

17 ЕЛЕКТРОСТАТИКА

«Хімія і вчення про магнетизм одна за одним визнали провідне значення електрики, і достатньо імовірно, що всі явища, які виникають під дією сил неорганічної матерії, а, можливо, і більшість тих, що стосуються рослинного і тваринного життя, виявляться врешті-решт її підпорядкованими.»

Майкл Фарадей

§ 17. 1. Електричний заряд. Закон збереження електричного заряду

Сьогодні відомо, що фізичні і хімічні властивості речовини – від атома до живої клітини – в значній мірі пояснюються електричними силами. Цим знанням ми зобов'язані А. Амперу, М. Фарадею, Д. Максвеллу і багатьом іншим вченим XIX ст., які з'ясували природу електромагнетизму, а також фізикам і хімікам XX ст., які розгадали атомну будову речовини.

В основі теорії електромагнетизму лежать електричні заряди, з якими пов'язано виникнення електричного струму, магнетизму тощо.

Фундаментальною властивістю електричного заряду є його існування в двох видах. Таке твердження вперше висловив французький фізик Шарль Франсуа Дюфе (1698 – 1739), а американський фізик Веніамін Франклін (1706 – 1790) назвав ці два види зарядів **додатним і від'ємним**. Цікаво, що між додатними і від'ємними зарядами немає ніяких внутрішніх відмінностей.

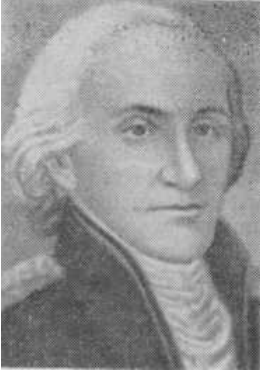
Як показує досвід, електричний заряд не зникає і не виникає. Ця фундаментальна властивість електричного заряду знайшла своє відображення в підтвердженому експериментально законі **збереження електричного заряду: в ізольованій системі повний електричний заряд, тобто алгебраїчна сума додатних і від'ємних зарядів, залишається сталою**. З цього закону випливає, що в будь-якій нейтральній речовині є заряди обох видів і до того ж в однакових кількостях. Внаслідок дотикання двох тіл при терті частина зарядів переходить від одного тіла до іншого, і ці тіла заряджаються різноименно. Так, наприклад, якщо скло натирати шкірою, то скло в результаті міститиме надлишок додатних зарядів, а шкіра – від'ємних зарядів. Такий процес називають **електризацією** тіл тертям.

На основі експериментальних даних встановлено, що електричний заряд тіла складається з дискретних зарядів сталої величини. Ця величина позначається через e , і є зарядом електрона ($e = -1,60 \cdot 10^{-19}$ Кл). Маса електрона дуже мала і дорівнює $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ кг. Найменша частинка, що має елементарний додатний (позитивний) заряд, називається **протоном**. Маса протона $m_p = 1,6726 \cdot 10^{-30}$ кг. Цікаво, що за абсолютною величиною заряд протона рівний заряду електрона з разючою точністю. Досвід показує, що заряди всіх елементарних частинок за абсолютною величиною однакові. Таким чином, **дискретність** заряду беззаперечно доведено на досвіді.

Зауважимо, що згідно сучасним уявленням, атом складається із важкого позитивно зарядженого ядра (в склад ядра входять протони), оточеного одним або кількома негативно зарядженими електронами. В нормальному стані позитивний і негативний заряди

в атомі рівні за величиною. Однак, атом може втрачати або набувати один або кілька електронів. Тоді його заряд буде позитивним або негативним, і такий атом називається **іоном**.

§ 17. 2. Взаємодія електричних зарядів. Закон Кулона



Кулон Шарль Огюстен (1736 – 1806) – французький фізик і інженер. Народився в Ангулемі. Закінчив школу військових інженерів. Наукові роботи відносяться до електрики, магнетизму і механіки. Сформулював закони тертя, ковзання і ковзання. В 1784 р. побудував прилад для вимірювання сили – **крутильні терези**, за допомогою якого встановив у 1788 р. основний закон електростатики (закон Кулона). Встановив, що електрика розподіляється по поверхні. Висловив ідею магнетизму. Заклав основи електро- і магнітостатики.

Досвід свідчить, що між електричними зарядами діє сила. Ще Шарль Франсуа Дюфе показав, що однойменні заряди відштовхуються, а різнойменні – притягаються, інший французький вчений Шарль Кулон у 1788 р. експериментально встановив перший кількісний закон електричних взаємодій: **сила електростатичної взаємодії між двома точковими електричними зарядами Q_1 і Q_2 прямо пропорційна добутку величини цих зарядів і обернено пропорційна квадрату відстані між ними:**

$$F = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2}, \quad (17.1)$$

де k – коефіцієнт пропорційності, r – відстань між зарядами. Співвідношення (17.1) відоме як закон Кулона. Закон Кулона можна записати у векторній формі подібно закону всесвітнього тяжіння:

$$\vec{F}_{12} = k \frac{Q_1 Q_2}{r_{21}^2} \vec{r}_{21}, \quad (17.2)$$

де \vec{F}_{12} – вектор сили, що діє на заряд Q_1 з боку заряду Q_2 , \vec{r}_{21} – одиничний вектор, направлений від Q_2 до Q_1 , тобто в бік дії сили F_{12} .

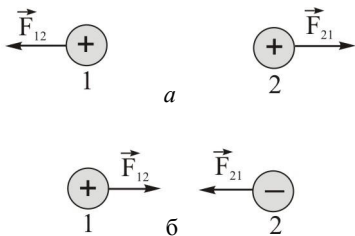


Рис. 17.1

Сила, з якою взаємодіють два заряди, направлена вздовж лінії, яка з'єднує ці заряди. Якщо заряди однойменні, то сили, які діють на них, направлені в протилежні сторони. Якщо ж заряди різнойменні, то діючі на заряди сили направлені назустріч одна одній (рис. 17.1).

Слід мати на увазі, що формула (17.1) застосовна лише до заряджених тіл, відстань між якими значно більша їх власних розмірів. Важливо також розуміти, що формула (17.1) визначає силу, яка діє на даний заряд, з боку єдиного заряду. Якщо систе-

ма включає кілька заряджених тіл, то результуюча сила, яка діє на даний заряд, буде рівнодіючою (векторною сумою) сил, діючих з боку інших зарядів.

В СІ одиницею заряду є **кулон** (Кл). Це похідна одиниця. З основною одиницею –

одиноцею сили струму **ампером** (А) – кулон пов'язаний співвідношенням: $1\text{Кл} = 1\text{А}\cdot\text{с}$.

1Кл – дуже велика одиниця вимірювання. На практиці, як правило, мають справу з зарядами в мільйони разів меншими і тому користуються мілікулоном ($1\text{мКл} = 10^{-3}\text{Кл}$) і мікрокулоном ($1\text{мкКл} = 10^{-6}\text{Кл}$). Нагадаємо, що абсолютне значення елементарного заряду (заряду електрона) дорівнює $e = 1,60 \cdot 10^{-19}\text{Кл}$.

Коефіцієнт пропорційності в формулі (17.1) визначається вибором системи одиниць. В СІ $k = 1/4\pi\epsilon_0$, де $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}\text{Кл}^2 \cdot \text{Н}^{-1} \cdot \text{м}^{-2}$, або $k = 1/[4(3,14) \cdot (8,85 \cdot 10^{-12}\text{Кл}^2 \cdot \text{Н}^{-1} \cdot \text{м}^{-2})] = 9,0 \cdot 10^9\text{Н} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{Кл}^{-2}$. З врахуванням цього закон Кулона можна переписати у вигляді:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2}. \quad (17.3)$$

Легко можна знайти, що заряди величиною в 1 Кл, розміщені на відстані 1 м один від одного, взаємодіють із силою

$$F = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2} = (9,0 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}) \frac{(1\text{Кл})(1\text{Кл})}{1\text{м}^2} = 9,0 \cdot 10^9\text{Н}.$$

Приклад 17. 1. Яке число електронів відповідає заряду $Q = 100\text{мкКл}$?

Розв'язок. Заряд електрона $e = 1,60 \cdot 10^{-19}\text{Кл}$. Тоді

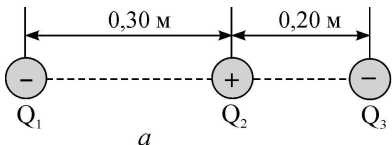
$$N = \frac{Q}{e} = \frac{10^{-4}\text{Кл}}{1,60 \cdot 10^{-19}\text{Кл}} = 6,25 \cdot 10^{14} \text{ електронів}.$$

Приклад 17. 2. Розрахувати результуючу електричну силу, яка діє на заряд Q_3 з боку двох інших зарядів $Q_1 = -3,0\text{мкКл}$ і $Q_2 = +5,0\text{мкКл}$; $Q_3 = -4,0\text{мкКл}$ (рис. 17.2).

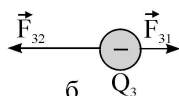
Розв'язок. Результуюча сила, яка діє на заряд Q_3 , є сумою сил \vec{F}_{31} , яка діє з боку Q_1 , і \vec{F}_{32} , діючої з боку Q_2 . Ці сили дорівнюють:

$$\vec{F}_{31} = (9,0 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}) \frac{(-3,0 \cdot 10^{-6}\text{Кл})(-4,0 \cdot 10^{-6}\text{Кл})}{(0,5\text{м})^2} = 0,432\text{Н}.$$

$$\vec{F}_{32} = (9,0 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}) \frac{(5,0 \cdot 10^{-6}\text{Кл})(-4,0 \cdot 10^{-6}\text{Кл})}{(0,2\text{м})^2} = -4,5\text{Н}.$$



а



б

Рис. 17.2

Сила \vec{F}_{31} – сила відштовхування, а \vec{F}_{32} – сила притягання, і ці сили діють, як показано на рис. 17.2, б. Тоді результуюча сила, діюча на заряд Q_3 , буде рівна

$$F = F_{32} + F_{31} = -4,5\text{Н} + 0,432\text{Н} = -4,068\text{Н}.$$

Таким чином, результуюча сила має величину 4,068 Н і направлена на рис. 17.2 вліво.

Приклад 17. 3. Розрахувати силу, що діє на заряд $Q_3 = +65\text{мкКл}$ з боку зарядів $Q_1 = -86\text{мкКл}$ і $Q_2 = +50\text{мкКл}$. Розміщення зарядів показано на рис. 17.3.

Розв'язок. Сили \vec{F}_1 і \vec{F}_2 направлені, як показано на рисунку 17.3, а, оскільки заряд Q_1 створює силу притягання, а Q_2 – силу відштовхування. Сили F_1 і F_2 за величиною дорівнюють (без врахування знаків):

$$F_1 = (9,0 \cdot 10^9 \frac{\text{H} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}) \frac{(65 \cdot 10^{-6} \text{ Кл})(86 \cdot 10^{-6} \text{ Кл})}{(0,60 \text{ м})^2} = 140 \text{ Н}.$$

$$F_2 = (9,0 \cdot 10^9 \frac{\text{H} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}) \frac{(65 \cdot 10^{-6} \text{ Кл})(50 \cdot 10^{-6} \text{ Кл})}{(0,30 \text{ м})^2} = 325 \text{ Н}.$$

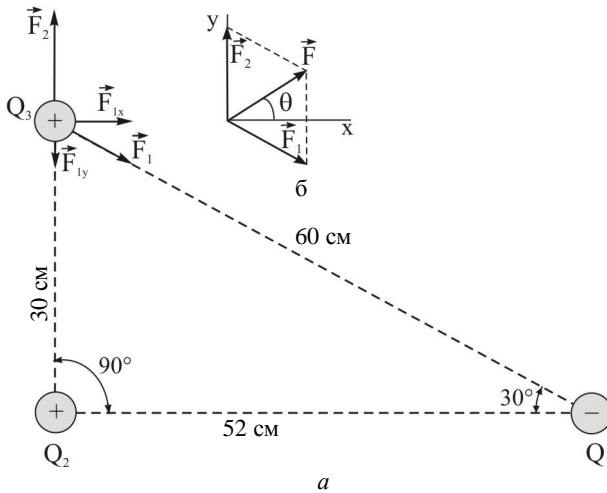


Рис. 17.3

Розкладемо силу \vec{F}_1 на складові по осям X і Y :

$$F_{1x} = F_1 \cos 30^\circ = (140 \text{ Н}) \cos 30^\circ = 121 \text{ Н}.$$

$$F_{1y} = F_1 \sin 30^\circ = -(140 \text{ Н}) \sin 30^\circ = -70 \text{ Н}.$$

Сила \vec{F}_2 має тільки одну складову по осі Y . Таким чином, результуюча сила \vec{F} , яка діє на заряд Q_3 , має складові $F_x = F_{1x} = 121 \text{ Н}$ і $F_y = F_2 - F_{1y} = 325 \text{ Н} - 70 \text{ Н} = 255 \text{ Н}$. Звідси величина результуючої сили

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(121 \text{ Н})^2 + (255 \text{ Н})^2} = 282 \text{ Н}.$$

Кут між напрямком цієї сили і віссю X визначимо із рис. 17.3, б:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{F_y}{F_x} = \frac{255 \text{ Н}}{121 \text{ Н}} = 2,107, \quad \theta = 64,6^\circ$$

Закон Кулона описує силу взаємодії між двома нерухомими зарядами. Коли заряди рухаються, то між ними виникають додаткові сили, про які мова піде нижче. Тут ми будемо розглядати тільки нерухомі заряди; цей розділ вчення про електрику називають **електростатикою**.

