Державний вищий навчальний заклад
«Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника»

Кафедра математичного і функціонального аналізу

НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА ДИСЦИПЛІНИ

МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ

спеціальність: **014.09 Середня освіта (інформатика)**

факультет: **математики та інформатики**

Розробник:

Соломко Андрій Васильович, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри математичного і функціонального аналізу

Івано-Франківськ – 2019 рік

1. Опис навчальної дисципліни

<table>
<tr><td rowspan="2">Найменування показників</td><td rowspan="2">Галузь знань, напрям підготовки, освітньо-кваліфікаційний рівень</td><td colspan="3">Характеристика навчальної дисципліни</td></tr>
<tr><td colspan="3">денна форма навчання</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Кількість кредитів – 12</td><td>Галузь знань:
01 Освіта</td><td colspan="3" rowspan="2">Нормативна
(цикл фундаментальної та природничо-наукової підготовки)</td></tr>
<tr><td>Спеціальність:
014.09 Середня освіта (інформатика)</td></tr>
<tr><td>Модулів – 7</td><td rowspan="5">Спеціальність:
014.09 Середня освіта (інформатика)</td><td colspan="3">Рік підготовки:</td></tr>
<tr><td>Змістових модулів – 8</td><td colspan="2">І-й</td><td>ІІ-ий</td></tr>
<tr><td>Загальна кількість годин – 360</td><td colspan="3">Семестр</td></tr>
<tr><td rowspan="8">Тижневих годин для денної форми навчання:

І, ІІІ семестр:
аудиторних – 2,
самостійної роботи студента – 4;

ІІ семестр:
аудиторних – 4
самостійної роботи студента – 8.</td><td>І-й</td><td>ІІ-й</td><td>ІІІ-ій</td></tr>
<tr><td colspan="3">Лекції</td></tr>
<tr><td rowspan="6">Освітньо-кваліфікаційний рівень:
бакалавр</td><td>12 год.</td><td>30 год.</td><td>12 год.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Практичні</td></tr>
<tr><td>18 год.</td><td>30 год.</td><td>18 год.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Самостійна робота</td></tr>
<tr><td>60 год.</td><td>120 год.</td><td>60 год.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Вид контролю:
І-ий семестр – залік,
ІІ, ІІІ-ий семестр – екзамен</td></tr>
</table>

Співвідношення кількості годин аудиторних занять до самостійної і індивідуальної роботи становить:

для денної форми навчання – 120 год. до 240 год. (1:2).

2. Мета та завдання навчальної дисципліни

Курс «Математичний аналіз» є базовою нормативною дисципліною для спеціальності 014.09 Середня освіта (інформатика) факультету математики та інформатики, за якою вчаться студенти факультету.

Послідовність вивчення тем, розподіл матеріалу, методичні шляхи та організаційні форми навчання можуть бути змінені лектором за узгодженням з кафедрою та врахуванням предметних зв'язків із суміжними навчальними дисциплінами.

Мета:

- формування особистості студентів, розвиток їх інтелекту і здатності до логічного і алгоритмічного мислення;
- ознайомлення та оволодіння сучасними методами й теоретичними положеннями, притаманними математичному аналізу функцій однієї і багатьох змінних, та їх застосування при описі кількісних співвідношень оточуючого світу;
- навчання основних математичних методів, необхідних для аналізу і моделювання пристроїв, процесів і явищ при пошуку оптимальних рішень для здійснення науково-технічного поступу і вибору найкращих способів реалізації цих рішень.

Завдання:

- навчання студентів теоретичним основам і методам математичного аналізу та застосуванню цих методів для розв'язання різноманітних задач теоретичного та практичного характеру

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

знати:

– *властивості границь числових послідовностей та числових функцій;*
– *властивості неперервних функцій;*
– *диференціальне числення функцій однієї змінної,*
– *теорію інтеграла Рімана на відрізку,*
– *теорію збіжності невласних інтегралів;*
– *теорію збіжності числових рядів;*
– *теорію рівномірної збіжності функціональних послідовностей та рядів;*
– *теорію степеневих рядів;*
– *елементи теорії метричних, нормованих та евклідових просторів;*

– *теорію криволінійних та поверхневих інтегралів першого роду;*
– *теорію криволінійних та поверхневих інтегралів другого роду;*
– *класичні формули Гріна, Гаусса-Остроградського та Стокса;*
– *елементи теорії рядів Фур'є;*
– *властивості перетворення Фур'є та інтегралу Фур'є.*

вміти:

– *знаходити границі послідовностей;*
– *знаходити границі функцій;*
– *оцінювати швидкість зростання нескінченно великих послідовностей;*
– *досліджувати функції на неперервність;*
– *диференціювати функції однієї змінної;*
– *користуватися розвиненням функції за формулою Тейлора;*
– *досліджувати функції на монотонність, екстремум та опуклість;*
– *будувати графік функції за допомогою диференціального числення;*
– *знаходити невизначені інтеграли;*
– *обчислювати визначені інтеграли за Ріманом;*
– *застосовувати інтеграл Рімана в геометрії, механіці, фізиці;*
– *досліджувати на абсолютну та умовну збіжності невласні інтеграли Рімана;*
– *обчислювати подвійні та потрійні інтеграли, криволінійні та поверхневі інтеграли;*
– *досліджувати на абсолютну та умовну збіжності числові ряди;*
– *досліджувати на рівномірну збіжність функціональні послідовності та ряди;*
– *отримувати розвинення функцій у ряд Тейлора;*
– *досліджувати на внутрішній та умовній екстремум функції багатьох змінних;*
– *застосовувати кратні інтеграли в геометрії, механіці, фізиці;*
– *застосовувати формули Гріна, Гауса-Остроградського, Стокса для обчислення криволінійних та поверхневих інтегралів;*
– *розкладати функцію у ряд Фур'є та досліджувати його на збіжність;*
– *здійснювати перетворення Фур'є функції та подавати її у вигляді інтегралу Фур'є.*

3. Програма навчальної дисципліни

Змістовий модуль 1. Елементи теорії множин. Дійсні числа

Тема 1. Поняття множини. Операції над множинами. Відображення. Види відображень.

