

27 ДИФРАКЦІЯ СВІТЛА



Гюйгенс Христіан (1629 – 1695) – голландський фізик, математик, астроном. Народився в Гаазі. Вчився в університетах Лейдена і Бреда. Сконструював перший маятниковий годинник (1657 р). Встановив закони, які визначають доцентрову силу. Досліджував зіткнення пружних тіл і вивів його закони (1669 р). У 1678 р. розробив хвильову теорію світла. Сформулював принцип, відомий, як принцип Гюйгенса. Пояснив ряд оптичних явищ, виходячи із своєї теорії. Вивчав подвійне променезаломлення. Відкрив поляризацію світла (1678 р.)

§ 27.1. Явище дифракції

Одним із основних законів геометричної оптики є закон прямолінійного поширення світла в однорідному середовищі, підтвердженням якого може служити утворення тіні позаду непрозорої перешкоди, яка знаходиться на шляху поширення світла. Прямолінійність поширення світла легко пояснювала корпускулярна теорія світла Ньютона.

Однак, досвід свідчить, що прямолінійність поширення світла не є універсальним законом. Він порушується при проходженні світла через достатньо вузькі щілини і отвори, а також при освітленні невеликих непрозорих перешкод. З принципів геометричної оптики

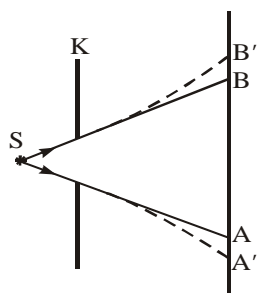


Рис. 27.1

випливає, що чим менший отвір діафрагми, тим менша буде світла смуга на екрані. Здавалося б, якщо отвір зменшувати до мізерно малого, то можна в такий спосіб отримати як завгодно малу світлу смугу на екрані. Проте досвід дає протилежний результат: починаючи з певної величини отвору, подальше його зменшення викликає не зменшення світлої смуги на екрані, а її збільшення (рис. 27.1). При цьому смуга втрачає свою різкість, стає розпливчатою і освітленою нерівномірно, на ній виникають світлі і темні кільця, які заповнюють область $A'B'$. Описане явище називають **дифракцією світла**. Воно полягає у відхиленні світлових хвиль від прямолінійного поширення. Явище дифракції властиве будь-яким хвилям, незалежно від їх природи. Прихильники кор-

пускулярної теорії світла пробували пояснити відхилення світлових променів від прямолінійності тим, що частинки світла притягаються краями екрана. Однак, Френель, один із творців хвильової теорії світла, експериментально спростував таку спробу.

§ 27.2. Принцип Гюйгенса-Френеля

Гюйгенс розглядав процес поширення світла як послідовне збурення ефіру, в якому воно поширюється. **Кожна точка світлової поверхні (ефіру) є самостійним джерелом вторинних хвиль, які поширюються зі швидкістю світла.** Нове положення фронту світлової хвилі в будь-який інший момент часу є огинаяча поверхня до таких хвиль (рис. 27.2). Перпендикуляри до фронту вказують напрямки поширення хвилі. З рис. 27.2 видно “механізм” огинання світловими хвилями перешкод (*a* – сферичної хвилі; *б* – плоскої хвилі). Дифраговані промені заходять в область геометричної тіні. Таким чином, виходячи з принципу Гюйгенса, можна легко пояснити цілий ряд явищ, зокрема, **заходження світла в область геометричної тіні**, але при цьому залишається не з’ясованим питання про розподіл енергії вздовж хвильового фронту. У принципі Гюйгенса не бралися до уваги фазові співвідношення між вторинними хвилями.

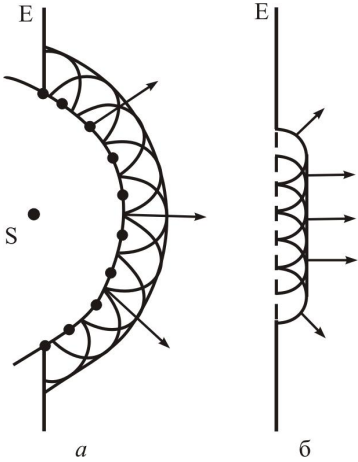


Рис. 27.2

Цей недолік було усунуто Френелем, який повністю прийняв принцип Гюйгенса і доповнив його таким твердженням: **вторинні джерела еквівалентні первинному і вони когерентні.** Їхні фази визначаються збудженням, яке йде від первинного джерела. Отже, **хвилі, що виходять від вторинних джерел, інтерферують.** Сформульований вище принцип Гюйгенса разом з доповненням Френеля називають **принципом Гюйгенса-Френеля**. На його основі можна

дістати розподіл інтенсивності для вільного поширення світлових хвиль і при наявності перешкод на їх шляху.

Френель розробив два методи знаходження дії всіх вторинних джерел в будь-якій точці простору і дістав результати, які добре узгоджуються з експериментом. Перший називається **методом зон Френеля**. Цей метод застосовується до задач з осьовою симетрією. Знаходження амплітуди результуючих коливань здійснюється простим алгебраїчним або геометричним додаванням. Другий – загальний **аналітичний метод**.

§ 27.3. Метод зон Френеля

Розглянемо суть методу зон Френеля і застосуємо його для пояснення поширення світла в однорідному середовищі.

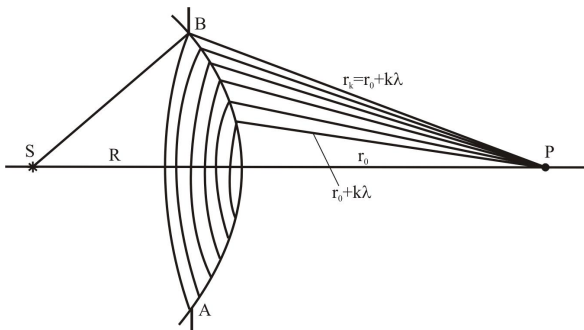


Рис. 27.3

тла в однорідному середовищі. Для цього розглянемо випадок проходження світла через круглий отвір (рис. 27.3). Нехай *S* – точкове джерело монохроматичного світла, яке випромінює сферичну хвилю, *AB* – круглий отвір в непрозорому екрані, який знаходиться від *S* на відстані *R*. Цей отвір пропустить лише частину сферичної хвилі, яка приходить від *S*. Згідно з принципом Гюйгенса-Френеля, дію реального джерела замінимо дією вторинних (фіктивних) джерел, взятих на поверхні *AB*. Визначимо інтенсивність світла в точці *P*. Хвильова поверх-

ня світлових хвиль і при наявності перешкод на їх шляху.

хня AB симетрична відносно SP . Для такої симетричної задачі Френель запропонував розбивати хвильову поверхню на кільцеві зони, які побудовані так, щоб відстані від країв двох сусідніх зон до точки P відрізнялися на $\lambda/2$. Легко бачити (рис. 27.3), що

$$r_k = r_0 + k \frac{\lambda}{2}. \quad (27.1)$$

Це означає, що коливання, які приходять в точку P від аналогічних точок двох сусідніх зон, будуть знаходитися в протифазі. Результуючі коливання, які створюються кожною із зон Френеля в цілому для двох сусідніх зон, також протилежні за фазою.

Спробуємо оцінити результуючу амплітуду коливань, яка створюється коливаннями, що приходять від всіх зон Френеля. Амплітуда коливань, які приходять від окремої зони, залежить від площі зони S , від відстані

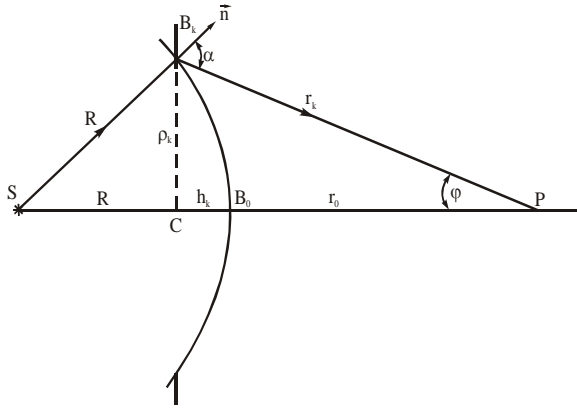


Рис. 27.4

r_k від зони до точки P і від кута α між r_k і нормаллю до поверхні зони (рис. 27.4). Можна легко показати, що площі зон Френеля є рівновеликими, а отже рівновеликі і амплітуди коливань, що їх посиляють ці зони. Тому амплітуди коливань, що доходять в точку P від окремих зон, залежать лише від відстані r_k від зони до точки P і від кута α між напрямком на точку P і нормаллю \vec{n} до k -ої зони. Із збільшенням номера зони k відстань r_k і кут α зростають, тому амплітуди a_k коливань, які доходять до точки P від окремих зон, монотонно зменшу-

ються із збільшенням номера зони k , тобто

$$a_1 > a_2 > a_3 > \dots > a_k > a_{k+1} > \dots$$

Оскільки фази коливань, які приходять в точку P від двох сусідніх зон протилежні, то результуюча амплітуда A сумарного коливання, викликаного дією k зон, дорівнює:

$$A = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \dots \pm a_k. \quad (27.2)$$

При парному k перед останнім членом стоїть знак “-”, при непарному – “+”.

Більш точне значення амплітуди A одержимо, якщо всі непарні члени рівності (27.2) розіб'ємо на дві складові: $a_1 = \frac{a_1}{2} + \frac{a_1}{2}$, $a_3 = \frac{a_3}{2} + \frac{a_3}{2}$ і т. д. Тоді, при непарному k отримаємо:

$$A = \frac{a_1}{2} + \left(\frac{a_1}{2} - a_2 + \frac{a_3}{2}\right) + \left(\frac{a_3}{2} - a_4 + \frac{a_5}{2}\right) + \dots + \left(\frac{a_{k-2}}{2} - a_{k-1} + \frac{a_k}{2}\right) + \frac{a_k}{2}. \quad (27.3)$$

При парному k :

$$A = \frac{a_1}{2} + \left(\frac{a_1}{2} - a_2 + \frac{a_3}{2}\right) + \left(\frac{a_3}{2} - a_4 + \frac{a_5}{2}\right) + \dots + \left(\frac{a_{k-3}}{2} - a_{k-2} + \frac{a_{k-1}}{2}\right) + \frac{a_{k-1}}{2} - a_k. \quad (27.4)$$

Оскільки амплітуди a_k від окремих зон із збільшенням k монотонно спадають, то можна наближено вважати, що амплітуда коливань, спричинена k -ою зоною, дорівнює півсумі амплітуд коливань, спричинених $(k-1)$ -ою і $(k+1)$ -ою зонами:

$$a_k = \frac{a_{k-1}}{2} + \frac{a_{k+1}}{2}. \quad (27.5)$$

Тоді, на підставі (27.5) всі вирази, що стоять в дужках рівностей (27.3) і (27.4), дорівнюють нулю, і, отже, при непарному k

$$A = \frac{a_1}{2} + \frac{a_k}{2}. \quad (27.6)$$

а при парному k

$$A = \frac{a_1}{2} + \frac{a_{k-1}}{2} - a_k. \quad (27.7)$$

При великій кількості зон амплітуди коливань від $(k-1)$ -ої і k -ої зон мало відрізняються одна від одної, звідки

$$\frac{a_{k-1}}{2} - a_k \approx -\frac{a_k}{2}.$$

Тоді рівність (27.7) набуде вигляду

$$A = \frac{a_1}{2} - \frac{a_k}{2}. \quad (27.7, a)$$

Об'єднуючи (27.6) і (27.7, a), отримаємо:

$$A = \frac{a_1}{2} \pm \frac{a_k}{2}, \quad (27.8)$$

де знак «+» відповідає непарному k , а знак «-» парному k .