§ 17. 3. Електричне поле. Напруженість електричного поля



Фарадей Майкл (1791 – 1867) – англійський фізик. Народився в Лондоні. Освіту отримав самостійно.

Наукові дослідження присвячені електриці і магнетизму: відкрив основний закон електромагнітної індукції, закони електролізу, явища пара- і діамagnetизму та повертання площини поляризації в магнітному полі. Фарадей першим ввів поняття поля та уявлення про силові лінії, експериментально довів поняття діелектричної проникності, сформулював закон збереження електричного заряду. Фарадей був великим популяризатором фізики.

При з'ясуванні природи кулонівських сил виникли труднощі, пов'язані з тим, що ці сили діють на відстані більшій від відстані безпосереднього стикання заряджених тіл. Ці труднощі були подолані за допомогою поняття **поля**, введеного М. Фарадеем, який запропонував, що кожний заряд створює навколо себе **електричне поле**, яке пронизує весь простір. Якщо до якогось заряду піднести інший заряд, то на нього буде діяти сила, обумовлена електричним полем першого заряду. Електричне поле другого заряду впливає на перший заряд, створюючи діючу на нього силу. Не слід думати, що поле є деякою різноманітністю речовини, або під полем треба розуміти самий простір, в якому діють певні сили. **Поле є одним із видів існування матерії, що здійснює взаємодію між частинками речовини.** На реальність існування поля вказує те, що воно володіє енергією, властивістю інерції, воно обумовлює передачу силових взаємодій між зарядами.

Поля, які створюються нерухомими електричними зарядами, називаються **електростатичними**. Такі поля з часом не змінюються.

Для характеристики електростатичного поля користуються фізичною величиною, яка отримала назву **напруженості**. За визначенням **напруженість електростатичного поля \vec{E} в будь-якій точці простору дорівнює відношенню сили \vec{F} , яка діє на додатний пробний заряд Q_0 , до величини цього заряду Q_0 :**

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q_0}. \quad (17.4)$$

Напруженість – величина векторна. Із визначення (17.4) видно, що напрямок вектора напруженості електростатичного поля в будь-якій точці простору збігається з напрямком сили, що діє в цій точці на додатний пробний заряд. Взявши до уваги закон Кулона (17.3), напруженість електростатичного поля, створюваного точковим зарядом Q на відстані r від цього заряду, дорівнює

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{QQ_0}{r^2} \frac{1}{Q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}. \quad (17.5)$$

Одиницею напруженості електростатичного поля в *СИ* є ньютон на кулон (*Н/Кл*).

* Під пробним зарядом треба розуміти достатньо малий заряд, власне поле якого не змінює істотно розподіл інших зарядів, які створюють досліджуване поле.

Напруженість поля декількох зарядів дорівнює векторній сумі напруженостей полів, створюваних кожним із зарядів:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots + \vec{E}_n = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i, \quad (17.6)$$

де \vec{E}_i – напруженість електростатичного поля, створюваного i -м зарядом. Цю властивість називають **принципом суперпозиції**, справедливості якого підтверджена експериментально, і виключень із нього не спостерігалося.

Приклад 17. 4. Яка напруженість електростатичного поля на відстані $r = 1$ м від точкового заряду $Q = +10^{-9}$ Кл? Яка сила діє в цій точці на тіло, яке володіє зарядом $q = -10^{-11}$ Кл (рис.17.4)?

Розв’язок. 1. Напруженість електростатичного поля дорівнює

$$E_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} = (9,0 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}) \frac{(10^{-9} \text{ Кл})}{(1 \text{ м})^2} = 9,0 \frac{\text{Н}}{\text{Кл}}.$$

2. Сила, що діє в точці А на заряджене тіло, дорівнює

$$F_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{r^2} = (9,0 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}) \frac{(10^{-9} \text{ Кл})(-10^{-11} \text{ Кл})}{(1 \text{ м})^2} = -9 \cdot 10^{-11} \text{ Н}.$$

Рис. 17.4

Вектор напруженості електростатичного поля направлений від заряду Q , як показано на рис. 17.4, а. Вектор сили, що діє на тіло в точці А, яке володіє від’ємним зарядом, направлений в бік заряду Q (рис. 17.4, б).

Приклад 17. 5. Розрахувати напруженість електростатичного поля в точках А і В (рис. 17.5).

Розв’язок. а) Розрахунок подібний на проведений в прикладі 17.3, але зараз ми маємо справу з електростатичними полями, які створюються двома зарядами. Напруженість поля \vec{E}_A в точці А є векторна сума напруженостей \vec{E}_1 , яка обумовлена зарядом Q_1 , і \vec{E}_2 , обумовленої зарядом Q_2 :

$$E_{A1} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{r_1^2} = (9,0 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}) \frac{(50 \cdot 10^{-6} \text{ Кл})}{(0,60 \text{ м})^2} = 1,25 \cdot 10^6 \frac{\text{Н}}{\text{Кл}},$$

$$E_{A2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_2}{r_2^2} = (9,0 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}) \frac{(50 \cdot 10^{-6} \text{ Кл})}{(0,30 \text{ м})^2} = 5,0 \cdot 10^6 \frac{\text{Н}}{\text{Кл}}.$$

Напрямок векторів показано на рис. 17.5. Результируючий вектор \vec{E}_A в точці А має складові

$$E_{Ax} = E_{A1} \cos 30^\circ = (1,25 \cdot 10^6 \text{ Н} / \text{м}^2) \cos 30^\circ = 1,1 \cdot 10^6 \text{ Н} / \text{Кл}$$

і

$$E_{Ay} = E_{A2} - E_{A1} \cos 60^\circ = 5,0 \cdot 10^6 \text{ Н} / \text{Кл} - (1,25 \cdot 10^6 \text{ Н} / \text{Кл}) \cos 60^\circ = 4,4 \cdot 10^6 \text{ Н} / \text{Кл}.$$

Таким чином, за абсолютною величиною

$$E_A = \sqrt{(1,1)^2 + (4,4)^2} \cdot 10^6 \text{ Н} / \text{Кл} = 4,5 \cdot 10^6 \text{ Н} / \text{Кл}.$$

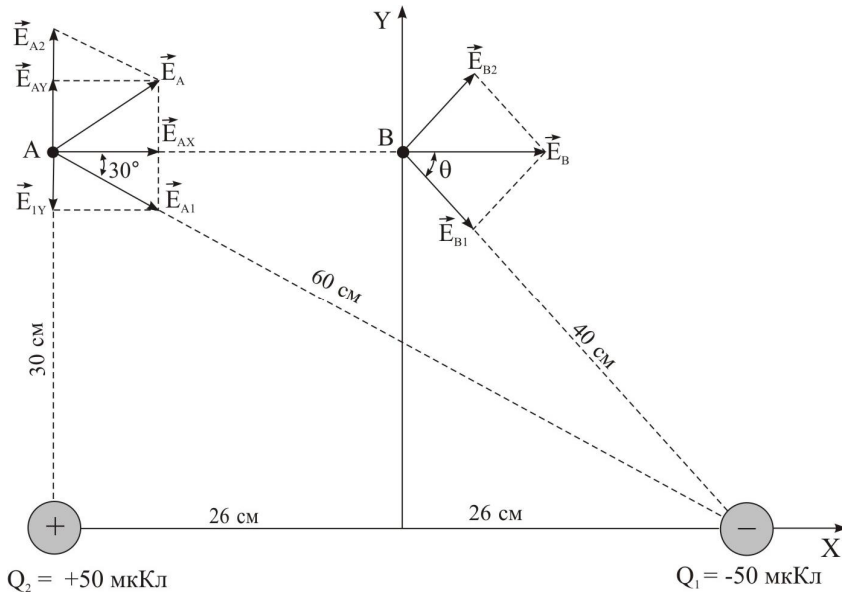


Рис. 17.5

б) Оскільки точка B рівновіддалена ($r = 0,40$ м) від двох однакових зарядів, абсолютні значення векторів \vec{E}_{B1} і \vec{E}_{B2} також однакові:

$$E_{B1} = E_{B2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} = (9,0 \cdot 10^9 \frac{H \cdot m^2}{Kл^2}) \frac{50 \cdot 10^{-6} Kл}{(0,40 м)^2} = 2,8 \cdot 10^6 \frac{H}{Kл}.$$

Внаслідок симетрії задачі Y -компоненти рівні між собою і протилежно направлені. Звідси результуюча напруженість направлена по осі X , дорівнює: $E_B = E_{B1} \cos \theta + E_{B2} \cos \theta = 2E_{B1} \cos \theta$.

Із рис. 17.5

$$\cos \theta = \frac{0,26}{0,40} = 0,65.$$

Тоді

$$E_B = 2(2,8 \cdot 10^6 H / Kл)(0,65) = 3,6 \cdot 10^6 H / Kл.$$

§ 17.4. Силові лінії

Електричне поле, як відмічалось вище – **векторне**, його можна в різних точках зображати стрілками. Однак, це не завжди зручно, оскільки при великій кількості точок весь рисунок був би заповнений стрілками. Тому користуються більш простим способом зображення поля – методом **силових ліній**.

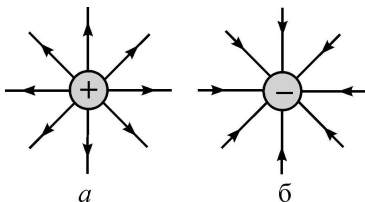


Рис. 17.6

Силові лінії вказують напрямки напруженості поля в кожній точці простору. Силові лінії точкового додатного заряду показані на рис.17.6, а, від'ємного – на рис.17.6, б. В першому випадку лінії радіально розходяться від заряду, в другому вони радіально сходяться до заряду. В цьому ж напрямку діють і сили на додатний пробний заряд.

Для того, щоб за допомогою силових ліній можна було кількісно характеризувати електростатичні поля, домовились проводити їх так, щоб кількість силових ліній, що проходять через одиницю поверхні, перпендикулярної до них, була пропорційна напруженості поля. Таким чином, **чим тісніше (густіше) розміщені силові лінії, тим сильніше поле в цій області.**

На рис. 17.7, а показані силові лінії поля, яке створюється двома зарядами протилежних знаків. Тут силові лінії викривлені і направлені від додатного заряду до від'ємного. Зауважимо, що в будь-якій точці поле направлено по дотичній до силовій лінії (див. точку А на рис. 17.7, а). На рис. 17.7, б і 17.7, в показано відповідно силові лінії електростатич-

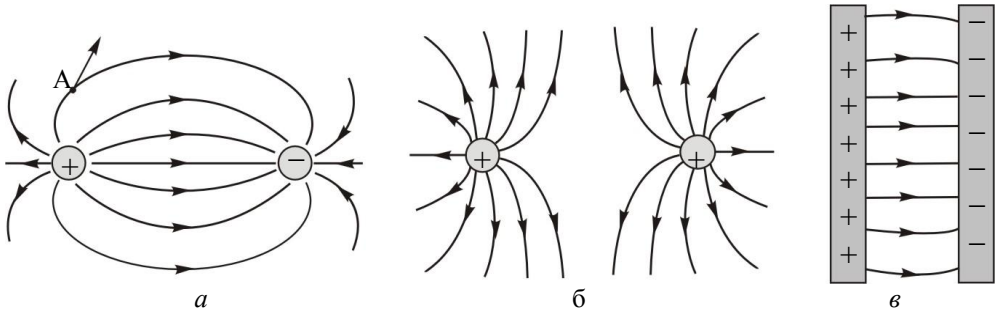


Рис. 17.7

ного поля двох однойменних (додатних) зарядів і поля між паралельними протилежно зарядженими пластинками. Оскільки лінії всередині між пластинками паралельні і відстань між ними одна і та ж, то напруженість електричного поля в цьому проміжку однакова. Поблизу країв пластинок силові лінії вигинаються, однак цим часто можна знехтувати. Виходячи із вище сказаного, сформулюємо **основні властивості силових ліній**:

1. Силові лінії вказують напрямком напруженості електростатичного поля; в будь-якій точці напруженість поля направлена по дотичній до силовій лінії.
2. Силові лінії проводяться так, щоб напруженість електростатичного поля E була пропорційна числу ліній, що проходять через одиничну площадку, перпендикулярну до ліній.
3. Силові лінії починаються тільки на додатних зарядах і закінчуються тільки на від'ємних зарядах; число ліній, що виходять із заряду, або входять в нього, пропорційне величині заряду.
4. Силові лінії ніколи не перетинаються.

