

20 МАГНІТНЕ ПОЛЕ

§ 20.1. Магніти і магнітні поля

Ще кілька тисячоліть тому в природі був відомий камінь, який, будучи вільно підвішеним, завжди орієнтується в певному напрямку. Цей камінь отримав назву природного магніту. Пізніше було з'ясовано, що цим каменем є магнетит (оксид заліза). Будь-який магніт володіє двома полюсами. Полюс, який направлений на північ у вільно підвішеного магніту, називають **північним полюсом** і позначають його літерою *N*. Протилежний полюс, направлений на південь, називається **південним полюсом**. Позначають південний полюс магніту літерою *S*.

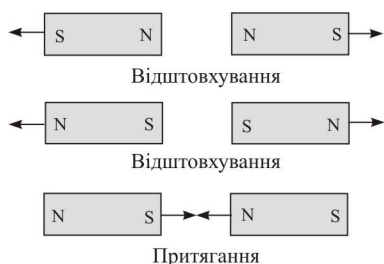


Рис. 20.1

Добре відомо, що якщо до північного полюса одного магніту піднести північний полюс іншого магніту, то магніти будуть відштовхуватися; те ж саме буде, якщо піднести магніти один до одного південними полюсами. Але якщо до південного полюса одного магніту піднести північний полюс іншого магніту, то виникне притягання (рис. 20.1). Таким чином: **однойменні полюси магнітів відштовхуються, а різнойменні - притягаються**. Подібна взаємодія спостерігається у електричних зарядів (див. § 17.2).

Відомо, що сильними магнітними властивостями володіють тільки деякі речовини: **залізо, кобальт, нікель і гадоліній**. Ці речовини називають **ферромагнетиками**.

Навколо кожного магніту (як і навколо електричного заряду) існує силове поле, відоме як **магнітне поле***. Силу, з якою один магніт діє на інший, можна розглядати як результат взаємодії одного магніту з магнітним полем іншого.

Як і у випадку електричного поля магнітне поле можна зображати силовими лініями.

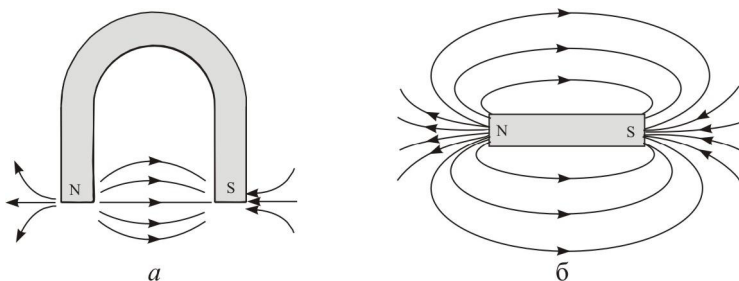


Рис. 20.2

Силкові лінії проводять таким чином, щоб: 1) магнітне поле було направлене по дотичній до силової лінії в будь-якій точці і 2) число ліній на одиницю площі було пропорційне величині магнітного поля. Силкові лінії магнітного поля напрямлені від північного полю-

* Термін “магнітне поле” введений в 1845 році М. Фарадеєм.

са магніту до південного. На рис. 20.2 показано силові лінії магнітного поля підковоподібного магніту (а) і магнітного стержня (б). Там, де магнітні силові лінії розміщуються густіше, поле сильніше і навпаки.

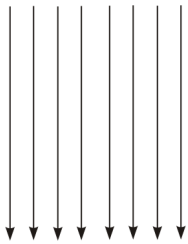


Рис. 20.3

Магнітне поле, в якому силові лінії є паралельними прямими, рівновіддаленими одна від одної, називається однорідним (рис. 20.3).

Встановлено, що магнітне поле існує і навколо Землі. Таким чином, Земля є своєрідним великим магнітом. Магнітне поле Землі показано на рис. 20.4. Магнітні полюси Землі не збігаються з її географічними полюсами. Південний магнітний полюс Землі знаходиться поблизу її північного географічного полюса і навпаки. Магнітна вісь Землі нахилена до її осі обертання на $11,5^\circ$. Це слід враховувати при користуванні магнітним компасом.

Магнітне поле Землі незначне за винятком окремих районів **магнітної аномалії**, де знаходяться значні поклади залізних руд (відома у світі Курська аномалія). Встановлено, що магнітне поле Землі зазнає певних змін. Іноді ці зміни виникають швидко й різко. Такі явища отримали назву **магнітних бурь**. Знання періодичності зміни магнітного поля Землі має велике значення для життєдіяльності людини.

Магнітне поле характеризують двома векторними величинами: **напруженістю \vec{H}** і **магнітною індукцією \vec{B}** . Напруженість магнітного поля можна визначити за допомогою сили, яка діє на пробний магніт, поміщений в магнітне поле. Оскільки магнітні полюси не існують окремо один від одного, на північний і південний полюси пробного магніту діють протилежно направлені сили, внаслідок чого виникає пара сил. Цей момент характеризує величину напруженості магнітного поля в даному місці. Напрямок вектора напруженості магнітного поля в кожній точці співпадає з напрямком силових ліній.

В СІ одиницею напруженості магнітного поля є А/м.

Вектор магнітної індукції \vec{B} є також силовою характеристикою магнітного поля. Він (на відміну від \vec{H}) виявляє залежність від магнітних властивостей речовини. Вектори \vec{B} і \vec{H} не є незалежними, а зв'язані між собою рівнянням $\vec{B} = \vec{B}(H)$, різним

для різних середовищ. У вакуумі в СІ вектори \vec{B} і \vec{H} збігаються за напрямком і зв'язані між собою співвідношенням:

$$B_0 = \mu_0 H, \quad (20.1)$$

де $\mu_0 = 1,257 \cdot 10^{-6} \text{ В} \cdot \text{с} / (\text{А} \cdot \text{м})$ – магнітна стала.

Як і електричне, магнітне поле підкоряється принципу суперпозиції, тобто результуюча індукція (або напруженість) поля дорівнює сумі індукцій (напруженостей) полів кожного із них:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \dots + \vec{B}_k = \sum_{i=1}^k \vec{B}_i, \quad (20.2)$$

або

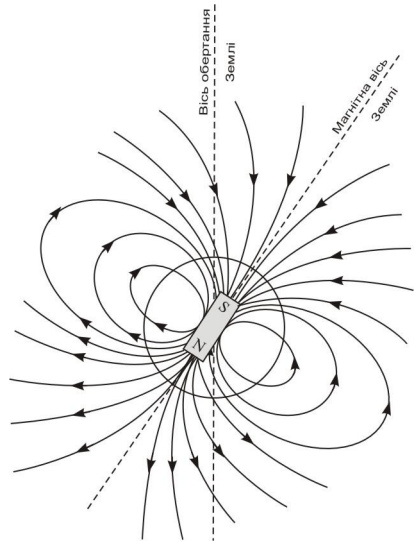


Рис. 20.4

$$\vec{H} = \vec{H}_1 + \vec{H}_2 + \vec{H}_3 + \dots + \vec{H}_k = \sum_{i=1}^k \vec{H}_i. \quad (20.3)$$

Якщо в магнітне поле помістити речовину, то повна магнітна індукція поля дорівнюватиме сумі векторів магнітної індукції зовнішнього поля \vec{B}_0 та індукції власного поля речовини (магнетика) \vec{B}_M :

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_M,$$

причому \vec{B}_M визначається тільки магнітними властивостями середовища (магнетика). Величина, яка показує у скільки разів збільшується (зменшується) магнітна індукція в речовині, називається **відносною магнітною проникністю μ** :

$$\mu = \frac{B}{B_0}, \quad (20.4)$$

де B – магнітна індукція в речовині, B_0 – магнітна індукція у вакуумі. Враховуючи (20.1), маємо:

$$B = \mu B_0 = \mu_0 \mu H. \quad (20.5)$$

Добуток $\mu_0 \mu$ часто називають **абсолютною магнітною проникністю речовини**:

$$\mu_a = \mu_0 \mu.$$

Відносну зміну індукції магнітного поля називають **магнітною сприйнятливістю речовини χ** :

$$\chi = \frac{B - B_0}{B_0}, \quad (20.6)$$

звідки

$$1 + \chi = \frac{B}{B_0} = \mu,$$

або

$$\chi = \mu - 1. \quad (20.7)$$

Магнітна сприйнятливість χ є однією з основних характеристик магнітних речовин і матеріалів. Є речовини (залізо, кобальт, нікель, гадоліній), для яких відносна магнітна проникність велика ($\mu \gg 1$). Для таких речовин $\chi > 0$. Ці речовини називаються **феромагнетиками**. Речовини з відносною магнітною проникністю дещо більшою одиниці ($\mu > 1$, $\chi > 0$) (платина, алюміній, повітря) називають **парамагнетиками**, поле в них дуже мало зростає. **Речовини з $\mu < 1$, $\chi < 0$** (срібло, мідь, вісмут) дещо послаблюють магнітне поле. Такі речовини називають **діамагнетиками**.

§ 20.2. Магнітне поле, створюване електричним струмом



Ерстед Ханс Кристіан (1777 – 1851) – данський фізик. Народився в Рудкебінгу (о. Лангелан). Закінчив Копенгагенський університет.

Наукові роботи присвячені електриці, акустиці, молекулярній фізиці. Характерною рисою наукової творчості Ерстеда була ідея взаємозв'язку між різними явищами природи. Зокрема, він виявив зв'язок між електричним струмом і магнітним полем (електромагнетизм), він один із перших висловив думку про взаємозв'язок між світлом і електромагнетизмом.

а) Магнітне поле, створюване струмом в довгому прямолінійному провіднику. У 1820 р. Ерстед виявив дію електричного струму на магнітну стрілку. Оскільки магнітна стрілка відхиляється магнітним полем, то це означало, що електричний струм створює магнітне поле. Таким чином, Ерстед встановив існування зв'язку між електрикою і магнетизмом,

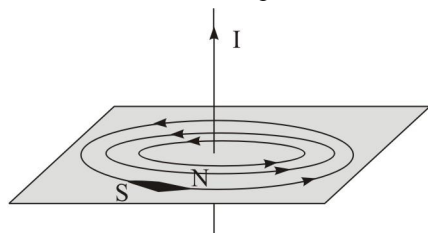


Рис. 20.5

що згодом призвело до виникнення нової галузі фізики – **електромагнетизму**.

Магнітне поле провідника зі струмом визначається силою і напрямком струму, а також формою цього провідника.

Силкові лінії магнітного поля прямолінійного провідника зі струмом мають вигляд концентричних кіл, розміщених в площинах, перпендикулярних до провідника (рис. 20.5). Магнітна стрілка в такому полі розміщується по дотичній до силової лінії в тій

чи іншій точці. Напрямок силових ліній магнітного поля можна визначити за **правилом правого гвинта** або **правилом правої руки**: **а)** якщо гвинт вгвинчувати вздовж напрямку струму, то напрямок руху рукоятки викрутки покаже напрямок силових ліній магнітного поля (рис. 20.6, а); **б)** якщо провідник уявно обхопити правою рукою так, щоб великий палець вказував напрямок струму, то інші пальці виявляться зігнутими в напрямку силових ліній поля (рис. 20.6, б).

Напруженість H магнітного поля прямолінійного провідника стала вздовж колової силової лінії і дорівнює:

$$H = \frac{I}{2\pi r}, \quad (20.8)$$

де I – сила струму в провіднику, r – відстань від провідника до точки в площині, перпендикулярній провіднику. Індукція B магнітного поля прямолінійного провідника у вакуумі

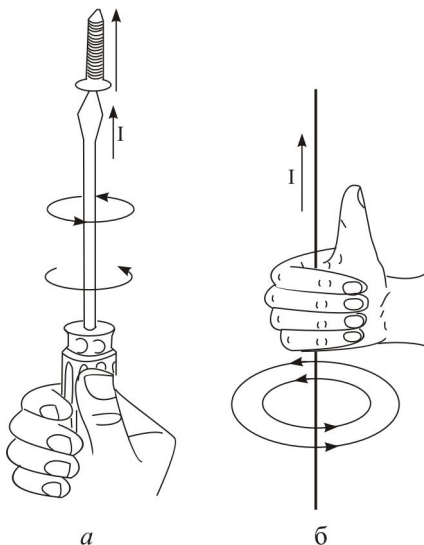


Рис. 20.6

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}, \quad (20.9)$$

і в середовищі

$$B = \frac{\mu_0 \mu I}{2\pi r}, \quad (20.10)$$

де μ_0 – магнітна стала, μ – відносна магнітна проникність середовища.

б) Магнітне поле поблизу двох паралельних струмів. Досвід показує, що між двома паралельними провідниками, по яких тече струм, виникає сила притягання (коли струми течуть в одному напрямку) або сила відштовхування (коли струми, що течуть по провідниках, антипаралельні). Причина цього криється в тому, що результуюче значення індукції \vec{B} поля двох паралельних провідників зі струмом є векторною сумою індукції полів, створюваних кожним із струмів, і картина силових ліній має вигляд, наведений на рис. 20.7.

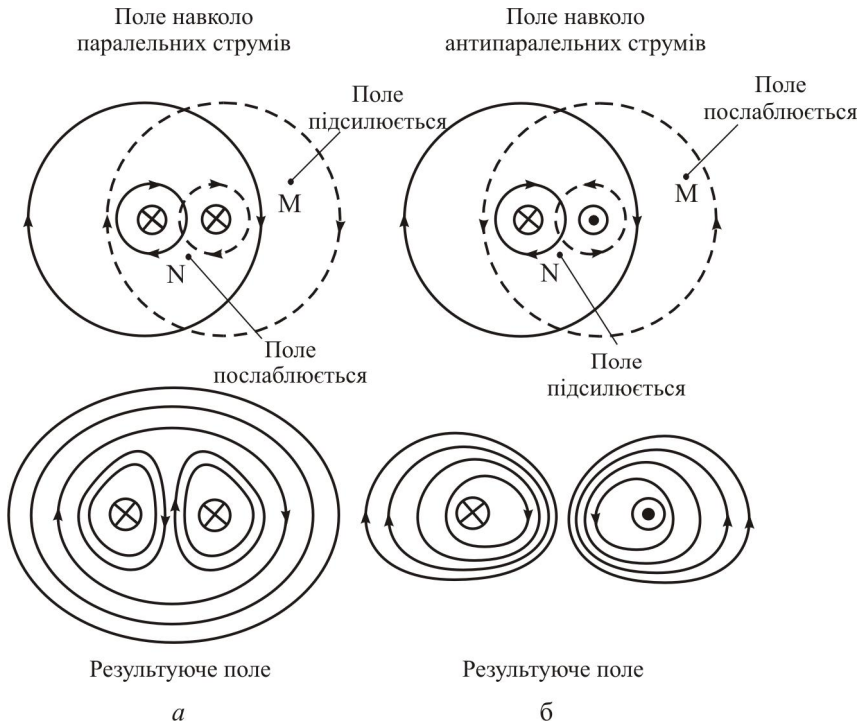
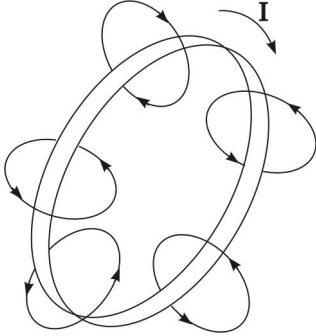


Рис. 20.7

Картина силових ліній поля, наведених на рис. 20.7, *а* показує, що навколо двох паралельних провідників, по яких тече струм в одному напрямку (в даному випадку струм тече від нас перпендикулярно до площини сторінки) поле **підсилюється** (наприклад, в точці *М*), в той час, як між провідниками (наприклад, в точці *Н*) воно **послаблюється** (поле взаємно компенсується; $\vec{B} = 0$, Якщо $I_1 = I_2$). Можна допустити, що силові лінії про- бують стягнути провідники разом в центральну область, де їх поле взаємно компенсується.

Якщо струми, що течуть по двох паралельних провідниках, антипаралельні, то спостерігається протилежна ситуація. Для цього випадку картина силових ліній поля наведена на рис. 20.7, б, із якого видно, що поля, створювані окремими струмами, підсилюються в точках між провідниками (наприклад, в точці N), в той час як в точках зовнішніх областей (наприклад, в точці M), поле послаблюється. Силові лінії ніби “відштовхують” одна одну і тому стараються розтягнути провідники в сторону.

в) Магнітне поле колового струму.



Силові лінії такого поля поблизу провідника повинні бути коловими, а їх напрямок визначається за правилом правої руки.

Кожна елементарна ділянка кільцевого контуру створює своє магнітне поле і, якщо додати вклади від всіх елементарних ділянок, то отримається картина, наведена на рис. 20.8.

Розрахунки показують, що напруженість та індукція магнітного поля в центрі колового струму дорівнює

$$H = \frac{I}{2r}, \quad B = \frac{\mu_0 I}{2r}, \quad (20.11)$$

де r – радіус контуру, по якому тече струм.

Рис. 20.8

г) Магнітне поле на осі соленоїда. Соленоїдом називають довгу котушку з великим числом витків в обмотці. Індукція магнітного поля всередині соленоїда може бути досить великою, оскільки поле всередині соленоїда виникає в результаті додавання полів, які створюються кожним витком зокрема.

Якщо довжина соленоїда значно більша за його діаметр, то магнітне поле всередині соленоїда однорідне. Індукція магнітного поля всередині соленоїда дорівнює

$$B = \mu_0 n I, \quad (20.12)$$

де n – число витків провідника на одиниці довжини соленоїда.

Картина магнітних силових ліній соленоїда наведена на рис. 20.9. Поза соленоїдом картина поля така ж сама, як і у стержневого постійного магніту. Тут є північний і південний полюси з силовими лініями, які виходять із одного кінця і входять через другий кінець.

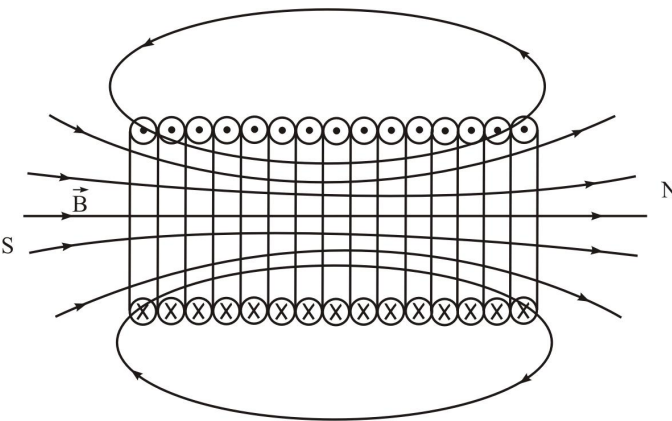


Рис. 20.9

Всередині соленоїда лінії поля паралельні одна одній і проходять в напрямку осі зі сталою густиною. Тому, як уже відмічалось, магнітне поле всередині соленоїда однорідне. Поблизу зовнішньої поверхні соленоїда густина ліній і, відповідно, саме поле майже рівне нулю.

§ 20.3. Закон Ампера



Ампер Андре Марі (1775 – 1836) – французький фізик. Народився в Ліоні. Отримав домашню освіту.

Основні наукові роботи присвячені електродинаміці. В 1820 році сформулював правило для визначення напрямку дії магнітного поля струму на магнітну стрілку (правило Ампера) та відкрив закон взаємодії струмів (закон Ампера). Ампер автор теорії магнетизму. Він вперше вказав на тісний генетичний зв'язок між електричними і магнітними процесами і послідовно проводив електричну ідею походження магнетизму.

Ампер залишив помітний науковий слід в математиці, хімії, філософії, ботаніці.

Формула (20.9) встановлює зв'язок між силою струму в довгому прямолінійному провіднику і створюваним ним магнітним полем. Ця формула справедлива тільки для прямолінійного провідника. А.М. Ампер знайшов загальне співвідношення між струмом в провіднику довільної форми і магнітним полем, що ним створюється. Це співвідношення має вигляд:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_i I_i, \quad (20.13)$$

де \vec{B} – вектор індукції магнітного поля, $d\vec{l}$ – нескінченно малий (векторний) елемент довжини контуру, який охоплює провідник зі струмом (рис. 20.10), I_i – сили струмів, μ_0 – магнітна стала. Скалярний добуток враховує тільки паралельну складову вектора \vec{B} .

Формула (20.13) виражає фундаментальний закон електромагнетизму і носить назву **закону Ампера**. Інтеграл в (20.13) береться по замкнутому контуру, який охоплює струми.

Закон Ампера аналогічний до теореми Остроградського - Гаусса в електростатиці:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum q}{\epsilon_0}, \quad (20.12)$$

тобто повний потік вектора напруженості електричного поля, який **виходить із замкнутої поверхні, пропорційний алгебраїчній сумі зарядів, охоплених цією поверхнею**.

Для магнетизму закон Ампера так само важливий, як теорема Остроградського - Гаусса для електростатики. Він зв'язує значення індукції магнітного поля з розподілом сил струмів і дає можливість за відомими силами струмів знайти індукцію магнітного поля, яке вони породжують.

Застосуємо закон Ампера до уже розглянутого вище випадку. Знайдемо \vec{B} в точці A на відстані r від довгого прямолінійного провідника, по якому тече струм I (рис. 20.11). Оскільки силові лінії магнітного поля мають вигляд кіл, то в якості контуру інтегрування виберемо коло радіуса r . Тоді, користуючись формулою (20.13), отримаємо:

$$\mu_0 I = \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint B dl = B \oint dl = B(2\pi r),$$

звідки

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}. \quad (20.14)$$

Ми отримали формулу (20.9) для індукції магнітного поля довгого прямолінійного провідника зі струмом.