При $k \rightarrow \infty$ величина $a_k \rightarrow 0$, тому рівність (27.8) за цих умов запишеться так:

$$A = \frac{a_1}{2}. \quad (27.9)$$

Одержаний результат означає, що амплітуда, яка створюється в точці P відкритим фронтом хвилі, дорівнює половині амплітуди, що створюється лише однією центральною зоною. Інтенсивність випромінювання пропорційна квадрату амплітуди коливань і, значить, сумарна інтенсивність в точці P чисельно дорівнює четвертині інтенсивності, обумовленою першою зоною Френеля. Тобто

$$I \approx (A)^2 = \frac{a_1^2}{4} \approx \frac{I_1}{4}, \quad (27.10)$$

де $I_1 = a_1^2$ – інтенсивність, обумовлена першою зоною Френеля.

Таким чином, **при великій кількості відкритих зон світло від точки S до точки P поширюється ніби в межах вузького каналу вздовж SP , тобто практично прямолінійно.** В результаті інтерференції ніби знищується дія всіх зон, окрім першої.

Оцінимо радіуси ρ_k зон Френеля. Із рис. 27.4 в припущенні, що $R \gg h_k$, легко можна знайти, що

$$\rho_k^2 = k \frac{R r_0}{R + r_0} \lambda, \quad (27.11)$$

або

$$\rho_k = \sqrt{k \frac{R r_0}{R + r_0} \lambda}. \quad (27.12)$$

Тут R – відстань від джерела до екрана, r_0 – відстань від екрана до точки спостереження.

Очевидно, що ρ_k одночасно є і радіусом отвору в екрані. Звідси отримуємо, що отвір радіуса ρ відкриває частину хвильового фронту, на якому вкладається k зон Френеля. Із (27.12) знаходимо, що кількість відкритих зон (число k) дорівнює

$$k = \frac{\rho^2}{\lambda} \frac{(R + r_0)}{R r_0}. \quad (27.13)$$

Для плоского фронту хвилі, який падає на екран ($R = \infty$), формула (27.13) набуде вигляду:

$$k = \frac{\rho}{\lambda} \frac{\rho}{r_0}. \quad (27.14)$$

Інтенсивність світла в точці P можна в багато разів підсилити, якщо виготовити такий екран, який би закривав всі парні або всі непарні зони Френеля. Вторинні хвилі від всіх

відкритих зон Френеля будуть приходити в точку спостереження в однаковій фазі і в результаті інтерференції підсилять одна одну. Такий екран називається **зональною пластинкою** (рис. 27.5). Дія зональної пластинки описується формулою (27.2), якщо в ряду, який в неї входить, залишити члени тільки одного знаку. Виготовити зональну пластинку можна, якщо на аркуші білого паперу накреслити темні кільця, а потім сфотографувати їх у зменшеному ви-

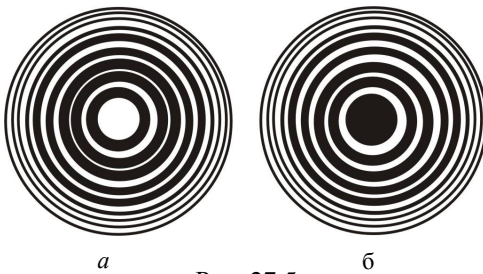


Рис. 27.5

гляді. Ширина всіх кілець повинна бути велика в порівнянні з довжиною хвилі. При певних розмірах кілець пластинка з світлим центром (рис. 27.5, а) буде закривати всі парні зони хвильового фронту, а пластинка з темним центром (рис. 27.5, б) – всі непарні зони Френеля. Така зональна пластинка називається **амплітудною зональною пластинкою**.

Ще більшої інтенсивності світла в точці P можна досягти, якщо якимось чином змінити фази коливань, які приходять від двох сусідніх зон Френеля. Релей показав, що якщо фази вторинних коливань, які виходять від двох сусідніх зон з парними (або непарними) номерами змінити на π , то інтенсивність світла в точці P збільшиться в чотири рази. Така **зональна пластинка**, яка називається **фазовою**, вперше була виготовлена американським фізиком Р. Вудом (1868 – 1955). Він покрив скло тонким шаром прозорого лаку і вигравірував на ньому зональну пластинку так, що оптична товщина непарних зон відрізнялася від оптичної товщини парних зон на величину $\lambda/2$. Якщо таку пластинку розмістити в точку B_0 перпендикулярно SB (рис. 27.4), то всі коливання, які йдуть від різних зон, будуть приходити в точку P з однією і тією ж фазою і тому результуюча амплітуда різко зростає, бо

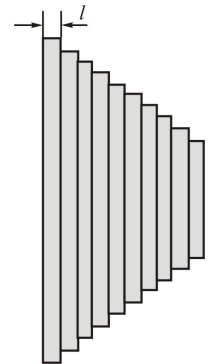


Рис. 27.6

вона буде сумою амплітуд всіх парних і непарних зон.

Аналогічний ефект можна отримати, якщо виготовити із однорідного прозорого матеріалу ступінчасту зональну пластинку (рис. 27.6). Якщо товщина l сходинки задовольняє умові

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} l(n-1) = \pi, \quad (27.15)$$

то

$$l = \frac{\lambda}{2(n-1)}, \quad (27.16)$$

і зональна пластинка буде змінювати фазу коливань від сусідніх зон на π . Дія фазової зональної пластинки еквівалентна дії лінзи, оскільки в обох випадках вторинні хвилі від всіх точок хвильового фронту приходять в точку P в однакових фазах.

§ 27.4. Дифракція Френеля

Дифракційні явища за своїм характером можна розділити на два великі класи. **Перший клас дифракційних явищ відноситься до випадку, коли дифракційна картина спостерігається на скінченній відстані від екранів, які обмежують падаючу хвилю.** До них належать дифракційні явища, коли хвильовий фронт сферичний. Явища цього класу вперше були вивчені Френелем і тому називаються **дифракцією Френеля**. Ці явища важливі в плані перевірки правильності теорії дифракції. **Другий клас явищ відноситься до випадку, коли дифракційна картина локалізується на нескінченній відстані від екранів, які обмежують падаючу хвилю. Цей вид дифракції відбувається в паралельних пучках із застосуванням оптичних інструментів.** Ці явища прийнято називати **дифракцією Фраунгофера**, оскільки вперше цей вид дифракції був вивчений Фраунгофером*. В цьому параграфі розглянемо дифракційні явища Френеля для деяких випадків.

Дифракція на круглому отворі. Нехай світло від точкового джерела S падає на непрозорий екран з круглим отвором радіуса ρ . Дифракційна картина спостерігається на екрані E , який паралельний площині отвору і міститься на відстані r_0 від нього (рис. 27.7, а).

При цьому необхідне виконання умови, що радіус круглого отвору ρ повинен бути значно меншим R і r_0 . Отвір залишить відкритим k перших зон Френеля, побудованих для точки P . Кількість відкритих зон виразиться формулою (27.13):

$$k = \frac{\rho^2}{\lambda} \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{r_0} \right).$$

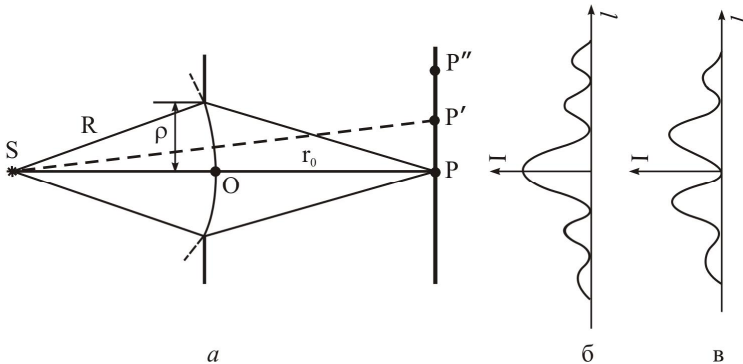


Рис. 27.7

Амплітуда коливань в точці P у відповідності з (27.8) буде рівна

* Й. Фраунгофер (1787 – 1826) – німецький фізик, наукові роботи якого відносяться до фізичної та практичної оптики.

$$A_p = \frac{a_1}{2} \pm \frac{a_k}{2},$$

де a_1 і a_k – амплітуди коливань, які приходять в точку P , відповідно від першої і останньої (k -ої) зон, знак « $+$ » береться для непарних k і « $-$ » – для парних k . При невеликих значеннях k величина $a_1 \approx a_k$. Тому при непарних значеннях k амплітуда в точці P буде $\approx a_1$, а при парних k вона буде рівна нулю.

Таким чином, **екран з отвором, який відкриває невелике непарне число зон Френеля, не тільки не послаблює світло в точці P , а навпаки, призводить до збільшення амплітуди майже в два рази, а інтенсивності – майже в чотири рази.**

Визначити амплітуду результуючих коливань в інших точках екрана E значно важче, бо зони Френеля, які їм відповідають, будуть частково закриті непрозорим екраном. З міркувань симетрії та закону збереження енергії очевидно, що картина поблизу точки P екрана буде мати вигляд темних і світлих смуг, які чергуються, з центрами в точці P . З віддаленням від точки P інтенсивність максимумів світла зменшується.



Рис. 27.8

Отже, дифракційна картина від круглого отвору є чергуванням світлих і темних концентричних кілець. В центрі картини буде або світла (k – непарне), або темна (k – парне) пляма (рис. 27.8). Розподіл інтенсивності на екрані з відстанню показано на рис. 27.7, б для непарного k і на рис. 27.7, в для парного k .

Якщо отвір відкриває лише одну першу зону Френеля, то згідно з (27.8) матимемо, що амплітуда і інтенсив-

ність в точці P будуть $A_p = a_1 = 2a_0$, $I_p \approx (2a_0)^2$, $I_p = 4I_0$, (де $a_0 = a_1/2$ і I_0 – відповідно амплітуда і інтенсивність світла в точці P при вільному поширенні хвилі, тобто, у відсутності екрана). Таким чином, інтенсивність в центрі екрана (точка P) отримається в чотири рази більшою, ніж була би при відсутності екрана з отвором. Світлих і темних кілець при цьому не виникає. При відкритих двох зонах Френеля ($k = 2$) в точці P (як уже відомо) виникає мінімум, навколо якого виникає одне світле кільце, яке переходить в темне. При $k = 3$ центр дифракційної картини освітлений майже так, як при $k = 1$, навколо якого розміщене темне кільце, яке переходить в світле. При $k = 4$ повторюється картина, яка виникає при $k = 2$, різниця тільки в тому, що навколо центральної темної смуги виникає не одне світле кільце, а два. Розподіл інтенсивності на екрані при $k = 1, 2, 3$ і 4 в залежності від l наведено на рис. 27.9.

Якщо отвір відкриває велике число зон Френеля, то чергування світлих і темних кілець спостерігається тільки на межі геометричної тіні, всередині цієї області освітленість практично стала.

Варто відмітити ще одну цікаву особливість. При переміщенні точки P вздовж SP

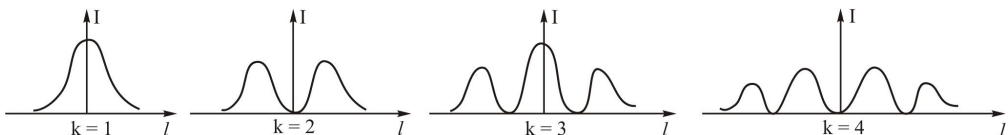


Рис. 27.9

(при незмінному ρ) (рис. 27.7) кількість відкритих зон для точки P буде змінюватися з

більше зміцнило позиції хвильової теорії світла в науці. Однак, не дивлячись на це, відкриття світлої плями в центрі дифракційної картини від круглого непрозорого екрана історія пов'язала саме з іменем людини, яка пробувала використати це відкриття, щоб заперечити хвильову теорію світла Френеля.

