

29 ДИСПЕРСІЯ І ПОГЛИНАННЯ СВІТЛА

§ 29.1. Нормальна і аномальна дисперсія

Ще Ньютон у 1672 р. встановив, що показник заломлення скляної призми залежить від кольору (довжини хвилі) падаючого світла. Це явище, тобто **залежність коефіцієнта заломлення від довжини світлової хвилі, називається дисперсією світла**. Таким чином, для кожної даної речовини коефіцієнт заломлення є функцією довжини хвилі

$$n = f(\lambda). \quad (29.1)$$

Дисперсією речовини називають величину, яка показує, як швидко змінюється показник заломлення зі зміною довжини світлової хвилі. Нехай довжині світлової хвилі λ_1 відповідає показник заломлення n_1 , а довжині хвилі λ_2 – показник заломлення n_2 . Тоді середня дисперсія речовини $\langle D \rangle$ на ділянці довжин хвиль від λ_1 до λ_2 виразиться співвідношенням:

$$\langle D \rangle = \frac{n_2 - n_1}{\lambda_2 - \lambda_1} = \frac{\Delta n}{\Delta \lambda}, \quad (29.2)$$

де $\Delta n = n_2 - n_1$, а $\Delta \lambda = \lambda_2 - \lambda_1$. Значення дисперсії речовини поблизу даної довжини хвилі λ отримаємо, якщо перейдемо до нескінченно малого інтервалу довжин хвиль. Тоді співвідношення (29.2) заміниться похідною коефіцієнта заломлення n по довжині хвилі λ :

$$D = \frac{dn}{d\lambda} = \frac{d}{d\lambda} f(\lambda). \quad (29.3)$$

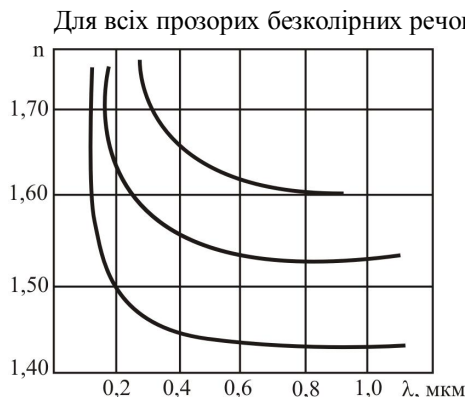


Рис. 29.1

Різна заломлюваність променів різного кольору дозволяє розкласти біле світло на його монохроматичні складові. Подібний дослід був вперше поставлений Ньютоном у 1672 р. Схема цього дослідження показана на рис. 29.2. Сонячний пучок світла колового перерізу розтягується три-

гранною призмою на екрані в кольорову смужку АВ, яку Ньютон назвав спектром. Світло Сонця дає суцільний спектр з неперервним переходом одних кольорів в інші, що означає наявність в сонячному світлі коливань з найрізноманітнішими довжинами хвиль.

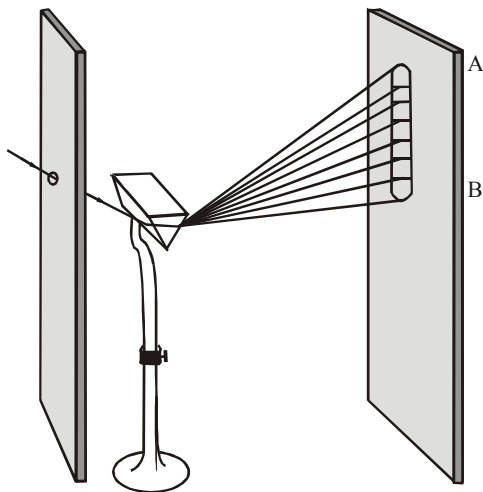


Рис. 29.2

Неодноразово робились спроби отримати аналітичний вираз функції (29.1), яка визначає залежність n від λ . Одна з багатьох побудов була виконана в першій половині XIX ст. відомим математиком Коші. Виходячи з уявлень Френеля про вплив молекул на частинки ефіру, він одержав таку формулу:

$$n = A + \frac{B}{\lambda_0^2} + \frac{C}{\lambda_0^4} + \dots, \quad (29.4)$$

де A, B, C, \dots – сталі величини, які визначаються експериментально, λ_0 – довжина хвилі у вакуумі. Для більшості випадків можна обмежитись першими двома членами. Тоді

$$n = A + \frac{B}{\lambda_0^2}. \quad (29.5)$$

Враховуючи (29.5), дисперсія речовини виразиться так:

$$D = \frac{dn}{d\lambda} = -\frac{2B}{\lambda_0^3}. \quad (29.6)$$

Із (29.6) видно, що при $B > 0$, $\frac{dn}{d\lambda} < 0$ або $\frac{dn}{d\nu_0} > 0$. Таку дисперсію називають **нор-**

мальною. В середині XIX ст. було встановлено, що у ряду речовин $\frac{dn}{d\lambda_0} > 0$ ($\frac{dn}{d\nu_0} < 0$).

Це вперше спостерігав Ф. Леру (1862 р.) на парах йоду. Цю дисперсію назвали **аномальною**. Пізніше було встановлено, що явище аномальної дисперсії спостерігається для тих речовин, які сильно поглинають світло, і тільки на певній ділянці спектра, точніше, поблизу лінії поглинання.

На рис. 29.3 наведено хід дисперсійної кривої для розчину ціаніну на ділянці смуги поглинання. На ділянці АВ показник заломлення із зростанням довжини хвилі зростає. Це є аномальна дисперсія. У всіх речовинах існують області аномальної дисперсії, але не обов'язково у видимій частині спектра. Наприклад, аномальна дисперсія для скла спостерігається в області 0,350 мкм, для кварцу – 0,190 мкм, для флюориту – 0,130 мкм. Повна дисперсійна крива для будь-якої речовини складається з областей аномальної дисперсії, що відповідають смугам поглинання і об-

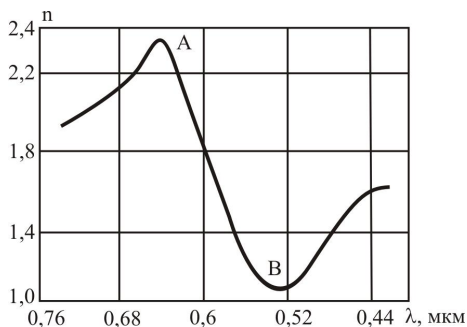


Рис. 29.3

ластей нормальної дисперсії, розташованих між смугами поглинання, де речовина є прозорою.

§ 29.2. Елементи класичної теорії дисперсії світла

Електромагнітна теорія світла Максвелла, яка не містить електронних і атомно-молекулярних констант, не дає змоги пояснити дисперсію світла. Вона дала змогу встановити зв'язок між показником заломлення n і діелектричною ε та магнітною μ проникностями однорідного середовища. Оскільки ε і μ для такого середовища величини сталі, то показник заломлення не повинен залежати від довжини (частоти) хвилі. Експериментальні дані свідчать про зворотне. Відома формула Максвелла $n = \sqrt{\varepsilon}$ в цьому відношенні може бути застосована лише для деяких газоподібних і рідких діелектриків. Для твердих тіл і більшості рідин ця формула не застосовна. Так, для води $n = 1,33$, а $\varepsilon = 81$. Проте, ця “суперечність” не пов'язана з якимись принциповими недоліками теорії Максвелла. Вона з'явилася внаслідок неправильного застосування формули Максвелла, а точніше внаслідок нехтування явищем дисперсії. Причина криється в тому, що ε , як і n , залежить від частоти змінного електромагнітного поля: $\varepsilon = \varepsilon(\nu)$. Тому значення $\varepsilon = 81$ для води відноситься до стаціонарного поля і зумовлене орієнтаційною поляризацією, тобто, переважною орієнтацією в цьому полі молекул води, що мають великі дипольні моменти. У змінному полі молекули води не можуть раптово змінювати свою орієнтацію, тому при збільшенні частоти поля величина ε буде зменшуватись. При великих частотах $\nu \approx 10^{15}$ Гц (видимий діапазон світла) ε визначається лише електронною поляризацією середовища, тобто вимушеними коливаннями електронів в атомах, молекулах або іонах середовища під дією електромагнітного поля світлової хвилі. Це означає, що $\varepsilon(\nu) < \varepsilon(0)$, а, значить, $n < 9$. Правильне тлумачення дисперсії світла було дано після створення Лоренцом класичної електронної теорії будови речовини. Виходячи із цієї теорії, дисперсія світла розглядається як результат взаємодії електромагнітних хвиль із зарядженими частинками, які входять до складу речовини.