§ 17.5. Теорема Остроградського-Гаусса

Перш ніж сформулювати теорему Остроградського-Гаусса, введемо поняття **потіку напруженості Φ_E електростатичного поля**. Для цього розглянемо площадку S , яку пронизують силові лінії однорідного електростатичного поля напруженістю \vec{E} (рис. 17.8). Площадка може мати форму найрізноманітнішу. В нашому випадку вона має вигляд прямокутника. Якщо напруженість поля перпендикулярна до площадки S (рис. 17.8, а), то потік напруженості визначиться так:

$$\Phi_E = ES. \quad (17.7)$$

Якщо площадка не перпендикулярна \vec{E} , а складає з \vec{E} кут θ (рис. 17.8, б), то потік напруженості виразиться формулою:

$$\Phi_E = ES_{\perp} = ES \cos \theta, \quad (17.8)$$

де S_{\perp} – проекція площадки S на площину, перпендикулярну \vec{E} . Якщо площадку S пред-

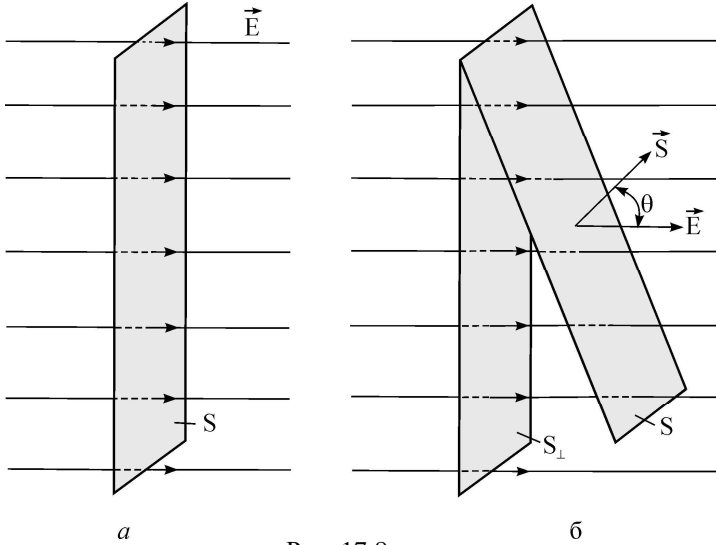


Рис. 17.8

ставити вектором \vec{S} за величиною, пропорційним площі і перпендикулярним до її поверхні (рис. 17. 8, б), то

$$\Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{S}, \quad (17.8, a)$$

тобто потік напруженості дорівнює добутку двох векторів.

Оскільки число силових ліній N , що проходять через одиничну площадку, перпендикулярну до напрямку поля (S_{\perp}), пропорційне напруженості поля: $E \sim N/S_{\perp}$, то

$$N \sim ES_{\perp} = \Phi_E. \quad (17.9)$$

Таким чином, потік напруженості поля через площадку пропорційний числу силових ліній, що перетинають її поверхню.

Якщо поле \vec{E} неоднорідне, а поверхня довільна (не плоска) (рис. 17.9), то поверхню необхідно розбити на k елементів, площі яких $\Delta S_1, \Delta S_2, \dots, \Delta S_k$. Розбиття потрібно здійснити так, щоб кожний із елементів можна вважати плоским, а електростатичне поле в межах елемента однорідним. Тоді потік напруженості через всю поверхню буде сумою

$$\Phi_E \approx \sum_{i=1}^k \vec{E}_i \Delta \vec{S}_i. \quad (17.10)$$

Тут \vec{E}_i – напруженість поля, яка відповідає елементу $\Delta \vec{S}_i$. Якщо $\Delta \vec{S}_i \rightarrow 0$ то сума переходить в інтеграл по всій поверхні і вираз (17.10) стає точною рівністю:

$$\Phi_E = \int \vec{E} \cdot d\vec{S}. \quad (17.11)$$

В багатьох випадках розглядають потік через замкнуту поверхню, подібно до кулі. В цьому випадку результуючий потік через поверхню записується так:

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{S}, \quad (17.12)$$

де знак \oint означає, що інтеграл береться по замкнутій поверхні.

Прийнято, що **потік, який входить в об'єм, від'ємний** ($\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} < 0$), а **потік, який**

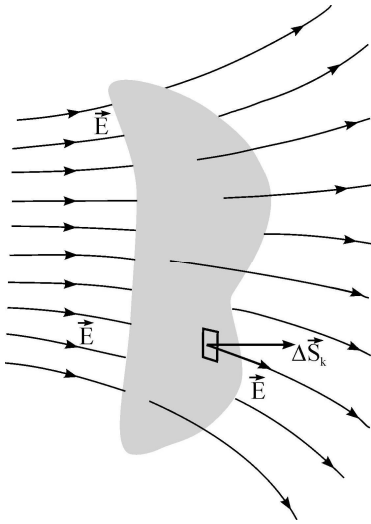


Рис. 17.9

виходить з об'єму, додатний. Якщо значення Φ_E від'ємне, то результуючий потік направлений всередину об'єму. З цього випливає, що, якщо число ліній, що входять в об'єм, дорівнює числу ліній, що виходить з об'єму, то результуючий потік через поверхню дорівнює нулю ($\Phi_E = 0$). Потік $\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} \neq 0$ тільки в тому випадку, якщо число силових ліній починається або закінчується всередині замкнутої поверхні. Але оскільки силові лінії можуть починатися або закінчуватися лише на електричних зарядах, потік буде відмінний від нуля лише у випадку, коли сумарний заряд всередині поверхні не дорівнює нулю. На рис.17.10 показано, що потік Φ_E через поверхню S є від'ємним.

Теорема Остроградського-Гаусса* встановлює точне співвідношення між потоком напруженості електростатичного поля через замкнуту поверхню і сумарним зарядом $\sum Q_i$ всередині цієї поверхні:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum Q_i}{\varepsilon_0}, \quad (17.13)$$

де ε_0 – електрична стала, Q_i – заряди, розміщені всередині поверхні.

Можливі три випадки перетворення в нуль потоку напруженості: 1) сумарний заряд всередині поверхні дорівнює нулю, $\vec{E} \neq 0$; 2) всередині поверхні зарядів немає, але є поле, зв'язане з зовнішніми зарядами, $\vec{E} \neq 0$; 3) немає ані поля, ані внутрішніх зарядів.

Якщо заряди розміщені по об'єму діелектрика з об'ємною густиною ρ , то теорема Остроградського-Гаусса запишеться у такому вигляді:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_V \rho dV, \quad (17.14)$$

де dV – елемент об'єму всередині поверхні.

Теорема Остроградського-Гаусса дозволяє розраховувати напруженості полів симетрично розміщених зарядів і є наслідком суперпозиції полів. Вона є одним із фундаментальних рівнянь електромагнітної теорії. Спробуємо показати на кількох прикладах застосування теореми Остроградського-Гаусса.

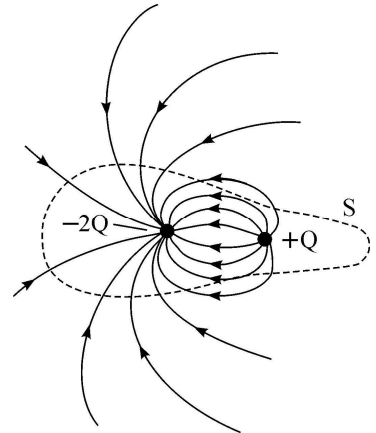


Рис. 17.10

Приклад 17.6. По тонкій сферичній оболонці радіуса r_0 рівномірно розподілений заряд

* Остроградський М.В. (1801-1862) – український математик, академік Російської АН.
Гаусс К.Ф. (1777-1855) – німецький математик, астроном, фізик.

Q (рис. 17.11). Визначити напруженість електростатичного поля: а) поза оболонкою; б) всередині оболонки.

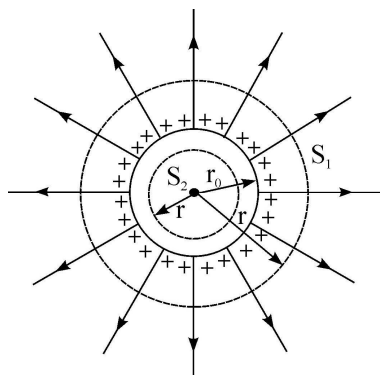


Рис. 17.11

Розв'язок. Оскільки заряд розміщений симетрично, то і поле буде симетричним і направлене вздовж радіуса сфери до поверхні і залежить лише від r . Таким чином, напруженість поля буде однакою у всіх точках уявної сфери радіуса r , концентричної з оболонкою. Оскільки напруженість поля перпендикулярна до поверхні, то згідно теореми Остроградського-Гаусса маємо

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = E(4\pi r^2) = \frac{Q}{\epsilon_0},$$

звідки

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}, \quad (r > r_0).$$

Таким чином, поле ззовні рівномірно зарядженої сферичної поверхні має таку ж напруженість, як і напруженість, яку б створив весь заряд, сконцентрований в центрі сфери.

б) Всередині оболонки поле також повинно бути симетричним. Тому напруженість \vec{E} у всіх точках поверхні S_2 уявної сфери радіуса r концентричної з оболонкою, буде однакою. Значить,

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = E(4\pi r^2) = 0,$$

бо всередині уявної сфери заряд Q дорівнює нулю. Таким чином

$$E = 0, \quad (r < r_0),$$

всередині рівномірно зарядженої сфери.

Приклад 17.7. Електричний заряд рівномірно розподілений по об'єму непровідної кулі радіуса r_0 (рис. 17.12). Визначити напруженість електростатичного поля: а) ззовні кулі ($r > r_0$) і б) всередині кулі ($r < r_0$).

Розв'язок. Оскільки заряд розподілений рівномірно, то і електростатичне поле також буде рівномірним. Напруженість поля \vec{E} залежить тільки від r і направлена назовні.

а) Виберемо в якості поверхні інтегрування сферу радіуса r ($r > r_0$), поверхня якої $S_1 = 4\pi r^2$. Тоді маємо:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = E(4\pi r^2) = \frac{Q}{\epsilon_0},$$

або

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}. \quad (1)$$

Таким чином, ми знову отримали, що поле ззовні однорідно зарядженої кулі має таку ж напруженість, яку створив би цей заряд, якщо б був зосереджений в центрі кулі.

б) Всередині кулі в якості поверхні інтегрування виберемо сферу радіуса r ($r < r_0$), поверхня якої S_2 (рис. 17.12). В силу симетрії напруженість \vec{E} стала у всіх точках поверх-

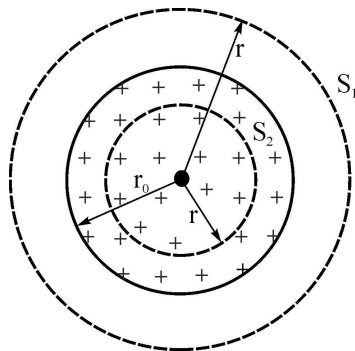


Рис. 17.12

ня якої S_2 (рис. 17.12). В силу симетрії напруженість \vec{E} стала у всіх точках поверхні S_2 і тому маємо:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = E(4\pi r^2).$$

Однак цей вираз потрібно порівняти до заряду, який знаходиться всередині сфери S_2 , поділеного на ϵ_0 . Цей заряд знайдемо так:

$$\frac{\frac{4}{3}\pi r^3 \rho}{\frac{4}{3}\pi r_0^3 \rho} Q = \frac{r^3}{r_0^3} Q,$$

де ρ – об'ємна густина заряду. Тоді за теоремою Остроградського-Гаусса

$$E(4\pi r^2) = \frac{r^3}{r_0^3} \frac{Q}{\epsilon_0},$$

або

$$(2) \quad E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r_0^3} r, \quad (r < r_0).$$

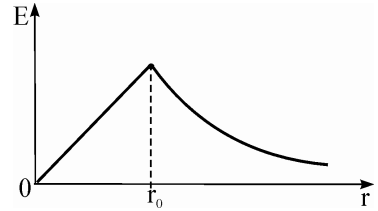


Рис. 17.13

Висновок. Напруженість поля, створеного рівномірно зарядженою кулею, всередині кулі зростає лінійно від центра до периферії (до $r = r_0$) (див. формулу (2)), а ззовні кулі (при $r > r_0$) зменшується як $1/r^2$ (див. формулу (1)) (рис. 17.13).

Приклад 17.8. Розрахувати напруженість електростатичного поля \vec{E} ззовні рівномірно зарядженого довгого провідника, лінійна густина заряду якого λ .

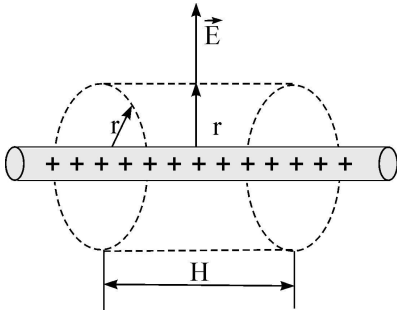


Рис. 17.14

Розв'язок. Застосуємо теорему Остроградського-Гаусса, керуючись знову уявленнями симетрії. Всі лінії напруженості поля направлені вздовж радіуса назовні (якщо $Q > 0$). Значить, напруженість залежить тільки від r і є сталою на поверхні провідника і поверхні коаксiального з ним циліндра радіуса r (рис.17.14). Зауважимо, що лінії напруженості пронизують тільки бокову поверхню циліндра. Вони через торці не виходять. Тому

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = E(2\pi r H) = \frac{Q}{\epsilon_0} = \frac{\lambda H}{\epsilon_0},$$

де H – висота циліндра, $S = 2\pi r H$ – бокова поверхня циліндра, $Q = \lambda H$ – повний заряд провідника. Звідси

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{r}.$$

Із останнього рівняння видно, що напруженість електростатичного поля ззовні рівномірно зарядженої проволочки або циліндра зменшується як $1/r$, а не як $1/r^2$ (див. приклад 17.7). Отже, залежність напруженості поля від відстані визначається геометрією джерела.