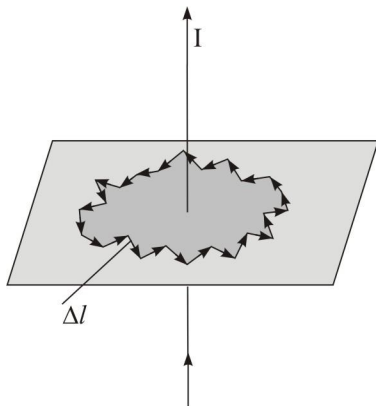


Рис. 20.10

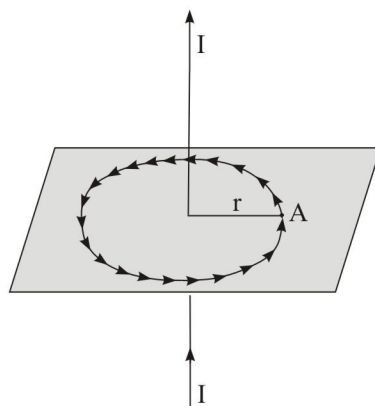


Рис. 20.11

Загальну справедливості закону Ампера підтверджують багаточисельні експерименти. Поряд з цим його практичне застосування для розрахунку магнітних полів, як і у випадку теореми Остроградського - Гаусса для електричних полів, обмежується, головним чином, простими задачами. Його головна цінність в тому, що цей закон встановлює математично простий і витончений зв'язок між магнітним полем і струмом. Тому закон Ампера відносять до фундаментальних законів електрики і магнетизму.

§ 20.4. Дія магнітного поля на струм

Як було показано в попередньому параграфі, з боку провідника зі струмом на магніт (магнітну стрілку) діє сила. В свою чергу згідно третього закону Ньютона слід чекати зворотного: **магніт повинен створювати силу, яка діє на провідник зі струмом.**

Спочатку розглянемо якісно виникнення сили, діючої на провідник зі струмом. Помістимо прямолінійний провідник між полюсами постійного підковоподібного магніту

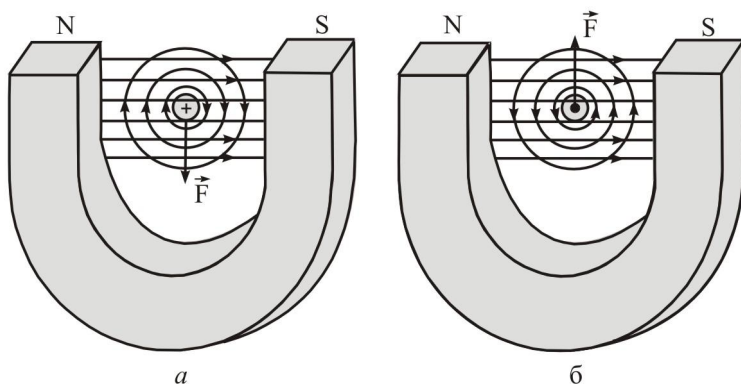


Рис. 20.12

(рис. 20.12). Поле між полюсами магніту будемо вважати однорідним. Струм тече по провіднику від нас (рис. 20.12,а), перпендикулярно рисунку. Оскільки навколо провідника зі

струмом існує магнітне поле, то внаслідок принципу суперпозиції напруженість поля над провідником зростає (там поля мають однаковий напрямок), а під провідником – зменшиться (там поля мають протилежний напрямок), внаслідок виникне результуюче поле, показане на рис. 20.13, *а*. Сильне магнітне поле над провідником старатиметься виштовхнути провідник в більш слабе поле під ним, що і є причиною виникнення сили, яка діє на провідник в напрямку від сильного поля до слабого (рис. 20.13, *а*), і якщо б провідник міг рухатися, то він почав би рухатися зверху вниз в напрямку, показаного стрілкою.

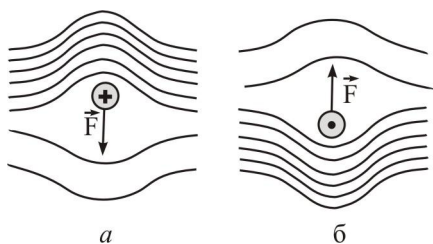


Рис. 20.13

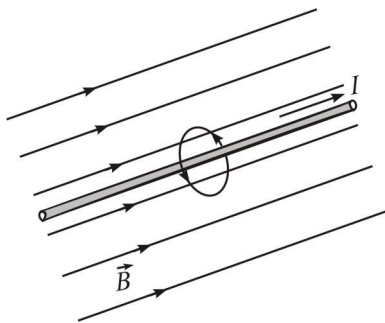


Рис. 20.14

Якщо змінити напрямок струму в провіднику на протилежний (рис. 20.12,б), то зміниться і напрямок сили, що діє на провідник, оскільки змінить напрямок магнітне поле навколо провідника зі струмом і більш сильне результуюче поле буде під провідником, а слабе – над ним (рис. 20.13, б). Коли провідник зі струмом і зовнішнє магнітне поле розміщені під прямим кутом один до одного, то сила, що діє на провідник зі струмом, є максимальною (рис. 20. 12). Якщо провідник і магнітне поле розміщені під кутом меншим 90° , то і сила, що буде діяти на провідник, буде меншою і вона буде зменшуватися із зменшуванням кута між напрямками провідника і поля. Коли провідник зі струмом розміщений паралельно магнітному полю, магнітні поля провідника зі струмом і зовнішнього поля перпендикулярні один одному, і результуюче поле симетричне по відношенню до провідника (рис. 20.14). В цьому випадку на провідник сила не діє.

Досвід показує, що сила, яка діє на провідник зі струмом, завжди перпендикулярна і до провідника, і до вектора індукції. Визначити напрямок сили, що діє на провідник зі

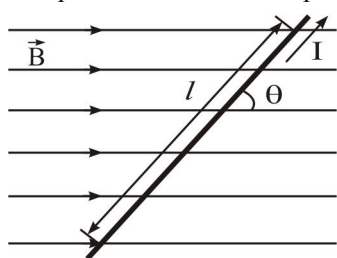


Рис. 20.15

струмом з боку магнітного поля, можна за правилом лівої руки: якщо розмістити ліву руку так, щоб магнітні силові лінії входили в її долоню, а випрямлені чотири пальці вказували напрям струму, то відігнутий великий палець покаже напрям діючої на провідник сили.

Далі знайдемо величину цієї сили. Експериментально встановлено, що величина сили прямо пропорційна силі струму I в провіднику, довжині провідника l в магнітному полі і магнітній індукції B . Крім того, вище вже відмічалось, що сила також залежить від кута θ між напрямком провідника і напрямком магнітного поля і вона пропорційна $\sin \theta$ (рис. 20.15). Таким чином,

$$F = kIlB\sin \theta,$$

де k – коефіцієнт пропорційності. В СІ $k = 1$. Тому

$$F = IlB\sin \theta \quad . \quad (20.15)$$

Формулу (20.15) іноді називають **законом Ампера**, а силу \vec{F} , яка діє на провідник зі струмом у магнітному полі, називають силою Ампера. Із формули (20.15) видно, що на провідник зі струмом в магнітному полі діє максимальна сила, коли $\theta = 90^\circ$, тобто, коли магнітні силові лінії перетинають провідник під прямим кутом. Тоді $\sin 90^\circ = 1$ і

$$F_{\max} = IlB. \quad (20.16)$$

На провідник, орієнтований вздовж поля ($\theta = 0$, $\sin 0^\circ = 0$), сила не діятиме ($F = 0$). Із (20.16) знаходимо, що величина магнітної індукції B в даній точці поля дорівнює

$$B = \frac{F}{Il}, \quad (20.17)$$

звідки видно, що **магнітна індукція в даній точці поля вимірюється силою, з якою поле діє на одиницю довжини провідника, вміщеного в цю точку, перпендикулярно до силових ліній, якщо сила струму в провіднику дорівнює одиниці.**

Таким чином, магнітна індукція (як уже відмічалось вище) є силовою характеристикою поля і, коли говорять про напрямок магнітного поля, то розуміють саме напрямок вектора магнітної індукції, який в будь-якій точці поля спрямований по дотичній до силових ліній поля.

В СІ одиницею магнітної індукції є тесла (Тл). Ця одиниця отримала назву на честь сербського вченого в галузі електро- і радіотехніки Н. Тесла (1856 – 1943). Із (20.17) видно, що $1 \text{ Тл} = 1 \text{ Н} \cdot (\text{А} \cdot \text{м})^{-1}$. Для того, щоб уявити собі масштаби цієї одиниці зауважимо, що індукція магнітного поля Землі біля її поверхні порядку $0,5 \cdot 10^{-4} \text{ Тл}$. Потужні електромагніти здатні створювати поля з індукцією $1 - 2 \text{ Тл}$, а надпровідні дослідницькі електромагніти $>10 \text{ Тл}$. В таблиці 20.1 наведено значення індукції різних природних і штучних магнітних полів.

Таблиця 20.1

Джерело	B, Тл
Струми альфа-ритму головного мозку	10^{-15}
Струми, які керують скороченнями серця	10^{-14}
Типовий телевізійний сигнал	10^{-11}
Світла 100-ватної лампи на відстані 3 м	10^{-8}
На відстані 1 м від довгого провідника зі струмом 1 А	$2 \cdot 10^{-7}$
Біля поверхні Землі	$0,5 \cdot 10^{-4}$
Між полюсами іграшкового постійного магніту	10^{-2}
На атомному ядрі, яке створюється валентним електроном	10^2
На поверхні нейтронної зірки	10^8

Приклад 20.1. Розрахувати силу, яка діє з боку магнітного поля Землі ($B = 5,0 \cdot 10^{-5} \text{ Тл}$) на провідник довжиною $l = 240 \text{ м}$ зі струмом $I = 150 \text{ А}$, який натягнутий між двома опорами і складає 60° з напрямком магнітного поля.

Розв'язок. Згідно (20.15)

$$F = IlB \sin \theta = (150 \text{ А})(240 \text{ м})(5,0 \cdot 10^{-5} \text{ Н} / \text{А} \cdot \text{м}) \sin 60^\circ = 1,6 \text{ Н}.$$

Приклад 20.2. Максимальне значення сили, яка діє на провідник зі струмом $I = 12,0 \text{ А}$ між полюсами магніту дорівнює $F_{\max} = 8,16 \text{ Н}$. Знайти магнітну індукцію, якщо діаметр кожного із полюсів магніту $d = 15 \text{ см}$.

Розв'язок. Довжина провідника, на яку діє магнітне поле дорівнює діаметру полюсів магніту ($l = d$) (рис. 20.16). Тоді, згідно (20.17), маємо:

$$B = \frac{F_{\max}}{Il} = \frac{8,16 \text{ Н}}{(12,0 \text{ А})(0,15 \text{ м})} = 4,5 \text{ Тл}.$$

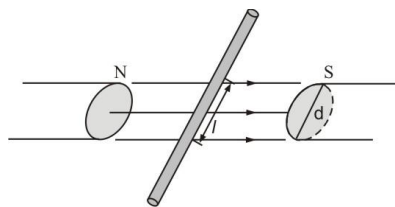


Рис. 20.16

§ 20.5. Рух зарядженої частинки в магнітному і електричному полях. Сила Лоренца

1. Нідерландський фізик Х.А. Лоренц (1853 – 1928) пояснив існування сили Ампера тим, що магнітне поле діє на рухомі заряди в провіднику зі струмом. Оскільки ці заряди вивриватись із провідника не можуть, то загальна сила, яка діє на них, прикладена до провідника. Отже, сила Ампера F_A є результуючою сил, які діють на вільні заряди в провіднику зі струмом. Такий підхід дає можливість знайти силу F , яка діє на один рухомий заряд в магнітному полі. Цю силу називають силою Лоренца. Тоді

$$F_L = \frac{F_A}{N}, \quad (20.18)$$

де N – кількість вільних зарядів у провіднику зі струмом. В металі такими зарядами є електрони, заряд кожного з яких рівний $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$. Оскільки $F_A = IlB \sin \theta$, а $I = nev_d S$ (див. § 18.3), то

$$F_L = \frac{IlB \sin \theta}{N} = \frac{nev_d S l B \sin \theta}{N} = \frac{nev_d V B \sin \theta}{N},$$

де n – кількість електронів в одиниці об'єму провідника, v_d – середня дрейфова швидкість електронів, l – довжина провідника в магнітному полі, S – поперечний переріз провідника, $V = lS$ – об'єм провідника в магнітному полі, B – індукція магнітного поля. Враховуючи, що $N = nV$, отримаємо:

$$F_L = B v_d e \sin \theta, \quad (20.19)$$

де θ – кут між векторами \vec{B} і \vec{v}_d .

В загальному випадку формула (20.19) запишеться так:

$$F_L = B v Q \sin \theta, \quad (20.20)$$

де Q – заряд частинки, v – її швидкість, B – індукція поля, в якому рухається частинка. Сила **максимальна**, коли частинка рухається перпендикулярно \vec{B} ($\theta = 90^\circ$),

$$F_{L \max} = B v Q, \quad (20.21)$$

і дорівнює нулю ($F_L = 0$), коли частинка рухається вздовж лінії ($\theta = 0^\circ$) магнітного поля.

Напрямок сили Лоренца знаходиться за правилом **лівої руки**. Однак, слід пам'ятати, що якщо в магнітному полі рухається позитивно заряджена частина Q_+ , то чотири витяг-

нуті пальці повинні бути направлені в бік її руху, тобто в бік вектора \vec{v} , а якщо рухається негативно заряджена частина Q_- , то витягнуті чотири пальці повинні бути направлені проти вектора \vec{v} .

Сила Лоренца завжди перпендикулярна до площини, в якій знаходяться вектори \vec{B} і \vec{v} . Це означає, що вона роботи не виконує, тобто не змінює кінетичної енергії частинки, а лише змінює її напрямок швидкості руху в магнітному полі, тобто вона є **доцентровою силою**.

Нехай частинка з зарядом $-Q$ (наприклад, електрон), масою m , швидкістю \vec{v} , влітає в однорідне магнітне поле з індукцією \vec{B} так, що вектори \vec{v} і \vec{B} перпендикулярні один одному. Тоді $F_L = F_{доц}$, або

$$QBv = \frac{mv^2}{R}, \quad (20.22)$$

де $\frac{mv^2}{R} = F_{доц}$. Із (20.22) маємо:

$$R = \frac{mv}{QB}. \quad (20.23)$$

Таким чином, траєкторією зарядженої частинки, яка рухається в площині, перпендикулярній силовим лініям магнітного поля, є коло з радіусом R , або дуга кола, якщо частинка залишає поле (рис. 20.17). Якщо частинка заряджена негативно (в нашому випадку електрон), то вона рухається за годинниковою стрілкою. Позитивно заряджена частинка рухалася б в протилежному напрямку, тобто, проти годинникової стрілки.

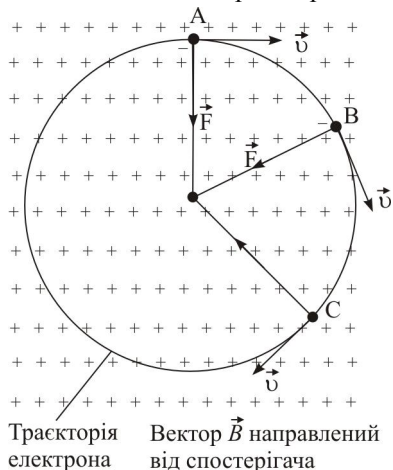


Рис. 20.17

Частинка з зарядом Q , що рухається зі сталою швидкістю \vec{v} в однорідному магнітному полі ($\vec{B} \perp \vec{v}$), здійснить один повний оберт за час

$$T = \frac{2\pi R}{v}, \quad (20.24)$$

де $2\pi R$ – довжина колової траєкторії. Враховуючи (20.23), формула (20.24) набуде такого вигляду:

$$T = \frac{2\pi m}{QB}. \quad (20.25)$$

Частота обертання зарядженої частинки

$$n = \frac{1}{T} = \frac{QB}{2\pi m}. \quad (20.26)$$

Із (20.26) видно, що частота не залежить від швидкості частинки: при заданому \vec{B} чим більша v , тим більше R (20.23), але частота не залежить ні від v ні від R .

Якщо напрямок швидкості \vec{v} і напрямок індукції \vec{B} складають кут θ , відмінний від 90° , то заряджена частинка буде рухатися по гвинтовій траєкторії навколо ліній індукції поля (рис. 20.18), оскільки вектор \vec{v} можна розкласти на поздовжню $\vec{v}_{\parallel} = \vec{v} \cos \theta$ складову, яка направлена вздовж ліній індукції, і нормальну $\vec{v}_{\perp} = \vec{v} \sin \theta$ складову –

перпендикулярну до них. Остання визначає радіус витків R , а поздовжня складова визначає крок гвинтової лінії L ($L = Tv \cos \theta$, де T – час, за який частинка робить один повний оберт).

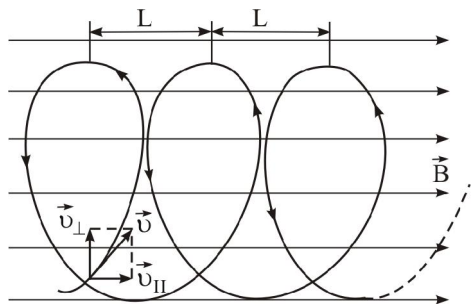


Рис. 20.18

руху частинки в неоднорідному магнітному полі сила Лоренца буде змінюватися не тільки за напрямком, але і за модулем, тому траєкторія руху частинки буде складною.

2. Вплив електричного поля на рух зарядженої частинки істотно відрізняється від впливу магнітного поля: **електричне поле змінює кінетичну енергію зарядженої частинки, тоді як магнітне поле змінює лише напрямок руху, а не величину її швидкості.** Рух зарядженої частинки (наприклад, електрона) в електричному полі в загальному випадку подібний до руху тіла в гравітаційному полі. Якщо початкова швидкість \vec{v}_0 електрона збігається з напрямком силових ліній однорідного електричного поля, то електрон буде рухатися рівносповільнено (рис.20.19, а), оскільки сила, що діє на нього, протилежна до напрямку швидкості; якщо початкова швидкість електрона \vec{v}_0 протилежна напрямку силових ліній електричного поля, то він рухатиметься рівноприскорено (рис. 20.19, б). У випадку, коли початкова швидкість \vec{v}_0 електрона перпендикулярна до напрямку силових ліній однорідного електричного поля, то електрон рухатиметься по параболі. Оскільки в початковий момент сила, з якою електричне поле діє на електрон, є доцентровою силою,

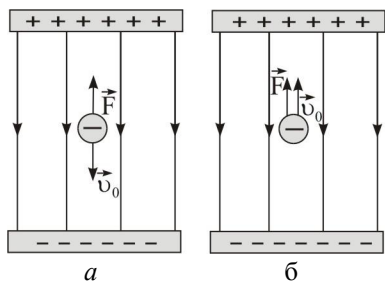


Рис. 20.19

на електрон, є доцентровою силою,

$$eE = \frac{mv_0^2}{R},$$

то радіус кривизни траєкторії електрона для початкової точки параболі (рис. 20.20)

$$R = \frac{mv_0^2}{eE}, \quad (20.27)$$

де m – маса електрона, e – його заряд, E – напруженість електричного поля, v_0 – початкова швидкість електрона.

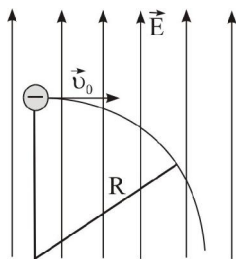


Рис. 20.20

Із (20.27) видно, що радіус кривизни траєкторії зарядженої частинки в електричному полі пропорційний квадрату її швидкості, тоді як при відхиленні частинки магнітним полем радіус кривизни її траєкторії пропорційний першому степеню швидкості (20.23). Цю особливість використовують для вимірювання швидкості руху електронів методом взаємної компенсації дії електричного і магнітного полів на рух електрона.

Якщо навхрест до обкладинок зарядженого конденсатора розмістити плоскі полюси електромагніту так, щоб потік електронів проходив одночасно і між обкладками конденсатора і між полюсами електромагніту, то, підбираючи напруженість електричного поля \vec{E} або індукцію магнітного поля \vec{B} , можна відхилення електронів, викликане еле-

ктричним полем, повністю компенсувати протилежним за напрямком відхиленням електронів, викликане магнітним полем або навпаки. В цьому випадку сила, яка діє на електрон з боку електричного поля, $F = eE$, точно компенсується силою, що діє з боку магнітного поля, $F = Bev$. Таким чином, $eE = Bev$ і

$$v = \frac{E}{B}. \quad (20.28)$$

Скориставшись формулами (20.27) і (20.28), отримаємо формулу для обчислення питомого заряду електрона:

$$\frac{e}{m} = \frac{E}{RB^2}. \quad (20.29)$$

Тут e – заряд електрона, m – його маса. Всі величини в правій частині формули (20.29) можна виміряти і це дозволяє розрахувати відношення e/m (але не e і m кожне зокрема). Прийняте сьогодні значення $e/m = 1,76 \cdot 10^{-11} \text{ Кл/кг}$.