Тема 2. Обмежені множини. Точні межі числових множин.

Тема 3. Еквівалентні множини. Зліченні та незліченні множини. Потужність континуума.

Тема 4. Дійсні числа. Основні властивості дійсних чисел. Аксіома Архімеда.

Тема 5. Лема про систему вкладених відрізків і послідовність стягуючих відрізків.

Тема 6. Метод математичної індукції. Біном Ньютона. Нерівність Бернуллі.

Тема 7. Поняття числової послідовності. Нескінченно малі та нескінченно великі послідовності. Властивості.

Тема 8. Означення границі числової послідовності. Властивості границі послідовності.

Тема 9. Монотонні послідовності. Теорема Вейєрштрасса про границю монотонної послідовності. Число «е» та стала Ейлера.

<u>Змістовий модуль 2. Границя функції. Неперервність функції</u>

Тема 1. Гранична точка множини та її характеристика. Різні означення границі функції в точці та їх еквівалентність.

Тема 2. Односторонні границі функції в точці. Властивості границь функцій.

Тема 3. Перша та друга визначна границі. Наслідки. Границя монотонної функції.

Тема 4. Порівняння нескінченно малих та нескінченно великих функцій. О-символіка.

Тема 5. Різні означення неперервності функції в точці. Точки розриву. Одностороння неперервність функції в точці.

Тема 6. Неперервність основних елементарних функцій. Теореми про неперервність складеної та оберненої функції. Степенево-показникові вирази.

Тема 7. Властивості неперервних функцій на відрізку. Перша та друга теорема Больцано-Коші. Перша та друга теорема Вейєрштрасса.

Тема 8. Поняття рівномірної неперервності функції. Теорема Кантора.

<u>Змістовий модуль 3. Похідна функції та її застосування</u>

Тема 1. Означення похідної функції в точці. Похідні основних елементарних функцій.

Тема 2. Похідна складеної та оберненої функції. Формула для приросту функції. Найпростіші правила обчислення похідної.

Тема 3. Односторонні похідні. Нескінченні похідні. Диференціал функції в точці та його властивості.

Тема 4. Основні теореми диференціального числення. Теорема Ферма, Ролля, Лагранжа, Коші.

Тема 5. Похідні і диференціали вищих порядків. Формула Лейбніца.

Тема 6. Формула Тейлора для многочлена. Формула Тейлора для довільної функції.

Тема 7. Розклади основних елементарних функцій за формулою Тейлора.

Тема 8. Умова сталості функції на проміжку. Умова монотонності функції.

Тема 9. Максимум і мінімум функції. Точки екстремуму та стаціонарні точки функції.

Тема 10. Достатні умови дослідження функції на екстремум. Перше правило.

Тема 11. Достатні умови дослідження функції на екстремум. Друге правило. Найбільше і найменше значення функції на відрізку.

Тема 12. Опуклі та вгнуті функції. Найпростіші властивості вгнутих та опуклих функцій.

Тема 13. Умови опуклості функції. Відшукання точок перегину графіка функції.

Тема 14. Нескінченні розриви та проміжки. Асимптоти функції.

Тема 15. Повне дослідження та побудова графіків функцій. Загальне схема дослідження.

Тема 16. Розкриття невизначеності за допомогою похідної. Правило Лопіталя-Бернуллі для розкриття невизначеності $\frac{0}{0}$.

Тема 17. Розкриття невизначеності $\frac{\infty}{\infty}$. Розкриття інших видів невизначеності за допомогою похідної.

<u>**Змістовий модуль 4. Інтегральне числення функції однієї змінної**</u>

Тема 1. Первісна функції. Означення і властивості невизначеного інтеграла.

Тема 2. Заміна змінних та інтегрування частинами у невизначеному інтегралі.

Тема 3. Інтегрування раціональних виразів. Прості дроби та їх інтегрування. Метод невизначених коефіцієнтів. Виділення раціональної частини інтеграла.

Тема 4. Інтегрування деяких виразів, що містять радикали. Підстановки Чебишева. Підстановки Ейлера.

Тема 5. Інтегрування виразів, що містять тригонометричні та показникові функції. Інтегрування деяких трансцендентних функцій.

Тема 6. Означення та умови існування визначеного інтеграла. Необхідна умова інтегрованості.

Тема 7. Суми Дарбу та їх властивості. Критерій інтегрованості функції. Класи інтегровних функцій.

Тема 8. Властивості інтегровних функцій. Властивості визначеного інтеграла.

Тема 9. Друга теорема про середнє для визначеного інтеграла. Формули Боне.

Тема 10. Обчислення визначеного інтеграла. Формула Ньютона-Лейбніца.

