что все операционные элементы работают не в отдельности, а в тесной взаимосвязи, и их совместную работу нужно оптимизировать.

История становления системы 2

Все началось с того, что в одной компании был склад, в котором контейнеры располагались по трем этажам. Контейнеры перемещались между ними с помощью специальных подъемников через отверстия в этажах. Иногда для контейнера, направленного на третий этаж, не находилось свободного места, и администратор этого этажа отправлял его на нижний уровень. Администратор 2-го этажа рассуждал так: «Этот контейнер направлен не ко мне. Его место на 1-ом или на 3-ем этаже» и отправлял его дальше. Таким образом, этот контейнер «путешествовал» по этажам, не находя себе места. Это движение было подобно движениям всемирно известной игрушки «Йо-Йо». Оно возникало, по определению Стаффорда Бира, в связи с конфликтом интересов операционных модулей.

Решение этой локальной проблемы заключается в организации возможности общения администраторов каждого этажа и совместного определения места для контейнеров.

Общей стратегией для системы 2 в этом случае является набор правил для распределения контейнеров. Если эти правила будут выполняться, то колебания будут возникать реже.

Ст. Бир приводит множество примеров нестабильности в промышленности, которые ведут к колебаниям. Например, в Ст. Бир заметил, что запасы сырья в производственном цехе постепенно уменьшаются. Иногда они оказывались на очень низком уровне, и производство практически останавливалось; а иногда запасы были очень велики, и возникала проблема их хранения, связанная с нехваткой места.

И тут на помощь должна прийти система 2, призванная обеспечивать стабильную и согласованную работу операционных элементов. Для разных систем она будет выполнять различные действия, однако ее функции остаются неизменными.

Довольно часто при рассмотрении небольших организаций проблемы нестабильности решаются довольно просто, но как только рассматривается более крупное предприятие, нестабильность проявляется в более явном виде.

Принцип работы системы 2

Система 2 является метасистемой, подводящей промежуточные итоги работы всех систем 1. *Механизм системы 2* сводится к взаимной увязке работы центров регулирования подразделений и центра регулирования деятельности корпорации. Таким образом, правильнее будет представить систему 2 как интерфейс между системами 1 и системой 3. Она участвует в деятельности обеих систем.

Взаимодействие подразделений порождает чрезвычайно высокое разнообразие, поэтому колебания, возникающие в процессе взаимодействия, не могут быть погашены системами 1 из-за отсутствия необходимого разнообразия. С другой стороны, метасистема тоже не должна вмешиваться в этот процесс, так как для поддержания автономии систем 1 ее вмешательство должно быть минимальным. *Функцию обеспечения логического взаимодействия между элементами жизнеспособной системы выполняет система 2.* Связь системы 2 с системами 1 и метасистемой представлена на рис. 14.1.

Необходимость в системе 2 доказывается тем, что она – единственное средство, с помощью которого предотвращаются неуправляемые колебания, возникающие между различными подразделениями. Рассмотрим, как это происходит.

Предположим, что подразделение *B* получает в качестве сырья конечную продукцию подразделения *A*.

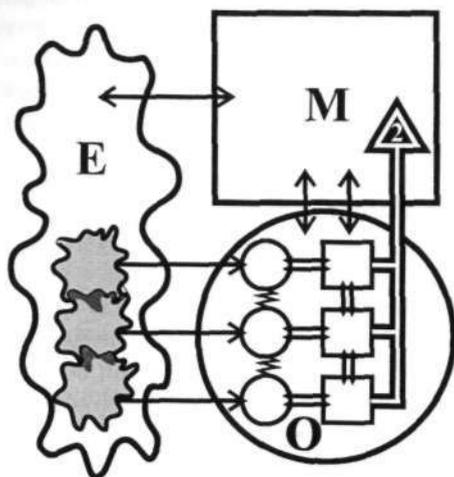


Рисунок 14.1 Связь системы 2 с системами 1 и метасистемой

Требования на эти полуфабрикаты, их приемка, дальнейшая обработка и накладные представляет собой информацию, которая должна двигаться по вертикальному каналу от систем 1 к системе 2 (рис. 14.1).

Прежде всего, рассмотрим, как осуществляется *процесс подготовки требований*. В большинстве фирм требования на продукцию подразделения *A* через определенные промежутки времени подготавливаются подразделением *B* и направляются им в подразделение *A*. Однако в большинстве случаев такая немудреная процедура – ритуал, который, по мнению большинства, выполняется во имя финансовой отчетности подразделений, что противоречит замечаниям о непрерывности планирования и управления.

Подразделение *A* хорошо знает объем своих поставок подразделению *B* и производит в данное время столько продукции, сколько ее потребляет подразделение *B*, если, конечно, нет межцехового запаса полуфабрикатов. В последнем случае могут быть использованы более сложные правила управления производством полуфабриката в подразделении *A* для удовлетворения нужд *B*. Но в заданный период реальная потребность в данном полуфабрикате будет одинакова для подразделений *A* и *B*. Если бы это было не так, то запас стал бы бесконечно большим, или в подразделении *B* из-за недопоставки простаивали бы станки.

Начнем с замечания о *материальных потоках*, которые, как бы мы ими не управляли для удовлетворения потребностей обоих подразделений, должны соответствовать действительным потребностям подразделения *B*. Они колеблются в соответствии с объемом его заказов. Теперь предположим, что вследствие комплекса причин возможности подразделения *A*

уменьшились, и это сказалось на его производительности. Предположим далее, что производительность упала настолько, что стала ниже среднестатистического значения поставок нужной ему группы изделий. В подразделении *A* это будет замечено, будет произведена корректировка планов, что скажется на общей производственной программе компании. Будет задействован директорат, члены которого сделают то, что они должны сделать в данной ситуации – восстановить производство до первоначального уровня.

Следующий вопрос: влияние всего этого процесса на подразделение *B*, снабжение которого теперь нарушено. В системе с общепринятой структурой возникают споры по поводу того, предупреждать ли официально об этом подразделение *B* или нет, и если да, то когда.

Теперь несколько усложним этот пример. Предположим, что не только подразделение *B*, но и подразделения *E*, *F* и *D* используют изделия подразделения *A* в качестве полуфабрикатов. Возможно, подразделение *B* может взять их из запасов подразделения *E*, *F* или *D* взаймы. Но работа этих подразделений теперь тоже под угрозой срыва. Внезапно вместо сотрудничества обнаруживается конкурентная борьба, и, как показывает опыт, именно в такой ситуации нарушаются все связи.

В и без того сложную ситуацию вводится игровой элемент. Тот факт, что все это может произойти (произошло, часто случается), приводит к тому, что снабженческие подразделения начинают весьма осторожно подходить к своим запасам и стараются их увеличить. Финансовое руководство перепугано (поскольку это сказывается на программе капиталовложений) и тоже включается в разбирательство. Тем временем все заинтересованные изобретают правила и процедуры для того, чтобы справиться с ситуацией, считая предлагаемые меры справедливыми, направленными на сотрудничество и оптимальными. Однако теперь люди будут разыгрывать ситуацию как покер: доверие потеряно, вступают в действие неформальные связи на уровне подразделений, чтобы обезопасить местные интересы и т.д., что приводит к раскачиванию всей компании.

Но у системы 2 двойная задача. Во-первых, изменение производительности подразделения *A* автоматически переносится на другие подразделения, центры регулирования которых немедленно оценят его влияние на их производственные планы и программы, пересмотрят меры для обеспечения собственных запасов. Во-вторых, центр регулирования всей корпорации, получив информацию о произошедших изменениях, сможет оценить все последствия сложившейся ситуации с более высокого уровня. Он доложит результат системе 3, которая находится на вертикальной командной оси, и предпримет соответствующие управленческие меры, подключив в случае необходимости систему 5. Таким образом, центр регулирования всей корпорации взаимодействует, например, с системой 3, так же, как вход синапса на горизонтальной командной оси напрямую взаимодействует с системой 1.

Возможно, главный смысл всего этого механизма заключается в его автоматической простоте и, следовательно, в его быстродействии. Сообщение о том, что произошли некоторые изменения, автоматически направляется из центра регулирования подразделения в:

- а) директорат подразделения;
- б) другие центры регулирования;
- в) центр регулирования всей корпорации, откуда, если потребуется, далее в систему 3.

Задача руководства подразделения, прежде всего, разобраться в том, что случилось, что к этому привело, и какие меры надо предпринять.

Колебания системы – факт, с которым надо бороться. Поэтому *центр регулирования подразделения обязан* перепрограммировать его работу.

Другие подразделения должны оценить последствия и быстро сообщить об этом в центр регулирования всей корпорации, который должен быстро принять корректирующие меры через свой механизм регулирования или (когда дело касается прерогатив руководства) через систему 3 и командную ось.

Антиколебательная функция системы 2 проявляется в синхронизации производства, когда каждое подразделение ПЭС своевременно производит и поставляет другим подразделениям готовую продукцию в заданном объеме и номенклатуре. При этом обеспечиваются минимальные затраты, связанные с хранением продукции, минимальные потери, связанные с недопоставкой продукции одного подразделения другому, а также оптимальное распределение ресурсов между подразделениями. Обеспечение синхронизации производства производится на основе решения следующей задачи стохастического программирования.

Введем обозначения:

l – подразделение ПЭС, производящее продукцию j , $l \in L, j = 1, \dots, J_j$;

z – подразделение ПЭС, потребляющее продукцию j , $z \in Z$;

f – вид производственного оборудования подразделения l , $f = 1, \dots, F_l$;

p – вид материального ресурса, $p = 1, \dots, P$;

$x_{l|z}, y_{z|l}$ – случайные величины объема производства и потребления продукции j подразделениями l и z соответственно;

$x_{l|z}^s, y_{z|l}^s$ – страховые запасы продукции j , которые определяют область маневрирования подразделений l и z соответственно;

$\hat{x}_{l|z}$ – объем фактически отгруженной подразделением l подразделению z продукции j .

Целевая функция задачи имеет вид:

$$F(x, y) = M \sum_j f(\hat{x}_{l|z}(t), y_{z|l}(t)) \rightarrow \min \quad (14.1)$$

где M – символ математического ожидания;

$f(\hat{x}_{jz}(t), y_{zjl}(t))$ – штрафная функция, которая имеет вид:

$$f(\hat{x}_{jz}(t), y_{zjl}(t)) = \max \{ \gamma'(y_{zjl}(t) - \hat{x}_{jz}(t) - y_{zjl}^s(t)), \\ [\gamma_l^*(x_{jz}(t) + x_{jz}^s(t-1) - \hat{x}_{jz}(t)) + \gamma_z^*(\hat{x}_{jz}(t) + y_{zjl}^s(t-1) - y_{zjl}(t))] \}, \quad (14.2)$$

где γ' – потери ПЭС, связанные с недопоставкой продукции j подразделением l подразделению z продукции j ;

γ_l^* , γ_z^* – затраты, связанные с обеспечением страхового запаса продукции j в подразделении l и z соответственно.

Ограничение по фонду времени работы оборудования:

$$\sum_{j=1}^{J_l} a_{jlf} x_{jl}(t) \leq A_{lf}(t), \quad f = 1, \dots, F_l; \quad l = 1, \dots, L, \quad (14.3)$$

где a_{jlf} – норма затрат времени оборудования вида f для производства продукции j в подразделении l ;

$A_{lf}(t)$ – доступный фонд времени работы оборудования вида f в подразделении l в момент времени t ;

Данное ограничение составляется для каждого подразделения $l = 1, \dots, L$ по каждому виду оборудования $f = 1, \dots, F_l$.

Ограничение по материальным ресурсам:

$$\sum_{l=1}^L \sum_{j=1}^{J_l} b_{pjl} x_{jl}(t) \leq B_p(t), \quad p = 1, \dots, P, \quad (14.4)$$

где b_{pjl} – удельные затраты ресурса p для производства продукции j в подразделении l ;

$B_p(t)$ – доступное количество ресурса p в момент времени t ;

Ограничение по минимально допустимому объему производства:

$$\sum_{z=1}^Z x_{jz} + x_{jl}' \leq \underline{x}_{jl}, \quad j = 1, \dots, J_l, \quad l = 1, \dots, L, \quad (14.5)$$

где x_{jl}' – продукция j , производимая в подразделении l , и предназначенная для потребителя из внешней среды;

\underline{x}_{jl} – нижний предел производства продукции j в подразделении l .

Ограничения по размеру страхового запаса:

$$\sum_{l=1}^L y_{zjl}^s(t) \leq \bar{y}_{zj}^s(t), \quad z = 1, \dots, Z, \quad j = 1, \dots, J_l, \quad l \neq z; \quad (14.6)$$

$$\sum_{z=l}^z x_{ij}^s(t) \leq \bar{x}_{ij}^s(t), l = 1, \dots, L, j = 1, \dots, J_l, l \neq z, (14.7)$$

где $\bar{y}_{zj}^s(t)$ и $\bar{x}_{ij}^s(t)$ – максимально допустимые размеры страховых запасов подразделений z и l соответственно.

Представленная модель является основой функционирования системы регулирования ПЭС и обеспечивает синхронизацию производства и распределения продукции между подразделениями с учетом ограничений, устанавливаемых системой внутреннего контроля.

Таким образом, центр регулирования корпорации является координатором центров регулирования подразделений и одновременно фильтром входящей информации на пути в систему 3.

14.3 Оптимизация функционирования подразделений и управление стабильностью внутренней среды системы

Функция системы 2 заключается в ликвидации противоречий между системами 1. Однако для эффективной работы жизнеспособной системы этого недостаточно, необходимо организовать деятельность систем 1 таким образом, чтобы они работали в целях всего организма.

Система 3 представляет собой высший уровень автономного управления и низший уровень управления корпорацией. Ее *функция* заключается, прежде всего, в управлении стабильностью внутренней среды организации в соответствии с ее целями.

История становления системы 3

Рассмотрим жизнеспособную систему, состоящую из нескольких дюжин людей, занимающихся тушением лесного пожара. Сам эпицентр пожара расположен недалеко от озера. Каждый человек поглощен собственной работой: он бежит к озеру, набирает в ведро воду, а затем бежит обратно.

Метасистема представлена человеком, контролирующим тушение пожара. Очевидно, что систему необходимо оптимизировать: она будет гораздо более продуктивна, если организовать цепочку из людей, которые передавали бы ведра с водой друг другу. Таким образом, минимизируется время доставки одного ведра воды до времени передачи этого ведра между 2-мя людьми. Здесь имеется в виду самое большое время передачи. Будет выполняться та же самая работа, но более эффективно. Вот этой работой – оптимизацией, по мнению Ст. Бира, и занимается система 3.

Принцип работы системы 3

Система 3 предназначена для выполнения только одной *функции* – оптимизация работы операционных элементов. Она анализирует работу каждого из элементов, делает выводы и принимает решение о действиях, необходимых для оптимизации.

Сущность сотрудничества заключается в том, что два человека при различной организации труда могут выполнить ту же работу, что и четыре.

Тогда постановка задачи заключается в следующем: описать направления, следуя которым будет обеспечено создание и благополучное функционирование системы 3 в рамках жизнеспособной системы.

Диаграмма системы 3

При изображении системы 3 ее лучше всего располагать в центре, а операционные элементы, с которыми она функционирует, вокруг (рис. 14.2).

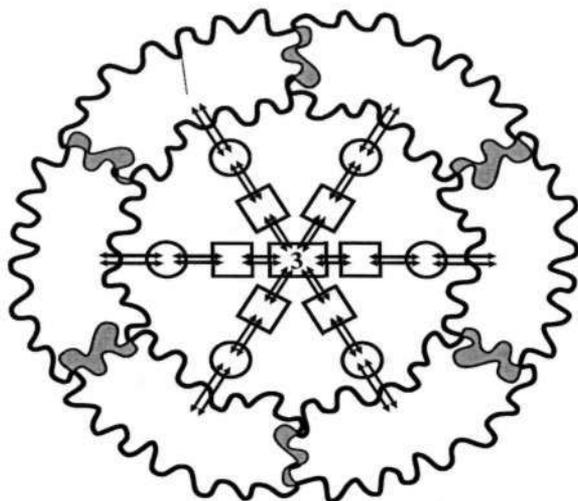


Рисунок 14.2 Взаимосвязь системы 3 с операционными элементами

Хотя такое расположение и является оптимальным, с точки зрения всей VSM такую схему следует представить несколько иначе (рис. 14.3).

Система 3 имеет два вертикальных канала непосредственного управления системами 1. Первый представляет собой вмешательство корпорации по поводу установления основных правил поведения систем 1 (например, утверждение единой формы отчетности, предоставляемой системами 1 метасистеме, или определение времени начала и окончания рабочего дня всех подразделений). Прямое вмешательство корпорации снижает разнообразие систем 1, но оно должно быть минимальным для сохранения их автономии. Второй канал предназначен для распределения производственных ресурсов между системами 1 с одновременным наделением блоков управления подразделений ответственностью за использование полученных ресурсов. Ответственность за ресурсы также снижает разнообразие систем 1.

Кроме того, система 3 имеет еще два канала управления, которые функционируют аналогично симпатической и парасимпатической системам человеческого организма. Функция симпатической системы связана с

активизацией деятельности внутренних органов в соответствии с инструкциями, полученными от головного мозга. Она наблюдает за взаимодействием органов и притоком адреналина. *Задача парасимпатической системы* заключается в контроле над степенью создавшегося физического напряжения. В случае, когда организм физически не в состоянии выполнить инструкции головного мозга, парасимпатическая система приглушает активность внутренних органов, чтобы спасти организм от внутренней физической катастрофы.

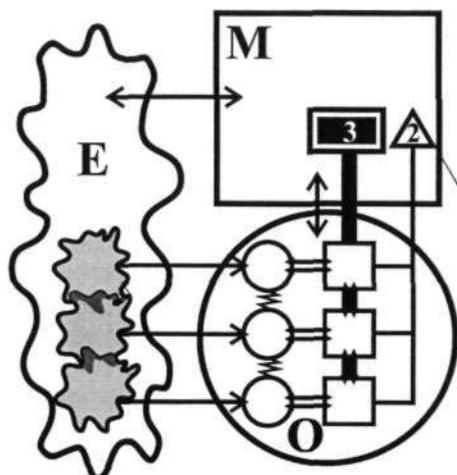


Рисунок 14.3 Место системы 3 в структуре метасистемы

Рассмотрим *начало процесса производства* на предприятии, предполагая, что каждое его подразделение играет свою роль в выпуске основной продукции. Пусть, например, подразделение *B* выпускает продукцию, часть которой идет во внешний мир на продажу, а часть передается в подразделение *C* для дальнейшей обработки, после чего часть изделий направляется в подразделение *D* и т. д. Предположим, возникли проблемы с выполнением производственной программы в подразделении *C*, и блок управления данного подразделения пытается перестроить его план. Может случиться так, что локально это сделать невозможно в том смысле, что контракт на поставку из подразделения *B* потребует изменения, а контракт на поставку продукции в подразделение *D* нельзя будет выполнить. Управляющий подразделением *C* должен проинформировать управляющих подразделениями *B* и *D*, и они втроем попытаются изменить свои планы так, чтобы удовлетворить требования друг друга. Излишне говорить, что неприятности могут распространиться подразделения *B* в подразделения *A*, из *D* в *E* и т. д.

Справляется со всем этим *автономная (симпатическая) система*, изображенная справа на рисунке 14.2. По сравнению с системой 2 она ис-

пользует язык более высокого уровня, поскольку оценивает поведение системы 2. Если ее роль заключается в том, чтобы стабилизировать производственную обстановку на предприятии, она должна организовать обратную связь, поставляя данные на различные уровни, где позаботятся о том, чтобы погасить колебания, вызванные перепланированием. Но даже при этом условии происходящее выглядит странно и похоже на ситуацию, когда высший центр управления предприятием требует максимальной производительности для того, чтобы преодолеть кризис. Если это происходит, то об этом узнают все подразделения. Реакция системы 1 направляется прямо в систему 2, где данные локально рационализируются и через центральную (соматическую) систему направляются в центры управления системы 3. Однако та же самая информация поступает вверх по симпатическому стволу и попадает в центр управления другим путем. Стимулирующая обратная связь осуществляется здесь таким образом, что образуется правая петля, стимулирующая деятельность, направленную на удовлетворение требований высшего руководства.

Предположим, что все это вызывает слишком большое напряжение в подразделениях. Существует множество способов справиться с подобной ситуацией. Индексы производительности, измеряющие темпы производства, могут превзойти верхние контрольные пределы, установленные для работы в нормальных условиях; до опасных пределов может также дойти уровень часов сверхурочной работы. Сигналы чрезмерного давления регистрируются в автономной (парасимпатической) системе, показанной на рис. 14.2 слева. Эти сведения поступают в центр управления системы 3. Результатом должно стать приглушение активности во имя безопасности организации путем срабатывания цепи сдерживания, приведенной на левой стороне рис. 14.2. Таким образом, *задача автономной системы* сбалансировать возбуждающие и сдерживающие стимулы таким образом, чтобы создать общую внутреннюю стабильность и сообщить об этом наверх через систему 4 в систему 5.

Применительно к организации функции парасимпатической системы могут выполняться посредством аудита. Под *аудитом* понимается проверка не только финансовой отчетности, но и всех аспектов деятельности подразделения. Мониторинг текущей деятельности осуществляется системой 3 напрямую, минуя директораты подразделений. Аудит может принимать разнообразные формы: от следственных проверок до неформальных разговоров и внеплановых визитов. Он должен придерживаться следующих *принципов*:

- а) проверки текущей деятельности должны быть случайными, а не регулярными, иначе их эффективность будет снижаться;
- б) проверки должны осуществляться не слишком часто, чтобы не подрывать авторитет и доверие директоратов подразделений.

Рассмотрим теперь одно из подразделений, осуществляющее свою деятельность в горизонтальной плоскости. Управляющий блок должен руководить текущей деятельностью подразделения в окружающей среде сис-

темы с максимальной эффективностью. Рассмотрим вертикальные ограничения, в рамках которых должна действовать система.

Блок текущей деятельности подразделения должен:

1. учитывать собственные взаимоотношения с другими подразделениями;
2. учитывать пересечения собственной окружающей среды с окружениями других подразделений;
3. подчиняться указаниям прямого корпоративного вмешательства;
4. вести свою деятельность, учитывая ответственность за полученные производственные ресурсы;
5. действовать в координационных рамках системы 2.

Каждое из этих ограничений снижает разнообразие подразделения, причем, если последние два ограничения являются естественными, то первые три должны быть соответствующим образом разработаны и включены в организационную структуру корпорации.

Последнее ограничение – *аудит должен иметь необходимое разнообразие для поглощения остаточного разнообразия подразделения* – разнообразия, которое не смогли абсорбировать первые пять вертикальных каналов.

Отсюда следует *первая аксиома управления*: «Сумма горизонтальных разнообразий всех блоков текущей деятельности должна быть равна сумме разнообразий шести вертикальных элементов корпоративного взаимодействия».

Иными словами, суммарное разнообразие, генерируемое всеми системами 1, должно быть поглощено шестью указанными вертикальными ограничениями.

При функционировании организации с пятиуровневой иерархией управления очень часто можно наблюдать *противоречия между внутренней и внешней мотивациями*. Ситуация считается нормальной, если внутренняя мотивация примерно совпадает с производственными возможностями, а сбыт соответствует внешним требованиям. Здесь явно видны два критерия: стабильность внутренней среды и стабильность взаимодействия с внешней средой. Другими словами, руководитель производственного отдела стремится максимально использовать производственные возможности, а руководитель отдела сбыта – удовлетворить потребности всех клиентов. С точки зрения руководителя производственного отдела задача заключается в том, чтобы выполнить указания наиболее легким путем, самым сбалансированным образом и тем самым обеспечить минимум себестоимости и максимум производительности при заданных финансовых, материальных и человеческих ресурсах. Руководитель же отдела сбыта, в принципе, готов создать сколь угодно напряженную внутреннюю среду только для того, чтобы извлечь максимальную прибыль или занять привлекательный сегмент рынка. Можно и не ожидать, что их намерения совпадут, хотя стоит отметить, что, если активность рынка обеспечена извест-

ной степенью свободы производства, снижение цены увеличивает шансы на сбыт.

Главная задача управления текущей деятельностью предприятия сводится к согласованию этих двух целей: внутренней и внешней мотивации. Иногда приходится уступать производству (используя в известном смысле менее производительные средства, увеличивая себестоимость для соблюдения сроков поставок). Иногда сбыту приходится идти на уступки (соглашаться на более поздние сроки поставок, чтобы расходы на сверхурочные часы не превосходили все допустимые пределы). Если на предприятии использовать все достижения науки и техники, то обнаружится, что система 3 находится в центре важнейшей процедуры распределения ресурсов. На этом уровне должны использоваться методы линейного и динамического программирования.

Именно для этого и нужна система управления. Описанная пятиуровневая иерархическая система осуществляет это самым эффективным способом.

До сих пор мы рассматривали три самых низших уровня из пяти с точки зрения высшего (то есть корпоративного) руководства. Они создают автономное управление (это название взято скорее из нейрофизиологии, чем из деловой практики) в смысле описания того, что должно происходить внутри организации для обеспечения ее внутренней стабильности при небольшом вмешательстве сверху.

На систему 3 работают информационные системы трех видов.

Во-первых, система 3 – часть управления корпорацией и, следовательно, передатчик плановых и специальных указаний. Она также – получатель информации о внутренней обстановке, которой она руководит тремя путями:

- 1 – как метасистемный контроллер, действия которого направлены вниз;
- 2 – как самый главный фильтр соматических новостей, направляемых вверх;
- 3 – как алгедонод.

Во-вторых, система 3 – единственный приемник отфильтрованной информации, направляемой вверх из системы 2. Механизм этого процесса был только что рассмотрен.

В-третьих, система 3 управляет цепями парасимпатической информации, которая прямо противоположна информации в симпатических цепях (системы 2).

Рассмотрим более подробно третью информационную составляющую. Ключом к пониманию *парасимпатической составляющей* модели является ограниченность симпатической составляющей (системы 2).

Мы все время настаивали на непрерывности текущего управления. Организация существует, ее деятельность вполне понятна, ее регуляторы – системы 1 и 2 – исправляют ошибки на принципах обратной связи. Из этого следует, что существуют *модели стандартного поведения*, воплощен-

ные в механизмах управления. Они представляют собой эталоны, сравнивая с которыми, можно оценить «ошибку».

Однако с точки зрения управляющих корпораций (в данном случае системы 3) подобные парадигмы слишком на многое претендуют. Они учитывают не внешнюю среду организма в целом, а только внешнее окружение их подразделения. Они могут быть регуляторами локального гомеостаза, но единственным компетентным регулятором органического гомеостаза является система 3, поскольку только она работает на выходных данных системы 4.

Очевидно, что все рассмотренное ранее относительно системы 1 и 2 представляет собой управление деятельностью подразделений и методы управления их взаимодействием, основанные на предположении, что подразделения знают все, о чем им положено знать относительно адаптации и развития организации в целом. Но они этого не знают.

Фактически довольно легко привести примеры поведения организации, которое из-за новизны, иерархичности или эволюционности не может быть адекватно представлено в рамках системы 2 с ее образцовыми моделями, хотя они могут общаться с системой 1 прямо через соматическую систему. Конечно, директорат подразделений поймет их сообщения, поскольку он участвует в управлении всей организацией. Проблема заключается в том, что такие центры регулирования не в состоянии справиться с необычной деятельностью. Здесь мы вновь сталкиваемся с *проблемой необходимого разнообразия*.

Решение данной проблемы, взятое из автономной нервной системы, заключается в прямом парасимпатическом доступе к действиям подразделения. Здесь под наблюдением локального директората можно создать совершенно противоположные модели управления, которые справятся с теми аспектами, с которыми не в состоянии справиться система 2.

Подготовка информации на третьем уровне для передачи наверх фактически заключается в ее фильтрации.

Таким образом, *система 3 несет ответственность за внутреннюю стабильность и текущую деятельность предприятия*, осуществляя управление «внутри и сейчас».

Пример 1: внутреннее равновесие компании «Suma» было восстановлено следующим образом:

- 1) была обеспечена автономность отделов;
- 2) был назначен финансовый директор и начальник отдела кадров;
- 3) были созданы информационные системы для ведения ежедневной статистики эффективности в офисе и производственных отделах;
- 4) было обеспечено поступление деловой информации ко всем сотрудникам еженедельно.

Сочетание локальной автономии, улучшенных информационных систем и новых систем 2 и 3 способствовало восстановлению равновесия на предприятии.

Пример 2: изучение внутренней среды компании по производству и хранению продукции на складах показало, что установление точных информационных систем поможет восстановить внутреннее равновесие компании.

Пример 3: традиционный подход опирается на тот факт, что совместная работа складов эффективна при наличии иерархической системы управления (например, назначение трех администраторов и подчинение их непосредственно генеральному директору). Но тогда возникают сложности с автономией складов и их способностью взаимодействовать с собственными средами. Рассмотрим другие альтернативы:

1. проектирование области поставки таким образом, чтобы склады не конкурировали;
2. проведение ревизий и аудитов;
3. изучение обмена товарами между складами.

Как только будут выполнены все эти действия, исчезнет необходимость в авторитарной системе, и с относительной легкостью сможет быть разработана система 2 и 3.

При анализе VSM обязательно необходимо обратить внимание на следующие моменты:

- I. *Операционные модули* должны быть подотчетны системе 2 и 3. Кроме того, соответствующая информация должна доходить до адресатов – операционных элементов.
- II. Система 3* осуществляет ревизии и аудит работы системы 1. Это так называемая *информационная служба системы 3*, предназначенная для контроля над текущим состоянием операционного элемента и выполнением задания системы 2.
- III. Для корректного принятия решений система 3 должна иметь своевременную и полную информацию о состоянии операционных элементов для своевременной выработки управляющих воздействий для системы 1. В противном случае система 3 будет принимать решения в условиях неопределенности.
- IV. *Информационная система* все время должна быть готова к генерации сигналов пробуждения системы (алгедонических колебаний). Эти сигналы должны возникать тогда, когда ситуация резко меняется, и требуется вмешательство системы 3.
- V. Так как система 4 предназначена для выработки стратегии предприятия с учетом текущей ситуации на рынке, то при изменении ситуации ее участие должно сказаться незамедлительно. Также необходима со-

ответствующая реализация внутрисистемных связей и наличие инструментальных средств для работы с такого рода связями.

Для корректного выполнения всех вышеперечисленных требований необходима работоспособная и многогранная *информационная система*.

Традиционно при проектировании информационной системы для конкретного предприятия специалист учитывает только финансовую информацию, поступающую от операционных элементов. Таким образом, при несоответствующей организации информационной системы предприятие может потерять свои денежные средства.

Другой аспект, который необходимо учитывать, это *избыточная информация*, поступающая от операционных элементов. В каждой модели присутствуют связи, через которые идет поток информации, используемой при работе с системой. Исключение избыточной информации – это первостепенная задача информационной системы, а его надлежащее выполнение – *индикатор эффективности данной системы*.

Таким образом, информация о том, что все идет нормально, не нуждается в пересылке другим объектам. Она является достаточно тривиальной, а поэтому должна генерироваться только в случае изменения ситуации.

Информационные системы, используемые в VSM, существенно отличаются от традиционных систем. Они основаны на индикаторах эффективности, которые измеряют любые изменения в пределах каждого операционного элемента. При возникновении какого-то изменения этот индикатор мгновенно генерирует сообщение управляющей системе с целью оповещения ее о необходимости принятия решения. Эти индикаторы работают круглосуточно и тем самым обеспечивают идентификацию проблемы в день ее появления.

При нормальной работе предприятия видно, что цикл производства является замкнутым по отношению к работнику и продукции, то есть работник выполняет поставленное перед ним задание и получает за эту работу деньги. Что же касается производства, то в данном случае имеется такой же *замкнутый цикл производства*. Такие циклы завершаются так называемыми *«системами наград и поощрений»*, что позволяет предприятию создавать прибавочную стоимость. Применяется также *система наказаний* за невыполненную работу: штрафуются тот субъект предпринимательской деятельности, который непосредственно виновен в невыполнении задания.

Пока работает система штрафов и поощрений, система может не волноваться за выполнение ее заданий, но как только возник конфликт, для своевременного исправления возникших ошибок необходимо вмешательство системы 2 и 3.

Пример: над компанией «Suma» была проведена следующая экспериментальная работа:

1. *Операционный модуль* – отдел, занимающийся упаковкой продукции. Этому отделу были предоставлены максимальные полномочия в сфере

самоуправления и контроля, однако этот отдел подотчетен всей системе.

2. *Индикаторы эффективности* – элементы системы 1, которые все время сравнивают текущее состояние системы с запланированным и при обнаружении каких-либо существенных отклонений генерируют сигнал системе 2 и 3 для принятия управленческого решения. Эти индикаторы измеряют производительность, убытки системы, размер запасов на складах, объем произведенной продукции, психическое состояние персонала в начале и конце дня и т.д.

Все эти показатели могут свидетельствовать о наличии какой-то проблемы. Так, например, запасы комплектующих могут быть слишком велики из-за низкой производительности труда.

3. *Алгедонические сигналы* – это сигналы, которые генерируются системой только в случае каких-то неполадок, а при нормальном функционировании операционного элемента эти сигналы не генерируются.

Таким образом, если в системе присутствуют незначительные колебания, то на это не стоит обращать внимание, так как это не повод для генерации алгедонических сигналов. С этими колебаниями операционные элементы справятся самостоятельно, и вмешательство системы 2 и 3 в этот процесс не требуется, однако при их наличии они должны немедленно что-то предпринять для изменения сложившейся тенденции.

«Киберфильтр»

«Киберфильтр» – компьютерная программа, предназначенная для фильтрации входящих алгедонических сигналов и верной их интерпретации. Эта система занимается тем, что анализирует состояние системы в конце каждого дня, принимая во внимание все изменения, произошедшие в системе. При наличии существенных отклонений «Киберфильтр» генерирует алгедонические сигналы системе 2 и 3.

Рассмотрим некоторые критические ситуации.

1. *Автоматический дозатор*

Предположим, что механизм дозирования на предприятии поврежден, при дозировании он совершает ошибку в 10%. В течение дня никто не обращает на это внимания, хотя и имеется некоторый ущерб от такого взвешивания.

В конце концов, эта проблема была решена. Было установлено, что данный аппарат совершал ошибки в пределах 2 – 10 %. Очевидно, что данная проблема является чисто инженерной и при своевременной ее идентификации решается достаточно легко. В этом и заключается основное предназначение алгедонических колебаний.

2. *Изменение в персонале*

Работники предприятия после нескольких лет эффективной работы уходят, и это естественный процесс. На смену им приходят новые, которые требуют обучения и адаптации. Если система выработки

алгедонических сигналов не достаточно совершенна, она «забьет тревогу»: показатели производства продукции падают!

Данная ситуация не является проблемой, так как персонал достаточно быстро освоится, и производство вновь достигнет своего уровня. Если же были предприняты меры по набору дополнительного персонала, то через короткий промежуток времени этим работникам не будет хватать материалов для нормального производства. Часть работников придется увольнять, и на предприятии возникнут колебания выпуска продукции.

Резюме: сущность всех этих размышлений сводится к следующему:

1. каждому операционному элементу необходимо предоставлять некоторую автономию;
2. следует обеспечить обратную связь с системой 2 и 3, а также дать возможность отделу самостоятельно изучать сложившуюся ситуацию и принимать адаптационные меры;
3. должна быть обеспечена гарантия того, что автономия системы 1 не будет нарушена до тех пор, пока она не угрожает целостности всей организации;
4. должен быть обеспечен поток только существенной информации (данные о том, что ничего не произошло не должны поступать в систему 2 и 3).

Пример: одной из проблем, возникающих с показателями эффективности, является затруднительность измерения душевного состояния работника или его моральной удовлетворенности работой.

Одно из решений этой проблемы нашла фабрика холодильников «Mondragon».

Был изменен конвейер, причем таким образом, что на каждом участке линии находилась определенная группа рабочих. Они располагались так, чтобы можно было измерить производительность каждой такой группы.

Кроме того, измерялась удовлетворенность трудом. Это позволило предприятию поднять на очень высокий уровень производительность труда рабочих и тем самым увеличить прибыль организации.

Например, в городе проводился фестиваль, который продолжался всю ночь. Естественно, работники устали, и показатели производительности труда на следующий день были значительно ниже. Однако это не повод для генерации алгедонических сигналов, т.к. общая производительность труда за неделю изменилась незначительно, и нет причин для принятия управленческих решений.

Таким образом, эта проблема решается довольно просто: анализ эффективности труда проводится не за каждый день, а за неделю. Все эти данные находятся под контролем киберсистемы, и алгедонические сигналы

вырабатываются только тогда, когда еженедельная производительность труда снижается до определенной отметки.

Эта система может также иметь дело с нематериальными элементами производства.

Такое взаимодействие может быть налажено в процессе переговоров. Представитель группы рабочих еженедельно встречается с диспетчером, и они обсуждают некоторые моменты относительно показателей эффективности. Например, они обсуждают автономию системы. Рабочие стремятся достичь автономии уровня 9 или 10, управляющая система позволяет установить ее лишь на уровне 5 или 6. В конечном счете, они могут договориться об уровне 8.

Эта концепция договорных индикаторов эффективности открывает новые возможности. Так, в договорном порядке можно быстрее и эффективнее решить многие из возникающих вопросов.

Как проектировать информационную модель

1. Индикаторы эффективности

При определении индикаторов эффективности, необходимо руководствоваться тем, что они должны предоставлять системе данные о произошедших изменениях во всех контролируемых параметрах, однако такой контроль не должен быть чрезмерно частым, то есть данные должны поступать только тогда, когда что-либо произошло. Таким образом, всегда можно сказать, в каком положении находится предприятие, и какие преобразования необходимы для его нормального функционирования.

2. Алгедонические сигналы

Так как некоторые изменения неизбежны, необходима система, которая бы их отслеживала и своевременно информировала систему 2 и 3 о надвигающейся опасности. Для точной идентификации таких сигналов необходимо некоторое время. Следует определить, опасны ли эти колебания для системы и необходимы ли контрмеры. Если эти условия не выполняются, то такие колебания нельзя правильно идентифицировать, и система будет откликаться на посторонние колебания, которые должна была бы принять за шум.

Даже если было принято решение об использовании «Кибер-фильтра», это не избавляет от необходимости анализа колебаний и отсеивания шумов.

3. Периоды времени

Каждый индикатор должен анализироваться индивидуально. То есть должен быть определен период времени, на протяжении которого операционный элемент будет сам пытаться решить возникшую проблему, и только по истечении этого срока можно попытаться принять регулирующее воздействие. Для каждого из элементов этот срок должен быть утвержден индивидуально. Так, например, для анализа убы-

точности предприятия можно использовать десятидневный срок и не обращать внимания на колебания внутри этого периода.

4. Потеря автономии

Если возникает необходимость вмешательства, то должны быть определены его границы и глубина. Так, например, если структурное подразделение предприятия не справляется с поставленными перед ним задачами, необходимо вмешательство системы 3, которая должна оптимизировать данный процесс и принять контрмеры для стабилизации положения. При этом, естественно, автономия модуля будет нарушена, но это нарушение делается в целях спасения предприятия, а значит вполне целесообразно. Но границы и условия такого вмешательства должны быть заранее оговорены и утверждены.

14.4 Моделирование взаимодействия системы с внешней средой

Система 1, 2 и 3 образуют *трехуровневую автономную систему*, предназначенную для поддержания внутренней стабильности системы и для оптимизации ее характеристик в определенных рабочих рамках и по заданным критериям. *Успешность работы* автономной системы *зависит* от постоянства потока указаний, направляемых из системы принятия решений – системы 5 – вниз по центральной командной оси. *Условия принятия решения* на этом уровне включают информацию о состоянии автономного управления, идущей от системы 3 вверх по центральной оси.

Система 4 расположена прямо на командной оси между системами 3 и 5, связывая «мозг» организма с его составляющими частями. Она обеспечивает передачу вниз всех волевых требований мозга, а также передачу вверх необходимой, отфильтрованной информации о внутреннем состоянии организма.

Однако есть еще одно условие принятия решения на этом уровне – *информация о состоянии окружающей* предприятие среды. Все эти данные, поступающие непосредственно из внешнего мира, собираются системой 4 и направляются в систему 5. Кроме простого сбора информации об окружающей среде, к *функциям системы 4* относятся:

- расчет предполагаемых значений показателей – характеристик внешнего мира – на основе моделей прогнозирования;
- оценка эффективности различных альтернативных действий системы в различных ситуациях на основе методов имитационного моделирования.

Таким образом, *система 4 направляет в систему 5 информацию о состоянии внешнего мира, об основных тенденциях его изменения, а также о предполагаемой реакции системы на эти изменения.*

Взаимосвязь системы 4 и 5 с автономной системой управления 1, 2 и 3 представлена на рис. 14.4.

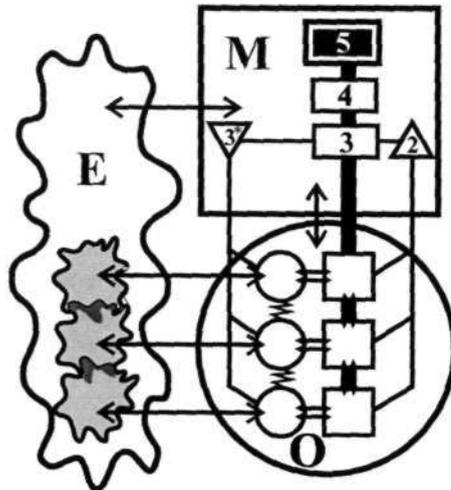


Рисунок 14.4 Взаимосвязь систем 4 и 5 с автономной системой управления

Таким образом, система 4 обслуживает систему 5, предоставляя ей в процессе принятия решений необходимую информацию о состоянии окружающей среды и о внутреннем состоянии жизнеспособной системы.

Для повышения эффективности принимаемых системой 5 решений система 4 должна быть разработана в соответствии со следующими правилами:

1. информация, предоставляемая системами 3 и 4 системе 5 для принятия решений должна быть минимальна, в противном случае система 5 будет перегружена излишней информацией, отвлекающей ее от основного процесса принятия решений;
2. системы 3 и 4 должны быть максимально взаимосвязаны, в противном случае система 5 будет не только получать информацию независимо от обеих сторон, но и заниматься ее перепроверкой и сопоставлением;
3. системы 3 и 4 должны иметь одинаковый уровень сложности.

Последнее правило основывается на *второй аксиоме управления*: «Разнообразие, генерируемое системой 3 в результате действия первой аксиомы, должно быть равно разнообразию системы 4».

Отсутствие баланса между системами 3 и 4 нарушает эффективность функционирования системы 5. Например, если система 4 имеет большее разнообразие, тогда лица, принимающие решения, получают оценку возможных внешних перспектив, в которых не будет учтено внутреннее состояние жизнеспособной системы. Если же внимание системы 5 будет сосредоточено в большей степени на внутренней эффективности, то жизненно важные сигналы внешнего окружения могут быть упущены из виду. *Задачей системы 5* в связи с этим является поддержание равновесия между

системами 3 и 4, то есть *поддержание баланса между информацией о внутреннем состоянии системы и о состоянии окружающей среды*.

Управление на высшем уровне – это забота о разработке планов и, прежде всего, забота о жизнеспособности системы, об адаптации к постоянно изменяющейся окружающей среде. Для эффективного управления система 5 должна не только координировать деятельность систем 3 и 4 и адекватно реагировать на предоставляемую ими информацию, но и иметь возможность реагировать на разнообразие, которое осталось не поглощенным на нижних уровнях управления, то есть подчиняться *третьей аксиоме управления*: «Разнообразие системы 5 должно быть равно остаточному разнообразию, образованному в результате действия второй аксиомы».

Роль системы 4

В организме человека система 4 представлена средним мозгом и является связующим звеном с окружающим миром посредством органов чувств.

В экономической системе система 4 осуществляет планирование, «проецирует» жизнеспособную систему на «плоскость» внешней среды, осуществляет прогнозирование.

Система 4 собирает информацию о внешней среде, изучает происходящие в ней процессы, занимается выявлением угроз и возможностей, а также составляет планы для обеспечения долгосрочной жизнеспособности. При этом система 4 постоянно «запрашивает» у системы 3 информацию о наличии соответствующего производственного потенциала и ресурсов. После синтеза списка вариантов для обработки вышестоящей системой 5 и принятия ею решения система 4 начинает посылать системе 3 команды для реализации плана.

Таким образом, *система 4 выполняет в жизнеспособной системе задачу непрерывной адаптации к условиям существования в будущем*. Для этого ей необходима информация о внешней среде как основа разработки стратегий и модель внутренних возможностей, чтобы иметь представление об инструментах, имеющихся в распоряжении системы. *Целью системы 4* является обеспечение баланса между внутренними операционными модулями и внешним миром и возможности организации приспособиться к изменениям.

Таким образом, система 4 отвечает за адаптивное поведение в жизнеспособной системе. Система 4 собирает информацию о возможных изменениях во внешней среде и, используя имеющиеся данные о развитии процессов в прошлом, делает прогнозы. Генерируя возможные варианты развития жизнеспособной системы, система 4 должна предусматривать возможность изменений в условиях среды и ответную реакцию системы для обеспечения реализации системой поставленных задач с минимальными затратами на коррекировку, независимо от колебаний внешних условий.