Аналогічно можна визначити питомий заряд довільної іншої зарядженої частинки. Розглянутий вище метод вимірювання питомого заряду був вперше застосований Дж. Дж. Томсоном (Англія, 1897 р.). Пізніше Астон* вдосконалив цей метод і на його основі сконструював (1919 р.) **мас-спектрограф** для вимірювання мас іонів у вакуумі. В цьому ж році Астон за допомогою мас-спектрографа доказав наявність ізотопів у хлора і ртуті.

Якщо на рухому заряджену частинку одночасно діють і магнітне поле з індукцією \vec{B} , і електричне поле з напруженістю \vec{E} , то результуюча сила \vec{F} , що діє на заряджену частинку, дорівнює векторній сумі сил $\vec{F} = e\vec{E}$ і $\vec{F}_L = \vec{B}vQ$. Тобто

$$\vec{F}_L = \vec{E}Q + Q(\vec{v}\vec{B}). \quad (20.30)$$

Цю формулу також називають формулою Лоренца.

Приклад 20.3. Яка сила в магнітному полі Землі ($B = 5,0 \cdot 10^{-5} \text{ Тл}$) діє на літак, який набув електричного заряду $Q = 180 \text{ Кл}$ і летить перпендикулярно силовим лініям ($\theta = 90^\circ$) магнітного поля зі швидкістю $v = 280 \text{ м/с}$?

Розв'язок. Згідно (20.19)

$$F = BQv \sin \theta = (5,0 \cdot 10^{-5} \text{ Тл})(180 \text{ Кл})(280 \text{ м/с}) = 2,5 \text{ Н}.$$

Приклад 20.4. Електрон влітає в магнітне поле з індукцією $B = 0,10 \text{ Тл}$, перпендикулярно до силових ліній поля з швидкістю $v = 2,0 \cdot 10^7 \text{ м/с}$. Знайти радіус кривизни його траєкторії.

Розв'язок. Для цього скористаємось формулою (20.23):

$$R = \frac{mv}{QB} = \frac{(9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг})(2,0 \cdot 10^7 \text{ м/с})}{(1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл})(0,10 \text{ Тл})} = 1,14 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 1,14 \text{ мм}.$$

Тут $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ – маса електрона, $Q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$ – його заряд.

* **Астон Френсіс Уільям (1877 – 1945)** – англійський фізик. За відкриття великої кількості стабільних ізотопів (212) у багатьох хімічних елементів і вивчення їх властивостей удостоєний Нобелівської премії з хімії (1922 р.).

Приклад 20.5. Крапля масла масою $m = 3,3 \cdot 10^{-15}$ кг висить нерухомо між двома великими горизонтальними пластинками, які знаходяться на відстані $d = 1,0$ см одна від одної, при різниці потенціалів між ними $U = 340$ В. Скільки надлишкових електронів знаходиться на цій краплі?

Розв'язок. На краплю діють дві сили – сила ваги $F = mg$ і сила з боку електростатичного поля $F_k = QE$, які згідно умови задачі зрівноважуються (рис. 20.21). Тобто

$$QE = mg, \quad (1)$$

де E – напруженість поля між пластинками, Q – заряд краплі, g – прискорення земного тяжіння. Напруженість поля виразимо через різницю потенціалів, скориставшись формулою (17.25):

$$E = \frac{U}{d}. \quad (2)$$

Тоді

$$\frac{U}{d} Q = mg,$$

звідки

$$Q = \frac{mgd}{U}. \quad (3)$$

В кінцевому рахунку кількість надлишкових електронів N знайдемо так:

$$N = \frac{Q}{e} = \frac{mgd}{eU} = \frac{(3,3 \cdot 10^{-15} \text{ кг})(9,8 \text{ м/с}^2)(10^{-2} \text{ м})}{(1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл})(340 \text{ В})} \approx 6,$$

де $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл – заряд електрона.

§ 20.6. Мас-спектрографи

Істотною особливістю мас-спектрографів є фокусування іонних пучків, тобто збирання заряджених частинок (іонів) однакової маси в одному місці. В спектрографі, схема

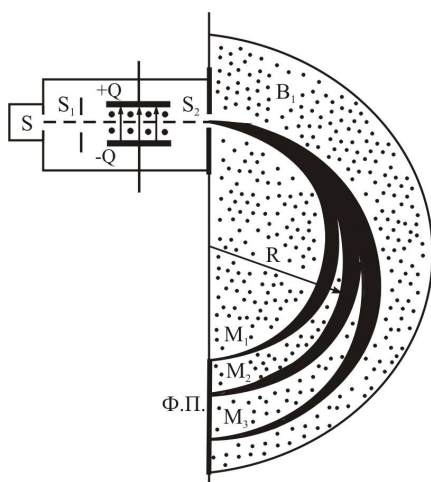


Рис. 20.22

якого наведена на рис. 20.22, фокусування здійснюється поперечним магнітним полем на відстані 180° (або на π радіан). Іони досліджуваної речовини утворюються завдяки нагріванню або електричному розряду. Далі вони прискорюються в електричному полі E , пройшовши через щілину S_1 , влітають в конденсатор, в якому створені однорідне електричне поле з напруженістю \vec{E} і стале магнітне поле, лінії індукції \vec{B} якого перпендикулярні до ліній напруженості електростатичного поля. Такі поля називаються **схрещеними**. Підбираючи певним чином співвідношення між напруженостями цих полів, можна добитися, що через щілину S_2 прохідимуть тільки іони, які володіють однакою швидкістю ($v = E/B$), але відрізняються за масою. Іони, які володіють іншими швидкостями, в щілину S_2 не потрапляють, оскільки вони

відхиляються між пластинками конденсатора.

Виходячи із **фільтра швидкостей** (так називають вищеописаний пристрій) через щілину S_2 , пучок іонів різної маси потрапляє в інтенсивне однорідне магнітне поле з індукцією \vec{B}_1 . В цьому магнітному полі траєкторії руху іонів мають вигляд півкіл з радіусом

$$R = \frac{mv}{QB} = \frac{mE}{QBB_1}, \quad (20.31)$$

де Q - заряд іона (частинки), m - маса іона.

Внаслідок однаковості швидкостей іонів ці радіуси пропорційні їх масам. Тому іони, які володіють різною масою, фокусуються, як показано на рис. 20.22 в різних місцях. Оскільки радіус кривизни R траєкторії руху іонів певної маси та інші величини (Q , E , B , B_1) експериментально вимірні, то із формули (20.31) можна визначити масу іонів

$$m = \frac{QBB_1R}{E}. \quad (20.32)$$

Якщо в площині фокусування іонів поставити фотопластинку Ф.П., то в місцях фокусування іонів на фотопластинці отримаються інтенсивні чітко окреслені лінії, які розміщені на відстанях, строго пропорційних масам іонів. Розміщення ліній на мас-спектрограмі сильно нагадує оптичні лінійчасті спектри.

Кращі мас-спектрографи дозволяють вимірювати маси іонів з достатньо великою точністю (до 5-ого – 6-ого знака).

За співвідношенням інтенсивностей ліній мас-спектрограми можна судити про процентний вміст частинок різної маси в потоці іонів, що аналізуються.

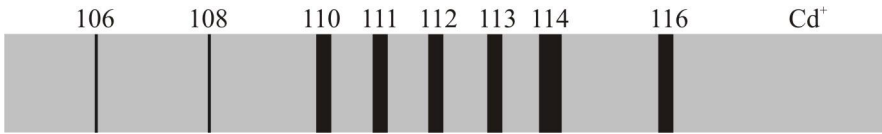


Рис. 20.23

Таким методом були виміряні маси багатьох атомів. Було виявлено, що атоми однієї речовини відрізняються між собою масою. Таку різновидність атомів назвали ізотопами.

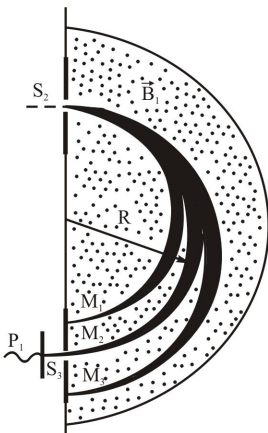


Рис. 20.24

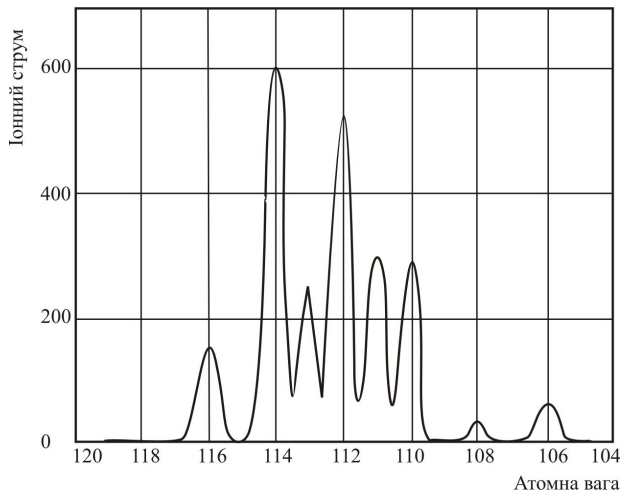


Рис. 20.25

На рис. 20.23. в якості прикладу наведено фотографію мас-спектрограми ізотопного складу кадмію (Cd^{+}), знятою на мас-спектрографі канадським фізиком Демстером (1886–1950). Цифри над лініями вказують значення атомних мас ізотопів.

Для більш точного аналізу складу потоків іонів використовують прилади – мас-спектрометри (рис. 20.24.) в яких іони однієї маси фокусуються на вузьку вихідну щілину S_3 . Іони проходять через щілину S_3 і збираються на колекторі P_1 . Потенціал, до якого зарядиться колектор, служить мірою кількості іонів даної маси. При розрядці колектора виникає невеликий електричний струм, який можна підсилити і зареєструвати. Змінюючи прискорююче поле через щілину S_3 можна пропускати потоки частинок з різними масами, при цьому на графіку виникне гострий пік для кожної даної маси. На рис. 20.25 наведено аналіз ізотопного складу кадмію, отриманого на цей раз за допомогою мас-спектрометра. Цифри на осі абсцис представляють собою значення атомних мас ізотопів. Різкі максимуми відповідають ізотопам кадмію з масами 106, 108, 110, 111, 112, 113, 114, 116. За відношеннями іонних струмів, величини яких відраховуються по осі ординат, можна вирахувати процентний вміст ізотопів (табл. 20.1).

Таблиця 20.1

Масове число	106	108	110	111	112	113	114	116
Процентний вміст	1,215	0,875	12,39	12,75	24,07	12,26	28,86	7,58

Мас-спектрометри використовуються не тільки для розділення різних хімічних елементів і їх ізотопів, але і молекул та інших заряджених частинок. Сьогодні ці прилади широко використовуються в фізичних, хімічних, біологічних і біомедичних дослідженнях.

§ 20.7. Магнітний момент контуру зі струмом

В § 20.4 ми розглянули дію магнітного поля на прямолінійний провідник зі струмом. Далі виведемо, як поводитиме себе плоский замкнутий контур, по якому тече струм, в однорідному магнітному полі ($\vec{B} = \text{const}$). Досвід показує, що в однорідному магнітному

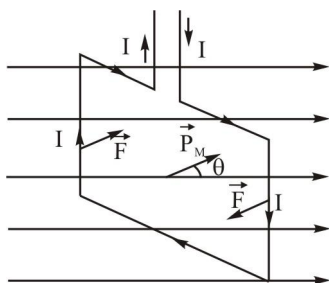


Рис. 20.26

полі на замкнутий контур зі струмом діє обертальний момент (рис. 20.26). Можна легко показати, що обертальний момент \vec{M} , що діє на контур зі струмом I в однорідному полі, прямо пропорційний площі S , що обтікається струмом (площі контуру), силі струму I , індукції магнітного поля \vec{B} та $\sin \theta$. Тобто,

$$M = BIS \sin \theta, \quad (20.33)$$

де θ – кут між перпендикуляром до площини контуру і напрямком ліній індукції. Із (20.33) видно, що обертальний момент максимальний, коли площина контуру паралельна лініям індукції, і дорівнює нулю, коли площина контуру перпендикулярна їм. Добуток IS називають **магнітним моментом** контуру і позначають його через P_m . Таким чином,

$$P_m = IS. \quad (20.34)$$

Величина P_m характеризує магнітні властивості контуру зі струмом, які визначають його поведінку у зовнішньому магнітному полі.

Магнітний момент є вектор, напрямком якого визначається за **правилом правого гвинта**: якщо рукоять викрутки повертати в напрямку струму в контурі, то поступаль-

ний рух гвинта покаже напрямок вектора \vec{P}_M (рис. 20.27).

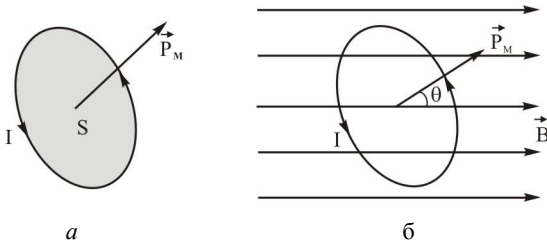


Рис. 20.27

Враховуючи (20.34), формула (20.33) набуде вигляду:

$$M = B P_M \sin \theta, \quad (20.35)$$

де θ – кут між векторами \vec{B} і \vec{P}_M . Таким чином, замкнутий контур зі струмом в зовнішньому магнітному полі є **магнітним диполем**, обер-тальний момент якого дорівнює векторному добутку магнітного моме-

нту \vec{P}_M і індукції \vec{B} магнітного поля:

$$\vec{M} = \vec{P}_M \times \vec{B}. \quad (20.36)$$

Формула (20.36) за виглядом співпадає з формулою (17.42) для електричного диполя з дипольним моментом \vec{P} в електричному полі з напруженістю \vec{E} :

$$\vec{M} = \vec{P} \times \vec{E}.$$

Виходячи з формули (20.34), магнітний момент в СІ вимірюється в $A \cdot m^2$.

Приклад 20.6. Виток зі струмом діаметром $d = 100$ см підвішений в магнітному полі між полюсами великого магніту так, що площина витка паралельна силовим лініям поля ($\theta = 90^\circ$). Коли у витку тече струм силою $I = 8,10$ А, на нього діє обертальний момент $M = 0,116$ Н · м. Знайти індукцію магнітного поля.

Розв'язок. Індукцію магнітного поля виразимо із формули (20.33):

$$B = \frac{M}{I S \sin \theta},$$

де $S = \pi d^2 / 4$ – площа, яка охоплюється витком, $\sin \theta = 1$, оскільки $\theta = 90^\circ$.

Тоді

$$B = \frac{4M}{\pi I d^2} = \frac{4(0,116 \text{ Н} \cdot \text{м})}{3,14(8,10 \text{ А})(0,1 \text{ м})^2} = 1,8 \text{ Тл}.$$

§ 20.8. Магнітний момент атома

Атом, згідно моделі, запропонованої Е. Резерфордом, складається з важкого позитивно зарядженого ядра, навколо якого по певним орбітам обертаються електрони. Електрон, який обертається по замкнутій орбіті, подібний до струму, що тече по замкнутому контуру. Він створює своє власне магнітне поле, і зовнішнє магнітне поле чинить на нього орієнтуючу дію.

Розглянемо електрон, який обертається всередині атома по коловій орбіті радіуса r (рис. 20.28). Орбітальний механічний момент кількості руху електрона дорівнює:

$$L = m_e v r, \quad (20.37)$$

де m_e – маса електрона, v – його лінійна швидкість. Оскільки електрон володіє орбітальним моментом кількості ру-

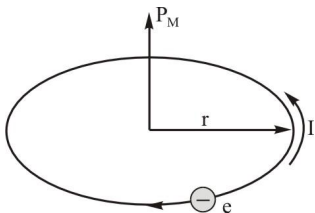


Рис. 20.28

ху, то він повинен володіти і орбітальним магнітним моментом P_m .

Магнітний момент замкнутого контуру зі струмом дорівнює $P_m = IS$ (див. формулу (20.34)). Якщо період обертання електрона по орбіті (по колу) дорівнює T , то струм, що створюється ним, дорівнює

$$I = \frac{Q}{t} = \frac{e}{T},$$

де e – заряд електрона.

Оскільки $T = 2\pi r / v$, то створюваний магнітний момент електрона буде дорівнювати:

$$p_{mL} = IS = \frac{evS}{2\pi r} = \frac{\pi evr^2}{2\pi r} = \frac{evr}{2}. \quad (20.38)$$

Тут $S = \pi r^2$ – площа, що охоплюється орбітою. Якщо домножити чисельник і знаменник (20.36) на масу електрона m_e , то формула (20.36) для магнітного моменту електрона набуде такого вигляду:

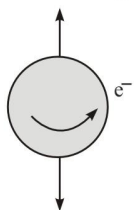
$$p_{mL} = \frac{em_e v r}{2m_e} = \frac{e}{2m_e} L, \quad (20.39)$$

де $L = m_e v r$ – орбітальний механічний момент кількості руху електрона.

Якщо в атомі є декілька електронів, які рухаються по різних орбітах, то результуючий орбітальний магнітний момент атома \vec{p}_{ma} дорівнюватиме векторній сумі магнітних моментів окремих електронів ($\vec{p}_{ma} = \sum_i \vec{p}_{mLi}$).

Аналіз ряду дослідних фактів призвели до відкриття у електрона моменту кількості руху, який не має нічого спільного з його рухом по орбіті. Електрон веде себе так, ніби він спокійно обертається навколо власної осі. Цю властивість електрона назвали **спіном** і позначають його малою літерою s . Вимірювання спінового моменту кількості руху електрона показали, що він має сталі значення. Спін електрона є квантовою властивістю. Однак для нас зараз важливим є не сам спін, а зв'язаний з ним магнітний момент електрона також незмінної величини. Якщо електрон уявити собі у вигляді від'ємно зарядженої кульки, то напрямок вектора спінового моменту напрямлений антипаралельно вектору спінового моменту кількості руху (рис. 20.29).

Момент кількості руху



Магнітний момент

Рис. 20.29

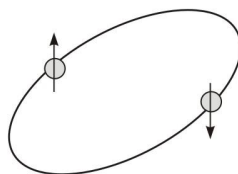


Рис. 20.30

Власний (спіновий) магнітний момент \vec{p}_{ms} пов'язаний з власним (спіновим) механічним моментом L_s електрона таким співвідношенням:

$$p_{ms} = \frac{e}{m_e} L_s. \quad (20.40)$$

Із порівняння (20.39) і (20.40) видно, що власний (спіновий) магнітний момент електрона у два рази більший орбітального.

Повний магнітний момент атома \vec{P}_{ma} дорівнює сумі магнітних моментів, які виникають в результаті руху електронів по замкнутих орбітах та власних магнітних моментів:

$$P_{ma} = \sum_i \vec{P}_{mL_i} + \sum_i \vec{P}_{ms_i}. \quad (20.41)$$

Зауважимо, що обидва типи механічного, а значить і магнітного моментів, квантуються: механічний момент може змінюватися тільки на величину, яка рівна цілому числу основної одиниці механічного моменту, якою є стала Планка $\hbar = h / 2\pi$, де $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж · с. Не дивлячись на те, що окремі орбітальні рухи електрона можуть характеризуватися механічним моментом в декілька таких одиниць (одиниць \hbar), за порядком величини магнітний момент будь-якого електрона, створений або завдяки спіну, або завдяки орбітальному рухові, дорівнює $p_m \approx 10^{-23}$ А · м².

Таким чином, кожний електрон володіє дуже малим магнітним моментом. І разом з тим, якби всі магнітні моменти були орієнтовані однаково у всіх електронів, то найменший шматочок речовини був би дуже сильним магнітом. В дійсності більшість цих магнітних моментів взаємно компенсуються. Будова атомів підкоряється так званому **принципу заборони Паулі**, який вимагає, щоб більшість електронів знаходилися попарно з протилежними спінами. Магнітний момент пари електронів, показаних на рис. 20.30, дорівнює нулю. Проте магнітний момент атома залежить не тільки від взаємної орієнтації спінів електронів, але і від того, знаходиться атом у вільному чи зв'язаному стані, наприклад, в газі або в твердому стані. У вільного атома може бути валентний електрон, спіновий механічний момент якого не скомпенсований парним електроном. В твердому тілі валентний електрон такого атома бере участь в хімічному зв'язку, де він знаходиться в парі з іншим електроном, що призводить до компенсації магнітних моментів кожного. Крім того магнітні властивості речовини сильно залежать від того, як атоми з'єднані один з одним.

Не дивлячись на компенсацію магнітних моментів більшості електронів в атомі, у багатьох речовин атоми володіють власними магнітними моментами. І якщо магнітні моменти атомів в невеликому об'ємі речовини орієнтовані однаково, то цей об'єм буде володіти достатньо відчутним повним магнітним моментом.

Проте, атоми в твердому тілі безперервно піддаються хаотичному тепловому збурженню, яке може руйнувати правильну орієнтацію магнітних моментів атомів, а тим самим погіршувати магнітні властивості речовини.

Приклад 20.7. Визначити орбітальний магнітний момент електрона, який рухається по коловій орбіті радіуса $r = 0,53 \cdot 10^{-10}$ м навколо протона (борівська модель атома водню).