Тема 11. Інтегрування частинами та формула заміни змінних у визначеному інтегралі.

Тема 12. Застосування визначеного інтеграла до обчислення довжини кривої, до обчислення площ плоских фігур та об’ємів просторових тіл та тіл обертання.

Тема 13. Обчислення площі поверхні обертання за допомогою визначеного інтеграла. Застосування визначеного інтеграла у фізиці.

Тема 14. Невласні інтеграли I-го роду. Абсолютна та умовна збіжність невласних інтегралів I-го роду.

Тема 15. Критерій Коші. Ознака порівняння, ознаки Абеля і Діріхле збіжності інтеграла I-го роду,

Тема 16. Невласні інтеграли II-го роду. Критерій Коші. Ознаки збіжності невласних інтегралів II-го роду.

Змістовий модуль 5. Числові, функціональні та степеневі ряди

Тема 1. Ряди з додатними елементами. Необхідна умова збіжності ряду. Ознаки порівняння.

Тема 2. Достатні умови збіжності числових рядів. Ознаки Даламбера, Коші, Раабе, інтегральна ознака.

Тема 3. Абсолютна та умовна збіжність числових рядів. Ознака Абеля, Лейбніца, Діріхле.

Тема 4. Властивості збіжних рядів. Теореми Рімана та Діріхле. Нескінченні добутки.

Тема 5. Функціональні послідовності і ряди. Рівномірно збіжні функціональні ряди. Ознаки рівномірної збіжності функціональних рядів.

Тема 6. Степеневі ряди. Радіус та область збіжності степеневого ряду. Теорема Абеля.

Тема 7. Ряд Тейлора. Розвинення основних елементарних функцій в ряд Тейлора.

Змістовий модуль 6. Диференціальне числення функції багатьох змінних

Тема 1. Простір R^n. Відкриті, замкнені та обмежені множини в n-вимірному просторі. Метричні простори.

Тема 2. Збіжні послідовності та їхні властивості. Лема Больцано-Вейєрштрасса.

Тема 3. Функції багатьох змінних. Границя функції багатьох змінних. Зв’язок з повторними границями.

Тема 4. Неперервні функції багатьох змінних. Властивості неперервних функцій.

Тема 5. Функції, неперервні в області. Теореми Больцано-Коші. Теореми Вейєрштрасса. Рівномірна неперервність функції. Теорема Кантора.

Тема 6. Частинні похідні і диференційованість функції багатьох змінних. Повний приріст функції в точці.

Тема 7. Частинні диференціали функції багатьох змінних. Інваріантність форми першого диференціала.

Тема 8. Похідна складеної функції. Формула скінченних приростів.

Тема 9. Похідна функції за напрямом. Градієнт функції. Похідні і диференціали функції багатьох змінних вищих порядків.

Тема 10. Формула Тейлора для функції багатьох змінних. Необхідна умова екстремуму функції багатьох змінних.

Тема 11. Достатні умови екстремуму функції багатьох змінних. Випадок функції двох змінних. Загальний випадок. Критерій Сильвестра.

Тема 12. Неявні функції. Теореми про існування та диференційованість неявної функції багатьох змінних.

Тема 13. Поняття умовного екстремуму функції багатьох змінних. Необхідна умова. Метод множників Лагранжа. Найбільше і найменше значення функції в замкненій області.

Змістовий модуль 7. Інтеграли, залежні від параметра. Кратні інтеграли

Тема 1. Інтеграли. Залежні від параметра та їх властивості.

Тема 2. Рівномірна збіжність невласних інтегралів, залежних від параметра. Критерій Коші. Ознаки Вейєрштрасса, Діріхле та Абеля.

Тема 3. Властивості невласних інтегралів, залежних від параметра.

Тема 4. Інтеграли Діріхле та Пуассона. Ейлерові інтеграли.

Тема 5. Криволінійні інтеграли І-го роду. Означення, властивості, застосування.

Тема 6. Криволінійні інтеграли ІІ-го роду. Означення, властивості, застосування.

Тема 7. Означення та обчислення подвійних інтегралів. Властивості подвійних інтегралів.

Тема 8. Застосування подвійних інтегралів. Заміна змінних у подвійному інтегралі.

Тема 9. Потрійні інтеграли. Властивості та застосування. Заміна змінних у потрійних інтегралах.

Тема 10. Поверхневі інтеграли І-го роду. Означення, властивості.

Тема 11. Поверхневі інтеграли ІІ-го роду. Формули Остроградського та Стокса.

Змістовий модуль 8. Аналіз Фур’є. Елементи теорії поля

Тема 1. Формули Ейлера та Фур’є. Частинні суми ряду Фур’є.

Тема 2. Інтеграл Діріхле. Лема Рімана-Лебега. Принцип локалізації.

Тема 3. Достатні умови розкладу функції в ряди Фур’є. Розклад функції в ряд Фур’є на довільному проміжку.

Тема 4. Інтеграл Фур’є. Перетворення Фур’є. Властивості перетворення Фур’є.

Тема 5. Геометрична інтерпретація теорії рядів Фур’є. Скалярне і векторне поле. Основні характеристики векторних і скалярних полів.

Тема 6. Формула Остроградського. Дивергенція. Циркуляція вектора. Формула Стокса. Завихрення Потенціальні поля.