Розглянемо детальніше класичну електронну теорію дисперсії в однорідному діелектрику. Із формули Максвелла випливає, що дисперсію формально можна розглядати як наслідок залежності діелектричної проникності середовища ε від частоти падаючого світла ω .

Відомо, що в СІ

$$\varepsilon = 1 + \chi_e = 1 + \frac{\vec{P}_e}{\varepsilon_0 \vec{E}}, \quad (29.7)$$

де χ_e – діелектрична сприйнятливість середовища, \vec{P}_e – проекція вектора поляризації на напрямок напруженості \vec{E} електричного поля, ε_0 – електрична стала.

Враховуючи формулу Максвелла $\varepsilon = n^2$, у векторному вигляді маємо:

$$n^2 = 1 + \frac{\vec{P}_e}{\varepsilon_0 \vec{E}}. \quad (29.8)$$

В силу того, що поляризація середовища зумовлена тільки зміщенням електронів (електронна поляризація), для однорідного діелектрика (середовища) вектор поляризації дорівнює

$$\vec{P}_e = N \vec{p}_e, \quad (29.9)$$

де N – число атомів в одиниці об'єму, \vec{p}_e – наведений дипольний момент атома.

Для спрощення вважатимемо, що поляризація зумовлена тільки зовнішніми (оптичними) електронами, і всі N атомів є атомами одного сорту. Для атома з одним оптичним електроном (допускаємо, що атоми не взаємодіють між собою)

$$\vec{p}_e = -e\vec{Z} \quad \text{і} \quad \vec{P}_e = -eN\vec{Z}, \quad (29.10)$$

де e – абсолютна величина заряду електрона, \vec{Z} – зміщення електрона під дією електричного поля світлової хвилі. Знак « \rightarrow » вказує, що \vec{p}_e , \vec{P}_e і \vec{Z} протилежні за напрямком. При врахуванні (29.10) рівність (29.8) набуде вигляду

$$n^2 = 1 - \frac{Ne\vec{Z}}{\varepsilon_0\vec{E}}. \quad (29.11)$$

Отже, задача зводиться до знаходження зміщення \vec{Z} електрона в атомі під дією періодичного змінного електричного поля при врахуванні всіх сил, що діють на електрон в атомі.

Для прозорих речовин в першому наближенні можна вважати, що на коливний оптичний електрон діють дві сили:

а) збуджуюча сила

$$\vec{F}_{зб} = -e\vec{E} = -e\vec{E}_0 \cos \omega t, \quad (29.12)$$

де \vec{E}_0 – амплітуда напруженості \vec{E} , $\omega = 2\pi\nu$ – циклічна частота світлової хвилі;

б) повертаюча квазіпружна сила взаємодії оптичного електрона з іншою частиною атома

$$\vec{F}_{нов} = -k\vec{Z}, \quad (29.13)$$

де k – коефіцієнт квазіпружності, який пов'язаний з масою електрона m_0 і його власною частотою ω_0 , так

$$k = m_0\omega_0^2. \quad (29.14)$$

Тоді

$$\vec{F}_{нов} = -m_0\omega_0^2\vec{Z}. \quad (29.15)$$

Диференціальне рівняння руху електрона при вимушених коливаннях має вигляд

$$m_0 \frac{d^2\vec{Z}}{dt^2} = -m_0\omega_0^2\vec{Z} - e\vec{E}_0 \cos \omega t. \quad (29.16)$$