Приклад 27.1. Між точковим джерелом світла ($\lambda = 5,0 \cdot 10^{-7}$ м) і екраном помістили діафрагму з круглим отвором радіуса $\rho = 1,0$ мм. Відстань від діафрагми до джерела і екрана відповідно дорівнюють $R = 1,0$ м і $r_0 = 2,0$ м. Як зміниться освітленість екрана в точці P , що знаходиться проти центра отвору, якщо діафрагму забрати?

Розв'язок. В результаті дифракції світла на краях отвору діафрагми і інтерференції вторинних хвиль на екрані виникає дифракційна картина – світлі і темні кільця, які чергуються між собою. При цьому точка P , яка є центром картини, буде світлою або темною, в залежності від **числа відкритих зон Френеля**. Парному числу зон відповідає темна смуга, непарному – світла. Це число можна знайти, скориставшись формулою (27.12) для радіуса k -ої зони Френеля:

$$\rho_k = \sqrt{k \frac{R r_0}{R + r_0}} \lambda. \quad (1)$$

Оскільки радіус k -ої зони ρ_k дорівнює радіусу отвору ρ діафрагми, отримаємо:

$$k = \frac{\rho^2 (R + r_0)}{\lambda R r_0} = \frac{(10^{-3} \text{ м})^2 (1,0 \text{ м} + 2,0 \text{ м})}{(1 \text{ м})(2 \text{ м})(5,0 \cdot 10^{-7} \text{ м})} = 3. \quad (2)$$

Таким чином, оскільки діафрагма відкриває непарне число зон Френеля, яке рівне 3, в точці P буде світла смуга (пляма).

Щоб відповісти на питання задачі, необхідно перш за все знайти результуючу амплітуду A_p (а значить і інтенсивність I_p) в точці P , коли світло проходить через діафрагму. Вона визначається формулою (27.8):

$$A = \frac{a_1}{2} \pm \frac{a_k}{2}, \quad (3)$$

де a_1 і a_k - амплітуди світлових коливань випромінюваних відповідно 1-ою і k -ою відкритими зонами Френеля в напрямку точки P . Оскільки в нашому випадку діафрагма відкриває три зони Френеля ($k = 3$), то

$$A = \frac{a_1}{2} + \frac{a_3}{2}. \quad (4)$$

Вважаючи, що $a_1 \approx a_3$, формула (4) запишеться так:

$$A = a_1. \quad (5)$$

Однак, відомо, що із збільшенням числа відкритих зон Френеля величина другого члена в формулі (3) монотонно зменшується, і коли $k \rightarrow \infty$ його величина прямує до нуля ($\frac{a_k}{2} \rightarrow 0$). Коли $k = \infty$ формула (3) перепишеться так:

$$A_p = \frac{a_1}{2}. \quad (6)$$

Висновок. Якщо діафрагму забрати, то це призведе до зменшення в два рази результуючої амплітуди світлових коливань в точці P . Оскільки освітленість пропорційна квадрату амплітуди світлових коливань ($I_p \sim A_p^2$), то інтенсивність зменшиться

в чотири рази ($I_p = I_0/4$, де $I_0 = a_1^2$).

§ 27.5. Дифракція Фраунгофера

Велике практичне значення в оптиці мають дифракційні явища в паралельних променях. Вперше цей вид дифракції, як ми вже відмічали, дослідив Фраунгофер, тому дифракція паралельних променів отримала назву **дифракції Фраунгофера**. Особливо важливою є дифракція Фраунгофера на одній і двох щілинах та на періодичній структурі з багатьох щілин, яку називають **дифракційною решіткою**. Принципова схема спостереження дифракції Фраунгофера наведена на рис. 27.11. Джерело світла S (точкове щілиноподібне) розташовується у фокальній площині лінзи L_1 . Перешкода AB (щілина) встановлюється в паралельному пучку світла. Дифракційна картина спостерігається на екрані E , який розміщується в фокальній площині лінзи L_2 .

Як і в попередніх випадках, задачею дифракції є знаходження розподілу інтенсивності світла в залежності від кута дифракції ϕ . Розподіл інтенсивності на екрані залежить також від форми і розміру отвору.

Оскільки простішою для розрахунків є дифракція Фраунгофера на щілині, то ми і почнемо розгляд цього класу дифракційних явищ саме із розгляду дифракції світла на одній щілині.

Дифракція на одній щілині. Щілиною будемо називати прямокутний отвір, який має незначну ширину і практично нескінченну довжину. Роль щілини може відігравати прямокутний отвір довжиною в кілька міліметрів і шириною 0,01 – 0,02 мм.

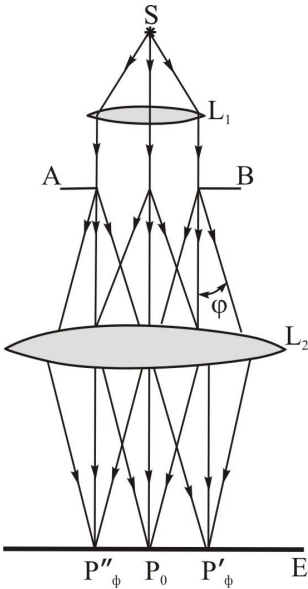


Рис. 27.11

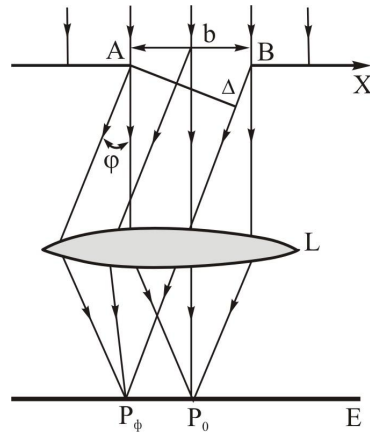


Рис. 27.12

Нехай на щілину шириною b нормально падає плоска монохроматична хвиля, довжина якої λ (рис. 27.12). Паралельний пучок світла, пройшовши крізь щілину екрана, дифрагує під різними кутами від початкового напрямку. Дифраговані під різними кутами промені збираються в певних точках екрана E , розміщеного в фокальній площині лінзи L .

Для знаходження розподілу інтенсивності на екрані скористаємось методом зон Френеля. Розіб'ємо хвильову поверхню AB , що пропускається щілиною, на зони Френеля, які

мають вигляд смуг, паралельних до країв щілини. Ширина кожної зони повинна бути такою, щоб різниця ходу променів, що йдуть від країв зони в певному напрямку (наприклад, в напрямку φ), дорівнювала $\lambda/2$ (рис. 27.13). Усі зони в даному напрямку випромінюють

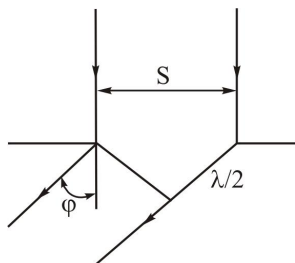


Рис. 27.13

світло однаково. При інтерференції світла результуюча амплітуда від двох сусідніх зон дорівнює нулю, бо ці зони спричиняють коливання з однаковими амплітудами, але протилежними за фазами. Отже, результат інтерференції світла в точці P_φ визначиться числом відкритих зон Френеля в цьому або в іншому напрямках. Якщо число зон Френеля для даної точки спостереження парне, то світлові хвилі погасять одна одну і в точці P_φ виникне темна пляма (мінімум); якщо число зон Френеля буде непарним, то дія однієї зони залишиться не скомпенсованою і дифракційна пляма в точці P_φ буде світлою (виникне максимум).

Аналітично ці умови можна знайти так. Різниця ходу між променями, що поширюються від країв однієї зони Френеля, дорівнює (рис. 27.13):

$$S \sin \varphi = \frac{\lambda}{2},$$

або

$$2b \sin \varphi = N\lambda, \quad (27.19)$$

де $S = b/N$ – ширина однієї зони Френеля, b – ширина щілини, N – кількість зон Френеля.

Якщо число відкритих зон Френеля парне ($N = 2k$, де $k \neq 0$, $k = 1, 2, \dots$), то з (27.19) отримаємо умову мінімумів:

$$b \sin \varphi = \pm 2k \frac{\lambda}{2} = \pm k\lambda. \quad (27.20)$$

Якщо число відкритих зон Френеля непарне ($N = 2k+1$, де $k = 0, 1, 2, \dots$), то із (27.19) отримаємо умову максимумів:

$$b \sin \varphi = \pm (2k+1) \frac{\lambda}{2}. \quad (27.21)$$

Знак « $-$ » відповідає променям, що поширюються від щілини під кутом $-\varphi$ і збираються в точці, симетричній P_φ відносно точки P_0 .

Зауважимо, що добуток $b \sin \varphi$, який входить в (27.20) і (27.21), є не що інше, як різниця ходу між променями, що йдуть від країв щілини (рис. 27.12). Таким чином, із (27.20) і (27.21) видно, **мінімуми виникають в тих напрямках, де різниця ходу крайніх променів рівна парному числу півхвиль або цілому числу хвиль, а максимуми – де різниця ходу променів рівна непарному числу півхвиль.**

Число k називають порядком дифракційного максимуму (мінімуму). Отже, дифракційна картина, що утворюється від однієї щілини при освітленні її монохроматичним світлом, має вигляд світлих і темних смуг, які змінюють одна одну, і розташованих по обидві сторони центральної смуги, яка виникає в напрямку $\varphi = 0$ (точка P_0) і є найбільш інтенсивною. Цю смугу називають **центральним максимумом нульового порядку: коливання, які спричиняються в точці P_0 всіма зонами щілини, здійснюються в одній фазі.**

Із (27.20) видно, що із зменшенням ширини щілини відстань між першими мінімумами дифракційної картини зростає і при $b \approx \lambda$ на екрані не буде жодного максимуму, окрім центрального, ширина якого прямує до нескінченності з поступовим спадом інтенсивності від

центра до країв. Подальше зменшення b призводить до монотонного зменшення освітленості екрана. В дослідях з дифракції світла, як правило, використовують щілини, ширина яких $b \gg \lambda$. За цієї умови центральний максимум стає вузьким і яскравим.

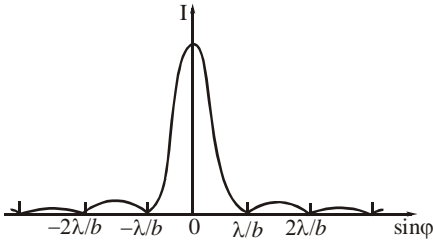


Рис. 27.14

Інтенсивності максимумів відносяться як $I_{k=0} : I_{k=1} : I_{k=2} : \dots = 1 : 0,045 : 0,016 : \dots$. Якщо дифрагуюче світло немонахроматичне, то максимуми забарвлені в різні кольори через залежність їхнього положення від довжини хвилі ($\sin \varphi = \pm k\lambda / b$). На рис 27.14 наведено розподіл освітленості при диф-

ракції на одній щілині.

Розподіл інтенсивності на екрані в залежності від кута дифракції можна розрахувати за формулою:

$$I_{\varphi} = I_0 \frac{\sin^2 \left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi \right)}{\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi \right)^2}, \quad (27.22)$$

або

$$I_{\varphi} = I_0 \frac{\sin^2 u}{u^2}, \quad (27.23)$$

де $u = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi$, φ – кут дифракції, I_0 – інтенсивність падаючого на щілину світла. При $\varphi = 0$ ($k = 0$) інтенсивність світла буде завжди максимальною оскільки

$$\lim_{u \rightarrow 0} \frac{\sin u}{u} = \lim_{\varphi \rightarrow 0} \frac{\sin \left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi \right)}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi} = 1.$$

Тому, виходячи із (27.22), інтенсивність в центрі екрана ($\varphi = 0$, $k = 0$) завжди буде рівна інтенсивності падаючого світла ($I_{\varphi=0} = I_0$).