Таким образом, *стратегии снабжаются адаптивными качествами*, тем самым, реализуя эффект антисипации. Адаптивные качества стратегии в той или иной степени предопределяют наиболее эффективную реакцию системы на изменения условий и реализуются в виде области маневрирования. Под **областью маневрирования** понимаются ресурсы, на основе которых принимаются решения, обеспечивающие реакцию системы на возникающие изменения. Область маневрирования позволяет компенсировать возмущения, воздействующие на систему, а также реализовать механизм корректировки плановых решений. Расширение области маневрирования осуществляется посредством образования резервов ресурсов. Система 4 задает область маневрирования с учетом информации об имеющихся ресурсных, производственных и других резервах, а также данных об их поступлении. Информацию об имеющихся ресурсах система 4 получает непосредственно в ходе обмена данными с системой 3 по каналу обратной связи.

В ходе реализации решения, предложенного системой 4 и одобренного системой 5, при возникновении отклонений в условиях, система 4 производит корректировку предложенной стратегии, опираясь на заданную область маневрирования. Внешние возмущения вызывают в жизнеспособной системе *активную адаптацию*, заключающуюся в механизме регуляции в процессе распределения и корректировки плана, обеспечивающего реализацию антисипативных качеств. Активная адаптация реализуется посредством использования этого механизма. *Эффективность механизма регулирования* определяется уровнем глубины пассивной адаптации. Система 4 вновь предлагает набор решений в зависимости от возникшей ситуации. Система 3 получает «приказ» о распределении резервов, формирующих область маневрирования.

Первоочередной задачей системы 4 является определение тех частей бесконечной внешней среды, которые существенны для рассмотрения в контексте жизнедеятельности системы. *Жизнеспособная система контактирует с двумя типами внешней среды:*

1. *предсказуемая* внешняя среда, изменения в которой можно наблюдать. Для нее могут быть определены тренды, на основе которых принимаются решения (например, таким образом происходят изменения на рынке в большинстве отраслей экономики. Организация должна адаптироваться к изменению рынка. Большинство крупных корпораций затрачивают огромные средства на исследование рынка и проведение экспериментов для выяснения мнения покупателей.).
2. *инновационная* внешняя среда, изменения в которой непредсказуемы. В любой жизнеспособной системе должны приниматься меры предосторожности на случай возникновения неожиданных инновационных изменений, даже если известно только лишь о программах разработок в соответствующей области.

Однако система 4 вовлечена не только в работу, связанную с изучением внешнего окружения. Она также *отвечает за предоставление информации об образе жизнеспособной системы ей самой*. В этот образ естественным образом должна быть включена и сама система 4, следовательно, в ее задачи входит и видение «со стороны» себя самой. Этот образ включает то, что составляет наиболее существенную для конкретной жизнеспособной системы часть внешней среды. Типичным примером такого образа, согласно Ст. Биру, является общее пересечение областей интереса планирования продукции, потенциала рынка, технологического развития и технологии производства.

Таким образом, модель системы 4 жизнеспособной системы данного уровня рекурсии содержит модель самой себя, включающую рекурсивную модель системы в целом, включающую модель системы 4 и т. д. Такая бесконечная регрессия образов самой себя связана с такой характеристикой как *самосознание жизнеспособной системы*.

Система 4 изучает процессы, происходящие во внешней среде:

- 1) проецирует систему во внешнюю среду, выясняя, какие процессы могут затронуть систему;
- 2) строит модели (тренды) происходящего во внешней среде;
- 3) аналогично (1), но относительно неизвестного будущего;
- 4) аналогично (2), но относительно неизвестного будущего.

Система 4 является встроенной частью жизнеспособной системы, и ее главная связь с системой осуществляется через систему 3. Данная связь обеспечивает стабилизацию и оптимизацию внутренней среды, а также учет внешних угроз и возможностей и внутренних ресурсов системы при планировании.

Таким образом, система 4 изучает процессы, происходящие внутри и вне системы, и синтезирует решения на основе анализа обоих потоков информации. Необходимым условием при этом является наличие двухсторонней связи между системами 3 и 4 (орган адаптации жизнеспособной системы).

Будучи подотчетной системе 5, система 4 передает ей собранную и обработанную информацию, а также возможные варианты решений.

Следует отметить, что *система 4 существует всегда*, даже если она не обозначена в такой специфической форме. Ее всегда можно обнаружить по совокупности действий, – она «подпитывает» верхний уровень принятия решений. Это дает право считать, что *система 4 должна содержать некоторую модель корпорации*. Нет сомнений в том, что такая модель может быть скорее распределенной, то есть отображающей деятельность достаточно крупных обособленных групп людей, нежели единой и хорошо сформированной. Конечно, в этом случае ее никто не может представить в виде общей модели или сослаться на нее как на таковую. И тем не менее, у корпорации должна быть общая модель, в противном случае высшее руководство не будет иметь представления о том, какой корпорацией оно управляет. Представ-

ление высшего руководства о корпорации, если сформировать его без строгих научных обоснований, будет именно такой моделью.

Роль системы 5

Например, есть система, которая замечательно работает с модулями 3 и 4, то есть оптимизации и адаптации. Но возможен такой вариант, когда система 3 с целью оптимизации примет решение, которое отклонит общий курс всей модели, а последовательное отклонение повернет ее чуть ли не в противоположное направление. Аналогично возможен вариант, когда с целью адаптации система 4 изменит что-либо во внутреннем устройстве модели, например, в системе 1, тем самым приводя систему в состояние, отличающееся от положенного, и отклоняясь от общей цели системы. Поэтому необходимо регулировать общее направление системы, для чего и предназначена система 5, которая отвечает за соблюдение общего курса развития модели, ее приоритетов и задач. Это координационный элемент, который не позволяет отклониться от «политики центра».

Примером такого несоответствия является создание в 1984 - 1986 гг. калькулятора. Предприятие создало очень хороший экземпляр, в котором присутствовали не только арифметические, но и инженерные функции. С точки зрения систем 3 и 4 эта модель была идеальна, но они не учли фактора стоимости этого изделия. И по этой причине производство данной продукции пришлось отложить до разработки более экономичных технологий.

Практически такая же проблема возникла в Англии с электромобилями. Производители не учли экономичность и продолжительность езды. Таким образом, этот проект тоже пришлось оставить до лучших времен.

Очевидно, решение проблем такого рода – задача системы 5.

На систему 5 ложится также *обязанность контролю над взаимодействием систем 3 и 4* (рис. 14.5).

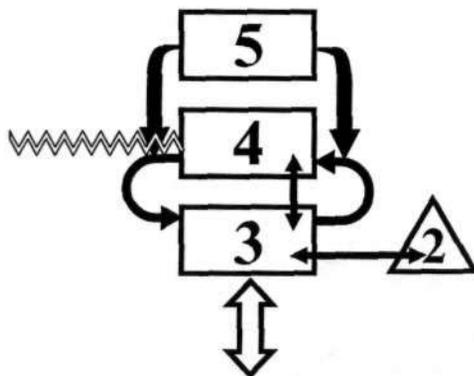


Рисунок 14.5 Взаимодействие системы 5 с системами 3 и 4

Система 5 ответственна за разработку системной политики поведения системы, основных правил поведения каждого из модулей модели. Система 5 может выражать мнение всей модели следующим образом: «блок 2 может выполнять свою работу только в этих пределах, а блок 3 – в этих», – и эти блоки не могут отклониться от намеченного курса.

Система 5 не должна вмешиваться в повседневную работу организации, но она должна присутствовать при выполнении каждого задания и проводить анализ их выполнения на предмет отклонения от намеченного направления развития.

Пример 1 (мелкое предприятие): при изучении мелкого предприятия можно заметить, что система 3 и 4 – это одни и те же люди, поэтому связь между этими системами обеспечена на должном уровне. Однако необходимо обеспечить еще и полную информированность этих систем о состоянии операционных элементов.

При выполнении операции распределения ресурсов следует на некоторое время отвлечься от принципа адаптивности.

Пример 2 (крупное предприятие): для крупных предприятий проблема адаптивности и анализа рыночной ситуации особенно важна. Так некоторые элементы системы функционируют без вмешательства систем 3 и 4, но при этом не теряют своей актуальности и работоспособности. Однако при динамично изменяющихся условиях эксплуатации и рыночной среды нельзя удержать уровень производства на должном уровне без применения системы 4. Жизнеспособность такого предприятия напрямую зависит от его способности приспосабливаться к условиям рынка. Таким образом, функция адаптации выходит на качественно новый уровень.

14.5 Принятие решений в жизнеспособной системе

При увеличении размера предприятия прямопропорционально изменяется и его потребность в системе, которая координировала бы общий ход развития предприятия, то есть вырабатывала бы «политику» его поведения во внешней среде (потенциальные клиенты и конкуренты).

Для мелкого предприятия такая проблема не стоит особенно остро. Ее можно решить достаточно просто: собирают совет, на котором принимается управленческое решение (системная политика); а все остальные модули в своей работе учитывают выработанную политику и направление развития предприятия. Каждая проблема обсуждается до тех пор, пока совет не придет к компромиссу.

Для более крупного предприятия этот процесс сопряжен с гораздо большими трудностями, так как возникают проблемы при вовлечении каждого из управляющих элементов в процесс принятия решения. Задача за-

ключается в том, чтобы предотвратить непродуктивные встречи руководства и принять все возможные меры для повышения эффективности принятого решения.

Система 5 обеспечивает принятие решений в жизнеспособной системе на основе информации о ее внутреннем состоянии, которая поступает от системы 3, и информации о внешней среде, поступающей от системы 4. Система 5 обеспечивает принятие стратегических решений для эффективного функционирования жизнеспособной системы в условиях постоянно изменяющейся внешней среды и своевременной адаптации к внешним возмущениям.

В организме человека функции системы 5 представлены высшей нервной деятельностью (кора головного мозга).

Система 5 обладает высшей властью, она разрабатывает политику организации и отвечает за разнообразие жизнеспособной системы, которая должна функционировать как единое целое, двигаясь в одном и том же направлении. Система 5 формулирует основные правила и разрабатывает средства принуждения для обеспечения целостности системы.

Как сказано выше, *система 5 взаимодействует с другими частями метасистемы*. Суть этого взаимодействия заключается в соблюдении баланса между данными, поступающими из внешней среды (посредством системы 4), и информацией, собранной о внутренней среде (посредством системы 3), для обеспечения информационной поддержки принятия решений. Система 5 контролирует весь процесс и вмешивается только в случае нарушения ключевых принципов (рис. 14.6).

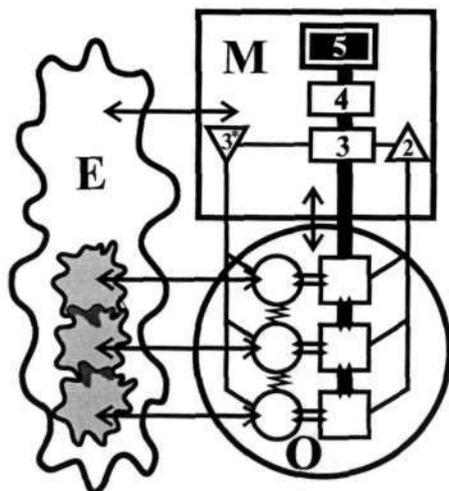


Рисунок 14.6 Место системы 5 в модели жизнеспособной системы

Такой тип коммуникаций, реализуемых в жизнеспособной системе, не соответствует командному принципу построения связей в организации. В модели встречаются балансируемые и замкнутые *информационные связи*, то есть это не обычная иерархическая модель, в которой используются однонаправленные связи. Вообще говоря, метасистема жизнеспособной системы (обычно высший менеджмент) предназначена для обслуживания функционирования подразделений. В этом проявляется принципиальное расхождение с традиционным взглядом на управление, когда подразделения просто выполняют приказы директора.

Таким образом, полем деятельности системы 5 является определение политики, которая представляет собой базовые правила, касающиеся всех частей жизнеспособной системы. Ст. Бир дал этим правилам название «этос». Согласно Ст. Биру, базовые правила вводятся системой 5 не столько путем прямого их установления, сколько посредством создания корпоративной атмосферы (этоса), которая выступает в качестве «губки», поглощающей разнообразие. Это позволяет системе 5 справляться с возложенными на нее обязанностями по управлению.

Этос связан со сложным взаимодействием систем 4 и 3, которое является потенциально нестабильным и должно находиться под контролем метасистемы. Контроль над этой «логической смычкой» является первой *функцией системы 5*. Второй функцией является наблюдение за процессами, происходящими в системе, которые не должны выходить за рамки, очерченные политикой системы.

Выделенные функции не лишают систему 5 права проводить в жизнь какие-либо проекты. Однако определение системы 5 как самого важного звена жизнеспособной системы является ошибочным. Согласно концепции Ст. Бира, *все элементы жизнеспособной системы взаимозависимы*, поэтому придание какому-либо из них большего значения в корне не верно.

Очевидно, что на некотором этапе принимается решение об инвестировании в системы 4 и 3. Несоблюдение баланса между ними может иметь нежелательные последствия. Так, недостаточное внимание к системе 4 может привести к тому, что продукция не будет соответствовать требованиям внешней среды. А недостаточное внимание к системе 3 может привести к тому, что при полном соответствии продукции требованиям среды предприятие не сможет реализовать проект из-за недостатка внутренних ресурсов, или невозможно будет реализовать продукцию вследствие неудовлетворительного соотношения цена/качество.

Решения о финансировании систем 4 и 3 должно приниматься с учетом природы экономической системы и скорости изменений рынка. Эта задача решается системой 5.

В соответствии со структурой жизнеспособной системы на пути информации о внутренней и внешней среде в систему 5 установлено множество «фильтров», снижающих разнообразие. Возникает опасность, что система 5 поддается своей «профессиональной болезни» – «сонливости», то

есть не реагирует на некоторые критические события в системе. Для предотвращения этого в жизнеспособной системе используется специальный сигнал, называемый **алгедоническим** (algedonic: *αλγος* – боль, *ηδος* – удовольствие). Он отделяет восходящий сигнал, который обычно проходит через метасистемные фильтры, и, используя собственный алгедонический фильтр, определяет, нужно ли предупреждать систему 5. *Алгедонический фильтр является самообучающимся*, поскольку невозможно указать четкие критерии, определяющие, должен ли сигнал передаваться напрямую системе 5 или проходить через фильтры метасистемы. Причина этого кроется в сложности любой экономической системы и в индивидуальности характеристик каждого конкретного предприятия. Если алгедонид будет чересчур «чувствительным», то система 5 постоянно будет находиться в возбуждении, и система не сможет работать. Аналогично, если алгедонид будет передавать лишь предельно «опасные» сигналы, то система 5 сможет получить сигнал, только когда уже не будет возможным исправить ситуацию. «Обучение» реализуется следующим образом: при частых сигналах тревоги система 5 «утомляется» и перестает реагировать на слабые сигналы; когда сигналы поступают редко, система 5, «отдохнув», начинает реагировать на более слабые сигналы. Этот механизм позволяет в критические для жизнеспособной системы периоды не обращать внимания на незначительные «повреждения», сосредотачиваясь на жизненно важных участках. В периоды относительного покоя жизнеспособная система способна реагировать на слабые алгедонические сигналы и устранять более мелкие нарушения во внутренней среде.

Таким образом, *система 5 в VSM осуществляет надзор за взаимодействием системы 4* (сбор данных о среде, генерация стратегий) *и системы 3* (надзор за работой операционных модулей, поиск путей создания синергии). Если баланс соблюдается, и процессы в системе протекают в русле установленных принципов, система 5 выступает только в роли наблюдателя.

В заключение следует отметить, что *система 5 является высшей системой управления метасистемы*, которая, согласно принципу рекурсии, является блоком управления системы 1 жизнеспособной системы более высокого уровня рекурсии. При этом система следующего уровня рекурсии также должна соответствовать всем принципам построения жизнеспособных систем, изложенным выше.

Пример 1: системная политика предприятия «Suma» может выглядеть следующим образом: мы ограничиваем возможность принятия решений на местах, тем самым обеспечивая четкое исполнение предписанных системой 5 положений. Однако эта политика не является универсальной, т.к. при этом не учитываются положительные моменты, возникающие вследствие предоставления операционным элементам большей автономии. Любое изменение в работе операционного элемента должно обсуждаться

на общем собрании управляющих компании, при этом необходимо учитывать инновации в сфере. Относительно такого подхода к решению данной проблемы существует ряд критических замечаний и претензий. Технология этого процесса выработана не до конца, однако над ней активно работают, поэтому на данном этапе это уже не является проблемой, на которой стоит заострять свое внимание.

Пример 2: различные крупные предприятия используют различные способы для организации процесса принятия системной политики. На одних назначают собрания директоров, на других – в управляющей структуре предприятия создается специальный отдел. То есть существует множество способов решения данного вопроса. При организации процесса принятия системной политики в виде собраний необходимо определиться со сроками созыва подобных собраний. В основном, Ст. Бир предлагал использовать ежемесячные встречи наивысшего совета для анализа решений, принятых советом рангом ниже. В свою очередь, совет рангом ниже собирается уже раз в неделю для принятия более конструктивных решений по поводу организации производства и выработки системной политики.

ГЛАВА 15
ПРОБЛЕМЫ ОПТИМИЗАЦИИ ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

15.1 Проблемы оптимального функционирования, оптимального развития и моделирования оптимальности в экономических системах

Управление современной экономикой требует нового подхода к принятию решений при планировании. При этом *планирование экономического развития должно опираться на исследование общества как сложной системы*, в которой органично сочетаются и многократно переплетаются различные социально-экономические явления и процессы.

Разумеется, явления и процессы, относящиеся к экономической сфере жизнедеятельности общества, всегда были связаны с другими явлениями общественной жизни. Актуальность рассмотрения данных взаимосвязей в настоящее время определяется как масштабами и многообразием этих взаимосвязей, так и созданием объективных предпосылок для их сознательного регулирования в интересах всего общества.

Исследование глобальных экономических проблем, планирование производства в масштабах всей экономики должны основываться на адекватном понимании основных закономерностей общественной жизни.

На современном этапе процессы социально-экономического развития затрагивают огромные массы людей, причем они могут быть целенаправленными (в отличие от стихийных движений прошлого). Это означает, что, так или иначе, объединяются самые различные группы людей, отличающиеся по многим социологическим показателям и вовлекаемые в общий процесс, несмотря на различие мотивов и линий поведения.

Общество может влиять на образ жизни людей путем создания необходимых для развития личности условий. Сфера планирования охватывает не только показатели потребления продуктов производства.

Процессы социально-экономического развития по своим масштабам и последствиям вышли далеко за рамки самого общества и оказывают активное (и не всегда благоприятное) воздействие на природу. Конечно, эти обстоятельства существенно усложняют планирование производства.

Большая часть *процессов социально-экономического развития*, в особенности, осуществляющихся под контролем общества, *основывается на использовании ресурсов, являющихся продуктами экономической деятельности или ресурсов, которые могут быть оценены с экономической точки зрения.* Любые планируемые процессы в обществе опираются на материальный базис общества, включающий в себя наличные материальные и трудовые ресурсы и

накопленные знания. Эти ресурсы допускают альтернативное использование. С другой стороны, реализация проектов позволяет применять различные взаимозаменяемые (в разных пропорциях) ресурсы. Это требует оценки эффективности различных вариантов использования экономических ресурсов с точки зрения общества в целом.

Оценка эффективности принимаемых решений с учетом всего комплекса экономических, социальных и экологических факторов и планомерная организация хозяйственного механизма, обеспечивающего воспроизводство и распределение экономических ресурсов в направлениях наибольшей эффективности, – таково основное содержание теоретических и практических проблем оптимизации экономики.

Развитие принципа оптимальности применительно к анализу механизма планирования и управления экономикой прошло два основных этапа. Для первого этапа характерно представление экономики в виде системы с элементарной структурой, то есть системы, состоящей из множества взаимосвязанных объектов, каждый из которых имеет определенные внешние параметры, но не имеет явно выделенной области внутренних возможностей. К моделям, описывающим экономическую систему как систему с элементарной структурой, относятся, в частности, межотраслевые балансовые модели экономики, модель динамического равновесия Дж. Неймана, модели оптимального народнохозяйственного планирования, известные по работам Л. В. Канторовича, В. В. Новожилова, А. Л. Лурье и др. Хозяйственные ячейки (предприятия, объединения, отрасли и т. д.) в этих моделях заданы в виде технологических способов, связанных между собой балансовыми соотношениями «затраты-выпуск». Кроме того, в состав ограничивающих условий моделей входят ресурсные ограничения и внешние требования к экономике со стороны общественной системы.

Экономику можно рассматривать как общественную подсистему, на вход которой поступают трудовые, природные и материальные ресурсы и накопленные технологические методы, воплощенные в производственном аппарате, а на выходе которой образуется совокупный продукт, который характеризуется определенной структурой и служит для удовлетворения разнообразных общественных потребностей и целей, включая цели развития самой экономики.

Очевидно, при описании процессов функционирования экономики на первый план выдвигаются параметры, характеризующие:

- соотношения между затратами ресурсов и выпуском продукции;
- межотраслевые и территориальные пропорции производства и продуктообмена, а также степень их сбалансированности;
- структуру конечного продукта, прежде всего, пропорции между потреблением и накоплением, а также структуру капитальных вложений;
- темпы роста производства и т. д.

Сюда входят также следующие группы «граничных» параметров:

- входные социально-экономические параметры, характеризующие профессионально-квалификационную структуру трудоспособного населения и его территориальное распределение;
- выходные социально-экономические параметры, характеризующие достигнутый уровень удовлетворения потребностей населения, включая текущее потребление, накопленные непроемкие основные фонды (жилье и т. д.), запасы предметов длительного пользования в домашних хозяйствах;
- экологические параметры функционирования экономики, отражающие процессы ее взаимодействия с окружающей природной средой.

Из всего вышесказанного следует, что *основным содержанием процессов управления экономикой на ресурсно-технологическом уровне ее функционирования является распределение производственных ресурсов между различными направлениями и методами их использования, то есть, в конечном счете, между различными потребностями и целями общества.*

Процедуры принятия соответствующих планово-управленческих решений протекают в рамках конкретной институциональной структуры экономики, затрагивают экономические интересы людей и коллективов и не могут быть эффективными без согласования этих интересов. Это указывает на то, что управление экономикой, как и сам его объект, характеризуется тесной взаимосвязью указанных выше уровней. Но в то же время это управление ориентировано на задачи и проблемы, специфичные для каждого из них.

Ниже мы отметим основное содержание управления экономикой, поскольку его объектом являются процессы, относящиеся к институциональному уровню как таковому.

В плоскости задач управления ресурсно-технологическим аспектом экономического функционирования *параметры институциональной структуры экономики выступают как целенаправленно используемые средства (рычаги, методы, организационные формы) решения этих задач.* Речь идет о материальном стимулировании, ценообразовании, административной структуре управления и т. д. С другой стороны, параметры институциональной структуры *оказывают непосредственное воздействие на цели управления и критерии выбора оптимальных вариантов расширения и распределения ресурсов.* Это, прежде всего, те параметры, которые характеризуют отношения собственности и структуру экономических интересов.

В ресурсно-технологической плоскости управления *существенное значение имеют следующие объективные свойства экономики:*

- *многовариантность развития*, которая вытекает из взаимозаменяемости ресурсов в более или менее широких границах;
- *динамический характер связей и ограничений*: управляющие параметры, выбираемые из некоторого множества допустимых альтернатив, непосредственно воздействуют на изменения этого множества в последующие периоды времени;

- *существенная инерционность*, которая связана, прежде всего, с «запаздываниями» в контуре капиталовложений, то есть с наличием временных лагов между капитальными затратами, вводом в действие и освоением производственных мощностей;
- *функциональная и технологическая неоднородность подразделений, секторов и отраслей общественного производства*, а также обусловленная этим специфика протекающих в них воспроизводственных процессов, в том числе различия в продолжительности производственного цикла, структуре затрат, степени зависимости от воспроизводственных процессов в других звеньях и от структуры конечного спроса и пр.;
- *неравномерная распределенность интенсивности производственных связей внутри экономической системы*, что объективно вычленяет в ней сложную многомерную структуру производственно-хозяйственных подсистем (предприятий; отраслевых, межотраслевых и территориальных комплексов), каждая из которых очерчивает узлы или области связей относительно более высокой интенсивности;
- *существенное влияние стохастических элементов и процессов*, связанных, прежде всего, с динамикой природно-экологической среды, массовым характером современного производства (например, качество продукции в условиях массового производства заведомо является статистически детерминированной характеристикой); стохастическим характером процессов, определяющих приток трудовых ресурсов в экономику, их структуру и территориальную локализацию, а также процессов, связанных с движением информационных потоков;
- *дискретный, скачкообразный характер изменений многих переменных и параметров*, объясняющийся, в частности, свойствами технологии (скажем, в судостроении), требованиями комплектарности выпускаемой продукции, ограничениями на взаимозаменяемость производственных ресурсов, сезонными «пиками» производственного и потребительского спроса, процессами обновления номенклатуры и типов продукции, технологическими нововведениями и т. д.

Этот перечень можно продолжить, однако и сказанного вполне достаточно для того, чтобы раскрыть исключительную сложность воспроизводственных процессов, протекающих в экономике. *Эффективное управление* ими возможно лишь на основе принципа иерархии, то есть последовательного разбиения всей совокупности объектов и задач управления на более «частные» подмножества, каждому из которых ставится в соответствие определенное звено в системе управления, расположенное на одной из ветвящихся «цепочек» вертикально соподчиненных друг другу звеньев, начиная с органов управления в масштабе экономики в целом и заканчивая низовыми управленческими звеньями на отдельных предприятиях.

Основным содержанием управления экономикой на ее институциональном уровне является *согласование интересов*, которое означает реализацию в рамках данной институциональной структуры экономики определенной совокупности управляющих воздействий на области допустимых решений со-

зяйственных субъектов. Посредством этих воздействий устанавливается такая ситуация хозяйственного выбора, когда состояния или действия определенного субъекта являются наилучшими с точки зрения его интересов (то есть наилучшие в границах, допускаемых целенаправленными действиями других субъектов) и с точки зрения интересов остальных субъектов (то есть наилучшими для них из всех возможных состояний и действий, которые могли бы выбрать этот субъект в соответствии со своими особыми интересами при различных конфигурациях допустимых областей).

Согласование интересов нацелено на то, чтобы распределение и использование ресурсов, в конечном счете, служащее интересам всего общества, было непосредственно выгодно всем участникам воспроизводственного процесса – работников и трудовых коллективов.

В результате согласования интересов, с одной стороны, обеспечивается гибкая координация деятельности всех хозяйственных субъектов по достижению целей и заданий плана, а с другой стороны, формируются сбалансированные по всей совокупности взаимодействующих интересов критерии выбора этих плановых целей и заданий в процедурах планирования.

Характеризуя управление на институциональном уровне экономики, следует также подчеркнуть, что в данном случае понятия «инструмент» и «объект управления» тесно сопряжены. Управление черпает свои средства в элементах сложившейся институциональной структуры (цены, экономические нормативы, административно-правовые нормы и т. д.), а созданные в процессе совершенствования системы управления новые инструменты и формы институционализируются, то есть становятся компонентами условий, в которых формируются и взаимодействуют интересы, и которые воспроизводятся этим взаимодействием. Тем самым эти новые элементы модифицируют разнообразие возможных хозяйственных ситуаций. Управление как целенаправленный выбор в рамках этого разнообразия может потребовать новых критериев, стратегий и средств управления.

В институциональной плоскости наиболее существенное значение имеет такое объективное свойство экономики, как *способность к самоорганизации ее отдельных ячеек* (коллективов). По сути дела, это равнозначно тому факту, что экономический процесс совершается через взаимодействие субъектов, не только обладающих собственными целями и интересами, но и способных реализовывать их через гибкую координацию действий. Эта координация осуществляется с помощью всего арсенала средств, накопленных человеческим общежитием (например, так называемое ролевое поведение), и опирается на базисные факторы, цементирующие социальную связь во всех сферах жизнедеятельности людей. *Управление будет эффективным лишь в том случае, если оно не будет разрушать эти органически развившиеся механизмы социальной самоорганизации, а будет опираться на них.*

Для реализации вышеперечисленных функций экономики как общественной подсистемы осуществляется управление функционированием хозяйственных объектов. *Задачей экономического управления является согласование деятельности всех экономических объектов при решении конкретных*

задач, возникающих на различных уровнях экономики. Иными словами, экономическое управление должно обеспечивать базу для единообразной оценки всех мероприятий в экономике с позиций наилучшего использования ресурсов в масштабах всей экономики.

Этот принцип лежит в основе *концепции оптимального управления*, реализуемой посредством решения системы оптимизационных задач. При этом качество возможных вариантов функционирования экономики оценивается при помощи единого критерия оптимальности, который и позволяет выбрать наилучший, то есть оптимальный план.

Принцип оптимальности является общим формальным принципом, вытекающим из логики экономического управления. Для того чтобы раскрыть содержание процесса оптимизации функционирования экономики и определить смысл критерия оптимальности, необходимо обратиться к качественно-анализу требований со стороны общества, выполняемых с помощью экономического управления.

Целесообразное функционирование общественной системы происходит в условиях разнообразных и многочисленных ограничений, существенно уменьшающих свободу выбора при принятии решений о путях развития. Сложность системы порождает значительные трудности как в выявлении целей, так и в описании условий, ограничивающих возможности ее функционирования. Она же создает серьезные проблемы в определении «заданий» общества к экономике как функциональной подсистеме, обеспечивающей систему ресурсами жизнедеятельности. Цели общества являются, как правило, долгосрочными и требуют для своей реализации существенных сдвигов в производстве и осуществления разнокачественных социально-экономических процессов. *Для выбора наилучшего, то есть в наибольшей степени соответствующего целям и объективным условиям варианта функционирования общественной системы необходимо проводить сопоставление различных альтернатив.*

На данном этапе имеется множество оснований для осуществления выбора, которые относятся и к целевым характеристикам функционирования, которые не могут быть непосредственно соизмерены, и к тем параметрам, которые характеризуют ресурсное обеспечение целей и поддаются строгому экономическому анализу. Одним из результатов такого анализа является формулировка требований, предъявляемых обществом к функционированию экономической подсистемы.

Представление об экономике как об оптимально функционирующей системе с элементарной структурой имело большое методологическое значение, поскольку оно позволило поставить задачу планирования экономического развития как задачу, в которой цель развития общества увязывается с имеющимися для этого возможностями по части имеющихся ресурсов и научно-технических знаний. Более того, на этом этапе развития концепции оптимальности удалось получить важные теоретические следствия, касающиеся ряда категорий, используемых в механизме функционирования экономики, в том числе цен, рентных платежей и т. д. Вместе с тем

нельзя не отметить ограниченность и искусственность подобного представления об экономической системе. Соответствующий ему подход к оптимизации экономики на основе единой всеобъемлющей модели экономики не только практически неосуществим в настоящее время, но и имеет существенные теоретические недостатки.

Поэтому на втором этапе развития концепции оптимальности определяющим стало *рассмотрение экономики как оптимально функционирующей системы со сложной структурой*, то есть системы, состоящей из множества объектов, каждый из которых имеет явно выраженную область внутренних возможностей и критериев. Внешние связи между ними задаются в виде параметров, сформированных на основе структурных элементов объектов. Выделение в экономической системе хозяйственных ячеек с явно определенными областями внутренних возможностей, характеризующими взаимосвязь между их входными и выходными параметрами, а также использование в качестве последних обобщенных характеристик деятельности ячеек с формальной точки зрения означает переход к описанию процессов функционирования экономики страны с помощью системы взаимосвязанных моделей.

Целесообразность такого перехода объясняется целым рядом причин. В литературе по оптимальному планированию часто ссылаются на одну из них – *техническую неосуществимость реализации детализированной оптимизационной модели для экономики в целом*, связанную с информационными и вычислительными трудностями (необходимостью сбора и быстрой переработки в одном центре огромных объемов разнообразной информации, гигантской размерностью такой задачи и т. д.). Суть дела, однако, не сводится лишь к технической «мощности» системы управления. Гораздо важнее другое. Методы экономико-математического моделирования как инструмент научного обоснования принимаемых решений, а не простой набор «устройств» автоматизации плановых расчетов на базе имеющейся информации, должны способствовать выявлению новых знаний об объекте управления, а значит, и дополнительных возможностей повышения эффективности централизованного хозяйственного руководства экономической системой. И здесь мы сразу сталкиваемся со сложным, динамичным и многоаспектным характером процессов в экономике.

Представление о ней как о системе со сложной структурой не исчерпывается констатацией иерархического принципа ее организации. *Структура системы представляет собой многоаспектное образование, имеющее несколько качественных срезов.* Важнейшими из них являются *производственно-технологический и институциональный*. В рамках первого мы приходим к иерархической организации технологических процессов, укрупняющихся по мере перехода от низших уровней к высшим и связанных вертикальными и горизонтальными материально-техническими взаимосвязями. В рамках второго среза мы приходим к иерархии участников производства (отдельных групп и коллективов работников), объединяемых при переходе от более низ-

ких к более высоким уровням на основе производственных отношений, выражающихся в распределении труда и его результатов.

Каждая из этих структур имеет свои, но тесно взаимосвязанные закономерности развития, свои специфические условия для выработки и реализации управляющих воздействий, свои возможности и границы для формализованного описания явлений и процессов.

Отличительное свойство производственно-технологической структуры с позиций управления экономическим развитием заключается в том, что, взятая абстрактно, вне связи с другими структурами, она может быть сколь угодно изменена с течением времени, но в рамках, определяемых достигнутым уровнем научно-технических знаний.

Отличительным свойством входящих в институциональную структуру хозяйственных субъектов является наличие у них собственных интересов, которые, во-первых, не сводятся к чисто экономическим интересам, а затрагивают и социальную сферу, а также зависят от всего многообразия факторов жизнедеятельности; во-вторых, на множестве возможных состояний каждого элемента регулируют его поведение, в том числе и хозяйственную деятельность. Определяясь социально-экономическими процессами в обществе, интересы ячеек институциональной структуры не могут полностью регламентироваться нормативными методами управления, а их выявление и исследование требуют наблюдения за реальным процессом функционирования этих элементов, а не какого-либо априорного предписания. С другой стороны, оценка того или иного состояния, в которое может попасть ячейка институциональной структуры в данный момент времени, для нее связана, прежде всего, с уровнем удовлетворения собственных интересов. Сообразно с этим, осуществляя выбор предпочтительного состояния, каждая из них руководствуется ожидаемым уровнем удовлетворения своих интересов, стремясь к его максимизации¹.

На множестве таких выборов и проявляется институциональная структура.

Совокупность правовых норм, директивных адресных показателей и экономических нормативов определяет границы хозяйственной самостоятельности отдельных ячеек экономической системы, а также регламентирует и регулирует взаимосвязи между ними.

Таким образом, рассматривая хозяйственные звенья экономики в качестве объектов планирования и управления, обязательно следует учитывать тот факт, что они не только соответствуют определенным элементам производственно-технологической структуры, но и являются элементами институциональной структуры. Последнее особенно важно, поскольку в действительности из множества допустимых (с точки зрения имеющихся ресурсов и научно-технических знаний) изменений производственно-технологической структуры хозяйства эффективно осуществимыми оказы-

¹ Тем самым, обнаруживая способность к самоорганизации

ваются лишь те, которые соответствуют фактическому состоянию институциональной структуры. Для успешного управления такими изменениями необходимо выявление и, по возможности, строгое описание интересов хозяйственных ячеек.

Требования общества к экономике конкретизируются, прежде всего, в виде целевых показателей, определяющих необходимые с общественной точки зрения и возможные при имеющихся ресурсах уровни обеспечения наиболее важных социально-экономических процессов.

Кроме того, *общество определяет допустимые способы или правила использования ресурсов и важнейшие характеристики экономического механизма*. Эти требования выражают необходимость соответствия экономической деятельности в масштабах экономики целям общества. Они представляют собой целевые ограничения, сужающие множество допустимых вариантов функционирования экономики.

Общество должно контролировать важнейшие показатели социально-экономического развития, такие как состояние природной среды, уровень образования и занятости населения, обороноспособность, характер труда, качество здоровья членов общества, принципы распределения доходов, величина общественных фондов потребления, техническая политика и др. Хотя обеспечение тех или иных значений целевых показателей может достигаться различными способами распределения ресурсов при различной эффективности их использования, определяемой внутри экономической подсистемы, оценка значимости этих показателей не входит в компетенцию экономического управления, поскольку отражаемый этими показателями социальный эффект несопоставим с затратами ресурсов.

Разумеется, задаваемые таким образом *целевые показатели взаимозависимы*. Так, обеспечение необходимого уровня здоровья населения и контроль за состоянием природной среды требуют затрат ресурсов, которые могли бы быть использованы для выпуска предметов народного потребления, для совершенствования системы образования и т. п. С другой стороны, высокое качество среды, творческий характер труда, высокий образовательный уровень, улучшение медицинского обслуживания населения являются факторами роста производительности труда и повышения эффективности общественного производства. В этом смысле *экономические процессы*, обеспечивающие целевые требования, *допускают возможность сопоставления*. Но социально-экономические последствия, например, повышения культурного уровня работников, вытеснения неквалифицированных, тяжелых и вредных видов труда далеко не исчерпываются повышением качества трудовых и эффективности использования материальных ресурсов.

Социальный эффект крупных экономических мероприятий в условиях ограниченности ресурсов может быть оценен только с позиций общественной системы в целом. Экономика как обеспечивающая подсистема получает результаты этой оценки в виде ограничений, которые должны быть выполнены. Таким образом, *постановка задачи для экономического управления* в значительной степени *осуществляется за пределами экономической подсисте-*

мы, тогда как его содержание определяется его объектом и заключается в распределении ресурсов и построении эффективного хозяйственного механизма.

Таким образом, целевые ограничения фиксируют наиболее важные требования, в реализации которых общество не может рассчитывать на действие экономического механизма. Разнородность социально-экономических эффектов, невозможность их экономической оценки и относительная самостоятельность субъектов хозяйственной деятельности затрудняют организацию экономического механизма, который обеспечивал бы эффективное решение многих социальных задач.

Но, с другой стороны, конкретные значения всех выходных параметров экономической подсистемы не могут быть жестко заданы из-за отсутствия точной информации о возможностях экономики, к которым следует относить и степень эффективности экономического управления, существенно зависящую от согласованности деятельности хозяйственных звеньев. Попытка такого рода, скорее всего, привела бы к требованию нереализуемого режима функционирования. Так что, *не все аспекты требований общества к экономике могут быть представлены в виде ограничений.* Для определенной части выходных параметров экономической подсистемы могут быть заданы достаточно реалистичные нижние границы. Мобилизация внутренних возможностей экономики за счет рационального использования ресурсов и создания эффективного хозяйственного механизма должна, в принципе, позволить превысить этот минимальный уровень и тем самым создать более благоприятные условия для реализации целей общества.

Общей тенденцией экономического управления в данной ситуации является максимизация выпуска, который должен быть измерен в терминах благосостояния, поскольку продукты и услуги, являющиеся выходом экономики, предназначены, в конечном счете, для удовлетворения потребностей общества и всех его членов. Достижение максимально возможного уровня благосостояния является естественной задачей экономического управления, когда у экономики имеется определенная свобода выбора структуры и уровня выпуска.

Отсутствие жестких требований по части выпуска расширяет также возможности для поиска наиболее эффективных вариантов выполнения фиксированных общественных заданий.

Критерием выбора конкретного варианта функционирования экономики, очевидно, должен быть критерий максимизации благосостояния, определяющий наилучшее с точки зрения общества направление увеличения выпуска. Наостоятельность тех или иных потребностей, возможная степень их удовлетворения, обеспечение их через целевые ограничения в каждый период функционирования общественной системы меняют конкретное содержание критерия благосостояния, соотношение между его параметрами и, таким образом, структуру выхода экономики, в которой он будет максимизироваться.

Конкретная социально-экономическая ситуация требует сосредоточения усилий экономики на тех или иных параметрах выхода в зависимости от

достигнутого уровня производства, степени удовлетворения потребностей, уровня трудовой активности, состояния среды и т. д. Конкретный вид критерия благосостояния, как будет показано дальше, должен зависеть от условий эффективности экономического управления, в частности, от возможности согласования деятельности экономических объектов, без чего вообще невозможно результативное функционирование экономики.

Требование максимизации благосостояния не является таким жестким ограничением для экономики, как задание целевых показателей. Оно допускает, что те или иные компоненты выхода будут произведены в большем или меньшем объеме в зависимости от структуры критерия и возможностей экономики. При этом критерий максимизации благосостояния охватывает более или менее широкий круг параметров, определяющих степень достижения целей общества, но не зафиксированных в целевых ограничениях. В результате максимизации благосостояния в процессе экономического управления осуществляется окончательная структуризация выхода экономики.

Таким образом, можно сформулировать следующий вывод. *Содержанием процесса оптимизации функционирования экономики является максимизация благосостояния при выполнении всех видов ограничений.* Вместе с целевыми ограничениями данный критерий отражает основной экономический закон и на его основе конкретную совокупность требований общества к экономической подсистеме.

15.2 Классификация задач оптимизации экономических систем

Концепция оптимального управления логически приводит к понятию оптимума. Этому понятию соответствует комплекс представлений о таком состоянии экономики (или о таком режиме функционирования), которое является в определенном смысле наилучшим среди всех возможных и в наибольшей степени обеспечивает реализацию целей социально-экономической системы. Исходными предпосылками для формирования этих представлений являются следующие очевидные факты: плановая экономика должна функционировать сбалансировано; потери ресурсов недопустимы, и они должны использоваться наиболее эффективным образом; производство должно удовлетворять конечные потребности общества и др. Развитие экономической теории позволило получить более сильные формулировки этих основополагающих положений, связав их с принципами оптимального управления.

Соответствие экономической деятельности целям общественного развития должно быть подкреплено эффективным хозяйственным механизмом. Это означает, что понятие оптимума связано с построением механизма, обеспечивающего его реализацию.

В процессе функционирования экономики должен быть реализован оптимальный план, обеспечивающий максимизацию общественного благосостояния при выполнении ограничений всех видов. Вытекающие из оптимального плана управляющие воздействия определяют условия хозяйственной деятельности в системе, в рамках которых реализуются экономические интересы коллективов и

отдельных работников. Экономические интересы выражают наиболее эффективные для хозяйственных субъектов варианты производственной деятельности в границах, задаваемых планом и стимулирующими воздействиями, включающими поощрения за выполнение плановых заданий и санкции за их невыполнение. Таким образом, *экономические интересы могут способствовать или препятствовать выполнению оптимального плана.*

В условиях определенной хозяйственной самостоятельности хозяйственных ячеек *оптимальный план может быть выполнен только при согласованной системе экономических интересов*, включая общественный интерес.

Согласование интересов должно обеспечиваться как за счет выбора оптимального плана, определения необходимых стимулирующих воздействий, так и за счет создания условий для такого согласования непосредственно на нижних уровнях. Трудности согласования при вертикальных воздействиях в рамках оптимального плана связаны, прежде всего, с тем, что на верхних уровнях в процессе разработки плана невозможно полностью учесть возможности локальных хозяйственных звеньев, внутренние мотивы деятельности производственных коллективов и отдельных работников и другие социальные факторы и ограничения.

Формализация в этой области наталкивается на значительные трудности, что связано как с недостаточностью теоретических и прикладных исследований процессов коллективного поведения (в том числе в сфере экономики), так и с относительно слабой формализуемостью самих изучаемых явлений и процессов, носящих стохастический характер и не поддающихся точному предвидению. Поэтому *«лобовое» использование здесь нормативного подхода к моделированию с декретированием желательных результатов этих процессов без достаточных предварительных знаний об объекте, обладающем способностью к самоорганизации, не может оказаться плодотворным.* Такие знания могут быть получены только посредством дескриптивных поведенческих моделей, позволяющих выявить основные зависимости реакции объекта на изменение внешних условий.

Тем самым с позиций системного подхода уже на уровне отдельно взятой хозяйственной ячейки обнаруживается *необходимость синтеза нормативных и дескриптивных методов исследования и, соответственно, моделей.* Основной функцией первых в данном случае является директивное определение плановых показателей деятельности ячеек с учетом условий ее осуществления и интересов хозяйственных субъектов. Задача вторых – прогностическое описание возможного поведения ячеек в рамках, определяемых их хозяйственной самостоятельностью и выбором решений в соответствии с собственными интересами. Только таким путем может быть достигнуто наиболее адекватное (с точностью до границ формализуемости, степени предсказуемости и возможностей имеющегося аппарата моделирования) отражение реальных процессов функционирования отдельных звеньев экономики, получена новая информация об их производственном «потенциале» в плановом периоде. Учет последней при разработке плана позволяет обществу выявить

дополнительные резервы повышения эффективности общественного производства. А именно в этом и заключается одна из главных причин, определяющих целесообразность перехода к системному моделированию экономики.

Выход за рамки обычного рассмотрения отдельной хозяйственной ячейки связан с ее представлением как элемента экономической системы, обладающего разветвленными внешними взаимосвязями и взаимодействующего в процессе своего функционирования с другими элементами. *Иерархическая организационная структура хозяйствования вносит в множество взаимосвязей системы вертикальное и горизонтальное упорядочение*, обеспечивая на практике условия для централизованной координации деятельности различных подсистем, направленной на достижение целей развития общества. На этапе планирования она заключается в выработке и согласовании принимаемых решений на разных уровнях иерархии (вертикальная взаимосвязка плановых расчетов) и между отдельными ячейками одного уровня (горизонтальная взаимосвязка расчетов). Необходимость такой взаимосвязки объясняется рядом причин. Изолированно получаемые планы локальных ячеек при ограниченной информации о положении системы в целом могут оказаться несовместимыми при их объединении из-за нарушения ограничивающих условий для системы в целом. Эта ситуация приводит к тому, что, даже если множество локальных решений образует допустимый план, весьма маловероятно, что он будет оптимальным с точки зрения экономики в целом.