Розв'язок. Орбітальний момент електрона виражається формулою (20.38):

$$P_{mL} = \frac{e v r}{2},$$

де r – радіус орбіти електрона, v – лінійна швидкість електрона, яку можна визначити із таких міркувань: між негативно зарядженим електроном і позитивно зарядженим протоном (ядром) діє кулонівська сила, яка є доцентровою силою. Тобто,

$$\frac{e^2}{4\pi \epsilon_0 r^2} = \frac{m v^2}{r},$$

звідки

$$v = \sqrt{\frac{e^2}{4\pi \varepsilon_0 m r}}.$$

Тоді

$$p_{mL} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{e^4 r}{4\pi \varepsilon_0 m}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл})^4 (0,53 \cdot 10^{-10} \text{ м})}{4(3,14)(8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}^2 / \text{м} \cdot \text{В}^2)(9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг})}} = 9,3 \cdot 10^{-24} \text{ А} \cdot \text{м}^2$$

§ 20.9. Вектор намагніченості

Речовини, при внесенні їх в зовнішнє магнітне поле, схильні в тій чи іншій мірі намагнічуватися, тобто набувати магнітних властивостей. Здатність (або нездатність) речовини намагнічуватися при внесенні їх в зовнішнє магнітне поле залежить від наявності (або відсутності) у атомів (молекул) речовини сталого магнітного моменту.

Для характеристики намагнічування тіла користуються вектором, який називають **вектором намагнічування**, за величиною рівного магнітному моменту одиниці об'єму тіла:

$$\vec{P}_n = \frac{\sum_{i=1}^N \vec{P}_{ma_i}}{\Delta V}, \quad (20.42)$$

де \vec{P}_{ma_i} – магнітний момент i -того атома (молекули), N – число атомів (молекул) в об'ємі ΔV .

Якщо вектор \vec{P}_n однаковий у всіх точках тіла (магнетика), то таку намагніченість називають **однорідною**. Індукція магнітного поля в магнетик (як уже відмічалось в §20.1) дорівнює сумі векторів магнітної індукції зовнішнього поля \vec{B}_0 та індукції власного магнітного поля магнетика \vec{B}_m :

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_m, \quad (20.43)$$

або

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{P}_n. \quad (20.44)$$

Тут $\mu_0 \vec{H} = \vec{B}_0$ (див. формулу (20.1)), а $\mu_0 \vec{P}_n = \vec{B}_m$.

Величина \vec{H} , яку ми вище назвали напруженістю поля, від магнітних властивостей речовини не залежить.

Зауважимо ще раз (див. § 20.1), що графічно напруженість магнітного поля зображають за допомогою силових ліній, дотична до яких в кожній точці співпадає з напрямком напруженості поля в цій точці. Густина цих ліній пропорційна величині напруженості. Лінії напруженості магнітного поля відрізняються від ліній магнітної індукції, оскільки вони (лінії напруженості) починаються і закінчуються на межі розділу двох речовин з різними магнітними властивостями. Таким чином, вектор напруженості магнітного поля \vec{H} слід відрізняти від вектора магнітної індукції \vec{B} . Із порівняння формул (20.43) і (17.63) видно, що вектор \vec{H} в магнетик аналогічний вектору електричної індукції \vec{D} в діелектрику. Вектори \vec{P}_n , \vec{H} і \vec{B} є аналогами \vec{P} , \vec{D} і \vec{E} в електростатиці. Вектор \vec{H} , як правило, асоціюється тільки з магнітним полем зовнішнього джерела (вектор електричної індукції \vec{D} обумовлюється тільки вільними зарядами), вектор \vec{P}_n – тільки з магнітним

полем, створюваного речовиною (вектор поляризації \vec{P} в електростатиці пов'язаний тільки зі зв'язаними (індукованими) зарядами), вектор \vec{B} – і з одним, і другим полем (напруженість електричного поля \vec{E} створюється всіма зарядами: вільними і зв'язаними). Ці вектори вводяться для більш детального опису магнітних явищ.

Для повноти пригадаємо ще раз **магнітну сприйнятливість** χ , яка визначається як

$$\chi = \frac{\vec{P}_n}{\vec{H}}, \quad (20.45)$$

і характеризує зв'язок намагніченості речовини з магнітним полем в цій речовині. У пара- і діамagnetиків магнітна сприйнятливість при не дуже великих \vec{B} стала; у феромагнетиків вона не є сталою. Оскільки їх намагніченість є нелінійною функцією \vec{H} . Із (20.43), (20.44) і (20.4) отримуємо формулу (20.7):

$$\chi = \mu - 1,$$

і

$$\mu_a = (1 + \chi)\mu_0, \quad (20.46)$$

де μ і μ_a – відповідно відносна і абсолютна магнітна проникності речовини. У вакуумі $\mu = 1$, $\chi = 0$, $\mu_a = \mu_0$.

Приклад 20.8. Магнітний момент атома заліза дорівнює $P = 1,8 \cdot 10^{-23} \text{ А} \cdot \text{м}^2$. Визначити магнітний момент та намагніченість (вектор намагнічування) залізного зразка довжиною $l = 12 \text{ см}$, шириною $a = 1,2 \text{ см}$ і товщиною $b = 1,2 \text{ см}$ при повному магнітному насиченні.

Розв'язок: а) Магнітний момент залізного зразка дорівнює:

$$P_z = pN, \quad (1)$$

де p – магнітний момент атома заліза, N – кількість атомів заліза в зразку.

Кількість атомів N в зразку визначимо так:

$$N = \frac{m}{m_0}, \quad (2)$$

де $m = V\rho = lab\rho = (0,12 \text{ м})(0,012 \text{ м})(0,012 \text{ м})(7874 \text{ кг/м}^3) = 0,136 \text{ кг}$ – маса зразка заліза, V і ρ – відповідно його об'єм і густина, $m_0 = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$, $m_r = (1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг})(56) = 9,30 \cdot 10^{-26} \text{ кг}$ – маса атома заліза, $m_r = 56 \text{ а. о. м}$ – відносна атомна маса. Тоді

$$N = \frac{0,136 \text{ кг}}{9,30 \cdot 10^{-26} \text{ кг}} = 1,46 \cdot 10^{24}. \quad (3)$$

Враховуючи (3), отримаємо:

$$P_z = (1,8 \cdot 10^{-23} \text{ А} \cdot \text{м}^2)(1,46 \cdot 10^{24}) = 26,28 \text{ А} \cdot \text{м}^2.$$

б) Намагніченість зразка заліза визначимо за формулою (20.39):

$$\vec{P}_n = \frac{\sum_{i=1}^N \vec{P}_i}{\Delta V} = \frac{P_z}{V} = \frac{26,28 \text{ А} \cdot \text{м}^2}{1,73 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3} = 1,5 \cdot 10^6 \text{ А/м}.$$

Тут $V = lab = (0,12 \text{ м})(0,012 \text{ м})(0,012 \text{ м}) = 1,73 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3$ – об'єм зразка.

§ 20.10. Феромагнетизм

Як уже відмічалось, всі речовини володіють певними магнітними властивостями. Речовини, які проявляють сильні магнітні властивості ($\mu \gg 1$) при внесенні їх в потужні магнітні поля, називають **феромагнетиками** (залізо, кобальт, нікель, гадоліній і ряд сплавів). Намагніченість таких речовин у відсутності магнітного поля відмінна від нуля.

Феромагнетизм притаманний речовинам, які складаються із атомів з відмінним від нуля сумарним магнітним моментом. Однак, сумарні магнітні моменти атомів, як правило, орієнтовані випадково (хаотично). Детальне дослідження структури кристалів показало, що в магнетиках існують дуже маленькі області (0,1 – 0,01 мм), в яких магнітні моменти атомів впорядковані і вони володіють результируючим магнітним моментом. Такі області називаються **магнітними доменами**. Кожний домен – це маленький сильний постійний магніт, який має північний і південний полюси. Однак, у звичайному шматку,

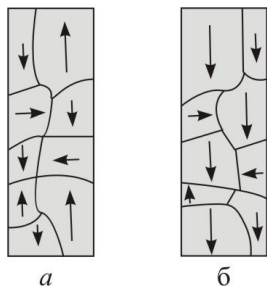


Рис. 20.31

який отримався при затвердінні розплаву заліза, домени мають неупорядковану орієнтацію (рис. 20.31, а). Такий шматок заліза не виявляє магнітних властивостей, оскільки магнітні моменти доменів взаємно компенсуються. Якщо домени мають переважну орієнтацію, то такий шматок заліза буде магнітом (рис. 20.31, б). Тут переважна орієнтація доменів вниз. Якщо залізо помістити в сильне магнітне поле, то воно намагнітиться і зберігатиме магнітні властивості достатньо довго. Причиною цього є те, що домени здатні під дією зовнішнього поля дещо повертатися за полем, змінювати свої межі, тобто домени, орієнтація яких відповідала напрямку зовнішнього поля, змінюють свої розміри за рахунок доменів з іншою орієнтацією (рис. 20.32). Отриманий в

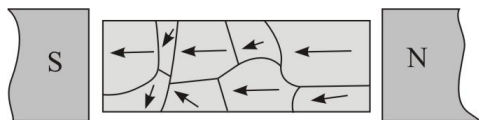


Рис. 20.32

такий спосіб із заліза магніт може тривалий час зберігати намагніченість і тому його називають **“постійним магнітом”**. Якщо по такому магніту вдарити молотком, домени повернуться у не впорядкований стан і магнітні властивості частково, або навіть повністю,

зникнуть. Втрату магнетизму може також спричинити і нагрівання: **при підвищенні температури підсилюється хаотичний тепловий рух атомів, що є причиною дезорієнтації доменів і навіть їх руйнування**. Температура, при якій речовина (магнетик) втрачає свої магнітні властивості (намагніченість), називають **точкою (температурою) Кюрі**. Для заліза точка Кюрі дорівнює 768 °С. Для деяких елементів і сплавів точка Кюрі лежить в області достатньо низьких температур.

Сьогодні існує чимало феромагнітних матеріалів. Один із них сплав “Алніко 15”, який містить 20 % Ni, 15 % Co, 9 % Al, 4 % Cu і $\approx 52\%$ Fe. Це крихкий сплав з високим залишковим магнітним полем, яке важко зруйнувати, що робить цей сплав дуже потужним і тривалим магнітом. Інший сплав заліза, який називається “Магніко”, має магнітну сприйнятливість більше 10000. Цей сплав використовується для магнітного екранування в слабких зовнішніх полях.

§ 20.11. Парамагнетизм. Діамагнетизм

Неферомагнітні речовини діляться на два основні класи: **парамагнетики**, у яких відносна магнітна проникність дещо більше одиниці (так, у марганцю $\mu = 1,0038$, у алюмінію $\mu = 1,000023$, у азоту $\mu = 1,000000013$), і **діамагнетики**, у яких $\mu \leq 1$. Молекули або атоми парамагнітних речовин володіють сталим магнітним моментом. Внаслідок тепло-

вого руху розподіл напрямків магнітних моментів цих атомів або молекул в тілі хаотичний. Якщо таке тіло внести в магнітне поле, то відбувається впорядкування розміщення магнітних моментів його атомів або молекул відповідно напрямку поля, що призводить до слабкого намагнічування парамагнетика. В парамагнітному тілі виникає власне магнітне поле, напрямлене в той самий бік, що і зовнішнє магнітне поле. Повна індукція магнітного поля (тобто сума індукції зовнішнього поля і поля впорядкованих диполів) дещо більша B_0 . Парамагнітний стержень в зовнішньому магнітному полі розміщується вздовж ліній напруженості цього поля (рис. 20.33). Магнітна сприйнятливість парамагнетиків $\chi > 0$, але вона залежить від температури: вона зменшується з підвищенням температури. Для багатьох парамагнітних речовин залежність χ від температури описується законом Кюрі:

$$\chi = \frac{c}{T}. \quad (20.47)$$

Тут c – константа (стала Кюрі), T – абсолютна температура. Такі парамагнетики називаються **нормальними**. Іншу групу парамагнетиків становлять речовини, для яких магнітна сприйнятливість не залежить від температури. Це **аномальні парамагнетики**. Сюди відносяться ванадій, марганець тощо. Всі парамагнітні речовини, як і феромагнетики, втягуються в область сильного магнітного поля, але діюча на такі речовини сила буде приблизно в 100 разів менша сили, яка діє, наприклад, на залізо.

Діамагнетики побудовані з атомів або молекул, які не володіють сталим магнітним



Рис. 20.33

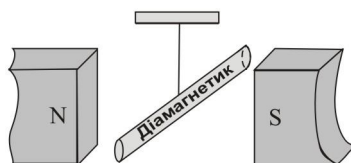


Рис. 20.34

моментом. Під дією зовнішнього магнітного поля в цих речовинах виникають магнітні моменти, однак наведений магнітний момент виявляється направленим протилежно зовнішньому полю. Тому в неоднорідному магнітному полі діамагнетик виштовхується в область більш слабого поля і встановлюється так, щоб його вісь була перпендикулярна до напрямку поля (рис. 20.34). Діамагнетизм є індукційним ефектом. Він має місце у всіх без винятку речовинах, в якому б стані вони не знаходилися – газоподібному, рідкому або твердому. Діамагнетизм – ефект дуже слабкий і у пара- і феромагнітних тілах він непомітний.

В таблиці 20.2. наведені значення магнітної сприйнятливості χ різних речовин при кімнатній температурі.

Таблиця 20.2

Речовина		$\chi \cdot 10^{-5}$
Парамагнетики	Кисень (рідкий при -183°C)	150
	Газоподібний кисень (20°C)	0,2
	Алюміній	2
	Натрій	0,6
	Марганець	90
	Хром	30
	Палладій	80

Діамагнетики	Вісмут	-17
	Ртуть(рідка)	-3
	Срібло	-2,6
	Свинець	-1,8
	Мідь	-1,0
	Миш'як	-2
Феромагнетики	Залізо	до 10000 в залежності від початкової намагніченості
	Кобальт	
	Нікель	

Як видно із таблиці 20.2, в порівнянні з феромагнетизмом парамагнітні ефекти проявляються дуже слабо.

§ 20.12. Поняття про біомагнетизм

В будь-якому організмі процес життєдіяльності супроводжується протіканням в ньому дуже слабких електричних струмів – **біострумів**, які виникають як наслідок електричної активності клітин, і як правило м'язових і нервових. Біоструми породжують магнітне поле з індукцією $B = 10^{-14} - 10^{-11}$ Тл, яке виходить і за межі організму. Це поле називають **біомагнітним**.

Вимірювання слабких біомагнітних полів сьогодні стало можливим. Ще в 60 – роках минулого століття для цієї мети був сконструйований магнітометр, який отримав назву **СКВІД**. Чутливість СКВІД - магнітометра складає 10^{-14} Тл.

Реєстрація біомагнітних полів називається **біомагнітографією**. Вимірювання біомагнітного поля дає інформацію про біоструми, які його генерують. Інформацію про біоструми в організмі отримують і за допомогою **електрографічних** методів (кардіографії, енцефалографії тощо). Метод біомагнітографії і електрографічні методи дають різну інформацію про струми в організмі, тому їх потрібно розглядати як взаємодоповнюючі.

Магнітографія використовується для дослідження серця, скелетних м'язів, ока, сітківки ока, мозку тощо. Однак подібні дослідження відносяться до дуже тонких і точних вимірювань і вимагають дуже точної апаратури.

Відомо, що в деяких організмах містяться кристали магнетиту (Fe_3O_4) розміром 0,1 мкм – це бджоли, голуби, деякі бактерії, дельфіни тощо. Кристали Fe_3O_4 мають подовжену форму і розміщені поблизу нервових закінчень, реакція яких на поворот кристалів відносно магнітного поля Землі може пояснити навігаційні здібності вказаних живих істот.

Магнітоокупограмою (МОГ) називають сигнал величиною до 20 пТл, який виникає при русі очей: між різними шарами сітківки існує достатньо висока різниця потенціалів (до 10 мВ), яка породжує постійні біоструми ока, які і генерують МОГ – поле.

Найслабші біомагнітні поля, які створюються в організмі людини, породжуються активністю нервової системи, в тому числі і головного мозку. Вивчення цих сигналів, в силу їх інформативності і важливості, виділяють в окремий розділ – **нейромагнетизм**. Просторовий розподіл і часова залежність магнітних сигналів прямо відображають внутрішню біоелектричну активність мозку.

§ 20.13. Дія магнітного поля на живі організми

Оточуюче нас середовище завжди перебувало і перебуває під впливом електричних,

магнітних і електромагнітних полів. Ці поля спричинені природою і тому їх називають **фоновими**. З розвитком науки і техніки фонове випромінювання значно підсилюється і поступово підсилюється за рахунок технічних пристроїв, які можуть бути джерелом полів (потужні лінії електропередач, трансформатори, кабелі, розподільчі пристрої, побутові прилади тощо).

До полів природного походження можна віднести електричне поле, що існує навколо Землі, середня напруженість якого складає ~ 130 В/м. Це поле дещо різне в різних точках земної поверхні і змінюється під дією різних факторів (грозові розряди, опади, інші катаклізми). Напруженість магнітного поля становить $\sim 47,8$ А/м на північному полюсі та $\sim 39,8$ А/м на південному полюсі. На магнітному екваторі напруженість магнітного поля складає $\sim 19,9$ А/м. Це поле коливається з 8 – 11 – річними циклами. Воно також піддається коливанням під впливом магнітних бурь. Крім того на польові характеристики Землі постійно справляють вплив електромагнітне випромінювання Сонця та всілякі процеси, що відбуваються в земних надрах.

Магнітне поле, як і інші поля, справляє певний вплив на біологічні об'єкти і їх системи, які в ньому знаходяться. Причому цей вплив може бути як стимулюючим, так і ушкоджуючим.

Так доведено, що люди, які постійно мешкають поблизу магнітних полюсів Землі, менше хворіють підвищеним артеріальним тиском. Є дані про загибель дрозофіли в неоднорідному магнітному полі, морфологічні зміни у рослин і тварин після перебування в постійному магнітному полі, про орієнтацію рослин в магнітному полі, вплив магнітного поля на нервову систему і зміну характеристик крові тощо.

Експерименти показали, що обробка насіння магнітним полем, а також полив намагніченою водою, підвищує врожайність деяких культур в кілька разів (наприклад, помідорів).

Встановлена цікава особливість, що впливи на живі об'єкти змінним магнітним полем, особливо чутливі до резонансних частот, тобто носять пострезонансний характер.

Природно, що первинними процесами у всіх випадках є фізичні і фізико-хімічні процеси. Такими процесами можуть бути поляризація молекул, змінна концентрація молекул або іонів в неоднорідному полі, силовий вплив на іони, які переміщуються разом з біологічною рідиною, виникнення ЕРС індукції тощо.

Фізична природа впливу магнітного поля на біологічні об'єкти ще не встановлена до кінця. Сьогодні існують дві точки зору на механізм біоефектів, які виникають на молекулярному рівні. Перша точка зору пробує пояснити вплив магнітного поля на біооб'єкти чисто енергетичною взаємодією через наведення ЕРС індукції на клітинних мембранах. Дехто із вчених вважає, що ця точка зору (цей фактор) є **основною**. Інша точка зору зв'язана з так званою **“водною” гіпотезою**, згідно якої механізм біологічної дії поля зводиться до його впливу на воду, тобто зміни структури води, яка визначає характер різноманітних біологічних реакцій, що протікають у водному середовищі. Так, в намагніченій воді спостерігалося зниження активності сахарози, уреози і інших ферментів.

Таким чином, механізм впливу магнітного поля на живі організми ще далеко не повно вивчений. Однак, постійні, змінні та імпульсні змінні магнітні поля достатньо широко використовуються в лікарській практиці для лікування ряду захворювань і травматичних пошкоджень.

З іншого боку відомо, що будь-які тривалі впливи магнітного поля, відмінні від певної норми, на живі організми можуть спровокувати паталогічні явища. Для захисту від негативного впливу потужних магнітних полів необхідно застосовувати захисні засоби – це в основному спецекрани, виготовлені із спеціальних матеріалів.

21 ЕЛЕКТРОМАГНІТНА ІНДУКЦІЯ

В попередньому розділі встановлено зв'язок між електричними і магнітними явищами: електричний струм створює магнітне поле, а з боку магнітного поля на електричний струм, або на рухомий заряд, діє сила. Майкл Фарадей, знаючи про тісний зв'язок між електричним струмом і магнітним полем, був переконаний, що за допомогою магнітного поля можна створити в замкнутому провіднику електричний струм. Він багаточисельними дослідженнями підтвердив свої здогадки, відкривши у 1831 р. явище **електромагнітної індукції**.

Фарадей експериментально встановив, що будь-яка зміна магнітного поля, що пронизує замкнутий контур, викликає в останньому появу електричного струму, так ніби в ньому знаходиться джерело ЕРС. Отриманий в такий спосіб струм називають **індукційним (наведеним)**, а ЕРС, яка його створює, **ЕРС індукції**.

Пізніші детальні дослідження явища електромагнітної індукції засвідчили, що за допомогою цього явища можна отримати електричний струм практично будь-якої потужності, що дозволяє широко використовувати електричну енергію на практиці.

§ 21.1. Електрорушійна сила індукції. Правило Ленца

Фарадей, узагальнюючи дослідні факти, дійшов висновку, що ЕРС індукції залежить від того, як швидко змінюється магнітне поле: **чим швидше воно змінюється, тим більша ЕРС**. Однак ЕРС індукції не просто пропорційна швидкості зміни індукції магнітного поля \vec{B} , а пропорційна швидкості зміни магнітного потоку Φ_B , який визначається аналогічно потоку напруженості електричного поля (§ 17.7). Тобто

$$\Phi_B = BS, \quad (21.1)$$

де B – індукція магнітного поля, S – площа, перпендикулярна лініям індукції поля, яку вони пронизують. Якщо площа S не перпендикулярна \vec{B} , то

$$\Phi_B = BS \cos \theta, \quad (21.1, a)$$

де θ – кут між напрямком \vec{B} і перпендикуляром до площини S .