Приклад 27.2. Визначити наближено інтенсивності вторинних максимумів ($k = 1, 2, 3, \dots$) при дифракції світла на одній щілині.

Розв'язок. Для знаходження інтенсивностей побічних максимумів формулу (27.22) перепишемо так:

$$I_{\varphi} = I_0 \frac{\sin^2 \left[\frac{\pi b}{\lambda} (2k+1) \frac{\lambda}{2b} \right]}{\left[\frac{\pi b}{\lambda} (2k+1) \frac{\lambda}{2b} \right]^2} = I_0 \frac{\sin^2 \left[(2k+1) \frac{\pi}{2} \right]}{\left[(2k+1) \frac{\pi}{2} \right]^2}, \quad (27.24)$$

* Тут використано умову дифракційних максимумів (27.21): $\sin \varphi = (2k+1) \frac{\lambda}{2b}$.

звідки

$$I_{\varphi} = \frac{I_0}{\left[(2k+1) \frac{\pi}{2} \right]^2}.$$

При $k = 1, 2, 3$ отримуємо:

$$I_{\varphi} = \frac{I_0}{22,2} = 0,045 I_0, (k = 1),$$

$$I_{\varphi} = \frac{I_0}{61,7} = 0,016 I_0, (k = 2),$$

$$I_{\varphi} = \frac{I_0}{121} = 0,0063 I_0, (k = 3).$$

Таким чином, в першому після центрального максимумі зосереджено лише 1/22 (або 4,5 %) інтенсивності центрального дифракційного максимуму, наступні максимуми ще слабші (рис. 27.14).

Приклад 27.3. Щілина шириною $b = 0,1$ мм освітлюється жовтим світлом ($\lambda = 6 \cdot 10^{-7}$ м). Визначити ширину центрального максимуму в дифракційній картині, яка проектується за допомогою лінзи, розміщеної безпосередньо за щілиною, на екран, що знаходиться на відстані $L = 1,5$ м від лінзи.

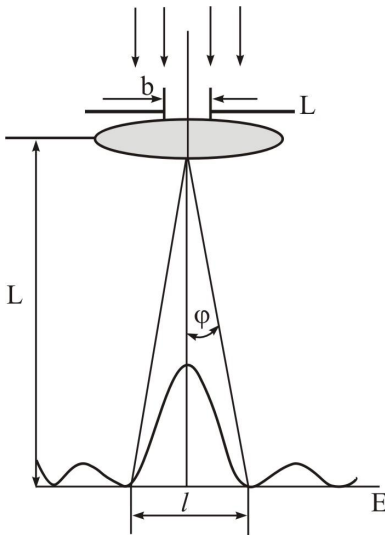


Рис. 27.15

Розв'язок. Центральний максимум займає область між найближчими до нього правим і лівим мінімумами, відстань між якими l і є шириною центрального максимуму (рис. 27.15). Мінімуми інтенсивності при дифракції світла від однієї щілини спостерігаються під кутами φ , які визначаються умовою (27.20):

$$b \sin \varphi = \pm k \lambda, \quad (1)$$

де b – ширина щілини, λ – довжина світлової хвилі, $k = 1, 2, 3, \dots$ – порядок мінімуму. У даному випадку $k = 1$. Відстань між двома мінімумами визначимо із рис. 27.15:

$$l = 2L \tan \varphi \quad (2)$$

Враховавши, що при малих кутах дифракції $\tan \varphi \approx \sin \varphi$, а $\sin \varphi = k \lambda / b$ (див. формулу (1)), формула (2) набуде вигляду:

$$l = 2L \frac{k \lambda}{b} = 2(1,5 \text{ м}) \frac{1(6 \cdot 10^{-7})}{10^{-4}} = 1,8 \cdot 10^{-2} \text{ м}.$$

Дифракція на двох щілинах. Нехай паралельний пучок світла падає нормально на непрозорий екран з двома ідентичними щілинами шириною b , розділеними непрозорим проміжком шириною a (рис. 27.16). Оскільки щілини ідентичні, то створювані на екрані дифракційні картини кожною щілиною зокрема будуть однаковими. Напрямки, в яких виникають мінімуми від окремих щілин, визначаються формулою (27.20) $b \sin \varphi = \pm k \lambda$,

а максимуми – формулою (27.21)

$$b \sin \varphi = \pm (2k + 1) \frac{\lambda}{2}.$$

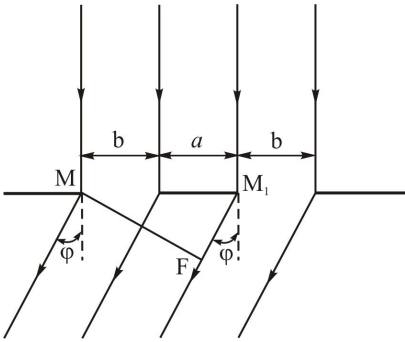


Рис. 27.16

При одночасній дії обох щілин дифракційна картина виявиться складнішою, ніж при звичайному накладанні картин від двох щілин. В даному випадку **кожну щілину можна розглядати як самостійне джерело когерентних хвиль, які інтерферуватимуть**. Внаслідок цього знайдуться такі напрямки, в яких дія однієї щілини підсилить дію іншої, виникнуть так звані головні максимуми. Можливі і інші напрямки, в яких коливання, що йдуть від окремих щілин, взаємно погасяться і виникнуть додаткові мінімуми.* Очевидно, що додаткові мінімуми з нульовим значенням інтенсивності будуть спостерігатися в тих напрямках, яким відповідає різниця ходу, яка рівна непарному числу півхвиль (див. § 26.3):

$$M_1 F = MM_1 \sin \varphi = \pm (2k + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (27.24)$$

Дія однієї щілини підсилиться іншою, якщо

$$M_1 F = MM_1 \sin \varphi = \pm k\lambda, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (27.25)$$

Позначивши суму $a + b = MM_1$ через d , умови додаткових мінімумів і головних максимумів запишуться так:

$$d \sin \varphi = \pm (2k + 1) \frac{\lambda}{2} \text{ (додаткові мінімуми)}, \quad (27.26)$$

$$\boxed{d \sin \varphi = \pm k\lambda} \text{ (головні максимуми)}. \quad (27.27)$$

Знаючи умови виникнення мінімумів від окремої щілини, додаткових мінімумів та головних максимумів від двох щілин, можна скласти повну картину дифракції від двох щілин. Вона визначається із умов:

$$\text{попередні мінімуми } b \sin \varphi = \pm \lambda, \quad \pm 2\lambda, \quad \pm 3\lambda, \dots,$$

$$\text{додаткові мінімуми } d \sin \varphi = \pm \frac{1}{2} \lambda, \quad \pm \frac{3}{2} \lambda, \quad \pm \frac{5}{2} \lambda, \quad \dots,$$

$$\text{головні максимуми } d \sin \varphi = 0, \quad \pm \lambda, \quad \pm 2\lambda, \quad \pm 3\lambda, \dots,$$

тобто, між головними максимумами розміщується додатковий мінімум. Відстань між первинними мінімумами (від однієї щілини) залежить від ширини щілини b . В залежності від співвідношення a до b між двома первинними мінімумами (від $-\lambda/b$ до $+\lambda/b$) може розміститися різна кількість головних максимумів, яку можна розрахувати за формулою

$$\boxed{n = 2 \frac{a}{b} + 1}. \quad (27.28)$$

* Мінімуми від окремих щілин залишаються на своїх місцях, оскільки в цих напрямках ні одна із щілин світла не посиляє.

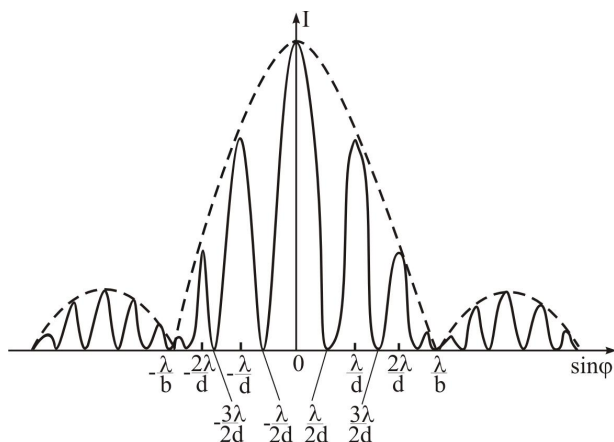


Рис. 27.17

Наприклад, якщо $b = a$, то $n = 3$, якщо $b = a/2$, то $n = 5$, якщо $b = a/3$, то $n = 7$, і т.д. На рис 27.17 наведена крива розподілу інтенсивності при дифракції на двох паралельних щілинах шириною b , розміщених на відстані $a = 2b$. Пунктирна крива характеризує розподіл інтенсивності при дифракції на одній щілині.

Розподіл інтенсивності на екрані в залежності від кута дифракції на двох щілинах аналітично виражається формулою:

$$I_{\varphi} = I_0 \frac{\sin^2 u}{u^2} \cos^2 v, \quad (27.29)$$

де $u = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi$, $v = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi$. Множник $\frac{\sin^2 u}{u^2}$ в (27.29) характеризує розподіл інтенсивності в результаті дифракції на одній щілині. Його іноді називають **дифракційним множителем**. Другий множник $\cos^2 v$ враховує інтерференцію між пучками від окремих щілин. Його називають **інтерференційним множителем**.

Приклад 27.4. Скільки головних максимумів міститься між двома первинними мінімумами, які виникають при дифракції світла на двох щілинах, якщо: а) $d = 2b$; б) $d = 3b$; в) $d = 6b$; г) $d = 7b$?

Розв'язок. Кількість головних максимумів, які виникають між двома мінімумами при дифракції на двох щілинах, визначається за формулою (27.28):

$$n = 2 \frac{a}{b} + 1.$$

Тоді: а) $d = 2b = a + b$; $a = b$; $n = 2 \frac{b}{b} + 1 = 3$,

б) $d = 3b = a + b$; $a = 2b$; $n = 2 \frac{2b}{b} + 1 = 5$,

в) $d = 6b = a + b$; $a = 5b$; $n = 2 \frac{5b}{b} + 1 = 11$,

г) $d = 7b = a + b$; $a = 6b$; $n = 2 \frac{6b}{b} + 1 = 13$.

Дифракційна решітка. Розгляд дифракції на двох щілинах показує, що в цьому випадку дифракційні максимуми стають більш вузькими, ніж у випадку однієї щілини. Очевидно, що при збільшенні числа щілин це явище стає ще чіткішим. Якщо розмірковувати подібно до вище викладеного, знайдемо, що між двома головними максимумами при трьох щілинах розмістяться два додаткові мінімуми, при чотирьох щілинах – три додаткові мінімуми і т.д. При N щілинах між двома головними максимумами розмістяться $N - 1$ додаткові мінімуми. При цьому інтенсивність головних максимумів зростає.

Система N паралельних щілин рівної ширини, розділених однаковими непрозорими проміжками, називається дифракційною решіткою.