4. Структура навчальної дисципліни

Назва змістових модулів і тем	Кількість годин					
	всього	у тому числі				
		лекц.	практ.	лабор.	інд.	сам.р.
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**

Модуль 1						
Змістовий модуль 1. Елементи теорії множин. Дійсні числа						
Тема 1. Поняття множини. Операції над множинами. Відображення. Види відображень. Обмежені множини. Точні межі числових множин. Еквівалентні множини. Зліченні та незліченні множини. Потужність континуума. Дійсні числа. Основні властивості дійсних чисел. Аксіома Архімеда. Лема про систему вкладених відрізків і послідовність стягуючих відрізків.	6	1	1	-	-	4
Тема 2. Поняття числової послідовності. Нескінченно малі та нескінченно великі послідовності. Властивості. Означення границі числової послідовності. Властивості границі послідовності.	6	1	1	-	-	4
Тема 3. Монотонні послідовності. Теорема Вейєрштрасса про границю монотонної послідовності. Число «е» та стала Ейлера.	6	1	1	-	-	4
Усього годин	**18**	**3**	**3**	**-**	**-**	**12**
Змістовий модуль 2. Границя функції. Неперервність функції						
Тема 1. Гранична точка множини та її характеристика. Різні означення границі функції в точці та їх еквівалентність. Односторонні границі функції в точці. Властивості границь функцій.	6	1	2	-	-	4
Тема 2. Перша та друга визначна границі. Наслідки. Границя монотонної функції. Порівняння нескінченно малих та нескінченно великих функцій. О-символіка.	6	1	2	-	-	4
Тема 3. Різні означення неперервності функції в точці. Точки розриву. Одностороння неперервність функції в точці. Неперервність основних елементарних функцій. Теореми про неперервність складеної та оберненої функції. Степенево-показникові вирази.	6	1	1	-	-	4
Тема 4. Властивості неперервних функцій на відрізку. Перша та друга теорема Больцано-Коші. Перша та друга теорема Вейєрштрасса. Поняття рівномірної неперервності функції.	6	1	1	-	-	4

Теорема Кантора.						
Усього годин	**24**	**4**	**4**	**-**	**-**	**16**
Модуль 2						
Змістовий модуль 3. Похідна функції та її застосування						
Тема 1. Означення похідної функції в точці. Похідні основних елементарних функцій. Похідна складеної та оберненої функції. Формула для приросту функції. Найпростіші правила обчислення похідної. Односторонні похідні. Нескінченні похідні. Диференціал функції в точці та його властивості.	9	1	2	-	-	6
Тема 2. Основні теореми диференціального числення. Теорема Ферма, Ролля, Лагранжа, Коші. Похідні і диференціали вищих порядків. Формула Лейбніца.	6	1	1	-	-	4
Тема 3. Формула Тейлора для многочлена. Формула Тейлора для довільної функції. Розклади основних елементарних функцій за формулою Тейлора.	9	1	2	-	-	6
Тема 4. Умова сталості функції на проміжку. Умова монотонності функції. Максимум і мінімум функції. Точки екстремуму та стаціонарні точки функції. Достатні умови дослідження функції на екстремум. Перше правило. Достатні умови дослідження функції на екстремум. Друге правило. Найбільше і найменше значення функції на відрізку.	9	1	2	-	-	6
Тема 5. Опуклі та вгнуті функції. Найпростіші властивості вгнутих та опуклих функцій. Умови опуклості функції. Відшукання точок перегину графіка функції.	6	-	2	-	-	4
Тема 6. Нескінченні розриви та проміжки. Асимптоти функції. Повне дослідження та побудова графіків функцій. Загальне схема дослідження. Розкриття невизначеності за допомогою похідної. Правило Лопіталя-Бернуллі для розкриття невизначеності $\frac{0}{0}$. Розкриття невизначеності $\frac{\infty}{\infty}$. Розкриття інших	9	1	2	-	-	6

видів невизначеності за допомогою похідної.						
Усього годин	**48**	**5**	**11**	**-**	**-**	**32**
Усього за I-ий семестр	**90**	**12**	**18**			**60**
Модуль 3						
Змістовий модуль 4. Інтегральне числення функції однієї змінної						
Тема 1. Первісна функції. Означення і властивості невизначеного інтеграла.	8	1	1	-	-	6
Тема 2. Заміна змінних та інтегрування частинами у невизначеному інтегралі.	10	1	1	-	-	8
Тема 3. Інтегрування раціональних виразів. Прості дроби та їх інтегрування. Метод невизначених коефіцієнтів. Виділення раціональної частини інтеграла.	10	2	2	-	-	6
Тема 4. Інтегрування деяких виразів, що містять радикали. Підстановки Чебишева. Підстановки Ейлера.	10	2	2	-	-	6
Тема 5. Інтегрування виразів, що містять тригонометричні та показникові функції. Інтегрування деяких трансцендентних функцій.	10	1	1	-	-	8
Тема 6. Означення та умови існування визначеного інтеграла. Необхідна умова інтегрованості.	8	1	1	-	-	6
Тема 7. Суми Дарбу та їх властивості. Критерій інтегрованості функції. Класи інтегровних функцій.	6	1	-	-	-	5
Тема 8. Властивості інтегровних функцій. Властивості визначеного інтеграла.	8	2	2	-	-	4
Тема 9. Друга теорема про середнє для визначеного інтеграла. Формули Боне.	8	2	2	-	-	4
Тема 10. Обчислення визначеного інтеграла. Формула Ньютона-Лейбніца.	6	-	1	-	-	5
Тема 11. Інтегрування частинами та формула заміни змінних у визначеному інтегралі.	8	2	2	-	-	4
Тема 12. Застосування визначеного інтеграла до обчислення довжини кривої, до обчислення площ плоских фігур та об'ємів просторових тіл та тіл обертання.	8	1	1	-	-	6
Тема 13. Обчислення площі поверхні обертання за допомогою визначеного інтеграла. Застосування визначеного	8	1	1	-	-	6