Взаимообусловленность развития хозяйственных ячеек, требующая для принятия решений в одной из них информации о намечаемой в плановом периоде деятельности других, технические требования к организации эффективного управления сложной экономической системой (одним из которых является обратимое «сжатие» информации по мере перехода от низших уровней иерархии к высшим) и, наконец, необходимость последовательного выявления интересов локальных хозяйственных ячеек и их взаимосвязки с общественными интересами на практике привели к *итерационному планированию процессов экономического развития*. В ходе данного процесса происходит поэтапное уточнение исходных представлений об объекте управления, позволяющее добиваться более тесной сбалансированности плана в смысле производственно-технологической и институциональной структуры. С этой точки зрения переход к системе моделей, механизм согласования решений в которой отражает важнейшие черты реального процесса разработки плана², имеет большое практическое значение.

Формальный аспект проблемы согласования планово-хозяйственных решений в системе моделей оптимального планирования заключается в том, чтобы путем изменения «входных» и «выходных» параметров взаимосвязанных моделей получить локально-оптимальные решения, дающие глобальный оптимальный план. Естественно, что говорить о его соответствии реальному

² Включая и исследование вопросов совершенствования организационной структуры экономики.

оптимуму экономической системы можно лишь с точностью до принятых при построении моделей и механизма их взаимодействия предпосылок. Поэтому основным здесь является содержательный аспект проблемы: по каким параметрам, характеризующим моделируемые объекты, происходит взаимовязка; насколько полученное решение определяет реальную согласованность их деятельности.

Если бы структурная организация экономической системы сводилась к производственно-технологической структуре хозяйства, то задача планирования заключалась бы в выборе на множестве допустимых возможностей ячеек вариантов производства, отвечающих глобальному критерию оптимальности, и их согласовании между собой. Для этого достаточно было бы на уровне экономики в целом разработать межотраслевые (натурально-вещественные и финансово-стоимостные) балансы производства и распределения различных благ, услуг и ресурсов с построением на их основе системы балансово-оптимизационных моделей, охватывающей основные уровни организационной иерархии.

Институциональная структура предъявляет свои требования как к найденному решению, так и к самой процедуре согласования, в ходе которой должна происходить взаимовязка интересов хозяйственных ячеек с интересами системы в целом так, чтобы получаемый в результате расчетов производственно-технологический план был эффективным и с общеэкономических позиций, и с позиций отдельных локальных звеньев экономики.

Можно выделить два основных подхода к решению этой задачи. Первый подход основан на предположении, что подобное согласование может быть достигнуто путем редукции (декомпозиции) экзогенно заданного глобального критерия на множество локальных критериев оптимальности при соответствующем выборе основных регулирующих параметров функционирования (цен, рентных платежей и т. д.). Второй подход исходит из принципа композиционного представления глобального критерия (хотя и в неявном виде) как комбинации критериев оптимальности хозяйственных ячеек, включая центр, представляющий интересы экономической системы, и его последующего уточнения в процессе расчетов.

Сообразно с этим все многообразие предложенных в литературе многошаговых итерационных процедур согласования решений в системе моделей оптимального планирования можно разделить на два больших класса: *процедуры декомпозиционного типа*, среди которых выделяются алгоритмы блочного линейного и нелинейного программирования [14, 26], аппроксимационные методы [46], методы итеративного агрегирования [20], и *процедуры композиционного планирования*, основанные на механизмах локально-оптимальных экономических взаимодействий [13].

Сложность производственных взаимосвязей и необходимость обеспечения гибкости всей производственной системы вызывает необходимость определенной хозяйственной самостоятельности локальных звеньев, их участия в разработке плана, то есть в установлении горизонтальных взаимосвя-

зей. Это необходимо для того, чтобы хозяйственные ячейки были заинтересованы в повышении эффективности своей производственной деятельности, в мобилизации внутренних резервов. Вместе с тем хозяйственная самостоятельность в условиях агрегированности плановых заданий, известной свободы в определении некоторых аспектов производственной программы может привести к локальным решениям, которые, даже будучи согласованными между собой, не будут отвечать требованиям оптимального плана и, таким образом, оптимума.

Если социальные факторы, проявляющиеся в реальном функционировании экономики, не обеспечивают при заданном оптимальном плане согласования интересов и, таким образом, оптимальный план, выработанный системой управления, не реализуется, то это означает, что постановка задачи управления была в существенной степени неточной, что действительные возможности экономики и экономического управления были определены неверно.

Механизм деятельности за счет установления горизонтальных хозяйственных взаимосвязей на нижних уровнях не смог компенсировать неточности в определении оптимального плана и оказался нереализуемым. Это означает, что в существующих условиях он не обеспечивает оптимума и должен быть изменен.

Разработка нового оптимального плана предполагает изменение параметров задачи, стоящей перед экономическим управлением, то есть параметров критерия оптимальности и, возможно, уровней целевых ограничений.

Следовательно, решение задачи отыскания плана, обеспечивающего оптимум, может проходить в несколько этапов, в которых взаимно корректируются условия задачи, характеристики хозяйственного механизма и решения локальных звеньев. Полученный в результате вариант плана является оптимальным с учетом корректировки условий задачи, сохраняет все свойства оптимального плана, то есть позволяет определить важнейшие параметры оптимального управления, и вместе с тем является реализуемым и, таким образом, соответствует оптимуму.

Таким образом, понятие «оптимум» характеризует режим функционирования экономики в соответствии с планом, при котором достигается наилучшее с общественной точки зрения использование производственных ресурсов на основе обеспечивающего реализацию этого плана согласования экономических интересов всех хозяйственных звеньев.

Модельная реализация принципа оптимума связана с представлением экономики и ее подразделений в виде экономико-математических моделей, расчеты по которым позволяют отыскать оптимальный план и определить существенные параметры хозяйственного механизма, реализующего его. Оптимум должен удовлетворять двум группам требований: требованиям «извне», то есть требованиям со стороны общественной системы, и требованиям «изнутри», то есть требованиям реализуемости. В соответствии с этим

можно выделить два класса моделей в зависимости от того, какие требования положены в основу их построения.

Первый класс моделей составляют *модели оптимизационного типа*, которые позволяют рассматривать построение плана экономического развития как оптимизационную задачу. Ее математической формулировкой является *задача оптимального управления*, структура которой определяется двумя группами условий. Это, во-первых, целевая функция (максимизируемая или минимизируемая) и, во-вторых, множество допустимых решений, задаваемое ограничениями в пространстве переменных задачи. В таком случае задача нахождения оптимального плана заключается в поиске экстремума целевой функции и имеет смысл, когда множество допустимых планов не пусто и не сводится к одной точке, а целевая функция на этом множестве ограничена (сверху – при максимизации, снизу – при минимизации).

Правомерность такого подхода к построению оптимального плана экономического развития обосновывается следующими соображениями. Возможности экономики по производству средств удовлетворения потребностей общества в каждый момент времени ограничены. Вместе с тем взаимозаменяемость ресурсов и технологий, способов удовлетворения потребностей обеспечивает многовариантность возможностей экономического развития. Таким образом, *можно установить соответствие между множеством допустимых планов экономического развития и областью возможных решений задачи*. Принцип оптимума требует выбора наилучшего из всех возможных планов, который может быть представлен как отыскание экстремального значения функции, определенной на множестве планов и выражающей их качество. Как мы видим, соответствие может быть установлено и здесь, то есть *поиск оптимального плана развития может быть осуществлен* (теоретически) *посредством решения условно-экстремальной задачи*.

$$\begin{aligned} f(x) &\rightarrow \max, \\ g(x) &\leq b, \\ x &\geq 0. \end{aligned} \quad \text{с)}$$

Вместе с тем необходимо отметить, что *такой подход* к решению задачи выбора наилучшего плана экономического развития *сохраняет* известную *условность*. До настоящего времени остается не вполне понятным, какой вид должна иметь экстремизируемая функция. Очевидно, что она должна выражать степень соответствия требованиям, предъявляемым к народному хозяйству, и давать возможность сравнивать по этому признаку различные планы. Но какой показатель, какая функция от экономических параметров обладает этим свойством, – этот вопрос до сих пор является дискуссионным.

Единая целевая функция экономики гарантирует целостность подхода и в то же время *определяет ограниченность постановки проблемы*. Данный *подход направлен на обеспечение принципа соответствия социально-экономического развития* и в гораздо меньшей степени *позволяет выявить*

характеристики эффективного хозяйственного механизма, без которого оптимум невозможен. И дело здесь не только в нереальности практического решения оптимизационной задачи для экономики в целом. Нельзя, конечно, утверждать, что теоретическая постановка единой оптимизационной задачи бесполезна для построения хозяйственного механизма. Такая задача выражает основную идею оптимизационного подхода и позволяет сформулировать фундаментальные положения, имеющие важное значение в пределах всего подхода, в том числе и при построении реализующего оптимальный план механизма. Таковы, например, выводы об оптимальных оценках и их свойствах в оптимальном плане. Но, тем не менее, структура такой задачи не позволяет содержательно анализировать проблемы создания эффективного хозяйственного механизма, поскольку в ней явно не представлена совокупность локальных хозяйственных звеньев в их сложном взаимодействии.

Дальнейшее развитие идея оптимума получила в оптимизационных моделях многоуровневого типа, реализующих декомпозиционный принцип определения плана экономического развития. При построении таких моделей единая многомерная оптимизационная задача заменяется рядом задач, относящихся к различным уровням экономики и имеющих меньшую размерность. Соответствующие модели различаются составом входящих в них блоков.

Обычно модели включают в себя задачи, относящиеся к уровням экономики в целом, отрасли, региона, производственных объединений и предприятий. Построение оптимального плана осуществляется посредством согласованных расчетов по локальным оптимизационным задачам. Согласование процесса обеспечивается итерационным путем.

Такой подход к решению проблемы нахождения оптимального плана экономического развития основан на структуризации единой глобальной задачи. Выделение взаимосвязей между подразделениями экономики представляет собой существенное продвижение в направлении определения характеристик хозяйственного механизма. Тем не менее, многоуровневая модель основана на идее единой и охватывающей все уровни оптимизации. На практике это означает, что локальные критерии оптимальности должны быть построены в соответствии с глобальным критерием. Иначе говоря, целевые функции локальных задач должны быть согласованы с целевой функцией макрозадачи. Локальная оптимизация должна обеспечивать экстремум глобальной функции. В модели ищутся схемы и параметры взаимодействия, обеспечивающие такое согласование. Тем самым определяются и параметры хозяйственного механизма.

Подчиненность локальных оптимизаций глобальной в рамках декомпозиционных схем оптимизации сохраняет идею единой оптимизационной задачи, а значит, и такую ее особенность, как способность учитывать, главным образом, требования к экономике извне от общественной «надсистемы», и, в гораздо меньшей степени, решать проблему построения эффективного механизма реализации оптимума.

Второй класс моделей составляют *модели экономического равновесия*, реализующие композиционный принцип составления оптимального плана развития экономики. В таких моделях *описываются участники экономической системы* – объекты разных уровней, имеющие собственные целевые функции и оптимизирующие свое функционирование в системе. Эти функции выражают их цели в социально-экономической системе и не выводятся из целевой функции экономики в целом, как в моделях оптимизационного типа. *Состоянием оптимума считается такое состояние, в котором интересы отдельных участников и экономики в целом оказываются согласованными.*

Такой подход предполагает повышенное внимание к установлению правил взаимодействия экономических объектов.

Модели экономического равновесия дают возможность заменить проблему построения глобального критерия оптимальности изучением целевых функций экономических объектов и определением правил взаимодействия, приводящих экономику в согласованное, равновесное состояние.

Одним из допустимых способов формализации указанной проблемы является *теоретико-игровая постановка задачи*, при которой на множестве возможных стратегий задаются «игроки» и их «функции выигрыша». *Точкой равновесия является такой набор стратегий участников (или способов функционирования в экономике), когда ни одному из них в отдельности при его функции выигрыша не выгодно менять стратегию.* При более общем подходе к определению понятия «равновесие» точками, обеспечивающими равновесие экономической подсистемы, считаются такие состояния экономики, которые не могут быть изменены таким образом, чтобы состояния всех участников не ухудшились (в соответствии с их целевыми функциями), а состояние хотя бы одного из них улучшилось. Такие состояния образуют множество эффективных точек и называются **оптимальными по Парето**.

Эффективные точки определяют равновесие системы, поскольку в них согласовываются интересы участников, а *переход к любой неэффективной точке нарушает равновесие*. Так, улучшение значения целевой функции одного участника неизбежно влечет за собой ухудшение положения другого участника. Вместе с тем при таком понимании равновесия *переход к другой эффективной точке не нарушает равновесия*. Различные состояния равновесия, определяя реализуемые состояния экономики, в разной степени соответствуют целям социально-экономической системы. Поэтому для обеспечения оптимума в модель необходимо вводить дополнительные условия, позволяющие сужать множество эффективных точек. Эти условия представляются в виде правил распределения ресурсов и продуктов в экономической подсистеме. Собственно говоря, нахождение эффективных точек в этом случае основывается на определенном принципе распределения, запрещающем увеличение благосостояния отдельных участников или суммарного благосостояния в системе за счет ухудшения благосостояния других участников. Но достижение оптимума требует использования дополнительных соображений. Оптимальный план заведомо соответствует эффективной точке. Эффективное же состояние является оптимальным при фиксированных принципах

распределения, устанавливающих существенные черты механизма функционирования и обеспечивающих выполнение требований со стороны общества.

Описание экономики оптимизационными и равновесными моделями – это два способа ее представления как оптимально функционирующей экономики.

В заключение следует отметить, что *эффективность хозяйственного механизма тесно связана с социальными условиями реализации оптимума*. Помимо целевых ограничений, социальные факторы, очевидно, воздействуют на экономические процессы, прежде всего, через вовлечение в производство трудовых ресурсов. Однако общий объем трудовых ресурсов, их профессионально-квалификационный состав – это еще не социальные факторы в производстве. Данные характеристики представляют трудовую деятельность как производственный ресурс, который при составлении плана учитывается наравне с другими. Социальная, неэкономическая природа трудовых ресурсов проявляется в том, что работники осуществляют выбор своего поведения в системе, в том числе, выбор интенсивности и места приложения трудовой деятельности. Мотивы выбора не могут быть сведены к экономическим, а значит, и не могут быть достаточно полно отражены в оптимизационных (и равновесных) моделях. Территориальная миграция, выбор профессии – эти процессы могут быть описаны в экономических терминах лишь приближенно, например, через стремление к получению большего дохода. Очевидно, что причины, вызывающие те или иные сдвиги в структуре трудовых ресурсов, гораздо разнообразнее и сложнее. И это может оказаться причиной несоответствия фактического распределения трудовых ресурсов в производстве требованиям, полученным в результате расчетов по оптимизационным моделям.

15.3 Важные частные случаи

Для двух частных классов задач оптимизации имеется хорошо разработанная теория. Кроме того, во многих других случаях используются методы, основанные на принципах одного или обоих частных классов задач. Это – задача линейного программирования и классическая задача на условный оптимум.

Задача линейного программирования

В этой задаче *целевая функция и функции, определяющие ограничения, линейны*. Ограничения на неотрицательность являются характерными условиями этой задачи.

Поскольку целевая функция линейна, она не имеет критических точек. Следовательно, все *оптимумы являются граничными*.

Допустимое множество выпукло, так как все ограничения линейны. Линейная целевая функция и выпукла, и вогнута. Поэтому все *максимумы и минимумы задачи линейного программирования являются глобальными*.

Как будет показано в следующей главе, важное свойство решения задачи линейного программирования заключается в том, что *необходимо исследовать только конечное число граничных точек*.

Если решение задачи линейного программирования существует, то, в принципе, оно может быть точно найдено.

Линейное программирование открыло способ непосредственного численного решения практических задач на оптимум, если они представлены моделями линейного программирования или могут быть приближены к ним.

Линейное программирование дало огромный толчок в развитии исследования операций и других областей, в которых требуется численное решение задач оптимизации. Экономисты, занимающиеся прикладными вопросами, также заинтересованы в непосредственном численном решении задач линейного программирования. Экономистов-теоретиков это интересует в меньшей степени.

Теория линейного программирования пролила свет на природу задачи оптимизации вообще и на природу цен в типичной задаче оптимизации в экономике в частности.

Линейное программирование стимулировало развитие математической экономики.

Теория линейного программирования дает возможность проникать в свойства более общих задач оптимизации с условиями-неравенствами и ограничениями на неотрицательность переменных.

Влияние теории линейного программирования выходит далеко за рамки относительно ограниченного класса линейных условных задач оптимизации.

Классическая задача на условный оптимум

В классических задачах на условный оптимум целевая функция и функции, определяющие ограничения, должны быть непрерывными и дифференцируемыми. Никаких других ограничений на характер функций не предполагается. Однако в этом случае все *ограничения должны быть равенствами и отсутствует требование неотрицательности переменных*.

Исследование классической задачи на условный оптимум предшествовало изучению задачи линейного программирования больше чем на столетие.

Методы классической теории задач на условный оптимум, основанные на вычислительных концепциях, имеют широкое применение во многих областях и являются основанием неоклассической экономической теории.

В рассматриваемом случае все ограничения представляют собой равенства. Поэтому все они эффективны в каждой точке допустимого множества. Это означает, что *внутренность допустимого множества пуста*³.

Как и в задаче линейного программирования, в этой задаче *существуют только граничные оптимумы*. Однако особенность задачи линейного

³ Под этим утверждением понимается то, что размерность допустимого множества меньше размерности пространства допустимых векторов.

программирования – возможность сравнения конечного числа граничных точек для установления оптимума – здесь не выполняется. Условия глобального оптимума здесь, вообще говоря, также не выполняются. Для выявления глобального оптимума приходится сравнивать значения целевой функции в локальных оптимумах.

Строго говоря, в этом случае *нет непосредственного метода решения*. Стандартные методы анализа указывают условия, которые должны выполняться в оптимальных точках. Вообще говоря, мы не можем точно установить, какие точки удовлетворяют этим условиям. Для экономиста большое значение имеют описательные свойства оптимальных точек, а не только точное значение их координат.

Расширения классической задачи на условный оптимум

Комбинация понятий, установленных в теории линейного программирования и в классической теории оптимизации (условной), дает возможность расширить метод анализа и охватить случаи с ограничениями на неотрицательность переменных и с неравенствами в функциональных ограничениях. Как и в классических задачах на условный оптимум, здесь мы, вообще говоря, получим свойства оптимальных точек, а не сами оптимальные точки.

Один из подходов к задаче оптимизации обуславливается тем, что отыскивается нечто, принимаемое за решение задачи.

Рассмотрим простую задачу оптимизации – максимизировать выпуск при заданных издержках.

Планирующему органу производства, вероятно, желательно было бы знать непосредственное решение, то есть точные указания, что должно использоваться, в каких количествах и что в результате получится. Администрация хотела бы знать, если уж не численное решение, то, по крайней мере, формулу или инструкцию, обеспечивающую численный ответ при заданных исходных параметрах условий задачи.

С другой стороны, экономическая теория обычно требует более универсальные качественные характеристики, не всегда связанные с конкретными численными значениями, которые являются целью непосредственного решения задачи. Другими словами, экономист-теоретик часто интересуется не конкретными решениями задач для каждой отдельной фирмы, а свойствами решений, общими для всех фирм. Эти свойства решений называются **условиями оптимальности**.

Условия оптимальности намечают метод для распознавания оптимальных точек и исследования их свойств. Однако условия оптимальности не всегда указывают процедуру вычисления оптимальных решений. В течение многих лет экономистов-теоретиков смущало то, что администрация фирм мыслит не в маргинальных терминах. Это было связано с неразберихой в условиях оптимальности и в эффективных методах вычисления непосредственного решения. Только после второй мировой войны появились методы непо-

средственного решения ряда типичных задач оптимизации управления фирмой.

Различные требования к результатам анализа задачи приводят к различным подходам к постановке и методам решения задач. Это – подход исследования операций; подход, требующий численного решения задачи оптимизации; и, наконец, подход математической экономики. Последний связан, главным образом, с интересами экономической теории и анализа и поэтому имеет дело с условиями оптимальности.

В этой главе мы не рассматривали методы оптимизации, предназначенные, главным образом, для нахождения численного решения. Теория этих методов не представляет интереса для экономической теории.

Среди этих методов можно назвать следующие:

1. *квадратичное программирование* – относительно простая система методов решения задач минимизации положительно определенной квадратичной формы при линейных ограничениях;
2. *целочисленное программирование*, имеющее дело с задачами оптимизации, в которых все или некоторые переменные могут принимать только дискретные значения;
3. *выпуклое программирование* представляет методы решения задач максимизации вогнутых целевых функций на выпуклых множествах;
4. *динамическое программирование* – система методов, позволяющих решать многоэтапные задачи планирования.

Как указывалось при рассмотрении общей структуры задач оптимизации, классические методы условной оптимизации могут применяться к задаче, характеризующейся следующими особенностями:

- целевая функция и функции ограничений обладают подходящими свойствами гладкости. Обычно они принадлежат классу C^2 . Этого достаточно для всех целей;
- все функциональные ограничения являются равенствами;
- отсутствуют прямые ограничения на переменные (ограничения на неотрицательность).

Классическая задача на условную оптимизацию в стандартной форме записывается в виде:

$$\begin{aligned} \max f(x), \quad (x - n\text{-мерный вектор}), \\ g^i(x) = 0, \quad i = 1, \dots, m \quad (m < n). \end{aligned} \quad (15.1)$$

В этой задаче все ограничения эффективны. Поэтому допустимое множество K состоит только из граничных точек и, следовательно, внутренние оптимумы исключаются. Если не все ограничения линейны, то, вообще говоря, K – невыпуклое множество.

Здесь рассматривается система из m уравнений с n переменными, где $m < n$. Если соответствующий якобиан не вырожден, можно $n - m$ переменных выразить через остальные m (по теореме о неявной функции). Эти значения подставляются в целевую функцию, и решается задача на безусловный

оптимум относительно $n - m$ переменных. Казалось бы, этот подход обладает всеми чертами хорошей процедуры: уменьшается число переменных, и задача сводится к уже исследованной.

Непосредственная подстановка (замещение) часто *используется при решении задач, в которых желательно получить явное решение*. Однако приведенная выше процедура не столь полезна, как кажется с первого взгляда. Весьма редко удается получить явное решение системы уравнений, если они нелинейны.

В типичных задачах математической экономики вид функций f и g^i явно не определен. Некоторые свойства оптимального решения могут быть объяснены при использовании соотношений между производными, задаваемыми теоремой о неявной функции. Однако получаемые при этом результаты не симметричны по отношению к выбору зависимых и независимых переменных.

Далее мы увидим, что, как это ни парадоксально, более *полезным методом исследования свойств оптимального решения классической задачи является метод, который не уменьшает число переменных задачи, а увеличивает его*.

ТЕОРИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ СИСТЕМ

16.1 Общая задача оптимизации

Будем рассматривать общую задачу оптимизации, сформулированную в следующей стандартной форме. Рассмотрим задачу максимизации:

$$\max f(x), x = [x_j], j = 1, \dots, n,$$
$$g^i(x) \leq 0, i = 1, \dots, m, \quad (16.1)$$

$$x_k \geq 0, k \in S, \quad (16.2)$$

где S – некоторое подмножество множества индексов $(1, \dots, n)$,

$f(x)$ – целевая функция,

x – n -мерный вектор переменных задачи.

Ограничения (16.1) – функциональные ограничения; ограничения (16.2) – прямые.

Функции f, g^i предполагаются непрерывными функциями из классов C^1 или C^2 в зависимости от потребностей, если не оговорено противное.

Удобно иметь все неравенства одного знака. Если же встретятся неравенства вида $\phi^i(x) \geq 0$, всегда можно, обозначив $g^i = -\phi^i$, свести систему к стандартной форме. Естественно, что знак неравенства в стандартной форме произволен. Приведенный выше выбор знака для задачи на максимум (и обратные знаки в задаче на минимум) естествен в многих экономических задачах и в задачах линейного программирования. Обычно в задачах, использующих методы Куна и Таккера, неравенства записываются по-другому. Однако мы сохраним приведенное выше соглашение о знаке для всех задач.

Функциональное ограничение всегда можно представить в виде неравенств. Для этого ограничение вида $\phi(x) = 0$ представляют в виде пары условий $\phi(x) \leq 0$ и $-\phi(x) \leq 0$. В случае, когда все ограничения – равенства, целесообразно оставить эту форму.

Прямые ограничения (16.2), которых может и не быть (S может быть пустым множеством), всегда записывают, как условия на неотрицательность. Такой знак прямых ограничений естественно сохранить и в задаче на минимум, в которой знаки неравенств в функциональных ограничениях меняются на противоположные. Все прямые ограничения можно представить в таком виде, обозначая $x'_k = -x_k$, если в начальных условиях $x_k \leq 0$, или $x'_k = x_k - b$, если $x_k \geq b$.

Чтобы обеспечить замкнутость допустимого множества, предполагается, что все неравенства записаны как нестрогие.

Задача на оптимум, вообще говоря, не всегда имеет решение. Задача $\max(x_1 + x_2)$ при условии, что $x_1 - x_2 \leq 0$, имеет неограниченное допустимое множество и не имеет решений: для любого x можно найти другой допустимый вектор, дающий большее значение целевой функции. Тем не менее, можно выделить широкий класс задач, для которых гарантируется существование оптимума.

Теорема Вейерштрасса: непрерывная функция, определенная на непустом замкнутом ограниченном множестве, достигает максимума (минимума), по крайней мере, в одной точке этого множества.

Поскольку обычно целевая функция берется непрерывной, а допустимое множество замкнутым, то ограниченность допустимого множества – единственное необеспеченное условие.

Во многих случаях допустимое множество будет ограничено, однако это не будет очевидным без соответствующего исследования. Будет установлено, что теорема Вейерштрасса дает достаточные условия оптимума. Задачи, в которых не выполняются условия теоремы, могут иметь оптимум⁴.

Задача на оптимум может, конечно, быть и тривиальной. Функция $f(x) = c$ при $a \leq x \leq b$ (x – скаляр) имеет и максимум, и минимум, равный c .

16.2 Общий принцип решения

Оптимальная точка должна лежать в допустимом множестве. Это либо внутренняя, либо граничная точка множества.

Пусть оптимальная точка является *внутренней*. Тогда существует окрестность, содержащая эту точку и целиком лежащая в допустимом множестве, причем рассматриваемая точка оптимальна относительно точек этой окрестности. Такая точка должна удовлетворять обычным требованиям к безусловному оптимуму, то есть она *должна быть критической точкой* f ($f_j = 0$ для всех f)⁵.

Пусть теперь оптимальная точка лежит на границе. Тогда в любой ее окрестности имеются точки как принадлежащие, так и не принадлежащие допустимому множеству. Поэтому, вообще говоря, нельзя сказать, что эта точка является оптимальной относительно точек своей окрестности. *Граничная оптимальная точка не обязательно должна быть критической точкой f .*

⁴ Если $f(x)$ – возрастающая функция, а допустимое множество ограничено сверху (а снизу нет), то, очевидно, что $f(x)$ будет иметь максимум.

⁵ Здесь $f_j = \frac{\partial f}{\partial x_j}$.

Таким образом, имеем *общий принцип решения*: решение общей задачи на оптимум (max или min $f(x)$ при x , принадлежащих замкнутому допустимому множеству K), если оно существует, является либо критической точкой функции $f(x)$, либо граничной точкой множества K , либо и тем и другим одновременно.

Мы выделили два типа оптимальных точек – внутренний и граничный оптимумы. Это показано на рис. 16.1 а и б. На обоих рисунках эллиптические кривые представляют собой линии (или в общем случае поверхности) уровня целевой функции, а выделенная область – это допустимое множество. Оптимальная точка A является внутренним оптимумом на рис.16.1 а и граничным на рис. 16.1 б.

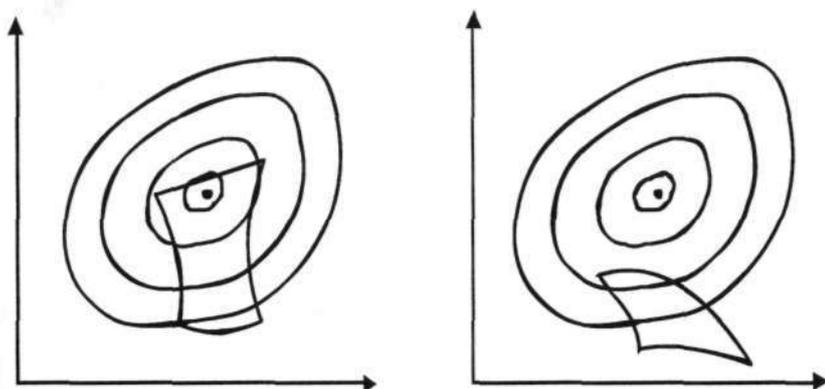


Рисунок 16.1 Внутренний (а) и граничный (б) оптимумы

В принципе, *задача оптимизации может быть решена следующим образом*. Находятся критические точки $f(x)$, затем вычисляются значения $f(x)$ вдоль границы, и, наконец, сравнивая полученные при этом значения целевой функции, выбираются точки, дающие максимум или минимум функции $f(x)$. На практике этот подход к решению задачи оказывается слишком трудоемким.

Если $f(x)$ не является всюду дифференцируемой, то вместе с критическими и граничными точками необходимо исследовать и точки, в которых $f(x)$ недифференцируема.

16.3 Принцип Парето

Принцип Парето позволяет сократить множество исходных вариантов, то есть исключить те варианты решений, которые заведомо будут неудовлетворительными.

Предположим, что мы сделали некоторый выбор. Обозначим его через x^* и предположим, что существует некоторый другой выбор такой, что для всех критериев $f_i(\bar{x})$ имеют место неравенства

$$f_i(\bar{x}) \geq f_i(x^*), \quad i=1, \dots, n, \quad (16.3)$$

причем хотя бы одно из неравенств – строгое.

Очевидно, что выбор \bar{x} предпочтительнее x^* . Поэтому все векторы x^* , удовлетворяющие (16.3), следует сразу исключить из рассмотрения. Имеет смысл заниматься сопоставлением, подвергать анализу только те векторы x^* , для которых не существует \bar{x} такого, что для всех критериев удовлетворяется неравенство (16.3). Множество всех таких значений x^* называют **множеством Парето**, а вектор x^* называют **неулучшаемым вектором результатов (вектором Парето)**, если из $f_i(\bar{x}) \geq f_i(x^*)$ для любого i следует $f_i(\bar{x}) = f_i(x^*)$.

Предположим, что цели субъекта определяются двумя однозначными функциями:

$$f_1(x) \rightarrow \max, \quad f_2(x) \rightarrow \max.$$

Тогда каждому допустимому значению переменной x отвечает одна точка на плоскости (f_1, f_2) (рис. 16.2), и равенства

$$f_1 = f_1(x), \quad f_2 = f_2(x)$$

определяют параметрическое задание некоторой кривой $abcd$ в этой плоскости. Но к множеству Парето можно отнести далеко не всю кривую. Так, участок bc , очевидно, не принадлежит множеству Парето, поскольку вместе с ростом f_1 происходит рост f_2 . Таким образом, на этом участке изменению переменной x отвечает одновременное увеличение обеих целевых функций, и, следовательно, такие варианты решений должны быть сразу исключены из дальнейшего рассмотрения.

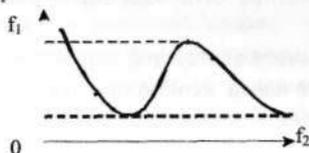


Рисунок 16.2 Парето-предпочтение альтернатив

Из тех же соображений должен быть исключен участок $a'b$, поскольку для каждой его точки e найдется точка, принадлежащая участку cd , в которой значения обеих функций f_1 и f_2 больше, чем в точке e . Значит, претен-

довать на принадлежность к множеству Парето могут только участки aa' и cd , причем точка a' также должна быть исключена.

Таким образом, принцип Парето заключается в том, что *выбирать в качестве решений следует только тот вектор x* , который принадлежит множеству Парето. Принцип Парето не выделяет единственного решения, он только сужает множество альтернатив. Окончательный выбор остается за лицом, принимающим решение. Но исследователь, построив множество Парето, естественно, облегчает процедуру выбора решения.

Принцип Парето играет очень важную роль в автоматизации проектирования. Предположим, например, что речь идет о проектировании водного комплекса. В результате создания этого комплекса появится возможность обеспечить водой несколько крупных промышленных и сельскохозяйственных объектов и тем самым повысить их эффективность. Но возникнет целый ряд отрицательных явлений. Большая площадь водохранилища, которая необходима для регулярной работы комплекса, приведет к большим потерям воды в результате испарения. Кроме этого, уменьшение количества воды в речной системе ухудшит условия рыболовства и судоходства, а строительство промышленных комплексов увеличит объем загрязнений и ухудшит качество воды, поступающей на поля. Одним словом, ситуация оказывается многокритериальной. Цели проектировщика могут быть записаны в виде:

$$f_i(x) \rightarrow \max, \quad i = 1, \dots, n.$$

Проектировщик сталкивается с необходимостью поиска компромисса, одним из путей которого является построение множества Парето, изучение которого дает большой объем информации. Лицо, принимающее решение, сможет увидеть, во сколько обойдется увеличение одного из показателей, как это скажется на остальных показателях, значения которых непременно ухудшатся. Как правило, это множество имеет очень сложную природу.

Помимо критериев $f_i(x)$, часто существует еще один общий критерий $F(x)$. Иногда он может быть записан в явном виде. Таким критерием является стоимость проекта. Значит, для решения задачи достаточно определить вектор x : $F(x) \rightarrow \max$ при $x \in P_G(f_1, \dots, f_n)$, где $P_G(f_1, \dots, f_n)$ – множество Парето для функций f_1, \dots, f_n на множестве G допустимых векторов x . Так, для водного комплекса множество G определяется распределением воды по объектам x_i , при котором ее количество не превосходит притока $Q(x)$.

Приближенное построение множества Парето относится к числу очень важных и очень трудных задач численного анализа. Рассмотрим простейший случай двух критериев.

Пусть речь идет о задаче

$$\begin{aligned} f_1(x) &\rightarrow \max, \\ f_2(x) &\rightarrow \max, \\ x &\in G_x. \end{aligned}$$

Каждой точке $x \in G_x$ соотношения

$$f_1 = f_1(x), f_2 = f_2(x)$$

ставят в соответствие некоторую точку $f \in G_f$ в плоскости критериев (рис. 16.3). Эти соотношения определяют отображение множества G_x на G_f .

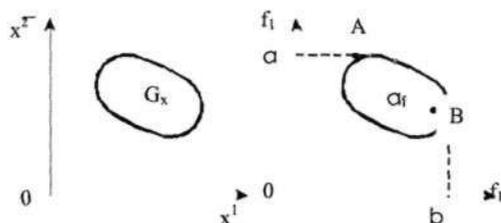


Рисунок 16.3 Приближенное построение множества Парето

Множество G_f носит название **множества достижимости** или **множества предельных возможностей**. Изучение структуры этого множества может оказаться весьма полезным при исследовании задач проектирования и планирования. *Множество Парето представляет собой лишь часть границы множества достижимости*. На рис. 16.3 множеством Парето будет дуга ACB .

Приближенное построение множества Парето сводится к последовательному решению ряда задач математического программирования. Опишем одну из возможных схем расчета. Зафиксируем некоторые значения критериев f_1 и f_2 :

$$f_1 = C_1, f_2 = C_2.$$

Значения C_1 и C_2 следует выбрать так, чтобы они принадлежали множеству достижимости.

Теперь решаем две оптимизационные задачи.

- 1: $f_1(x) \rightarrow \max,$
 $x \in G_x, f_2(x) = C_2;$
- 2: $f_2(x) \rightarrow \max,$
 $x \in G_x, f_1(x) = C_1.$

Решив эти задачи, мы определим точки a и b (рис. 16.4). Проведя через них прямую 1 , мы получим простейшую аппроксимацию множества Парето.

Для уточнения аппроксимации, решив задачи 3 и 4, мы находим еще две точки c и d , которые принадлежат этому множеству:

- 3: $f_3(x) \rightarrow \max$,
 $x \in G_x, f_4(x) = C_4$;
 4: $f_4(x) \rightarrow \max$,
 $x \in G_x, f_3(x) = C_3$.

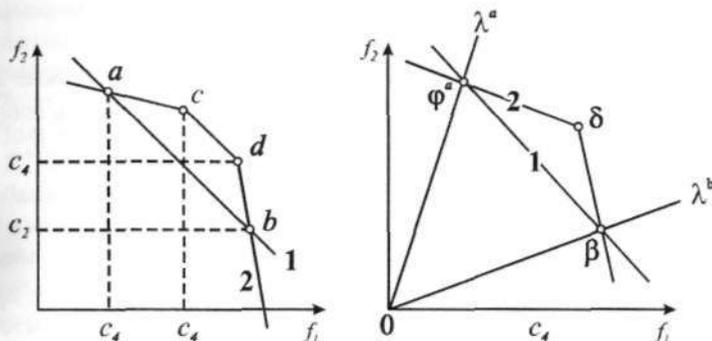


Рисунок 16.4 Краевые задачи при построении множества Парето

Значения C_3 и C_4 снова должны принадлежать множеству достижимости. Через точки a, c, d, b мы проведем ломаную 2, которая и будет следующим приближением. Очень часто подобной информации о структуре множества Парето уже бывает достаточно для решения практических задач. Описанный способ можно распространить и на случай большего числа критериев.

Аппроксимацию множества Парето можно провести и другим способом.

Пусть λ_1 и λ_2 – строго положительные числа такие, что

$$\lambda_1 + \lambda_2 = 1.$$

Составим новый критерий

$$f^1 = \lambda_1 f_1(x) + \lambda_2 f_2(x)$$

и решим следующую задачу математического программирования:

$$f^1(x) \xrightarrow{x \in G_x} \max.$$

Оказывается, что решение этой задачи определяет такой вектор \bar{x} , что точка

$$\bar{f}_1 = f_1(\bar{x}), \bar{f}_2 = f_2(\bar{x})$$

принадлежит множеству Парето.

Поэтому аппроксимацию множества Парето мы можем осуществить следующим образом (рис. 16.4).

Решаем задачу:

$$\lambda_1^\alpha f_1(x) + \lambda_2^\alpha f_2(x) \xrightarrow{x \in G_x} \max,$$

где λ_1^α и λ_2^α удовлетворяют условию $\lambda_1 + \lambda_2 = 1$. Эта задача, а также приведенное выше условие определяют некоторый вектор x_α , который в плоскости f определяет точку α с координатами

$$f_1 = f_1(x_\alpha), f_2 = f_2(x_\alpha).$$

Аналогично находим точку β и через точки α и β проводим прямую 1, которая и будет простейшей аппроксимацией множества Парето (рис. 16.4). Строя точки γ и δ , мы с их помощью можем получить ломаную 2, которая будет следующим приближением, и т. д.

Если множество G_x является многогранником, а критерии имеют вид

$$f^S = (a^S, x),$$

то есть являются линейными функциями, то каждой точке множества Парето мы можем поставить в соответствие такой вектор $\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_n)$, удовлетворяющий условиям

$$\sum \lambda_i = 1, \lambda_i > 0, i = 1, \dots, n,$$

что решение задачи оптимизации

$$(\lambda, f) = \sum \lambda_i f_i(x) \xrightarrow{x \in G_x} \max$$

определяет совокупность чисел f_i , являющихся координатами данной точки множества Парето.

Если множество Парето выпукло, то, увеличивая количество точек, которые определяются одним из описанных выше способов, мы можем построить многогранник, аппроксимирующий это множество с любой степенью точности. Это иллюстрируют примеры, изображенные на рис. 16.4.

К сожалению, на практике встречаются примеры множеств Парето, которые не являются выпуклыми. Тогда задача их аппроксимации резко усложняется.

16.4 Критерии оптимальности

Показатель «прибыль»

Если в задачах оптимального планирования в качестве критерия использовать показатель «прибыль», то он может быть использован только при решении статических (объемных) задач на том уровне иерархии, который характеризует работу предприятия в целом. Такой задачей, прежде всего, является задача формирования годовой производственной программы предприятия.

Пусть Y – годовой план производства.

Полученный при решении задачи объем прибыли определяется как $CX^* = P^*$. Здесь C , X^* – векторы соответствующей размерности, а P^* – объем прибыли. Использование в динамически задачах (календарного распределения) в качестве критерия этого показателя нецелесообразно по следующим причинам. Пусть X^ℓ – искомый план ℓ -го календарного периода. Предположим, что требуется найти решение X^ℓ , которое бы максимизировало прибыль, то есть

$$F(X^\ell) = CX^\ell.$$

Допустим, что $\max F(X^\ell) = P^\ell$. В силу того, что $\sum_t X^\ell \leq X^*$, $\sum_t P^\ell \leq P^*$. Это указывает на то, что максимизация прибыли на ℓ -м интервале не изменяет общего объема прибыли, полученного от плана X^* . Следовательно, использование показателя прибыли в динамических задачах нецелесообразно.

Показатель «диспропорция загрузки оборудования (ресурсов)»

В статических задачах определения производственного задания на плановый период в качестве критерия используется также показатель «диспропорция загрузки оборудования (ресурсов)». Диспропорция – это сравнительная характеристика отклонений фактического наличия ресурсов от планового для различных видов ресурсов (групп оборудования). Основная цель при формировании планового задания заключается в построении такого плана, который бы обеспечивал наименьшую диспропорцию в использовании ресурсов (оборудования). Требование устранения диспропорций в использовании ресурсов, выступающее в качестве цели, формализованно записывается в следующем виде:

$$\min_x \left(\max_{i \in J} (b_i^* - b_{i \text{ рас.}}) \right).$$

Здесь b_i^* – наличный фонд рабочего времени i -й группы оборудования,

$b_{i \text{ рас.}}$ – расчетный фонд рабочего времени i -й группы, определяемый по плану;

X, J – выделенное множество групп, каждая из которых состоит из взаимозаменяемого оборудования.

Задачи с таким критерием будем называть задачами пропорционального использования ресурсов.

Критерий ритмичности

Основная цель динамических задач планирования заключается в оптимизации режима функционирования производственной системы. Одним из основных показателей оптимального функционирования является ритмичность. Термин ритмичность объединяет два различных понятия: ритмичность производства (работы) и равномерность выпуска продукции.

Критерий «равномерность» будет определяться требованием минимизации максимальных отклонений от фиксированных уровней в каждом из интервалов планируемого периода. Формально критерий записывается в виде: $\min_x \left(\max_{\ell \in L} (F(X^\ell) - F(\bar{X})) \right)$, где $F(\bar{X})$ – фиксированный уровень натурального или стоимостного показателя, $F(X^\ell)$ – реальное значение в ℓ -й период в планируемом объеме.

Критерий Вальда, Сэвиджа, Гурвица

Впервые *прямые методы стохастической оптимизации* в экономико-математическом моделировании были применены в 70-х годах. Их *преимущества*:

- применяются для решения экстремальных задач с негладкими функциями;
- для реализации не требуется знание распределения случайной величины (на каждой итерации достаточно иметь реализацию случайной величины).

Пусть эффективность функционирования системы выражается с помощью функции $u(x, \theta)$, причем $x \in X$, $\theta \in \Theta$. Здесь θ – состояние природы. Тогда задача будет сводиться к выражению $u(x, \theta) \xrightarrow{x \in X} \max$.

В этом случае *критерий Вальда* будет иметь вид:

$$F(x) = \min_{\theta \in \Theta, x \in X} u(x, \theta).$$

При этом решение дает наибольший эффект в наихудших условиях.

Критерий Сэвиджа:

$$\max_{\theta \in \Theta, x \in X} (u(x^*, \theta) - u(x, \theta)),$$

где $x^* = \text{Arg max} \{u(x, \theta) / x \in X\}$, другими словами, это критерий минимизации риска в наихудших условиях.

Критерии Вальда и Сэвиджа относятся к группе пессимистических критериев.

Критерий Гурвица

$$F(x) = \alpha (\min_{\theta \in \Theta} u(x, \theta)) + (1 - \alpha) (\max_{x \in X} u(x, \theta)) \longrightarrow \max$$

является линейной комбинацией самого пессимистического и оптимистического критериев.

Логическим продолжением критерия Гурвица является *учет значений эффекта при всех состояниях природы, взвешенных по вероятности*.

Если θ принимает конечное количество значений, и известны вероятности этих значений p_i , то решение следует выбирать как

$$\sum_{i=1}^r p_i \cdot u(x, \theta^i) \longrightarrow \max$$

или

$$M_{\theta} \cdot u(x, \theta) \longrightarrow \max.$$

При этом задача сводится к

$$F(x) = M f(x, \theta) \xrightarrow{x \in X} \max(\min).$$

16.5 Метод стохастических квазиградиентов

Метод проектирования стохастических квазиградиентов заключается в реализации следующей итерационной процедуры:

$$x^{S+1} = \pi_x(x^S - \rho^S \xi^S),$$

где S – номер шага итерационной процедуры;

ρ^S – шаговый множитель, который для сходимости данной процедуры к оптимальному значению должен быть таким, что:

$$\rho^S \geq 0, \sum_{S=0}^{\infty} \rho^S \geq 0, \sum_{S=0}^{\infty} (\rho^S)^{\alpha} \leq \infty$$

(этому удовлетворяет $\frac{const}{S}$, например, $\rho^S = 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots$),

ξ^S – стохастический квазиградиент.

Квазиградиентом является любой градиент из множества градиентов в точке недифференцируемости.

Стохастический квазиградиент – это такой градиент, что:

$$\xi^S = M(\xi / x_2, x_1, \dots) = \widehat{f}(x, \theta),$$

то есть это усредненный квазиградиент.

$\pi_x(z)$ – операция проектирования точки z на область x , что в свою очередь является решением задачи $\|z - x\|_{x \in X} \rightarrow \min$ (минимизация нормы отклонения).