Нехай на таку систему із N щілин нормально падає паралельний пучок світла (рис.27.18). Ширину щілини позначимо через b , ширину проміжку між щілинами через a . Величина

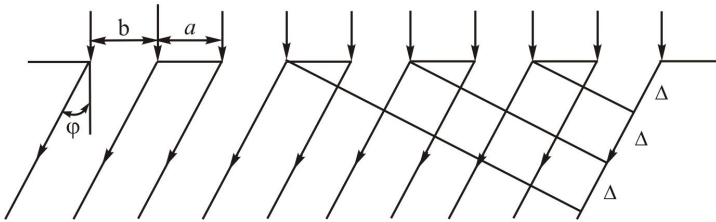


Рис. 27.18

$d = b + a$ називається **сталюю решітки**. Аналогічно випадку дифракції на двох щілинах **розподіл інтенсивності на екрані спостереження визначається сукупністю двох процесів: дифракцією світла на кожній із щілин та інтерференцією світла**

від N щілин. Тут матимемо справу з так званою **багатопроменевою інтерференцією**, інтерференцією променів, що йдуть від багатьох щілин.

Неважко помітити, що світлові коливання, які йдуть від різних щілин в напрямку $\varphi = 0$, мають однакові амплітуди і фази. Значить, всі вектори амплітуд направлені вздовж однієї лінії і результуюча амплітуда в напрямку $\varphi = 0$ дорівнює:

$$E_{\varphi=0} = NE_{01},$$

де E_{01} – амплітуда коливань, що приходять від однієї щілини, N – кількість щілин дифракційної решітки. Інтенсивність максимуму в напрямку $\varphi = 0$ (інтенсивність центрального головного максимуму)

$$I_{\varphi=0} = CN^2 E_{01}^2 = CN^2 I_0, \quad (27.30)$$

де C – коефіцієнт пропорційності, I_0 – інтенсивність світла, що випромінюється однією щілиною в напрямку $\varphi = 0$. Таким чином, у випадку дифракції від N щілин інтенсивність центрального максимуму (в напрямку $\varphi = 0$) росте прямо пропорційно квадрату числа N інтерферуючих променів (числа щілин).

Умовою виникнення головних максимумів очевидно є:

$$d \sin \varphi = \pm k\lambda, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (27.31)$$

де $d \sin \varphi = \Delta$ – різниця ходу променів, що йдуть від початку двох сусідніх щілин (рис. 27.18).

Інтенсивність k -го головного максимуму дифракційної решітки з N щілинами

$$I_k = I_0 N^2 \frac{\sin^2 u}{u^2}. \quad (27.32)$$

Для нульового головного максимуму ($k = 0$, $\varphi = 0$) $\lim_{u \rightarrow 0} \frac{\sin u}{u} = 1$, тому формула (27.32) набуде вигляду:

$$I_{k=0} = I_0 N^2. \quad (27.33)$$

Формула (27.33) співпадає з формулою (27.30) з точністю до коефіцієнта пропорційності C . Між головними максимумами розмістяться $N - 2$ додаткові максимуми від кожної із щілин, положення яких визначається умовою (27.21):

$$d \sin \varphi = \pm (2k + 1) \frac{\lambda}{2}.$$

де b – ширина щілин, але їхня інтенсивність значно менша від інтенсивностей головних максимумів (рис. 27.19) і із збільшенням числа щілин їх інтенсивність зменшується.

Умовою додаткових мінімумів є:

$$d \sin \varphi = \left(k + \frac{P}{N}\right) \lambda, \quad (27.34)$$

де $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ – порядок дифракційного максимуму, $P = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm(N-1)$, N – загальна кількість щілин. Із аналізу (27.34) легко зробити висновок, що між сусідніми головними максимумами розміщується $N-1$ мінімумів.

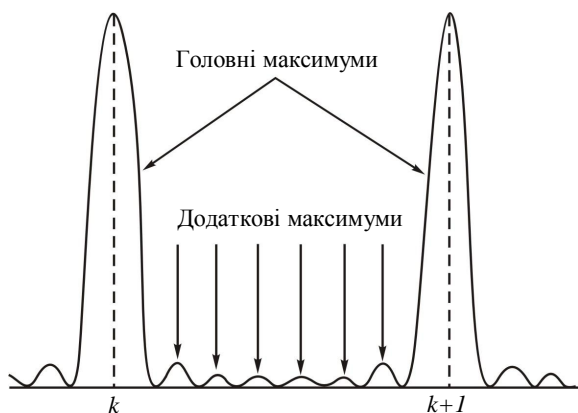


Рис. 27.19

Розподіл інтенсивності в дифрагованому світлі наведено на рис. 27.19. для $N = 8$. Між сусідніми головними максимумами розміщується $N-1 = 7$ додаткових мінімумів та $N-2 = 6$ додаткових максимумів. Відносні інтенсивності головних і додаткових максимумів задаються числами 100; 5,0; 2,25; 1,6; 1,6; 2,25; 5,0; 100.

Якщо врахувати, що $u = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi$, а $\sin \varphi = \frac{k\lambda}{d}$ (див. формулу 27.31)), то формула (27.32) перепишеться так:

$$I_k = I_0 N^2 d^2 \frac{\sin^2(\pi b k / d)}{\pi^2 b^2 k^2}. \quad (27.35)$$

Із (27.35) видно, що $I_k \sim 1/k^2$, а це означає, що із зростанням порядку дифракції (числа k) інтенсивність відповідного максимуму різко зменшується.

Таким чином, при дифракції плоскої хвилі на правильній структурі із N щілин інтенсивність максимумів дифракційної картини прямо пропорційна N^2 і обернено пропорційна k^2 . Різкість максимумів визначається числом щілин N .

Сучасна дифракційна решітка являє собою періодичну систему величезної кількості борозен (від 100 до 2400 борозен на 1 мм) певного профілю. Якщо замість щілин на решітці знаходяться добре відбиваючі ділянки, а замість непроникних ділянок – ділянки, які добре поглинають світло, то у відбитому світлі від такої решітки також буде спостерігатися дифракційна картина, яка аналогічна до картини в прохідному світлі. **Решітки, які діють у відбитому світлі, називаються відбивними.** Якщо непроникна частина решітки добре відбиває світло, а щілина добре пропускає, то решітка може одночасно діяти в якості дифракційної решітки як в прохідному, так і у відбитому світлі. Очевидно, що період обох решіток однаковий, а величини a і b міняються місцями.

Дифракційні решітки виготовляють на скляних або металічних пластинках. Очевидно, що скляні решітки можуть діяти як у відбитому, так і у прохідному світлі; металічні – тільки у відбитому світлі.

Якщо властивості решітки періодично змінюються тільки в одному напрямку, то така решітка називається **одновимірною**, або **лінійною**. Якщо ж періодичність решітки має місце в двох або трьох напрямках, то така решітка називається відповідно **дво- і тривимірною**. Останню ще називають **просторовою**.

Якщо решітка вносить періодичні зміни в амплітуду хвилі і не впливає на її фазу, то така дифракційна решітка називається **амплітудною**. Амплітудною решіткою є решітка, в якій площа кожної щілини співпадає з площиною решітки (рис. 27.20). Решітка, яка вносить періодичні зміни у фазу хвилі, але не впливає на її амплітуду, називається **фазовою** (рис. 27.21). Існують решітки, які здатні одночасно змінювати як амплітуду, так і фазу. Такі решітки називають **амплітудно-фазовими**.

В 70-х роках XX ст. розроблений новий голографічний метод виготовлення дифрак-

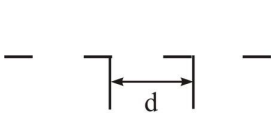


Рис. 27.20

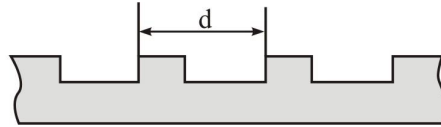


Рис. 27.21

ційних решіток. В цьому методі підкладка, яка покрита шаром спеціального світлочутливого матеріалу, освітлюється двома пучками когерентного лазерного випромінювання, в області перекривання яких утворюється стаціонарна інтерференційна картина з синусоїдальним розподілом інтенсивності, змінюючи при цьому світлочутливий шар у відповідності зі зміною інтенсивності в картині. Після відповідної обробки і нанесення на підкладку відбиваючого покриття отримується відбиваюча голографічна фазова дифракційна решітка з синусоїдальною формою штриха. Теорія такої решітки показує, що від синусоїдальної решітки утворюється тільки центральний головний максимум ($k = 0$) і головні максимуми першого порядку ($k = \pm 1$).

Приклад 27.5. *Вирахувати кути, що відповідають головним дифракційним максимумам 1-ого і 2-ого порядків для світла з довжинами хвиль $\lambda_1 = 4,0 \cdot 10^{-7}$ м і $\lambda_2 = 7,0 \cdot 10^{-7}$ м, якщо дифракційна решітка містить 10^6 штрихів на 1 м.*

Розв'язок. Положення головних максимумів визначимо із умови (27.31):

$$\sin \varphi = \frac{k\lambda}{d} = kN_0\lambda,$$

де $d = 1/N_0$ – стала дифракційної решітки. Для максимумів 1-ого порядку $k = 1$. Тоді

$$\sin \varphi_{\lambda_1} = 1(4,0 \cdot 10^{-7} \text{ м})(10^6 \text{ м}^{-1}) = 0,40; \quad \varphi_{\lambda_1} = 23,6^\circ,$$

$$\sin \varphi_{\lambda_2} = 1(7,0 \cdot 10^{-7} \text{ м})(10^6 \text{ м}^{-1}) = 0,70; \quad \varphi_{\lambda_2} = 44,4^\circ.$$

Для максимумів 2-ого порядку $k = 2$. Тоді

$$\sin \varphi_{\lambda_1} = 2(4,0 \cdot 10^{-7} \text{ м})(10^6 \text{ м}^{-1}) = 0,80; \quad \varphi_{\lambda_1} = 53,1^\circ,$$

$$\sin \varphi_{\lambda_2} = 2(7,0 \cdot 10^{-7} \text{ м})(10^6 \text{ м}^{-1}) = 1,40.$$

Максимуму 2-ого порядку для $\lambda_2 = 7,0 \cdot 10^{-7}$ м не існує, оскільки $\sin \varphi$ не може бути більше одиниці. Максимуми більш високих порядків також не виникають з тієї ж причини.

§ 27.6. Дифракційний спектр

Положення головних максимумів, яке визначається умовою $d \sin \varphi = k \lambda$, залежить від довжини хвилі λ . Виключення складає лише головний максимум нульового порядку, положення якого від довжини хвилі не залежить. Якщо на дифракційну решітку падає складне світло, то кожна хвиля веде себе незалежно. Тому світлові хвилі різних довжин в фокальній площині лінзи, розміщеної за дифракційною решіткою, зберуться в різних міс-

цях. Для кожного λ має місце не один дифракційний максимум, а декілька, які визначаються числом k . Кожному значенню k відповідають максимуми всіх довжин хвиль, які входять в досліджуваний пучок. **Сукупність головних максимумів при даному k називають дифракційним спектром.** Величину k прийнято називати **порядком дифракційного спектра.** Якщо дифракційну решітку освітити білим світлом, то кожний порядок спектра буде забарвлений в різні кольори райдуги, причому так, що внутрішній край його забарвлений в фіолетовий колір, а зовнішній – в червоний (рис. 27.22). Значенню $k = 0$ відповідає

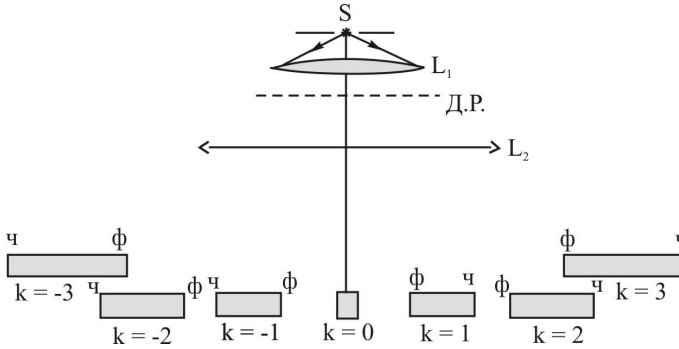


Рис. 27.22

максимум в напрямку $\varphi = 0$ (нульовий максимум) для всіх значень λ . Тому в цьому напрямку зберуться хвилі всіх довжин, тобто нульовий спектр є білим зображенням джерела.