інтеграла у фізиці.						
Тема 14. Невласні інтеграли I-го роду. Абсолютна та умовна збіжність невласних інтегралів I-го роду.	8	1	1	-	-	6
Тема 15. Критерій Коші. Ознака порівняння, ознаки Абеля і Діріхле збіжності інтеграла I-го роду,	8	1	1	-	-	6
Тема 16. Невласні інтеграли II-го роду. Критерій Коші. Ознаки збіжності невласних інтегралів II-го роду.	8	1	1	-	-	6
Усього годин	**132**	**20**	**20**	**-**	**-**	**92**
Модуль 4						
Змістовий модуль 5. Числові, функціональні та степеневі ряди						
Тема 1. Ряди з додатними елементами. Необхідна умова збіжності ряду. Ознаки порівняння.	8	1	1	-	-	6
Тема 2. Достатні умови збіжності числових рядів. Ознаки Даламбера, Коші, Раабе, інтегральна ознака.	8	2	2	-	-	4
Тема 3. Абсолютна та умовна збіжність числових рядів. Ознака Абеля, Лейбніца, Діріхле.	8	1	1	-	-	6
Тема 4. Властивості збіжних рядів. Теореми Рімана та Діріхле. Нескінченні добутки.	4	-	-	-	-	4
Тема 5. Функціональні послідовності і ряди. Рівномірно збіжні функціональні ряди. Ознаки рівномірної збіжності функціональних рядів.	8	2	2	-	-	4
Тема 6. Степеневі ряди. Радіус та область збіжності степеневого ряду. Теорема Абеля.	6	2	2	-	-	2
Тема 7. Ряд Тейлора. Розвинення основних елементарних функцій в ряд Тейлора.	6	2	2	-	-	2
Усього годин	**48**	**10**	**10**			**28**
Усього годин за II-ий семестр	**180**	**30**	**30**			**120**
Модуль 5						
Змістовий модуль 6. Диференціальне числення функції багатьох змінних						
Тема 1. Простір R^n. Відкриті, замкнені та обмежені множини в n-вимірному просторі. Метричні простори. Збіжні послідовності та їхні властивості. Лема Больцано-Вейєрштрасса.	1	-	-	-	-	1
Тема 2. Функції багатьох змінних. Границя функції багатьох змінних.	4	1	1	-	-	2

Зв’язок з повторними границями. Неперервні функції багатьох змінних. Властивості неперервних функцій. Функції, неперервні в області. Теореми Больцано-Коші. Теореми Вейєрштрасса. Рівномірна неперервність функції. Теорема Кантора.						
Тема 3. Частинні похідні і диференційованість функції багатьох змінних. Повний приріст функції в точці. Частинні диференціали функції багатьох змінних. Інваріантність форми першого диференціала. Похідна складеної функції. Формула скінченних приростів.	4	1	1	-	-	2
Тема 4. Похідна функції за напрямом. Градієнт функції. Похідні і диференціали функції багатьох змінних вищих порядків.	4	1	1	-	-	2
Тема 5. Формула Тейлора для функції багатьох змінних. Необхідна умова екстремуму функції багатьох змінних. Достатні умови екстремуму функції багатьох змінних. Випадок функції двох змінних. Загальний випадок. Критерій Сильвестра.	3	-	2	-	-	1
Тема 6. Неявні функції. Теореми про існування та диференційованість неявної функції багатьох змінних.	3	-	1	-	-	2
Тема 7. Поняття умовного екстремуму функції багатьох змінних. Необхідна умова. Метод множників Лагранжа. Найбільше і найменше значення функції в замкненій області.	3	-	1	-	-	2
Усього годин	**22**	**3**	**7**	**-**	**-**	**12**
Модуль 6						
Змістовий модуль 7. Інтеграли, залежні від параметра. Кратні інтеграли						
Тема 1. Інтеграли. Залежні від параметра та їх властивості. Рівномірна збіжність невласних інтегралів, залежних від параметра. Критерій Коші. Ознаки Вейєрштрасса, Діріхле та Абеля.	2	-	-	-	-	2
Тема 2. Властивості невласних інтегралів, залежних від параметра. Інтеграли Діріхле та Пуассона. Ейлерові інтеграли.	2	-	-	-	-	2
Тема 3. Криволінійні інтеграли І-го	12	2	2	-	-	8