Розв'язком рівняння (29.16) є

$$\vec{Z} = -\frac{e\vec{E}_0 \cos \omega t}{m_0(\omega_0^2 - \omega^2)} = -\frac{e\vec{E}}{m_0(\omega_0^2 - \omega^2)}. \quad (29.17)$$

Підстановка значення \vec{Z} із (29.17) в (29.11) дає

$$\boxed{n^2 = 1 + \frac{Ne^2}{m_0\varepsilon_0(\omega_0^2 - \omega^2)}}. \quad (29.18)$$

Із аналізу виразу (29.18) видно, що із збільшенням ω від 0 до ω_0 абсолютний показник заломлення n середовища монотонно зростає від величини статичного показника за-

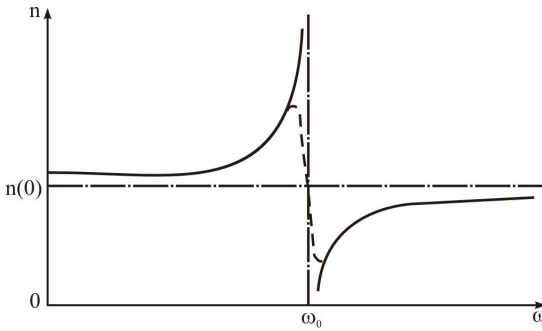


Рис. 29.4

зумовлених випромінюванням вторинних електромагнітних хвиль, співударями між атомами та іншими причинами. Іншими словами, не враховано поглинання світла.

Ці втрати наближено можна врахувати, якщо припустити, що на коливний електрон діє додаткова сила опору, яка пропорційна його швидкості

$$\vec{F}_{on} = -r \frac{d\vec{Z}}{dt}, \quad (29.19)$$

де r – коефіцієнт опору. Тоді диференціальне рівняння вимушених коливань оптичного електрона з врахуванням згасання матиме вигляд

$$\frac{d^2 \vec{Z}}{dt^2} = -\gamma \frac{d\vec{Z}}{dt} - \omega_0^2 \vec{Z} - \frac{e}{m_0} \vec{E}_0 \cos \omega t, \quad (29.20)$$

де $\gamma = r/m_0$ – коефіцієнт згасання. Розв'язавши рівняння (29.20) відносно \vec{Z} і підставивши його в (29.11), отримаємо:

$$n^2 = 1 + \frac{Ne^2(\omega_0^2 - \omega^2)}{m_0 \epsilon_0 [(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2]}. \quad (29.21)$$

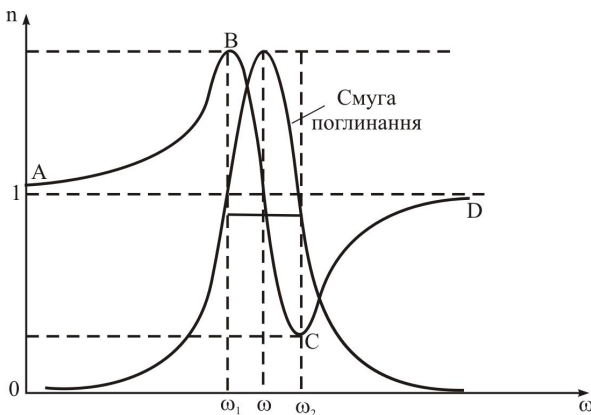


Рис. 29.5

Розрахунки показують, що коефіцієнт згасання γ в багато разів менший за ω . Тому згасання істотно впливає на залежність n від ω лише в області частот ω , які є дуже близькими до ω_0 , тобто, в області сильного поглинання світла. Тому в смузі поглинання спостерігається зменшення показника заломлення при збільшенні частоти ω (а не збільшення до нескінченності). Це явище отримало назву аномальної дисперсії (рис. 29.5). За межами смуги

поглинання $\gamma^2 \omega^2 \ll (\omega_0^2 - \omega^2)^2$ (для розріджених газів $\gamma \approx 10^{11} \text{с}^{-1}$) і формули (29.21) і (29.18) повністю еквівалентні, і вони описують хід кривої, яка характеризує нормальну дисперсію (рис. 29.5, ділянки кривої AB і CD). Таким чином, дисперсійна крива залежності n від ω складається з ділянок AB і CD , де n росте (область нормальної дисперсії), і BC , де n різко падає (область аномальної дисперсії) із збільшенням частоти світла. Область аномальної дисперсії співпадає із смугою поглинання, максимум якої припадає на ω_0 , а сама смуга вузька (рис. 29.5).