16.6 Условия глобального оптимума

Обычно интерес представляет глобальный оптимум целевой функции. Однако большинство известных методов оптимизации позволяет вычислить только локальный оптимум. Поэтому большое значение имеют условия, гарантирующие, что локальный оптимум является глобальным. Вообще говоря, исследование свойств некоторого локального оптимума не покажет нам, является он глобальным или нет. Однако существуют такие свойства общей структуры задачи, которые могут гарантировать, что каждый локальный оптимум будет глобальным. Эти условия, основанные на структуре задачи, являются достаточными, но не необходимыми.

Частные условия, установленные ниже, важны, так как они выполняются в большинстве типичных для экономической теории задач на оптимум.

В задаче оптимизации непрерывной функции $f(x)$ на замкнутом допустимом множестве K каждый локальный оптимум будет и глобальным, если: $f(x)$ – вогнутая (выпуклая вверх) функция в задаче максимизации и выпуклая в задаче минимизации; K – выпуклое множество.

В экономической теории типичные функции, которые необходимо максимизировать, обычно вогнуты, а допустимые множества очень часто выпуклы. Поэтому приведенные выше условия получили широкое применение. Указанные условия выполняются в таких классических примерах задач оптимизации в экономике, как теория потребительского выбора и теория производства. В сложных моделях приходится тщательно исследовать задачу оптимизации, чтобы определить, выполняются ли условия глобального оптимума.

Покажем, что приведенные условия являются достаточными для совпадения локального и глобального оптимумов. Предположим противное. Пусть $f(x)$ – выпуклая вверх функция, допустимое множество K выпукло, x^* – глобальный максимум, а x' – точка локального максимума, не являющегося глобальным.

По определению выпуклой вверх функции имеем

$$f(kx^* + (1-k)x') \geq kf(x^*) + (1-k)f(x'), 0 < k < 1$$

Поскольку x^* определяет глобальный максимум, а x' — нет, то $f(x^*) > f(x')$; тогда

$$kf(x^*) + (1-k)f(x') > f(x'), \quad 0 < k < 1$$

и

$$f(kx^* + (1-k)x') > f(x'), \quad 0 < k < 1.$$

Рассмотрим теперь окрестность x' такую, что x^* не лежит в ней. Тогда $x = kx^* + (1-k)x'$ принадлежит этой окрестности для достаточно малого k ($k > 0$). Кроме того, поскольку K — выпуклое множество, $x \in K$.

Мы показали, что $f(x) > f(x')$. Это противоречит тому, что x' — точка локального максимума. Таким образом, x' не может определять локальный максимум, если $f(x') \neq f(x^*)$, то есть если x' не глобальный максимум.

По приведенным выше причинам становится очевидно, что если x^* и x' дают глобальный максимум, то и любая их выпуклая линейная комбинация также является глобальным максимумом, так как

$$f(x) \geq kf(x^*) + (1-k)f(x') = f(x^*) = f(x').$$

Таким образом, задача, удовлетворяющая условиям глобального оптимума, имеет либо единственный оптимум, либо бесконечное множество таких оптимумов.

Пусть $f(x)$ строго вогнута, а x^* и x' — различные точки глобального оптимума. Рассмотрим выпуклую комбинацию этих точек x . Имеем

$$f(x) = f(kx^* + (1-k)x') > kf(x^*) + (1-k)f(x') = f(x^*) = f(x').$$

Однако $f(x^*)$ — глобальный оптимум, и $f(x^*) \geq f(x)$. Мы пришли к противоречию. Следовательно, точки x^* и x' должны совпадать, и оптимум единственен.

Таким образом, установлено следующее: если функция f строго вогнута на выпуклом множестве, то оптимум единственен.

Приведенные выше условия можно расширить, чтобы включить важные в экономической теории случаи, в которых целевая функция не вогнута, а квазивогнута и возрастает. Под эту категорию, в частности, подходят функции полезности, благосостояния и производственные функции при возрастании эффективности при изменении масштаба производства.

Для выполнения условий глобального оптимума в задаче на максимум достаточно, чтобы $f(x)$ была положительным монотонным преобразованием вогнутой функции, а K — выпуклым множеством.

Расширенные условия легко доказываются. Пусть $f(x)$ — положительное монотонное преобразование некоторой функции $F(x)$. Из то-

го, что $F(x^*) \geq F(x)$, следует, что $f(x^*) \geq f(x)$, и наоборот. Таким образом, функция $f(x)$ достигает максимума в той же точке, что и $F(x)$. Любая квазивогнутая функция, возрастающая по всем компонентам x , может быть представлена как положительное монотонное преобразование некоторой вогнутой функции.

Приведенные выше доказательства проводились для задачи максимизации. Однако если заменить $f(x)$ на $-f(x)$, условия вогнутости f перейдут в условия выпуклости f , а максимум – в минимум.

16.7 Задачи оптимального управления

Пример задачи сглаживания

Элементы динамики и фактор времени играют важнейшую роль в логистических системах.

Из-за наличия в функционировании производственно-экономических систем неравномерных процессов научный интерес представляет собой задача сглаживания.

Экономические процессы, происходящие в сфере производства и потребления, для которых свойственны значительные временные колебания, являются, прежде всего, объектом рискованных ситуаций. В теории риска для изучения и управления проводится количественная и качественная их оценка, разрабатываются специальные мероприятия по снижению уровня риска: диверсификация, лимитирование, страхование и т. п.

Задача сглаживания относится к категории управления производственно-потребительскими системами. К *показателям динамики рыночной среды* в них относятся: коэффициенты эластичности (по ресурсам в производстве, по цене и доходу в потреблении); балансовые соотношения спроса и предложения в производстве и потреблении; изменения запасов продукции в различных звеньях системы. Можно выделить два *класса задач сглаживания*:

- сглаживание процессов на основе регулирования (выравнивания);
- сглаживание методов создания запасов ресурсов в отдельных звеньях логистической цепи.

Пример стохастической задачи

Стохастичность многих реальных процессов материально-технического обеспечения производства явилась одним из главных стимулов развития формальной теории управления запасами, гибко учитывающих конкурентную среду.

Основным показателем является использование материальных ресурсов, так как их дефицит сужает область маневрирования производственной программы и повышает риск ухудшения параметров производственно-хозяйственной деятельности, а излишек также ухудшает показатели функционирования экономической системы.

В связи с этим рассмотрим некоторые задачи, возникающие при определении оптимальной области маневрирования, с учетом каждой из указанных выше характеристик.

Непрямой резерв (объем потенциала, согласованного с планом производства, то есть объем ресурсов, необходимых для его выполнения, который при возможной корректировке этого плана обеспечивал бы максимальное удовлетворение спроса на материальные ресурсы, а риск увеличения затрат из-за излишка ресурсов был бы минимальным) заложен в ресурсах, идущих на выполнение плана. Он учитывает случайные условия реализации плана производства.

Оптимальная область маневрирования с учетом непрямого резерва определяется решением следующей задачи стохастического программирования:

$$y^* = \text{Arg min} \{F(y) = M \sum_{i=1}^m f_i(y, \theta) / y \geq \underline{y}\}. \quad (16.4)$$

Здесь M – знак математического ожидания;

m – количество оборудования, используемого в системе;

i – номер оборудования;

$y = \{y_i\}_{i=1}^m$ – вектор области маневрирования;

$\theta = \{\theta_i\}_{i=1}^m$ – случайный вектор использования материальных ресурсов.

$$f_i(y, \theta) = \max \{\alpha_i(y_i - \theta_i), \beta_i(\theta_i - y_i)\}, \quad \alpha_i, \beta_i > 0, \quad i = \overline{1, m},$$

где α_i – удельные затраты системы из-за излишка i -го материального ресурса;

β_i – удельные затраты системы из-за дефицита i -го материального ресурса;

$\underline{y} = \{\underline{y}_i\}_{i=1}^m$ – вектор объема материальных ресурсов, необходимых для обязательной программы выпуска изделий:

$$\underline{y} = \sum_{j=1}^n a_{ij} \underline{x}_j, \quad i = \overline{1, m}. \quad (16.5)$$

Здесь n – множество выпускаемых изделий,

a_{ij} – норма расхода i -го материального ресурса на j -е изделие,

\underline{x}_j – обязательная программа выпуска j -го изделия для системы.

Если в системе для всех выпускаемых изделий имеется возможность полной взаимозаменяемости материальных ресурсов, то расчет оптимальной области маневрирования с учетом взаимозаменяемости i -го ресурса l -м определяется решением следующей задачи стохастического программирования:

$$\min F(y), \quad (16.6)$$

$$\underline{y}_l \leq \sum_{i=1}^m y_{il} \leq \bar{y}_l, \quad l = \overline{1, r}. \quad (16.7)$$

Здесь

$$F(y) = \sum_{i=1}^m \sum_{l=1}^r c_{il} y_{il} + M \sum_{l=1}^r \max \left\{ \alpha_l \left(\sum_{i=1}^m \lambda_{iy} y_{il} - \theta_l \right), \beta_l \left(\theta_l - \sum_{i=1}^m \lambda_{iy} y_{il} \right) \right\},$$

где $y = \{y_{il}\}_{i=1, l=1}^{m, r}$ – объем взаимозаменяемости i -го ресурса l -м;
 λ_{iy} – коэффициент взаимозаменяемости i -го ресурса l -м;
 \bar{y}_l – объем возможного использования l -го ресурса;
 c_{il} – цена l -го ресурса.

16.8 Постановка задачи оптимального управления

Оптимизация – нахождение всех максимизирующих или минимизирующих элементов или седловых точек – лежит в основе экономического анализа. В пассивных экономических моделях (таких как изучающие общее равновесие) нас интересует оптимальное поведение лица, принимающего решение. В активных моделях (таких как модели эффективного роста) мы сами заинтересованы в получении оптимума. В последние годы появилась тенденция к переходу от моделей типа «затраты-выпуск» к моделям анализа производственных процессов, от простейших моделей роста к моделям, изучающим траектории оптимального и эффективного роста. В макроэкономических политико-ориентированных моделях, где оптимизация, в основном, порождена параметрическими оценками, направление исследований изменилось в сторону более сложных моделей выбора оптимальной политики.

Действительно, при соблюдении некоторых ограничений оптимизация рассматривалась многими авторами как определяющая сущность экономики. Значительное развитие теории оптимизации за последние двадцать лет привело к целому ряду различных методов анализа. Поэтому желательно дать общее описание постановки задачи оптимизации и показать, в какой мере различные методы соответствуют этой постановке.

В рассматриваемой задаче все переменные будут задаваться как составляющие векторов из R^n

Будем рассматривать n -мерный вектор x как функцию его индексов $i = 1, 2, \dots, n$. Если заменить индексы непрерывным параметром t , $x(t)$ может рассматриваться как бесконечно-мерный аналог вектора из R^n . Величина $x(t)$ является неизвестной функцией t , а не точкой, которая может быть задана перечислением ее координат. Задачи оптимизации, в которых неизвестными являются функции, а не точки, в лучшем случае сводятся к области задач вариационного исчисления.

Кроме вектора x будем рассматривать:

- допустимое множество K^6 . В задаче будут учитываться только те векторы x , которые принадлежат K ($x \in K$);
- однозначную непрерывную целевую функцию $f(x)$, значения которой будут оптимизироваться при условии, что $x \in K$.

Таким образом, формально задачу максимизации можно записать следующим образом: найти $x^* \in K$ такой, что $f(x^*) \geq f(x)$ для всех $x \in K$.

Если такой x^* существует, то задача имеет **слабый глобальный максимум** (слабый, так как удовлетворяет нестрогому (слабому) неравенству, глобальный, так как неравенство справедливо для всех $x \in K$). Не следует путать глобальный оптимум с оптимумом в задаче без ограничений. Последнее означает, что $K = R^n$. Будем считать **максимум сильным**, если можно найти такой x^* , что $f(x^*) > f(x)$ для всех $x \in K$ ($x \neq x^*$).

Существование слабого оптимума допускает неединственность оптимальной точки, так как любой x , удовлетворяющий уравнению $f(x^) = f(x)$, также является оптимальной точкой. Сильный оптимум всегда единственен.*

Если поменять знак неравенств, получим слабый или сильный минимум. Минимум $f(x)$ дает максимум для $(-f(x))$. Значение x^* часто называют просто решением задачи на оптимум. Во многих экономических моделях решениями называют и другие понятия. Чтобы не путать их, обычно решение нашей задачи называют оптимальным решением.

Большинство известных методов не пригодны для решения поставленной выше задачи. Обычно можно решить задачу следующего вида: найти $x^* \in K$ такой, что $f(x^*) \geq f(x)$ для всех $x \in (E \cap K)$, где E – окрестность x^* ⁷. Такая точка называется **слабым локальным максимумом**. Аналогично можно определить сильный локальный максимум, а также слабый или сильный локальный минимум. Некоторые авторы используют термины относительный и абсолютный, а не локальный и глобальный оптимум.

Очевидно, *если функция $f(x)$ имеет оптимум, она должна иметь глобальный оптимум, который должен быть также локальным*. С другой стороны, *локальный оптимум не обязательно будет глобальным*. Прежде всего, нас интересует глобальный оптимум. Интересно выяснить условия, которые надо наложить на постановку задачи для того, чтобы локальный оптимум был также и глобальным. Такие условия (применимые во многих экономических ситуациях) будут приведены ниже. Если они не выполняются, придется применить специальные процедуры (такие как перечисление и сравнение всех локальных оптимумов), чтобы установить глобальный оптимум. Постановка задачи сама определяет, будет ли оптимум сильным или нет. Следует заметить, что *сильный локальный оптимум не обязательно единственен*, так

⁶ Здесь используется стандартная терминология линейного программирования. Мы будем использовать ее во всех видах задач оптимизации.

⁷ Заметим, что нельзя сказать «для всех $x \in E$ » вместо « $\in (E \cap K)$ ». Анализ задачи существенно зависит от существования точек из E , не принадлежащих K .

как $f(x)$ может принимать оптимальное значение в нескольких различных точках, каждая из которых будет сильным локальным оптимумом.

Допустимое множество может быть определено несколькими способами. В дискретном случае (в случае дискретных переменных) оно даже может быть описано перечислением. Однако типичное допустимое множество определяется равенствами или неравенствами, описывающими соотношения между переменными. Соотношения, которые определяют допустимое множество, называются **ограничениями задачи**. Одно ограничение определяет некоторое множество значений переменных. Если ограничений больше чем одно, возможные значения переменных должны удовлетворять всем ограничениям. Таким образом, *допустимое множество является пересечением всех множеств, определяемых каждым из ограничений*. На рис. 16.5 а рассматриваются два ограничения:

$$x_1^2 + x_2^2 - k^2 \leq 0 \text{ и } c - x_1 x_2 \leq 0.$$

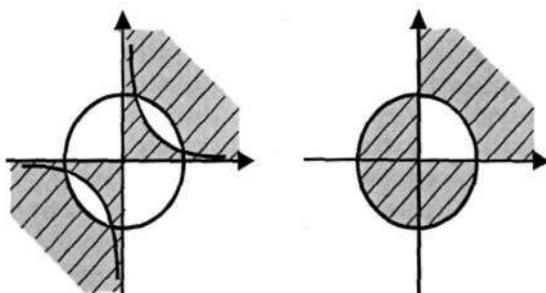


Рисунок 16.5 Допустимые множества

Первое ограничение определяет круг радиуса k , второе – область, отделенную от начала координат двумя ветвями равнобокой гиперболы.

В этом случае допустимое множество определяется на рисунке двумя жирно очерченными незаштрихованными областями в I и III квадрантах. Обычно интерес представляет только одна из этих областей из-за естественного в ряде случаев ограничения $x_1, x_2 \geq 0$, которое исключает область, расположенную в отрицательном квадранте.

Выделим ограничения типа $x_1, x_2 \geq 0$. Будем называть их **прямыми ограничениями на переменные**. Ограничения типа представленных выше окружностью и гиперболой будем называть **функциональными ограничениями**. Более типично, чем на рис. 16.5 а, связь между функциональными и прямыми ограничениями представлена на рис. 16.5 б. Здесь функциональное ограничение очерчивает круг, а прямые ограничения составляют только четверть этого круга.

Оба рассмотренных допустимых множества ограничены, то есть они могут быть заключены в окружность конечного радиуса. Если на рис. 16.5 а

опустить первое ограничение и оставить только неравенство, определяемое гиперболой, и прямые ограничения, то допустимое множество будет неограниченным.

Ограничения задают допустимое множество, однако оно может быть пустым. Вернемся к рис. 16.5 а. Если достаточно сократить радиус круга, окажется, что не существует точек, лежащих внутри круга и внутри области, определяемой ветвями гиперболы. Будем называть **ограничения несовместными**, если допустимое множество пусто.

Для применения некоторых методов и для того, чтобы гарантировать, что локальный оптимум является глобальным, потребуем выпуклости допустимого множества. Допустимые множества на рис. 16.5 (рис. 16.5 а учитывает неотрицательность переменных) выпуклы. Поменяем на рис. 16.5 б в ограничении, описываемом окружностью, знак на противоположный. Тогда допустимое множество представляет собой положительный квадрант без четверти круга с центром в начале координат. Эта область не выпукла.

Границы допустимых множеств важны при рассмотрении задач оптимизации. Рассмотрим их более подробно. Пусть допустимая область определена неравенством $x_1^2 + x_2^2 - k^2 \leq 0$. Для любой точки из допустимого множества x_1^*, x_2^* выполняется либо

$$x_1^{*2} + x_2^{*2} - k^2 < 0,$$

либо

$$x_1^{*2} + x_2^{*2} - k^2 = 0$$

В первом случае можно найти такую окрестность точки x_1^*, x_2^* , что неравенство будет выполняться для любой точки из этой окрестности. Тогда x_1^*, x_2^* – **внутренняя точка допустимого множества** (она принадлежит множеству вместе с некоторой окрестностью).

Если же точка x_1^*, x_2^* удовлетворяет равенству, то в любой окрестности x_1^*, x_2^* существуют такие точки x_1', x_2' и x_1, x_2 , что $x_1'^2 + x_2'^2 - k^2 < 0$, а $x_1^2 + x_2^2 - k^2 > 0$. В этом случае x_1^*, x_2^* – **граничная точка**, поскольку любая ее окрестность содержит допустимые и недопустимые точки.

Уравнение $x_1^2 + x_2^2 - k^2 = 0$ определяет границу рассматриваемого допустимого множества. Поскольку здесь заданы нестрогие ограничения, граница является частью допустимого множества. В этом случае **допустимое множество замкнуто**. Если же ограничения заданы в виде $x_1^2 + x_2^2 - k^2 < 0$, граница не принадлежит допустимому множеству. В этом случае **допустимое множество открыто**. В замкнутом множестве каждая точка либо внутренняя, либо граничная.

В дальнейшем при рассмотрении задач оптимизации будем предполагать, что допустимое множество замкнуто. В противном случае задача часто не имеет решения⁸.

Обычно допустимое множество определяется не одним, а несколькими ограничениями. Рассмотрим допустимое множество, определенное несколькими нестрогими неравенствами, и в нем точку x^* . Говорят, что данное **ограничение эффективно** в точке x^* , если оно в этой точке обращается в равенство. В противном случае **ограничение неэффективно** в точке x^* . Гиперболическое ограничение $c - x_1 x_2 \leq 0$ эффективно в точке $(c^{1/2}, c^{1/2})$ и неэффективно в точке $(2c^{1/2}, 2c^{1/2})$.

Ограничение, определенное как равенство, конечно, всегда эффективно.

16.9 Оптимизация состояния систем в статических оптимизационных моделях

Функция Лагранжа

Исследуем свойства функции

$$L(x, \lambda) = f(x) - \sum_{i=1}^m \lambda_i g^i(x),$$

где λ_i – произвольные величины.

Функция $L(x, \lambda)$ называется функцией Лагранжа, а величины λ_i – множителями Лагранжа.

Иногда линейная комбинация функций, определяющих ограничения задачи, прибавляется к целевой функции, а не вычитается из нее. Разница здесь только в знаках λ_i . Форма, принятая здесь, более целесообразна для экономической интерпретации λ_i , которая будет приведена ниже.

Рассмотрим производные функции $L(x, \lambda)$ по λ_i :

$$\frac{\partial L(x, \lambda)}{\partial \lambda_i} = -g^i(x),$$

$$\frac{\partial L(x, \lambda)}{\partial \lambda_i} = 0 \text{ для } x \in K.$$

Кроме того, для всех $x \in K$

$$L(x, \lambda) = f(x).$$

⁸ Рассмотрим задачу оптимизации $f(x) = x$ в открытом множестве $K = \{x \mid 0 < x < 1\}$. Для каждого x , достаточно близкого к 1, существует $x' \in K$, $x' > x$. Следовательно, $f(x)$ ограничена (< 1), но не достигает максимума.

Если $L(x, \lambda)$ достигает максимума по x, λ в точке x^*, λ^* , тогда, поскольку оптимум безусловный, это критическая точка $L(x, \lambda)$, и все частные производные в ней равны нулю. Поскольку частные производные по λ_i равны нулю, $x^* \in K$ и $L(x^*, \lambda^*) = f(x^*)$, то x^* обеспечивает максимум $f(x)$ при $x \in K$. Следовательно, x^* является решением классической задачи на условный максимум. И наоборот, если $f(x)$ достигает максимума в точке x^* , принадлежащей K , то

$$L(x^*, \lambda) = f(x^*) \text{ и } L(x^*, \lambda^*) \geq L(x, \lambda^*).$$

Таким образом, можно сформулировать утверждение, оправдывающее введение функции Лагранжа:

1. если (x^*, λ^*) – критическая точка $L(x, \lambda)$, то $x^* \in K$;
2. если $L(x, \lambda)$ достигает максимума в точке x^*, λ^* , тогда $f(x)$ достигает максимума на K в точке x^* . Если же $f(x)$ достигает максимума на множестве K в точке x^* , то существует вектор λ^* такой, что $L(x, \lambda)$ максимальна.

Эти утверждения справедливы и для задачи на минимум.

В методе Лагранжа строится функция Лагранжа, а затем находятся ее критические точки.

Частные производные функции $L(x, \lambda)$ можно разделить на две группы. Частные производные по λ являются функциями ограничений g^i . Приравнявая эти производные нулю, получаем, что $x \in K$. Для вычисления оптимума решающую роль играют производные по x . Если их приравнять к нулю, получим n уравнений вида

$$f_j - \sum_{i=1}^m \lambda_i g_j^i = 0 \quad (j=1, \dots, n). \quad (16.8)$$

Представим это выражение в векторной форме

$$\nabla f - \lambda G = 0, \text{ где } G = [g_j^i] \text{ и } \lambda = [\lambda_i].$$

Приведенное выражение является системой уравнений относительно x и λ . Функции f и g^i не содержат λ . Поэтому система может рассматриваться как линейная относительно λ с матрицей G и вектором свободных членов ∇f . Рассматриваемая система содержит n уравнений и m переменных λ_i . Поэтому решение существует только тогда, когда не более m уравнений линейно независимы. Если ограничения задачи независимы, это условие выполняется. Таким образом, можно решать систему относительно множителей λ_i и получить единственный набор λ^* , не все компоненты которого равны нулю.

Пример: пусть производственные функции каждого из двух продуктов зависят от двух (одних и тех же) факторов. Суммарное количество каждого

фактора фиксировано. Пусть заданы цены продуктов. При каких условиях доход от выпуска будет максимальным?

Обозначим через x_1, x_2 объемы выпуска первого и второго продуктов соответственно. Пусть x_3, x_4 – объемы факторов, использованные при производстве первого продукта с производственной функцией $x_1 = F^1(x_3, x_4)$. Аналогично, $x_2 = F^2(x_5, x_6)$. Предполагается, что x_3 и x_5 представляют собой один и тот же фактор, так же как и x_4 и x_6 . Задача заключается в следующем:

$$\begin{aligned} \max \{ & f(x) = p_1 x_1 + p_2 x_2 \}, \\ & x_1 - F^1(x_3, x_4) = 0, \quad x_3 + x_5 - k_1 = 0, \\ & x_2 - F^2(x_5, x_6) = 0, \quad x_4 + x_6 - k_2 = 0. \end{aligned}$$

Функция Лагранжа в этом случае записывается в виде

$$\begin{aligned} L(x, \lambda) = & p_1 x_1 + p_2 x_2 - \lambda_1 [x_1 - F^1(x_3, x_4)] - \lambda_2 [x_2 - F^2(x_5, x_6)] - \\ & - \lambda_3 (x_3 + x_5 - k_1) - \lambda_4 (x_4 + x_6 - k_2). \end{aligned}$$

Приравнивая частные производные по x к нулю, получаем шесть уравнений:

$$\begin{aligned} p_1 = \lambda_1, & \quad p_2 = \lambda_2, \\ \lambda_1 (\partial F^1 / \partial x_3) = \lambda_3, & \quad \lambda_1 (\partial F^1 / \partial x_4) = \lambda_4, \\ \lambda_2 (\partial F^2 / \partial x_5) = \lambda_3, & \quad \lambda_2 (\partial F^2 / \partial x_6) = \lambda_4. \end{aligned}$$

Отсюда легко получить знакомые условия на выпуск, максимизирующий доход:

$$\begin{aligned} p_1 (\partial F^1 / \partial x_3) = p_2 (\partial F^2 / \partial x_5) = \lambda_3, \\ p_1 (\partial F^1 / \partial x_4) = p_2 (\partial F^2 / \partial x_6) = \lambda_4. \end{aligned}$$

Следовательно, стоимость предельного продукта по каждому фактору будет одна и та же в обеих отраслях. Заметим, что все множители Лагранжа оказались равны ценам. Если в приведенном случае имеет место конкурентное ценообразование, то λ_1, λ_2 – цены продуктов, а λ_3, λ_4 – цены факторов.

Формальная интерпретация множителей Лагранжа

Рассмотрим стандартную задачу условной оптимизации. Решим ее с помощью метода Лагранжа, который дает оптимальные векторы x^*, λ^* . Пусть i -е ограничение имеет вид $g^i(x) = b_i$.

Первоначально предполагалось, что $b_i = 0$. Исследуем влияние малого ослабления ограничения.

Обозначим через V^* оптимальное значение целевой функции ($V^* = f(x^*)$). Малое ослабление i -го ограничения приводит к малым изменениям оптималь-

ных значений переменных. Однако предполагается, что условия оптимальности по-прежнему удовлетворяются, так что новое состояние, достигаемое в результате ослабления ограничений, также оптимально. *Влияние ослабления на оптимальное значение целевой функции* определяется формулой

$$\frac{\partial V^*}{\partial b_i} = \sum_j \frac{\partial f(x^*)}{\partial x_j} \frac{\partial x_j}{\partial b_i}. \quad (16.9)$$

Из ограничений имеем

$$\sum_j \frac{\partial g^k(x^*)}{\partial x_j} \frac{\partial x_j}{\partial b_i} = \begin{cases} 0, & k \neq i, \\ 1, & k = i. \end{cases} \quad (16.10)$$

Умножим k -е равенство в (16.10) на λ_k^* и просуммируем по k . Получим

$$\sum_k \sum_j \lambda_k^* \frac{\partial g^k(x^*)}{\partial x_j} \frac{\partial x_j}{\partial b_i} = \lambda_i^*.$$

Вычтем это выражение из (16.9). Получим

$$\frac{\partial V^*}{\partial b_i} = \lambda_i^* + \sum_j \left[\frac{\partial f(x^*)}{\partial x_j} - \sum_k \lambda_k^* \frac{\partial g^k(x^*)}{\partial x_j} \right] \frac{\partial x_j}{\partial b_i}.$$

Выражение справа в скобках в силу условия оптимальности равно нулю, поэтому

$$\frac{\partial V^*}{\partial b_i} = \lambda_i^*.$$

Таким образом, λ_i^* *соответствует маргинальной (предельной) скорости изменения целевой функции относительно малого ослабления i -го ограничения при условии, что все остальные ограничения неизменны*. Эта интерпретация аналогична интерпретации двойственных переменных в теории линейного программирования.

В типичных экономических приложениях ограничения могут задаваться лимитами на ресурсы, а целевая функция – некоторым индексом общественного благосостояния. Тогда оптимальные множители Лагранжа соответствуют маргинальным (предельным) общественным оценкам ресурсов. В рассмотренном выше примере множители соответствуют ценам на продукты и на факторы. Цены на факторы соответствуют предельным оценкам для фиксированного предложения факторов. Чему же соответствуют цены на продукты? Оказывается, они соответствуют маргинальным оценкам произ-

водственных функций, выступающих в качестве ограничений, или параметров эффективности производственных функций.

Связь между множителями Лагранжа и переменными двойственной задачи в теории линейного программирования будет рассмотрена далее.

Геометрическая интерпретация множителей Лагранжа

Простейшая классическая задача на условный оптимум, часто встречающаяся в экономическом анализе, имеет одно ограничение. Условия первого порядка имеют вид:

$$f_j - \lambda g_j = 0, \quad j = 1, \dots, n, \quad g = 0.$$

Можно исключить λ , полагая, что какая-либо из переменных, например n -я, определяет масштаб. Тогда $\lambda = f_n/g_n$. Решая приведенную систему относительно λ , получаем

$$f_j/f_n = g_j/g_n, \quad j = 1, \dots, n.$$

Пусть $n = 2$. Тогда $f_1/f_2 = g_1/g_2$. Следовательно, касательная к линии уровня $f = c$ имеет тот же наклон, что и касательная к кривой $g = 0$ (в оптимальной точке).

При произвольном n имеет место аналогичное утверждение, эквивалентное известному условию об общей касательной гиперплоскости в точке оптимума у поверхности уровня целевой функции и поверхности ограничительной $g = 0$.

Это положение иллюстрирует рис. 16.6. Здесь целевая функция – монотонное преобразование функции $x_1^2 + x_2^2$. Функция ограничений также определяет окружность, но с центром в положительном квадранте. В этом случае имеются две точки касания – A и B . Точка A соответствует условному максимуму, а точка B – условному минимуму. Если изменить знак целевой функции, то положения максимума и минимума поменяются местами.

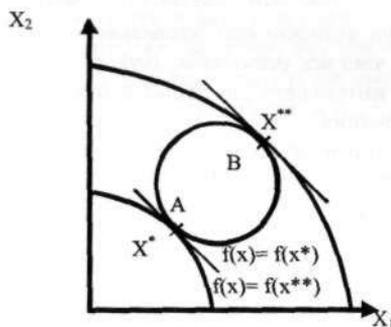


Рисунок 16.6 Геометрическая интерпретация множителей Лагранжа

В этом простейшем случае представляет интерес следующий факт. В случае A линии уровня целевой функции и кривые ограничений лежат по разные стороны от касательной, а в случае B – по одну сторону. В классической задаче на условный оптимум условия второго порядка, которые будут рассмотрены в следующем пункте, могут быть применены и к точке A , и к точке B . Достаточные условия для определения максимума или минимума в расширении классического случая основываются на достаточных условиях глобального оптимума, которые нельзя применять к таким точкам, как точка B .

16.10 Условия второго порядка для классической задачи на условный оптимум

До сих пор мы работали с условиями первого порядка, то есть с условиями, необходимыми для того, чтобы $f(x)$ имела максимум или минимум в точке x^* . Эти условия дают критические точки $L(x, \lambda)$. Однако они не показывают, является ли критическая точка максимумом или минимумом функции $f(x)$.

В этом пункте будут рассмотрены условия второго порядка. Это так называемые «достаточные» условия того, что x^* дает локальный максимум или минимум. Строго говоря, термин «достаточные» здесь не совсем уместен. Условия первого порядка необходимы, но сами по себе условия второго порядка не являются достаточными условиями оптимальности. Тем не менее, этот термин общепринят. При этом неявно предполагается, что условия первого порядка уже выполнены.

При изложении классической задачи на условный оптимум редко приводится полное рассмотрение условий второго порядка. Исключение составляет случай одного ограничения. Ввиду важности условий второго порядка для математической экономики здесь рассматривается общий случай.

Условия второго порядка на безусловный максимум или минимум хорошо известны. Они были получены при разложении функции в ряд Тейлора в точке оптимума и изучении условий, при которых в разложении член второго порядка всегда положителен (в случае минимума) или отрицателен (в случае максимума). Соответствующие утверждения, основанные на свойствах квадратичных форм, обычно выражаются в терминах матриц Гессе – матриц из частных производных второго порядка и их главных миноров.

В этом пункте подобные условия устанавливаются для задачи на условный оптимум. Утверждения, которые будут установлены, во многих отношениях аналогичны соответствующим результатам для задачи на безусловный оптимум.

Функции $f(x)$ и $L(x, \lambda)$ достигают максимума или минимума при одних и тех же значениях x . Может показаться, что $L(x, \lambda)$ можно исследовать как целевую функцию на безусловный оптимум и использовать при этом обычные методы. Однако это не так. Этого нельзя делать по двум причинам. Во-первых,

$L(x, \lambda)$ не имеет максимума или минимума по λ , так как для оптимального x^* имеем $L(x^*, \lambda) = f(x^*)$ и, следовательно, $L(x^*, \lambda)$ не зависит от λ .

Во-вторых, здесь не все изменения x допустимы, как в случае задачи на безусловный оптимум.

Поэтому мы будем анализировать условия второго порядка для $L(x^*, \lambda^*)$, рассматривая $L(x, \lambda)$ только как функцию от x . При этом будем предполагать, что x удовлетворяет заданным ограничениям.

Разложим $L(x, \lambda)$ в точке x^*, λ^* в ряд Тейлора. Член второго порядка имеет вид

$$Q(dx) = \left(\frac{1}{2}\right) \sum_j \sum_k (\partial^2 L / \partial x_j \partial x_k) dx_j dx_k.$$

Вариации dx должны удовлетворять ограничениям

$$dg^i = \sum_j g_j^i dx_j = 0, \quad i = 1, \dots, n.$$

Точка x^*, λ^* дает минимум (максимум), если $Q(dx) > 0$ (< 0) для всех dx , удовлетворяющих ограничениям. Ограничения, заданные в дифференциальной форме, линейны. Следовательно, мы ищем условия, при которых квадратичная форма положительна (или отрицательна) для переменных, удовлетворяющих системе линейных ограничений.

Обозначим через L симметричную матрицу порядка $n \times n$, элементы которой равны

$$\left[\frac{\partial^2 L(x^*, \lambda^*)}{\partial x_j \partial x_k} \right] = \left[f_{jk} - \sum_i \lambda_i^* g_{jk}^i \right],$$

а через G – матрицу порядка $m \times n$, составленную из производных по x функций ограничений $[g_j^i]$.

Тогда условия второго порядка примут вид (здесь dx заменен на y):

$y'Ly > 0$ при условии, что $Gy = 0$ (минимум),

$y'Ly < 0$ при условии, что $Gy = 0$ (максимум).

Чтобы использовать эти результаты, образуем окаймленную матрицу

$$\hat{L} = \begin{bmatrix} 0 & G \\ G' & L \end{bmatrix}.$$

Матрица \hat{L} имеет порядок $(n+m) \times (n+m)$, так как G – матрица порядка $m \times n$, G' – порядка $n \times m$, а нулевая подматрица соответственно порядка $m \times m$.

Сформулируем достаточные для выполнения условий второго порядка условия:

1. *задача на минимум*: определитель матрицы \hat{L} и все главные миноры порядка, больше чем $m + 1$ должны иметь знак $(-1)^m$, где m – число ограничений задачи;
2. *задача на максимум*: определитель матрицы \hat{L} должен иметь знак $(-1)^n$, где n – число переменных в задаче. Главный минор порядка $m + n - 1$ (главный минор наиболее высокого порядка) должен иметь отрицательный знак. Последующие по величине порядка главные миноры до главного минора порядка $m + 1$ должны иметь чередующиеся знаки.

Заметим, что эти условия достаточны, но не необходимы для выполнения условий второго порядка. Условия второго порядка могут выполняться, а приведенные условия относительно знаков определителя матрицы \hat{L} и его главных миноров – нет.

Матрица \hat{L} содержит множители Лагранжа, которые могут быть исключены при использовании условий первого порядка. Тогда матрица \hat{L} будет зависеть только от первых и вторых частных производных целевой функции и функций ограничений. *Условия второго порядка определяются свойствами функций ограничений и целевой функции.*

Пусть задача содержит только одно ограничение. В этом случае структура матрицы \hat{L} и исключение λ существенно упрощаются. Для задачи с одним ограничением и двумя переменными имеем

$$\hat{L} = \begin{bmatrix} 0 & g_1 & g_2 \\ g_1 & f_{11} - \lambda g_{11} & f_{12} - \lambda g_{12} \\ g_2 & f_{12} - \lambda g_{12} & f_{22} - \lambda g_{22} \end{bmatrix}.$$

Вместо λ можно подставить $\lambda = f_1/g_1$ либо $\lambda = f_2/g_2$.

Условия упрощаются, если (что встречается довольно часто в экономическом анализе) функция ограничений либо целевая функция линейны.

Пусть линейна функция ограничений, то есть $g(x)$ имеет вид $\sum a_j x_j - b = 0$. Тогда $g_j = a_j$, а $g_{jk} = 0$. Заменим g_i на $k f_i$ где $k = 1/\lambda$ (из условий первого порядка):

$$\hat{L} = \begin{bmatrix} 0 & k f_1 & k f_2 & \dots & k f_n \\ k f_1 & f_{11} & f_{12} & \dots & f_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ k f_n & f_{1n} & f_{2n} & \dots & f_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & k(\nabla f) \\ k(\nabla f)' & H_f \end{bmatrix}.$$

Матрица \hat{L} отличается от \hat{F} – окаймленной матрицы Гессе функции f – только первой строкой и первым столбцом. Первая строка (первый столбец) матрицы \hat{L} получается из первой строки (первого столбца) матрицы \hat{F} умножением всех ее (его) элементов на k :

$$\hat{F} = \begin{bmatrix} 0 & f_1 & \dots & f_n \\ f_1 & f_{11} & \dots & f_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_n & f_{n1} & \dots & f_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \nabla f \\ k(\nabla f)' & H_f \end{bmatrix}.$$

Из свойств определителя следует, что $\det \hat{L} = k^2 \det \hat{F}$. Такое же соотношение справедливо и для соответствующих главных миноров. Следовательно, знаки определителей и главных миноров матриц \hat{L} и \hat{F} одинаковы. Поэтому условия второго порядка выражают в терминах \hat{F} .

Пусть теперь функция ограничений нелинейна, а целевая функция линейна. Тогда $f_{ij} = 0$. Элементы подматрицы L матрицы \hat{L} имеют вид λg_{ij} . Элементы окаймления представляют собой первые производные g . Поэтому в этом случае получим

$$\hat{L} = \begin{bmatrix} 0 & \nabla g \\ (\nabla g)' & -\lambda H_g \end{bmatrix}.$$

Обозначим теперь через \hat{L}^* окаймленную матрицу Гессе функции g . Умножая каждую строку матрицы \hat{L} на $-(1/\lambda)$, получим новую матрицу \hat{L}^* такую, что

$$\det \hat{L}^* = (-1/\lambda)^{n+1} \det \hat{L} = \det \begin{bmatrix} 0 & kg_1 & \dots & \dots \\ kg_1 & g_{11} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ kg_n & g_{n1} & \dots & \dots \end{bmatrix},$$

где $k = -(1/\lambda)$.

Определители $\det \hat{L}$ и $\det \hat{F}$ и их главные миноры связаны такими же соотношениями, что и в предыдущем случае. Но здесь $\det \hat{L} = (-\lambda)^{n+1} \det \hat{L}^*$. Чтобы получить главный минор порядка n (главный минор наибольшего порядка) матрицы \hat{L} из соответствующего главного минора матрицы \hat{L}^* , необходимо каждую строку умножить на $(-\lambda)$. Такая же связь имеет место и для главных миноров меньших порядков. Следовательно, главные миноры порядка s будут различаться множителем $(-\lambda^s)$.

Таким образом, в случае линейности целевой функции и $\lambda > 0$ (что имеет место в типичных экономических моделях) отношение последовательных главных миноров матрицы \hat{L} имеет знак, противоположный знаку отношения соответствующих главных миноров матрицы \hat{L}^* , и, следовательно, противоположный знаку отношения главных миноров окаймленной матрицы Гессе \hat{F} .

Теперь подытожим правила для важного в экономике случая, когда имеется только одно ограничение и при этом целевая функция либо функция ограничений линейна.

Рассмотрим *классическую задачу на условный оптимум*, содержащую только одно ограничение.

Пусть целевая функция либо функция ограничений (но не обе одновременно) линейна. Рассмотрим последовательность, состоящую из определителя окаймленной матрицы Гессе нелинейной функции и его главных миноров убывающих порядков вплоть до второго.

Для того чтобы критическая точка представляла собой локальный максимум или минимум, достаточно, чтобы

1. в задаче на максимум члены последовательности имели чередующиеся знаки, если линейна функция ограничений, и одинаковые знаки, если линейна целевая функция;
2. в задаче на минимум члены последовательности имели одинаковые знаки, если линейна функция ограничений, и противоположные, если линейна целевая функция.

Еще раз подчеркнем, что приведенные выше условия достаточные, но не необходимые для локального максимума или минимума⁹.

16.11 Эффект замещения в неоклассической теории спроса

Удачный пример использования условий второго порядка в качестве аппарата экономического анализа представляет собой классический анализ Слуцкого-Хика поведения потребителя при изменении цены одного продукта в условиях конкурентного рынка. Здесь же мы рассмотрим лишь чистый эффект замещения. Сформулируем задачу в несколько ином виде, чем Слуцкий или Хикс.

Потребитель характеризуется непрерывной функцией полезности $u(x)$, зависящей от объемов $x_i, i=1, \dots, n$ продуктов. Цена p_i единицы i -го продукта задана. Требуется минимизировать затраты, при которых может быть достигнут заданный уровень полезности. Задача заключается в следующем:

$$\begin{aligned} \min px, \\ u(x) - u^0 = 0. \end{aligned}$$

Это *простая классическая задача на условный оптимум с одним ограничением и линейной целевой функцией*. Запишем условия первого порядка:

⁹ Условия достаточны потому, что они исключают из рассмотрения необычные обстоятельства, такие, например, как случай, когда целевая функция «плоская» в некоторых направлениях, определенных ограничениями. Другие неприятные случаи могут встретиться, когда одно из ограничений имеет ту же форму, что и поверхность уровня целевой функции в окрестности оптимума.

$$\begin{aligned} u(x) - u^0 &= 0, \\ p_i - \lambda u_i &= 0. \end{aligned} \quad (16.11)$$

Очевидно, $\lambda > 0$. Поэтому можно использовать упрощенную форму условий второго порядка, приведенную в конце предыдущего пункта.

Рассмотрим влияние малого изменения одной цены (остальные цены не меняются) на оптимальные значения переменных x при условии, что уровень полезности u^0 не меняется. Не уменьшая общности, будем считать, что меняется только цена n -го продукта.

Изменение p_n влечет за собой изменение оптимальных значений x^*, λ^* . Однако ограничение и условия первого порядка при этом остаются справедливыми, так что уравнения (16.11) можно продифференцировать по p_n . Получаем

$$\begin{aligned} \sum_j u_j \frac{\partial x_j}{\partial p_n} &= 0, \\ -u_i \frac{\partial \lambda}{\partial p_n} - \lambda^* \sum_j u_{ij} \frac{\partial x_j}{\partial p_n} &= 0, \quad i \neq n, \\ 1 - u_n \frac{\partial \lambda}{\partial p_n} - \lambda^* \sum_j u_{nj} \frac{\partial x_j}{\partial p_n} &= 0. \end{aligned} \quad (16.12)$$

Умножим в (16.12) все равенства, кроме первого, на $1/\lambda^*$. Получаем

$$\begin{aligned} \sum_j u_j \frac{\partial x_j}{\partial p_n} &= 0, \\ u_i \frac{1}{\lambda^*} \frac{\partial \lambda}{\partial p_n} + \sum_j u_{ij} \frac{\partial x_j}{\partial p_n} &= 0, \\ u_n \frac{1}{\lambda^*} \frac{\partial \lambda}{\partial p_n} + \sum_j u_{nj} \frac{\partial x_j}{\partial p_n} &= \frac{1}{\lambda^*}. \end{aligned} \quad (16.13)$$

Перепишем систему в матричной форме

$$\begin{bmatrix} 0 & u_1 & \dots & u_n \\ u_1 & u_{11} & \dots & u_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ u_n & u_{n1} & \dots & u_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\lambda^*} \frac{\partial \lambda}{\partial p_n} \\ \frac{\partial x_1}{\partial p_n} \\ \vdots \\ \frac{\partial x_n}{\partial p_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ \frac{1}{\lambda^*} \end{bmatrix}. \quad (16.14)$$

Решим систему относительно $\hat{\alpha}x_n/\hat{\alpha}p_n$ по правилу Крамера. Вектор свободных членов имеет только один ненулевой элемент. Поэтому

$$\frac{\hat{\alpha}x_n}{\hat{\alpha}p_n} = \frac{1}{\lambda^*} \frac{U_{nn}}{\det U},$$

где U – матрица системы (16.14);

U_{nn} – алгебраическое дополнение к элементу u_{nn} .

Главный минор $|U_{nn}|$ связан с алгебраическим дополнением U_{nn} соотношением

$$U_{nn} = (-1)^{(n+1)+(n+1)} |U_{nn}| = |U_{nn}|.$$

Рассматривается задача на минимум с одним ограничением и линейной целевой функцией. Здесь U – окаймленная матрица Гессе функции ограничений, и $\lambda^* > 0$. Поэтому, если выполняются достаточные условия для минимума, имеем

$$|U_{nn}| / (\det U) < 0,$$

то есть

$$\left(\frac{\hat{\alpha}x_n}{\hat{\alpha}p_n} \right)_{u=u^0} < 0.$$

Приведенные рассуждения доказывают отрицательность чистого эффекта замещения в неоклассической теории спроса¹⁰.