роду. Означення, властивості, застосування. Криволінійні інтеграли II-го роду. Означення, властивості, застосування.						
Тема 4. Означення та обчислення подвійних інтегралів. Властивості подвійних інтегралів. Застосування подвійних інтегралів. Заміна змінних у подвійному інтегралі. Потрійні інтеграли. Властивості та застосування. Заміна змінних у потрійних інтегралах.	12	2	4	-	-	6
Тема 5. Поверхневі інтеграли I-го роду. Означення, властивості. Поверхневі інтеграли II-го роду. Формули Остроградського та Стокса.	12	2	2	-	-	8
Усього годин	**40**	**6**	**8**	**-**	**-**	**26**
Модуль 7						
Змістовий модуль 8. Аналіз Фур'є. Елементи теорії поля						
Тема 1. Формули Ейлера та Фур'є. Частинні суми ряду Фур'є.	2	-	-			2
Тема 2. Інтеграл Діріхле. Лема Рімана-Лебега. Принцип локалізації.	3	-	-			3
Тема 3. Достатні умови розкладу функції в ряди Фур'є. Розклад функції в ряд Фур'є на довільному проміжку.	6	1	1			4
Тема 4. Інтеграл Фур'є. Перетворення Фур'є. Властивості перетворення Фур'є.	3	-	-			3
Тема 5. Геометрична інтерпретація теорії рядів Фур'є. Скалярне і векторне поле. Основні характеристики векторних і скалярних полів.	6	1	1			4
Тема 6. Формула Остроградського. Дивергенція. Циркуляція вектора. Формула Стокса. Завихрення Потенціальні поля.	6	1	1			4
Усього годин	**28**	**3**	**3**			**22**
Усього годин за III семестр	**90**	**12**	**18**			**60**

5. Теми семінарських занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
	Не передбачені навчальним планом	

6. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	**2**	**3**
1	Поняття множини. Операції над множинами. Відображення. Види відображень. Обмежені множини. Точні межі числових множин. Еквівалентні множини. Зліченні та незліченні множини. Потужність континуума. Дійсні числа. Основні властивості дійсних чисел. Аксіома Архімеда. Лема про систему вкладених відрізків і послідовність стягуючих відрізків.	1
2	Поняття числової послідовності. Нескінченно малі та нескінченно великі послідовності. Властивості. Означення границі числової послідовності. Властивості границі послідовності.	1
3	Монотонні послідовності. Теорема Вейєрштрасса про границю монотонної послідовності. Число «е» та стала Ейлера.	1
4	Гранична точка множини та її характеристика. Різні означення границі функції в точці та їх еквівалентність. Односторонні границі функції в точці. Властивості границь функцій.	2
5	Перша та друга визначна границі. Наслідки. Границя монотонної функції. Порівняння нескінченно малих та нескінченно великих функцій. О-символіка.	2
6	Різні означення неперервності функції в точці. Точки розриву. Одностороння неперервність функції в точці. Неперервність основних елементарних функцій. Теореми про неперервність складеної та оберненої функції. Степенево-показникові вирази.	1
7	Властивості неперервних функцій на відрізку. Перша та друга теорема Больцано-Коші. Перша та друга теорема Вейєрштрасса. Поняття рівномірної неперервності функції. Теорема Кантора.	1
Контрольна робота №1. Підсумок.		2
8	Означення похідної функції в точці. Похідні основних елементарних функцій. Похідна складеної та оберненої функції. Формула для приросту функції. Найпростіші правила обчислення похідної. Односторонні похідні. Нескінченні похідні. Диференціал функції в точці та його властивості.	2
9	Основні теореми диференціального числення. Теорема Ферма, Ролля, Лагранжа, Коші. Похідні і диференціали вищих порядків. Формула Лейбніца.	1
10	Формула Тейлора для многочлена. Формула Тейлора для довільної функції. Розклади основних елементарних функцій за формулою Тейлора.	2
11	Умова сталості функції на проміжку. Умова монотонності функції. Максимум і мінімум функції. Точки екстремуму та стаціонарні точки функції. Достатні умови дослідження функції на екстремум. Перше правило. Достатні умови дослідження функції на екстремум. Друге правило. Найбільше і найменше значення функції на відрізку.	2
12	Опуклі та вгнуті функції. Найпростіші властивості вгнутих та опуклих функцій. Умови опуклості функції. Відшукання точок перегину графіка функції.	2

13	Нескінченні розриви та проміжки. Асимптоти функції. Повне дослідження та побудова графіків функцій. Загальне схема дослідження. Розкриття невизначеності за допомогою похідної. Правило Лопіталя-Бернуллі для розкриття невизначеності $\frac{0}{0}$. Розкриття невизначеності $\frac{\infty}{\infty}$. Розкриття інших видів невизначеності за допомогою похідної.	
Контрольна робота №2. Підсумок.		2
II семестр		
1	Поняття первісної функції та невизначеного інтеграла. Таблиця основних інтегралів. Найпростіші правила інтегрування.	1
2	Основні методи інтегрування. Метод розкладання, заміни змінної, інтегрування частинами.	1
3	Інтегрування раціональних функцій. Метод невизначених коефіцієнтів. Метод Остроградського.	2
4	Інтегрування деяких ірраціональних функцій. Підстановки Ейлера, підстановки Чебишева. Теорема Чебишева.	2
5	Інтегрування виразів, що містять тригонометричні та показникові функції. Інтегрування деяких трансцендентних функцій.	1
6	Означення та умови існування визначеного інтеграла. Необхідна умова інтегрованості.	1
7	Властивості інтегровних функцій. Властивості визначеного інтеграла.	2
8	Друга теорема про середнє для визначеного інтеграла. Формули Боне.	2
9	Обчислення визначеного інтеграла. Формула Ньютона-Лейбніца.	1
10	Застосування визначеного інтеграла до обчислення довжини кривої, до обчислення площ плоских фігур та об’ємів просторових тіл та тіл обертання.	1
11	Обчислення площі поверхні обертання за допомогою визначеного інтеграла. Застосування визначеного інтеграла у фізиці.	1
12	Невласні інтеграли I-го роду. Абсолютна та умовна збіжність невласних інтегралів I-го роду.	1
13	Невласні інтеграли II-го роду. Критерій Коші. Ознаки збіжності невласних інтегралів II-го роду.	1
Контрольна робота №1. Підсумок.		2
14	Ряди з додатними елементами. Необхідна умова збіжності ряду. Ознаки порівняння.	1
15	Достатні умови збіжності числових рядів. Ознаки Даламбера, Коші, Раабе, інтегральна ознака.	2
16	Абсолютна та умовна збіжність числових рядів. Ознака Абеля, Лейбніца, Діріхле.	1
17	Функціональні послідовності і ряди. Рівномірно збіжні функціональні ряди. Ознаки рівномірної збіжності функціональних рядів.	2
18	Степеневі ряди. Радіус та область збіжності степеневого ряду. Теорема Абеля.	2