Досі ми виходили з того, що кожна речовина характеризується лише однією циклічною частою ω_0 вільних коливань оптичних електронів. Насправді, атоми реального середовища характеризуються не однією циклічною (резонансною) частотою ω_0 , а мають їх багато, що відповідає великій кількості осциляторів з різними масами і зарядами (m_{0k} , q_k), і як наслідок, з різними власними частотами ω_{0k} . З врахуванням сказаного формула (29.21) набуде вигляду:

$$n^2 = 1 + \frac{N}{\varepsilon_0} \sum_k \frac{q_k^2}{m_{0k}} \cdot \frac{(\omega_{0k}^2 - \omega^2)}{(\omega_{0k}^2 - \omega^2)^2 + \gamma_k^2 \omega^2}, \quad (29.22)$$

або

$$n^2 = 1 + \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m_0} \sum_k f_k \cdot \frac{(\omega_{0k}^2 - \omega^2)}{(\omega_{0k}^2 - \omega^2)^2 + \gamma_k^2 \omega^2}, \quad (29.23)$$

де γ_k – коефіцієнт згасання для осцилятора k -ого сорту, f_k – безрозмірний коефіцієнт

$$f_k = \left(\frac{q_k}{e}\right)^2 \frac{m_0}{m_{0k}}, \quad (29.24)$$

що носить назву сили k -ого осцилятора. Сила осцилятора характеризує ефективність поглинання осцилятором речовини світла з циклічною частотою ω_{0k} і її визначають з експериментальних даних.

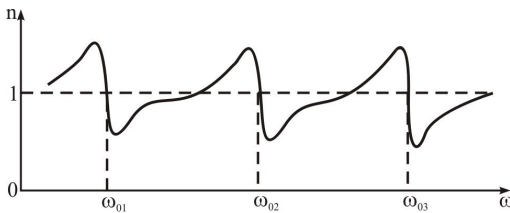


Рис. 29.6

Графік залежності n від ω за формулою (29.23) наведено на рис. 29.6. Формула (29.23), в основному, задовільно узгоджується з дослідними даними.

У всіх розглянутих вище випадках ми вважали, що на осцилятори діє лише поле світлової хвилі, тобто не враховувався вплив внутрішнього поля, яке створюють поляризовані під дією поля світла навко-

лишні молекули. Цей вплив тим більший, чим менша середня відстань між молекулами. У дуже стиснутих газах, рідинах і твердих тілах цей вплив істотний. Врахувавши це майже одночасно, Г. Лоренц і Л. Лоренц отримали наступну формулу залежності n від ω :

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{Ne^2}{3\varepsilon_0 m_0} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (29.25)$$

Формулу (29.25) називають **формулою Лоренца-Лоренца**. Її наведено для випадку середовища з однією власною частотою ω_0 і коефіцієнтом згасання $\gamma = 0$. Ця формула добре описує залежність $n(\omega)$ при великих тисках газів.

§ 29.3. Поглинання (абсорбція) світла

Проходження світла через речовину призводить до виникнення коливань електронів середовища під впливом електромагнітного поля, що є причиною втрати енергії хвилею. Правда, електрони дають вторинну хвилю, яка частково компенсує втрачену енергію. Але внаслідок різних видів взаємодії електронів енергія електромагнітної хвилі переходить в інші види енергії (теплову, хімічну, електричну тощо). Це практично і є причиною поглинання (послаблення) світла. Однак, крім зміни енергії (амплітуди) відмічені вище взаємодії призводять і до зміни фази коливань, що зумовлює дисперсію. Отже, явища дисперсії і поглинання світла тісно пов'язані між собою.