Сpektри першого, другого і т.д. порядків розміщуються симетрично по обидва боки нульового. Із зростанням порядку спектра відстань між відповідними лініями спектрів зростає, а

спектри вищих порядків починають накладатися один на одного. З якого порядку починають перекриватися спектри залежить від спектральної однорідності світла, тобто від різниці крайніх довжин хвиль його складових. Так, при дифракції видимого діапазону сонячного світла частково перекриваються уже спектри другого і третього порядків (рис. 27.22).

Оскільки $\sin \varphi$ не може бути більшим за одиницю, то порядок спектра є обмеженим. Тому, із (27.31) випливає, що

$$k \leq \frac{d}{\lambda}. \quad (27.36)$$

Таким чином, чим менше d (стала решітки) при заданому λ , тим менше граничне значення k . При достатньо малому d виявиться можливим лише спектр першого порядку ($k = 1$).

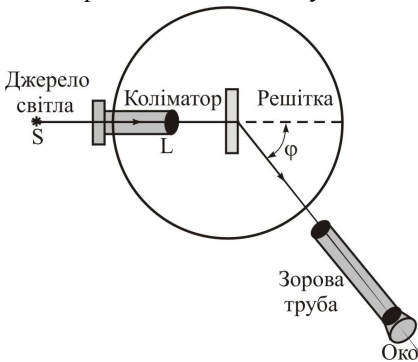


Рис. 27.23

Звідси видно, що дифракційний спектр може спостерігатися тільки для довжин хвиль λ , які менші за d ($\lambda < d$). Якщо $\lambda > d$, то умова (27.36) виконується тільки для $k = 0$. В даному випадку решітка не розкладає світло в спектр, а просто пропускає його в напрямку падіння.

Оскільки дифракційна решітка, при падінні на неї складного світла, розкладає його в спектр, то її широко використовують в цій якості в **спектроскопі*** – оптичному приладі для точного вимірювання довжин хвиль.

Схема спектроскопа наведена на рис. 27.23. Світло від джерела S через вузьку щілину S попадає в коліматор. Щілина знаходиться в фокальній площині лінзи L , тому на дифракційну ре-

* Є спектроскопи, де в якості дисперсуючого елемента використовується призма, яка також розкладає біле світло в спектр.

шітку падають паралельні промені. Рухома зорова труба дозволяє фокусувати промені. Спостерігач нічого не побачить до тих пір, поки труба не виявиться під кутом φ , що відповідає дифракційному максимуму. Кут φ може бути виміряний з дуже високою точністю, що дозволяє з високою точністю визначити довжину хвилі лінії за формулою (27.31):

$$\lambda = \frac{d \sin \varphi}{k},$$

де k – порядок дифракції (максимуму), d – період решітки.

Якщо дифракційний спектр джерела не спостерігається візуально, а фіксується, наприклад, на плівці, відповідний прилад називається не спектроскопом, а **спектрометром**, хоча обидва терміни іноді використовуються як синоніми. Прилади, які дозволяють також вимірювати інтенсивність світла з даною довжиною хвилі, називаються **спектрофотометрами**.

Приклад 27.6. На дифракційну решітку нормально падає пучок світла від газорозрядної трубки, наповненої гелієм. На яку лінію в спектрі четвертого порядку накладається червона лінія гелію ($\lambda_{\text{ч}} = 6,7 \cdot 10^{-5}$ см) спектра третього порядку?

Розв'язок. Положення будь-якої лінії в дифракційному спектрі можна знайти, скориставшись умовою головних максимумів:

$$d \sin \varphi = k\lambda \quad (1)$$

звідки

$$\sin \varphi_1 = \frac{k_1 \lambda}{d} \quad \text{і} \quad \sin \varphi_2 = \frac{k_2 \lambda_{\text{ч}}}{d}. \quad (2)$$

Тут $k_1 = 4$, $k_2 = 3$, λ – довжина світлової хвилі, яка дає лінію в четвертому порядку дифракційного спектра. Оскільки, згідно умови задачі $\sin \varphi_1 = \sin \varphi_2$, то

$$\frac{4\lambda}{d} = \frac{3\lambda_{\text{ч}}}{d} \Rightarrow \lambda = \frac{3(6,7 \cdot 10^{-5})}{4} \text{ см} = 5,025 \cdot 10^{-7} \text{ м}.$$

Червона лінія гелію в спектрі 3-го порядку накладається на зелену лінію в спектрі 4-го порядку.

Приклад 27.7. Світло, що падає нормально на дифракційну решітку з $N_0 = 10000$ штрих/см, створює в спектрі першого порядку три лінії під кутами $31,2^\circ$; $36,4^\circ$; $47,5^\circ$. Які довжини хвиль відповідають цим лініям?

Розв'язок. Довжини хвиль, що відповідають наведеним кутам дифракції, знайдемо із умови максимумів:

$$\lambda = \frac{d \sin \varphi}{k}. \quad (1)$$

Оскільки $d = 1/N_0$, то формула (1) переписується так:

$$\lambda = \frac{\sin \varphi}{N_0 k}. \quad (2)$$

Тоді:

$$\lambda_1 = \frac{\sin 31,2^\circ}{(10^4)1} \text{ см} = 5,180 \cdot 10^{-5} \text{ см} = 5,180 \cdot 10^{-7} \text{ м};$$

$$\lambda_2 = \frac{\sin 36,4^\circ}{(10^4)1} \text{ см} = 5,934 \cdot 10^{-5} \text{ см} = 5,934 \cdot 10^{-7} \text{ м};$$

$$\lambda_3 = \frac{\sin 47,5^\circ}{(10^4)^{-1}} \text{ см} = 7,372 \cdot 10^{-5} \text{ см} = 7,372 \cdot 10^{-7} \text{ м.}$$

§ 27.7. Дисперсія і роздільна здатність дифракційної решітки

Важливими характеристиками дифракційної решітки, як і інших спектральних апаратів, є її **дисперсія та роздільна здатність**.

Дисперсія визначає кутову (або лінійну) відстань між двома спектральними лініями, які відрізняються за довжиною хвилі λ .

Кутова дисперсія D_φ визначає, як швидко змінюється кутова відстань між двома спектральними лініями при зміні довжини хвилі:

$$D_\varphi = \frac{d\varphi}{d\lambda},$$

де $d\varphi$ – кутова відстань між спектральними лініями, які відрізняються за довжиною хвилі на $d\lambda$ (рис. 27.24).

Для знаходження кутової дисперсії продиференціюємо по λ умову головних максимумів (27.31), враховуючи, що φ залежить від λ :

$$d \cos \varphi \frac{d\varphi}{d\lambda} = k,$$

звідки

$$D_\varphi = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{k}{d \cos \varphi}. \quad (27.37)$$

В межах малих кутів $\cos \varphi = 1$. Тоді

$$D_\varphi \approx \frac{k}{d}. \quad (27.38)$$

Цей наближений вираз зручно використовувати для оцінок, але ні в якому разі не для точних розрахунків.

При заданій ширині щілини дисперсія дифракційної решітки тим більша, чим менша відстань між двома сусідніми щілинами. Для збільшення дисперсії необхідно частіше наносити штрихи (щілини).

Оскільки $d = 1/N_0$ число щілин на одиниці довжини, то

$$D_\varphi \approx k N_0, \quad (27.39)$$

або

$$D_\varphi \approx k \frac{N}{l}, \quad (27.40)$$

де l – довжина робочої ділянки решітки, N – загальне число щілин решітки.

Зауважимо, що при оцінці дисперсії важливим є число штрихів на одиниці довжини N_0 , а не їх загальне число N .

Із (27.37) видно, що вигідно працювати у

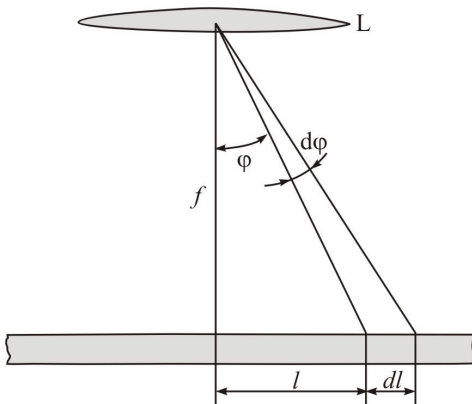


Рис. 27.24

високих порядках дифракції, оскільки $D_\phi \sim k$. Але слід пам'ятати, що максимальний порядок дифракції для даної решітки обмежений ($k \leq \frac{d}{\lambda}$, формула (27.35)). Так, наприклад, якщо решітка має $N_0 = 1200$ штрихів/мм, то при її освітленні червоним світлом ($\lambda = 6,5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$) можна вести спостереження лише в першому порядку. В близькій інфрачервоній області ($\lambda \approx 1 \text{ мкм}$) таку решітку використати неможливо.

Лінійною дисперсією називають величину

$$D_l = \frac{dl}{d\lambda}, \quad (27.41)$$

де dl – лінійна відстань між двома максимумами одного і того ж порядку для хвиль, які відрізняються на $d\lambda$. Знайдемо зв'язок між лінійною і кутовою дисперсією. При невеликих кутах можна записати (рис. 27.24), що

$$dl \approx f d\phi, \quad (27.42)$$

де f – фокусна відстань лінзи L . Розділивши праву і ліву частини (27.42) на $d\lambda$, отримаємо:

$$\frac{dl}{d\lambda} = f \frac{d\phi}{d\lambda} \quad \text{або} \quad D_l = f D_\phi. \quad (27.43)$$

Використовуючи (27.38 і 27.39), маємо:

$$D_l = f \frac{k}{d} = f k N_0. \quad (27.44)$$

На практиці часто користуються поняттям оберненої лінійної дисперсії $d\lambda/dl$ і виражають її в $\text{\AA}/\text{мм}$.

Роздільна здатність. Велика дисперсія оптичних приладів є необхідною, але ще не є достатньою умовою для роздільного спостереження двох близько розміщених ліній. Зокре-

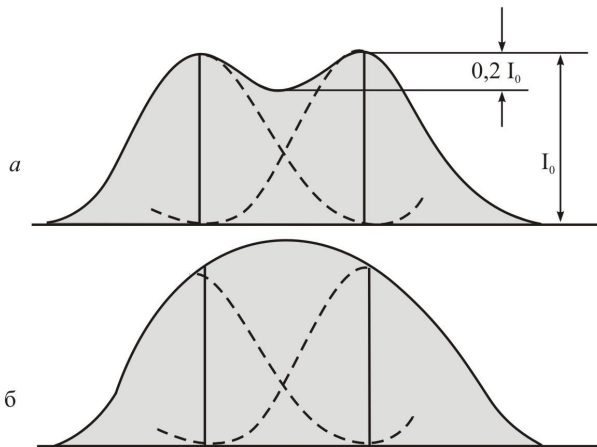


Рис. 27.25

ма, наявність значної дисперсії ще не забезпечує можливості роздільного спостереження двох близьких спектральних ліній з довжинами хвиль λ і $\lambda' = \lambda + \Delta\lambda$. Як приклад, на рис. 27.25 показані дві пари максимумів різної ширини, розведених на один і той же кут. В одному випадку (рис. 27.25, а) результуюча крива дозволяє спостерігати провал між максимумами, в іншому (рис. 27.25, б) лінії сприймаються як одна. Таким чином, при одній і тій же дисперсії розділення в першому випадку (а) достатньо контрастне, а в другому (б) – взагалі

відсутнє. Звідси випливає, що здатність решітки розділяти спектральні лінії з довжинами хвиль λ і λ' визначається не тільки величиною дисперсії, а й шириною дифракційних максимумів.