19	Ряд Тейлора. Розвинення основних елементарних функцій в ряд Тейлора.	2
Контрольна робота №2. Підсумок.		2
III семестр		
1	Функції багатьох змінних. Границя функції багатьох змінних. Зв'язок з повторними границями. Неперервні функції багатьох змінних. Властивості неперервних функцій. Функції, неперервні в області. Теореми Больцано-Коші. Теореми Вейєрштрасса. Рівномірна неперервність функції. Теорема Кантора.	1
2	Частинні похідні і диференційованість функції багатьох змінних. Повний приріст функції в точці. Частинні диференціали функції багатьох змінних. Інваріантність форми першого диференціала. Похідна складеної функції. Формула скінченних приростів.	1
3	Похідна функції за напрямом. Градієнт функції. Похідні і диференціали функції багатьох змінних вищих порядків.	1
4	Формула Тейлора для функції багатьох змінних. Необхідна умова екстремуму функції багатьох змінних. Достатні умови екстремуму функції багатьох змінних. Випадок функції двох змінних. Загальний випадок. Критерій Сильвестра.	2
5	Неявні функції. Теореми про існування та диференційованість неявної функції багатьох змінних.	1
6	Поняття умовного екстремуму функції багатьох змінних. Необхідна умова. Метод множників Лагранжа. Найбільше і найменше значення функції в замкненій області.	1
Контрольна робота №1. Підсумок.		2
7	Криволінійні інтеграли I-го роду. Означення, властивості, застосування. Криволінійні інтеграли II-го роду. Означення, властивості, застосування.	2
8	Означення та обчислення подвійних інтегралів. Властивості подвійних інтегралів. Застосування подвійних інтегралів. Заміна змінних у подвійному інтегралі. Потрійні інтеграли. Властивості та застосування. Заміна змінних у потрійних інтегралах.	4
9	Поверхневі інтеграли I-го роду. Означення, властивості. Поверхневі інтеграли II-го роду. Формули Остроградського та Стокса.	2
10	Достатні умови розкладу функції в ряди Фур'є. Розклад функції в ряд Фур'є на довільному проміжку.	1
11	Геометрична інтерпретація теорії рядів Фур'є. Скалярне і векторне поле. Основні характеристики векторних і скалярних полів.	1
12	Формула Остроградського. Дивергенція. Циркуляція вектора. Формула Стокса. Завихрення Потенціальні поля.	1
Контрольна робота №2. Підсумок.		2
	Всього годин практичних занять	66

7. Теми лабораторних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
	Не передбачені навчальним планом	

8. Самостійна робота

Семестр	Номер тижня	Зміст самостійної роботи	Форма контролю	Тиждень, на якому здійснюється контроль	Обсяг (год.)
I	1-3	Елементи теорії множин. Дійсні числа	Колоквіум	15	12
	4-6	Границя функції. Неперервність функції			16
	7-15	Похідна функції та її застосування			32
II	1-9	Інтегральне числення функції однієї змінної	Колоквіум	15	92
	10-16	Числові, функціональні та степеневі ряди			28
III	1-4	Диференціальне числення функції багатьох змінних	Колоквіум	15	12
	5-10	Інтеграли, залежні від параметра. Кратні інтеграли			26
	11-15	Аналіз Фур’є. Елементи теорії поля			22
Всього годин самостійної роботи					240

9. Індивідуальні завдання

Не передбачені навчальним планом

10. Методи навчання

Навчання математичному аналізу здійснюється у формі навчальних занять (лекції, практичні заняття, консультації), а також у формі самостійної роботи (опрацювання теоретичного навчального матеріалу, виконання поточних домашніх робіт, виконання та захист домашніх контрольних робіт в кожному семестрі зокрема).

11. Методи контролю

Протягом вивчення курсу математичного аналізу використовуються наступні види контролю:

1) вхідний (контрольна робота на початку I семестру);
2) поточний семестровий (контрольні роботи та колоквіум протягом семестру, ректорська контрольна робота в другому семестрі);
3) підсумковий семестровий (екзамен вкінці другого та третього семестру).