Приклад 17.9. Визначити напруженість електростатичного поля поблизу нескінченної непровідної рівномірно зарядженої площини, поверхнева густина заряду якої до-

рівнює σ (рис. 17.15).

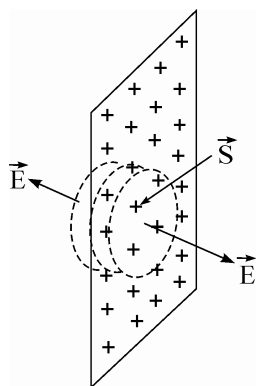


Рис. 17.15

Розв'язок. В якості поверхні інтегрування виберемо невеликий замкнутий циліндр, вісь якого перпендикулярна до площини і який перетинає цю площину (рис. 17.15). В силу симетрії вектор \vec{E} перпендикулярний до площини і сталий в межах торця циліндра площею S . Оскільки через бокову поверхню циліндра лінії не виходять, то за теоремою Остроградського-Гаусса

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = 2ES = \frac{Q}{\epsilon_0} = \frac{\sigma S}{\epsilon_0},$$

де $Q = \sigma S$ – повний електричний заряд всередині циліндра. Звідси

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}.$$

Приклад 17.10. Знайти напруженість електростатичного поля поблизу поверхні провідника довільної форми.

Розв'язок. В якості поверхні інтегрування виберемо, як і в попередньому випадку, невелику циліндричну поверхню. Вибраний циліндр має невелику висоту і один його торець знаходиться децю над поверхнею, а другий – децю під поверхнею (рис. 17.16), боко-

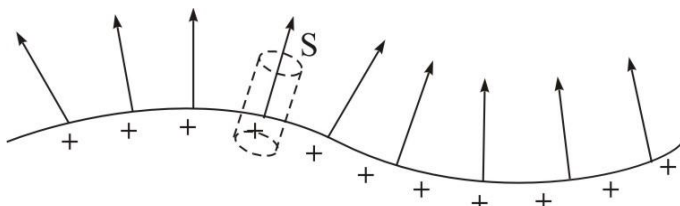


Рис. 17.16

ва поверхня перпендикулярна до поверхні провідника. Оскільки поле всередині провідника відсутнє, то лінії напруженості будуть перетинати тільки зовнішній торець циліндра, площа якого S . Тоді за теоремою Остроградського-Гаусса

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = ES = \frac{Q}{\epsilon_0} = \frac{\sigma S}{\epsilon_0},$$

звідки

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}, \text{ (біля поверхні провідника),}$$

де σ – густина заряду в даній точці поверхні провідника.

Цей результат справедливий для провідників будь-якої форми.

В таблиці 17.1 зібрано формули напруженості електростатичного поля, розглянутих вище, для різних геометрій джерела поля.

Геометрія джерела поля	Напруженість	
Точка	$E = k \frac{Q}{r^2}$	$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$
Рівномірно заряджена сфера ($r > r_0$)	$E = k \frac{Q}{r^2}$	$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$
Рівномірно заряджена сфера ($r < r_0$)	$E = 0$	$E = 0$
Рівномірно заряджена куля ($r > r_0$)	$E = k \frac{Q}{r^2}$	$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$
Рівномірно заряджена куля ($r < r_0$)	$E = k \frac{Q}{r_0^3} r$	$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r_0^3} r$
Рівномірно заряджений циліндр ($r > r_0, r \ll H$)	$E = k \frac{2\lambda}{r}$	$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda}{r}$
Рівномірно заряджена непровідна площина	$E = 4\pi r \sigma$	$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

§ 17.6. Робота переміщення заряду в електростатичному полі

Розглянемо однорідне електростатичне поле, яке утворюється між зарядженими нескінченно великими паралельними площинами (рис. 17.17). Помістимо в поле між площинами пробний заряд $+Q$ і перемістимо його з точки a в точку a' . Діюча на пробний

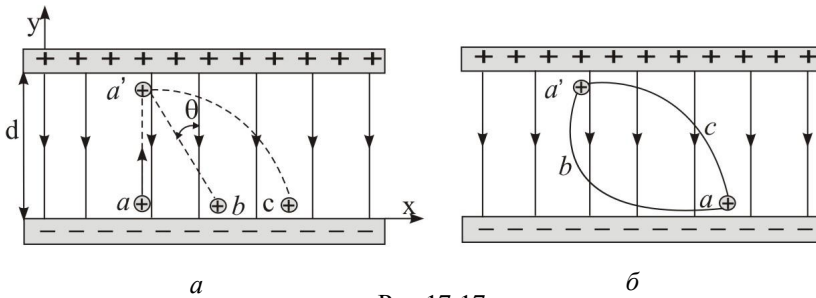


Рис.17.17

заряд електростатична сила $\vec{F} = Q\vec{E}$ стала і направлена в бік, протилежний переміщенню. Робота, яка здійснюється цією силою при переміщенні електричного заряду, дорівнює добутку сили на переміщення заряду. Тобто

$$A = Fd = QEd, \quad (17.15)$$

де $aa' = d$ – переміщення заряду між площинами, Q – величина пробного заряду, що переміщається, \vec{E} – напруженість електростатичного поля. Якщо заряд переміщувати із точки b в точку a' під кутом θ до напрямку поля, то робота дорівнюватиме добутку сили на

переміщення d_l і на косинус кута θ між ними:

$$A = Fd_l \cos \theta = dQE, \quad (17.16)$$

де $ba' = d_l$ – переміщення заряду, а $d = d_l \cos \theta$. Підрахуємо тепер роботу поля по переміщенню заряду із точки c в точку a' . Розіб'ємо криву ca' на n ділянок, кожен із яких можна прийняти за пряму, а проекції їх на вісь Y -ків (рис. 17.17) вважати рівними. Тоді

$$A = F \sum_{i=1}^n S_i \cos \theta_i = F \sum_{i=1}^n d_i = Fd = QEd, \quad (17.17)$$

де S_i – довжина i -ої ділянки траєкторії, d_i – проекція S_i на напрямок осі Y -ків, $d = \sum_{i=1}^n d_i$.

Сила \vec{F} завжди залишається сталою, оскільки поле однорідне. Отже, з наведеного вище, видно, що **робота поля по переміщенню заряду не залежить від шляху; вона для всіх трьох випадків однакова, хоч траєкторія переміщення різна, тобто робота залежить тільки від положення початкової і кінцевої точок переміщення.**

Якщо заряд переміщувати в напрямку, перпендикулярному до ліній напруженості електростатичного поля, то сили поля роботи не виконують. Таким чином, сили поля виконують роботу тільки при переміщенні заряду вздовж ліній напруженості електростатичного поля.

Неважко показати, що робота сил поля на ділянках aba' і $a'ca$ однакова за величиною і протилежна за знаком (рис. 17.17, б). На ділянці aba' виконується робота проти сили поля, на ділянці $a'ca$ роботу виконує поле. Це означає, що **робота сил електростатичного поля по замкнутому контуру завжди рівна нулю**. Сили, робота яких над частинкою не залежить від форми шляху частинки, а лише від її початкового і кінцевого положень, називаються **консервативними силами**. Поле консервативної сили, тобто поле, в якому робота не залежить від форми шляху, **називається потенціальним** (електростатичне поле, поле тяжіння).

§ 17.7. Електричний потенціал і різниця потенціалів

Розрахуємо роботу сил поля, створеного зарядом Q , при переміщенні в ньому вздовж силової лінії заряду Q_0 з точки a в точку b (рис. 17.18). Робота dA по переміщенню заряду на шляху dr дорівнює:

$$dA = Fdr. \quad (17.18)$$

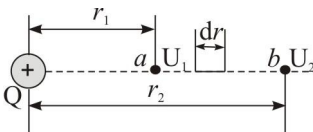


Рис. 17.18

Враховуючи, що $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{QQ_0}{r^2}$, отримаємо:

$$dA = \frac{Q_0}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} dr. \quad (17.19)$$

Інтегруючи (17.19), знаходимо всю роботу по переміщенню заряду Q_0 з точки a в точку b (з однієї точки в іншу):

$$A = \int_{r_1}^{r_2} \frac{Q_0}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} dr = \frac{Q_0 Q}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{Q_0 Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = Q_0 \left(\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r_1} - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r_2} \right). \quad (17.20)$$

Величини $\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r_1}$ і $\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r_2}$ позначають відповідно через U_a і U_b і називають їх **елек-**

тричними потенціалами точок a і b . Отже,

$$A = Q_0(U_a - U_b). \quad (17.21)$$

Якщо покласти $r_2 = \infty$, то $A = \frac{Q_0 Q}{4\pi\epsilon_0 r_1} = Q_0 U_1$, звідки

$$U_1 = \frac{A}{Q_0}. \quad (17.22)$$

Отже, потенціал – це фізична величина, що чисельно дорівнює роботі, яку виконує електростатичне поле по переміщенню одиничного позитивного заряду із заданої точки поля на нескінченність.

Електричний потенціал визначає потенціальну енергію одиничного заряду. Звідси випливає, що зміна потенціальної енергії заряду Q_0 при переміщенні його із точки a в точку b дорівнює

$$\Delta W = W_a - W_b = Q_0(U_a - U_b). \quad (17.23)$$

Іншими словами, коли заряд Q_0 переміщається між точками з різницею потенціалів $U_{ab} = U_a - U_b$, його потенціальна енергія змінюється на $Q_0 U_{ab}$.

Одиницею електричного потенціалу (і різниці потенціалів) є джоуль на кулон (Дж/Кл) (див. (17.22)). В СІ цю одиницю названо вольт (В) на честь італійського фізика А. Вольта (1745 – 1827): $1В = 1Дж / Кл$. Різницю потенціалів часто називають **електричною напругою**.

Потенціал в тій чи іншій точці залежить від вибору “нуля” потенціалу; як і у випадку потенціальної енергії нульовий рівень може вибиратись довільно, оскільки можна виміряти лише зміну потенціальної енергії (різницю потенціалів). На практиці часто за нульовий потенціал приймають потенціал Землі або провідника, з’єданого з Землею.

Приклад 17.11. Яку роботу потрібно виконати, щоб перенести заряд $Q = -8,0$ мкКл від “Землі” в точку з потенціалом $U = +600$ В?

Розв’язок. Оскільки потенціал Землі прийнято рівним нулю, то

$$A = QU = (-8,0 \cdot 10^{-6} Кл)(600В) = -4,8 мДж.$$

Приклад 17.12. Заряд, який переноситься на Землю розрядом блискавки при різниці потенціалів $U = 3,5 \cdot 10^7$ В, складає $Q = 30$ Кл. а) Яка при цьому виділиться енергія? Яку кількість води при 0°C можна було б довести до кипіння?

Розв’язок. а) Величину енергії, що виділиться при перенесенні заряду на Землю знайдемо за формулою (17.22):

$$A = W = QU = (30 Кл)(3,5 \cdot 10^7 В) = 1,05 \cdot 10^9 Дж.$$

б) Для знаходження кількості води, яку можна б нагріти до температури кипіння, використавши енергію W , скористаємось відомим рівнянням теплового балансу:

$$W = mc(t_2 - t_1),$$

де m – маса води, яка може бути нагріта, $c = 4200$ Дж/кг \cdot град – питома теплоємність води, $t_2 = 100^\circ\text{C}$ – температура кипіння води, $t_1 = 0^\circ\text{C}$ – початкова температура. Звідси

$$m = \frac{W}{ct_2} = \frac{1,1 \cdot 10^9 \text{ Дж}}{(4200 \text{ Дж / кг} \cdot \text{град})(100^\circ \text{ C})} = 2600 \text{ кг}.$$

§ 17.8. Зв'язок між електричним потенціалом і напруженістю електростатичного поля. Градієнт потенціалу

Між потенціалом і напруженістю поля існує тісний зв'язок. Нехай ми маємо однорідне електростатичне поле, наприклад, поле між зарядженими пластинками (рис. 17.19) з різницею потенціалів U_{ab} . Робота електростатичного поля по переміщенню заряду Q з точки a в точку b згідно (17.22) дорівнює

$$A = QU_{ab}.$$

З другого боку

$$A = Fd = QEd,$$

де $F = QE$ – сила, діюча на заряд Q , d – переміщення (відстань між точками a і b вздовж силової лінії).