Якщо розглядати магнітний потік через замкнуту поверхню, то результуючий потік запишеться так:

$$\Phi_B = \oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0, \quad (21.2)$$

де $d\vec{S}$ – вектор, пропорційний площі поверхні dS і перпендикулярний до неї.

Одиницею магнітного потоку є вебер (Вб); $1\text{Вб} = 1\text{Тл} \cdot \text{м}^2 = 1\text{В} \cdot \text{с}$. Ця одиниця отримала назву на честь німецького фізика Вільгельма Едуарда Вебера (1804–1891).

Використовуючи поняття магнітного потоку, Фарадей сформулював наступний закон: **ЕРС індукції в контурі дорівнює швидкості зміни магнітного потоку через контур**:

$$\mathcal{E}_i = - \frac{d\Phi_B}{dt}. \quad (21.3)$$

Співвідношення (21.3) називають **законом електромагнітної індукції Фарадея** і він є одним із фундаментальних законів електромагнетизму. Якщо замкнутий контур складається не з одного, а з N витків, то ЕРС індукції контура дорівнюватиме сумі ЕРС індукції кожного із витків:

$$\mathcal{E}_i = - N \frac{d\Phi_B}{dt}. \quad (21.4)$$

Враховуючи, що $1\text{Вб} = 1\text{В} \cdot \text{с}$, ЕРС індукції \mathcal{E}_i дістанемо у вольтах.

Згідно експериментальним даним, ЕРС індукції збуджує в контурі електричний струм, який створює власне магнітне поле. Зв'язок між напрямком індукційного струму в контурі і індукційним магнітним полем був встановлений російським фізиком Ленцом (1804 – 1865) у 1833 р. Знайдений ним зв'язок називають **правилом (законом) Ленца** для електромагнітної індукції: **ЕРС індукції створює в замкнутому контурі такий індукційний струм, який своїм магнітним полем протидіє тим змінам, які викликали індукційний струм.**

Застосуємо це правило до випадку, зображеному на рис. 21.1 – відносному руху витка і магніту. Змінний магнітний потік, який досягається внаслідок руху магніту до або від витка, індукуює ЕРС, яка збуджує у витку струм, а цей струм створює власне магнітне поле. Якщо магніт наближати до витка (рис. 21.1, а), то магнітний потік через виток збільшуватиметься. Силкові лінії магнітного поля на-

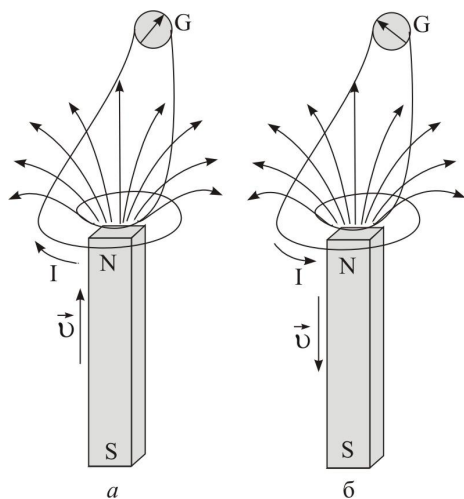


Рис. 21.1

правлені вверх. Щоб протидіяти збільшенню зовнішнього поля, магнітне поле індукційного струму повинно бути направлене **вниз**. Таким чином, згідно правила Ленца, напрямок струму повинен бути таким, як показано на рис. 21.1, а. Напрямок індукційного струму можна визначити, користуючись **правилом правої руки**: провідник (в нашому випадку виток) уявно обхоплюється **правою рукою** так, щоб **чотири пальці** показували **напрямок поля**, а **великий палець** показує **напрямок індукційного струму**. При зменшенні магнітного потоку (рис. 21.1, б) індукційний струм створює поле, яке направлене **вверх**, цим самим протидіючи цій зміні. Напрямок індукційного струму такий, як показано на рисунку.

Із вище сказаного стає зрозумілим зміст знаку мінус у формулі (21.3): **він вказує напрямок,**

в якому діє ЕРС індукції.

Правило Ленца представляє собою закон збереження енергії в електромагнітних процесах. В цьому можна легко переконатися, якщо уявити собі, що все відбувається навпаки; тобто правило Ленца не виконується. Індукційний струм в такому разі створював би магнітний потік одного напрямку з зовнішнім магнітним полем, що призвело б до зростання магнітного потоку. Зростання магнітного потоку призвело б до збільшення індукційного струму, що супроводжувалося б ще більшою зміною магнітного потоку. Як наслідок струм продовжував би зростати до нескінченності. Це означало б порушення закону збереження енергії.

Насамкінець, зауважимо, що ЕРС індукції виникає тоді і тільки тоді, коли відбувається

ся зміна магнітного потоку. Звідси випливає, що ЕРС може бути індукована двома способами: за рахунок зміни індукції магнітного поля або зміни площі контура, або його орієнтації відносно магнітного поля.

Приклад 21.1. Виток діаметром $d = 10$ см розміщений перпендикулярно однорідному магнітному полю з індукцією $B = 0,35$ Тл. Виток виводять із поля за $t = 0,12$ с. Чому дорівнює ЕРС індукції?

Розв'язок. Площа витка

$$S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{(3,14)(0,1 \text{ м})^2}{4} = 7,85 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2.$$

Початковий потік через контур

$$\Phi_B = BS = (0,35 \text{ Тл})(7,85 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2) = 2,75 \cdot 10^{-3} \text{ Вб}.$$

Через $t = 0,12$ с потік через контур стає рівним нулю. Тому, згідно формули (20.3)

$$\mathcal{E}_i = -\frac{(0 - \Phi_B)}{t} = -\frac{(0 - 2,75 \cdot 10^{-3} \text{ Вб})}{0,12 \text{ с}} = 2,29 \cdot 10^{-2} \text{ В}.$$

§ 21.2. ЕРС індукції у провіднику, що рухається в магнітному полі

Є два способи збудження ЕРС індукції: **перший** – збудження ЕРС в нерухомому провіднику при зміні магнітного потоку через контур (він нами уже розглянутий); **другий** – збудження ЕРС в провіднику, який рухається в магнітному полі. З'ясуємо причини виникнення ЕРС під час руху провідника в магнітному полі, яке з часом не змінюється.

Нехай однорідне магнітне поле з індукцією \vec{B} перпендикулярне площадці, утвореної нерухомим U – подібним провідником і рухомим металевим стержнем завдовжки l , що лежить на ньому (рис. 21.2). Якщо стержень ковзає по провіднику з швидкістю v він за час dt проходить відстань $dx = v dt$. Площа контура за час dt збільшується на $dS = l dx = lv dt$. Згідно закону Фарадея в контурі наводиться ЕРС, величина якої дорівнює:

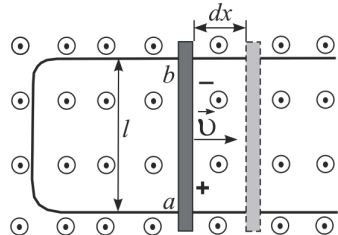


Рис. 21.2

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{BdS}{dt} = -\frac{Blvdt}{dt} = -Blv. \quad (21.5)$$

Це співвідношення справедливе за умови, що \vec{B} , l і \vec{v} взаємно перпендикулярні. Якщо вектор \vec{v} складає кут θ з вектором індукції \vec{B} , то формула (21.5) набуде вигляду:

$$\mathcal{E}_i = -Blv \sin \theta. \quad (21.6)$$

Формулу (21.6) можна отримати не користуючись законом Фарадея. Відомо (див. §20.5), що на заряджену частинку (наприклад, електрон), яка рухається із швидкістю \vec{v} в магнітному полі з індукцією \vec{B} , діє сила Лоренца

$$F_L = QvB \sin \theta = evB \sin \theta.$$

В металічному стержні є вільні електрони, тому, коли стержень рухається вправо (рис. 21.2) зі швидкістю \vec{v} , його електрони також рухаються вправо з тією ж швидкістю. Це означає, що на кожний електрон діятиме сила Лоренца і вони будуть під дією цієї си-

ли зміщуватися до кінця стержня b . Якщо стержень не замкнутий U -подібним провідником, то між кінцями стержня виникне різниця потенціалів U , яка створить в ньому електричну силу F_e , що зрівноважить силу Лоренца. Таким чином, зміщення електронів до кінця b припиниться, коли $F_L = |-F_e|$. Оскільки $F_e = eE = \frac{Ue}{l}$ (де e – заряд електрона), отримаємо:

$$-\frac{Ue}{l} = Bv e \sin \theta,$$

звідки

$$U = -Bv l \sin \theta.$$

Оскільки різниця потенціалів між полюсами стержня при розімкнутому колі дорівнює ЕРС, то $\mathcal{E}_i = U$. Тому

$$\boxed{\mathcal{E}_i = -Bv l \sin \theta.} \quad (21.6, a)$$

Якщо рухомий провідник в магнітному полі замкнути на гальванометр, то гальванометр покаже наявність у колі струму. Напрямок індукційного струму, що виникає в прямолінійному провіднику при його русі в магнітному полі, можна визначити за **правилом правої руки: якщо праву руку розмістити вздовж провідника так, щоб лінії магнітної індукції входили в долоню, а відігнутий великий палець показував напрям руху провідника, то витягнуті чотири пальці вкажуть напрямок індукційного струму в провіднику.**

Приклад 21.2. Літак летить зі швидкістю $v = 1000 \text{ км/год}$ в магнітному полі Землі з індукцією $B = 5,0 \cdot 10^{-5} \text{ Тл}$. Знайти різницю потенціалів, яка індукується між кінцями крил, якщо відстань між ними $l = 70 \text{ м}$. Вважати, що лінії індукції направлені майже вертикально.

Розв'язок. Для розрахунку різниці потенціалів скористаємось формулою (21.6):

$$U = \mathcal{E}_i = Blv \sin \theta.$$

Оскільки $\theta = 0$, то

$$U = Blv = (5,0 \cdot 10^{-5} \text{ Тл})(70 \text{ м})(278 \text{ м/с}) \approx 1 \text{ В}.$$

§ 21.3. Самоіндукція. Індуктивність

Явище електромагнітної індукції спостерігається у всіх випадках, коли змінюється магнітний потік через контур. Якщо по провідному контуру тече струм, то він (контур) міститься у власному магнітному полі. Коли струм, що тече по контуру, мінятиметься, то мінятиметься і магнітний потік всередині контуру, який збуджуватиме в цьому ж контурі ЕРС індукції. **Виникнення ЕРС індукції в контурі, яке викликано зміною магнітного поля струму, що тече в цьому ж контурі, називають явищем самоіндукції, а ЕРС, яка при цьому виникає – ЕРС самоіндукції.** Досвід показує, що коли струм в контурі збільшується, то зростаючий магнітний потік індує в контурі ЕРС, під дією якої виникає струм, протилежний початковому струму, і старається загальмувати його ріст. Якщо ж струм в контурі зменшується, то магнітний потік, який також зменшується, збуджує ЕРС індукції, яка створює струм, направлений аналогічно вихідному, в результаті в контурі підтримується початкова сила струму.

Оскільки магнітне поле, яке пронизує контур, створюється струмом, що тече по контурі, то воно пропорційне величині струму в контурі. Крім того, магнітне поле залежить від форми і розмірів контуру, та магнітних властивостей середовища. Тому

$$d\Phi = LdI, \quad (21.7)$$

де L – стала величина, яка характеризує форму і розміри контуру та магнітні властивості середовища.

Оскільки самоіндукція є окремим випадком явища електромагнітної індукції, то закон Фарадея (21.3) можна застосувати і для визначення ЕРС самоіндукції. Тоді

$$\mathcal{E}_{ci} = -\frac{d\Phi}{dt} = -L\frac{dI}{dt}. \quad (21.8)$$

Сталу L називають **індуктивністю контуру** або **коефіцієнтом самоіндукції**. Із (21.8) видно, що ЕРС самоіндукції в контурі пропорційна швидкості зміни сили струму в ньому. Якщо $dI/dt = 1$, то $\mathcal{E}_{ci} = -L$, тобто індуктивність чисельно дорівнює ЕРС самоіндукції, що виникає в контурі при зміні сили струму на 1 А за 1 с.

В СІ одиницею індуктивності є генрі (Гн)*: $1 \text{ Гн} = 1 \text{ В} \cdot \text{с} / \text{А} = 1 \text{ Ом} \cdot \text{с}$.

Індуктивність контуру можна розглядати як міру його “інертності” відносно змін струму в контурі. В цьому розумінні індуктивність L контуру в електродинаміці відіграє роль, аналогічну масі тіла в механіці. ЕРС самоіндукції завжди виникає при замиканні і розмиканні кола. Причому в деяких випадках вона може бути значною. Чим більша індуктивність кола, тим більша ЕРС і сила струму самоіндукції. Тому при вимиканні кіл з великою індуктивністю в них можуть виникати великі струми самоіндукції, що небезпечно як для самих кіл так і для людини, яка вимикає коло. Щоб запобігти виникненню великих струмів самоіндукції, вживають застережні заходи, як, наприклад, спочатку зменшують силу струму в колі, а потім повністю вимикають струм: для екстреного вимикання ліній електропередач, навантажених великою індуктивністю, передбачені спеціальні вимикачі, розміщені в приміщеннях без людей і забезпечених іскрогасними пристроями.

Приклад 21.3. Чому дорівнює ЕРС самоіндукції, якщо в котушці з індуктивністю $L = 130 \text{ мГн}$ сила струму рівномірно зростає від $I_1 = 20,0 \text{ мА}$ до $I_2 = 28,0 \text{ мА}$ за час $\Delta t = 140 \text{ мс}$?

Розв’язок. Згідно (21.8) ЕРС самоіндукції для даного випадку виразимо так:

$$\mathcal{E}_{ci} = \left| -L \frac{\Delta I}{\Delta t} \right| = L \frac{I_2 - I_1}{\Delta t} = (130 \text{ мГн}) \frac{(28,0 - 20,0) \text{ мА}}{140 \text{ мс}} = 7,43 \text{ мВ}.$$

Приклад 21.4. Чому дорівнює індуктивність L котушки, ЕРС самоіндукції якої дорівнює $\mathcal{E}_{ci} = 6,50 \text{ В}$ при зміні сили струму від $I_1 = -12,0 \text{ мА}$ до $I_2 = 23,0 \text{ мА}$ за час $\Delta t = 11,0 \text{ мс}$?

Розв’язок. Індуктивність L котушки виразимо із (21.8):

$$L = \left| -\frac{\mathcal{E}_{ci} \Delta t}{\Delta I} \right| = \frac{\mathcal{E}_{ci} \Delta t}{I_2 - I_1} = \frac{(6,5 \cdot 10^3 \text{ мВ})(11,0 \text{ мс})}{(23,0 \text{ мА} + 12,0 \text{ мА})} = 2043 \text{ мГн} = 2,04 \text{ Гн}.$$

* Одиниця названа на честь американського фізика **Д. Генрі** (1797–1878), який незалежно від М. Фарадея відкрив явище електромагнітної індукції, але М. Фарадей перший опублікував відкриття даного явища.

Приклад 21.5. На котушці з індуктивністю $L = 0,32$ Гн збуджується ЕРС самоіндукції $\mathcal{E}_{ci} = 35$ В при збільшенні сили струму за час $\Delta t = 2,0$ мс від 0 до I . Чому дорівнює значення I ?

Розв'язок. Запишемо формулу (21.8) для нашого випадку:

$$\mathcal{E}_{ci} = \left| -L \frac{(I - 0)}{\Delta t} \right|,$$

звідки

$$I = \frac{\mathcal{E}_{ci} \Delta t}{L} = \frac{(35 \text{ В})(2,0 \cdot 10^{-3} \text{ с})}{0,32 \text{ В} \cdot \text{с} / \text{А}} = 0,22 \text{ А}.$$

§ 21.4. Взаємодукція

Розглянемо два контури, розмішені поблизу один одного (рис. 21.3). Нехай сила струму в контурі 1 дорівнює I_1 . Магнітний потік Φ , який створюється цим струмом, пропорційний I_1 . Позначимо через Φ_{21} частину потоку Φ , яка пронизує контур 2. За визначенням

$$\Phi_{21} = L_{21} I_1, \quad (21.9)$$

де L_{21} – коефіцієнт взаємної індукції контура 2 по відношенню до контура 1. При зміні сили струму I_1 в контурі 1 потік Φ_{21} також буде змінюватися і в контурі 2 виникатиме ЕРС індукції \mathcal{E}_2 , величина якої визначатиметься співвідношенням (21.3):

$$\mathcal{E}_2 = - \frac{d\Phi_{21}}{dt}. \quad (21.10)$$

Об'єднуючи (21.9) і (21.10), отримаємо, що

$$\mathcal{E}_2 = -L_{21} \frac{dI_1}{dt}. \quad (21.11)$$

Формула (21.11) зв'язує струм в контурі 1 з обумовленою цим струмом ЕРС індукції в контурі 2.

Очевидно, що все сказане можна повторити для випадку, коли струм змінюється в контурі 2, а ЕРС індукції виникає в контурі 1. Тоді

$$\mathcal{E}_1 = -L_{12} \frac{dI_2}{dt}, \quad (21.12)$$

де L_{12} – коефіцієнт взаємної індукції контура 1 по відношенню до контура 2. Можна показати, хоча тут ми цього робити не будемо, що $L_{12} = L_{21}$. Якщо покласти, що $L_{21} = L_{12} = L$, то можна записати

$$\mathcal{E}_1 = -L \frac{dI_2}{dt} \quad \text{і} \quad \mathcal{E}_2 = -L \frac{dI_1}{dt}. \quad (21.13)$$

Користуючись співвідношенням (21.8), можна сформулювати: **коефіцієнт взаємної індукції двох контурів L чисельно дорівнює магнітному потоку, який створюється одиничним струмом в одному із контурів і пронизуючому другий контур.** Із співвідношення (21.13) отримаємо інше визначення: **коефіцієнт взаємної індукції L двох контурів чисельно дорівнює ЕРС індукції, яка виникає в одному із контурів при зміні сили струму в іншому контурі на одиницю за одиницю часу.**

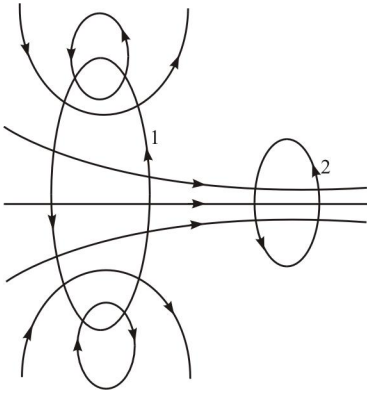


Рис. 21.3

Величина коефіцієнта взаємної індукції L визначається розмірами, формою і взаємним розміщенням контурів, а також матеріалом сердечника (залізо або інший ферромагнетик). Наприклад, чим ближче розміщені контури на рис. 21.3 один до одного, тим більший магнітний потік пройде через контур 2 і тим більший буде коефіцієнт взаємної індукції L_{21} .

Приклад 21.6. а) Виведіть формулу для індуктивності L соленоїда (довгої катушки), яка має N витків, довжину l і площу поперечного перерізу S . б) Розрахуйте L при $N = 100$, $l = 5,0$ см, $S = 0,30$ см². в) Розрахувати при тих же параметрах для соленоїда з залізним осердям з абсолютною магнітною проникністю $\mu_a = 4000\mu_0$.

Розв'язок. а) На рис. 21.4 наведено переріз довгого соленоїда. Всередині соленоїда магнітне поле однорідне, а ззовні практично рівне нулю. Для розрахунку індукції магнітного поля застосуємо закон Ампера. В якості контуру інтегрування виберемо контур $abcd$, проведений подалі від кінців соленоїда (рис. 21.4). Виділимо вклад в інтеграл від кожної із сторін прямокутника ab , bc , cd і da :

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_a^b \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_b^c \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_c^d \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_d^a \vec{B} \cdot d\vec{l}. \quad (1)$$

Першим членом в (1) можна знехтувати оскільки індукція поза соленоїдом дуже мала, вкладами другого і четвертого членів також

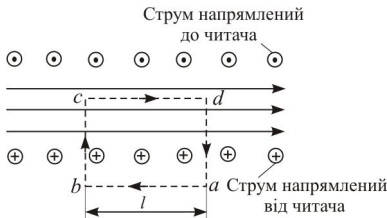


Рис. 21.4

можна знехтувати, оскільки напрямок вектора \vec{B} перпендикулярний відрізкам ad і bc всередині соленоїда, а ззовні і між витками індукція майже рівна нулю. Таким чином, в інтегралі по замкнутому контуру залишається тільки вклад

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_c^d \vec{B} \cdot d\vec{l} = Bl, \quad (2)$$

де B – індукція магнітного поля всередині соленоїда, l – довжина відрізка cd . Далі, якщо в обмотці соленоїда тече струм I , то всередині контуру інтегрування $abcd$ міститься струм величиною NI , де N – число витків всередині контуру. Тоді, згідно закону Ампера

$$Bl = \mu_0 NI, \quad (3)$$

або

$$B = \mu_0 nI \quad (\text{всередині соленоїда}), \quad (4)$$

де $n = N/l$ – число витків на одиницю довжини соленоїда.