Поглинанням (абсорбцією) світла називатимемо втрату енергії світлової хвилі, яка проходить через речовину, внаслідок перетворення енергії хвилі в різні види внутрішньої енергії речовини або в енергію вторинного випромінювання. Поглинання світла може супроводжуватися нагріванням та іонізацією речовини, збудженням атомів і молекул середовища, фотохімічними процесами, деформаціями, розсіянням світла, індукованим випромінюванням тощо.

Закон поглинання світла експериментально був відкритий у 1729 р. французьким фізиком П. Бугером (1698 – 1758) і теоретично встановлений у 1760 р. німецьким фізиком І. Ламбертом (1728 – 1777). Ламберт вважав, що кожний шар речовини однакової товщини поглинає світло однаково, а, значить, і коефіцієнт поглинання не залежить від товщини.

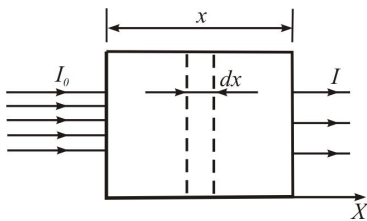


Рис. 29.7

Спробуємо вивести закон поглинання речовиною світла, який справедливо носить назву закону Бугера-Ламберта.

Нехай на шар речовини товщиною x перпендикулярно падає паралельний пучок світла з інтенсивністю I_0 , а виходить із речовини з інтенсивністю I . Виділимо в речовині нескінченно тонкий шар товщиною dx (рис. 29.7). При проходженні світла через такий шар інтенсивність його зменшується. Зменшення інтенсивності світла пропорційно інтенсивності падаючого світла і товщині поглинаючого шару. Тобто

$$dI = -\alpha dx I, \quad (29.26)$$

де α – коефіцієнт пропорційності, який носить назву **коефіцієнта поглинання**. Як і допускав Ламберт, коефіцієнт поглинання не залежить від інтенсивності падаючого світла і товщини шару речовини. Знак «–» в (29.26) вказує, що інтенсивність світла зменшується. Вираз (29.26) запишемо так

$$\int_{I_0}^I \frac{dI}{I} = -\alpha \int_0^x dx,$$

звідки

$$\ln I - \ln I_0 = -\alpha x,$$

або

$$\boxed{I = I_0 e^{-\alpha x}}. \quad (29.27)$$

Формула (29.27) і називається **законом Бугера-Ламберта**.

Як і показник заломлення, коефіцієнт поглинання залежить лише від довжини хвилі, хімічної природи і стану речовини. Якщо вибрати товщину шару речовини $x = 1/\alpha$, то $I_0/I = e \approx 2,718$. Отже, **коефіцієнт поглинання дорівнює оберненій величині товщини шару, в якому інтенсивність світла зменшується в e разів.**

Бугер і незалежно від нього Бер (1792 – 1876) встановили, що поглинання світла розчином (в непоглинаючому розчиннику) пропорційне монокулярній концентрації C розчиненої речовини, тобто

$$\alpha = \alpha_0 C,$$

де α_0 – коефіцієнт поглинання, характерний для молекули розчиненої речовини, який не залежить від концентрації. Закон поглинання в цьому випадку має такий вигляд

$$I = I_0 e^{-\alpha_0 C x}. \quad (29.28)$$

Вираз (29.28), який називають законом Бугера–Бера, справедливий для газів і розчинів малої концентрації. В межах справедливості вираз (29.28) **можна використати для визначення концентрації поглинаючої речовини в розчині.**

Встановлено, що коефіцієнт поглинання залежить від довжини хвилі ($\alpha \sim 1/\lambda$). Це означає, що **поглинання носить селективний характер.** Цим пояснюється забарвленість в кольори поглинаючих середовищ. Середовище, яке не поглинає світло всіх довжин хвиль в інтервалі видимого діапазону, називають абсолютно прозорим.