Прирівнюючи ці два вирази для роботи, отримуємо:

$$QEd = QU_{ab},$$

або

$$Ed = U_a - U_b,$$

звідки

$$E = \frac{U_a - U_b}{d}. \quad (17.24)$$

Таким чином, **напруженість однорідного електричного поля чисельно дорівнює різниці потенціалів на одиниці довжини лінії напруженості**. Зауважимо ще раз, що напруженість електростатичного поля вимірюють у ньютонатах на кулон (Н/Кл) або у вольтатах на метр (В/м). Ці одиниці еквівалентні між собою:

$$1 \frac{\text{Н}}{\text{Кл}} = 1 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{Кл} \cdot \text{м}} = 1 \frac{\text{Дж}}{\text{Кл} \cdot \text{м}} = 1 \frac{\text{А} \cdot \text{В} \cdot \text{с}}{\text{А} \cdot \text{с} \cdot \text{м}} = 1 \frac{\text{В}}{\text{м}}.$$

Для будь-якого поля зв'язок між напруженістю поля і потенціалом можна виразити так:

$$E = -\frac{dU}{dr} = -\text{grad } U. \quad (17.25)$$

Таким чином, напруженість у довільній точці електростатичного поля дорівнює градієнту потенціалу в цій точці dU/dr взятого з оберненим знаком. **Градієнт потенціалу – це швидкість зміни його в напрямку силової лінії, яка чисельно дорівнює зміні потенціалу, що припадає на одиницю довжини силової лінії. Градієнт потенціалу – вектор, який направлений в бік найбільшого зростання потенціалу.** В будь-якій точці поля вектори напруженості і градієнта потенціалу рівні за величиною і протилежні за напрямком (рис. 17.19): $\vec{E} = -\text{grad } \vec{U}$. Із (17.25) видно, що поле сильніше там, де швидше змінюється потенціал.

Приклад 17.13. Визначити потенціал на відстані r від центра однорідно зарядженої провідної сфери радіуса R при: а) $r > R$; б) $r = R$. Повний заряд сфери дорівнює Q .

Розв'язок. а) Оскільки сфера провідник, заряд Q розподілений рівномірно по її поверхні. Напруженість електростатичного поля ззовні сфери ($r > R$)

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}, \quad (1)$$

і направлена по радіусу (див. приклад 17.6).

Користуючись формулою (17.24), отримаємо:

$$U_a - U_b = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}.$$

(В формулі (17.24) d замінено на r). Якщо покласти $U_b = 0$ при $r = \infty$, то в будь-якій точці на відстані r від центра сфери ($r > R$) потенціал дорівнює

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}, \quad (r > R). \quad (2)$$

б) Потенціал на поверхні провідника (сфери) дорівнює

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R}, \quad (r = R). \quad (3)$$

§ 17.9. Еквіпотенціальні поверхні

Електричний потенціал можна представити графічно за допомогою **еквіпотенціальних ліній** або **еквіпотенціальних поверхонь**. Еквіпотенціальною поверхнею називають геометричне місце точок з однаковим потенціалом. Зрозуміло, що різниця потенціалів між будь-якими точками цієї поверхні рівна нулю, а це означає, що при переміщенні заряду із однієї точки в іншу, робота також дорівнює нулю. Еквіпотенціальна поверхня в будь-якій точці перпендикулярна напрямку напруженості поля. Цей факт допомагає в побудові еквіпотенціальних поверхонь, якщо відоме розміщення силових ліній. На рис. 17.20 і 17.21 дано кілька еквіпотенціальних ліній для поля точкового заряду і для поля між паралельними пластинками. Ці лінії належать еквіпотенціальним поверхням, які перети-

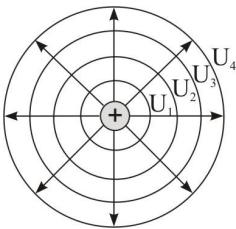


Рис. 17.20

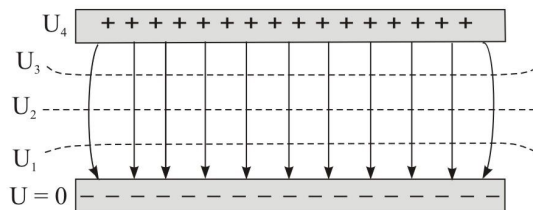


Рис. 17.21

нають рисунок перпендикулярно площині книжної сторінки. Для випадку двох однакових за величиною різноимених зарядів еквіпотенціальні лінії (штрихові лінії) наведені на рис. 17.22.

Приклад 17.14. Електростатичне поле між двома паралельними пластинками, які під'єднані до батареї з напругою $U = 45$ В, має напруженість $E = 1500$ В/м. Яка відстань між пластинками?

Розв'язок. За формулою (17.24) знаходимо, що

$$d = \frac{U}{E} = \frac{45B}{1500B/м} = 3 \cdot 10^{-2} м = 3 см.$$

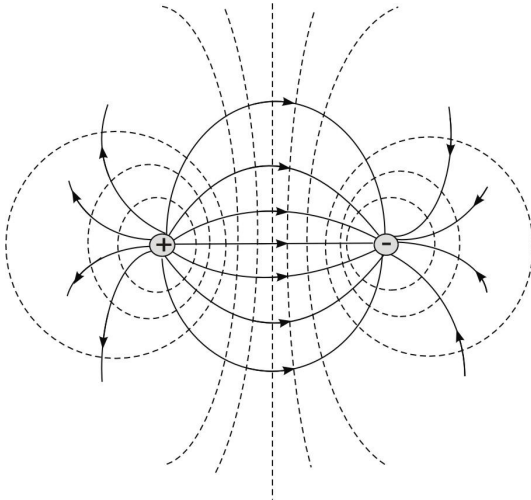


Рис. 17.22

отримаємо

$$d = \frac{2\epsilon_0 U}{\sigma} = \frac{2(8,85 \cdot 10^{-12} Кл / В \cdot м^2)(1В)}{5,5 \cdot 10^{-4} Кл / м^2} = 3,2 \cdot 10^{-8} м.$$

Приклад 17.15. На якій відстані одна від одної будуть знаходитися еквіпотенціальні поверхні, проведені через 1 В поблизу великої однорідно зарядженої площини з поверхневою густиною заряду $\sigma = 0,55 мКл/м^2$?

Розв'язок: За формулою (17.24) знаходимо:

$$d = \frac{U}{E},$$

де $U = 1В$ – різниця потенціалів між еквіпотенціальними поверхнями, E – напруженість електричного поля поблизу зарядженої поверхні. Враховуючи, що

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0},$$

§ 17.10. Поняття про біопотенціали

Якщо один із електродів під'єднати до поверхні м'язового волокна, а другий електрод ввести в середину його (рис. 17.23), то між електродами спостерігатиметься електрична напруга, яку називають **потенціалом спокою**. Внутрішній електрод завжди має від'ємний потенціал відносно зовнішнього. Величина потенціалу спокою у різних клітин різна і в середньому коливається від 80 до 100 мВ. Потенціал спокою за своєю природою є **мембранний потенціал**.

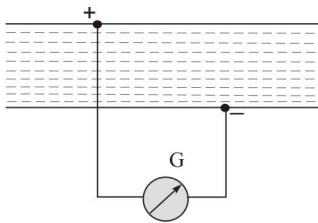


Рис. 17.23

Згідно сучасним уявленням стінки живих клітин є тонкими мембранами, які складаються із двох шарів білка, розділених шаром молекул ліпідів (жирів). Товщина всієї мембрани складає 9,0 нм, а кожний із її шарів мають товщину 3,0 нм. Схема поперечного перерізу мембрани клітини наведена на рис. 17.24.

Експериментальні дані показують, що мембрани клітини розділяють дві ділянки, які містять різні розчинені в них іони. В позаклітинному просторі є надлишок іонів Na^+ і Cl^- , а всередині клітини надлишок іонів K^+ . Крім Na^+ , Cl^- і K^+ всередині клітини і поза нею є велика кількість від'ємних іонів (іони фосфору, карбонату і великі органічні іони). Розміри всіх цих іонів більші, ніж пори в білкових шарах, через які здатні дифундувати маленькі іони, тому можна стверджувати, що ефект дифузії великих від'ємних іонів від-

сутній. Оскільки різнойменні іони мають різну швидкість дифузії через мембрану (деякі із них взагалі не дифундують через мембрану), на її поверхні утворюється подвійний

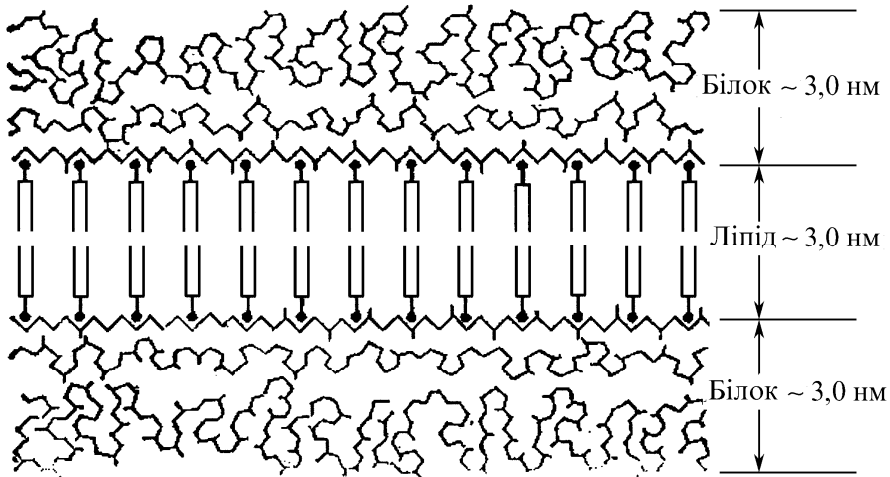


Рис. 17.24

шар зарядів, який створює різницю потенціалів між позаклітинним простором і простором всередині клітини (рис. 17.25). Вона дорівнює $\approx 70 \text{ мВ}$. Ця різниця потенціалів обумовлює наявність градієнта концентрації різних іонів, між якими виникає своєрідна рівновага. Зауважимо, що надлишок заряду з кожного боку мембрани є тільки на її поверхні, рідина ж з кожного боку мембрани електронейтральна.

Таблиця 17.2

Іон	Концентрація іонів C_i , ммоль/л	Концентрація іонів C_e , ммоль/л	C_i/C_e
Na^+	15	145	0,103
K^+	150	5	30
Cl^-	0	125	0,072

В таблиці 17.2 наведено концентрації найбільш важливих іонів в позаклітинному просторі (C_e) і всередині клітини (C_i). Оскільки мембрана дуже тонка ($d = 9,0 \cdot 10^{-9} \text{ м}$), існування різниці потенціалів 70 мВ означає, що напруженість електричного поля всередині мембрани дуже велика:

$$E = \frac{U}{d} = \frac{0,070 \text{ В}}{9,0 \cdot 10^{-9} \text{ м}} = 7,8 \cdot 10^6 \frac{\text{В}}{\text{м}}.$$

Для порівняння зауважимо, що коли напруженість в повітрі досягає $3 \cdot 10^6 \text{ В/м}$, між провідниками виникає іскра. Однак, для підтримання всередині мембрани поля з такою напруженістю необхідно відносно небагато іонів.

Потенціал дії. Нервові волокна живих організмів проходять через все тіло і закінчуються в мозку. Нервова клітина (**нейрон**) складається із клітинного тіла і одного довгого виросту, який називають **аксоном**. Аксони бувають достатньо довгими. Вздовж аксонів поширюються електричні сигнали, які несуть інформацію в мозок або від мозку до різних

частин тіла моторні інструкції.

В стані спокою (рис. 17.26, А) додатні і від'ємні заряди розподілені вздовж аксонів рівномірно; внутрішній потенціал дорівнює 70 мВ.

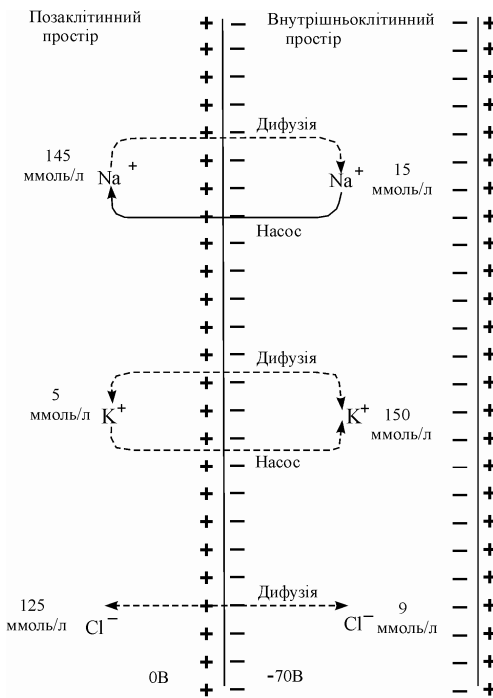


Рис. 17.25

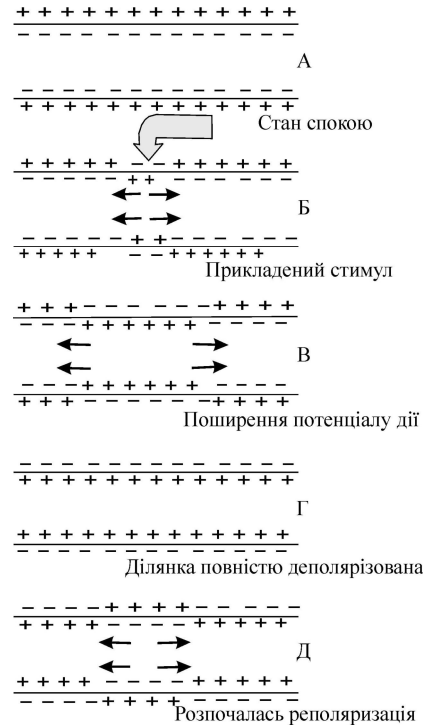


Рис. 17.26

Нервову клітину можна привести в збуджений стан в будь-якій точці аксона електричним, хімічним або механічним способом. Ефект дії подразника проявляється в раптовому збільшенні проникності мембрани для іонів Na⁺ (~ в 5000 раз). Потік іонів Na⁺ із міжклітинного простору перекидає від'ємний потенціал клітини і руйнує локальний додатний потенціал (рис. 17.26, Б). Цей додатний потенціал, який виникає за доли секунди і зростає до +40 мВ, називається **потенціалом дії** (рис. 17.27).