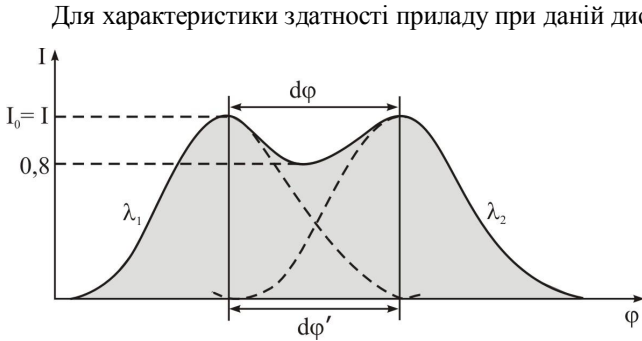


Рис. 27.26

Для характеристики здатності приладу при даній дисперсії розрізняти дві близько розміщені лінії, вводиться поняття **роздільної сили**, або **роздільної здатності**. Для кількісної характеристики цього поняття введемо критерій розділення, запропонованого Релеєм*.

Відповідно Релею, дві спектральні лінії однакової інтенсивності і з однаковими симетричними контурами будуть розділеними, якщо кутова відстань $d\varphi$ між ними буде дорівнювати

кутовій відстані $d\varphi'$ між головним максимумом і найближчим до нього мінімумом (рис. 27.26). Якщо виконується цей критерій, то неважко підрахувати, що ордината мінімуму складає 0,8 від максимальної ординати. Порушення критерію Релея призводить до спостереження однієї лінії замість двох.

Роздільною силою (або здатністю) називають

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda}, \quad (27.45)$$

де $\delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ – різниця довжин хвиль, що відповідають максимумам, для яких використовується критерій Релея, а λ – середня довжина хвилі, яка відповідає центру провалу в результуючому контурі.

Для знаходження роздільної здатності дифракційної решітки скористаємось умовами максимумів (27.31) і мінімумів (27.34). Нехай максимуму випромінювання з довжиною хвилі λ_1 відповідає кут дифракції φ_{\max} , а максимуму випромінювання з довжиною хвилі λ_2 – кут φ'_{\max} . Умови виникнення максимумів k -ого порядку запишуться так:

$$d \sin \varphi_{\max} = k\lambda_1, \quad (27.46)$$

$$d \sin \varphi'_{\max} = k\lambda_2. \quad (27.47)$$

Умовою найближчого справа до головного максимуму довжини хвилі λ_1 мінімуму є:

$$d \sin \varphi_{\min} = k\lambda_1 + \frac{\lambda_1}{N}$$

(див. ф-лу (27.34), де $P = 1$).

Якщо виконується критерій Релея, то $\varphi'_{\max} = \varphi_{\min}$. Звідки маємо

$$k\lambda_1 + \frac{\lambda_1}{N} = k\lambda_2,$$

або

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} = kN. \quad (27.48)$$

* **Релей Джон Вільям** (1842 – 1919) – англійський фізик, лауреат Нобелівської премії (1904 р.) за відкриття аргону і вивчення його властивостей.

Якщо покласти, що $\delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$, то для роздільної здатності дифракційної решітки знаходимо

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = kN. \quad (27.49)$$

Тут λ – довжина хвилі, яка відповідає центру провалу в результуючому контурі.

З (27.49) випливає, що, на відміну від дисперсії, яка залежить від числа штрихів на одиниці довжини решітки N_0 , роздільна здатність визначається загальним числом штрихів N . Іншими словами, чим більше N_0 (число штрихів на одиниці довжини), тим більший кут, на який розводяться два близькі за довжиною хвилі максимуми випромінювання, а чим більше N (загальне число штрихів), тим вони різкіші. Якщо задане число штрихів на одиниці довжини N_0 (тобто задана стала решітки d), то роздільна здатність R буде збільшуватися із збільшенням довжини робочої області. Тому, для збільшення R стараються виготовляти дифракційні решітки великих розмірів, робоча область яких складає 8 – 15 см, а іноді навіть 20 см.

Приклад 27.8. Скільки штрихів на 1 см повинна містити дифракційна решітка шириною $l = 4,0$ см, якщо вона дозволяє розділити в першому порядку ($k = 1$) довжини хвиль $\lambda_1 = 4187,23$ і $\lambda_2 = 4187,41$ мкм.

Розв'язок. За визначенням

$$R = \frac{\lambda}{\lambda_2 - \lambda_1}, \quad (1)$$

де $\lambda = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2}$ – середня довжина хвилі.

З другого боку

$$R = kN = klN_0 \quad (2)$$

де $N = lN_0$ – загальна кількість штрихів решітки, N_0 – кількість штрихів на одиниці довжини, l – ширина решітки. Тоді

$$\frac{\lambda}{\lambda_2 - \lambda_1} = klN_0, \quad (3)$$

звідки

$$N_0 = \frac{\lambda}{(\lambda_2 - \lambda_1)kl} = \frac{4187,32 \cdot 10^{-4} \text{ см}}{(4187,41 \cdot 10^{-4} \text{ см} - 4187,23 \cdot 10^{-4} \text{ см})(1)(4,0 \text{ см})} = 5815 \frac{\text{штрихів}}{\text{см}}.$$

Приклад 27.9. Жовте світло натрію, якому відповідають довжини хвилі $\lambda_1 = 589,00$ нм і $\lambda_2 = 589,59$ нм, падає на дифракційну решітку, що має $N_0 = 7500$ штрих./см. Визначити: а) максимальний порядок дифракції для жовтого світла натрію; б) кутову дисперсію дифракційної решітки; в) ширину решітки, необхідну для розділення вказаних ліній натрію.

Розв'язок: а) Максимальний порядок спектра для $\lambda_1 = 589,00$ нм визначимо з формули (27.31) за умови, що максимальний кут відхилення (дифракції) не може бути більшим за $\pi/2$. Тоді:

$$k_{\max} = \frac{d \sin \frac{\pi}{2}}{\lambda} = \frac{1,33 \cdot 10^{-6} \text{ м}}{5,89 \cdot 10^{-7} \text{ м}} = 2,25,$$

$$\partial e \ d = \frac{1 \text{ см}}{N_0} = \frac{1 \text{ см}}{7500} = 1,33 \cdot 10^{-4} \text{ см} = 1,33 \cdot 10^{-6} \text{ м}.$$

Таким чином, максимальний порядок $k_{\max} = 2$, оскільки $k \in$ число ціле.

б) Кутова дисперсія визначається формулою (27.37)

$$D_\varphi = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{k}{d \cos \varphi},$$

де φ – кут дифракції. Якщо врахувати, що $\cos \varphi = \sqrt{1 - \sin^2 \varphi}$, $\sin \varphi = k\lambda/d$, а $d = 1/N_0$, то

$$\begin{aligned} D_\varphi &= \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{kN_0}{\sqrt{1 - k^2 \lambda^2 N_0^2}} = \frac{2(75 \cdot 10^{-5})}{\sqrt{1 - (2^2)(589^2)(75 \cdot 10^{-5})^2}} \frac{\text{рад}}{\text{нм}} = 3,20 \cdot 10^{-3} \frac{\text{рад}}{\text{нм}} = \\ &= 0,1834 \frac{\text{кут.град}}{\text{нм}} = 11,00 \frac{\text{кут.хв}}{\text{нм}}. \end{aligned}$$

в) Необхідна роздільна здатність

$$R = \frac{\lambda}{\delta \lambda} = \frac{589,30 \text{ нм}}{0,59 \text{ нм}} = 1000.$$

Щоб досягти такої роздільної здатності, повне число штрихів N решітки повинно бути (згідно формули (27.49))

$$N = \frac{R}{k} = \frac{1000}{2} = 500.$$

Ширина решітки, необхідна для розділення ліній натрію

$$l = d \cdot N = \frac{N}{N_0} = \frac{500}{7500} \text{ см} = 6,67 \cdot 10^{-2} \text{ см}.$$

Типові дифракційні решітки мають ширину декілька сантиметрів і тому легко розділяють жовту лінію (дублет) натрію. Дифракційна решітка довжиною $l = 3,0$ см містила б $N = lN_0 = (3 \text{ см})(7500 \text{ см}^{-1}) = 22500$ штрихів, а її роздільна здатність була б рівною $R = kN = 2(22500) = 45000$.

§ 27.8. Дифракція на дво- і тривимірних структурах

Вище (§ 27.5) ми розглянули дифракцію плоскої хвилі на правильній структурі із N паралельних щілин. Таку структуру часто називають **одновимірною дифракційною решіткою**. Якщо вісь X -ів направлена перпендикулярно до щілин, то інтерференційні ефекти спостерігатимуться тільки в цьому напрямку. В напрямку осі Y -ів (вісь Y -ів лежить в площині щілин і паралельна їм) ніяких інтерференційних ефектів не спостерігається.

Цікавим є розгляд дифракції на більш складних структурах, наприклад, **на дво- і тривимірних решітках (структурах)**.

Під двовимірною решіткою будемо розуміти таку решітку, в якій штрихи на поверхні нанесені у взаємно перпендикулярних напрямках. Така решітка характеризується двома періодами d_1 і d_2 (рис. 27.27). Якщо припустити, що світло на решітку падає вздовж осі Z , то умова виникнення головних максимумів для випромінювання з довільною довжиною хвилі в напрямку осі X -ів запишеться у вигляді

$$d_1 \cos \alpha = k_1 \lambda. \quad (27.50)$$

Аналогічна умова виникнення головних максимумів в напрямку осі Y -ів матиме вигляд

$$d_2 \cos \beta = k_2 \lambda, \quad (27.51)$$

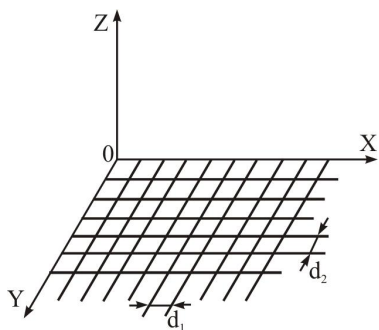


Рис. 27.27

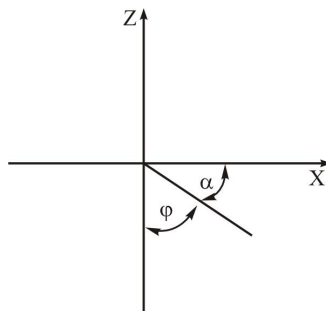


Рис. 27.28

де k_1 і k_2 – цілі числа, α і β – доповнювальні кути, тобто кути між дифрагуючими променями і осями X і Y (рис. 27.28), λ – довжина хвилі падаючого світла.

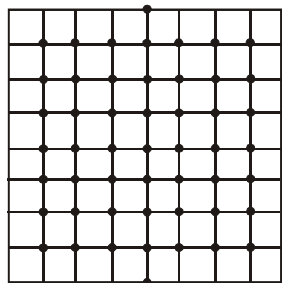


Рис. 27.29

Якщо припустити, що двовимірна решітка містить велику кількість штрихів (N_1 і N_2) в обох напрямках, то максимуми будуть дуже гострі і в них зосередиться вся енергія світлових хвиль, які дифрагують. В результаті на екрані отримається дифракційна картина у вигляді чітких, симетрично розміщених, світлих плям (рис. 27.29). Із рис. 27.29 видно, що дифракційні максимуми розміщені в місцях перетину передбачуваних світлих смуг (ліній), які повинні б дати кожна із 2-х систем штрихів. Якщо світловий пучок похило падає на двовимірну решітку, то умови максимумів (27.50) і (27.51) набудуть вигляду:

$$\left. \begin{aligned} d_1 (\cos \alpha - \cos \alpha_0) &= k_1 \lambda, \\ d_2 (\cos \beta - \cos \beta_0) &= k_2 \lambda, \end{aligned} \right\} \quad (27.52)$$

де α_0 і β_0 – відповідно кути між падаючими променями і осями X та Y .