Еще раз подчеркнем, что приведенное доказательство основано на предположении, что если потребитель достигает минимума затрат в выбранной точке x^* , детерминантные условия обязательно выполняются. Это, вообще говоря, не верно, хотя можно предположить, что допущение справедливо для «хороших» функций полезности при линейном ограничении.

16.12 Условия глобального оптимума в классической задаче на условный оптимум

В классической задаче на условный оптимум все m ограничений являются равенствами, и $m < n$. Вообще говоря, эту систему уравнений можно свести к одному уравнению $G(x) = 0$ от $n - m$ независимых переменных. Единственный вид уравнения, решения которого образуют выпуклое множество, – линейное уравнение. Так что область определения целевой функции является выпуклым множеством только в том случае, когда $G(x)$ линейна.

¹⁰ Отрицательность эффекта замещения заключается в том, что при заданном уровне полезности u^0 с увеличением цены p_n выпуск n -го продукта уменьшается.

Для линейности $G(x)$ достаточно, чтобы все $g^i(x)$ были линейны. Это условие не является необходимым, поскольку нелинейные поверхности могут определять линейное пересечение.

Только в случае линейного ограничения $G(x) = 0$ удовлетворяются условия глобального оптимума. Этот случай охватывает большой класс простых экономических моделей.

В задаче потребительского выбора, сформулированной в предыдущем пункте, условия глобального оптимума не выполняются, поскольку допустимое множество, определяемое уравнением $u(x) = u^0$, не выпукло. Известно, что в этом случае могут возникнуть те же ситуации, что и в задаче максимизации $u(x)$ при выполнении линейного бюджетного ограничения.

Поскольку эта задача удовлетворяет условию глобального оптимума, можно надеяться, что обращенная задача (задача минимизации px при условии $u(x) = u^0$) также должна иметь глобальный оптимум.

Действительно, в задаче, аналогичной задаче потребительского выбора, можно выполнить условия глобального оптимума, если сделать ограничения неравенствами. Множество, определяемое соотношением $u(x) \geq u^0$, выпукло. Но полученная задача уже не является задачей классического типа. Хотя, как мы увидим в следующей главе, в этом случае решение задачи при ограничениях-неравенствах будет совпадать с решением классической задачи, если обеспечено выполнение условий глобального оптимума. Заметим, что классические условия второго порядка гарантируют существование локального максимума или минимума при некоторых оговорках. При этих оговорках, однако, более общие условия следующей главы не выполняются.

Классический метод решения задач на условный оптимум предполагает равенства в функциональных ограничениях и отсутствие прямых ограничений (обычно это ограничения на неотрицательность переменных). Этот метод широко используется в экономическом анализе. Однако большинство экономических задач в явном или неявном виде содержат особенности, которые не позволяют анализировать их классическими методами. Почти всегда неявно предполагается неотрицательность, по крайней мере, некоторых переменных. Функциональные ограничения точнее описываются неравенствами, чем равенствами. Традиционный экономический анализ основывается на убежденности (часто обоснованной) в том, что функциональные ограничения всегда эффективны, а прямые – несущественны в окрестности оптимума. Часто возникают осложнения из-за того, что неявные ограничения упускаются из рассмотрения и не формализуются. Экономисты развивают модели все возрастающей сложности. Поэтому область использования немодифицированного классического метода решения задач на условный оптимум все более и более ограничивается.

Рассмотрим следующий простой пример. Пусть функция полезности потребителя, зависящая от двух переменных (объемов продуктов x_1 и x_2),

задается в виде $u = (1 + x_1)(1 + x_2)$. Доход потребителя равен единице. Кроме того, задан вектор цен на продукты (15.1). Требуется найти равновесное потребление. Сформулированная задача оптимизации может быть записана в следующем виде:

$$\begin{aligned} \max \{u = (1 + x_1)(1 + x_2)\}, \\ 4x_1 + x_2 = 1. \end{aligned}$$

Решим эту задачу, используя традиционные методы. Получим оптимальные значения переменных $x^* = (-1/4, 2)$ и оптимальный уровень полезности $u^* = 9/4$. Мы пришли к отрицательному значению одной переменной, несмотря на то, что принятый вид функции полезности вполне естественный.

Получив отрицательное значение составляющей решения, экономист отверг бы его, сказав: «Я забыл вас предупредить, что объемы продуктов не могут быть отрицательными». При формальном подходе к задаче не всегда очевидно, что ограничения на неотрицательность могут оказаться существенными.

Пусть теперь $x_1 = 0$. Это ближайшая точка, куда можно прийти из оптимальной точки, найденной без учета ограничения на неотрицательность. Тогда $x_2 = 1$ и $u(0,1) = 2$, то есть $u(0,1) < u^*$. В точке $(0,1)$ отношение u_1/u_2 ¹¹ равно 2, а $p_1/p_2 = 4$. Как видим, в этой точке классическое условие $u_1/u_2 = p_1/p_2$ не выполняется. Однако непосредственное вычисление показывает, что при условии неотрицательности переменных точка $(0,1)$ оптимальна.

Аналогичная ситуация возникает в простой модели экономической системы, в которой обращаются два продукта и два фактора. При этом предполагается, что запасы факторов заданы. Рассмотрим производственные функции, у которых кривые постоянства объемов выпусков пересекают оси (подобно кривым безразличия функции полезности, приведенной выше). Из того, что классические условия для оптимального производства выполняются – множества постоянных объемов касаются – следует, что один из факторов имеется в отрицательном количестве. Производственные функции, приводящие к подобной ситуации, возможны, поэтому необходимо уметь обращаться с такими ситуациями. Производство с одним видом капитала или с одним видом труда кажется весьма частным случаем простой модели, в то время как производство с нулевым количеством одного или более видов труда или капитала в сложной модели представляет собой обычную ситуацию.

Простейшим расширением классических задач на условный оптимум являются задачи, в которых все или некоторые переменные подчинены прямым ограничениям. Такими ограничениями чаще всего являются ограничения на неотрицательность. Рассмотрим задачу максимизации вида

¹¹ Напомним, что $u_i = \frac{\partial u}{\partial x_i}$

$$\begin{aligned} & \max f(x), \\ & g^i(x) = 0, i = 1, \dots, m, \\ & x \geq 0. \end{aligned}$$

Определим функцию $L(x, \lambda)$ обычным образом. Возможны три ситуации:

- а) функция $L(x, \lambda)$ имеет регулярный¹² локальный максимум в критической точке (x^*, λ^*) при $x^* > 0$, и задача удовлетворяет условиям сильного глобального оптимума (допустимое множество выпукло, функция $f(x)$ вогнута, и либо выпуклость, либо вогнутость строгая);
- б) функция $L(x, \lambda)$ имеет регулярный локальный максимум в критической точке (x^*, λ^*) при $x^* > 0$, но условия глобального оптимума не выполняются;
- в) функция $L(x, \lambda)$ не имеет критической точки при $x > 0$, которая являлась бы локальным максимумом.

В первом случае ограничения на неотрицательность неэффективны в окрестности глобального оптимума, и ими можно пренебречь. Этот случай встречается в традиционном экономическом анализе.

В третьем случае глобальный оптимум должен достигаться в точке, в которой какое-либо ограничение на неотрицательность существенно.

Во втором случае оптимум может достигаться в такой точке. Обычно это необходимо проверить.

Рассмотрим свойства функций $L(x, \lambda)$ и $f(x)$ в точке, в которой $x_k = 0$, по крайней мере, для одного индекса k . Поскольку функциональные ограничения $g^i(x) = 0$ пока еще представляют собой равенства, максимумы $L(x, \lambda)$ и $f(x)$ достигаются в одной и той же точке x^* . Кроме того, из $\partial L / \partial \lambda_i = g_i$ следует, что $\partial L / \partial \lambda_i = 0$. Таким образом, некоторые из условий первого порядка для максимума L по-прежнему выполняются.

Какие из оставшихся условий первого порядка $(\partial L / \partial \lambda_j) = 0$ будут еще выполняться? При случайном сочетании параметров условий задачи они еще могут выполняться. Однако в общем случае эти условия не выполняются. Какими же условиями они заменяются?

Разделим множество индексов компонент вектора x на две группы. Пусть $j \in S$, если $x_j = 0$, и $j \notin S$, если $x_j > 0$. Тогда интересующий нас вопрос можно рассматривать следующим образом.

Пусть $j \in S$. При этом малые вариации x_j возможны как в одну, так и в другую сторону. Поэтому x не может быть оптимальным, если $\partial L / \partial x_j \neq 0$.

¹² **Регулярный оптимум** — оптимум, достигающийся внутри области определения оптимизируемой функции.

Пусть теперь $j \notin S$. Тогда малые вариации возможны только в сторону увеличения x_j . Поэтому, если $\partial L / \partial x_j > 0$, x не может быть оптимальным. Иначе можно было бы увеличить L при малом возрастании x . Однако малые уменьшения x не допустимы, поэтому нельзя исключать из рассмотрения точку x , если в ней $\partial L / \partial x_j < 0$.

Подведем итоги всего вышесказанного.

Оптимальная точка x^* задачи $\max f(x)$ при условии, что $g^i(x) = 0, x \geq 0$, удовлетворяет условиям:

$$\frac{\partial L(x^*, \lambda^*)}{\partial x_j^*} = f_j - \sum_i \lambda_i g_j^i \leq 0 \text{ и либо}$$

$$\frac{\partial L(x^*, \lambda^*)}{\partial x_j^*} = 0, \text{ либо } x_j^* = 0;$$

$$\frac{\partial L(x^*, \lambda^*)}{\partial \lambda_i^*} = -g^i(x) = 0.$$

Если же рассматривается задача минимизации, то неравенства меняют знак на противоположный.

Обозначим через \hat{L}_x вектор из частных производных L по переменным x , а через \hat{L}_λ – вектор из частных производных L по переменным λ . Будем считать, что \hat{L}_x – вектор-столбец, а \hat{L}_λ – вектор-строка. Для задачи на максимум условия оптимальности примут вид.

$$\hat{L}_x \leq 0, \hat{L}_x x = 0, x \geq 0, \\ \hat{L}_\lambda = 0,$$

где штрих у матрицы \hat{L}_x означает транспонирование.

Пример: запишем рассмотренную ранее задачу в следующем виде: найти $\max \{u = (1 + x_1)(1 + x_2)\}$, если $4x_1 + x_2 = 1; x_1, x_2 \geq 0$.

Мы уже знаем, что функция L не имеет критической точки при $x_1, x_2 > 0$. Приравняем сначала x_1 , а затем x_2 к нулю. При выполнении бюджетных ограничений получаем точки $(0, 1)$ и $(1/4, 0)$. В точке $(0, 1)$ имеем

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = 1 - \lambda = 0, \text{ следовательно, } \lambda = 1;$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = -2 \text{ при } \lambda = 1,$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0.$$

В точке $(1/4, 0)$ имеем

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = 1 - 4\lambda = 0, \text{ следовательно, } \lambda = 1/4;$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = 1 \text{ при } \lambda = 1/4,$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0.$$

Точка $(0,1)$ удовлетворяет условиям оптимальности, а точка $(1/4, 0)$ – нет.

К сожалению, не существует универсального правила для определения, какие из переменных и в каком случае следует приравнять к нулю для получения оптимального решения. В принципе, можно попытаться сначала приравнять к нулю по одной переменной, затем по две, по три и т. д. После этого сравнить значения $f(x)$ для всех вариантов и выбрать тот из них, который удовлетворяет условиям оптимальности. Вообще говоря, не более чем $n - m$ переменных могут одновременно обращаться в нуль, так как функциональные ограничения уже определяют m переменных через оставшиеся. Таким образом, вообще говоря, по крайней мере m из условий $\partial L / \partial x_j \leq 0$ обращаются в равенства, и этого достаточно для однозначного определения значений m множителей Лагранжа.

В задаче с большим числом переменных и ограничений число групп, в которых k переменных приравнены к нулю, когда k меняется от 1 до $n - m$, огромно. Поэтому приведенные условия оптимальности не дают конструктивного метода решения сложных задач.

В экономическом анализе, однако, интересно знать, что случится с условиями оптимальности, когда решение выйдет на границу, определенную ограничением на неотрицательность. Приведенные выше рассуждения дают ответ на этот вопрос. Задачи подобного типа (в которых оптимальное решение достигается на границе области определения целевой функции) часто встречаются в экономической теории при изучении ситуаций, отвечающих изменению параметров условий задачи, перемещающих внутренние точки к границе. Следовательно, для нас представляют интерес нулевые значения компонент решения. Экономическая интерпретация условий оптимальности при нулевых значениях переменных не представляет трудностей. Однако содержательная интерпретация в каждом частном случае зависит от самой задачи.

В случае, когда функция полезности зависит от n переменных, и бюджетное ограничение линейно, условия оптимальности могут быть интерпретированы как требование того, чтобы отношение предельной полезности к цене было одним и тем же для всех действительно потребляемых продуктов

и не больше (обычно меньше), чем для непотребляемых продуктов. Если же бюджетное ограничение не одно, интерпретация условий оптимальности может быть более сложной.

Теперь мы можем рассмотреть *общую задачу условной оптимизации*, содержащую ограничения произвольного вида:

$$\begin{aligned} \max f(x), \\ g^i(x) \leq 0, \quad x \geq 0. \end{aligned}$$

Общая задача может быть сведена к случаю, рассмотренному в предыдущем пункте, в котором введены ограничения на неотрицательность, а функциональные ограничения оставлены в форме равенств. Это осуществляется путем введения неотрицательных переменных z_i . При этом i -е ограничение-неравенство заменяется парой соотношений

$$g^i(x) + z_i = 0, \quad z_i \geq 0.$$

В полученной задаче $n + m$ переменных; x и z — соответственно n - и m -мерные векторы. Ограничения на неотрицательность наложены на все переменные.

Построим *функцию Лагранжа*

$$L(x, z, \lambda) = f(x) - \sum \lambda_i (g^i(x) + z_i) = f(x) - \sum \lambda_i g^i(x) - \sum \lambda_i z_i.$$

Условия оптимальности по x_j те же, что и прежде. *Условия оптимальности по z_i* имеют вид

$$\frac{\partial L(x, z, \lambda)}{\partial z_i} = -\lambda_i \leq 0 \text{ и либо } \lambda_i = 0, \text{ либо } z_i = 0.$$

Эти условия не влияют непосредственно на выбор x . Их сущность полностью определяется эквивалентным утверждением

$$g^i(x) \leq 0, \quad i = 1, \dots, m, \quad \lambda_i \geq 0, \quad \sum \lambda_i g^i(x) = 0.$$

Следовательно, если составить функцию Лагранжа, не учитывающую неравенства в функциональных ограничениях, в виде

$$L(x, \lambda) = f(x) - \sum \lambda_i g^i(x)$$

и добавить при этом условия неотрицательности $\lambda_i (\lambda_i \geq 0)$, тогда все точки, являющиеся оптимальными относительно z в функции $L(x, z, \lambda)$, удовлетворяют условию

$$L(x, z, \lambda) = L(x, \lambda).$$

Рассмотрим $\partial L(x, \lambda) / \partial \lambda_i = -g^i(x)$. По условию $g^i(x) \leq 0$, а из условий оптимальности по z применительно к $L(x, z, \lambda)$ имеем $\lambda \geq 0$ и либо $g^i(x) = 0$, либо $\lambda_i = 0$. Отсюда следует, что

$$\frac{\partial L(x, \lambda)}{\partial \lambda_i} \geq 0 \text{ и либо } \frac{\partial L(x, \lambda)}{\partial \lambda_i} = 0, \text{ либо } \lambda_i = 0, \text{ либо оба одновременно.}$$

Приведенные выше условия можно рассматривать как условия минимума $L(x, \lambda)$ относительно λ при заданном ограничении на неотрицательность $\lambda (\lambda \geq 0)$.

Решаем задачу на условный максимум $f(x)$, и хотя мы в состоянии исследовать $L(x, \lambda)$ на максимум по λ , теперь мы находим минимум по λ выражения, аналогичного классической функции Лагранжа.

Что послужило основанием для таких рассуждений?

Прежде всего, заметим, что в строго классическом случае имеем $g^i(x) = 0$ для всех i . Поэтому, если заменить оптимальную точку (x^*, λ^*) на (x^*, λ') , где λ' – произвольный m -мерный вектор, то

$$L(x^*, \lambda^*) = L(x^*, \lambda') = f(x^*)$$

Это означает, что на максимальное значение $L(x, \lambda)$ не влияют изменения λ на допустимом множестве. В строго классической задаче можно было бы исследовать $L(x, \lambda)$ на минимум по λ с таким же успехом, как и на максимум. Ничего бы при этом не изменилось. Нам, однако, удобнее рассматривать задачу на максимум.

Далее заметим, что в исследуемом случае в любой оптимальной точке $L(x, \lambda)$, независимо от того, рассматривается ли максимум или минимум по λ , имеет место либо $\lambda_i = 0$, либо $g^i(x) = 0$. Следовательно, и в задаче на максимум, и в задаче на минимум по λ в любой оптимальной точке $L(x, \lambda) = f(x)$. Это соотношение определяется функциями ограничений, а не целевой функцией.

Рассмотрим влияние малых вариаций λ относительно оптимального значения λ^* , учитывая при этом неотрицательность значений λ . Пусть λ_i^* положительно, тогда $g^i(x^*) = 0$. Следовательно, $L(x^*, \lambda^*)$ не меняется, как и в классическом случае. Если же $\lambda_i^* = 0$, может случиться так, что $g^i(x^*) < 0$. Из-за неотрицательности λ единственная возможная вариация λ относительно λ^* есть некоторая положительная величина ϵ . В этом случае член $-\lambda_i g^i(x^*)$ в выражении для $L(x^*, \lambda)$ имеет положительный знак, и $L(x^*, \lambda) > L(x^*, \lambda^*)$. Таким образом, в оптимальной точке $L(x, \lambda)$ достигает

минимума по λ . Свойство минимума выявляется только тогда, когда, по крайней мере, одно ограничение неэффективно.

Подытожим свойства оптимальной точки (x^*, λ^*) для общей задачи оптимизации:

$$\begin{aligned} & \max f(x), \\ & g^i(x) \leq 0, \quad i = 1, \dots, m, x \geq 0; \\ & f_j - \sum \lambda_i g_j^i \leq 0 \text{ и либо } f_j = \sum \lambda_i g_j^i, \text{ либо } x_j = 0, \\ & \lambda \geq 0, g^i \leq 0 \text{ и либо } g^i = 0, \text{ либо } \lambda_i = 0. \end{aligned}$$

В экономическом анализе мы часто не пытаемся выяснить, является ли некоторая точка оптимальной, а только интересуемся свойствами точки, про которую известно, что она оптимальна. В таких случаях вторые условия устанавливают, что можно игнорировать ограничения, неэффективные в оптимальной точке.

Если рассматривается задача минимизации, то знак неравенств в первом условии нужно поменять на противоположный.

Седловые точки и двойственность

Рассмотренные выше оптимальные условия для общей задачи максимизации обычно называются условиями Куна-Таккера.

Обычно они выражаются в терминах функции Лагранжа:

$$L(x, \lambda) = f(x) - \sum \lambda_i g^i(x)$$

и записываются в векторной форме при помощи введенных ранее обозначений. В этих обозначениях условия оптимальности имеют вид:

$$\hat{L} \leq 0, \hat{L}_x x = 0, x \geq 0;$$

$$\hat{L}_\lambda \geq 0, \lambda \hat{L}_\lambda = 0, \lambda \geq 0.$$

В первоначальной формулировке Куна и Таккера и в большинстве изложений теории Куна-Таккера ограничения приводятся в форме $g^i \geq 0$, а функция Лагранжа – в виде $L(x, \lambda) = f(x) + \sum \lambda_i g^i(x)$. Противоположные знаки в ограничениях и перед λ взаимно уравнивают друг друга. Поэтому форма условий оптимальности не меняется.

Мы уже заметили, что $L(x, \lambda)$ – функция от двух наборов переменных – имеет в оптимальной точке максимум по x и минимум по λ . Точка, в которой функция достигает максимума по одним переменным и минимума по другим, называется седловой точкой. Возникновение этого термина объясняется видом графика функции Лагранжа в трехмерном пространстве.

Поэтому решение общей задачи оптимизации может рассматриваться как нахождение седловой точки функции Лагранжа или точки, максимизирующей или минимизирующей функцию Лагранжа. Последняя терминология следует из того, что мы находим максимум по x и минимум по λ . Далее будет показано, что если (x^*, λ^*) – оптимальная точка L , то

$$L(x^*, \lambda^*) = \max_x \min_{\lambda} L(x, \lambda) = \min_{\lambda} \max_x L(x, \lambda).$$

Теперь мы можем строго установить связь между множителями Лагранжа и двойственными переменными задачи линейного программирования.

Рассмотрим стандартную задачу линейного программирования и двойственную к ней

$$\begin{array}{ll} \max cx, & \min yb, \\ Ax \leq b, x \geq 0; & yA \geq c, y \geq 0. \end{array}$$

Функция Лагранжа для прямой задачи имеет вид

$$L(x, \lambda) = cx - \lambda Ax + \lambda b.$$

Имеем $\hat{L}_x = c - \lambda A$ и $\hat{L}_\lambda = -Ax + b$. Условия Куна-Таккера записываются в виде:

$$\lambda A \geq c, (c - \lambda A)x = 0, x \geq 0;$$

$$Ax \leq b, y(b - Ax) = 0, \lambda \geq 0.$$

Пусть $\lambda = y$. Тогда условия Куна-Таккера будут представлять собой ограничения и условия равновесия для прямой и двойственной задач. Если мы построим функцию Лагранжа для двойственной задачи, получим, что оптимальные значения обеих функций Лагранжа равны между собой: $cx^* = y^*b$. Это равенство соответствует теореме двойственности линейного программирования.

Таким образом, множители Лагранжа в общей задаче оптимизации играют роль двойственных переменных в линейном программировании и сводятся к ним, если общая задача оптимизации линейна.

Поэтому в экономических задачах множители Лагранжа можно интерпретировать так же, как и двойственные переменные (обычно как неявные или условные оценки).

Очевидно, что условия Куна-Таккера являются обобщением условий оптимальности каждого частного типа задач оптимизации. Теоретически, можно было бы исходить из этих более общих условий при рассмотрении частных случаев – линейного программирования и строгих классических задач на условный оптимум.

Двойственные переменные

Рассмотрим общую задачу максимизации, для которой известно решение x^* . Необходимо найти оптимальные значения двойственных переменных λ . Такой тип задач играет важную роль в экономическом анализе, где предполагается, что отдельные составляющие экономической системы (обычно фирма или потребитель) уже определили координаты своего оптимума тем или иным способом (возможно, ошибочно). Интересно знать, какова природа двойственных переменных, связанных с оптимумом и обычно рассматриваемых как некоторые условные оценки.

Поскольку оптимальное значение x^* задано, величины $f(x^*)$, $g'(x^*)$ и их производные могут рассматриваться как константы. Для упрощения записи обозначим матрицу из $[f_j]$ через $A = [a_{ij}]$, вектор $[f_j]$ – через c , а вектор $[-g^i]$ – через b . A – матрица порядка $m \times n$, c – вектор-столбец порядка n , а b – вектор-строка порядка m .

Если рассматривается задача в строго классической форме, где все ограничения – равенства и отсутствуют требования неотрицательности x (но не λ), условия оптимальности по x запишутся в виде

$$c - \lambda A = 0.$$

Приведенное соотношение представляет собой систему уравнений относительно λ . В этой системе n уравнений и только m переменных λ . Однако, природа оптимального решения гарантирует, что только m уравнений линейно независимы. В качестве базиса A_B можно взять любые m строк матрицы A . Обозначим соответствующие элементы c через c_B . Тогда λ определяется из системы

$$\lambda = A_B^{-1} c_B.$$

В общей задаче максимизации условия оптимальности представляют собой неравенства. Взяв необходимую для определения λ часть условий Куна-Таккера, получим

$$\lambda A \geq c, \lambda \geq 0.$$

Приведенные неравенства похожи на ограничения в задаче линейного программирования. Подберем подходящую целевую функцию. В нашем случае $L(x, \lambda)$, которая достигает минимума по λ в точке (x^*, λ) , линейна относительно λ с коэффициентами $(-g^i)$. Величина $f(x^*)$ является константой и при оптимизации может быть отброшена. Следовательно, минимизация $L(x^*, \lambda)$ по λ эквивалентна минимизации λb , где b определено раньше.

Таким образом, мы установили, что в общей задаче максимизации оптимальные значения λ при заданном x^* определяются из следующей задачи линейного программирования:

$$\min \lambda b,$$

$$\lambda A \geq c, \lambda \geq 0,$$

где $a_{ij} = g_j'(x^*)$, $b_i = -g^i(x^*)$, $c_j = f_j(x^*)$.

Ранее было показано, что в строгом классическом случае множители Лагранжа удовлетворяют соотношениям

$$\frac{\partial V^*}{\partial b_i} = \lambda_i^*,$$

где $V^* = f(x^*)$, $b = g^i(x^*)$. Это привело к интерпретации оптимальной величины i -го множителя как предельного значения ослабления i -го ограничения.

Можно ли в общем случае дать множителям ту же интерпретацию? Оказывается, можно, но с большими изменениями.

Если, как и в классическом случае, положить $g^i(x^*) = b_i$, то нетрудно установить следующее утверждение. Если $b_i < 0$, то есть ограничение неэффективно, то малое ослабление не влияет на оптимальные значения x и поэтому не влияет и на $f(x^*)$. Следовательно, будем иметь $\partial X^*/\partial b_i = 0$, если $b_i < 0$. Однако, из условий Куна-Таккера следует, что $\lambda_i^* = 0$, если $b_i < 0$. Таким образом, *при неэффективности ограничений в общем случае справедливы те же соотношения, что и в классическом случае.*

При малых вариациях в окрестности оптимума неэффективные ограничения остаются неэффективными и могут быть отброшены. Следовательно, можно рассматривать задачу только с ограничениями-равенствами. Если же все прямые ограничения на x неэффективны, то анализ проводится точно так же, как в классическом случае.

Именно требование неотрицательности x , а не неравенства в функциональных ограничениях, заставляет беспокоиться. Игнорируя неэффективные функциональные ограничения и проводя анализ, аналогичный анализу в классическом случае, получаем соотношение

$$\frac{\partial V^*}{\partial b_i} = \lambda_i^* + \sum_j \left(f_j - \sum_{k \in S} \lambda_k^* g_j^k \right) \frac{\partial x_j^*}{\partial b_i},$$

где S – множество индексов эффективных ограничений, а все производные взяты в оптимальной точке.

В классическом случае из-за условий оптимальности выражение в скобках обращается в нуль, и равенство $\frac{\partial V^*}{\partial b_i} = \lambda_i^*$ установлено. В рассматриваемом случае то же самое выполняется, если x^* строго положительный вектор.

Если же $x_j^* = 0$ для некоторого j , выражение в скобках может быть отрицательным, и условия Куна-Таккера выполняются. Рассмотрим положи-

тельное изменение b_i . Из требования неотрицательности x следует, что $\partial x_j^* / \partial b_i$ неотрицательно, если $x_j^* = 0$.

Следовательно,

$$\left(f_i - \sum_{k \in S} \lambda_k g_k^i \right) \frac{\partial x_j^*}{\partial b_i} \leq 0.$$

Поэтому в общем случае имеем

$$\frac{\partial V^*}{\partial b_i} \leq \lambda_i \quad \text{либо} \quad \frac{\partial V^*}{\partial b_i} = \lambda_i, \quad \text{либо} \quad x_j^* = 0$$

для некоторого j ;

$$\frac{\partial V^*}{\partial b_i} = 0, \quad \text{если} \quad b_i < 0.$$

Экономическая интерпретация совершенно ясна. Множитель λ_i представляет собой предельную величину изменения i -го ограничения (0, если ограничение неэффективно) при условии, что прямые ограничения неэффективны в x^* . Если же существует эффективное прямое ограничение в x^* , оно ограничивает возможность изменения x^* и стремится уменьшить величину ослабления функционального ограничения.

Требование неотрицательности λ не усложняет ситуацию. *Ослабление ограничений не может уменьшить оптимальное значение V* , так что $\partial V^* / \partial b_i$ неотрицательно.

Теорема о минимаксе

В задаче, имеющей локальный условный максимум, функция Лагранжа удовлетворяет условию

$$\max_x \min_{\lambda} L(x, \lambda) = \min_{\lambda} \max_x L(x, \lambda) = L(x^*, \lambda^*),$$

где (x^*, λ^*) — седловая точка $L(x, \lambda)$.

В этом пункте будет показано, что $\min_x \max_y F(x, y) = \max_y \min_x F(x, y)$ тогда и только тогда, когда $F(x, y)$ имеет седловую точку. Затем будут приведены условия, гарантирующие существование седловой точки у функции $F(x, y)$.

Рассмотрим непрерывную функцию $F(x, y)$, определенную на множествах X и Y . Можно утверждать следующее:

Теорема I: $\min_y \max_x F(x, y) \geq \max_x \min_y F(x, y)$. Равенство выполняется тогда и только тогда, когда $F(x, y)$ имеет седловую точку (x^*, y^*) . В этом случае $\max_x \min_y F(x, y) = \min_y \max_x F(x, y) = F(x^*, y^*)$ ¹³.

¹³ Эта теорема лежит в основе теории игр, она связана с теоремой фон Неймана (1928 г.) Приведенное здесь доказательство заимствовано у Гейла [1].

Прежде всего, заметим, что по определению $\max_x F(x, y) \geq F(x, y)$ для всех x и любого y независимо от того, имеет $F(x, y)$ седловую точку или нет. Тогда

$$\min_y \left[\max_x F(x, y) \right] \geq \min_y F(x, y)$$

для всех x . Таким образом, первая часть теоремы доказана. Это предложение ($\min \max F \geq \max \min F$) может рассматриваться как основная лемма. Аналогия этой леммы с основной леммой линейного программирования очевидна.

Предположим, что (x^*, y^*) – седловая точка функции $F(x, y)$. Обозначим $s = F(x^*, y^*)$. По определению седловой точки имеем $F(x^*, y) \geq s$ для всех y ; следовательно,

$$\min_y F(x^*, y) \geq s$$

и

$$\max_x \min_y F(x, y) \geq \min_y F(x^*, y) \geq s.$$

Аналогично, исходя из неравенства $F(x, y^*) \leq s$ для всех x , получаем

$$\min_y \max_x F(x, y) \leq s.$$

Отсюда

$$\min_y \max_x F(x, y) \leq s \leq \max_x \min_y F(x, y).$$

Сравнивая полученное соотношение с неравенством, составляющим содержание основной леммы, получаем

$$\max_x \min_y F(x, y) = \min_y \max_x F(x, y) = s = F(x^*, y^*).$$

Следовательно, существования седловой точки достаточно для выполнения утверждения теоремы.

Докажем необходимость. Выберем x^* таким образом, что

$$\min_y F(x^*, y) = \max_x \min_y F(x, y) = s_1,$$

а y^* – так, что

$$\max_x F(x, y^*) = \min_y \max_x F(x, y) = s_2.$$

Поскольку $s_1 = s_2 = s$, то

$$F(x, y^*) \leq s \leq F(x^*, y).$$

Следовательно, $s = F(x^*, y^*)$ определяет седловую точку. Доказательство теоремы завершено.

Теперь можно доказать следующую теорему существования.

Теорема II: пусть множества X и Y выпуклы. Кроме того, пусть функция $F(x, y)$ выпукла по y для всех $x \in X$ и вогнута по x для всех $y \in Y$. Тогда $F(x, y)$ имеет седловую точку.

Определим следующие множества:

$$Y(x) = \left\{ y \mid F(x, y) = \min_{y \in Y} F(x, y) \text{ для } x \in X \right\};$$
$$X(y) = \left\{ x \mid F(x, y) = \max_{x \in X} F(x, y) \text{ для } y \in Y \right\}.$$

Поскольку $F(x, y)$ выпукла по y и вогнута по x , множества $Y(x)$ и $X(y)$ – выпуклые. Из свойств непрерывности оптимальных решений следует, что отображения $x \rightarrow Y(x)$ и $y \rightarrow X(y)$ полунепрерывны сверху. Следовательно, отображение $(x, y) \rightarrow [Y(x) \times X(y)]$ является полунепрерывным сверху $X \times Y$ в собственное компактное выпуклое подмножество. Условия теоремы Какутани о неподвижной точке выполнены. Из теоремы следует, что существуют векторы x^* и y^* , такие, что $x^* \in X(y^*)$, а $y^* \in Y(x^*)$. То есть x^* максимизирует $F(x, y^*)$, а y^* минимизирует $F(x^*, y)$, так что

$$F(x, y^*) \leq F(x^*, y^*) \leq F(x^*, y).$$

Что и требовалось доказать.

Существование оптимальных решений

Для установления условий существования оптимальных решений можно использовать вышеприведенные теоремы. Уже было показано, что в общей задаче оптимизации оптимальное решение существует, если функция Лагранжа имеет седловую точку. Теперь установим *достаточные условия существования седловой точки*.

Рассмотрим функцию Лагранжа, записанную в форме

$$L(x, \lambda) = f(x) + \sum \lambda_i [-g^i(x)]$$

с ограничениями $x \geq 0, \lambda \geq 0, g^i(x) \leq 0$.

Функция $L(x, \lambda)$ линейна по λ . Это означает, что она может рассматриваться как выпуклая по λ . Функция Лагранжа $L(x, \lambda)$ как функция от x является положительной линейной комбинацией функций $f(x)$ и $[-g^i(x)]$. Функция $L(x, \lambda)$, конечно, будет вогнутой по x , если определяющие ее функции вогнуты. Однако $-g^i(x)$ вогнута, если $g^i(x)$ выпукла. Следовательно, $L(x, \lambda)$ вогнута по x , если $f(x)$ вогнутая, а все $g^i(x)$ выпуклые функции.

Рассмотрим теперь множества, которым принадлежат x и λ . Единственное ограничение на λ – требование неотрицательности. Следовательно, вектор λ определен на выпуклом множестве (неотрицательный ортант). Если $g^i(x)$ – выпуклая функция, то множество $\{x | g^i(x) \geq 0\}$ выпукло. Допустимое множество является пересечением выпуклых множеств и поэтому выпукло.

Таким образом, мы показали, что векторы x и λ определены на выпуклых множествах. Необходимо, чтобы эти множества были компактными. Вид ограничений гарантирует, что множества замкнуты. Остается показать их ограниченность. Поскольку мы ищем минимум λ , а λ ограничены снизу требованием неотрицательности ($\lambda \geq 0$), можно выбрать произвольную верхнюю грань, достаточно большую, чтобы не повлиять при этом на оптимальное решение. Труднее обстоит дело с требованиями к допустимому множеству для x . Нельзя избежать добавления специального предположения о том, что допустимое множество ограничено.

Таким образом, если $f(x)$ вогнутая функция, каждая $g^i(x)$ – выпуклая функция, а допустимое множество ограничено (и не пусто), то функция Лагранжа удовлетворяет условиям теоремы II предыдущего пункта. Следовательно, функция Лагранжа обладает седловой точкой, а общая задача оптимизации имеет решение. Более того, условия глобального оптимума удовлетворяются при тех же условиях выпуклости – вогнутости.

Теорема существования: общая задача максимизации $\max f(x) : g^i(x) \leq 0, i = 1, \dots, m, x \geq 0$ всегда имеет решение, если $f(x)$ – вогнутая, все $g^i(x)$ – выпуклые функции и допустимое множество $K = \{x | g^i(x) \leq 0, i = 1, \dots, n, x \geq 0\}$ – ограничено и не пусто.

При выполнении этих условий функция Лагранжа $L(x, \lambda) = f(x) - \sum \lambda_i g^i(x)$ обладает седловой точкой (x^*, λ^*) , где x^* – оптимальная точка задачи максимизации, а $\lambda^* \geq 0$. Кроме того, значения x^*, λ^* удовлетворяют условиям Куна-Таккера, достаточным для глобального оптимума. Если $f(x)$ строго вогнута, точка x^* – единственна.

Для того чтобы охватить случай, когда $f(x)$ и $g^i(x)$ – положительные монотонные преобразования вогнутой и выпуклых функций соответственно, теорема может быть обобщена.

Заметим, что задача линейного программирования удовлетворяет этим условиям выпуклости – вогнутости. Если прямая задача имеет оптимальное решение, ее допустимое множество должно быть не пустым и может рассматриваться как ограниченное. Поскольку в этом случае функция Лагранжа должна иметь седловую точку, а λ^* в функции Лагранжа совпадет с оптимальным решением u^* двойственной задачи, можно закончить доказательство теоремы существования решения задачи линейного программирования, утверждая, что если прямая задача имеет решение, то и двойственная также имеет решение.

Обычно условия теоремы существования требуют, чтобы функции $g^i(x)$ были вогнуты, потому что ограничения имеют вид $g^i(x) \geq 0$, а в функции Лагранжа они умножаются на λ_i и прибавляются к целевой функции $f(x)$. Эти условия эквивалентны приведенным выше.

Условия теоремы являются довольно жесткими, требуя выпуклости каждой функции ограничений и вогнутости целевой функции. Условия второго порядка оперировали вогнуто-выпуклыми функциями. Однако классические условия не гарантируют глобальный оптимум.

Часто можно выбрать в некотором смысле лучший из двух методов. Если число ограничений меньше числа переменных, и ограничения на неотрицательность x неэффективны в оптимуме, можно ожидать, что все функциональные ограничения будут эффективными. Таким образом, можно ввести неравенства в функциональные ограничения и использовать условия глобального оптимума для общего случая, а условия Куна-Таккера сведутся к обычным условиям первого порядка классической задачи. Таким образом, можно показать, например, что решение классической задачи на потребление $\min px$ при условии, что $u(x) = u^0$, дает глобальный оптимум, если $x \gg 0$.

16.13 Оптимизация структуры экономических систем

Среди методов решения оптимизационных задач большой размерности наибольшее распространение в настоящее время получили алгоритмы блочного программирования¹⁴. Суть этих методов заключается в разложении исходной задачи на систему взаимосвязанных подзадач, решения которых, скоординированные по определенным правилам, позволяют получить решение первоначальной задачи. Разложение (декомпозиция) исходной задачи и последующая координация частных подзадач могут проводиться различными способами, что и определяет многообразие известных в литературе алгоритмов блочной оптимизации.

¹⁴ В литературе алгоритмы подобного типа часто называют декомпозиционными.

Так, например, информативная связь между отдельными подзадачами может осуществляться либо непосредственно, либо через специализированный орган (центр), либо двумя этими способами одновременно, в зависимости от чего (*по типу разложения*) различают алгоритмы с вертикальными, горизонтальными и смешанными связями. Координация подзадач также может осуществляться по-разному: как с использованием в качестве регулирующих параметров показателей, входящих в целевые функции, так и ограничений подзадач. В зависимости от этого (*по характеру координации*) выделяют алгоритмы с ценностными (стимулирующими), лимитными и лимитно-ценностными формами регулирования.

Несмотря на имеющиеся алгоритмические особенности, использование методов блочного программирования для решения задач планирования развития экономики основано на общем концептуальном предположении относительно структуры матрицы затрат-выпуска в экономической системе. Оно заключается в том, что *не все ресурсы потребляются во всех технологических способах*. Точнее говоря, имеются группы ресурсов, каждая из которых используется только для соответствующей группы способов, и имеются группы ресурсов, которые применяются во всех способах. При таком представлении производственных процессов матрицу затрат-выпуска можно привести к блочно-диагональному виду и использовать эти ее свойства для организации эффективного итеративного процесса поиска условного экстремума глобальной целевой функции задачи с блочной структурой ограничивающих условий. Соответственно, с точностью до принятых предпосылок алгоритмы блочного программирования могут интерпретироваться как процедуры составления плана в иерархически организованной хозяйственной системе. Рассмотрим содержание некоторых из них на следующем упрощенном примере линейной статической задачи планирования.

Пусть исходная задача, решаемая неким плановым органом, заключается в распределении лимитированных ресурсов между входящими в его подчинение хозяйственными ячейками. Все ресурсы системы разделены на две группы: общие (глобальные), которые используются различными ячейками, и собственные (локальные), используемые лишь отдельными ячейками. Плановый орган ищет такой вариант распределения глобальных ресурсов, который обеспечил бы максимальный (совокупный) доход по всей системе. При этом каждая ячейка заинтересована в получении максимального дохода от результатов своей деятельности.

Для формализованного описания задачи введем следующие обозначения:

$i = \overline{1, I}$ – индекс технологического способа;

$j = \overline{1, J}$ – индекс хозяйственной ячейки;

I_j – множество технологических способов, используемых j -й ячейкой¹⁵;

¹⁵ Предполагается, что $\bigcup_{j=1}^J I_j = \{1, 2, \dots, I\}$ и $I_j \cap I_h = \emptyset$, $(j, j_1 / j, j_1 \in \{1, 2, \dots, J\}, j \neq j_1)$.

- r – индекс ограниченного ресурса;
 R – множество видов глобальных ограниченных ресурсов;
 R_j – множество видов локальных ограниченных ресурсов ячейки j ;
 c_i – доход от единицы продукции, выпускаемой i -м технологическим способом;
 a_{ri} – норматив затрат r -го ресурса на единицу выпускаемой продукции при использовании i -го технологического способа;
 b_r – объем ресурсов r -го вида в системе;
 x_i – искомый объем выпуска продукции (интенсивность использования) i -м технологическим способом.

В принятых обозначениях модель исходной задачи имеет вид

$$\sum_{i=1}^I c_i x_i \rightarrow \max; \quad (16.15)$$

$$\sum_{i=1}^I a_{ri} x_i \leq b_r, r \in R; \quad (16.16)$$

$$\sum_{i \in I_j} a_{ri} x_i \leq b_r, r \in R_j, j = \overline{1, J}; \quad (16.17)$$

$$x_i \geq 0, i \in I_j, j = \overline{1, J}. \quad (16.18)$$

Матрица ограничивающих условий задачи может быть представлена следующим образом:

$$\begin{bmatrix} B_1 & B_2 & B_3 & \dots & B_j \\ B^1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & B^2 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & B^J \end{bmatrix},$$

где B^j – матрица размерности $R_j \times I_j$,

B_j – матрица размерности $R \times I_j$.

Таким образом, все ненулевые элементы в матрице коэффициентов исходной задачи содержатся либо в подматрицах (блоках), не имеющих между собой общих строк столбцов, либо в некоторой подматрице, не вошедшей ни в один из блоков.

Первой работой в области решения задач типа (16.15) – (16.18) (задач линейного программирования с блочной структурой) явился предложенный Дж. Данцигом и Ф. Вулфом декомпозиционный алгоритм, относящийся в рамках приведенной выше классификации к алгоритмам с вертикальной координатой, использующим ценностную форму регулирования. Основная идея алгоритма Данцига-Вулфа заключается в замене непосредственного

решения исходной задачи итеративной процедурой решения серии подзадач: локальных задач (по числу хозяйственных ячеек) и координирующей задачи.

Процедура расчетов строится следующим образом. Координационный центр сообщает ячейкам исходные цены (оценки) на общие ресурсы, после чего в пределах собственных возможностей (локальных ресурсных ограничений) и возможностей получения по указанным ценам общих ресурсов каждая ячейка максимизирует доход от результатов своей деятельности.

Модель локальной задачи, решаемой j -й ячейкой на итерации t , имеет вид

$$\sum_{i \in I_j} c_i^{t-1} x_i \rightarrow \max; \quad (16.19)$$

$$\sum_{i \in I_j} a_{ri} x_i \leq b_r, r \in R_j; \quad (16.20)$$

$$x_i \geq 0, i \in I_j. \quad (16.21)$$

После решения локальных задач (16.19) – (16.21) (обозначим их оптимальные планы через \bar{x}_i^t) каждая ячейка передает в центр информацию о величине дохода $\bar{c}_j^t = \sum_{i \in I_j} c_i \bar{x}_i^t$ и плане выпуска или потребления общих ресурсов

$$B_{rj}^t = \sum_{i \in I_j} a_{ri} \bar{x}_i^t, r \in R.$$

На основе полученной информации центр решает специальную координирующую задачу, состоящую из ограничений на использование общих ресурсов и линейной целевой функции, коэффициенты которой характеризуют доход от единичной интенсивности потребления ресурсов хозяйственными ячейками. Переменными задачи выступают α_j^t – интенсивность использования вариантов планов выпуска и потребления общих ресурсов, представленных ячейками центру.

Модель координирующей задачи имеет вид

$$\sum_{j=1}^J \sum_{\tau \in \Theta_j^t} \bar{c}_j^t \alpha_j^t \rightarrow \max; \quad (16.22)$$

$$\sum_{j=1}^J \sum_{\tau \in \Theta_j^t} \alpha_j^t B_{rj}^t \leq B_r, r \in R \quad (16.23)$$

$$\sum_{\tau \in \Theta_j^t} \alpha_j^t \leq 1, j = \overline{1, J}, \quad (16.24)$$

где $\Theta_j^t = \{\tau | \tau: S_j^{t-1} \cup I\}$; S_j^{t-1} – множество индексов τ при переменных α_j^t , вошедших в базис на предыдущей итерации.

После решения координирующей задачи центр передает ячейкам полученные оценки Π'_r общих ресурсов для очередного уточнения коэффициентов целевых функций локальных задач по формуле

$$c'_i = c_i - \sum_{r \in R} \Pi'_r a_{ri}.$$

Таким образом, на каждой итерации решение серии локальных задач позволяет установить оптимальную при данных ценах программу деятельности хозяйственных ячеек (потребность в общих ресурсах и объемы выпуска продукции), а решение координирующей задачи – целесообразные изменения стоимостных регулирующих параметров в системе (цен), стимулирующие рост эффективности ее функционирования.