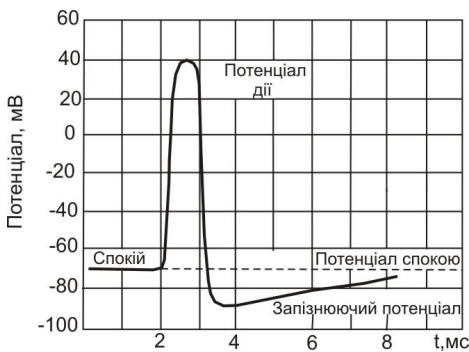


Рис. 17.27

Зміна мембранного потенціалу називається **деполяризацією**. Виникнувши в одній точці, деполяризація індукує деполяризацію з двох сторін збудженої точки. Отже, потенціал дії, який виник, поширюється по аксону до тих пір, поки не деполяризується вся ділянка (рис. 17.26, В, Г).

Відразу після деполяризації мембрана приходить у вихідний стан: проникність її для іонів Na⁺ різко зменшується, а проникність мембрани для іонів K⁺ різко зростає. Іони K⁺ швидко дифундують із клітини, що призводить до зниження потенціалу клітин до від'ємних значень нижче потенціалу спокою.

Відразу після деполяризації мембрана приходить у вихідний стан: проникність її для іонів Na⁺ різко зменшується, а проникність мембрани для іонів K⁺ різко зростає. Іони K⁺ швидко дифундують із клітини, що призводить до зниження потенціалу клітин до від'ємних значень нижче потенціалу спокою.

кою (відбувається процес **реполяризації**). В кінцевому рахунку приблизно за 10 мс клітина приходить у вихідний стан і вона готова “запалитися” знову.

Швидкість, з якою потенціал дії поширюється вздовж нервового волокна, різна – від 0,5 м/с до 130 м/с. Нервові імпульси не поширюються подібно електричним сигналам. Поширення нервового імпульсу – складний електрохімічний процес, деталі якого ще далеко не повно вивчені.

§ 17.11. Провідники в електростатичному полі

Характерною особливістю провідників є те, що в них є велика кількість рухомих носіїв зарядів, тобто вільних електронів (або іонів), які образно кажучи, в провіднику рухаються хаотично. Однак, якщо такий провідник помістити в зовнішнє електростатичне поле, то під впливом дії електричних сил вільні електрони будуть переміщатися в ньому в напрямку, протилежному напрямку напруженості поля. Тому на одному кінці провідника через деякий час виявиться надлишок від’ємних зарядів (електронів), а на протилежному кінці – надлишок додатних зарядів (тут електронів не вистачатиме) (рис. 17.28). Таким чином, провідник в електричному полі електризується. Таку електризацію називають **електризацією через вплив**, або **електростатичною індукцією**. Індуковані (наведені) на провіднику заряди зникають, коли провідник винести із електричного поля.

Внаслідок перерозподілу в провіднику зарядів всередині його виникає електричне поле з напруженістю \vec{E}_2 , рівною напруженості зовнішнього поля \vec{E}_1 але протилежно направленого до нього (рис. 17.28). В результаті напруженість, а значить і різниця потенціалів всередині провідника, стають рівними нулю. Тоді для будь-яких двох точок всередині провідника справедливе співвідношення: $U_1 - U_2 = 0$ тобто $U_1 = U_2$.

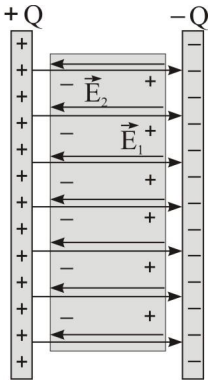


Рис.17.28

Отже, при рівновазі зарядів на провіднику потенціал всіх його точок однаковий. Це відноситься до провідників наелектризованих в будь-який спосіб. Таким чином, незалежно від того, в який спосіб наелектризовано провідник, **при рівновазі зарядів поля всередині провідника немає, а потенціал всіх точок провідника однаковий**.

Досвід показує, що при будь-якій електризації провідника електричні заряди розподіляються на його поверхні і всередині порожнини замкнутого провідника електричне поле відсутнє. На цьому ґрунтується так званий **електростатичний захист**, або екранування від електростатичних полів, утворених зовнішніми електричними зарядами.

Наприкінці зауважимо, що заряд розподіляється рівномірно лише по поверхні провідника сферичної форми. При довільній формі провідника поверхнева густина зарядів σ , а, значить, і напруженість поля поблизу поверхні провідника більша там, де більша кривизна поверхні.

§ 17.12. Електроємність

Розглянемо відокремлений провідник, якому будемо надавати різні за величиною заряди Q_1, Q_2, Q_3, \dots . Досвід показує, що величина заряду Q набутого провідником прямо пропорційна його потенціалу U :

$$Q = CU, \quad (17.26)$$

де C – коефіцієнт пропорційності і називається **електроємністю** або просто **ємністю** про-

відника. Отже

$$C = \frac{Q}{U}. \quad (17.27)$$

Таким чином, **електричною ємністю провідника називають фізичну величину, яка чисельно дорівнює електричному заряду, що змінює його потенціал на одиницю:**

В СІ електроємність вимірюють в фарадах (Ф).

Один фарад – це електроємність такого провідника, якому для підвищення потенціалу на 1 В необхідно надати заряд в 1 Кл (1 Ф = 1 Кл/В).

Один фарад дуже велика ємність для конденсаторів звичайних розмірів, тому на практиці користуються, як правило, меншими одиницями, зокрема, **мікрофарадом** (мкФ) і **пікофарадом** (пФ):

$$1 \text{ мкФ} = 10^{-6} \text{ Ф}, 1 \text{ пФ} = 10^{-12} \text{ Ф}.$$

Оскільки заряди розміщуються на зовнішній поверхні провідника, то ємність не залежить ні від маси, ні від матеріалу провідника, а залежить від його форми і розмірів та діелектричних властивостей навколишнього середовища, а також наявності поблизу провідника інших провідників.

Ємність сфери. Для того, щоб знайти ємність сфери, в формулу (17.27) для ємності підставимо вираз для потенціалу сфери (див. приклад 17.13, формулу (3)).

Тоді

$$C_{\text{сф}} = \frac{Q}{U} = 4\pi\epsilon_0 R, \quad (17.28)$$

де R – радіус сфери. Таким чином, ємність сфери пропорційна її радіусу.

Приклад 17.16. Розрахувати ємність: а) кулі радіусом $R = 10$ см; б) земної кулі, радіус якої $R_3 = 6,4 \cdot 10^6$ м.

Розв'язок. а) Скориставшись формулою (17.28), маємо:

$$C_{\text{кулі}} = 4\pi\epsilon_0 R = 4(3,14)(0,1 \text{ м})(8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}^2 / (\text{В} \cdot \text{м}^2)) = 1 \cdot 10^{-11} \text{ Ф} = 10 \text{ пФ}.$$

Зауважимо, що ємність кулі в пікофарадах приблизно рівна його радіусу в сантиметрах.

б) Як і в попередньому випадку маємо:

$$C_{3, \text{к}} = 4\pi\epsilon_0 R_3 = 4(3,14)(6,4 \cdot 10^6 \text{ м})(8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}^2 / (\text{В} \cdot \text{м}^2)) = 7 \cdot 10^{-4} \text{ Ф} = 700 \text{ мкФ}.$$

Навіть Земля не володіє ємністю в один фарад.

§ 17.13. Конденсатори

Конденсатор – це пристрій для накопичення електричного заряду. Він складається з двох провідників, близько розміщених один біля одного. Найпростіший за будовою є **плоский конденсатор**, який складається з двох металевих пластин (обкладинок) (рис. 17.29), розділених діелектриком (діелектриком може бути і шар повітря). Часто обкладинки розділяють прокладкою із паперу або іншого діелектрика і згортають в рулон.

Основною характеристикою конденсатора є його ємність C . Величина ємності конденсатора залежить від розмірів, форми і взаємного розміщення обкладинок, а також від речовини, яка заповнює простір між обкладинками конденсатора. Будемо поки-що вважати, що між обкладинками конденсатора знаходиться вакуум або повітря.

Спробуємо виразити ємність конденсатора через його геометричні параметри, площу S обкладинок і відстань d між ними (рис. 17.30).

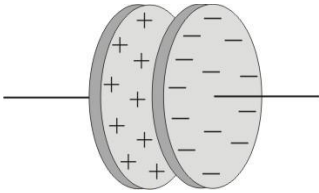


Рис. 17.29

Кожна із обкладинок створює електричне поле з напруженістю $E = \sigma / 2\epsilon_0$ (див. приклад 17.9). Тому результуюча напруженість електричного поля між обкладинками дорівнюватиме (рис. 17.29):

$$E = E_+ + E_- = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 S},$$

де $\sigma = Q/S$ – поверхнева густина заряду, S – площа однієї обкладинки, E_+ і E_- – відповідно напруженості полів,

що створюються позитивно зарядженою обкладинкою A і негативно зарядженою обкладинкою B .

Відповідно (17.24) напруженість електричного поля і різниця потенціалів зв'язані співвідношенням:

$$U_{AB} = Ed = \frac{Qd}{\epsilon_0 S}.$$

Тоді для плоского конденсатора

$$C = \frac{Q}{U_{AB}} = \frac{\epsilon_0 S}{d}. \quad (17.29)$$

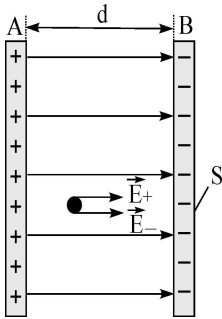


Рис. 17.30

Справедливість отриманого висновку очевидна: **чим більша площа S , тим “вільніше” розмістяться на ній заряди, відштовхування між ними буде менше і кожна обкладинка зможе втримувати більший заряд. Чим більша відстань d між обкладинками, тим слабше заряди, які знаходяться на різних обкладинках, будуть притягатися: на обкладинки від джерела поступає менше заряду і ємність виявляється меншою.**

Із (17.29) видно, що C не залежить ні від Q а ні від U .

Приклад 17.17. Необхідно виготовити конденсатор ємністю $C = 2,0 \text{ Ф}$. а) Якою повинна бути площа S обкладинок з повітряним проміжком між ними $d = 4,5 \text{ мм}$. б) Чому дорівнює заряд кожної обкладинки, якщо конденсатор під'єднаний до клем батареї з напругою $U = 12 \text{ В}$?

Розв'язок. а) Площу обкладинок виразимо із формули (17.29):

$$S = \frac{Cd}{\epsilon_0} = \frac{(2,0 \text{ Ф})(4,5 \cdot 10^{-3} \text{ м})}{8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}/(\text{В} \cdot \text{м}^2)} = 1,0 \cdot 10^9 \text{ м}^2.$$

б) Заряд кожної обкладинки дорівнює

$$Q = CU = (2,0 \text{ Ф})(12 \text{ В}) = 24 \text{ Кл}.$$

Електроємність сферичного конденсатора (рис.17.31), що складається з двох концентричних сферичних обкладинок радіусів R_1 і R_2 , дорівнює

$$C = 4\pi\epsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}. \quad (17.30)$$

Електроємність циліндричного конденсатора (рис. 17.32), що становить собою сис-

тему двох порожнистих коаксialьних циліндрів, вставлених один в одного, обчислюють за формулою:

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln(R_2 / R_1)}, \quad (17.31)$$

де L – висота циліндрів, R_1 і R_2 – відповідно радіуси внутрішнього і зовнішнього циліндрів.

Зауважимо, що окремий провідник також володіє ємністю, але не може служити конденсатором.

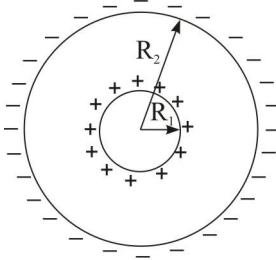


Рис. 17.31

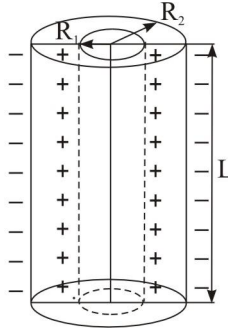


Рис. 17.32

Приклад 17.18. Розрахувати ємність мембрани клітини людського тіла, та повний заряд на ній, якщо площа мембрани $S = 5 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2$, а її товщина $d = 9,0 \text{ нм}$.

Розв'язок. Згідно формули (17.29), маємо

$$C = \epsilon_0 \frac{S}{d} = (8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Кл}^2}{\text{Н} \cdot \text{м}^2}) \frac{(5 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2)}{(9 \cdot 10^{-9} \text{ м})} = 5 \cdot 10^{-15} \text{ Ф},$$

а із формули (17.27) знайдемо, що

$$Q = CU = (5 \cdot 10^{-14} \text{ Ф})(0,07 \text{ В}) = 3,5 \cdot 10^{-15} \text{ Кл}.$$

Значення $U = 70 \text{ мВ}$ взято із § 17.10.