Тривимірну (просторову) решітку можна собі уявити як систему двовимірних решіток з періодами d_1 і d_2 , розміщених перпендикулярно до осі Z з періодом, рівним d_3 . Якщо кожна двовимірна решітка достатньо прозора, то на кожній із них будуть виникати когерентні промені I, II, III і т.д. (рис. 27.30), які утворюють кут γ з віссю Z . Напрямам, в яких повинні спостерігатися максимуми дифракції, задовольняють такі умови:

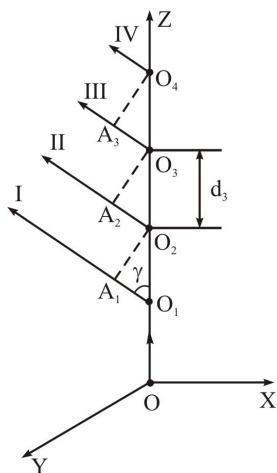


Рис. 27.30

$$\left. \begin{aligned} d_1 (\cos \alpha - \cos \alpha_0) &= k_1 \lambda, \\ d_2 (\cos \beta - \cos \beta_0) &= k_2 \lambda, \\ d_3 (\cos \gamma - \cos \gamma_0) &= k_3 \lambda. \end{aligned} \right\} \quad (27.53)$$

Важливо відмітити, що інтерференційні максимуми мож-

ліві не для будь-яких довжин хвиль. Справа в тому, що поряд з умовами (27.53) для довільного напрямку у просторі автоматично повинні виконуватися ще дві геометричні умови:

$$\begin{cases} \cos^2 \alpha_0 + \cos^2 \beta_0 + \cos^2 \gamma_0 = 1, \\ \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1. \end{cases} \quad (27.54)$$

Ці співвідношення накладають певні обмеження і на напрямки, і на довжину хвилі, в якій спостерігається дифракційна картина. Виключаючи із рівнянь (27.53) і (27.54) α , β і γ , за умови, що $\alpha_0 = \beta_0 = \pi/2$, $\gamma_0 = 0$, знаходимо співвідношення

$$\frac{k_1^2 \lambda^2}{d_1^2} + \frac{k_2^2 \lambda^2}{d_2^2} + \frac{(d_3 + k_3 \lambda)^2}{d_3^2} = 1, \quad (27.55)$$

яке визначає довжину хвилі λ , що дає дифракційні максимуми на просторовій решітці при заданому напрямі падаючого світла. Якщо $d_1 = d_2 = d_3 = d$, то із (27.55) отримаємо:

$$\lambda = \frac{-2dk_3}{k_1^2 + k_2^2 + k_3^2}. \quad (27.56)$$

Отже, на просторових решітках не від всіх довжин хвиль можна отримати максимуми. При освітленні просторової решітки випромінюванням із суцільним спектром завжди знайдеться така довжина хвилі, яка задовольнить всі умови дифракції.

Практично здійснити просторову решітку для видимого світла достатньо складно. Для ефективної дії дифракційної решітки необхідно, щоб її періоди мали розміри за порядком такі, як і довжина хвилі. Для видимого світла період решітки повинен становити $\approx 10^4$ см.

§ 27.9. Дифракція рентгенівських променів

Для спостереження дифракції на будь-яких правильних структурах стала решітки повинна бути співрозмірною із довжиною падаючої хвилі. Тому випадок дифракції на тривимірній (просторовій) решітці можна практично здійснити для рентгенівського діапазону електромагнітних хвиль на кристалах твердих тіл, які є природними просторовими решітками.

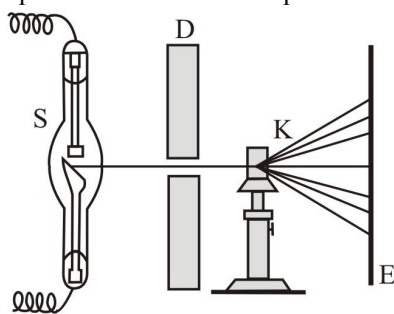


Рис. 27.31

Довжина хвиль рентгенівського діапазону того ж порядку, що і період кристалічної ґратки твердих тіл. Атоми і молекули в кристалі розташовані у вигляді правильної тривимірної решітки з періодом порядку $10^{-7} - 10^{-8}$ см. Якщо на такий кристал направити пучок рентгенівських променів, то кожний атом, із яких складається кристалічна ґратка, викличе дифракцію рентгенівських променів. До такого висновку дійшов у 1912 р. відомий німецький фізик-теоретик М. Лауе* (1871 – 1960). Лауе використав умови (27.53) для визначення картин, що виникають при дифракції рентгенівських променів на кристалічних структурах. Схема досліду Лауе з дифракції

рентгенівського випромінювання наведена на рис. 27.31. Кристал K освітлюється рентгені-

* За відкриття дифракції рентгенівських променів Лауе в 1914 р. був удостоєний Нобелівської премії з фізики.

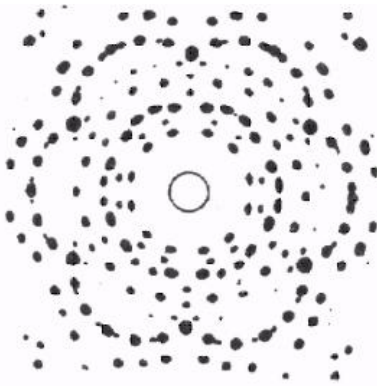


Рис. 27.32

вським випромінюванням з неперервним спектром, яке випромінюється рентгенівською трубою S . Випромінювання, яке задовольняє умові (27.55), дифрагуючи на кристалічній ґратці, дає на екрані E відповідну дифракційну картину, яка називається **лауеграмою**. На рис. 27.32 наведено дифракційну картину (лауеграму), яка виникає при розсіянні рентгенівських променів на кристалі берилію. Аналіз лауеграми дозволяє отримати інформацію про кристалічну структуру, взаємне розташування атомів або молекул і визначити довжину рентгенівського випромінювання, якщо відома структура кристалічної ґратки, на якій здійснювалася дифракція. Однак, на

практиці, як правило, формулою (27.55) не користуються. Російський фізик-кристалограф Ю.В. Вульф Г. Брегг (1862 ко і син), незадифракцію від способом, ніж

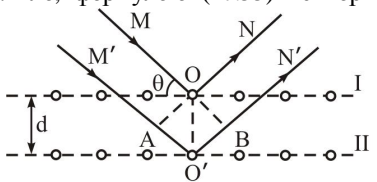


Рис. 27.33

атомну площину розміщуються рентгенівським

тому ж напрямку виникнуть промені, які відіб'ються від інших площин, паралельних до площини I. Ці промені когерентні і в результаті інтерференції підсилять або послаблять один одного. З рис. 27.33 видно, що різниця ходу між променями, відбитими сусідніми площинами, є

$$\Delta = AO' + O'B = 2AO' = 2d \sin \theta,$$

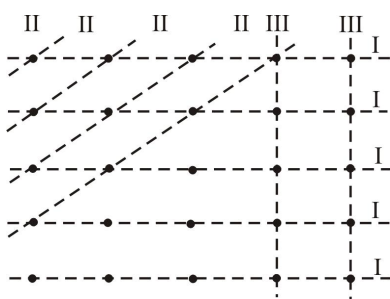


Рис. 27.34

де d – відстань між атомними площинами. Інтерференційне підсилення буде за умови, що різниця ходу є кратною довжині хвилі:

$$2d \sin \theta = k\lambda, \quad (27.57)$$

де $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, θ – кут нахилу падаючого променя до атомної площини (кут ковзання). Формула (27.57) носить назву **формули Вульфа-Брегга**. При будь-якому куті ковзання θ і порядку відбивання k завжди знайдуться довжини хвиль λ , які задовольняють умову (27.57).

В кристалі можна провести велику кількість атомних паралельних площин в різних напрямках (рис. 27.34). Однак ефективними є лише ті площини, на яких атоми розміщені достатньо густо. Тільки від таких площин утворюються мак-

* Г. Брегг і Л. Брегг за великий вклад у вивчення структури кристалів за допомогою рентгенівських променів удостоєні Нобелівської премії з фізики (1915 р.).

симуми помітної інтенсивності. За допомогою формули Вульфа-Брегга вирішуються дві задачі: а) за відомою довжиною хвилі рентгенівського випромінювання, визначаючи θ і k , можна вирахувати міжплощинну відстань d . Розв'язком цієї задачі займається **рентгеноструктурний аналіз**; б) за відомим d , визначаючи θ і k , можна розрахувати довжину хвилі λ падаючого рентгенівського випромінювання. Цим займається **рентгенівська спектроскопія**.

Деякі **біологічні об'єкти**, наприклад, білки, нуклеїнові кислоти, гемоглобін, окремі віруси, можуть кристалізуватися, тобто утворювати так звані біологічні кристали. Такі кристали іноді утворюються у природних умовах, але, як правило, їх вирощують штучно для встановлення структурних складових їх макромолекул. З цієї метою на межі 20 – 30-х років ХХ століття було використано рентгенівський структурний аналіз. Від монокристалів білків були отримані багаті на дифракційні максимуми рентгенограми. Добрі кристали білків дають 50 і більше порядків дифракційних максимумів.

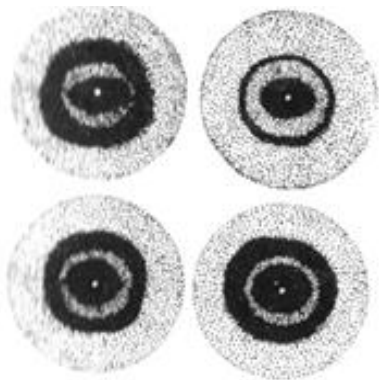


Рис. 27.35

Вивчення просторової структури біологічних кристалів (об'єктів) складається із трьох компонент: 1) препаративної роботи по очистці і кристалізації об'єкта; 2) рентгенівський експеримент (власне зняття рентгенограми); 3) розрахунок рентгенограми. Зауважимо, що рентгеноструктурні дослідження біологічних об'єктів є набагато складнішими, ніж звичайних кристалів. Наведемо тільки один характерний факт: час життя біологічного об'єкта під час експерименту обмежений

через радіаційні пошкодження об'єкта. Разом з тим, рентгеноструктурний метод широко використовується для вивчення біологічних молекул і систем: на рис. 27.35 наведені рентгенограми білків. Саме за допомогою цього методу англійські фізики М. Уїлкінс (1916 – 2004) і Фр. Крик (1916 – 2004) та біохіміки Дж. Уотсон (1928 р.н.) і Р. Франклін (1920 р.н.) встановили просторову структуру ДНК. У 1962 р. Дж. Уотсону, М. Уїлкінсу і Фр. Крику за встановлення молекулярної структури нуклеїнових кислот і її ролі в передачі інформації в живій природі була присуджена Нобелівська премія з фізіології і медицини.

Лауреат Нобелівської премії з фізіології і медицини (1963 р.) А. Ходжкін (1914 р.н.) провів рентгеноструктурний аналіз пеніциліну. Під його керівництвом була також визначена дуже складна просторова атомна структура білкового гормону – інсуліну. Рентгеноструктурні дослідження будови складних біологічно активних молекул кристалів дають змогу встановити зв'язок між біологічною функцією молекул і їх будовою.