Зараз можна знайти магнітний потік

$$\Phi = BS = \frac{\mu_0 NIS}{l}, \quad (5)$$

тоді, згідно (21.8)

$$L = \frac{N\Phi}{I} = \frac{\mu_0 N^2 S}{l}. \quad (6)$$

б) Підставляючи чисельні значення відповідних величин в формулу (6) ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Тл} \cdot \text{м} / \text{А}$), отримаємо:

$$L = \frac{(4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Тл} \cdot \text{м} / \text{А})(100)^2 (3,0 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2)}{5,0 \cdot 10^{-2} \text{ м}} = 7,5 \text{ мкГн}.$$

в) Значення L для соленоїда з залізним осердям вирахуємо за формулою (6), замінивши в ній μ_0 на $\mu_a = 4000\mu_0$. Тому індуктивність L буде в 4000 раз більшою: $L = 0,030 \text{ Гн} = 30 \text{ мГн}$.

§ 21.5. Зв'язок магнітного поля з електричним

Згідно з мікроскопічними уявленнями про електричний струм (§ 18.3), всередині провідника, по якому тече струм, існує електричне поле, під дією якого електрони набувають певної швидкості. У випадку руху провідника в магнітному полі (рис. 21.5) в контурі виникає індукційний струм, поява якого пояснюється дією сили Лоренца на рухомі носії зарядів (електрони). Це означає, що в провіднику існує електричне поле, напруженість якого за визначенням дорівнює $E = F/q$. Оскільки $F = qvB$ – є силою Лоренца, то

$$E = \frac{qvB}{q} = vB. \quad (21.14)$$

У векторному вигляді

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = \vec{v} \times \vec{B}. \quad (21.15)$$

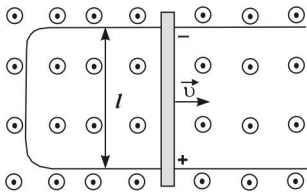


Рис. 21.5

У випадку виникнення ЕРС в нерухомому провіднику завдяки зміні магнітного потоку в контурі також виникає індукційний струм. Це також означає, що в провіднику існує електричне поле. Таким чином, ми приходимо до важливого висновку: **змінне магнітне поле призводить до виникнення електричного поля, яке уже далі і збуджує в замкнутому провіднику індукційний струм.**

Таке пояснення явища електромагнітної індукції вперше дав Д. Максвелл. Розвиваючи цю ідею, він створив теорію електромагнітного поля, яка добре підтверджується досвідом. Згідно теорії Максвелла **в будь-якому просторі (не тільки в провідниках), в якому змінюється магнітне поле, обов'язково виникає електричне поле з замкнутими лініями напруженості.**

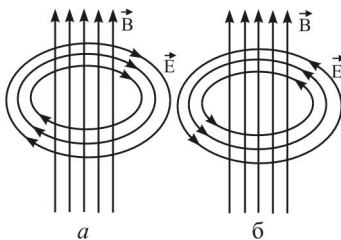


Рис. 21.6

Між електричними полями, які створюються нерухомими зарядами і електричними полями, які створюються змінними магнітними полями, існує важлива відмінність. Силкові лінії електричного поля в електростатиці починаються і закінчуються на електричних зарядах (замикаються на заряди). Силкові ж лінії електричного поля, що виникає в результаті зміни магнітного поля, є неперервними (замкнутими).

На рис. 21.6 прямі лінії зображають змінне магнітне поле із зростаючою індукцією \vec{B} (а) і убуючою індукцією \vec{B} (б), а замкнуті лінії – елек-

тричне поле, яке виникло, з напруженістю \vec{E} . Якщо в цьому просторі виявиться провідник, то на ньому виникне ЕРС індукції, а значить і індукційний струм. На рис. 21.6 видно, що силові лінії магнітного і електричного полів розміщені у взаємно перпендикулярних площинах. Досвід показує, що вектор індукції \vec{B} магнітного поля в кожній точці простору перпендикулярний вектору напруженості \vec{E} , створеного ним електричного поля. Саме тому максимальна ЕРС індукції в прямолінійному провіднику виникає тоді, коли він рухається строго перпендикулярно до ліній індукції магнітного поля.

§ 21.6. Струми Фуко

У 1855 р. французький фізик Ж. Фуко (1819 – 1868) звернув увагу, що якщо суцільне провідне середовище (металічне тіло, наприклад) переміщати в магнітному полі, або змінювати з часом індукцію магнітного поля, в якому знаходиться суцільне провідне середовище, або якщо має місце і те і інше, то провідне середовище нагрівається. Далі Фуко встановив, що причиною цього є виникнення в провідному середовищі під дією магнітного поля замкнутих (вихрових) індукційних струмів, які згодом були названі струмами Фуко (рис. 21.7). Якщо електричний опір провідного середовища невеликий, то сила струмів Фуко в ньому може досягати великих значень.

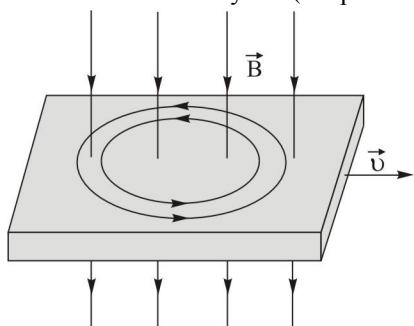


Рис. 21.7

Оскільки ЕРС індукції пропорційна швидкості зміни потоку магнітної індукції, то величина струмів Фуко тим більша, чим швидше змінюватиметься магнітне поле, в яке внесено даний провідник. Швидкозмінне магнітне поле можна отримати всередині соленоїда, якщо по його обмотці пропускати високочастотний змінний струм. Якщо в таке швидкозмінне магнітне поле внести масивне добре провідне тіло (наприклад, шматок заліза), то в ньому виникнуть струми Фуко такої сили, що Ленц-Джоулевої теплоти, яка при цьому виділиться, вистачить, щоб не тільки розжарити це тіло, але і розплавити його. Цей метод широко використовується для плавки металів в спеціальних високочастотних індукційних печах.

В медицині явище виникнення індукційних вихрових струмів використовується для прогрівання біологічних тканин і органів. Такий лікувальний метод називається **індуктотермією**.

В медицині явище виникнення індукційних вихрових струмів використовується для прогрівання біологічних тканин і органів. Такий лікувальний метод називається **індуктотермією**.

Якщо струми Фуко виникають внаслідок руху провідника в магнітному полі, то ці струми згідно закону Ленца гальмують рух провідника. Гальмівна сила, яка породжується вихровими струмами пропорційна відношній швидкості провідника і магнітного поля. В деяких електричних машинах і приладах цей ефект використовується в якості гальма. Наприклад, радіальні пили, як правило, обладнуються підковоподібним магнітом, який при відключенні приводу пили опускається над її лезом. Струми Фуко, які при цьому виникають, швидко зупиняють пилу.

В багатьох випадках виникнення вихрових струмів є шкідливим. Наприклад, вихрові струми в роторах електродвигунів або генераторів викликають гальмування. В сердечниках трансформаторів і взагалі в металічних сердечниках всіляких обмоток вихрові струми призводять до виділення в них теплоти. Щоб уникнути виникнення вихрових струмів, ротори або сердечники виготовляють не суцільними, а із тонких залізних пластинок, розділених ще більш тонкими шарами ізоляційного матеріалу (емаль, слюда тощо). Така конструкція не дозволяє виникнення вихрових струмів в перпендикулярному напрямку до

пластин.

Струми Фуко виникають в провіднику, по якому тече змінний струм. Тут виникнення струмів Фуко призводить до появи ефекту, названого **скін-ефектом**. Суть його полягає в наступному. Коли по провіднику з незмінним поперечним перерізом тече змінний струм, то він створює в провіднику змінне магнітне поле, яке призводить до виникнення в провіднику індукційних струмів Фуко. Ці струми всередині поблизу осі провідника направлені назустріч основному струму, а на поверхні провідника їх напрямки співпадають з напрямком первинного струму (рис. 21.8). В результаті всередині провідника величина струму зменшується, а біля поверхні збільшується, тобто відбувається перерозподіл густини струму по перерізу провідника.

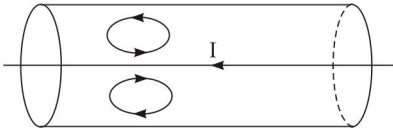


Рис. 21.8

Перерозподіл густини змінного струму по перерізу провідника залежить від частоти струму. При швидкозмінних струмах густина струму поблизу осі провідника практично дорівнює нулю, і весь струм тече по поверхні провідника, що призводить до збільшення опору провідника із збільшенням частоти струму. Оскільки внутрішня частина провідника не є корисною, то з метою економії металу для передачі швидкозмінних височастотних струмів провідники виготовляють порожнистими.

В суцільних провідниках внаслідок скін-ефекту тепло виділяється переважно біля поверхні провідника. Цей ефект лежить в основі методу поверхневого загартування сталі.

§ 21.7. Енергія магнітного поля

При протіканні по провіднику постійного електричного струму вся потужність струму йде на виділення ланц-джоулевої теплоти. У випадку непостійних зростаючих або спадаючих струмів ці процеси протікають дещо інакше. Справа в тому, що при зміні сили струму в контурі виникає ЕРС самоіндукції: при зростанні струму в колі ЕРС самоіндукції направлена проти ЕРС, яка збуджує струм, і струм в колі спадає; при спаданні струму в контурі ЕРС самоіндукції того ж напрямку, що і зовнішня ЕРС, і струм в колі зростає, а, значить, ланц-джоулевої теплоти виділяється більше, ніж виділилось би при заданій зовнішній ЕРС. Очевидно, що зайва робота, яка затрачається при зростанні струму, могла піти на створення якогось іншого виду енергії, яка потім, при зменшенні сили струму, виділилась би знову в колі. Оскільки із збільшенням струму збільшується і створюване ним магнітне поле, то, очевидно, що енергія, яка при цьому виникає, є **енергією магнітного поля**.

Розглянемо котушку з індуктивністю L , в якій сила струму зростає від нуля до деякого кінцевого значення I . При зростанні струму на котушці виникає ЕРС самоіндукції \mathcal{E}_{ci} . Робота проти цієї ЕРС і йде на утворення енергії магнітного поля, яка дорівнює

$$dA = I \mathcal{E}_{ci} dt, \quad (21.17)$$

де I – сила струму в даний момент часу, dt – проміжок часу, за який виконується робота. Використовуючи формули (21.7) і (21.8), останнє співвідношення запишеться так:

$$dA = I \frac{d\Phi}{dt} dt = I d\Phi = IL dI, \quad (21.18)$$

де Φ – потік індукції, який пронизує витки котушки. Щоб отримати повну роботу, яка виконується при зростанні струму від нуля до даного значення I , вираз (21.18) необхідно проінтегрувати в межах від 0 до I . Тоді

$$A = \int_0^l dA = \int_0^l I l dI = \frac{1}{2} L I^2. \quad (21.19)$$

Ця робота дорівнює енергії, якою запаслася котушка при протіканні по ній струму величиною I :

$$W = \frac{1}{2} L I^2. \quad (21.20)$$

Формулу (21.20) можна порівняти з формулою для енергії конденсатора при різниці потенціалів U на його обкладинках:

$$W_E = \frac{1}{2} C U^2 \quad (21.21)$$

(див. § 17.15).

Енергію зарядженого конденсатора (21.21) розглядають як енергію електростатичного поля. Аналогічно енергію, якою запаслася котушка при протіканні по ній струму (21.20), можна представити як енергію її магнітного поля.

Виразимо енергію магнітного поля через його індукцію B і напруженість H . Для цього скористаємось результатами прикладу 21.6, відповідно до якого індукція магнітного поля котушки $B = \mu_0 N I / l$ (ф-ла (3)), а індуктивність котушки $L = \mu_0 N^2 S / l$ (формула (6)), де N – число витків котушки, l і S – відповідно її довжина і площа поперечного перерізу. Тоді

$$W_B = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 N^2 S}{l} \left(\frac{B l}{\mu_0 N} \right)^2 = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} S l. \quad (21.22)$$

Ця енергія зосереджена всередині всього об'єму котушки $V = S l$. Якщо праву частину (21.22) розділити на об'єм котушки, то отримаємо формулу для енергії в одиниці об'єму, або **об'ємної густини енергії**:

$$w_B = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0}, \quad (21.23)$$

або

$$w_H = \frac{1}{2} \mu_0 H^2. \quad (21.24)$$

В формулі (21.24) використано вираз (20.1).

Формули (21.23) і (21.24) отримані для часткового випадку, але вони справедливі для будь-якої області простору, де існує магнітне поле. В присутності феромагнітної речовини в формулах (21.23) і (21.24) потрібно зробити заміну $\mu_0 \rightarrow \mu_0 \mu$.

22 ЗМІННИЙ ЕЛЕКТРИЧНИЙ СТРУМ

§ 22.1. Основні характеристики змінного струму

Під змінним струмом розуміють струм, що виникає в колі, в якому ЕРС (напруга) залежить від часу. Часто ця залежність виражається синусоїдальною функцією

$$U = U_0 \sin \omega t = U_0 \sin 2\pi \nu t. \quad (22.1)$$

Напруга U періодично змінюється між $+U_0$ і $-U_0$ (рис. 22.1). Величину U_0 називають амплітудним (амплітудою) або **максимальним значенням напруги**. Частоту ω називають коловою (циклічною) частотою, яка з лінійною частотою ν (числом коливань за секунду) та періодом T зв'язана співвідношенням: $\omega = 2\pi \nu = 2\pi / T$.

Якщо до опору R прикладена змінна напруга U , то згідно закону Ома

$$I = \frac{U}{R} = \frac{U_0}{R} \sin 2\pi \nu t = I_0 \sin 2\pi \nu t. \quad (22.2)$$

Тут $I_0 = U_0 / R$ називають **амплітудним (максимальним) значенням сили струму**. Із рис. 22.2 видно, що в першу половину періоду змінний струм тече в одному напрямку, а

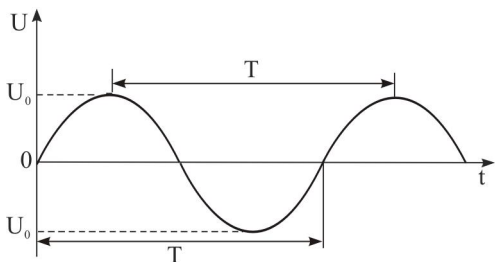


Рис. 22.1

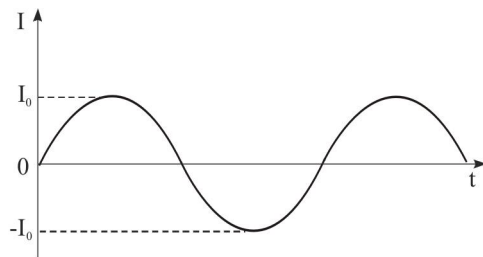


Рис. 22.2

в другу половину періоду – в протилежному напрямку. Із цього зрозуміло, що при синусоїдальному змінному струмі значення напруги і сили струму за період дорівнюють нулю і не можуть служити їх характеристиками. Однак середнє значення квадрата сили струму $\langle I^2 \rangle$ за період не дорівнює нулю. Тому для характеристики змінного струму користуються поняттям **діючого** або **ефективного** значення сили змінного струму: **діючим значенням змінного струму називають силу такого постійного струму, який за час, рівного одному періоду змінного струму, виділяє стільки ж тепла, скільки останній за той же час**.

Доведено, що діюче значення синусоїдального струму I_0 в $\sqrt{2}$ рази менше амплітудного значення струму I_0 , тобто

$$I_{\partial} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = 0,707I_0. \quad (22.3)$$

Оскільки напруга і ЕРС також змінюються синусоїдально, то їх ефективні (діючі) значення дорівнюють

$$\left. \begin{aligned} U_{\partial} &= \frac{U_0}{\sqrt{2}} = 0,707U_0, \\ \mathcal{E}_{\partial} &= \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{2}} = 0,707\mathcal{E}_0. \end{aligned} \right\} \quad (22.4)$$

На рис. 22.3 зображено діюче значення змінного синусоїдального струму I_{∂} , яке має сталу величину за весь період. Звичайний змінний струм, який використовується в побуті, має напругу $U = 220 \text{ В}$. Це є ефективне (діюче) значення напруги. Щоб знайти його амплітудне значення U_0 , потрібно U_{∂} помножити на $\sqrt{2}$ ($U_0 = 310 \text{ В}$).

Потужність, яка виділяється на опорі R , дорівнює

$$P = I_{\partial}^2 R = \frac{I_0^2 R}{2}, \quad (22.5)$$

або

$$P = \frac{U_{\partial}^2}{R} = \frac{U_0^2}{2R} = \frac{1}{2} I_0 U_0. \quad (22.6)$$

Зауважимо насамкінець, що шкали вимірювальних приладів змінного струму (амперметри і вольтметри) проградуйовані саме в діючих (ефективних) значеннях.

Приклад 22.1. Довести, що I_{∂} дорівнює середньоквадратичному значенню сили струму $\sqrt{\langle I^2 \rangle}$ ($I_{\partial} = \sqrt{\langle I^2 \rangle}$).

Розв'язок. Потужність, що виділяється на опорі R , дорівнює $P = I^2 R$ і від напрямку струму не залежить. Одна і та ж потужність виділяється як струмом $+I$, так і струмом $-I$. У випадку змінного струму потрібно враховувати, що значення струму (або точніше величина I^2) змінюється з часом. Тому нас цікавить середнє значення I^2 :

$$\langle I^2 \rangle = I_0^2 \langle \sin^2 2\pi vt \rangle. \quad (1)$$

Середнє значення квадрата синуса дорівнює $1/2$. Тоді

$$\langle I^2 \rangle = \frac{I_0^2}{2}. \quad (2)$$

Якщо візьмемо корінь квадратний із $\langle I^2 \rangle$, то отримаємо середньоквадратичне значення сили струму, яке і є діючим значенням сили струму:

$$\sqrt{\langle I^2 \rangle} = I_{\partial} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}. \quad (3)$$

Приклад 22.2. Яке максимальне значення (амплітуда) змінного струму, який призводить до виділення потужності $P = 60 \text{ Вт}$ на лампі розжарювання, яка має опір $R = 100 \text{ Ом}$.

Розв'язок. Амплітудне значення змінного струму виразимо із формули (22.5):

$$I_0 = \sqrt{\frac{2P}{R}} = \sqrt{\frac{2(60 \text{ Вт})}{100 \text{ Ом}}} = 1,10 \text{ А.}$$

§ 22.2. Отримання синусоїдального змінного струму

В основі методу отримання синусоїдального змінного струму лежить явище електромагнітної індукції. Найпростіша модель генератора змінного струму наведена на рис.

22.4. Генератор складається із двох нерухомих полюсів N і S магнітів, які створюють між

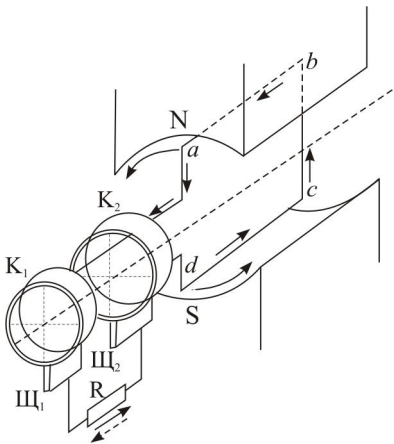


Рис. 22.4

ними однорідне магнітне поле з індукцією \vec{B} . Між полюсами міститься циліндричний ротор, на поверхні якого в спеціальний паз укладено в діаметральній площині дрітаний виток (контур) $abcd$, кінці якого приєднані до двох кілець K_1 і K_2 , закріплених на валі ротора. Ротор, а разом з ним і виток з кільцями, приводиться в обертальний рух з постійною кутовою швидкістю окремим двигуном. На кільця накладено нерухомі щітки ψ_1 і ψ_2 , до яких приєднується зовнішнє коло зі споживачем електричного струму R . Під час обертання контуру (витка) магнітний потік, який його пронизує, періодично змінюється згідно (21.1):

$$\Phi = BS \cos \varphi = BS \cos \omega t,$$

де S – площа, обмежена контуром, B – індукція магнітного поля, $\varphi = \omega t$ – кут повороту контура

($\varphi = 0$ при $B \perp S$), внаслідок чого в контурі виникає періодично змінна ЕРС індукції, яка згідно з законом електромагнітної індукції дорівнює:

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt} = BS\omega \sin \omega t.$$

Максимальне (амплітудне) значення ЕРС індукції отримується при $\varphi = \omega t = \pi/2$ (коли площа, охоплена контуром, перпендикулярна лініям індукції поля) і дорівнює $\mathcal{E}_m = \mathcal{E}_0 = BS\omega$, тому

$$\mathcal{E}_i = \mathcal{E}_m \sin \omega t = \mathcal{E}_0 \sin \omega t = \mathcal{E}_0 \sin 2\pi \nu t. \quad (22.8)$$

Якщо контур замкнути на зовнішнє коло, то в колі потече синусоїдальний змінний струм

$$I = \frac{\mathcal{E}_i}{R} = \frac{\mathcal{E}_m}{R} \sin \omega t = I_m \sin \omega t, \quad (22.9)$$

або

$$I = I_0 \sin \omega t = I_0 \sin 2\pi \nu t, \quad (22.10)$$

де $I_m = I_0 = \mathcal{E}_m / R$ – максимальне (амплітудне) значення струму, R – опір контуру і зовнішньої частини кола.