Процесс продолжается до тех пор, пока доход каждой ячейки не станет нулевым, что является необходимым условием оптимальности плана. Однако может оказаться, что совокупность полученных ячейками планов не является допустимой вследствие превышения ограничений по общим ресурсам (если в некоторых локальных задачах имеется бесконечное число планов, максимизирующих значение целевой функции). Поэтому на последнем шаге работы алгоритма с помощью решения координирующей задачи проводится согласование локальных оптимальных планов с целью выполнения всех ресурсных ограничений по системе в целом.

С математической точки зрения рассматриваемый алгоритм является результатом применения техники прямого симплекс-метода к решению некоторой вспомогательной задачи, образуемой из исходной. Каждую итерацию этого алгоритма можно разбить на этапы. К началу первого этапа имеется совокупность столбцов, образующих текущий базис данной итерации, и один или несколько дополнительных столбцов, подлежащих введению в базис. Из этого множества формируется новый базис, по которому рассчитываются новые оценки ресурсных ограничений. На втором этапе, исходя из оценок ограничений, находят столбцы с положительными (желательно максимальными) оценками соответствующих им переменных. Если таковых не оказывается, то решение получено. В противном случае найденные столбцы подлежат введению в базис на первом этапе следующей итерации.

В литературе известно много различных модификаций декомпозиционной схемы Данцига–Вулфа, связанных либо с использованием других технических приемов решения задачи линейного программирования (двойственного симплекс-метода, метода сокращения невязок Форда–Фулкерсона и т. д.), либо с обобщением принципа декомпозиции для решения линейных задач с более сложной блочной структурой матрицы ограничений, а также для решения задач нелинейного выпуклого программирования. Для всех декомпозиционных методов данного класса доказана глобальная сходимость к оптимальному решению, хотя вычислительные эксперименты свидетельствуют о невысокой скорости этого процесса вблизи точки оптимума.

Ценностное регулирование деятельности хозяйственных ячеек в алгоритмах блочного программирования с вертикальной координацией может осуществляться не только при использовании в качестве управляющих параметров цен (оценок) на продукты и ресурсы, но и путем введения «штрафного» стимулирования. Штрафы могут налагаться либо непосредственно за отклонение выбираемых ячейками планов от желаемых с точки зрения центра плановых вариантов, либо по результатам их деятельности (например, за нарушение ресурсных ограничений, условий выпуска и т. д.).

Пусть, как и в условиях задачи (16.15) – (16.18), центр осуществляет распределение общих лимитированных ресурсов между хозяйственными ячейками, руководствуясь критерием максимизации дохода. В распоряжении центра имеется приблизительная информация о производственных возможностях ячеек, на основе которой он сообщает им не плановые цены на продукты и ресурсы, а сами проекты плана. Причем из-за недостатка у центра информации о реальных возможностях производства может оказаться, что предложенные им проекты плана для ячеек невыполнимы. В этом случае задача ячеек заключается в разработке собственных вариантов плана, в определенном смысле наиболее близких к проекту центра.

Стимулирование ячеек с целью решения подобной задачи осуществляется путем введения штрафов за отклонение предложенных ими вариантов от плана центра. Рассчитываемые при данных условиях в локальных задачах варианты планов передаются в центр и используются там для уточнения информации о производственных возможностях ячеек.

Рассмотрим один из возможных алгоритмов блочного программирования, формализующих приведенную выше процедуру планирования. На итерации t проводится последовательное решение координационной задачи центра и локальных задач хозяйственных ячеек. Модель задачи центра имеет вид

$$\sum_{i=1}^I c_i x_i \rightarrow \max; \quad (16.25)$$

$$\sum_{i=1}^I a_{ri} x_i \leq b_r, r \in R \quad (16.26)$$

$$(\bar{p}_j, \bar{X}_j) \leq f_j(\bar{p}_j), \tau = \overline{1, t-1}, j = \overline{1, J}; \quad (16.27)$$

$$x_i \geq 0, i = \overline{1, I}, \quad (16.28)$$

где

$$\bar{X}_j = (x_i | x_i \in I_j).$$

Ограничения (16.27) модели имеют тот же смысл, что и (16.24) задачи центра в методе Данцига–Вульфа, однако накопление в центре информации о производственных возможностях ячеек здесь осуществляется по-иному. Не-

равенства $(\bar{p}_\mu, \bar{X}_j) \leq f_j(\bar{p}_\mu)$ для любого $\tau = 1, 2, \dots, t-1$ определяют некоторое полупространство в пространстве переменных \bar{X}_j . Уточнение информации осуществляется путем задания новых полупространств в ходе следующей процедуры расчетов.

Пусть $\bar{X}^t = (x^t)$ – решение задачи (16.25) – (16.28). На основе этого решения локальная задача для j -й ячейки формируется следующим образом:

$$|\bar{X}_j - \bar{X}_j^t|^2 \rightarrow \min; \quad (16.29)$$

$$\sum_{i=1}^{I_j} a_{ri} x_i \leq b_r, r \in R; \quad (16.30)$$

$$x_i \geq 0, i \in I. \quad (16.31)$$

Величина $|\bar{X}_j - \bar{X}_j^t|^2$ характеризует квадратичное отклонение возможных вариантов плана хозяйственной ячейки (\bar{X}_j) от проекта центра (\bar{X}_j^t) и представляет собой штраф, накладываемый на ячейку за рассогласование плановых решений.

Пусть $\bar{X}_t = (\bar{X}_j | j = \overline{1, J})$ – вариант плана, найденный ячейками по результатам решения серии задач (16.29) – (16.31). Новые полупространства в ограничениях (16.27) формируются по правилам

$$\bar{p}_\mu = \frac{\bar{X}_j^t - \bar{X}_\mu}{|\bar{X}_j^t - \bar{X}_\mu|}, f_j(\bar{p}_\mu) = (\bar{p}_\mu, \bar{X}_j^t).$$

Эти величины позволяют центру уточнить информацию о производственных возможностях ячеек и разработать новый вариант плана X^{t+1} ¹⁶.

Другой класс алгоритмов блочного программирования образуют *методы с вертикальной координацией*, использующие лимитную форму регулирования. Наиболее известным из них является *метод «планирования на двух уровнях» Корнай–Липтака*, на примере которого применительно к задаче (16.15) – (16.18) мы и познакомимся с данным типом декомпозиционных процедур.

При расчетах по методу Корнай–Липтака центр сообщает хозяйственным ячейкам информацию об объемах общих лимитированных ресурсов, которые предоставляются в их распоряжение. Каждая ячейка решает задачу максимизации дохода при ограничениях на потребление общих ресурсов (в пределах, установленных центром) и локальных ограничениях. Полученные варианты выпуска продукции и потребления общих ресурсов, а также оценки этих ресурсов в оптимальных планах локальных задач поступают в координ-

¹⁶ Глобальная сходимость алгоритма доказана и для задач выпуклого программирования.

нирующую задачу центра. Сопоставляя оценки по общим ресурсам, центр устанавливает тенденции изменения их распределения между ячейками: там, где оценки низкие, их объемы уменьшаются, а там, где относительно высокие, – увеличиваются.

В алгоритмах с лимитными формами регулирования проблема оптимального распределения ресурсов, решаемая центром, связана с построением зависимостей совокупного дохода системы от конкретных и допустимых вариантов распределения ресурсов между ячейками (т. н. координирующей функции) и последующей ее оптимизацией¹⁷. В методе Корнай–Липтака координирующая функция на каждой итерации аппроксимируется линейной функцией, построенной на основе оценок. В связи с тем, что целевая функция задачи центра при этом оказывается неограниченной, устанавливается регламент (верхние ограничения) на объемы распределяемых ресурсов, а для обеспечения сходимости алгоритма вводится специальная процедура усреднения решений на последовательных итерациях.

Опишем схему расчетов на t итерации работы алгоритма для задачи (16.15) – (16.18): исходя из предложенного центром варианта распределения общих ресурсов $(B_{rj}^{t-1}, r \in R, j = \overline{1, J})$, каждая ячейка решает следующую оптимизационную задачу:

$$\sum_{i \in I_j} c_i x_i \rightarrow \max; \quad (16.32)$$

$$\sum_{i \in I_j} a_{ri} x_i \leq B_{rj}^{t-1}, r \in R; \quad (16.33)$$

$$\sum_{i \in I_j} a_{ri} x_i \leq b_r, r \in R_j; \quad (16.34)$$

$$x_i \geq 0, i \in I. \quad (16.35)$$

Пусть $\hat{X}^t = (\hat{x}_i^t)$ – решение серии локальных задач, а P_{rj}^t – оценки общих ограничений, $r \in R$. Тогда новое приближение к решению $(\bar{X}^t = (\bar{x}_i^t))$ находится путем усреднения решений, полученных на предыдущей итерации и \hat{X}^t :

$$x_i^t = (1 - \beta_t) x_i^{t-1} + \beta_t \hat{x}_i^t, \quad i = \overline{1, I}, \quad (16.36)$$

где β_t удовлетворяет условиям

$$0 \leq \beta_t \leq 1; \quad \sum_{t=1}^{\infty} \beta_t = \infty; \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \beta_t = 0.$$

¹⁷ Алгоритмы, основанные на этой идее, в основном, различаются методами нахождения экстремума координирующей функции.

Далее центром решается задача перераспределения по каждому общему ресурсу $r \in R$:

$$\sum_{j=1}^J \Pi'_j B_{rj} \rightarrow \max; \quad (16.37)$$

$$\sum_{j=1}^J B_{rj} = b_r; \quad (16.38)$$

$$\underline{B}'_{rj} \leq B_{rj} \leq \overline{B}'_{rj}, j = \overline{1, J}. \quad (16.39)$$

Верхняя и нижняя границы \underline{B}'_{rj} и \overline{B}'_{rj} допустимых объемов распределения ресурсов в ограничениях (16.29) могут устанавливаться из различных соображений. Например, можно считать $\underline{B}'_{rj} = 0$, а в качестве \overline{B}'_{rj} выбрать постоянное число, заведомо большее, чем оптимальное распределение B_{rj}^* .

Результаты решения задачи (16.27) – (16.29) позволяют установить новый вариант распределения общих ресурсов B'_{rj} , который сообщается ячейками, после чего процесс повторяется.

В результате итеративных расчетов *разница в оценках общих ресурсов между отдельными ячейками* может стать сколь угодно малой, то есть процесс *сходится* (хотя, как правило, немонотонно) к *оптимальному решению*. Для ускорения сходимости алгоритма в практических расчетах вместо процедуры усреднения (16.26) обычно используют более сложные эвристические процедуры нахождения экстремума координирующей функции.

С позиций отражения реального механизма принятия решений более адекватными практике планирования являются *методы блочной оптимизации, использующие смешанную, лимитно-ценностную форму регулирования*, при которой центр координирует деятельность хозяйственных ячеек с помощью различных параметров управления (цен на продукцию и ресурсы, штрафов по результатам деятельности, лимитного распределения ресурсов и т. д.). В настоящее время в литературе предложен ряд алгоритмов подобного типа, основанных на комбинации методов штрафных функций и множителей Лагранжа¹⁸.

Рассмотрим на примере одной из предложенных процедур содержательный аспект этого класса алгоритмов. Предварительно в исходной задаче (16.15) – (16.18) условие (16.16) представим в виде

$$\sum_{i \in I_j} a_{ri} x_i \leq B_{rj}, r \in R, j = \overline{1, J}; \quad (16.40)$$

$$\sum_{j=1}^J B_{rj} \leq b_r, r \in R. \quad (16.41)$$

¹⁸ В литературе данный подход получил название *метода модифицированных функций Лагранжа*.

Составим для полученной задачи *модифицированную функцию Лагранжа* вида

$$L(x, \Pi) = \sum_{i=1}^I c_i x_i - \frac{1}{2Q} \sum_{j=1}^J \sum_{r \in R} \left[\Pi_r + Q \left(\sum_{i \in I_j} a_{ri} x_i - B_{rj} \right) \right]_{(+)}^2 + \frac{1}{2Q} \sum_{r \in R} \Pi_r^2 \quad (16.42)$$

при фиксированных B_{rj} и x_i , удовлетворяющих условиям (16.17), где нижний индекс (+) означает, что отрицательное число заменяется нулем.

Итеративный процесс расчетов строится следующим образом. Пусть на предыдущей ($t-1$) итерации получены значения оценок ресурсных ограничений (Π_r^{t-1}) и выпуска продукции (x_i^{t-1}). Центр сообщает хозяйственным ячейкам информацию о ценах на ресурсы и об объемах ресурсов, выделяемых в их распоряжение, которые рассчитываются по формуле

$$B_{rj}^t = \sum_{i \in I_j} a_{rj} x_i^{t-1}, r \in R \quad (16.43)$$

(то есть распределение ресурсов центром определяется по значениям, полученным на предыдущей итерации).

Каждая ячейка решает свою *оптимизационную задачу* вида

$$\max \left\{ \sum_{i \in I_j} c_i x_i - \frac{1}{2Q} \sum_{r \in R} \left[\Pi_r^{t-1} + Q \left(\sum_{i \in I_j} a_{ri} x_i - B_{rj}^t \right) \right]_{(+)}^2 \right\}; \quad (16.44)$$

$$\sum_{i \in I_j} a_{rj} x_i \leq b_r, r \in R_j^{19}, \quad (16.45)$$

тем самым определяя вариант плана с учетом штрафов за возможное превышение ресурсных лимитов, установленных центром.

Информация о предварительном варианте плана (\hat{x}_i^t) передается в центр, где рассчитываются *предварительные оценки ресурсов*

$$\hat{\Pi}_r^t = \left[\Pi_r^{t-1} + \alpha Q \left(\sum_{i=1}^I a_{ri} x_i - b_r \right) \right]_{(+)}, \quad (16.46)$$

где α – параметр, $\alpha > 0$, а затем определяется *окончательный* (для t -й итерации) *вариант плана и цен*:

¹⁹ Задачи (16.44), (16.45) для всех $j \in \overline{1, J}$ получаются при максимизации $L(x, \Pi)$ из задачи (16.40)–(16.42) при фиксированных значениях Π_r^{t-1} и B_{rj} , благодаря специальной конструкции этой задачи, позволяющей разбить ее на J независимых подзадач.

$$\begin{aligned}x'_i &= (1 - \beta)x_i^{t-1} + \beta\hat{x}'_i, i \in I; \\ \Pi'_r &= (1 - \beta)\Pi_r^{t-1} + \beta\hat{\Pi}'_r, r \in R,\end{aligned}\quad (16.47)$$

где β – параметр, $0 < \beta < 1$ ²⁰.

После этого цикл расчетов повторяется.

16.14 Координация

В действительности в процессе планирования возникает необходимость согласования решений не только между различными уровнями организационной иерархии, но и в горизонтальном разрезе системы (между объектами одного уровня). «Горизонтальная» взаимоувязка решений в настоящее время является одной из наиболее сложных и актуальных проблем теории и практики планирования развития экономических систем. Поэтому особый интерес представляют алгоритмы блочного программирования с горизонтальной координацией деятельности хозяйственных объектов.

В литературе различают несколько типов алгоритмов с горизонтальной координацией (алгоритмы с последовательной возвратно-последовательной и циклической координацией, алгоритмы с параллельной координацией и т. д.), которые различаются структурой взаимосвязей между подзадачами, характером формирования управляющих параметров и т. д. Познакомимся с данным классом декомпозиционных процедур на примере одного из алгоритмов с горизонтальной последовательной координацией.

Предположим, что речь идет о задаче планирования развития комплекса взаимосвязанных производств, определенным образом упорядоченных по глубине обработки исходного сырья. Задачи хозяйственных ячеек (соответствующих этим производствам) обладают следующей особенностью. Множества их ограничивающих условий можно разделить на две части: первая из них – ограничения, правые части которых зависят от решений задач для последующих производств (связывающие ограничения)²¹, вторая – локальные ограничения (например, ресурсные), содержащие только параметры данной ячейки. Целевая функция задачи (будем считать ее доходом) также включает две группы слагаемых. В первой из них учитываются непосредственные результаты деятельности данной хозяйственной ячейки, вторая зависит от деятельности предшествующих звеньев, которая определяется через оценки связывающих ограничений.

Введем следующие обозначения:

A_j – матрица затрат-выпуска для ячейки j ;

λ_i – оценки связывающих ограничений задачи ячейки $i, i = \overline{1, J-1}$;

α_j – пропорции выпуска конечной продукции ячейкой j ;

²⁰ Формула (16.47) демпфирует траекторию процесса и обеспечивает его устойчивость.

²¹ Это могут быть, например, нижние ограничения на выпуск продукции хозяйственной ячейкой в объемах, необходимых для последующих производств.

u_j – число комплектов этой продукции в ячейке j ;

z_j – стоимостные оценки конечной продукции для ячейки j ;

\bar{B}_j и \bar{b}_j – параметры локальных ограничений для ячейки j ;

x_j – искомый объем выпуска продукции ячейкой j .

В принятых обозначениях модель задачи для j -й ячейки записывается следующим образом:

$$\left(z_j u_j + \sum_{i=1}^{j-1} \lambda_i A_{ij} x_j \right) \rightarrow \max; \quad (16.48)$$

$$A_{ij} x_j - \alpha_j u_j \geq \sum_{i=j+1}^J A_{ij} x_j, j = \bar{1}, \bar{J}, \quad (16.49)$$

$$b_j x_j \leq B_j, x_j \geq 0, j = \bar{1}, \bar{J}. \quad (16.50)$$

Взаимодействие ячеек в рамках рассматриваемой процедуры осуществляется следующим образом. Пусть на предыдущей $(t-1)$ итерации найдены решения $x_j^{t-1} (j = \bar{1}, \bar{J})$, которые вводятся в правые части связывающих ограничений (16.49) задач на t -й итерации. Итерация начинается с решения первой задачи, информация об оценках связывающих ограничений которой поступает во все последующие задачи. Далее решается вторая задача, и ее оценки λ_2 передаются следующим ячейкам и т. д. до задачи J . Первый этап итерации t на этом заканчивается, и начинается второй этап, на котором решение задач проводится в обратной последовательности. Регулирующим параметром на этом этапе выступают объемы выпуска продукции x_j^t , информация о которых также последовательно передается во все последующие ячейки. При этом оценки λ_j в целевых функциях задач берутся на уровне их значений, найденных на первом этапе. Как видно из алгоритма, в нем сочетаются ценностная (первый этап) и лимитная (второй этап) формы координации задач.

Среди методов блочного программирования наименее исследованы в настоящее время алгоритмы со смешанными вертикально-горизонтальными взаимосвязями, характеризующиеся наиболее сложными процедурами координации подзадач в ходе решения исходной задачи. Между тем данный класс алгоритмов представляет особый интерес не только по чисто вычислительным соображениям. По сравнению с алгоритмами, использующими вертикальную или горизонтальную координацию, декомпозиционные методы со смешанной координацией позволяют наиболее адекватно отразить реальные процессы согласования плановых решений в экономической системе.

При декомпозиционном методе решения задач оптимального планирования необходимость смешанной координации возникает, например, в случае, когда в состав ограничивающих условий исходной задачи входят гло-

бальные ограничения для всех групп переменных (блоков) и ограничения, связывающие между собой отдельные блоки. Такая структура матрицы ограничений характерна, в частности, для задач планирования развития и размещения комплексов взаимосвязанных производств, в которых к глобальным относятся ресурсные ограничения, ограничения по общему выпуску в системе и т. д., а к связывающим – ограничения, отражающие поставки производимой различными ячейками продукции друг другу. В литературе рассмотрены некоторые возможные подходы к решению подобной задачи, основанные на смешанной координации: для вертикальной взаимоувязки – ценностные алгоритмы со стимулированием цен и штрафами и алгоритмы с лимитной формой регулирования; для горизонтальной взаимоувязки задач на нижнем уровне – алгоритм с последовательной координацией.

ГЛАВА 17
МОДЕЛИ И МЕТОДЫ
ОПТИМИЗАЦИИ ПРОЦЕССОВ
В ЭКОНОМИКЕ

17.1 Модели и методы оптимизации функций и поведения экономических систем

Методы итеративного агрегирования

Рассмотренные выше итерационные процессы согласования плановых решений в иерархически организованных системах, основанные на методах блочного программирования, позволяют, как правило, уменьшить по количеству уравнений²² размерность задач, решаемых на каждом уровне иерархии. Однако номенклатура продукции, по которой проводятся расчеты, на всех уровнях предполагается неизменной. В результате центру приходится вести расчеты с той же детализацией показателей, что и на нижних уровнях. Реализация такой процедуры привела бы к перегруженности каналов связи при передаче информации и другим нежелательным последствиям. На практике, как мы знаем, дело обстоит иначе, и на верхних уровнях планирования имеют дело лишь с важнейшими и укрупненными характеристиками.

Учет этих особенностей реальной организации процессов планирования и управления был положен в основу специального класса алгоритмов итеративного согласования решений при разных степенях агрегирования показателей, получивших в литературе название «методы итеративного агрегирования». Одной из первых работ в этой области явились исследования статической модели стоимостного межпродуктового баланса Л. М. Дудкина и Э. Б. Ершова [17]. Рассмотрим предложенную ими процедуру на следующем примере.

Рассмотрим систему, состоящую из центрального планового органа, задачей которого является координация развития входящих в его подчинение отраслей. Реальный процесс взаимодействия отраслей ведется по детализированной номенклатуре показателей, однако информационно-вычислительные возможности центра (включая каналы связи) позволяют ему оперировать только укрупненной номенклатурой показателей. В целях координации центр предполагает использовать статическую стоимостную модель межотраслевого баланса, число столбцов которого совпадает с количеством отраслей²³.

²² Количество переменных в координирующей задаче центра может при этом возрасти, как это происходит в методе Данцига-Вулфа.

²³ Подобное упрощение не вносит принципиальных трудностей в процедуры согласования решений на основе методов итеративного агрегирования.

Обозначим через $\{g, q = \overline{1, Q}\}$ индексы и множество видов продукции в детализированной номенклатуре, $\{i, j = \overline{1, J}\}$ – индексы и множество видов продукции в укрупненной номенклатуре и будем считать, что отраслям известна классификация всех продуктов детализированной номенклатуры по позициям укрупненной номенклатуры

$$\left(\{ \overline{1, Q} \} = \bigcup_{j=1}^J N_j, N_i \cap N_j = \emptyset \right).$$

Кроме того, предполагается, что известны a_{gq} – норматив затрат g -го продукта на единицу q -го продукта²⁴ и y_g – конечное потребление продукции g -го вида.

Координированное развитие отраслей требует *определения показателей выпуска продукции в детализированной номенклатуре* (\bar{x}_g), что и является *совместной плановой задачей центра и отраслей*.

Для проведения расчетов по модели межотраслевого баланса центру необходима информация о коэффициентах затрат продукции в укрупненной номенклатуре. Для этого отрасли, исходя из нормативов a_{gq} и оценочных плановых или отчетных данных о выпуске продукции $x_g^{(0)}$, составляют *полуагрегированные нормативы затрат продукции детализированной номенклатуры на единицу продукции укрупненной номенклатуры*

$$a_{gj}^{(1)} = \frac{\sum_{q \in N_j} a_{gq} x_q^{(0)}}{\sum_{q \in N_j} x_q^{(0)}}, \quad (17.1)$$

а затем по формуле средневзвешенных определяют *агрегированные нормативы затрат для продукции в укрупненной номенклатуре*

$$a_j^{(1)} = \sum_{g \in N_i} a_{gj}^{(1)} = \frac{\sum_{g \in N_i} \sum_{q \in N_j} a_{gq} x_q^{(0)}}{\sum_{q \in N_j} x_q^{(0)}}, \quad (17.2)$$

²⁴ В дальнейшем предполагается, что сумма материальных затрат на единицу каждого продукта $\sum_{g \in Q} a_{gq} < 1$. Выполнения этого условия всегда можно добиться изменением масштабов измерения.

Полученные нормативы передаются в центр, где по модели межотраслевого баланса проводится расчет *объемов выпуска продукции в агрегированной номенклатуре*

$$X_i^{(1)} = \sum_{j=1}^J a_{ij}^{(1)} X_j^{(1)} + Y_i, \text{ где } Y_i = \sum_{g \in N_i} y_g. \quad (17.3)$$

Результаты решения $X_j^{(1)}$ поступают на отраслевой уровень, где с помощью полуагрегированных нормативов затрат $a_{gj}^{(1)}$ определяются *объемы производства продукции детализированной номенклатуры*

$$x_g^{(1)} = \sum_{j=1}^J a_{gj}^{(1)} X_j^{(1)} + y_g. \quad (17.4)$$

Центр интересуется вопросом: обеспечивает ли подобная процедура расчетов реальную координацию развития отраслей, или являются ли полученные объемы производства $(x_g^{(1)})$ решением модели межпродуктового баланса

$$x_g = \sum_{q=1}^Q a_{gq} x_q + y_g. \quad (17.5)$$

Очевидно, что это условие (соответствующее требованию точного агрегирования²⁵) будет выполняться, если использовать в формуле (17.2) решение модели (17.5). Данное решение в начале расчетов было неизвестно, а принятая в (17.1) и (17.2) структура производства продукции планового периода бралась по ориентировочным данным. Полученные таким образом *удельные веса отдельных видов продукции детализированной номенклатуры в агрегатах*

$$r_g^{(0)} = \frac{x_g^{(0)}}{\sum_{h \in N_j} x_h^{(0)}}, g \in N_j, j = \overline{1, J}, \quad (17.6)$$

могут отличаться от удельных весов, соответствующих решению модели (17.5). Поэтому в общем случае *гарантировать выполнение требования точного агрегирования нельзя*. Более того, анализ возможных частных случаев показал, что *необходимым и достаточным условием точного агрегирования является равенство полуагрегированных коэффициентов затрат про-*

²⁵ Формально требование точного агрегирования может быть выражено в виде $X_j = \sum_{g \in N_j} x_g, j = \overline{1, J}$,

где X_j – решение модели межотраслевого баланса, а x_g – решение исходной модели межпродуктового баланса.

дукции отрасли на производство любых конкретных продуктов другой отрасли:

$$\sum_{g \in N_j} a_{gq} = \sum_{g \in N_j} a_{gh}; \quad g, h \in N_j; \quad i, j = \overline{1, J}. \quad (17.7)$$

В действительности данное условие не выполняется даже приблизительно, и в пределах каждой отрасли полуагрегированные нормативы существенно разнятся между собой.

Учитывая это, центр предлагает отраслям уточнить значения коэффициентов a_{gj} и a_{ij} , используя для расчетов в (17.1) и (17.2) полученные ранее решения $x_g^{(i)}$, а затем снова повторяет всю процедуру.

Вычислительная схема t -й итерации процесса может быть описана следующим образом:

1. определяются нормативы $a_{gj}^{(t)}$:

$$a_{gj}^{(t)} = \frac{\sum_{q \in N_j} a_{gq} x_q^{(t-1)}}{\sum_{q \in N_j} x_q^{(t-1)}}; \quad (17.8)$$

2. вычисляются нормативы $a_{ij}^{(t)}$:

$$a_{ij}^{(t)} = \sum_{g \in N_i} a_{gj}^{(t-1)}; \quad (17.9)$$

3. рассчитываются объемы производства продукции укрупненной номенклатуры $X_j^{(t)}$:

$$X_i^{(t)} = \sum_{j=1}^J a_{ij}^{(t)} X_j^{(t)} + Y_i; \quad (17.10)$$

4. определяются потребности в производстве продукции детализированной номенклатуры $x_g^{(t)}$:

$$x_g^{(t)} = \sum_{j=1}^J a_{gj}^{(t)} X_j^{(t)} + y_g. \quad (17.11)$$

Процесс повторяется до тех пор, пока искомые показатели производства продукции $x_g^{(n)}$ и $x_g^{(n-1)}$, полученные на двух последовательных итерационных, не будут достаточно мало отличаться друг от друга²⁶.

²⁶ Для алгоритма (17.8) – (17.11) доказательство сходимости получено лишь для частных случаев. Однако экспериментальные расчеты для различных стоимостных балансов во всех случаях показывали хорошую сходимость процесса.

Собственно, с таким итерационным подходом к операциям агрегирования и дезагрегирования расчетных показателей, включая разработку системы правил, обеспечивающей сходимость процесса к точному решению, и связана идейная сторона методов итеративного агрегирования.

В настоящее время в литературе описан достаточно широкий класс задач, для реализации которых разработаны алгоритмы итеративного агрегирования. К их числу относятся и задачи линейного программирования с блочной структурой ограничений (типа (16.15) – (16.18)).

Вернемся к постановке задачи. Предположим, что координирующий центр оперирует агрегированными характеристиками деятельности хозяйственных ячеек. Представим модель исходной задачи в виде

$$\sum_{j=1}^J \sum_{i \in I_j} c_i x_i \rightarrow \max; \quad (17.12)$$

$$\sum_{j=1}^J \sum_{i \in I_j} a_{rj} x_i \leq b_r, \quad r \in R; \quad (17.13)$$

$$\sum_{i \in I_j} a_{rj} x_i \leq b_r, \quad r \in R_j, \quad j = \overline{1, J}; \quad (17.14)$$

$$x_i \geq 0, \quad i \in I_j, \quad j = \overline{1, J} \quad (17.15)$$

и рассмотрим следующую процедуру согласования решений в двухуровневой системе «центр – хозяйственные ячейки».

Центр просит хозяйственные ячейки предоставить в его распоряжение обобщенную информацию о предполагаемой деятельности в плановом периоде: агрегированные нормативы затрат ресурсов, величину дохода с учетом стоимости локальных ресурсов, объемы потребления глобальных ресурсов²⁷. Для расчета этих показателей ячейки используют ориентировочные данные об объемах будущего производства продукции x_j^0 и предполагаемых ценах (оценках) на все виды ресурсов Π_j^0 . На основе полученных показателей $a_{sj}^{(1)}, c_j^{(1)}, B_{sj}^{(1)}$ центр определяет укрупненный вариант плана выпуска продукции $X_j^{(1)}$ в системе. При этом, учитывая ограниченные возможности для составления плана (по времени, ресурсам и т. д.), он считает целесообразным проводить последовательную эластичную корректировку первоначального проекта. Последнее осуществляется демпфированием процесса планирования

²⁷ Будем считать, что в центре используется номенклатура расчетных показателей, описываемая индексом j и множеством J по видам продукции и индексом s и множеством S по общим ресурсам

$$\left(\begin{array}{l} i \in I_j; \bigcup_{j=1}^J I_j = \{1, 2, \dots, J\}; I_j \cap I_{j'} = \emptyset \text{ при } j \neq j'; \\ r \in D_s; \bigcup_{s=1}^S D_s = \{1, 2, \dots, R\}; D_s \cap D_{s'} = \emptyset \text{ при } s \neq s' \end{array} \right)$$

с помощью введения в целевую функцию координирующей задачи фиктивных штрафов за «разброс» смежных плановых вариантов.

Модель задачи центра имеет вид

$$\max \left\{ \sum_{j=1}^J c_j^{(i)} X_j - \frac{1}{2} Q \sum_{j=1}^J \beta_j \left(X_j - \sum_{i \in I_j} x_i^{(i)} \right)^2 \right\}, \quad (17.16)$$

$$\sum_{j=1}^J a_{sj}^{(i)} X_j \leq B_s^{(i)}, \quad B_s^{(i)} = \sum_{j=1}^J B_{sj}, \quad s \in S; \quad X_j \geq 0, \quad j = \overline{1, J}, \quad (17.17)$$

где $Q > 0$ и $\beta_j > 0$ – числовые параметры процесса. Квадратичное слагаемое в (17.16) – фиктивный штраф для обеспечения устойчивости процесса.

Полученные из решения задачи (17.16) и (17.17) значения показателей выпуска продукции $X_j^{(i)}$ и оценки ресурсных ограничений $\mu_s^{(i)}$ передаются хозяйственным ячейкам. Кроме того, исходя из полуагрегированных нормативов затрат ресурсов $a_{ij}^{(i)}$, которые рассчитываются ячейками вместе с параметрами $a_{sj}^{(i)}, B_s^{(i)}, c_j^{(i)}$ и варианта плана $X_j^{(i)}$, центр рекомендует им ориентироваться на потребление общих ресурсов в детализированной номенклатуре в объемах, соответствующих данному варианту $a_{ij}^{(i)} X_j^{(i)}$. При лимитном способе распределения ресурсов это требование соответствует введению в локальную задачу ограничений типа

$$\sum_{i \in I_j} a_{ij} x_i \leq a_{ij}^{(i)} X_j^{(i)} \quad (17.18)$$

или с использованием дополнительных переменных $v_r > 0$

$$\sum_{i \in I_j} a_{ij} x_i + v_r = a_{ij}^{(i)} X_j^{(i)}. \quad (17.19)$$

В случае штрафного стимулирования (который мы будем рассматривать в дальнейшем) данное требование соответствует введению в целевую функцию локальной задачи специальных штрафов за превышение установленных лимитов.

При таком подходе локальная задача, решаемая j -й хозяйственной ячейкой, может быть представлена в следующем виде:

$$\max \left\{ \sum_{i \in I_j} \left(c_i - \sum_{s=1}^S \mu_s^{(i)} \sum_{r \in D_s} \Pi_r^{(0)} a_{ri} \right) x_i - \sum_{s=1}^S \mu_s^{(i)} \sum_{r \in D_s} \Pi_r^{(0)} v_r - \frac{1}{2} Q_1 \sum_{r \in R} \left(\sum_{i \in I_j} a_{ri} x_i + v_r - a_{ij}^{(i)} X_j^{(i)} \right)^2 \right\}, \quad (17.20)$$

$$\sum_{i \in I_j} a_{ij} x_i \leq b_r, \quad r \in R_j, \quad (17.21)$$

$$x_i \geq 0, \quad v_r \geq 0, \quad i \in I_j, \quad r \in R. \quad (17.22)$$

где $Q_1 > 0$ – параметр процесса.

Поясним смысл целевой функции задачи (17.20). Первое слагаемое представляет собой разность между доходом, получаемым ячейкой, и платой за используемые общие ресурсы. Последние оцениваются по ориентировочным ценам $\Pi_r^{(0)}$, умноженным на оценки задачи центра $\mu_s^{(1)}$. Оценки $\mu_s^{(1)}$ в данном случае играют роль масштабных множителей, показывающих, во сколько раз нужно изменить все оценки ограничений s -ой группы. Квадратичная часть критерия представляет собой штрафную функцию за отклонение от рекомендуемых центром объемов потребления общих ресурсов. Рассмотрим структуру и действие данного штрафного слагаемого. Обозначим для краткости через $\lambda_r^{(1)} = \mu_s^{(1)} \Pi_r^{(0)}$ оценку r -го ресурса при решении локальной задачи и через Δ_r – экономию ($\Delta_r > 0$) или перерасход ($\Delta_r < 0$) ячейкой r -го ресурса по сравнению с рекомендациями центра

$$\Delta_r = a_{ij}^{(1)} X_j^{(1)} - \sum_{i \in I_j} a_{ri} x_i.$$

Тогда, прибавив к (17.20) постоянное слагаемое $\sum_{r=1}^R \lambda_r^{(1)} a_{ij}^{(1)} X_j^{(1)}$ (стоимость объемов ресурсов, выделяемых центром j -й ячейке), целевую функцию локальной задачи можно представить в виде

$$\max \left\{ \sum_{i \in I_j} c_i x_i + \sum_{r=1}^R \lambda_r^{(1)} (\Delta_r - v_r) - \frac{1}{2} Q_1 \sum_{r=1}^R (\Delta_r - v_r)^2 \right\}. \quad (17.23)$$

Найдем частный экстремум функции (17.23) по $v_r \geq 0$:

$$v_r' = \begin{cases} 0 & \text{при } \Delta_r \leq \frac{1}{Q_1} \lambda_r^{(1)}, \\ \Delta_r - \frac{1}{Q_1} \lambda_r^{(1)} & \text{при } \Delta_r > \frac{1}{Q_1} \lambda_r^{(1)}. \end{cases} \quad (17.24)$$

Подставив найденное значение v_r' в (17.23), представим целевую функцию локальной задачи в виде

$$\max \sum_{i \in I_j} c_i x_i + \sum_{r=1}^R f_r(\Delta_r), \quad (17.25)$$

где

$$f(\Delta_r) = \begin{cases} \frac{1}{2Q}(\lambda_r^{(i)})^2 & \text{при } \Delta_r \geq \frac{1}{Q}\lambda_r^{(i)}, \\ \lambda_r^{(i)}\Delta_r - \frac{1}{2}Q(\Delta_r)^2 & \text{при } \Delta_r < \frac{1}{Q}\lambda_r^{(i)}. \end{cases}$$

Обратимся к графику функции $f_r(\Delta_r)$, приведенному на рис. 17.1.

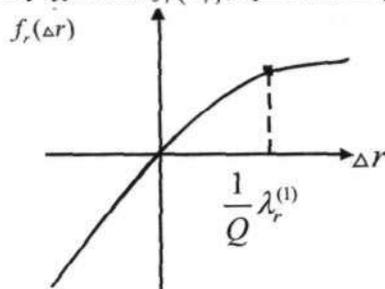


Рисунок 17.1 График целевой функции $f_r(\Delta_r)$

Как видно из графика, при перерасходе ресурса ($\Delta_r < 0$) на ячейку накладывается штраф, причем штрафные ставки увеличиваются с ростом перерасхода ($f_r(\Delta_r)$ – выпуклая вверх функция на интервале $(-\infty, \frac{1}{Q}\lambda_r^{(i)})$ и $const$ на полуинтервале $[\frac{1}{Q}\lambda_r^{(i)}, +\infty)$), а при экономии ячейка поощряется по убывающим ставкам, причем, начиная с определенного момента $\Delta_r < \frac{1}{Q}\lambda_r^{(i)}$,

дополнительные выплаты за экономию берутся в фиксированных размерах.

Подобное стимулирующее штрафование обеспечивает гибкое воздействие центра на хозяйственные ячейки с целью их ориентации на рекомендуемые объемы потребления общих ресурсов.

Решение локальных задач позволяет ячейкам установить новый вариант производства продукции $\bar{x}_i^{(i)}$ и оценок на все виды ресурсов $\bar{\Pi}_r^{(i)}$. Однако оценки по общим ресурсам $\bar{\Pi}_r^{(i)}, r \in R$ у различных ячеек (в общем случае) не совпадают и, характеризуя локальную эффективность использования ресурсов, не дают представления об их полезности для системы в целом. Поэтому центр проводит предварительную корректировку оценок глобальных ресурсов, учитывая их общую экономию или перерасход:

$$\hat{\Pi}_r^{(i)} = \left[\mu_r^{(i)} \Pi_r^{(0)} - \beta Q_1 \left(b_r - \sum_{i=1}^I a_{ri} \bar{x}_i^{(i)} \right) \right]_{(+)} , r \in R, \quad (17.26)$$

где $Q_i > 0$ – параметр процесса, а нижний индекс (+) означает, что отрицательное число заменяется нулем²⁸.

Смысл формулы (17.26) достаточно прозрачен. При перерасходе r -го ресурса в целом по системе его оценка увеличивается, причем приращение оценки пропорционально величине перерасхода $\left(-b_r + \sum_{i=1}^I a_{ri} \bar{x}_i^{(t)}\right)$. При экономии ресурса его оценка уменьшается на величину, пропорциональную недоиспользованному остатку $\left(b_r - \sum_{i=1}^I a_{ri} \bar{x}_i^{(t)}\right)$. Если новая оценка оказалась отрицательной, она заменяется нулем²⁹.

Проявляя определенную осторожность при пересмотре расчетных показателей плана, центр рекомендует хозяйственным ячейкам построить новый вариант плана как компромисс между предварительным проектом $(x_i^{(0)}, \Pi_r^{(0)})$ и полученным решением $(\bar{x}_i^{(t)}, \hat{\Pi}_r^{(t)})$:

$$\begin{cases} x_i^{(t)} = (1 - \eta)x_i^{(0)} + \eta\bar{x}_i^{(t)}, i = \overline{1, I}; \\ \Pi_r^{(t)} = (1 - \eta)\Pi_r^{(0)} + \eta\hat{\Pi}_r^{(t)}, r \in R; \\ \Pi_r^{(t)} = (1 - \eta)\Pi_r^{(0)} + \eta\bar{\Pi}_r^{(t)}, r \in R, j = \overline{1, J}, \end{cases} \quad (17.27)$$

где $0 < \eta < 1$ – параметр процесса.

Полученный вариант плана $(x_i^{(t)}, \Pi_i^{(t)})$ используется центром для организации нового цикла расчетов.

Описанная процедура расчетов соответствует одному из широко освещенных в литературе *алгоритмов итеративного агрегирования* для задач линейного программирования с блочной структурой ограничивающих условий. Алгоритм имеет следующую вычислительную схему (t -я итерация):

1. расчет полуагрегированных и агрегированных показателей:
 - a. полуагрегированных нормативов затрат ресурсов:

$$a_{rj}^{(t)} = \frac{\sum_{i \in I_j} a_{ri} x_i^{(t-1)}}{\sum_{i \in I_j} x_i^{(t-1)}}, j = \overline{1, J}, r \in R, \quad (17.28)$$

- b. агрегированных нормативов затрат ресурсов:

²⁸ Учитывая, что центр использует агрегированную информацию (в том числе по ресурсам), такая корректировка, в принципе, должна проводиться итеративным путем в двухуровневой системе «центр-хозяйственные ячейки».

²⁹ В частности, в предельной точке прогресса все недоиспользованные ресурсы получают нулевую оценку, что согласуется с принципом дополняющей нежесткости.

$$a_{sj}^{(t)} = \sum_{r \in D_s} \Pi_r^{(t-1)} a_{rj}^{(t)}, \quad s = \overline{1, S}, \quad j = \overline{1, J}, \quad (17.29)$$

с. агрегированных показателей целевой функции:

$$c_j^{(t)} = \frac{\sum_{i \in I_j} c_i x_i^{(t-1)} - \sum_{r \in R_j} \sum_{i \in I_j} \Pi_r^{(t-1)} a_{ri} x_i^{(t-1)}}{\sum_{i \in I_j} x_i^{(t-1)}}, \quad j = \overline{1, J}, \quad (17.30)$$

д. агрегированных показателей наличия общих ресурсов:

$$B_s^{(t)} = \sum_{r \in D_s} \Pi_r^{(t-1)} b_r, \quad s = \overline{1, S}; \quad (17.31)$$

2. решение агрегированной задачи

$$\max \left\{ \sum_{j=1}^J c_j^{(t)} X_j - \frac{1}{2} Q \sum_{j=1}^J \beta_j^{(t)} \left(X_j - \sum_{i \in I_j} x_i^{(t-1)} \right)^2 \right\}; \quad (17.32)$$

$$\sum_{j=1}^J a_{sj}^{(t)} X_j \leq B_s^{(t)}, \quad s \in S, \quad X_j \geq 0, \quad j = \overline{1, J}, \quad (17.33)$$

где $Q > 0$ – параметр процесса, $\beta_j^{(t)} > 0$.

Решение прямой задачи (17.32) и (17.33) – $\bar{X}_j^{(t)}$, двойственной – $\mu_s^{(t)} (j = \overline{1, J}; s = \overline{1, S})$.

3. Решение локальных задач ($j = \overline{1, J}$):

$$\max \left\{ \sum_{i \in I_j} \left(c_i - \sum_{s=1}^S \mu_s^{(t)} \sum_{r \in D_s} \Pi_r^{(t-1)} a_{ri} \right) x_i - \sum_{s=1}^S \mu_s^{(t)} \sum_{r \in D_s} \Pi_r^{(t-1)} - \right. \\ \left. - \frac{1}{2} Q \sum_{r \in R} \left(\sum_{i \in I_j} a_{ri} x_i + v_r - a_{ij}^{(t)} \bar{X}_j^{(t)} \right)^2 \right\}; \quad (17.34)$$

$$\sum_{i \in I_j} a_{ri} x_i \leq b_r, \quad r \in R_j, \quad x_j \geq 0, \quad v_r \geq 0, \quad i \in I_j, \quad r \in R_j, \quad (17.35)$$

где $Q > 0$ – параметр процесса.

Решение прямой задачи – $(x_i^{(t)}, \bar{u}_j^{(t)})$, двойственной – $\bar{\Pi}_j^{(t)} (j \in R), \bar{\Pi}_r^{(t)} (r \in R_j), j = \overline{1, J}, i \in I_j$.

4. Вычисление оценок на общие ресурсы (предварительное):

$$\hat{\Pi}_r^{(t)} = \left[\mu_s^{(t)} \Pi_r^{(t-1)} - \beta Q_1 \left(b_r - \sum_{i=1}^I a_{ri} \bar{x}_i^{(t)} \right) \right]_{(+)}^+, \quad r \in R, \quad (17.36)$$

где $\beta > 0$ – параметр процесса;

5. вычисление очередного приближения к решению:

$$\begin{cases} x_i^{(t)} = (1 - \eta) x_i^{(t-1)} + \eta \bar{x}_i^{(t)}, & i = \overline{1, J}; \\ \Pi_r^{(t)} = (1 - \eta) \Pi_r^{(t-1)} + \eta \hat{\Pi}_r^{(t)}, & r \in R; \\ \bar{\Pi}_r^{(t)} = (1 - \eta) \bar{\Pi}_r^{(t-1)} + \eta \bar{\Pi}_r^{(t)}, & r \in R, \quad j = \overline{1, J}, \end{cases} \quad (17.37)$$

где $0 < \eta < 1$ – параметр процесса.