§ 17.14. З'єднання конденсаторів

В багатьох випадках, щоб отримати потрібну ємність, конденсатори з'єднують у батареї. З'єднувати конденсатори можна в різні способи. Щоб дістати більшу електроємність, конденсатори з'єднують **паралельно** (рис. 17.33). В цьому випадку напруги на всіх конденсаторах однакові і рівні U . Тоді заряд на пластинках кожного із конденсаторів буде дорівнювати відповідно $Q_1 = C_1 U$, $Q_2 = C_2 U$, $Q_3 = C_3 U$. Повний заряд всіх конденсаторів буде дорівнюватиме

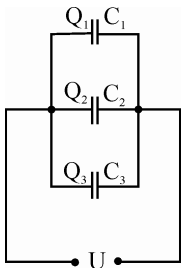


Рис. 17.33

тобто

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3.$$

Ємність еквівалентного конденсатора, здатного накопичувати **заряд Q при тій же напрузі U** , задається співвідношенням:

$$Q = CU = C_1 U + C_2 U + C_3 U,$$

$$C = C_1 + C_2 + C_3. \quad (17.32)$$

Таким чином, при паралельному з'єднанні конденсаторів результуюча ємність зростає і дорівнює сумі ємностей окремих конденсаторів.

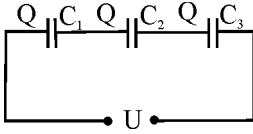


Рис. 17.34

Разом з тим іноді конденсатори з'єднують **послідовно** (рис. 17.34). При такому з'єднанні на всіх конденсаторах накопичується однаковий заряд. Конденсатор, яким можна замінити всі послідовно з'єднані конденсатори, повинен мати ємність C таку, щоб виконувалась рівність

$$Q = CU.$$

Повна напруга на кінцях ланцюжка послідовно з'єднаних конденсаторів дорівнює сумі напруг на кожному із них

$$U = U_1 + U_2 + U_3.$$

Оскільки $U_1 = Q/C_1$, $U_2 = Q/C_2$, $U_3 = Q/C_3$, отримаємо:

$$\frac{Q}{C} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3},$$

або

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}. \quad (17.33)$$

Інші з'єднання можна розглядати, як комбінацію паралельних і послідовних з'єднань.

Приклад 17.19. а) Визначити ємність конденсатора, еквівалентного колу на рис. 17.35; б) Якщо $C_1 = C_2 = 2C_3 = 4$ мкФ, то який заряд буде на кожному конденсаторі при $U = 50$ В?

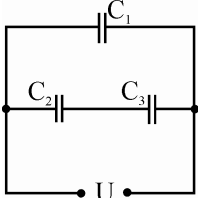


Рис. 17.35

Розв'язок. а) Конденсатори C_2 і C_3 з'єднані послідовно, тому еквівалентну їм ємність C_{23} визначимо із співвідношення:

$$\frac{1}{C_{23}} = \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3},$$

звідки

$$C_{23} = \frac{C_2 C_3}{C_2 + C_3}.$$

Конденсатори C_{23} і C_1 з'єднані паралельно, і еквівалентна їм ємність C_x кола дорівнює:

$$C_x = C_1 + C_{23} = C_1 + \frac{C_2 C_3}{C_2 + C_3}.$$

б) Величина заряду Q на пластинках конденсаторів C_2 і C_3 одна і та ж, тому можна вважати, що цей заряд Q знаходиться на обкладинках конденсатора C_{23} . Тоді

$$C_{23} = \frac{Q}{U_{23}},$$

звідки

$$Q = C_{23} U_{23} = \frac{C_2 C_3}{C_2 + C_3} U = \frac{(4,0 \cdot 10^{-6} \text{ Ф})(2,0 \cdot 10^{-6} \text{ Ф})}{4,0 \cdot 10^{-6} \text{ Ф} + 2,0 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}} (50 \text{ В}) = 67 \cdot 10^{-6} \text{ Кл} = 67 \text{ мкКл}.$$

Тут $U_{23} = U_2 + U_3 = U$.

Таким чином, на обкладинках конденсаторів C_2 і C_3 знаходиться заряд $Q = 67$ мкКл.

Заряд на обкладках конденсатора C_1 визначимо із співвідношення

$$Q_1 = U_1 C_1 = UC_1 = (50 \text{ В})(4,0 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}) = 200 \cdot 10^{-6} \text{ Кл} = 200 \text{ мкКл}.$$

Тут $U_1 = U$ бо конденсатори C_{23} і C_1 з'єднані паралельно.

Приклад 17.20. Визначити ємність конденсатора, еквівалентного колу, зображеного на рис. 17.36. Нехай $C_1 = C_2 = C_3 = C$.

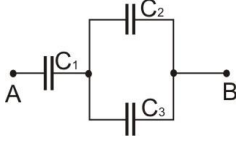


Рис. 17.36

Розв'язок. Конденсатори C_2 і C_3 з'єднані паралельно і тому еквівалентна їм ємність $C_{23} = C_2 + C_3 = 2C$; конденсатори C_{23} і C_1 з'єднані послідовно і еквівалентна їм ємність C_x визначиться так:

$$\frac{1}{C_x} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{23}} = \frac{1}{C} + \frac{1}{2C} = \frac{3}{2C},$$

звідки $C_x = \frac{2}{3}C$ – це і є еквівалентна ємність всього кола.

§ 17.15. Енергія електростатичного поля

Конденсатори виготовляють для різних цілей. В деяких електричних колах застосування конденсаторів дозволяє пропускати швидкі зміни потенціалів, але затримувати їх повільні зміни. В інших пристроях конденсатори використовують для накопичення електричної енергії. Таким чином, в зарядженому конденсаторі накопичена (акумуляована) електрична енергія. Очевидно, що ця енергія дорівнює роботі, яка затрачена для зарядки конденсатора. Процес зарядки конденсатора полягає в тому, що заряд з однієї обкладки переноситься на іншу. Робота по перенесенню заряду виконується проти сил поля і чим більший заряд на обкладках, тим більше потрібно виконати роботу. Якщо на обкладках існує різниця потенціалів U , то робота по переносу заряду dQ буде дорівнювати

$$dA = UdQ = \frac{Q}{C}dQ, \quad (17.34)$$

де $U = Q/C$ (див. ф - лу (17.27)), C – ємність конденсатора. Тоді

$$A = \frac{1}{C} \int_0^Q QdQ = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}. \quad (17.35)$$

Оскільки ця робота дорівнює енергії W_E акумуляованої конденсатором, то

$$\boxed{W_E = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}}. \quad (17.36)$$

Враховуючи, що $C = Q/U$, формулу (17.36) перепишемо так:

$$W_E = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} QU = \frac{1}{2} CU^2. \quad (17.37)$$

Якщо відомі \vec{E} – напруженість електричного поля між обкладками конденсатора, d – відстань між ними та S – їх площа, то

$$W_E = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 Sd. \quad (17.38)$$

Тут враховано, що $C = \varepsilon_0 \frac{S}{d}$, $U = Ed$. Якщо врахувати, що $Sd = V$ – об'єм простору між обкладинками конденсатора, то енергія електричного поля конденсатора визначиться формулою:

$$W_E = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 V. \quad (17.39)$$

Поділивши обидві частини формули (17.39) на об'єм V , отримаємо вираз для енергії, акумульованої в одиниці об'єму, або **густини енергії** w :

$$w = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2. \quad (17.40)$$

Густина електростатичної енергії, акумульованої в будь-якій частині простору, пропорційна квадрату напруженості електричного поля в цій області. Вираз (17.40) отриманий для плоского конденсатора, але він справедливий для будь-якої області, де існує поле.

Приклад 17.21. Яка енергія акумульована конденсатором ємністю $C = 200$ пФ, якщо до нього прикладена напруга $U = 200$ В?

Розв'язок. Згідно (17.37)

$$W_E = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{1}{2} (2 \cdot 10^{-10} \text{ Ф}) (200 \text{ В})^2 = 4,0 \cdot 10^{-6} \text{ Дж}.$$

Приклад 17.22. Біля поверхні землі існує електростатичне поле з $E = 150$ В/м. Визначити енергію цього поля в розрахунку на 1 м^3 ?

Розв'язок. Згідно (17.40)

$$w = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 = \frac{1}{2} (8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Кл}^2}{\text{Н} \cdot \text{м}^2}) (150 \frac{\text{В}}{\text{м}})^2 = 9,96 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3}.$$

§ 17.16. Електричний диполь

Систему із двох однакових за величиною, але різноименних точкових зарядів ($\pm Q$), розміщених на кінцевій відстані l один від одного, називають **електричним диполем**. Характерною особливістю диполя є його **дипольний момент**, рівний за величиною $P = Ql$ і направлений від $-Q$ до $+Q$ ($\vec{P} = Q\vec{l}$). Одиниця дипольного моменту Кл · м. Якщо диполь з моментом $P = Ql$ помістити в однорідне електростатичне поле з напруженістю \vec{E} (рис. 17.37), то сили, які, діють на додатний $\vec{F}_+ = Q\vec{E}$ і від'ємний $\vec{F}_- = -Q\vec{E}$ заряди, призводять до виникнення **обертального механічного моменту**, величина якого відносно середини диполя дорівнює

$$M = QE \frac{l}{2} \sin \theta + QE \frac{l}{2} \sin \theta = PE \sin \theta, \quad (17.41)$$

або у векторній формі

$$\vec{M} = \vec{P} \times \vec{E}. \quad (17.42)$$

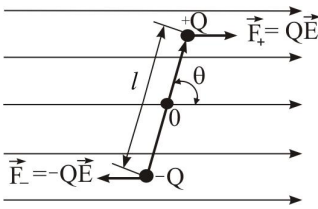


Рис. 17.37

В результаті диполь старається повернутися так, щоб вектор \vec{P} був паралельний \vec{E} . Обертальний механічний момент \vec{M} зникає, якщо \vec{P} паралельний або антипаралельний \vec{E} .

Електричний диполь вважається сталим, якщо його дипольний момент \vec{P} не змінюється при накладанні на нього електростатичного поля. Такий диполь називається **“жорстким”**. Якщо молекула є “жорстким” диполем, то, знаючи дипольний момент, можна оцінити розміри молекули. Наприклад, молекула HCl складається із двох іонів $-H^+$ і Cl^- . Для такої молекули $P_0 = Ql$, де Q – величина заряду іонів, l – відстань між центрами ваги зарядів цих іонів. Для HCl : $Q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$, $P_0 = 3,4 \cdot 10^{-30} \text{ Кл} \cdot \text{м}$. Тоді

$$l = \frac{P_0}{Q} = \frac{3,4 \cdot 10^{-30} \text{ Кл} \cdot \text{м}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}} = 2 \cdot 10^{-11} \text{ м} = 0,2 \cdot 10^{-8} \text{ см}.$$

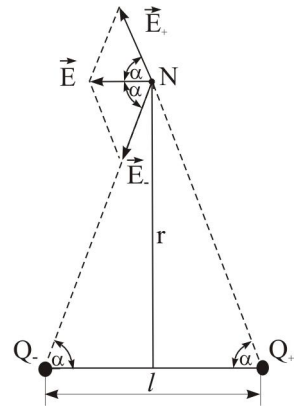


Рис. 17.38

Отримане значення за порядком величини добре узгоджується із значенням розмірів молекули HCl , отриманих за даними хімії і молекулярної фізики.

Якщо зовнішнє електростатичне поле відсутнє, то електростатичне поле, яке створюється **самим диполем** в точці N (рис. 17.38), визначається як векторна сума

$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-,$$

де \vec{E}_+ і \vec{E}_- – відповідно напруженості полів, які створюються зарядами $+Q$ і $-Q$. Оскільки $|+Q| = |-Q|$, то і напруженості E_+ і E_- рівні між собою за абсолютною величиною:

$$E_+ = E_- = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{(r^2 + l^2/4)}.$$

Результуюче значення напруженості електричного поля

$$E = 2E_+ \cos \alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ql}{(r^2 + l^2/4)^{3/2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{P}{(r^2 + l^2/4)^{3/2}}. \quad (17.43)$$

Дипольним моментом володіють чимало молекул, наприклад, молекули H_2O і CO . В таких і подібних їм молекулах центри ваги додатних і від’ємних електричних зарядів зміщені один відносно одного таким чином, що утворюють електричний диполь, не дивлячись на те, що молекула в цілому електронейтральна. Такі молекули називаються **полярними**. Симетричні молекули (наприклад, молекула O_2) не володіють дипольним моментом (**неполярні молекули**), але, якщо їх помістити в електростатичне поле, в них відбувається розділення заряду і молекула набуває невеликого індукованого дипольного моменту (рис. 17.39). Індукований дипольний момент P_{ind} можна вирахувати за формулою

$$P_{ind} = \alpha E, \quad (17.44)$$

або у векторній формі

$$\vec{P}_{ind} = \alpha \vec{E}, \quad (17.44, a)$$

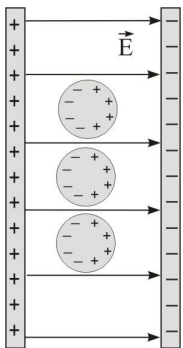


Рис. 17.39

де α – електронна поляризованість молекули. Із (17.44) видно, що чим більша напруженість зовнішнього поля \vec{E} , тим більшими стають електричні (дипольні) моменти молекул. При цьому вектор дипольного моменту молекули направлений паралельно \vec{E} .