Розглянутий принцип отримання ЕРС лежить в основі будови більшості генераторів змінного струму. В реальному генераторі обертається не один контур, а N – контурів, які являють собою котушку із провідника, намотаного на залізне осердя, що обертається в

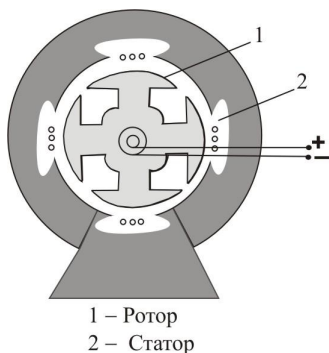
магнітному полі. Ця частина генератора, як уже відмічалось, називається **ротором** або **якорем**. Збуджені в кожному із N витків ЕРС додаються. Збуджена у такому генераторі, ЕРС дорівнює

$$\mathcal{E}_i = NBS\omega \sin \omega t. \quad (22.11)$$

Частина генератора, яка створює магнітне поле, в якому обертається ротор, називається **статором**. Статор є нерухомою частиною генератора.

В сучасних генераторах змінного струму ротор і статор міняють місцями. В циліндричній порожнині статора, виготовленого із спеціальної електротехнічної сталі, обертається постійний магніт (у малопотужних генераторах) або електромагніт (у потужних). Обмотка, в якій збуджується ЕРС індукції, вкладається у вигляді послідовно з'єднаних рамок у спеціальні пази статора. Магнітна система генератора конструюється так, щоб під час обертання електромагніту індукція \vec{B} магнітного поля змінювалась за законом $B = B_m \cos \varphi$, де $\varphi = \omega t$ – кут, утворений вектором \vec{B} з площиною рамки. Тоді в рамці збуджується ЕРС індукції, $\mathcal{E}_i = \omega B_m \sin \omega t$. На рис. 22.5 показано схематично магнітну систему сучасного генератора змінного струму.

Доцільність робити обертовим електромагніт, а не робочу обмотку генератора, пояснюється тим, що конструктивно не можна зняти струм великої потужності з якоря, що обертається. Невеликий струм до рухомого електромагніту підводиться за допомогою ковзаючих контактів (колектор). Обмотку статора, в якій індукується потужний струм, за допомогою нерухомих контактів (шин) з'єднують з лінією електропередач.



1 – Ротор
2 – Статор

Рис. 22.5

§ 22.3. Закон Ома для кіл змінного струму з омичним опором, ємністю та індуктивністю

1. Опір в колі змінного струму. Якщо до джерела змінної ЕРС під'єднати тільки опір R (рис. 22.6), який у колі змінного струму називається **активним опором**, то згідно закону Ома

$$I = \frac{U}{R} = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{\mathcal{E}_0}{R} \sin \omega t, \quad (22.12)$$

де U – напруга на опорі в даний момент часу (причому $U = \mathcal{E}$), \mathcal{E}_0 – амплітудне значення ЕРС. Амплітудне значення сили струму

$$I_0 = \frac{U_0}{R} = \frac{\mathcal{E}_0}{R}. \quad (22.13)$$

Електрична енергія на опорі переходить в теплову. Теплова потужність дорівнює

$$\langle P \rangle = \frac{U_{\phi}^2}{R} = I_{\phi}^2 R \quad (22.14)$$

(див. § 22.1). Таким чином, потужність у колі з активним опором вимірюється через діючі значення. Струм і напруга на опорі співпадають за фазою (рис. 22.7). Насамкінець, зауважимо, що при вмиканні в коло змінного струму активного опору, закон Ома зали-

шається справедливим як для миттєвих (22.12) та амплітудних (22.13), так і для діючих

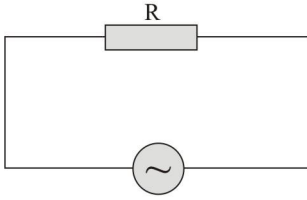


Рис. 22.6

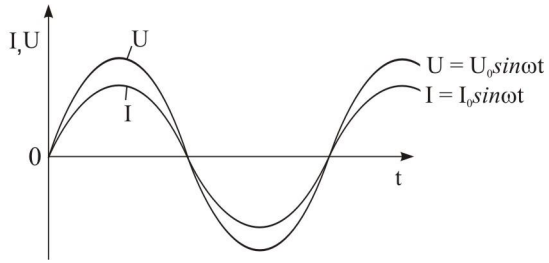


Рис. 22.7

значень $I_0 = U_0 / R$.

2. Ємність у колі змінного струму. Якщо у коло постійного струму послідовно увімкнути конденсатор C , то його обкладки швидко набудуть однакового за величиною і протилежного за знаком заряду (конденсатор зарядиться), і струм у колі припиниться. Постійний струм через конденсатор не тече. Коли ж конденсатор увімкнути у коло змінного струму (рис. 22.8), то в колі весь час проходитиме струм. Це відбувається завдяки

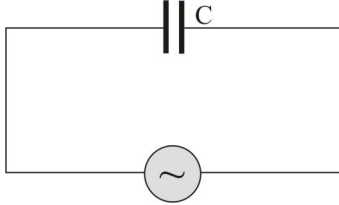


Рис. 22.8

тому, що при вмиканні напруги змінного струму відбувається накопичення заряду на конденсаторі: одна обкладка заряджається додатно, а інша – від'ємно. Однак не встигає конденсатор повністю зарядитися, як полярність напруги змінюється, і заряди починають рухатися в протилежному напрямку. Тому змінний струм в колі тече до тих пір, поки до конденсатора прикладена змінна напруга.

Розглянемо цей процес детальніше. Згідно другого правила Кірхгофа ЕРС джерела в будь-який момент дорівнює напрузі на обкладках конденсатора (див. формулу (17.29)):

$$U = \frac{Q}{C} = \mathcal{E}_0 \sin \omega t. \quad (22.15)$$

Враховуючи, що $I = \frac{dQ}{dt}$, та виразивши попередньо із формули (22.15) $Q = \mathcal{E}_0 C \sin \omega t$, отримаємо:

$$I = \frac{dQ}{dt} = \mathcal{E}_0 C \omega \cos \omega t, \quad (22.16)$$

або

$$I = I_0 \sin(\omega t + 90^\circ), \quad (22.17)$$

де

$$I_0 = \mathcal{E}_0 C \omega \quad (22.18)$$

є амплітудне значення сили струму. При переході від формули (22.16) до формули (22.17) використана тригонометрична тотожність $\cos \omega t = \sin(\omega t + 90^\circ)$. На рис. 22.9 наведено графіки сили струму I і напруги U на конденсаторі, із яких видно (як і із формули (22.17)), що сила струму і напруга не співпадають за фазою: сила струму випереджає напругу на 90° . Це означає, що сила струму досягає максимального значення на чверть періоду ра-

ніше, ніж напруга.

Прийчину цього розходження можна зрозуміти із наступних міркувань. В точці a на рис. 22.9, коли напруга тільки починає зростати, заряд на обкладках конденсатора рівний нулю, тому заряд безперешкодно тече до обкладок і сила струму велика (максимальна). Коли напруга наближається до максимального значення, заряд, що нагромадився на обкладках конденсатора, перешкоджає дальшому надходженню заряду і сила струму зменшується до нуля (точка b). Далі, коли напруга U зменшується, заряд, що нагромадився на обкладках конденсатора, починає відходити з них, і сила струму зростає, але вже в протилежному напрямку, і, коли напруга $U = 0$, сила струму досягає максимального значення (точка c). Таким чином, струм змінюється у відповідності (22.17), випереджаючи напругу на 90° .

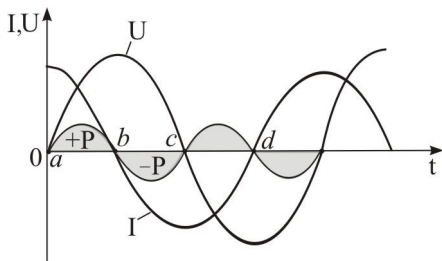


Рис. 22.9

Внаслідок того, що напруга і сила струму відрізняються за фазою на 90° споживана потужність від джерела в середньому дорівнює нулю і не відбувається перетворення енергії в тепло. Дійсно, аналізуючи криву потужності (рис. 22.9), можна помітити, що протягом першої чверті періоду — від точки a до точки b — вона додатна — конденсатор заряджається. Протягом другої чверті періоду — від точки b до точки c — потужність від'ємна — конденсатор розряджається і вона точно компенсує додатний вклад першої частини періоду. Аналогічні міркування можна поширити і на другу частину періоду. Таким чином, середня потужність за один повний цикл дорівнює нулю. Легко можна дійти висновку, що енергія джерела переходить в енергію електричного поля конденсатора, де вона і акумулюється, а потім поле зменшується — енергія знову повертається до джерела. Втрат енергії в цьому процесі не відбувається.

Враховуючи (22.18), можна записати співвідношення, еквівалентне закону Ома, яке зв'язує максимальні значення струму і напруги на конденсаторі:

$$U_0 = I_0 X_C = \frac{I_0}{\omega C}. \quad (22.19)$$

Величину $X_C = 1/\omega C$ називають **реактивним ємнісним опором**. Вимірюється X_C в омах. Формула (22.19) справедлива і для діючих значень:

$$U_\phi = \frac{I_\phi}{\omega C}. \quad (22.20)$$

Таким чином, конденсатор в колі змінного струму утруднює протікання заряду, оскільки на його обкладках накопичується заряд.

Зауважимо, насамкінець, що чим більша частота, тим менший реактивний ємнісний опір X_C . Активний опір R в колі змінного струму від частоти змінного струму не залежить.

Приклад 22.3. Яким опором володіє конденсатор ємністю $C = 40$ мкФ на частоті $\nu = 60$ МГц?

Розв'язок. Згідно (22.19)

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi\nu C} = \frac{1}{2(3,14)(6 \cdot 10^7 \text{ Гц})(4 \cdot 10^{-5} \text{ Ф})} = 6,6 \cdot 10^{-5} \text{ Ом}.$$

Приклад 22.4. Визначити максимальне (амплітудне) і діюче значення сили струму в колі на рис. 22.8, якщо $C = 1,0 \text{ мкФ}$ і $U_0 = 120 \text{ В}$ при: а) $\nu = 60 \text{ Гц}$; б) $\nu = 6,0 \cdot 10^5 \text{ Гц}$.

Розв'язок. а) Згідно (22.4)

$$U_0 = \sqrt{2}U_{\text{д}} = \sqrt{2}120 \text{ В} = 170 \text{ В}.$$

Із (22.19) знайдемо, що

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi\nu C} = \frac{1}{2(3,14)(60 \text{ с}^{-1})(1,0 \cdot 10^{-6} \text{ Ф})} = 2,7 \text{ кОм}.$$

Тоді

$$I_0 = \frac{U_0}{X_C} = \frac{170 \text{ В}}{2,7 \cdot 10^3 \text{ Ом}} = 63 \text{ мА},$$

$$I_{\text{д}} = \frac{U_{\text{д}}}{X_C} = \frac{120 \text{ В}}{2,7 \cdot 10^3 \text{ Ом}} = 44 \text{ мА}.$$

б) При $\nu = 6,0 \cdot 10^5 \text{ Гц}$ отримаємо $X_C = 0,27 \text{ Ом}$ і тоді $I_0 = 630 \text{ А}$, $I_{\text{д}} = 440 \text{ А}$. Як видно, реактивний опір істотно залежить від частоти.

3. Індуктивність в колі змінного струму. Нехай в коло змінного струму увімкнено котушку з індуктивністю L (рис. 22.10). Ємністю та активним опором знехтуємо. Оскільки

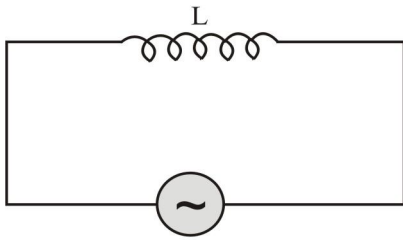


Рис. 22.10

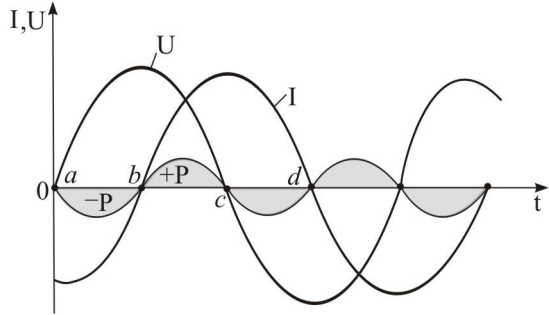


Рис. 22.11

ки через котушку проходить змінний струм, то навколо її витків утвориться змінне магнітне поле, яке буде збуджувати ЕРС самоіндукції, яка за величиною дорівнює ЕРС джерела, але протилежна до неї. Тоді для розглядуваного кола маємо:

$$\mathcal{E} - L \frac{dI}{dt} = 0, \quad (22.21)$$

де \mathcal{E} – ЕРС джерела, $\mathcal{E}_{ci} = -L dI / dt$ – ЕРС самоіндукції, або

$$L \frac{dI}{dt} = \mathcal{E}_0 \sin \omega t,$$

звідки

$$\frac{dI}{dt} = \frac{\mathcal{E}_0}{L} \sin \omega t,$$

і, проінтегрувавши останній вираз, маємо:

$$I = -\frac{\mathcal{E}_0}{\omega L} \cos \omega t. \quad (22.22)$$

Враховуючи, що $\cos \omega t = -\sin(\omega t - 90^\circ)$, останній вираз набуде вигляду:

$$I = I_0 \sin(\omega t - 90^\circ), \quad (22.23)$$

де

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{L\omega}. \quad (22.24)$$

Із графіків сили струму I і напруги U , наведених на рис. 22.11, видно, що сила струму відстає від напруги на 90° . Це є причиною того, що середнє значення потужності за один повний період, як і у випадку ємності в колі змінного струму, дорівнює нулю (рис. 22.11). Неважко зрозуміти, що енергія джерела переходить в енергію магнітного поля котушки. Далі магнітне поле зменшується і енергія знову повертається до джерела. Додатні площі потужності (рис. 22.11) відповідають моменту часу, коли котушка споживає енергію, яка зосереджується в ній у вигляді магнітного поля. Від'ємні площі відповідають поверненню цієї енергії джерелу (в мережу).

Як і у випадку кола з ємністю, можна записати співвідношення між максимальними значеннями сили струму I_0 і напруги U_0 на котушці:

$$U_0 = I_0 X_L = \omega L I_0, \quad (22.25)$$

де $X_L = \omega L$ називають **реактивним індуктивним опором** (тут врахована формула (22.24)). Як видно із (22.25), реактивний індуктивний опір прямо пропорційний частоті змінного струму.

Реактивний індуктивний опір також вимірюється в омах. Формула (22.25) справедлива і для діючих значень напруги і струму

$$U_\phi = \omega L I_\phi, \quad (22.26)$$

однак вона не виконується для миттєвих значень струму і напруги, оскільки вони не співпадають за фазою.

Приклад 22.5. При під'єднанні котушки індуктивності до джерела змінної напруги $U_\phi = 120 \text{ В}$, ($\nu = 60 \text{ Гц}$) сила струму через котушку дорівнює $I_\phi = 4,6 \text{ А}$. Визначити індуктивність і індуктивний опір котушки.

Розв'язок. Індуктивний опір виразимо із формули (22.25):

$$X_L = \frac{U_\phi}{I_\phi} = \frac{120 \text{ В}}{4,6 \text{ А}} = 26 \text{ Ом}.$$

Індуктивність котушки виразимо із формули (22.26):

$$L = \frac{U_\phi}{I_\phi \omega} = \frac{U_\phi}{2\pi\nu I_\phi} = \frac{120 \text{ В}}{2(3,14)(60 \text{ с}^{-1})(4,6 \text{ А})} = 69 \text{ мГн}.$$

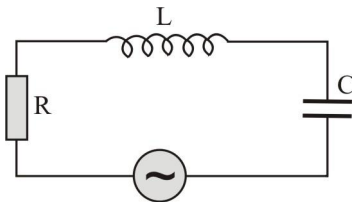


Рис. 22.12

4. Коло змінного струму з активним опором, ємністю і індуктивністю. Припустимо, що коло складається із послідовно з'єднаних резистора з опором R , котушки з індуктивністю L і конденсатора з ємністю C (рис. 22.12). Якщо коло під'єднати до джерела змінного струму, то в колі потече струм. Закон Ома для цього кола запишеться так:

$$I_\phi = \frac{U_\phi}{Z}, \quad (22.27)$$

де I_0 і U_0 – відповідно діючі значення сили струму і напруги.

Величину Z називають **повним опором** або **імпедансом кола**. Імпеданс кола зв'язаний з активним і реактивними опорами кола наступним чином:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}. \quad (22.28)$$

Подібний вигляд виразу, який визначає імпеданс, обумовлений тим, що напруга і струм в індукційній котушці і конденсаторі зв'язані між собою таким же простим відношенням, як напруга і струм на резисторі.

Таким чином, діюче значення струму в RCL – колі дорівнює

$$I_0 = \frac{U_0}{Z} = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}. \quad (22.29)$$

Із (22.29) видно, що сила струму в RCL – колі залежить від частоти напруги, що живить коло. Очевидно, що сила струму в колі буде максимальною при частоті, яка задовольняє умові

$$(\omega L - \frac{1}{\omega C}) = 0,$$

звідки

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}. \quad (22.30)$$

Якщо $\omega = \omega_0$, в колі спостерігатиметься **резонанс**. За цієї умови $X_C = X_L$, тому імпеданс відповідає тільки активному опору. На рис. 22.13 показано залежність I_0 від частоти ω для двох різних значень R (значення U_0 , L і C фіксовані). Чим менше R , тим гостріший резонанс. Резонанс в електричному колі аналогічний механічному резонансу.

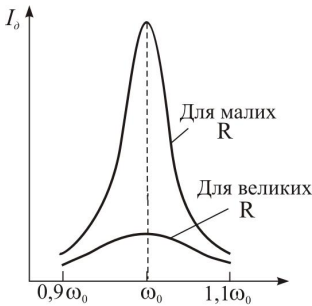


Рис. 22.13

У двох попередніх випадках було показано, що струм і напруга не співпадають за фазою: у колі змінного струму з ємністю струм випереджає напругу на 90° ; у колі змінного струму з індуктивністю навпаки напруга випереджає струм на 90° . У RCL – колі струм і напруга також не співпадають за фазою. Зсув фаз визначається співвідношенням:

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}, \quad (22.31)$$

де φ – зсув фаз. Якщо $X_L > X_C$, то струм у колі відставатиме за фазою від напруги на кут φ ; якщо $X_L < X_C$, то струм в колі випереджатиме напругу на кут φ .

Насамкінець, визначимо потужність, що виділяється в колі. Вище ми вже з'ясували, що потужність виділяється тільки на активному опорі. Тому

$$<P> = I_0^2 R.$$

Оскільки, згідно (22.31), $R = Z \cos \varphi$, то

$$\langle P \rangle = I_0^2 Z \cos \varphi = I_0 U_0 \cos \varphi. \quad (22.32)$$

В (22.32) враховано формулу (22.27). Коефіцієнт $\cos \varphi$ називається **коефіцієнтом потужності** кола. Для чисто активного опору $\cos \varphi = 1$ і $\langle P \rangle = I_0 U_0$. Для чисто реактивного опору (ємнісного чи індуктивного) $\cos \varphi = 0$ і потужність дорівнює нулю.

Приклад 22.5. В коло послідовно включені активний опір $R = 25 \text{ Ом}$, котушка з індуктивністю $L = 30 \text{ мГн}$ і конденсатор ємністю $C = 12 \text{ мкФ}$. Коло під'єднане до джерела змінної напруги ($U_0 = 90 \text{ В}$, $\nu = 500 \text{ Гц}$). Розрахувати: а) силу струму в колі; б) напругу на кожному із елементів кола; в) зсув фаз; г) потужність, що виділяється в колі.

Розв'язок. а) Спочатку знайдемо окремо індуктивний і ємнісний опори при $\nu = 500 \text{ с}^{-1}$:

$$X_L = 2\pi \nu L = 2(3,14)(500 \text{ с}^{-1})(3 \cdot 10^{-2} \text{ Гн}) = 94 \text{ Ом},$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi \nu C} = \frac{1}{2(3,14)(500 \text{ с}^{-1})(12 \cdot 10^{-6} \text{ Ф})} = 26,5 \text{ Ом}.$$

Повний імпеданс дорівнює

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{(25 \text{ Ом})^2 + (94 \text{ Ом} - 26,5 \text{ Ом})^2} = 72 \text{ Ом}.$$

Згідно (22.29)

$$I_0 = \frac{U_0}{Z} = \frac{90 \text{ В}}{72 \text{ Ом}} = 1,25 \text{ А}.$$

б) Діючі значення напруги на кожному із елементів кола дорівнюють

$$(U_R)_0 = I_0 R = (1,25 \text{ А})(25 \text{ Ом}) = 31,3 \text{ В},$$

$$(U_L)_0 = I_0 X_L = (1,25 \text{ А})(94 \text{ Ом}) = 117,5 \text{ В},$$

$$(U_C)_0 = I_0 X_C = (1,25 \text{ А})(26,5 \text{ Ом}) = 33,1 \text{ В}.$$

в) Згідно (22.31)

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{25 \text{ Ом}}{72 \text{ Ом}} = 0,35; \quad \varphi = 69,7^\circ.$$

г) Потужність дорівнює

$$P = I_0 U_0 \cos \varphi = (1,25 \text{ А})(90 \text{ В})(0,35) = 39,4 \text{ Вт}.$$

§ 22.4. Дія струму на людину

Більшість функцій організму обумовлені електричними взаємодіями. Дихання, удари серця та робота м'язів контролюються електричними струмами. Інформація від різних органів чуттів передається в мозок за допомогою електричних сигналів. Поряд з тим струми від зовнішніх джерел при проходженні через життєво важливі органи можуть викликати ушкодження і навіть смерть людини.