Якщо середовище поглинає світло всіх довжин хвиль, що на нього падає, то таке середовище здається темним. У всіх інших випадках середовище набуває кольору тих довжин

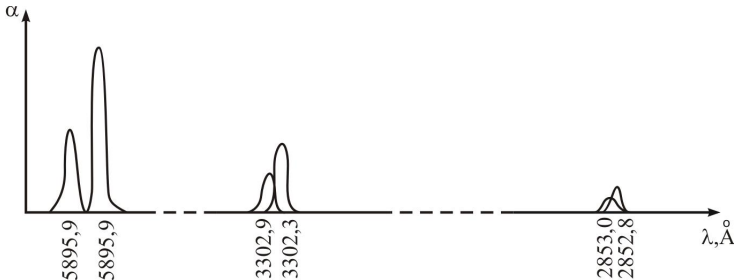


Рис. 29.8

хвиль, які не поглинаються ним. Наприклад, середовище має червоний колір, якщо воно поглинає світло всіх довжин хвиль, за виключенням червоного. В газі (наприклад, пара металів), де атоми розміщені на великих відстанях один від одного, залежність коефіцієнта поглинання від довжини хвилі зображається у вигляді сукупності вузьких спектральних ліній, які відповідають частотам власних коливань електронів в атомах. Для прикладу, на рис. 29.8 наведена залежність α від λ для пари натрію.

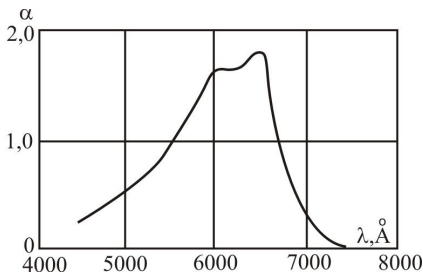


Рис. 29.9

Сpektри поглинання рідин і твердих тіл, як правило, дають широкі смуги поглинання (рис. 29.9), хоча зустрічаються окремі речовини із вузькими смугами поглинання (солі рідкоземельних елементів), які разом з тим, в сотні і тисячі разів ширші за лінії поглинання.

Спектр поглинання багатоатомних газів складається із складних смуг, тоді як одноатомні гази (пари металу) мають різні лінії поглинання, ширина яких іноді складає соті долі ангстрема. Збільшення тиску газу призводить до того, що спектри поглинання стають розпливчастими і при високих тисках наближаються до спектрів поглинання рідин. Подібні дослідні дані зі всією очевидністю показують, що розширення вузьких ліній поглинання є результатом взаємодії атомів один з одним. Виходячи із сказаного, очевидно, що, аналізуючи спектр поглинання певної речовини, можна отримати інформацію про характер міжмолекулярних (міжатомних) взаємодій, змін агрегатного стану тощо. Метод дослідження стану речовини, який ґрунтується на аналізі спектрів поглинання (спектрів абсорбції), отримав назву **абсорбційної атомної і молекулярної спектроскопії**.

§ 29.4. Від'ємне поглинання світла

Згідно закону Бугера-Ламберта (§ 29.3) коефіцієнт поглинання не залежить від інтенсивності падаючого світла, а, значить, і від товщини поглинаючого шару речовини. Визначний російський фізик радянської доби С.І. Вавилов (1891 – 1951pp.) піддав перевірці закон Бугера-Ламберта і встановив, що він виконується в достатньо широких межах зміни інтенсивності світла, причому для багатьох речовин. Однак, на деяких спеціально вибраних речовинах С.І. Вавилов спостерігав при достатньо великих інтенсивностях світла зменшення коефіцієнта поглинання. Зокрема, в 1925 р. **С.І. Вавилов і В.Л. Левшін*** спостерігали зменшення поглинання світла при достатньо великих інтенсивностях в **ура-новому склі**. Було доведено, що при певних умовах **коефіцієнт поглинання може стати від'ємним**, тобто може відбуватися **від'ємне поглинання світла**. Іншими словами, середовище при вказаних умовах не тільки не поглинає світла, а саме його підсилює. На таке поглинання вперше вказав у 1939 р. російський фізик радянської доби В.А. Фабрикант.