12. Розподіл балів, які отримують студенти

Сумарна оцінка за вивчення дисципліни у першому семестрі розраховується як сума оцінок, отриманих за дві поточні контрольні роботи та домашню контрольну роботу (по 25 балів кожна) та колоквіум (25 балів). Оцінка до екзамену розраховується як сума оцінок, отриманих за ці види контролю, поділена на два. Екзаменаційний білет складається з десяти тестових завдань по два бали, розгорнутого теоретичного питання (15 балів) та практичного завдання (15 балів). В сумі студент на екзамені отримує максимально 50 балів.

Приклад (II та III семестр)

Бали, отримані на протязі семестру				Підсумкова оцінка	Оцінка, яка виноситься на екзамен	Оцінка, отримана на екзамені	Сума (підсумкова екзаменаційна оцінка)
КР 1	КР 2	ДКР	Кол.1				
18	**15**	**20**	**16**	**69**	**35**	**35**	**70**

Шкала оцінювання: національна та ECTS

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ECTS	Оцінка за національною шкалою	
		для екзамену, курсового проекту (роботи), практики	для заліку
90 – 100	**A**	відмінно	Зараховано
80 – 89	**B**	добре	
70 – 79	**C**		
60 – 69	**D**	задовільно	
50 – 59	**E**		
26 – 49	**FX**	незадовільно з можливістю повторного складання	не зараховано з можливістю повторного складання
0-25	**F**	незадовільно з обов’язковим повторним вивченням дисципліни	не зараховано з обов’язковим повторним вивченням дисципліни

13. Навчально-методичні матеріали

№ з/п	Автор (автори)	Назва	Видавництво, рік	Кількість примірників

Основна література

1.	Фихтенгольц Г.М.	Курс дифференциального и интегрального исчисления	М.: Наука, 1969. Т. 1-2.	42
2.	Шкіль М.І.	Математичний аналіз	К.: Вища школа, 2005. Ч. 1-2.	58
3.	Заболоцький М.В., Сторож О.Г., Тарасюк С.І.	Математичний аналіз	К.: Знання, 2008.	24
4.	Загороднюк А.В., Копач М.І., Кравців В.В., Малицька Г.П., Соломко А.В., Шарин С.В.	Практикум з математичного аналізу. Частина 1. 4-те видання, виправлене і доповнене	Івано-Франківськ: Сімик, 2015	10
5.	Загороднюк А.В., Копач М.І., Кравців В.В., Малицька Г.П., Соломко А.В., Шарин С.В.	Практикум з математичного аналізу. Частина 2, 2-ге видання, стереотипне	Івано-Франківськ: Сімик, 2015	2
6.	Загороднюк А.В., Копач М.І., Кравців В.В., Малицька Г.П., Соломко А.В., Марцінків М.В.	Практикум з математичного аналізу. Частина 3, 3-тє видання, виправлене і доповнене.	Івано-Франківськ: Сімик, 2017	2
7.	Загороднюк А.В., Івасюк І.Я., Копач М.І., Малицька Г.П., Марцінків М.В., Соломко А.В., Шарин С.В.	Практикум з математичного аналізу. Частина 4.	Івано-Франківськ: Сімик, 2016	2
8.	Загороднюк А.В., Копач М.І., Кравців В.В., Малицька Г.П., Марцінків М.В., Соломко А.В., Шарин С.В.	Практикум з математичного аналізу. Частина 5, 3-тє видання, виправлене і доповнене.	Івано-Франківськ: Сімик, 2016.	2
9.	Кудрявцев Л.Д.	Краткий курс математического анализа	М.: Наука, 1981. Т. 1-2.	7
10.	Кудрявцев Л.Д.	Краткий курс математического анализа	М.: Наука, 1989.	2
11.	Дороговцев А.Я.	Математический анализ	К.: Либідь, 1994.	45
12.	Дюженкова Л.І., Колесник Т.В.,	Математичний аналіз у прикладах і задачах.	К.: Вища школа, 2002-2003. Ч.1-2.	5

	Лященко М.Я., Михалін Г.О., Шкіль М.І.			
13.	Берман Г.Н.	Сборник задач по курсу математического анализа.	М.: Наука, 1971, 1977, 1985.	46
14.	Демидович Б.П.	Задачи и упражнения по математическому анализу	М.: Наука, 1972.	10

Допоміжна література

15.	Бугров Я.С., Никольский С.М.	Дифференциальное и интегральное исчисление	М.: Наука, 1980.	1
16.	Будак В.М., Фомин С.В.	Кратные интегралы и ряды	М.: Наука, 1967.	1
17.	Дзядик В.К..	Математичний аналіз	К.: Вища школа, 1995.	9
18.	Дороговцев А.Я.	Математический анализ. Сборник задач	К.: Вища школа, 1987.	2
19.	Нагнибіда М.І.	Математичний аналіз. Завдання для самостійної роботи	К.: Вища школа, 1981.	1
20.	Липман Берс	Математический анализ: В 2 томах	М.: Высшая школа, 1975.	2
21.	Давыдов Н.А., Коровкин П.П., Никольский В.Н.	Сборник задач по математическому аналізу	М.: Просвещение, 1973.	24
22.	Пискунов Н.С.	Дифференциальное и интегральное исчисление для втузов	М.: Наука, 1965, 1970.	3
23.	Заболоцький М.В., Фединяк С.І., Філевич П.В.	Практикум з математичного аналізу	Львів, 2005. Ч. 1-3.	1
24.	Ляшко І.І., Ємельянов В.Ф., Боярчук О.К.	Математичний аналіз	К.: Вища школа, 1992-1993. Ч. 1,2.	35