Важкість ушкодження залежить від сили струму, тривалості його дії і від того, по якому шляху струм протікає в тілі людини. Особливо чутливі до дії струму серце і мозок людини, оскільки можливе порушення їх діяльності.

Величина струму, що протікає по тілу, залежить від його опору (при заданій зовнішній напрузі). Очевидно, величина струму, що протікає через тіло, в основному залежить від стану тіла в точці контакту. Внутрішні тканини володіють дуже малим опором,

оскільки рідина, що знаходиться в них, містить іони і добре проводить електричний струм. Суха шкіра володіє високим опором. Опір між двома крайніми точками тіла при сухій шкірі може досягати 10^5 Ом і більше. При мокрій шкірі опір складає близько 1 % від наведеного значення. Повний опір тіла між спітнілими руками складає близько 1500 Ом .

Легко знайти максимальні значення струмів для цих двох випадків від контакту з побутовим електроколом з напругою 220 В змінного струму:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{220 \text{ В}}{10^5 \text{ Ом}} = 2,2 \text{ мА} \quad (\text{суха шкіра}),$$

$$I = \frac{U}{R} = \frac{220 \text{ В}}{1500 \text{ Ом}} = 146 \text{ мА} \quad (\text{мокра шкіра}).$$

Більшість людей відчувають електричний струм при його силі близько 1 мА . Сила струму в кілька міліампер викликає больові відчуття, але рідко буває небезпечна для життя здорової людини. Однак, сила струму вище 10 мА може спричинити різке скорочення м'язів, і людина може виявитися не спроможною звільнитися від джерела струму. В цьому випадку може відбутися зупинка дихання (дихальний параліч) і тільки своєчасне штучне дихання може вернути людину до життя. Якщо струм від зовнішнього джерела силою більше 70 мА пройде в області серця або через серце, то серцеві м'язи почнуть скорочуватися хаотично і порушиться нормальний кровообіг. Цей ефект називається **шлуночковими фібриляціями**. Шлуночкові фібриляції не припиняються, якщо навіть припинилася дія струму, який їх викликав. Якщо на протязі 1 – 2 хв шлуночкова фібриляція не припинена (а вона самостійно не припиняється), то настає смерть. Техніка, яка застосовується для дефібриляції, полягає в пропусканні через серце на протязі кількох мілісекунд струму величиною близько 10 А . Цього можна досягнути, розряджаючи через два електроди, які розміщуються на поверхні шкіри над і під серцем, конденсатор. Цей струм викличе рівномірну поляризацію серцевої мембрани і поверне серце до скоординованих скорочень. Іноді потрібно від 10 до 20 таких дефібрилюючих шоків ударів, щоб заставити серце функціонувати знову нормально.

Небезпеку представляють і **струми витоку** – струми, які течуть по несподіваним шляхам. Наприклад, електричний провідник всередині настільної лампи з металевим корпусом утворюють конденсатор. Заряди, які рухаються по одному провіднику, індукують заряди на другому. Сила струмів витоку, згідно техніки безпеки, не повинна перевищувати 1 мА (така сила струмів безпечна). Однак навіть такий струм може бути небезпечним для людини з нездоровим серцем, у якої вживлені електроди, або для людини із вживленим кардіостимулятором. Тому в умовах лікарні для захисту від струмів витоку необхідні спеціальні міри перестороги.

23 ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛИВАННЯ

§ 23.1. Коливальний контур. Електромагнітні коливання

Змінні електричні і магнітні поля не можуть існувати окремо одне від одного, оскільки в просторі, де існує змінне магнітне поле, збуджується електричне поле і навпаки (див. § 21.6). Одночасні періодичні зміни пов'язаних між собою електричного і магнітного полів отримали назву **електромагнітних коливань**. Для отримання електромагнітних коливань потрібно мати коло, в якому енергія електричного поля могла б перетворюватися в енергію магнітного поля і навпаки. Оскільки магнітне поле зосереджене переважно в котушках, а електричне в конденсаторах, то найпростіше коло для утворення електромагнітних коливань має складатися з конденсатора і котушки. Таке коло називають **коливальним контуром**. Активний опір провідників, із яких виготовляють коливальний контур, повинен бути достатньо малим, інакше електромагнітні коливання швидко затухатимуть, або взагалі не виникнуть.

З'ясуємо механізм виникнення електромагнітних коливань. Нехай на початку конденсатор C (рис. 23.1) заряджений так, що на одній із його обкладинок міститься заряд

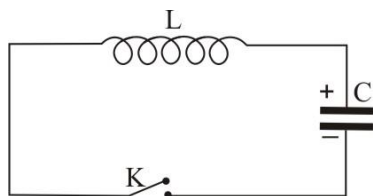


Рис. 23.1

+ Q_0 , а на другій – заряд $-Q_0$. В момент часу $t = 0$ ключ K замикає коло і конденсатор починає розряджатися. При відсутності в колі котушки індуктивності по провіднику, який сполучає обкладинки конденсатора, потік би струм, який продовжувався би доти, поки потенціали обкладинок не вирівнюються. При наявності в колі котушки індуктивності процес проходитиме інакше. З початком розрядки конденсатора струм в котушці індуктивності буде зростати і в кожний момент часу різниця потенціалів на обкла-

динках конденсатора $U = C / Q$ (де Q – заряд конденсатора в даний момент) дорівнюватиме ЕРС самоіндукції $-L \cdot (dI / dt)$. Коли конденсатор повністю розрядиться ($Q = 0$), сила струму I в котушці досягне максимального значення і перестане змінюватися, тому $-L \cdot (dI / dt) = Q / C = 0$. Індукція магнітного поля котушки в цей момент також буде максимальною. Далі магнітне поле струму почне слабнути, внаслідок чого в котушці буде індукватися струм, напрямком якого співпадатиме з напрямком струму розрядки конденсатора. Конденсатор перезаряджатиметься. Коли сила струму зменшиться до нуля, заряд конденсатора досягне максимального значення Q_0 , але обкладинка, яка раніше була заряджена позитивно, тепер буде заряджена негативно і навпаки. Потім конденсатор знову буде розряджатися, викликаючи появу струму і пов'язаного з ним магнітного поля. Так процес перетікання заряду з однієї обкладинки конденсатора на іншу через котушку індуктивності повторюватиметься знову і знову. Таким чином, в контурі виникнуть електромагнітні коливання. Цей процес пов'язаний не тільки з коливаннями величини заряду, але і з перекачуванням енергії із електричного поля, яке зосереджене в конденсаторі, в магнітне поле, яке зосереджене в котушці індуктивності і навпаки.

На рис. 23.2 для порівняння наведені в залежності від часу графіки зміни заряду на конденсаторі, швидкості зміни сили струму, ЕРС самоіндукції котушки і сили струму в контурі.

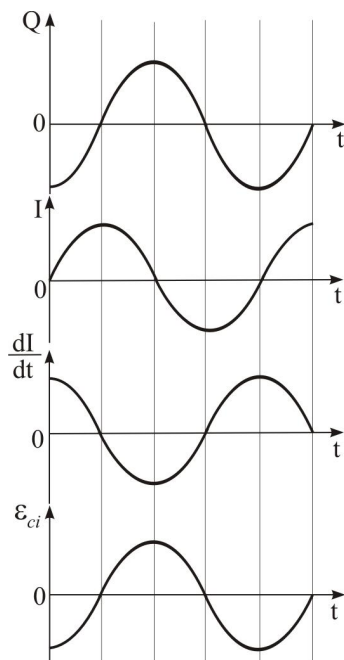


Рис. 23.2

Час, на протязі якого здійснюється одне повне коливання, називається періодом T електромагнітних коливань, а число повних коливань за одиницю часу – частотою коливань $\nu = 1/T$.

Як засвідчує теорія, електромагнітні коливання в ідеальному контурі (при $R = 0$), тобто власні коливання, є **гармонічними**. Період власних коливань визначається із умови рівності реактивних опорів котушки і конденсатора:

$$X_L = X_C \quad \text{або} \quad \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}. \quad (23.1)$$

Із (23.1) маємо

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (23.2)$$

Частоту ω_0 називають **власною частотою** коливального контуру. Оскільки $\omega_0 = 2\pi/T$, то, використовуючи формулу (23.2), отримаємо:

$$T = 2\pi\sqrt{LC}. \quad (23.3)$$

Формула (23.3) отримала назву **формули Томсона**. Із (23.3) легко отримується формула для лінійної частоти ν_0 власних коливань в контурі:

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}. \quad (23.4)$$

Тут ми скористались співвідношенням $T = 1/\nu$.

Із (23.4) видно, що при достатньо малих L і C в контурі можна отримати коливання високої частоти, яка вимірюється мільйонами герц.

§ 23.2. Диференціальне рівняння власних електричних коливань

Спробуємо математично описати коливання в коливальному контурі. Для цього запишемо друге правило Кірхгофа для процесу розрядки: різниця потенціалів на конденсаторі в будь-який момент часу дорівнює падінню напруги на котушці, яка дорівнює ЕРС самоіндукції:

$$\frac{Q}{C} = -L \frac{dI}{dt}, \quad (23.5)$$

де Q – заряд конденсатора в даний момент часу, а I – сила струму в котушці в той же момент.

Оскільки $I = \frac{dQ}{dt}$, а $\frac{dI}{dt} = \frac{d^2Q}{dt^2}$, то рівняння (23.5) набуде вигляду:

$$\frac{d^2Q}{dt^2} + \frac{Q}{LC} = 0. \quad (23.6)$$

Рівняння такого вигляду описують гармонічні коливання фізичної величини, в даному випадку електричного заряду. Це рівняння називають **диференціальним рівнянням власних електричних коливань**. Розв'язком цього рівняння є функція

$$Q = Q_0 \cos(\omega_0 t + \varphi), \quad (23.7)$$

де Q_0 – амплітуда коливань заряду конденсатора з циклічною частотою ω_0 . Аргумент косинуса називають **фазою електричних коливань**, а кут φ – **початковою фазою**. Фаза коливань визначає **стан** коливального процесу, тобто, значення заряду конденсатора в коливальному контурі в кожний даний момент часу.

Сила струму в коливальному контурі теж здійснює гармонічні коливання:

$$I = \frac{dQ}{dt} = -Q_0 \omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi) = -I_0 \sin(\omega_0 t + \varphi), \quad (23.8)$$

де $I_0 = Q_0 \omega_0$ – амплітуда сили струму.

Напруга на конденсаторі

$$U_C = \frac{Q}{C} = \frac{Q_0}{C} \cos(\omega_0 t + \varphi) = U_0 \cos(\omega_0 t + \varphi), \quad (23.9)$$

де $U_0 = Q_0 / C$ – амплітуда напруги.

Із формул (23.7) – (23.9) видно, що коливання сили струму I випереджають за фазою коливання заряду Q і напруги U на $\pi/2$ (рис. 23.2).

Далі розглянемо коливання в контурі з енергетичної точки зору. Енергія електричного поля конденсатора в довільний момент часу дорівнює (ф-ла. 17.36):

$$W_E = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{Q_0^2}{2C} \cos^2(\omega_0 t + \varphi). \quad (23.10)$$

В цей же момент часу енергія магнітного поля котушки (ф-ла. 21.20)

$$W_B = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{L \omega_0^2 Q_0^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \varphi) = \frac{Q_0^2}{2C} \sin^2(\omega_0 t + \varphi). \quad (23.11)$$

(Тут ми скористалися формулою (23.2)).

Повна енергія в будь-який момент часу дорівнює

$$W = W_E + W_B = \frac{Q_0^2}{2C} [\cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \sin^2(\omega_0 t + \varphi)] = \frac{Q_0^2}{2C}. \quad (23.12)$$

Значить, повна енергія залишається сталою, тобто енергія зберігається.

Приклад 23.1. Конденсатор ємністю $C = 1200$ нФ заряджений від батареї до напруги $U = 500$ В. В момент часу $t = 0$ його від'єднали від батареї і з'єднали з котушкою з індуктивністю $L = 75$ мГн. Визначити: а) початковий заряд Q_0 конденсатора; б) максимальну силу струму I_0 в контурі; в) частоту ν і період T коливань; г) повну енергію коливань.

Розв'язок. а) Згідно (17.27)

$$Q_0 = CU = (1,2 \cdot 10^{-9} \text{ Ф})(500 \text{ В}) = 6,0 \cdot 10^{-7} \text{ Кл},$$

б) Із (23.8)

$$I_0 = Q_0 \omega = \frac{Q_0}{\sqrt{LC}} = \frac{6,0 \cdot 10^{-7} \text{ Кл}}{\sqrt{(0,075 \text{ Гн})(1,2 \cdot 10^{-9} \text{ Ф})}} = 63 \text{ мА};$$

$$\begin{aligned} \text{в)} \quad \nu &= \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2(3,14)\sqrt{(0,075 \text{ Гн})(1,2 \cdot 10^{-9} \text{ Ф})}} = 17 \text{ кГц}; \\ T &= \frac{1}{\nu} = 5,88 \cdot 10^{-5} \text{ с.} \end{aligned}$$

г) Згідно (23.12)

$$W = \frac{Q_0^2}{2C} = \frac{(6,0 \cdot 10^{-7} \text{ Кл})^2}{2(1,2 \cdot 10^{-9} \text{ Ф})} = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ Дж.}$$

§ 23.3. Згасаючі електромагнітні коливання

Коливальний контур, описаний в попередньому параграфі, ідеалізований, оскільки ми вважали, що його активний опір $R = 0$. Однак, будь-який реальний контур завжди володіє активним опором R . Розглянемо коливальний контур, в якому крім конденсатора C і котушки індуктивності L є активний опір R (рис. 23.3). Нехай конденсатору надано початковий заряд Q_0 і в момент часу $t = 0$ замикаємо коло. Оскільки контур містить активний опір, то при розрядці конденсатора частина його енергії буде перетворюватися в теплоту і коливання вже очевидно не будуть незатухаючими, як в LC – контурі за умови, що $R = 0$. Застосовуючи друге правило Кірхгофа до цього кола, отримуємо:

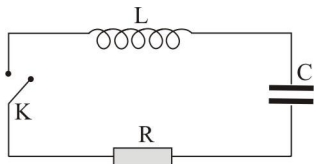


Рис. 23.3

$$L \frac{dI}{dt} + IR + U = 0, \quad (23.13)$$

де LdI/dt – ЕРС самоіндукції, IR – падіння напруги на опорі R , U – різниця потенціалів на обкладках конденсатора. Враховуючи, що $U = Q/C$, $I = dQ/dt$, $dI/dt = d^2Q/dt^2$, формулу (23.13) перепишемо так:

$$L \frac{d^2Q}{dt^2} + R \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = 0. \quad (23.14)$$

Розв'язком цього рівняння є функція

$$Q = Q_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi), \quad (23.15)$$

де $\beta = R/2L$, $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$.

Цей розв'язок представляє собою згасаюче коливання (рис. 23.4). Величина $Q_0 e^{-\beta t}$ виражає амплітуду згасаючого коливання з часом за експоненціальним законом; чим більше β , тим швидше зменшується амплітуда. Оскільки $\beta = R/2L$, то згасання коливань відбувається тим швидше, чим більший опір R і чим менша індуктивність. Період коливань

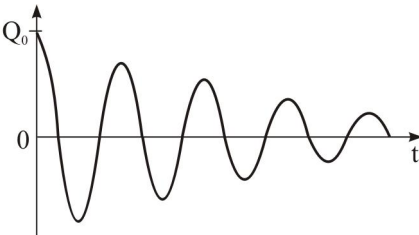


Рис. 23.4

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}. \quad (23.16)$$

Підставляючи сюди замість ω_0 і β їх значення, отримаємо:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}}. \quad (23.17)$$

Якщо R в порівнянні з L мале, то коливання в контурі будуть згасати дуже повільно, при цьому в формулі (23.17) в знаменнику величиною $(R/2L)^2$ можна знехтувати, і тоді вона перетвориться в формулу (23.3):

$$T = 2\pi\sqrt{LC}. \quad (23.18)$$

Порівнюючи формули (23.17) і (23.18), бачимо, що наявність активного опору в контурі призводить до збільшення періоду коливань T .

Сила струму і різниця потенціалів на обкладках конденсатора також здійснюють згасаючі коливання:

$$I = \frac{dQ}{dt} = -Q_0 e^{-\beta t} [\beta \cos(\omega t + \varphi) + \omega \sin(\omega t + \varphi)], \quad (23.19)$$

$$U = \frac{Q}{C} = \frac{Q_0}{C} e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi). \quad (23.20)$$

При відсутності згасання ($\beta = 0$)

$$I = -Q_0 \omega \sin(\omega t + \varphi), \quad (23.21)$$

$$U = \frac{Q_0}{C} \cos(\omega t + \varphi). \quad (23.22)$$

Ці формули співпадають з формулами (23.8) і (23.9).

§ 23.4. Вимушені електромагнітні коливання. Електричний резонанс

Щоб отримати незатухаючі електричні коливання, необхідно в коливальний контур включити джерело зовнішньої синусоїдальної ЕРС $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \sin \omega t$ (рис. 23.5). Під дією цієї ЕРС в контурі встановлюються вимушені коливання з частотою ω цього джерела, тобто в контурі буде циркулювати струм

$$I = I_0 \sin(\omega t + \varphi). \quad (23.23)$$

Згідно з формулою (22.29), амплітуда цього струму дорівнює:

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}}. \quad (23.24)$$

Якщо зараз змінювати частоту зовнішнього джерела, то амплітуда вимушених коливань буде змінюватися і, коли частота вимушених коливань ω наблизиться до власної частоти коливального контуру ω_0 , наступить **електричний резонанс**. За умови, що $\omega = \omega_0$ реактивні опори конденсатора X_C і котушки X_L взаємно компенсуються ($L\omega - 1/C\omega = 0$), і струм в контурі різко зростає (рис. 23.6, резонансна крива 1). Значення струму при цьому

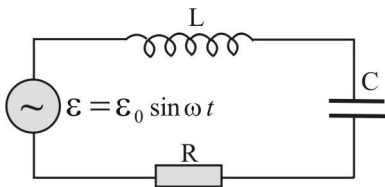


Рис. 23.5

обмежується тільки активним опором R контуру, який, як правило, є малим. При цьому відповідно зростають падіння напруг на реактивних опорах відповідно конденсатора $U_C = IX_C$ і котушки індуктивності $U_L = IX_L$. При резонансі амплітуди цих напруг можуть значно перевищувати амплітуду \mathcal{E}_0 ЕРС. Власну частоту ω_0 коливального контуру, яка визначається формулою (23.2), називають часто **резонансною частотою**.

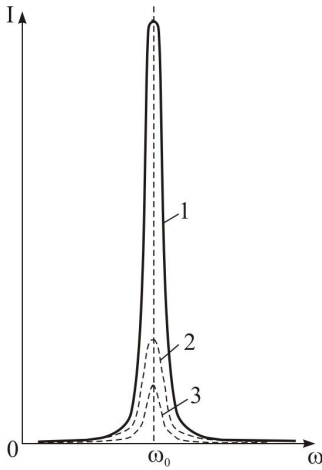


Рис. 23.6

При збільшенні активного опору контуру резонансні криві менш гострі (рис. 23.6, криві 2 і 3). Таким чином, чим менший активний опір коливального контуру, тим гостріший резонанс. Це дозволяє, у випадку складного характеру вимушеної ЕРС, “настроювати” такий контур на окремі гармонічні складові ЕРС.

Коливальні контури відіграють важливу роль в багатьох електронних пристроях. Наприклад, в радіо- і телеприймачах за їх допомоги настраюються на потрібну частоту, виділяючи із великої множини радіохвиль передачу потрібної радіо- або телестанції.

Приклад 23.2. В момент часу $t = 0$ замикається ключ коливального контуру, зображеного на рис. 23.3 ($L = 40$ мГн, $R = 3,0$ Ом, $C = 4,8$ мкФ). Визначити: а) частоту коливань в контурі; б) час, на протязі якого амплітуда коливань заряду зменшиться наполовину; в) значення R , при якому коливання в контурі не виникатимуть.

Розв’язок. а) Частоту виразимо з формули (23.17), маючи на увазі, що $T = 1/\nu$:

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} = \frac{1}{2(3,14)} \sqrt{\frac{1}{(4,0 \cdot 10^{-2} \text{ Гн})(4,8 \cdot 10^{-6} \text{ Ф})} - \frac{(3,0 \text{ Ом})^2}{4(4,0 \cdot 10^{-2} \text{ Гн})^2}} = 363 \text{ Гц}.$$

б) Амплітуда зменшиться в два рази за умови

$$e^{-\frac{Rt}{2L}} = \frac{1}{2}.$$

(див. формулу (23.15)).

Логарифмуючи останній вираз, отримаємо:

$$t = \frac{2L}{R} \ln 2 = \frac{2(4 \cdot 10^{-2} \text{ Гн})}{3,0 \text{ Ом}} 0,693 = 1,85 \cdot 10^{-2} \text{ с} = 18,5 \text{ мс}.$$

в) У випадку, коли коливання в контурі не виникатимуть (із-за великого значення R), можна покласти, що період коливання $T = \infty$, а це означає, що

$$\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} = 0$$

(див. формулу (23.17)), звідки

$$R \geq 2\sqrt{\frac{L}{C}} = 2\sqrt{\frac{4,0 \cdot 10^{-2} \text{ Гн}}{4,8 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}}} = 182,6 \text{ Ом}.$$