Якісно зміну коефіцієнта поглинання під дією потужного випромінювання можна пояснити так: за рахунок поглинання енергії потужного випромінювання частина атомів (молекул) середовища переходить у збуджений стан. В результаті цього доля незбуджених атомів (молекул), здатних поглинати енергію поля, зменшується, а, значить, зменшується і поглинальна здатність середовища. Цей ефект підсилюється, якщо атоми (молекули) середовища можуть перебувати у збудженому стані тривалий час ($> 10^{-8}$ с). Можна підібрати такі середовища, в яких внаслідок дії потужного світлового пучка більшість атомів (молекул) будуть знаходитися в збудженому стані. Таке середовище саме стане джерелом випромінювання.

Відхилення від закону Бугера-Ламберта, виявлені С.І. Вавиловим, становлять особливий інтерес, оскільки це є перші вказівки на існування нелінійних оптичних явищ, тобто, явищ, для яких принцип суперпозиції не справджується.

Приклад 29.1. Прозора пластинка пропускає половину падаючого на неї світлового потоку. Визначити коефіцієнт поглинання, якщо товщина пластинки $d = 4,2$ см. Розсіюванням світла знехтувати. Вважати, що 10 % падаючого світлового потоку відбивається від поверхні пластинки.

Розв'язок. Поглинання світла твердими речовинами здійснюється згідно закону Бугера-Ламберта (29.27):

$$I = I_0 e^{-\alpha d}, \quad (1)$$

* **Левшін Вадим Леонідович** (1896 – 1969) – російський фізик радянської доби, один із засновників радянської школи люмінесценції, двічі лауреат державної премії СРСР.

де I_0 – інтенсивність падаючого, на шар товщиною d поглинаючої речовини, світла, I – інтенсивність світла після виходу його із речовини, α – коефіцієнт поглинання.

Згідно умови задачі через пластинку проходить тільки половина світлового потоку $I = I_0 / 2$. Крім того 10% світлового потоку відбивається від поверхні пластинки. Тому, враховуючи це, формула (1) набуде вигляду:

$$\frac{I_0}{2} = 0,9I_0e^{-\alpha d}, \quad (2)$$

або

$$\frac{1}{2} = 0,9e^{-\alpha d}. \quad (3)$$

Логарифмуючи останній вираз, отримаємо:

$$\alpha = \frac{\ln 2 + \ln 0,9}{d} = \frac{0,693 - 0,105}{4,2 \text{ см}} = 0,14 \text{ см}^{-1}.$$

Приклад 29.2. В 4 %-ному розчині речовини в прозорому розчиннику інтенсивність світла на глибині $l_1 = 2,0$ см послаблюється в $\eta_1 = 2$ рази. У скільки разів послаблюється інтенсивність світла на глибині $l_2 = 3,0$ см у 8 %-ному розчині тієї ж речовини?

Розв'язок. Скористаємось законом Бугера-Бера (29.28):

$$I = I_0e^{-\alpha_0 C d}, \quad (1)$$

де C – концентрація розчинної речовини, α_0 – коефіцієнт поглинання, характерний для молекули розчиненої речовини. Для 1-ого розчину, виходячи із (1), маємо:

$$\eta_1 = \frac{I_0}{I_1} = e^{-\alpha_0 C_1 d_1}, \quad (2)$$

для 2-ого розчину:

$$\eta_2 = \frac{I_0}{I_2} = e^{-\alpha_0 C_2 d_2}. \quad (3)$$

Логарифмуючи (2) і (3), маємо:

$$\begin{cases} \ln \eta_1 = \alpha_0 C_1 l_1, \\ \ln \eta_2 = \alpha_0 C_2 l_2, \end{cases} \quad (4)$$

звідки

$$\ln \eta_2 = \frac{C_2 l_2}{C_1 l_1} \ln \eta_1 = \frac{0,08(3,0 \text{ см})}{0,04(2,0 \text{ см})} \ln 2 = 2,079, \quad \eta_2 = 8.$$