Строгого доказательства сходимости алгоритма (17.28) – (17.37) в настоящее время не существует. В работах можно встретить доказательство теоремы об оптимальности неподвижной точки процесса, что при условии достаточных экспериментальных подтверждений предельной сходимости алгоритма позволяет говорить о его сходимости к решению исходной задачи (17.12) – (17.15).

Модели экономического равновесия

Хозяйственные объекты с присущими каждому из них индивидуальными функциями, в соответствии с которыми они организывают свое поведение в пределах имеющихся возможностей, будем называть **активными**, а **модели**, изучающие взаимодействие таких объектов, – **поведенческими**. С формальных позиций оптимальные экономические модели со сложной структурой в ряде случаев можно интерпретировать как поведенческие. Если считать, что глобальный критерий аддитивен и задается на множестве интересов хозяйственных ячеек, то локальные критерии оптимальности в моделях последних можно рассматривать как индивидуальные целевые функции. Согласно им организуется поведение ячеек, которые в рамках существующих внешних условий самостоятельно определяют свою наилучшую внутреннюю структуру.

Однако принимаемая в декомпозиционных процедурах планирования система допущений, связанная с оценкой локальных решений лишь по отношению к экзогенно заданному глобальному критерию, а также с предположением, что использование основных регулирующих параметров хозяйственного механизма автоматически обеспечит «оптимальность» выбираемых решений с позиций интересов соответствующих яче-

ек, представляется достаточно жесткой. Она не позволяет отразить в достаточной мере все аспекты реального процесса функционирования экономической системы и, в частности, те из них, которые связаны с наличием у хозяйственных ячеек собственных интересов, определяющих их поведение на этапе реализации плана, а также при принятии децентрализованных решений. Именно на эти стороны функционирования системы в целом и ее отдельных подразделений делается основной упор в так называемых «моделях экономического равновесия»³⁰.

В моделях равновесия предполагается, что задано множество участников экономической системы. Каждый из них имеет свою индивидуальную целевую функцию, которую он стремится оптимизировать, и область производственных возможностей по выпуску продуктов и услуг. Функционирование системы рассматривается как процесс взаимодействия ее участников, принимающих с учетом внешних требований самостоятельные решения относительно своей деятельности и вступающих в хозяйственные отношения по поводу обмена и распределения продукции с другими участниками.

При исследовании поведения системы с помощью моделей равновесия возникают две центральные проблемы. Во-первых, *нахождение финального состояния* (траектории), к которому приходит система в процессе своего функционирования. Во-вторых, *решение вопроса о допустимости самодействия в этом процессе каждого отдельного участника*, если последний обладает весьма «сжатой» информацией о поведении остальных участников системы.

Данные проблемы, очевидно, возникают при любом подходе к исследованию процессов функционирования экономики и в рамках каждого из них решаются по-разному. Так, в оптимизационных моделях со сложной структурой задача нахождения финального состояния, к которому стремятся участники системы, заключается в выявлении глобального критерия оптимальности и его экстремального значения при имеющихся ресурсах. В моделях экономического равновесия нет явно выраженного глобального критерия. Его поиск заменяется другой задачей, связанной с формированием механизма отношений, в которые вступают оптимизирующие свое поведение участники.

Попытаемся изложить основные исходные принципы, «закладываемые» в механизм экономического взаимодействия, в такой последовательности, чтобы введение каждого из них влекло за собой соответствующее сужение области поиска финального состояния (траектории) системы.

Рассмотрим хозяйственную систему, состоящую из J участников (ячеек) с планами выпуска продуктов $x_j (j = \overline{1, J})$, индивидуальными целевыми

³⁰ Термин «равновесие» не совсем удачен для выделения рассматриваемого класса экономических моделей, так как равновесие системы ищется и при оптимизации по глобальному критерию. Нельзя не отметить и определенный статический оттенок данного термина, обычно используемого для характеристики состояний. Однако, поскольку в экономической литературе этот термин утвердился, мы будем его использовать в дальнейшем изложении.

функциями $f_j(x_j)$ и областями производственных возможностей R_j . Обозначим через $\bar{X} = (x_j)$ план системы как композицию планов отдельных участников.

С учетом общесистемных ограничений, определяющих область допустимых решений Q_X на множестве возможных планов развития хозяйственных ячеек, может быть составлена задача векторной оптимизации с целевой функцией $F(\bar{X}) = [f_j(\bar{X})]$ и совокупностью ограничивающих условий $\bar{X} \in Q_X, x_j \in R_j (j = \overline{1, J})$, решение которой, как отмечалось выше, позволяет найти эффективные (оптимальные по Парето) варианты. Последние характеризуются тем, что ни один из участников, действуя самостоятельно или совместно с другими участниками, не может улучшить своего положения так, чтобы при этом не ухудшилось положение какого-либо участника системы.

Определение множества эффективных планов Q_X^ значительно сужает область возможного финального состояния (траектории) системы.* Принадлежность к этому множеству является очевидным требованием к принятию согласованных решений в системе, состоящей из нескольких экономически самостоятельных участников. Но одного его еще недостаточно для обеспечения заинтересованности ячеек в совместной деятельности. Разумным основанием для этого является возможность такой процедуры обмена и распределения производимых продуктов и услуг между участниками, которая приводит к повышению значения их индивидуальных целевых функций по сравнению с обособленным функционированием.

Различные эффективные планы неодинаково выгодны для разных участников. Не исключена и возможность того, что кто-либо из них, действуя самостоятельно или в коалиции с другими, сможет добиться лучших для себя результатов. «Отсечение» подобных ситуаций связано с исследованием механизмов экономического взаимодействия в системе с переменным составом участников и введением понятия «ядро системы».

Ядро системы Q_X^* представляет собой совокупность допустимых решений, ни одно из которых не может быть улучшено, в смысле оптимума по Парето, при выделении из хозяйственной системы любой коалиции ее участников. Другими словами, если $\bar{X}^* = (x_j^*)$ – допустимое решение и $\bar{X}^* \in Q_X^*$, то участники коалиции $J_1 (J_1 \in J)$ не могут получить значения целевых функций $f_m(x_m) \geq f_m(x_m^*)$ для всех $m \in J_1$ и хотя бы один из них – $m_0 : f_{m_0}(x_{m_0}) \geq f_{m_0}(x_{m_0}^*)$.

Ядро – множество более узкое, чем множество эффективных точек. Всякий план, принадлежащий ядру, является оптимальным по Парето ($\tilde{Q}_X^* \subset Q_X^*$), причем обратное утверждение в общем случае неверно. Совпаде-

ние этих множеств ($\bar{Q}_x = \bar{Q}_x^*$) означает, что участники хозяйственной системы, в принципе, экономически заинтересованы в реализации любого плана, эффективного для системы в целом. Чем более жесткие внешние требования накладываются на деятельность отдельных участников, чем теснее взаимосвязи между ними, тем меньше различия между множеством оптимальных по Парето вариантов и ядром системы.

Обратимся к приведенному на рис. 17.2 примеру для системы, состоящей из двух участников. На нем изображено множество всех значений индивидуальных целевых функций $f_1(x)$ и $f_2(x)$ на области допустимых решений. Часть границы этого множества – ломаная ABC – определяет совокупность значений функций, соответствующих оптимальным по Парето вариантам. Значения F_1 и F_2 – экстремумы целевых функций участников при их изолированном функционировании. Участники заинтересованы в совместной деятельности, поскольку она может обеспечить получение более высоких результатов по сравнению с F_1 и F_2 . Соответствующие значения целевых функций образуют ломаную DBE , определяющую варианты из ядра системы. Линии AD и EC характеризуют множества оптимальных по Парето планов, которые, однако, не принадлежат ядру. С позиций своих экономических интересов первый из участников будет выступать против реализации вариантов со значениями $f_1(x) < F_1$, для второго неприемлемы варианты с $f_2(x) < F_2$.

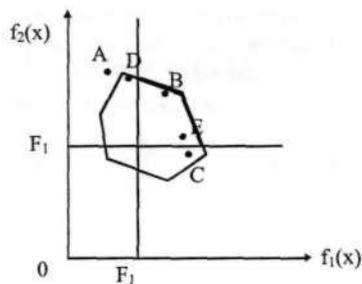


Рисунок 17.2 Область допустимых решений для двух участников

Дальнейшее нахождение финального состояния или траектории системы на множестве допустимых планов, образующих ядро, предполагает *введение конкретных параметров и правил регулирования отношений между участниками*. В зависимости от особенностей исследуемого процесса взаимодействия хозяйственных ячеек набор этих параметров может быть различным.

Общей характерной чертой моделей экономического равновесия является использование в них *ценностной формы соизмерения затрат и результатов деятельности каждого участника* (путем введения «бюджетных» ограничений) и регулирования их хозяйственных взаимосвязей.

Рассмотрим пример системы, состоящей из J производителей ($j = \overline{1, J}$) и I потребителей ($i = \overline{1, I}$), N видов продукции ($n = \overline{1, N}$) и некоторого ценообразующего органа, задачей которого является выработка таких цен на производимые товары, при которых предложение этих товаров уравнивает спрос на них³¹. При фиксированных ценах (вектор p)³² каждый производитель решает задачу максимизации дохода от своей деятельности:

$$\left. \begin{array}{l} (p, y_j) \rightarrow \max \\ y_j \in Y_j \end{array} \right\} j \in J, \quad (17.38)$$

где Y_j – множество допустимых производственных планов (векторов чистого выпуска) j производителя.

Решение задачи (17.38) – вектор $\hat{y}_j(p)$ – назовем предложением производителя при данном векторе цен.

Потребитель с индексом i ($i = \overline{1, I}$) описывается моделью рационального поведения. Решаемая им задача заключается в максимизации функции полезности $f_i(x_i)$ на множестве допустимых векторов потребления R_i ³³ с учетом соответствующих бюджетных ограничений

$$\left. \begin{array}{l} f_i(x_i) \rightarrow \max \\ x_i \in R_i \\ (p, x_i) \leq (p, a_i) + \sum_{j=1}^J \Theta_{ij} \hat{y}_j(p) \end{array} \right\}, \quad (17.39)$$

где a_i – начальный запас товаров у потребителя;

$\Theta_{ij} \left(\Theta_{ij} \geq 0, \sum_{j=1}^J \Theta_{ij} = 1 \right)$ – коэффициенты долевого участия i -го потребителя в доходах j -го производителя.

³¹Подобная интерпретация модели экономического взаимодействия производителей и потребителей товаров предложена К.А.Багриновским.

³² Обычно в моделях такого типа используется множество нормированных цен

$$P^* = \left\{ p = (p_1, p_2, \dots, p_N); p_n \geq 0, \forall (n = \overline{1, N}); \sum_{n=1}^N p_n = 1 \right\}.$$

³³ Множество допустимых векторов потребления R_i не следует путать с множеством, порожденным бюджетным ограничением. Множество R_i обычно характеризует физически возможные векторы потребления, а также некоторые дополнительные условия функционирования потребителей. Например, здесь не учитывается тот факт, что потребитель не может обеспечить систему трудовыми ресурсами при нулевом потреблении продуктов.

Решение задачи (17.39) – вектор $\hat{x}_j(p)$ – является *вектором спроса потребителя* при заданных ценах p .

Задачей центра является минимизация «рассогласования» в системе между совокупным спросом потребителей и совокупным предложением производителей. Если $x = \sum_{i=1}^j x_i (x_i \in R_i)$ – совокупный спрос и

$y = \sum_{j=1}^j y_j (y_j \in Y_j)$ – совокупное предложение, то величина $(x - y)$ выражает данное «рассогласование», то есть избыточный спрос потребителей. В этом случае задача центра имеет вид

$$\left. \begin{aligned} (p, x - y) \rightarrow \min \\ p \in P^* \end{aligned} \right\}, \quad (17.40)$$

где P^* – множество нормированных цен.

Последовательно варьируя значения регулирующих параметров в системе (то есть цены) и используя информацию о поведении производителей и потребителей (величине предложения и спроса), центр проводит их итеративное уточнение, обеспечивающее выход системы в **состояние равновесия**. Под последним понимается состояние, в котором ни одному из участников системы (включая центр) не выгодно менять свое поведение при фиксированном поведении других участников. С формальной точки зрения для хозяйственной системы, описываемой совокупностью моделей (17.38) – (17.40), состояние равновесия задается набором векторов $(\hat{x}, \hat{y}, \hat{p})$, в котором \hat{y} является решением задачи (17.38) при ценах $p = \hat{p}$; \hat{x} является решением задачи (17.39) при ценах $p = \hat{p}$; p является решением задачи (17.40) при значении вектора избыточного спроса $(x - \hat{y})$.

В общем случае, когда композиция планов отдельных участников \bar{X} должна удовлетворять некоторым общесистемным ограничениям, **вектор цен \hat{p}** будем называть **равновесным**, если среди оптимальных планов участников, рассчитанных при этих ценах $\hat{X}_j(\hat{p})$, найдутся такие, которые образуют допустимый план системы в целом. Другими словами, множества $\hat{X}_j(\hat{p})$ содержат такие планы $\hat{x}_j (\hat{x}_j \in \hat{X}_j(\hat{p}))$, что

$$\hat{X} = (\hat{x}_j) \in Q_{\bar{X}},$$

где $Q_{\bar{X}}$ – множество допустимых планов системы.

Совокупность векторов (\hat{X}, \hat{p}) называется состоянием (траекторией) равновесия, если

$$\hat{x}_j \in \hat{X}_j(\hat{p}), \quad j = \overline{1, J} \quad (17.41)$$

и

$$\hat{X} = (\hat{x}_j) \in Q_{\hat{x}}.$$

Найденное состояние (траектория) равновесия представляет собой согласованный план совместной деятельности хозяйственных ячеек в рамках установленных принципов экономического взаимодействия, регламентирующих поведение отдельных участников и их отношения в системе. Следует, однако, учитывать, что изменение этих принципов, в частности принципов обмена и распределения, может повлечь за собой изменение равновесного состояния системы.

Существование решения в моделях экономического равновесия, как правило, удается доказать при весьма жестких предпосылках. Стандартными являются предположения о выпуклости множеств допустимых решений и вогнутости целевых функций, соответствующие условиям выпуклого программирования. Часто используется гипотеза о ненасыщаемости спроса хотя бы у части потребителей. В исследованиях, посвященных теоремам существования, для моделей равновесия обычно формируется совокупность достаточных условий, некоторые из которых могут и не быть необходимыми.

Модели хозяйственных систем, описывающие взаимообусловленное поведение участников с особыми интересами, получили широкое развитие в исследованиях представителей зарубежной математической экономики. Наибольшую известность среди них получила модель конкурентного экономического равновесия К. Эрроу–Г. Дебре–Л. Мак-Кензи.

Уместен вопрос: а не противоречит ли сам принцип построения моделей экономического равновесия и основанных на них композиционных процедур планирования реальному механизму функционирования плановой экономики, приоритетности общегосударственных интересов, требованию рационального подхода к принятию плановых решений? Пытаясь подчеркнуть отличия моделей композиционного планирования развития экономики от игровых схем рынка, их авторы обычно делают упор на наличие в композиционных схемах специальной модели центра. Думается, однако, что суть дела заключается не в этом, тем более что, в принципе, наличие специальных моделей для «государственного сектора» вполне допустимо и в схемах рыночной экономики.

В действительности все зависит от того, какой тип производственных отношений, механизма обмена и распределения в экономической системе «закладывается» в композиционную схему, какие цели и интересы системы отражает модель центра, как строятся экономические отношения между центром и прочими участниками, какие экзогенные требования накладываются на всю систему в целом, какими рамками и правилами регламентируется экономическая самостоятельность отдельных участников. Если в этих составляющих конструкции композиционной схемы заложен принцип обще-

экономического подхода к выбору оптимума, то реализация этого требования (как следствие) будет иметь место и в случае построения процедуры разработки плана по данной схеме.

Рассмотрим теперь на упрощенном примере *процедуру формирования плана в экономической системе, состоящей из ряда локальных хозяйственных ячеек и центрального планового органа*, которая реализуется в виде следующей игровой задачи.

Пусть x_j – план деятельности j -й ячейки ($j = \overline{1, J}$), удовлетворяющий некоторым локальным условиям (например, для производственных объединений это условия технологической допустимости решений, для экономического района – лимитные ограничения на использование природных и трудовых ресурсов и т. д.), и R_j – множество локально допустимых планов этой ячейки. Кроме локальных условий, выбор плана ячейкой j зависит от стратегии центра (закрепим за ним индекс 0) и планов других участников игры ($1, 2, \dots, j-1, j+1, \dots, J$). Обозначим через $Q_j(x_0, x_1, \dots, x_{j-1}, x_{j+1}, \dots, x_J)$ множество планов j -й ячейки, удовлетворяющих таким внешним условиям. Тогда множество допустимых планов X_j локальной ячейки j можно представить в виде

$$X_j = R_j \cap Q_j(x_0, x_1, \dots, x_{j-1}, x_{j+1}, \dots, x_J). \quad (17.42)$$

Задача, решаемая j -й ячейкой, заключается в оптимизации функции выигрыша $f_j(x_0, x_1, \dots, x_j)$, отражающей собственные интересы этой ячейки на множестве допустимых решений X_j .

В процессе функционирования системы центр решает двоякую задачу. С одной стороны, центр стремится к выработке плана, согласованного с точки зрения интересов отдельных участников, что обеспечивает его успешную реализацию. Данные цели центра отражаются как в его функции выигрыша, так и во влиянии избираемой им стратегии на поведение локальных ячеек. С другой стороны, центр как ячейка институциональной структуры, выражающая интересы системы в целом, обладает определенными собственными интересами, не сводящимися к интересам локальных ячеек и требованиям их согласования (например, в области внешней политики, обороны, фундаментальных научных исследований и т. д.). Соответственно, *функцию выигрыша центра f_0 в задаче представим в виде*

$$f_0 = f_0^1 + f_0^2, \quad (17.43)$$

где f_0^1 отражает арбитражные, а f_0^2 – неарбитражные интересы центра³⁴.

³⁴ Под *арбитражными* понимаются функции центра в области согласования интересов отдельных хозяйственных ячеек, решения споров и т. д.

Поскольку реализация неарбитражных целей центра зависит от результатов деятельности участников системы, в рамках рассматриваемой задачи можно считать, что $f_0^2 = f_0^2(x_1, \dots, x_j)$. Первое слагаемое в (17.43) представим в виде штрафной функции, характеризующей оценку центром планов локальных производственных ячеек:

$$f_0^1 = \sum_{j \in J'} f_{0j}^1(x_{0j}), \quad (17.44)$$

где $J'(J' \subset J)$ – множество локальных производственных ячеек в системе;

x_{0j} – компонента стратегии центра $x_0 = \{x_{0j}\}$, относящаяся к его оценке деятельности j -й ячейки;

f_{0j}^1 – неположительная функция для всех $j \in J'$, причем $f_{0j}^1(x_{0j}) = 0$ в случае приемлемости плана j -й ячейки (будем считать, что тогда $x_{0j} = 1$) и быстро убывает при отклонении x_{0j} от 1.

Функция выигрыша центра f_0 определена на множестве $X_0 = R_0 \cap Q_0(x_1, \dots, x_j)$, причем в качестве «локальных» условий, определяющих множество R_0 , рассматриваются факторы среды, внешней по отношению к моделируемой экономической системе.

Поскольку в действительности часть компонентов целей центра и локальных ячеек может не поддаваться строгой количественной оценке (например, в сфере внешней политики, экологии и т. д.), их учет в модели осуществляется путем экзогенной коррекции множеств R_0 и R_j . Скажем, при формировании множества R_0 такая коррекция заключается в учете отвлечения ресурсов для выполнения внешнеполитических, экологических и других функций в фиксированных объемах. Аналогичное уточнение может приводиться и по отношению к множествам R_j локально допустимых планов некоторых ячеек, например, экономических районов. Коррекция множеств R_0 и R_j , влияя на множества допустимых планов X_0 и X_j и тем самым на выбор стратегий участниками системы, позволяет учесть в процессе выработки плана значительное число факторов, не поддающихся внутримодельному определению.

Однако среди них есть и такие, которые необходимо учитывать непосредственно при задании множеств X_j . Это относится, в частности, к ограничениям, связанным с процессами движения населения. Данные процессы, оказывая влияние на формирование множеств X_j , в свою очередь, существенно зависят от принятых ячейками системы планов $x_j \in X_j$. В связи с этим в модель вводится дополнительный $J+1$ участник, персонализирующий такие процессы поведения системы, которые не поддаются отображению в

форме явно заданной функции выигрыша. Соответствующая коррекция множеств допустимых планов X_j осуществляется в виде представления каждого из множеств Q_j как зависящего не только от x_j ($j = \overline{1, J}$), но и от x_{j+1} стратегии, избираемой данным дополнительным участником. Его роль в игре уже не сводится к нормативному выбору стратегии из некоторого множества допустимых решений, а предполагает прогноз такого выбора $x_{j+1} = \varphi(x_0, x_1, \dots, x_j)$, который сделало бы население при условиях, фиксируемых планами (x_0, x_1, \dots, x_j) участников системы и состоянием внешней среды.

Специфика данного дополнительного участника, проявляющаяся в описании его возможностей и предпочтений в нестандартной форме, делает необходимым итеративную организацию процесса решения игры. При некоторых дополнительных предположениях о роли $J+1$ -го участника рассмотренная игра может быть представлена как частный случай реализации системы моделей композиционного планирования, для которой доказано существование ситуации равновесия в случае выпуклости множеств допустимых планов и вогнутости целевых функций в задачах центра и локальных ячеек.

17.2 Принцип максимума Понтрягина и его экономические приложения

Задачи оптимального управления

Традиционно со времен Эйлера физика и механика, а затем и практика машиностроения были основными «поставщиками» вариационных задач. Однако в конце 50-х годов новое поле деятельности было открыто не традиционными интересами чистой математики, а рутинной инженерной практикой.

Вывод на орбиту некоторого груза требовал огромных затрат энергии. Поэтому весьма актуальной стала проблема выбора такой траектории стартового участка космической ракеты, при движении вдоль которой с той же затратой топлива можно было бы вывести на орбиту лишний килограмм полезного груза.

Первым, кто понял суть этой проблемы, был Д.Е. Охоцимский. Еще в 1946 году, будучи студентом, он опубликовал посвященную ей работу. Оказалось, что задачи выбора оптимальной траектории выходят за рамки классического анализа (того вариационного исчисления, которое было создано Эйлером и Лагранжем) и требуют разработки новых математических подходов. И он уже содержался в знаменитой статье Охоцимского. Но решающий шаг сделал не он.

О статье Охоцимского помнят только отдельные специалисты. Дело в том, что лет через пять после этой работы Л.С. Понтрягин опубликовал свой принцип максимума. Им была предложена чрезвычайно простая и элегантная конструкция, позволяющая сводить эти нестандартные задачи анализа к

краевым задачам для обыкновенных дифференциальных уравнений – задачам трудным, но все же решаемым классическими методами численного анализа.

Так, например, если движение ракеты описывается ее координатами x и y , проекциями вектора скорости на координатные оси V_x и V_y , массой m , величиной тяги u и углом φ между направлением тяги и осью Ox , то управление траекторией ракеты осуществляется за счет регулирования величины и направления силы тяги двигателя. Величины u и φ – это управляющие параметры, через F_x и F_y обозначены суммарные проекции силы тяжести, сопротивления атмосферы и т. д.

В технических задачах обычно возникает вопрос об отыскании наиболее экономной программы работы модели. В случае движения ракеты чем меньшее количество топлива будет израсходовано, тем более экономичной будет программа. Это означает, что управление u и φ должно быть выбрано из условия минимума интеграла вида:

$$I(u, \varphi) = \int_{t_0}^T f(u) dt.$$

Функция $u(t)$, которая удовлетворяет всем ограничениям и дает минимальное значение интегралу $I(u, \varphi)$, называется **оптимальным управлением**.

Таким образом, состояние объекта задается в каждый момент времени числами x^1, x^2, \dots, x^n , которые называются **фазовыми координатами объекта**. Движение объекта (с математической точки зрения) заключается в том, что его состояние с течением времени изменяется, то есть x^1, x^2, \dots, x^n являются переменными величинами. Это движение объекта происходит не самопроизвольно – им можно управлять. Для этого объект снабжен «рулями», положение которых характеризуется в каждый момент времени t числами u^1, u^2, \dots, u^r . Эти числа называются **управляющими параметрами**. Рулями можно «манипулировать» – менять с течением времени управляющие параметры u^1, u^2, \dots, u^r по своему желанию. Иначе говоря, мы можем выбрать функции $u^1(t), u^2(t), \dots, u^r(t)$, которые описывают изменение управляющих параметров с течением времени. Что же касается функций $x^1(t), x^2(t), \dots, x^n(t)$, то они уже не в полной мере зависят от нашего желания. Мы будем предполагать, что, зная фазовое состояние объекта в начальный момент времени t_0 и выбрав управляющие функции $u^1(t), u^2(t), \dots, u^r(t)$, мы сможем математически точно рассчитать поведение объекта для всех $t > t_0$, то есть сможем найти функции $x^1(t), x^2(t), \dots, x^n(t)$, характеризующие изменение фазовых координат с течением времени. Таким образом, на изменение

фазовых координат мы можем воздействовать в той или иной мере, выбирая по своему усмотрению управляющие функции $u^1(t), u^2(t), \dots, u^r(t)$.

Величины u^1, \dots, u^r удобно считать координатами некоторого вектора $U = (u^1, u^2, \dots, u^r)$, который также называют *управляющим параметром*. Точно так же величины x^1, x^2, \dots, x^n удобно рассматривать как координаты некоторого вектора (или точки) $X = (x^1, \dots, x^n)$. Эту точку называют *фазовым состоянием объекта*. Каждое фазовое состояние $X = (x^1, \dots, x^n)$ является точкой n -мерного пространства с координатами x^1, x^2, \dots, x^n . Это n -мерное пространство называют *фазовым пространством* рассматриваемого объекта.

Чтобы полностью задать движение объекта, надо задать его фазовое состояние в начальный момент времени t_0 и выбрать управляющие функции $u^1(t), \dots, u^r(t)$, то есть выбрать векторную функцию

$$U(t) = (u^1(t), u^2(t), \dots, u^r(t)).$$

Эту функцию мы будем называть *управлением*. Задание начального фазового состояния X_0 и управления $U(t)$ однозначно определяет дальнейшее движение объекта. Это движение заключается в том, что фазовая точка $X(t) = (x^1(t), \dots, x^n(t))$, изображающая состояние объекта, с течением времени перемещается, описывая в фазовом пространстве некоторую линию, называемую **фазовой траекторией** рассматриваемого движения объекта. Пару векторных функций $(U(t), X(t))$, то есть управление $U(t)$ и соответствующую фазовую траекторию $X(t)$, мы будем называть в дальнейшем **процессом управления**.

Итак, получаем следующее описание.

Состояние управляемого объекта в каждый момент времени характеризуется фазовой точкой $X = (x^1, \dots, x^n)$. На движение объекта можно воздействовать при помощи управляющего параметра $U = (u^1, \dots, u^r)$. Изменение величин U и X с течением времени мы называем процессом управления; процесс $(U(t), X(t))$ состоит из управления $U(t)$ и фазовой траектории $X(t)$. Процесс полностью определен, если задано управление $U(t)$ и начальное фазовое состояние $X_0 = X(t_0)$.

Часто встречается следующая задача, связанная с управляемыми объектами.

В начальный момент времени t_0 объект находится в фазовом состоянии X_0 . Требуется выбрать такое управление $U(t)$, которое переведет объект в заранее заданное конечное фазовое состояние X_1 (отличное от X_0). При

этом обычно требуется, чтобы процесс перехода из начального фазового состояния X_0 в требуемое конечное состояние X_1 был в определенном смысле «наилучшим», например, чтобы время перехода было наименьшим или чтобы энергия, затраченная в течение переходного процесса, была минимальной и т. д. Такой «наилучший» процесс перехода называется **оптимальным процессом**. Если речь идет о наименьшем времени перехода, то такие процессы называются оптимальными в смысле быстрействия. Иначе говоря, **процесс**, в результате которого объект переходит из точки X_0 в точку X_1 , называется **оптимальным в смысле быстрействия**, если не существует процесса, переводящего объект из X_0 в X_1 за меньшее время ($X_0 \neq X_1$).

Общая постановка принципа максимума Понтрягина

Рассмотрим систему дифференциальных уравнений:

$$\frac{dx^i}{dt} = f^i(x^1, x^2, \dots, x^n, u^1, u^2, \dots, u^r), \quad (17.45)$$

где $i = \overline{1, n}$.

Она описывает поведение некоторого объекта во времени. В момент времени t переменные x^1, x^2, \dots, x^n могут означать координаты точек, скорости и т. д.

Управление характеризуется точками u^1, u^2, \dots, u^r , в качестве которых могут выступать количество подаваемого в двигатель топлива, температура и т. д. Очевидно, что эти параметры удовлетворяют некоторым ограничениям. Предполагается, что функции f^i непрерывны по совокупности всех аргументов и непрерывно дифференцируемы по совокупности фазовых координат x^1, x^2, \dots, x^n .

При заданных начальных условиях система (17.45) имеет единственное решение, если задать функции $u^1(t), u^2(t), \dots, u^r(t)$ со значениями из U .

Пусть выбрано допустимое управление $U(t)$ и получена фазовая траектория $X(t)$ с начальным условием $X_0 = X(t_0)$.

Тогда система

$$\frac{d\psi_i}{dt} = - \sum_{\alpha=0}^n \frac{\partial f^\alpha(X(t), U(t))}{\partial x^i} \psi_\alpha, \quad (i = \overline{0, n})$$

имеет единственное решение $\psi(\psi_0, \psi_1, \dots, \psi_n)$ при любых начальных условиях $\psi_i(t_0)$.

С помощью полученных функций ψ_i строится *функция Гамильтона*

$$H(\psi, X, U) = \sum_{\alpha=0}^n \psi_{\alpha} f^{\alpha}(X, U).$$

Для оптимальности управления $U(t)$ и траектории $X(t)$ необходимо существование такой ненулевой непрерывной вектор-функции $\psi(t) = (\psi_0(t), \dots, \psi_n(t))$, соответствующей функциям $U(t)$ и $X(t)$, что при любом t ($t_0 \leq t \leq t_1$) функция $H(\psi(t), X(t), U(t))$ переменного $u \in U$ достигает максимума в точке $U = U(t)$.

В конечный момент времени t_1

$$\psi_0(t_1) \leq 0, \quad \sum_{\alpha=0}^n \psi_{\alpha}(t_1) f^{\alpha}(X(t_1), U(t_1)) = 0. \quad (17.46)$$

Кроме того, если $\psi(t)$, $X(t)$, $U(t)$ удовлетворяют системам (17.45) и (17.46), то функции $\psi_0(t)$ и $\sum_{\alpha=0}^n \psi_{\alpha}(t) f^{\alpha}(X(t), U(t))$ являются постоянными, и в условии (17.46) точку t_1 можно заменить любой другой.

Для оптимальных по быстрдействию управления $U(t)$ и траектории $X(t)$ необходимо существование такой ненулевой непрерывной вектор-функции $\psi(t) = (\psi_1(t), \dots, \psi_n(t))$, соответствующей функциям $U(t)$ и $X(t)$, что для всех t ($t_0 \leq t \leq t_1$) функция

$$H(\psi, X, U) = \sum_{\alpha=1}^n \psi_{\alpha} f^{\alpha}(X, U)$$

переменного $u \in U$ достигает максимума в точке $U = U(t)$.

В конечный момент времени t_1

$$H(\psi(t_1), X(t_1), U(t_1)) \geq 0. \quad (17.47)$$

Если величины $\psi(t)$, $X(t)$ и $U(t)$ удовлетворяют системе

$$\frac{\partial x^i}{\partial t} = \frac{\partial H}{\partial \psi_i}, \quad \frac{\partial \psi_i}{\partial t} = -\frac{\partial H}{\partial x^i}, \quad (i = \overline{1, n}),$$

и выполнено условие максимума, то функция $H(\psi(t), X(t), U(t))$ переменного (t) постоянна, и неравенство (17.47) можно проверять при любом другом значении t ($t_0 \leq t \leq t_1$).

Принцип максимума позволяет из всех фазовых траекторий, начинающихся в точке X_0 и заканчивающихся в требуемой конечной точке X_1 , и соответствующих им управлений выделить лишь те, которые удовлетворяют всем сформулированным условиям.

Следовательно, имеются лишь отдельные фазовые траектории, удовлетворяющие условиям. И только эти отдельные траектории могут оказаться оптимальными, так как указанные в принципе максимума условия необходимы для оптимальности. Если условиям удовлетворяет только одна фазовая траектория, то можно надеяться, что найденная фазовая траектория и является оптимальной.

Приложения принципа максимума Понтрягина

Рассмотрим два примера использования принципа максимума Понтрягина на практике, которые были разработаны на основе классических задач: навигационной задачи Цермело и простейшей задачи регулирования по быстрейшему воздействию.

Навигационная задача Цермело: в стационарном поле скоростей $V\{v_1(x_1, x_2), v_2(x_1, x_2)\}$, где x_1 и x_2 – прямоугольные декартовы координаты, движется точка с постоянной по величине скоростью $V(v_1^2 + v_2^2 = V^2)$. Дано: $x_1(0) = 0, x_2(0) = 0$; требуется минимизировать время

$$x_0(t_F) = t_F = \int_0^{t_F} dt, \quad (f_0 \equiv 1)$$

необходимое для достижения заданной конечной точки (x_{1F}, x_{2F}) посредством выбора $u(t)$ угла между направлением скорости V точки и осью x_1 .

Уравнения состояния ($|v| = V$):

$$\frac{dx_1}{dt} = v_1(x_1, x_2) + V \cos u, \quad \frac{dx_2}{dt} = v_2(x_1, x_2) + V \sin u, \quad \frac{dx_0}{dt} = 1$$

Отсюда

$$H \equiv p_1(v_1 + V \cos u) + p_2(v_2 + V \sin u) - 1,$$

где принято $p_0 = -1$.

Для максимума H необходимо, чтобы выполнялось равенство

$$\cos u = -\frac{p_1}{\sqrt{p_1^2 + p_2^2}}, \quad \sin u = -\frac{p_2}{\sqrt{p_1^2 + p_2^2}};$$

p_1 и p_2 должны удовлетворять сопряженным уравнениям

$$\frac{dp_1}{dt} = -\left(p_1 \frac{\partial v_1}{\partial x_1} + p_2 \frac{\partial v_2}{\partial x_1}\right), \quad \frac{dp_2}{dt} = -\left(p_1 \frac{\partial v_1}{\partial x_2} + p_2 \frac{\partial v_2}{\partial x_2}\right)$$

и

$$M = \max_u H = p_1 v_1 + p_2 v_2 - V \sqrt{p_1^2 + p_2^2} - 1 = 0$$

Если, в частности, v_1 и v_2 постоянны, то таковы же p_1 и p_2 ; их значения вместе с t_F удовлетворяют условиям

$$x_1(0) = 0, \quad x_2(0) = 0, \quad x_1(t_F) = x_{1F}, \quad x_2(t_F) = x_{2F}.$$

Простейшая задача регулирования по быстродействию: даны

$x_1(0)$ – объем производимой продукции,

$x_2(0)$ – скорость реализации продукции,

$u(t)$ – изменение скорости реализации продукции

и уравнения состояния

$$\frac{dx_1}{dt} = x_2, \quad \frac{dx_2}{dt} = u(t), \quad (\text{то есть } \frac{d^2 x_1}{dt^2} = u(t)).$$

Требуется минимизировать время

$$x_0(t_F) = t_F = \int_0^{t_F} dt, \quad (f_0 \equiv 1),$$

необходимое для достижения заданного конечного состояния

$$x_1(t_F) = x_2(t_F) = \dot{x}_2(t_F) = 0$$

посредством оптимального управления такого, что

$$|u(t)| \leq 1.$$

Максимизация гамильтониана

$$H \equiv \psi_1 x_2 + \psi_2 u - 1$$

($\psi_0(t) = \text{const} = -1$; $f_0(x, u) = 1$ – задача на быстродействие) при условии

$|u| \leq 1$ приводит к управлению

$$u = \text{sign } \psi_2 = \begin{cases} 1 & (\psi_2 > 0), \\ -1 & (\psi_2 < 0) \end{cases}$$

и

$$\frac{d\psi_1}{dt} = 0, \quad \frac{d\psi_2}{dt} = -\psi_1 = \text{const}$$

так что

$$\psi_1 = \psi_1(0), \quad \psi_2 = \psi_2(0) - t\psi_1(0)$$

Оптимальные траектории в плоскости x_1, x_2 являются дугами парабол, соответствующих $u=1$ и $u=-1$. Эти дуги пересекают «кривую переключения», соответствующую $\psi_2=0$, и каждая траектория продолжается к началу координат вдоль этой кривой.

Каждая траектория зависит от параметров $\psi_1(0), \psi_2(0)$, которые должны выбираться так, чтобы выполнялись заданные граничные условия $x_1(t_F) = x_2(t_F) = 0$.

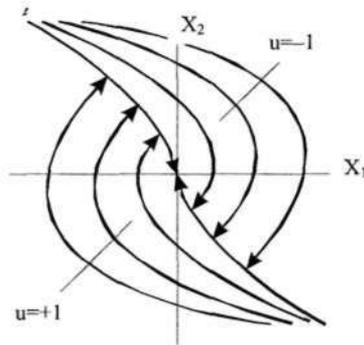


Рисунок 17.3 Фазовый портрет в окрестности точки равновесия

Таким образом, область применения принципа максимума Понтрягина распространяется не только на физические процессы, имеющие место в технике. Он может использоваться также в экономике для решения целого ряда задач оптимального управления.

Универсальность принципа максимума Понтрягина

Анализируя предыдущие главы, можно сделать вывод, что принцип максимума в оптимальном управлении, получивший название принципа максимума Понтрягина, может быть использован для нахождения решения задач оптимального управления любого рода.

Как было сказано выше, принцип максимума является классическим критерием оптимальности, из которого могут быть выведены такие необходимые условия экстремума, как правило множителей Лагранжа, условия Вейерштрасса и Лежандра, уравнение Эйлера и т. д. Сравнивая принцип максимума с другими критериями оптимальности, которые были проанализированы в данной работе, видно, что этот метод является более универсальным и всеобъемлющим.

Так, Принцип Парето позволяет лишь сужать область допустимых решений, то есть сокращать варианты решений. Однако он не позволяет выделить множество условно-оптимальных решений – тех решений, которые удовлетворяют условию задачи. Исключаются только те варианты, которые заведомо будут неудовлетворительными. Кроме того, стержнем принципа выступает задача построения множества Парето, что на практике не всегда представляется возможным.

Критерии оптимальности Сэвиджа, Вальда и Гурвица являются методами стохастической оптимизации, а значит, они больше подходят для такой системы как экономика, где влияние случайных параметров на поведение системы доминирует. Если одно время экономическую систему пытались рассматривать как простую детерминированную систему, то в настоящее время предприятие или фирма – это сложная вероятностная система.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Вопросы к Главе 1

1. Рассмотрите, какой из уровней описания системы целесообразно использовать для анализа следующих объектов:

- документооборот на предприятии;
- проект рельефного парка;
- правила этикета;
- теорема Пифагора;
- решение дифференциального уравнения;
- сеть автомобильных дорог;
- утилизация пищевых отходов;
- жизненный цикл продукта;
- судебный процесс.

2. Интерпретируйте динамическое определение сложной системы в терминах развития семьи по стадиям жизненного цикла. Возьмите для примера собственную семью или, по желанию, известную семью Корлеоне.

3. Если вы для предыдущего задания выбрали пример «Крестного отца», определите, что было основой целостности этой системы.

4. Определите комплекс системообразующих признаков объекта «эффективное производство».

5. Из следующего перечня объектов выделите системы объективно и субъективно сложные:

- транзисторный приёмник;
- рынок ценных бумаг;
- система кровообращения человека;
- управление автомобилем;
- строение клетки;
- трут и огниво;
- служебная собака;
- система управления металлургическим комбинатом;
- страховая компания;
- интерьер офиса;
- жалюзи;
- приготовление утки по-пекински;
- график движения трамвая;
- менеджмент персонала;
- английская грамматика;
- механизм размножения дрозофил;
- жизненный цикл бабочки-капустницы;

- процесс пайки метала.

По каким признакам определена сложность системы?

6. Какая характеристика в менеджменте определяет целесообразность существования организационно-производственной системы (выберите нужное):

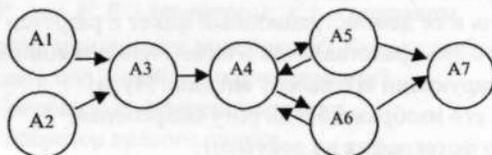
- стратегия;
- цель;
- продукт;
- миссия;
- функция;
- руководство ОПС;
- вышестоящий орган управления;
- рынок.

7. С позиций системно-ориентированного подхода сформулируйте задачи управления, оптимизации, гомеостазиса.

8. Определите понятия «механизма». Приведите примеры механизма реализации производственной цели, механизма управления процессом реализации.

9. На основе структурно-функционального подхода постройте механизм синтеза функциональной системы, который отражает последовательность этапов проектирования системы.

10. Структура некоторой системы S представлена графом:



Запишите её в форме, принятой в теории графов.

11. Ниже представлен перечень адаптивных систем:

- станок с программным управлением;
- мимикрия насекомого-богомла;
- симбиоз муравья и тли;
- регенерация хвоста ящерицы;
- естественный отбор;
- внутривидовая эволюция.

Определите тип адаптивной системы.

12. Рассматривая элемент системы как преобразователь, приведите типологию элементов.

Вопросы к Главе 2

1. По словам С. Бира, идея моделирует ситуацию. Иногда между реальной ситуацией и новой идеей исследования возникают совершенно неожиданные ассоциации.

ции, которые вошли в анналы истории открытий. Ниже приводятся ситуации, с одной стороны, и идеи с другой. Иногда связь между оригиналом и моделью не столь очевидна. Определите, где оригинал, а где соответствующая ему модель:

- боевик «Великолепная семёрка»;
- один из распространенных видов ядовитых пауков;
- Закон, сформулированный всем известным греческим учёным;
- сломанный молоток в музее ООН;
- действия администрации Русского музея: перенос в запасники картины «Смерть Фидельки», изображающей горе старой барыни от кончины любимой собачки;
- специфика отечественной демократии;
- нетрадиционный способ протеста главы Советского Союза;
- фильм А. Куросавы «Семь самураев»;
- название популярного итальянского танца;
- водная процедура в сосуде ограниченной ёмкости;
- возникший в мыслях Жванецкого образ светофора, у которого горят все три огня сразу;
- смена политического режима в одной южноамериканской стране.

2. Вам предлагаются пары «оригинал – модель». Оцените их адекватность с использованием понятий изоморфизма и гомоморфизма и укажите, в каких характеристиках существует сходство:

- доменная печь и её демонстрационный макет в разрезе;
- предприятие и его представление в виде «черного ящика»;
- склад и имитирующий его работу автомат Мура;
- жилой дом и его изображение на рисунке ребёнка;
- человек и его фотография на документ;
- собрание, его план (протокол) и стенограмма;
- личность и его автобиография, служебная характеристика, резюме, портрет;
- рецепт приготовления блюда и готовый продукт;
- процесс транспортировки груза и маршрутный лист водителя;
- проведение эксперимента и отчет о его результатах;
- реальное событие и его реконструкция (следственный эксперимент, театральное представление, деловая игра).

3. Приведите примеры систем (ситуаций), не поддающихся адекватному количественному описанию, моделированию по следующим причинам:

- неясность целей функционирования;
- неопределённость тенденций развития;
- противоречивость целей существования;
- высокое разнообразие альтернативных исходов;
- высокий динамизм развития.

4. Определите целевое назначение (область применения) следующих известных моделей:

- модель линейного программирования;
- сетевой график выполнения работ;
- макет-панорама Бородинского сражения;
- восковые фигуры в паноптикуме;
- карта автомобильных дорог;
- формальное выражение $E = mc^2$;
- картина Ван Гога «Подсолнухи»;
- компьютерная игра;
- компьютерная программа обучения;
- автотренажер;
- бизнес-план предприятия;
- описание технологии производства серной кислоты;
- глобус.

5. Определите класс модели, заданной в общем виде:

$$y = F(x_1, x_2);$$

$$z(t) = f(x_1(t), x_2(t));$$

$$y(t) = f(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)), \text{ где } n = \overline{1, N}$$

$$v(t) = f(x_1(t), x_2(t), \alpha, \beta), \text{ где } \alpha, \beta - \text{параметры};$$

$$w(t) = f(x_1(t + \theta), x_2(t + \theta), \theta), \text{ где } \theta - \text{величина лага};$$

$$y = F_x + P_z, \text{ где } F, P - \text{операторы}; x, z - \text{операнды}.$$

6. Какие операторы называются линейными? Какие алгебраические действия можно производить под линейными операторами?

7. Пусть D - оператор дифференцирования,

Δ - оператор правого сдвига,

p - оператор тождественного преобразования.

Какие алгебраические действия позволяют получить операторы интегрирования, левого сдвига, скалярный оператор?

8. Ниже приведены графические изображения траекторий поведения различных моделей. Определите по рисункам соответствующие типы моделей:

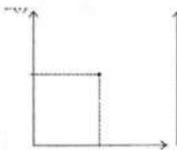


Рис. 8.1



Рис. 8.2

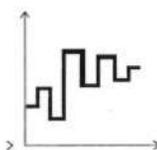


Рис. 8.3

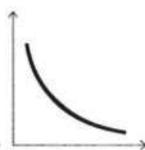


Рис. 8.4

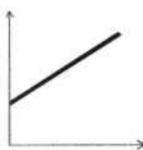


Рис. 8.5

9. На рисунке 9 представлены траектория поведения системы S и траектория поведения модели M . На основании каких процедур можно сделать содержательный вывод?

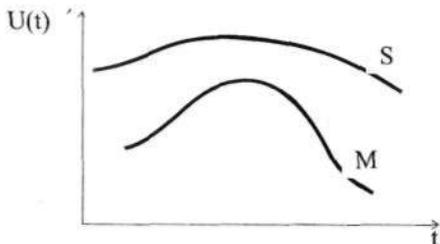


Рис. 9

10. Пусть $y = f(x, z)$ – модель, характеризующая выход продукции при затратах факторов производства x, z . Какую информацию следует собрать для проведения теста Тьюринга?

Вопросы к Главе 3

1. Человек как биологическое и социальное существо в определенном смысле является гомеостатом. Перечислите основные виды систем, которые регулируют его жизнедеятельность.
2. Чем отличаются системы, в которых а) управление направлено на изменение состояния системы, б) – на изменение поведения.
3. Каким образом система, являющаяся объектом кибернетического исследования, может быть представлена как система управления?
4. Очевидным фактом является утверждение о том, что разнообразие внешней среды многократно превосходит разнообразие системы управления. Если это так, возникает кажущееся противоречие закону Эшби о необходимом разнообразии. Приведите аргументацию в пользу того, что существует принципиальная возможность управления искусственно созданной системой.
5. Исходя из того, что функция системы является количественным выражением цели, обоснуйте справедливость одного из следующих утверждений:
 - а) одна и та же цель может быть отображена некоторой совокупностью функций;
 - б) одна и та же функция системы может воплощать стремление достичь некоторого разнообразия целей.
6. Может ли в принципе управляемая система характеризоваться отрицательным значением эффективности управления? Если вы можете это обосновать, определите, при каких условиях это происходит?
7. Назовите ситуации, когда в процессе создания (функционирования) системы управления принцип необходимости обратной связи не «работает».
8. Какова роль исследователя системы управления в процессе определения критерия эффективности производства?

9. Пусть S – система принятия решений. Оцените справедливость следующих утверждений:
- любая система управления может быть представлена как система принятия решений и наоборот;
 - любая система принятия решений может быть представлена как система оптимального управления и наоборот;
 - любая система принятия решений может быть представлена иерархической структурой, в любой иерархической системе управления осуществляется процесс принятия решений.
10. Опишите с использованием теоретико-множественного подхода функционирование следящей системы управления с упреждением (например, системы, исследованной Н. Винером: оператор зенитного орудия – орудие – бомбардировщик – пилот самолета).
11. Используя схему и концепцию системы регулирования, объясните закономерности процессов простого и расширенного воспроизводства.
12. Исследуйте принцип обратной связи и решите следующие вопросы:
- обязательность наличия обратной связи в системе управления;
 - возможность существования в регулируемой системе управления более одного канала ОС;
 - возможность действия в системе как положительной, так и отрицательной ОС;
 - обязательность действия принципа ОС в адаптивной системе управления.

Вопросы к Главе 4

- Различаются ли представления о содержании понятия «информация» в общественной практике? Иначе, если данные не устраняют неопределённость в процессе принятия решений, являются ли они информацией? Если сведения не имеют материального воплощения, являются ли они информацией? В каком случае сведения, вредящие принятию правильного решения, тем не менее являются информацией? Является ли свойство «полезности» неотъемлемым атрибутом информации?
- На основе интуиции и здравого смысла попробуйте сформулировать принцип оценки полезности информации, содержащейся в сообщении.
- В процессе экспертного способа оценки качественных показателей функционирования системы могут быть использованы лингвистические оценки. Приведите пример, когда у свойства системы отсутствуют чёткие границы.
- В кибернетике существует понятие «чёрного» ящика. С помощью какого подхода можно оценить уровень снятой неопределённости относительно такого объекта? Проиллюстрируйте свой ответ.
- Объясните суть представления об ограничении разнообразия среды или объекта. Подумайте, использование лингвистических экспертных

оценок способствует ограничению разнообразия оценок объекта или увеличивает его?

6. Рассмотрите понятие информационной системы, её состав, структурные и поведенческие характеристики. Как Вы считаете, существует ли отличие между информационной системой и системой информации?
7. Разберитесь с уровнем обобщения и попробуйте упорядочить понятия: единственный показатель (П), групповой П, комплексный П, интегральный П, обобщённый П.
8. Используя результаты, полученные в п. 7, проиллюстрируйте разобранные понятия на примере показателей работы определённой системы. Оцените, как изменяется информативность сообщений. Какие возникают дополнительные методические задачи в процессе расчёта более общих показателей на основе более частных?
9. Определите необходимые условия для обмена информацией двух различных систем.
10. Являются ли знания информацией? Как определить ценность знаний?

Вопросы к Главе 5

1. В качестве экономической системы рассматривается предприятие, на эффективность функционирования которого оказывают влияние факторы внутренней и внешней среды:

- коррумпированность государственных чиновников;
- официальная заработная плата;
- сокрытие фактических доходов;
- несовершенство налоговой системы;
- дефицит государственного бюджета;
- покупательная способность населения;
- затратный подход к формированию цены на продукцию;
- цена продукции;
- процессы либерализации цен в рыночной экономике;
- себестоимость продукции предприятия;
- инвестиции в технологию.

Определите, какие факторы относятся к числу внешних, внутренних, постройте схему причинно-следственных связей между ними.

2. Основными финансовыми причинами наступления банкротства предприятия являются: несовершенство кредитной системы, инфляция, необоснованный налоговый пресс, взаимные неплатежи, нерациональная ценовая политика, высокозатратное производство, неэффективный менеджмент, отсутствие нормативной базы, реформирование экономики, низкая рентабельность производства, появление товаров-субститутов, сильная конкуренция и др. Определите, какие из причин являются объективными, какие – субъективными.

3. Пусть $u(t)$ – состояние системы S . Моменты $t = t_1, t = t_2, t = t_3$ характеризуют прошлые, настоящие и будущие моменты функционирования системы, причем $u(t)$ принимают значения:

t	t_1	t_2	t_3
$u(t)$	α	β	γ

Запишите формальные определения задач наблюдения, идентификации, прогнозирования состояния системы.

4. Что обеспечивает целостность таких экономических систем, как: домохозяйство, частная фирма, государственное предприятие, регион, конкретная страна?

5. Интерпретируйте формальное определение управляемости системой:

- антикризисного управления предприятием;
- стимулирования спроса на продукцию;
- увеличения инвестиций в развитие региона.

6. Предложите критерии оценки структурной устойчивости и устойчивости траектории поведения системы «Магазины продажи бытовой техники».

7. Выполните внутренний анализ проблемы поиска работы для конкретного субъекта.

8. Используйте концепцию нечетких множеств для определения своего общественного статуса.

9. Какая концепция научного исследования подтверждает интуитивное представление о том, что поведение сложных динамических систем в будущем не является предопределенным? Если Вы не знаете, как называется концепция, попробуйте определить, на чем основывается интуитивное представление.

10. Какова роль индуктивных и в дедуктивных методов в процессе идентификации экономической системы? Как комбинируются эти методы в процессе теоретического и экспериментального исследования? Поддается ли процесс идентификации системы формальной алгоритмизации?

Вопросы к Главе 6

1. Убедитесь, что Вы понимаете, что С. Бир вкладывает в понятие «псевдозадачи» и вспомните смысл понятий «предикат», «принцип», «эндогенная» и «экзогенная» переменные.

2. Выберите для выполнения этого задания знакомый объект:

- предприятие, выпускающее определенную продукцию;
- домашнее хозяйство;
- магазин самообслуживания или другой.

Используйте известные принципы разложения для демонстрации возможностей декомпозиционного подхода, комбинированной декомпозиции,

различных способов использования принципов: дизъюнктивной и конъюнктивной.

3. Когда речь идет о декомпозиции координации задач, рассматриваются разновидности принципов стимулирования и лимитирования. Как организовать процесс координации, если осуществляется пообъектная декомпозиция?

4. Что предопределяет выбор принципа координации, и чем, в свою очередь, определяется метод декомпозиции? Поясните свой ответ на примере.

5. на какие элементы возлагается функция координации в иерархической системе?

6. Многоуровневые системы могут быть моно- или полицентрические. Как изменится в зависимости от вида многоуровневой системы система координации?

7. Существуют системы так называемой обратной иерархии, когда на нижнем уровне находится только одна частная задача (один элемент). При этом способ координации зависит от того, имеются ли в системе только вертикальные или также горизонтальные связи. В последнем случае имеет место центрально-децентрализованная координация. Обоснуйте необходимость координации в организованной таким образом экономической системе.

8. Проанализируйте методы декомпозиции по видам деятельности и по результатам деятельности. Какие параметры при этом и с помощью каких принципов координируются?

9. Пусть в наиболее общем виде задача оптимизации имеет вид:

$$\max_x f(x) \{ g(x) \geq b, x \in X; \quad (9.1)$$

и пусть в частном случае выполняется условие

$$\max \sum f_i(x_i) \{ \sum g_i(x_i) \geq b, x_i \in X_i, i = \overline{1, n}; \quad (9.2)$$

Обозначим через c_i цену, оказывающую влияние на i -ю деятельность, а вектор цен – через $C = (c_i)$.

Запишите простейшую задачу координации путем стимулирования деятельности.

10. Используя условия задачи 9 и обозначенную через $\rho_i(x_i, \tilde{x}_i)$ функцию штрафа, зависящую от разности $\Delta = (x_i - \tilde{x}_i)^2$, запишите задачу координации путем наложения штрафа.

11. Используйте условие задачи 9, определяющее исходную задачу (9.2) и пусть d_i – параметр координации, ограничивающий результат.

Как изменится постановка задачи координации?

12. На основе выполненных заданий 9-11 попробуйте выполнить постановку, сочетающую принципы стимулирования и лимитирования. Используйте введенные выше обозначения параметров координации.

Вопросы к Главе 7

1. Сформулируйте несколько актуальных проблем регионального уровня. Разработайте механизм сравнительной оценки актуальности проблем, используя идею нечетких множеств.

2. Рассмотрите следующие проблемы:

- рост числа уголовных преступлений в городе;
- недостаточный уровень собственного дохода;
- неблагоприятная экологическая среда в месте проживания;
- увеличение дефицита регионального бюджета;
- потеря конкурентного статуса предприятия,

– и сформулируйте цели организации системы для их решения.

3. Для экономического объекта «регион» существует проблема недостатка инвестиций в его развитие. Определите, в каких средах возникают актуальные воздействия, подлежащие учету при решении проблемы.

4. Запишите задачу выделения системы в терминах абстрактно-алгебраического подхода.

5. Постройте схему проведения системного анализа:

- сформулируйте проблему;
- определите систему, предназначенную для ее решения;
- определите характеристики входов, выходов, состояния системы;
- выделите перечень инвариантных характеристик и компонентов состояния, нуждающихся в улучшении;
- опишите образ желаемого (будущего) состояния;
- сформулируйте необходимые условия перехода системы в новое состояние.

6. Докажите, что дерево целей является топологическим образованием.

7. Исследуйте потенциал возможностного подхода, основанного на нечетких множествах, для решения задачи упорядочения и согласования системы целей.

8. Приведите по пять примеров таких социальных потребностей, которые:

- а) ограничиваются уровнем насыщения;
- б) определяются заданием целевых нормативов, полученных на основе метода «опережающих групп»;
- в) отслеживаются индикативным методом.

9. Используя определения 7.2, 7.3, 7.4 и, соответственно, различные уровни описания системы, продемонстрируйте, как повышается уровень осведомленности о системе. В качестве объекта анализа выберите знакомую систему: семью, студенческую группу, малое частное предприятие любого характера деятельности и др.

10. После выполнения задания 9 выберите две задачи, например, одну из задач управления процессом функционирования и задачу осуществления продуктивной деятельности (технологическую задачу). Разберите ее покомпонентно, используя материал, изложенный в конце седьмой главы (выражения (7.13) – (7.16)). Обдумайте, какие существуют возможности оптимизации процессов системы.

Вопросы к Главе 8

1. Определите перечень факторов, влияющих на изменение спроса на рынке легковых автомобилей.

2. Рассмотрите задачу «Исследование размера рынка». Определите цели, методы проведения исследования, составьте перечень показателей, характеризующих размер рынка.

3. В процессе проведения количественных и качественных исследований рынка наблюдателями часто допускаются ошибки в результате возникновения так называемых «синдромов Дракулы и Франкенштейна». Какую Вы дали бы интерпретацию этим угрозам и какие бы предприняли меры, чтобы они не реализовывались?

4. В каких случаях эмпирическая функция спроса будет иметь форму параболы?

5. В книге «Стратегический маркетинг» Ж.Ж. Ламбен исследовал факторы чувствительности потребителей к цене товара и выделил следующие ключевые эффекты:

- эффект уникальной ценности;
- осведомленности об аналогах;
- трудности сравнения;
- суммарных затрат;
- конечной пользы;
- распределения затрат;
- безвозвратных инвестиций;
- связи цены и качества;
- эффект запаса.

Эти факторы применимы как к решениям приобрести товар определенной категории, так и выбору конкретной марки. Определите собственные предпочтения при выборе:

- а) компьютера или музыкального центра;
- б) автомобиля определенной марки.

Обоснуйте свой выбор.

6. Обратите внимание на телевизионную рекламу. Выберите одно или несколько определений, лучше всего характеризующих данную рекламу:

- занимательная;
- привлекающая внимание;
- вызывающая доверие;

- остроумная;
- непонятная;
- нудная;
- фальшивая;
- яркая;
- глупая;
- эффектная;
- содержательная;
- безнравственная;
- оригинальная;
- бессмысленная;
- легкая;
- изнурительная;
- полезная;
- раздражающая;
- умная;
- чуждая.

Сравните свои впечатления с мнениями товарищей. Оцените справедливость своих суждений.

7. Используя концепцию жизненного цикла, сравните жизненные циклы потребностей, технологий, продукта, конкретной марки. Покажите, что для различных продуктов (потребностей и т.д.) существует закономерность в соответствии циклов. Или опровергните существование таковой.

8. Существует ли зависимость между относительными ценами на товары и их эластичностями?

9. Каково практическое значение паутинообразной модели рынка? Лаги какого рода можно учитывать в процессе построения модели?

Вопросы к Главе 9

1. Можно ли привести пример экономической системы, которая не является производственной?
2. Определите необходимые условия возникновения, функционирования и развития производственной системы.
3. Назовите основные классы задач, решаемые производственной системой.
4. Какой инструмент исследования производственной системы в наибольшей степени соответствует системно-ориентированному подходу?
5. В чем состоит цель гомеостаза производственной системы?
6. Какие уровни структурной организации можно выделить для производственно-экономической системы (ПЭС)?
7. Какие трансформации происходят во внутренней и внешней среде предприятий в текущем моменте экономического развития?

8. Назовите основные классы математических методов и моделей, нашедших применение в исследовании ПЭС.
9. В каких случаях допускается при моделировании производственных процессов использовать инструментарий:
 - a. Линейных производственных функций;
 - b. Степенных производственных функций;
 - c. Линейного программирования;
 - d. Теории очередей.
10. Определите возможности использования аппарата производственных функций для анализа ресурсного потенциала ПЭС.

Вопросы к Главе 10

1. Каково значение балансового метода в исследовании экономических процессов?
2. Определите экономический смысл коэффициентов прямых затрат. На каком основном допущении базируется модель МОБ?
3. Запишите величину промежуточных затрат i -й отрасли при производстве набора продукции $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$.
4. Для каких согласованных расчетов, каких величин может быть использована модель Леонтьева?
5. Каковы основные трудности в подготовке информации для построения матрицы МОБ? Какие при этом используются упрощающие предположения?
6. В каких единицах измеряются величины x_i, y_i, x_{ij} для построения модели МОБ?
7. Какими свойствами должна обладать матрица \mathbf{A} , чтобы существовало неотрицательное решение системы уравнений МОБ.
8. Как определяются полные материальные затраты? Можно ли утверждать, что они действительно учитывают все материальные затраты, в том числе и на восстановление основных фондов, и на воспроизводство рабочей силы? Не могут ли оказаться некоторые коэффициенты полных затрат бесконечно большими?
9. Для исследования каких процессов могут быть использованы технологические модели?
10. Какие существуют сложности на пути практического воплощения технологически обоснованных программ.

Вопросы к Главе 11

1. Вспомните, что такое траектория поведения системы, состояние системы, какие модели являются дискретными, непрерывными. Для описания траектории поведения необходимо установить начальное состояние системы и определить горизонт планирования,

установить свойства технологической допустимости технологий. Подумайте, как можно задать описание множества всех технологически допустимых технологий.

2. Какими переменными описывается состояние экономической системы в модели Солоу? Насколько обосновано использование в модели производственной функции Кобба-Дугласа? Какое значение имеет свойство линейной однородности функции? Какому условию должна удовлетворять линейная однородная функция?
3. Какие основные посылки отражения в моделях динамики технического прогресса? Какой технический прогресс принято называть "нейтральным"? Поясните, почему существуют разные подходы к определению нейтрального технического прогресса.
4. Какие упрощающие предположения действуют при представлении модели динамического межотраслевого баланса? Почему эта модель является развитием классической модели Леонтьева?
5. Оцените достоинства и ограничения метода экономической динамики Дж. Форрестера. Какие в наше время существуют возможности автоматизации процесса моделирования с использованием метода системной динамики?
6. Охарактеризуйте класс эконометрических моделей. Чем отличается процесс эконометрического моделирования?
7. Оцените возможности имитационного моделирования: какие процессы и явления целесообразно исследовать с помощью имитационного подхода, каковы его преимущества и недостатки.
8. Если у Вас есть опыт использования в исследованиях балансовых, динамических моделей, метода системной динамики, эконометрического или имитационного подхода, объясните, чем Вы руководствовались при выборе соответствующего инструментария?

Вопросы к Главе 12

1. Объясните, какие тенденции развития можно выделить, анализируя значения $\frac{dy(t)}{dt}$, $\frac{d^2y(t)}{dt^2}$, где $y(t)$ – функция, характеризующая результаты деятельности ПЭС.
2. Предположим, что относительно существующей системы S поставлена задача обеспечения её экономической безопасности. Как Вы полагаете, процедура синтеза должна затронуть обе подсистемы системы управления или какую-то одну? Сформулируйте условия обеспечения экономической безопасности.
3. Какие вы можете предложить способы определения коэффициентов относительной важности подпроблем?
4. Приведите примеры ситуаций, которые актуализируют постановку задачи синтеза.

5. В каком соответствии находятся процедуры анализа и синтеза, существуют ли принципиальные отличия в методических подходах.
6. В учебном пособии изложены подходы к определению обобщённых параметров оптимизации. Каким образом для решения этой проблемы может быть использована теория возможностей.
7. Подберите примеры задач, для определения оптимальных решений в которых целесообразно использовать описанные методы.
8. Опишите свой личный опыт решения проблем синтеза в любой области деятельности. Какие эвристические приёмы позволили Вам преодолеть сложности стоявшей перед вами задачи? Насколько они похожи на сложности, обнаруживаемые теорией синтеза? Как возрос Ваш личный опыт в результате выполненного задания?

Вопросы к Главе 13

1. Чем обусловлено использование в процессе синтеза методов координации?
2. Изучите рис.13.2. Как Вы полагаете, представленные на схеме варианты систем S являются абсолютными при любых целях синтеза и в любых обстоятельствах или они могут оказаться в числе модифицируемых?
3. Изучив материал главы, выделите в процедуре синтеза те моменты, когда использовался декомпозиционный подход.
4. Оцените выбор в качестве критерия оптимальности задачи синтеза показателя минимума суммарных затрат. Обоснуйте возможности выбора других критериев, предложите использование некоторых иных показателей.
5. Объясните, почему, несмотря на невозможность получения аналитического решения задачи синтеза функциональной структуры
 - a. формализация ее представляет ценность,
 - b. функциональные системы, окружающие нас, зачастую работают эффективно.
6. Какие факторы принимаются во внимание при выборе вида организационной структуры?
7. Приведите примеры известных Вам корпоративных систем
8. Какие формальные и неформальные методы используются в процессе структурного синтеза?

Вопросы к Главе 14

1. Рассмотрите произвольное предприятие с точки зрения модели жизнеспособных систем, выделите Системы 1-5. Ответьте на следующие вопросы с точки зрения каждой из выделенных систем:

Системы 1:

- Какие товары или услуги вы предлагаете своим потребителям?
- Ясна ли вам цель вашего подразделения?
- Обладаете ли вы ресурсами для эффективного исполнения своих функций?
- Эффективно ли взаимодействует ваше подразделение с другими Системами 1?
- Обладает ли ваше подразделение достаточной автономией для того, чтобы адекватно реагировать на угрозы и возможности на вашем рынке? Известны ли вам границы вашей автономии?
- Как вы определяете колебания и проблемы, которые могут быть разрешены Системой 2?
- Как вы распознаете нечто, что могло бы повлиять на распределение ресурсов Системой 3?
- Что вам необходимо для управления изменениями вашей деятельности или объекта деятельности?
- Какие риски и неопределенности вам приходится преодолевать при движении в новом направлении?
- Как повлияет на ваше подразделение введение новой Системы 1?

Система 2:

- Достаточно ли эффективно работают процедуры для координации Систем 1?
- Как вы определяете, что возникла проблема? Как скоро вы это определяете?
- Насколько хорошо протоколы и процедуры в Системе 2 адаптированы к изменениям?
- Кто ваши внутренние потребители? Какие из их потребностей наиболее насущны?
- Перегружена ли Система 2 информацией? Может быть она недостаточно загружена?
- Можете ли вы сказать, когда видение проблемы требует проведения повторного анализа процедуры или нового решения, вовлекающего Системы 1 или Систему 3?
- Какие типичные проблемы и колебания вы наблюдаете?
- Понимают ли другие функции Систем 2 предположения, критерии и роли друг друга?
- Какие ответы требуются Системе 2 для того, чтобы удовлетворять потребностям функций Систем 1 и Системы 3?
- Что требуется Системе 2 для обеспечения дополнительного подразделения?

Система 3:

- Кто ваши внутренние потребители, и каковы их потребности?
- Готовы ли вы к возможностям в Системах 1?

- Есть ли у вас модель различных функций Системы 3 и их отношений между собой?
- Озабочена ли Система 3 способностью Систем 1 поглощать изменения?
- Понимает ли, уважает ли Система 3 потребности Систем 1 в автономии?
- Можете ли вы определить, когда функции Системы 2 перегружены или недоиспользованы? Как вы общаетесь с Системой 2 относительно введения и выведения в эксплуатацию услуг?
- (3*) Есть ли у вас необходимые полномочия для аудита функционирования Систем 1?
- (3*) Отражает ли аудит формальные и неформальные критерии?
- (3*) Настроена ли система аудита на «несуществующее» (например риски, обязательства, ответственность) так же как и на «существующее»?

Система 4:

- Имеете ли Вы хорошую модель Вашей организации? Как и насколько часто она обновляется?
- Имеете ли Вы интегрированную модель различных видов деятельности Системы 4? Насколько полные связи между ними?
- Имеете ли Вы множество моделей предполагаемых изменений будущего, с которыми организация может столкнуться? Включает ли данное множество моделей различные масштабы времени? Различные сценарии?
- Каким образом Вы представляете новости о потенциальных угрозах или возможностях другим системам организации?
- Достаточно ли сложность (разнообразие) взаимодействия с Системой 3 (гомеостат Система 3 – Система 4) для того, чтобы справиться внешней средой?
- Достаточно ли чувствительна Ваша деятельность к изменениям в количестве и предпочтениях потребителей?
- Задействованы ли Вы при осуществлении как очевидных, так и интуитивных связей между будущим развитием организации и тенденциями (демографические, социальные и экономические изменения, угрозы внешней среды)? Используются ли при этом как качественные, так и количественные измерители? Контрольные индексы?
- Планируете ли Вы дополнительные непредвиденные обстоятельства? Тестируете ли Вы эти планы?
- Соответствует ли способ, который Вы используете для передачи полученной Вами информации или разработанных Вами рекомендаций ограничениям коммуникационного канала целевой аудитории? Есть ли способы проверки того, что Ваша информация воспринята и правильно понята?

Система 5:

- Обладает ли организация видением и взаимоувязкой целей?

- Обладает ли организация понятной индивидуальностью? Понимает ли ее кто-либо? Если задать такой вопрос, будет ли получен на него исчерпывающий ответ?
- Как ваши методы оценивают и учитывают потребности всей системы?
- Видят ли все заинтересованные лица в организации одну и ту же картину? Как вы оцениваете их изменяющиеся потребности?
- Уделяете ли вы должное внимание соблюдению равновесия между потребностями настоящего и будущего?
- Если возникает угроза для индивидуальности и согласованности всей системы, приводит ли это к ее немедленному распознаванию и срочному устранению?
- Чувствительны ли вы к изменениям в корпоративной культуре, которая необходима для поддержки изменений в Системах 1 с различными временами реакции, технической спецификацией и требованиями потребителей?
- Даете ли вы ясное представление о стиле и этических стандартах, которые хотели бы видеть?
- Работает ли Система 5 как команда?

Вопросы к Главе 15

1. Постройте иерархию критериев для следующих иерархических представлений экономических систем:

«Работник – Цех – Завод – Отрасль – Государство»;

«Работник – Завод – Рынок продукции – Международный отраслевой рынок»;

«Работник – Завод – Регион – Государство».

Чем объясняются различия в наборах критериев для каждого представления?

2. Как влияют на выбор критериев и ограничений следующие особенности экономических систем:

- многовариантность развития;
- динамический характер связей и ограничений;
- существенная инерционность;
- функциональная и технологическая неоднородность подразделений, секторов и отраслей общественного производства;
- неравномерная распределенность интенсивности производственных связей внутри экономической системы;
- существенное влияние стохастических элементов и процессов;
- дискретный, скачкообразный характер изменений многих переменных и параметров?

3. Назовите наиболее существенные ограничения, связанные с применением различных видов задач оптимизации? Какие из них наиболее существенны при постановке задач оптимизации в экономических системах?

Вопросы к Главе 16

1. Проведите анализ предложенных критериев оптимальности. Какие ограничения, определяемые в частности отраслевой спецификой и спе-

цифкой конкретного предприятия необходимо учитывать при построении задач оптимизации? Какие ограничения при этом необходимо включать в модель для получения содержательного с экономической точки зрения решения?

2. Произведите ранжирование предложенных критериев по степени их применимости и универсальности.
3. Какие задачи оптимизации должны быть поставлены для каждой из Систем 1-5 при использовании модели жизнеспособных систем (Глава 14)?

Вопросы к Главе 17

1. Покажите универсальность метода максимума Понтрягина по отношению к другим подходам к оптимизации.
2. Выполните общую постановку задачи выбора оптимальной стратегии развития предприятия с помощью метода максимума Понтрягина.

ЛИТЕРАТУРА

1. Акофф Р., Сасени М. Основы исследования операций. – М.: Мир, 1971. – 534 с.
2. Алексеев О.Г. Комплексное применение методов дискретной оптимизации. – М.: Наука, 1987. – 247 с.
3. Аллен Р. Математическая экономия. – М.: Изд-во иностр. лит., 1963. – 667 с.
4. Аптер М. Кибернетика и развитие. – М.: Мир, 1970. – 215 с.
5. Багриновский К.А. Модели и методы экономической кибернетики. – М.: Экономика, 1973. – 206 с.
6. Бакаев А.А., Костина Н.И., Яровицкий Н.В. Имитационные модели в экономике. – К.: Наукова думка, 1978. – 304 с.
7. Банди Б. Основы линейного программирования. – М.: Радио и связь, 1989. – 174 с.
8. Батурич А.Н., Тихомиров А.А. Моделирование экономических систем (целевой подход). – М.: Изд-во Московского ун-та, 1987. – 86 с.
9. Баумоль У. Экономическая теория и исследование операций. – М.: Прогресс, 1965. – 86 с.
10. Белкин А.Р., Левин М.Ш. Принятие решений: комбинаторные модели аппроксимации информации. – М.: Наука, 1990. – 160 с.
11. Берг А., Кольман Э. Возможное и невозможное в кибернетике. – М.: Изд-во АН СССР, 1963. – 234 с.
12. Берж К. Теория графов. – М.: Мир, 1968. – 168 с.
13. Бир Ст. Кибернетика и управление производством. – М.: Наука, 1965. – 391 с.
14. Борисов А.Н. и др. Принятие решений на основе нечетких моделей: Примеры использования / А.Н. Борисов, О.А. Крумберг, И.П.Федоров; Риж. техн. ун-т. – Рига: Зинатне, 1990. – 184 с.
15. Браверман Э.И., Левин М.И. Неравновесные модели экономических систем. – М.: Наука, 1981. – 304 с.
16. Браверман Э.М. Математические модели планирования и управления в экономических системах. – М.: Наука, 1976. – 368 с.
17. Букан Дж., Кенисберг Э. Научное управление запасами. – М.: Наука, 1967. – 423 с.
18. Бусленко Н.П. Моделирование сложных систем. – М.: Наука, 1969. – 356 с.
19. Вагнер Г. Основы исследования операций. Том 1. – М.: Мир, 1972. – 333 с.
20. Вагнер Г. Основы исследования операций. Том 2 и 3. – М.: Мир, 1973. – 987 с.
21. Винер Н. Кибернетика или управление и связь в животном и машине. – М.: Сов. радио, 1968. – 326 с.

22. Винер Н. Я – математик. – М.: Наука, 1967. – 234 с.
23. Вошин А.П., Сотиров Г.Р. Оптимизация в условиях неопределенности. – М.: Изд-во МЖ; София: Техника, 1989. – 224 с.
24. Гайгер, Линвуд Т. Макроэкономическая теория и переходная экономика. – М.: «Инфра-М», 1996. – 560 с.
25. Гейл Д. Теория линейных экономических моделей. – М.: Изд-во иностр. лит., 1963. – 418 с.
26. Глушков В.М. Введение в кибернетику. – К.: Изд-во АН УССР, 1964. – 323 с.
27. Гольштейн Е.Г., Юдин Д.Б. Новые направления в линейном программировании. – М.: Сов. радио, 1966. – 524 с.
28. Гранберг А. Г. Математические модели социалистической экономики. – М.: Экономика, 1978. – 351 с.
29. Гранберг А.Г. Моделирование социалистической экономики. – М.: Экономика, - 1986. – 487 с.
30. Грневский Г. Кибернетика без математики. – М.: Сов. радио, 1964. – 182 с.
31. Демиденко Е.З. Оптимизация и регрессия. М.: Наука, 1989. – 292 с.
32. Джонсон Р., Каст Ф., Розенцвейг Д. Системы и руководство. – М.: Сов. радио, 1971. – 647 с.
33. Джонстон Д.Ж. Экономические методы. – М.: Статистика, 1980. – 444 с.
34. Джордж Ф. Мозг как вычислительная машина. – М.: Изд-во иностр. лит., 1963. – 528 с.
35. Дудорин В.И., Алексеев Ю.Н. Системный анализ экономики на ЭВМ. – М.: Финансы и статистика, 1986. – 191 с.
36. Дюбин Г.Н., Суздаль В.Г. Введение в прикладную теорию игр. – М.: Наука, 1981. – 335 с.
37. Ермаков С.М., Жиглявский А.А. Математическая теория оптимального эксперимента. – М.: Наука, 1987. – 320 с.
38. Ермольев Ю.И. Методы стохастического программирования. – М.: Наука, 1976. – 234 с.
39. Жуковский В.И., Молоствов В.С. Многокритериальное принятие решений в условиях неопределенности. / Междунар. НИИ пробл. управления. – М.: МНИИПУ, 1988. – 130 с.
40. Зайченко Ю.П. Исследование операций. – К.: Вища школа, 1988. – 552 с.
41. Зайченко Ю.П. Исследование операций: нечеткая оптимизация. – К.: Вища школа, 1991. – 191 с.
42. Земан М. Познание и информация. Гносеологические проблемы кибернетики. – М.: Изд-во иностр. лит., 1972. – 164 с.
43. Иваненко В.И., Лабковский В.А. Проблема неопределенности в задачах принятия решений. / АН УССР, Ин-т кибернетики им. В.М. Глушкова. – К.: Наук. думка, 1990. – 132 с.
44. Ивахненко А.В. Самообучающиеся системы. – К.: Изд-во АН УССР, 1963. – 328 с.

45. Ивахненко А.Г. Техническая кибернетика. – К.: Гостехиздат УССР, 1962. – 422 с.
46. Идентификация и моделирование управляющих систем./ НАН Украины; редкол. И.В. Скрыпник (гл. ред.) и др. – К.: Наук. думка, 1997. – 147 с.
47. Интрилигатор М. Математические методы оптимизации и экономическая теория. – М.: Прогресс, 1974. – 606 с.
48. Исследование операций. – М.: Мир, 1981. Т.1. – 712 с.; Т.2 – 677 с.
49. Казаков Е.И., Гладков Д.И. Методы оптимизации стохастических систем. – М.: Наука, 1987. – 304 с.
50. Калман Р., Фалб П., Арbib М. Очерки по математической теории систем. – М.: Мир, 1971. – 400 с.
51. Канторович Л.В. Экономический расчет наилучшего использования ресурсов. – М.: Изд-во АН СССР, 1959. – 344 с.
52. Карлин С. Математические методы в теории игр, программировании и экономике. – М.: Мир, 1964. – 838 с.
53. Кемени Дж., Снелл Дж., Томпсон Дж. Введение в конечную математику. – М.: Изд-во иностр. лит., 1963. – 368 с.
54. Клаус Г. Кибернетика и общество. – М.: Прогресс, 1967. – 432 с.
55. Клаус Г. Кибернетика и философия. – М.: Изд-во иностр. лит., 1963. – 531 с.
56. Клейнен Дж. Статистические методы в имитационном моделировании. ТТ. 1 и 2. – М.: Статистика, 1978.
57. Кобринский Н.Е. Информационные фильтры в экономике. – М.: Статистика, 1978. – 287 с.
58. Кобринский Н.Е. Основы экономической кибернетики. – М.: Экономика, 1969. – 255 с.
59. Кобринский Н.Е., Кузьмин В.И. Точность экономико-математических моделей. – М.: Финансы и статистика, 1981. – 255 с.
60. Кобринский Н.Е., Майминас Е.З., Смирнов А.Д. Экономическая кибернетика. – М.: Экономика, 1982. – 407 с.
61. Коршунов Ю.М. Математические основы кибернетики. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 494 с.
62. Коссов В.В. Межотраслевые модели. – М.: Экономика, 1973. – 359 с.
63. Красс И.А. Математические модели экономической динамики. Под ред. И.А. Полетаева. – М.: Сов. радио, 1976. – 280 с.
64. Крутько П.Д. Обратные задачи динамики управляющих систем: Нелинейные модели. – М.: Наука, 1988. – 326 с.
65. Ланге О. Введение в экономическую кибернетику: пер. с польск. – М.: Прогресс, 1968. – 298 с.
66. Ланге О. Оптимальные решения. – М.: Прогресс, 1967.
67. Ланкастер К. Математическая экономика. – М.: Сов. радио, 1972. – 464 с.
68. Льюнг Л. Идентификация систем. Теория для пользователя. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1991. – 432 с.
69. Ляшко С.И. Обобщенное управление линейными системами. – К.: Наукова думка, 1998. – 471 с.

70. Макаров В.Л., Рубинов А.М. Математическая теория экономической динамики и равновесия. – М.: Наука, 1973. – 336 с.
71. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. – М.: Наука, 1980. – 535 с.
72. Математическая теория планирования эксперимента. – М.: Наука, 1983. – 392 с.
73. Математические вопросы кибернетики. / Под. ред. С.В. Яблонского. – М.: Наука. – Вып. 4. – 1992. – 239 с.
74. Математические методы моделирования и системного анализа в условиях неполной информации. Сб. науч. тр. / АН УССР, Ин-т кибернетики им. В.М. Глушкова, Науч. совет АН УССР по пробл. «Кибернетика». – К.: ИК, 1991. – 79 с.
75. Математическое моделирование и методы оптимизации: Межвуз. сб. науч. ст. / Горьков. государств. ун-т им. Н.И. Лобачевского; Под ред. А.В. Сергиевского. – Горький: Б.и., 1989. – 160 с.
76. Математическое моделирование макроэкономических процессов: Учеб. пособие / Котов И.В., Шалабин Г.В., Воронцовский А.В., Лисицын В.Ю., Пахомова Н.В. – Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1980. – 232 с.
77. Месарович М. Теория систем и биология. – В сб.: Теория систем и биология. Под ред. В.И. Кринского. – М.: Мир, 1971, № 9.
78. Месарович М., Мако Д., Такахара И. Теория многоуровневых систем. – М.: Мир, 1973. – 314 с.
79. Месарович М., Такахара Я.: Общая теория систем: математические основы. – М.: Мир, 1978. – 311 с.
80. Мирзоахмедов Ф.М. Математические модели и методы управления производством с учетом случайных факторов. – К.: Наукова думка, 1991. – 224 с.
81. Михалевич В.С., Трулин В.А., Шор Н.З. Оптимизационные задачи производственно-транспортного планирования. – М.: Наука, 1986. – 264 с.
82. Модели управления в рыночной экономике. Сб. науч. тр. / Общ. ред. и предисловие д.э.н., проф. Ю.Г. Лысенко. – Донецк: ДонГУ, 1998. – 280 с.
83. Модели управления в рыночной экономике: (Сб. науч. тр.) Общ. ред. и предис. Ю.Г. Лысенко; Донецкий гос. ун-т. – Донецк, ДонГУ, 1999. – Вып. 2. – 418 с.
84. Моделирование и оптимизация. Сб. науч. тр. / АН УССР, Ин-т кибернетики им. В.М. Глушкова, Науч. совет АН УССР по пробл. «Кибернетика». – К.: ИК, 1991. – 84 с.
85. Моделирование развивающихся систем. – М.: Наука, 1983. – 300 с.
86. Моисеев Н.Н. Математические задачи системного анализа. – М.: Наука, 1981. – 487 с.
87. Моррис У.Т. Наука об управлении. Байесовский подход. – М.: Мир, 1971. – 304 с.
88. Нейлор Т. Машинные имитационные эксперименты с моделями экономических систем. – М.: Мир, 1975. – 500 с.
89. Нейман Дж., Моргенштерн О. Теория игр и экономическое поведение. – М.: ИЛ, 1960. – 708 с.

90. Немчинов В. С. О принципиальных вопросах экономической кибернетики. – Избр. произв., Т. 5. – М.: Наука, 1968. – 122-133 с.
91. Немчинов В.С. Избранные произведения. Т.3. – М.: Наука, 1976. – 490 с.
92. Никайдо Х. Выпуклые структуры и математическая экономика. – М.: Мир, 1972. – 518 с.
93. Николов И. Кибернетика и экономика. – М.: Экономика, 1974. – 184 с. Оптимизация: модели, методы, решения. Сб. науч. тр. / Рос. АН СО. Сибир. энерг. ин-т. Отв. ред. В.П. Булатов. – Новосибирск: Наука, 1992. – 357 с.
94. Павловский Ю.Н. Имитационные системы и модели. – М.: Знание, 1990. – 46 с.
95. Первозванский А.А. Математические модели в управлении производством. – М.: Наука, 1975. – 616 с.
96. Петраков Н.Я. Кибернетические проблемы управления экономикой. – М.: Наука, 1974. – 161 с.
97. Пирогов Г.Г., Федоровский Ю.П. Проблемы структурного оценивания в эконометрии. – М.: Статистика, 1979. – 327 с.
98. Плохотников К.Э. Математическое моделирование: экзистенциальный аспект. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1993. – 223 с.
99. Поспелов Г.С., Ириков В.А. Программно-целевое планирование и управление. – М.: Сов. радио, 1976. – 440 с.
100. Разумовский О.С. Закономерности оптимизации в науке и практике / Отв. ред. А.Г. Гранберг, Ю.Г. Марков; АН СССР, Сиб. отд-ние, Ин-т истории, филологии и философии. – Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1990. – 174 с.
101. Райцин В.Я. Математические методы и модели планирования уровня жизни. – М.: Экономика, 1970. – 272 с.
102. Риггс Дж. Производственные системы: планирование, анализ, контроль. – М.: Прогресс, 1972. – 340 с.
103. Саати Т.Л. Принятие решений: Метод анализа иерархий. – М.: Радио и связь, 1993. – 314 с.
104. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. – М.: Наука: Физматлит, 1997. – 320с.
105. Ситник В.Ф. та ін. Системи підтримки прийняття рішень. – К.: Техніка, 1995. – 162 с.
106. Современный синтез критериев в задачах принятия решений. / А.Н. Катуплаев, В.Н. Михно, Л.С. Виленчик и др. – М.: Радио и связь, 1992. – 119 с.
107. Соколов В.Г., Смирнов В.А. Исследование гибкости и надежности экономических систем. – Новосибирск: Наука, 1990. – 253с.
108. Столерю Р. Равновесие и экономический рост. – М.: Статистика, 1974. – 471 с.
109. Сыроежкин И.М. Очерки теории производственных организаций. – М.: Экономика, 1970. – 247 с.
110. Сытник В.Ф. Основы машинной имитации производственных и организационно-экономических систем. – К.: УМК ВО, 1988. – 188 с.

111. Теория выбора и принятия решений. – М.: Наука, 1982. – 358с.
112. Тинбэрхэн Я., Бос К. Математические модели экономического роста. – М.: Прогресс, 1967. – 173 с.
113. Тинтнер Г. Введение в эконометрию. – М.: Статистика, 1965. – 351 с.
114. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. – М.: Наука, 1986. – 288 с.
115. Трухаев Р.И. Модели принятия решений в условиях неопределенности. – М.: Наука, 1981. – 258 с.
116. Уемов А.И. Вещи, свойства, отношения. – М.: Изд-во АН СССР, 1963. – 184 с.
117. Утеуш Э.В., Утеуш З.В. Введение в кибернетическое моделирование. – М.: Энергия, 1971. – 208 с.
118. Федотов А.М. Некорректные задачи со случайными ошибками в данных. – Новосибирск: Наука. – 280 с.
119. Фишер Ф.М. Проблемы идентификации в эконометрии. – М.: Статистика, 1978. – 233 с.
120. Форрестер Дж. Динамика развития города. – М.: Прогресс, 1974. – 287 с.
121. Форрестер Дж. Основы кибернетики предприятия (индустриальная динамика). – М.: Прогресс, 1971. – 340 с.
122. Хачатуров В.Р. Математические методы регионального программирования. – М.: Наука, 1989. – 301 с.
123. Хедди Э., Диллон Д. Производственные функции в сельском хозяйстве. – М.: Прогресс, 1965. – 600 с.
124. Хедли Дж. Нелинейное и динамическое программирование. – М.: Мир, 1967. – 508 с.
125. Хозяйственный риск и методы его измерения. – М.: Экономика, 1979. – 184 с.
126. Холл А. Опыт методологии для системотехники: пер. с англ. – М.: Сов. радио, 1975.
127. Хоош Я. Факторы экономического роста. – М.: Экономика, 1974. – 223 с.
128. Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. – М.: Изд-во иностр. лит., 1963. – 418 с.
129. Шеннон Р. Имитационное моделирование систем – искусство и наука. – М.: Мир, 1978.
130. Шоломов Л.А. Логические методы исследования дискретных моделей выбора. – М.: Наука, 1989. – 287 с.
131. Штойер Р. Многокритериальная оптимизация. Теория, вычисления и приложения. – М.: Радио и связь, 1992. – 504 с.
132. Эконометрическое моделирование. Сб. ст. / Рос. АН, ВЦ; отв. ред. Ю.П. Иванюков. – М.: ВЦ РАИ, 1992. – 140 с.
133. Экономико-математический анализ и моделирование систем. Сб. науч. тр. / АН УССР, Науч. совет АН УССР по пробл. «Кибернетика», ин-т кибернетики им. В.М. Глушкова; отв. ред. А.А. Бакаев. – К.: ИК, 1987. – 70 с.
134. Эннусте Ю.А. Принципы декомпозиционного анализа оптимального планирования. – Таллин: Валгус, 1976. – 174 с.

135. Энциклопедия кибернетики. В 2-х томах. – К.: Гл. редакция украинской советской энциклопедии, 1974.
136. Эртли-Каякоб П. Экономическая кибернетика на практике. – М.: Экономика, 1983. – 160 с.
137. Эшби У. Р. Введение в кибернетику. – М.: Изд-во иностр. лит., 1959. – 432 с.
138. Эшби У.Р. Конструкция мозга. – М.: Изд-во иностр. лит., 1962. – 432 с.
139. Юдин Д.Б. Вычислительные методы теории принятия решений. – М.: Наука, 1989. – 320 с.
140. Юдин Д.Б. Математические методы управления в условиях неполной информации. – М.: Сов. радио, 1974. – 400 с.
141. Юдин Д.Б., Юдин А.Д. Экстремальные модели в экономике. – М.: Экономика, 1979. – 288 с.
142. Янч Э. Прогнозирование научно-технического прогресса. 2-е изд. – М.: Прогресс, 1974. – 586 с.
143. Ясин Е.Г. Теория информации и экономические исследования. – М.: Статистика, 1970. – 112 с.
144. Ястремський О.І. Моделювання економічного ризику. – К.: Либідь, 1992. – 176 с.
145. S. Beer. Decision and Control. – John Wiley & Sons, 1966, 1994. – 556 p.
146. S. Beer. Brain of the Firm. – John Wiley & Sons, 1966, 1994. – 417 p.
147. S. Beer. The Heart of Enterprise. – John Wiley & Sons, 1966, 1994. – 582 p.
148. S. Beer. Platform for Change. – John Wiley & Sons, 1966, 1994. – 469 p.