§ 17.17. Діелектрики в електричному полі

Як правило, простір між обкладинками конденсаторів заповнюють **діелектриком**. Це вигідно тим, що діелектрик краще запобігає пробоем конденсатора, ніж повітря, а, значить, до конденсатора можна прикласти більш високу напругу; при наявності діелектрика обкладинки можна розмістити ближче одна до одної; при заповненні простору між обкладинками конденсатора діелектриком його ємність збільшується в ε раз, тобто

$$C = \varepsilon C_0, \quad (17.45)$$

де C_0 – ємність конденсатора, коли між його обкладинками вакуум, C – його ємність, якщо простір між обкладинками заповнений діелектриком. Множник (коефіцієнт) називають **відносною діелектричною проникністю діелектрика (середовища)**. Для деяких діелектриків значення ε наведено в таблиці 17.3.

Таблиця 17.3

Для плоского конденсатора

Речовина	ε
Вакуум	1,0000
Повітря	1,0006
Парафін	2,2
Ебоніт	2,8
Папір	3,7
Кварц	4,3
Скло	4-7
Слюда	7
Етиловий спирт	24
Вода	81
Біла речовина мозку	90
Сіра речовина мозку	85
Кров	85
Крохмаль	12

$$C = \varepsilon \varepsilon_0 \frac{S}{d}. \quad (17.46)$$

Величину $\varepsilon \varepsilon_0$ часто називають **абсолютною діелектричною проникністю**.

Густина акумульованої енергії електричним полем конденсатора

$$w = \frac{1}{2} \varepsilon \varepsilon_0 E^2. \quad (17.47)$$

При внесенні діелектрика між обкладинки конденсатора електричне поле між обкладинками також змінюється. При відсутності діелектрика напруженість електричного поля між обкладинками плоского конденсатора визначається формулою (17.24):

$$E_0 = \frac{U_0}{d},$$

де U_0 – різниця потенціалів між обкладинками, d – відстань між ними. Після внесення діелектрика (перед внесенням діелектрика конденсатор відключили від джерела заряду) заряд на обкладинках конденсатора не змінюється, то різниця потенціалів між обкладинками впаде до значення $U = \frac{U_0}{\varepsilon}$. Напруженість електростатичного поля в діелектрику E_d зараз буде рівна

$$E_d = \frac{U}{d} = \frac{U_0}{\varepsilon d},$$

або

$$\varepsilon = \frac{E_0}{E_d}, \quad (17.48)$$

звідки

$$E_d = \frac{E_0}{\varepsilon}. \quad (17.49)$$

Таким чином, **напруженість електричного поля в діелектрику також зменшується в ε разів**, але не до нуля, як у випадку провідника (§ 17.11).

Те, що відбувається в діелектрику, можна пояснити з молекулярної точки зору. Нехай ми

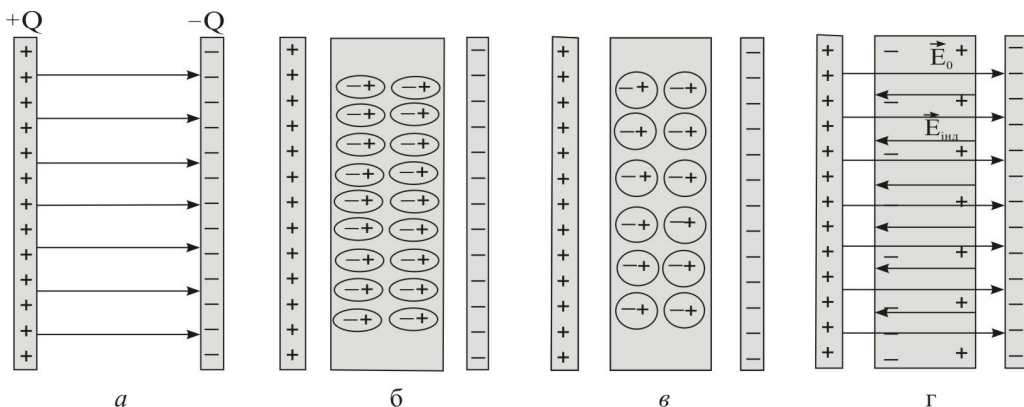


Рис. 17.40

маємо конденсатор із зарядами $+Q$ і $-Q$ на його обкладинках (рис. 17.40, а). Між обкладинками конденсатора повітря, тому різниця потенціалів U_0 між обкладинками визначається виразом (17.27):

$$U_0 = \frac{Q}{C_0}.$$

Далі між обкладинки конденсатора введемо діелектрик. Якщо молекули діелектрика **полярні**, то в електричному полі конденсатора виникне обертовий момент, який старається розвернути молекули-диполі паралельно полю (рис. 17.40, б) (в нормальному стані молекули розміщені хаотично). Тепловий рух протидіє ідеальній орієнтації всіх молекул, однак чим сильніше поле, тим вищий буде ступінь орієнтації молекул. У випадку, якщо молекули неполярні, в електростатичному полі в них відбудеться розділення заряду, і молекули набудуть індукованого дипольного моменту: електрони, не відриваючись від молекули, змістяться в бік додатної обкладинки (рис. 17.40, в). В кінцевому рахунку все виглядає так, ніби на кінці діелектрика біля додатної обкладинки конденсатора зосереджений результуючий від'ємний заряд, а на протилежному кінці – додатний (рис. 17.40, г). Із-за появи на діелектрику цього індукованого заряду електростатичне поле всередині діелектрика виявиться меншим, ніж в повітрі, оскільки поле індукованих зарядів направлене назустріч зовнішньому полю (рис. 17.40, г). Напруженість електростатичного поля всередині діелектрика можна представити як векторну суму напруженості поля \vec{E}_0 , яке створюється “вільними” зарядами на обкладинках, і напруженості поля $\vec{E}_{\text{інд}}$, створюваного індукованими зарядами в діелектрику. Оскільки ці поля протилежно направлені, то матимемо:

$$E_d = E_0 - E_{\text{інд}} = \frac{E_0}{\varepsilon}, \quad (17.50)$$

або

$$E_{ind} = E_0 \left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right), \quad (17.51)$$

Враховуючи, що напруженість поля E між паралельними пластинами з поверхневою густиною заряду σ зв'язана виразом $E = \sigma / \varepsilon_0$ (§ 17.5), аналогічно запишемо, що

$$E_0 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \quad i \quad E_{ind} = \frac{\sigma_{ind}}{\varepsilon_0}, \quad (17.52)$$

де $\sigma = Q/S$ – поверхнева густина заряду на обкладках конденсатора, Q – повний заряд провідника (обкладинки), $\sigma_{ind} = Q_{ind}/S$ – поверхнева густина індукованого заряду Q_{ind} на діелектрику. Q_{ind} часто називають **зв'язаним зарядом**. Враховуючи формулу (17.51), отримаємо:

$$\sigma_{ind} = \sigma \left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right), \quad (17.53)$$

i

$$Q_{ind} = Q \left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right), \quad (17.54)$$

Приклад 17.19. Якою ємністю володіють дві квадратні паралельні пластини зі стороною $l = 55$ см, розділені шаром парафіну товщиною $d = 1,8$ мм?

Розв'язок. Скористаємось формулою (17.46)

$$C = \varepsilon \varepsilon_0 \frac{S}{d},$$

де $\varepsilon = 2,2$ – діелектрична проникність парафіну (табл. 17.3), $S = (5,5 \cdot 10^{-2} \text{ м})^2$ – площа пластинок. Тоді

$$C = 2,2 (8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Кл}^2}{\text{Н} \cdot \text{м}^2}) \frac{(5,5 \cdot 10^{-2} \text{ м})^2}{(1,8 \cdot 10^{-3} \text{ м})} = 33 \text{ нФ}.$$

Для характеристики діелектрика вводять векторну величину, яка називається **вектором поляризації**, \vec{P} – дипольний момент одиниці об'єму. Вектор поляризації дорівнює векторній сумі моментів диполів в одиниці об'єму:

$$\vec{P} = \sum \vec{p}_i,$$

де \vec{p}_i – дипольний момент i -ого диполя.

Якщо між обкладками конденсатора знаходиться діелектрик товщиною l то він володіє дипольним моментом $Q_{ind} \cdot l$, де Q_{ind} – заряд, наведений на поверхні діелектрика. Тоді

$$|\vec{P}| = \frac{Q_{ind} l}{V} = \frac{Q_{ind} l}{Sl} = \frac{Q_{ind}}{S} = \sigma_{ind}, \quad (17.55)$$

де $V = Sl$ – об'єм діелектрика, S – площа обкладинок конденсатора. Таким чином, **величина вектора поляризації дорівнює поверхневій густині наведеного на діелектрику заряду**. Вектор поляризації направлений від поверхні з від'ємним зарядом з однієї сторони діелектрика до поверхні з додатним зарядом на протилежній стороні діелектрика, як показано на рис. 17.41.

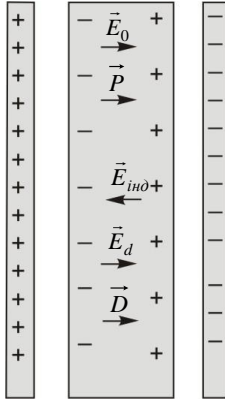


Рис. 17.41

Для широкого кола діелектриків (з диполями обох типів) існує прямо пропорційна залежність між поверхневою густиною зв'язаних зарядів і напруженістю поля в діелектрику \vec{E}_d :

$$\sigma_{ind} = \varepsilon_0 \chi E_d. \quad (17.56)$$

Безрозмірний коефіцієнт χ називають **електричною сприйнятливістю** речовини.

Зараз можна записати:

$$E_d = E_0 - E_{ind} = E_0 - \frac{\sigma_{ind}}{\varepsilon_0} = E_0 - \chi E_d, \quad (17.57)$$

або

$$E_0 = E_d (1 + \chi). \quad (17.58)$$

Оскільки $E_0 = \varepsilon E_d$ (див. (17.48)), отримаємо:

$$\varepsilon = 1 + \chi. \quad (17.59)$$

Порівнюючи (17.55) і (17.56), знаходимо, що

$$|\vec{P}| = \varepsilon_0 \chi |\vec{E}_d| = \sigma_{ind}, \quad (17.60)$$

Домножуючи (17.57) на ε_0 і враховуючи (17.48), (17.52), (17.59) і (17.60), отримаємо:

$$E_0 \varepsilon_0 = \varepsilon_0 E_d + P = \varepsilon_0 \varepsilon E_d = \sigma. \quad (17.61)$$

Оскільки вектори \vec{E}_0 і \vec{E}_d паралельні, то останній вираз можна записати у векторному вигляді:

$$\vec{E}_0 \varepsilon_0 = \varepsilon_0 \vec{E}_d + \vec{P} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}_d. \quad (17.62)$$

Величину

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}_d + \vec{P}, \quad (17.63)$$

або

$$\vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}_d, \quad (17.64)$$

називають **вектором електричного зміщення або вектором електричної індукції**, який паралельний вектору \vec{E}_d (рис.17. 41). Із (17.61) видно, що модуль вектора зміщення дорівнює поверхневій густині вільних зарядів:

$$|\vec{D}| = \sigma. \quad (17.65)$$

Електричне зміщення, як видно із формули (17.65), вимірюється в тих же одиницях, що і поверхнева густина електричного заряду – в кулонах на квадратний метр (Кл/м²).

Вектори \vec{E}_d , \vec{D} і \vec{P} допускають наочне тлумачення. Напруженість електричного поля \vec{E}_d створюється всіма зарядами: вільними і зв'язаними, як це видно із (17.50). Вектор поляризації \vec{P} (див. (17.61)) зв'язаний тільки з індукованими (зв'язаними) зарядами. Електричне зміщення \vec{D} обумовлене тільки вільними зарядами (17.65).

І все ж основною характеристикою електричного поля є вектор напруженості електричного поля \vec{E}_d . Вектори \vec{P} і \vec{D} є корисними додатковими характеристиками поля для більш глибокого аналізу.

Насамкінець зауважимо, що поляризаційні характеристики (зокрема дипольні моменти) молекул змінюються за будь-якої, іноді зовсім незначної, перебудови структури речовини. Тому дослідження динаміки діелектричної проникності дають можливість виявити тонкі зміни (непомітні навіть у електронному мікроскопі), котрі відбуваються на молекулярному рівні. Оскільки біологічні тканини володіють значною діелектричною проникністю (табл.1.1), яка до речі змінюється зі зміною частоти зовнішнього електричного поля, то за характером зміни діелектричної проникності біологічних тканин можна судити про зміни, які відбуваються в них. Дане явище широко використовується в наукових дослідженнях в біології і медицині. Воно може бути використане в медичних приладах для діагностування хвороб.

18 ПОСТІЙНИЙ ЕЛЕКТРИЧНИЙ СТРУМ

§ 18.1. Електричний струм

В попередньому розділі було з'ясовано основні властивості і характеристики статичних (нерухомих) електричних зарядів. У 1800 р. італійський фізик і фізіолог Александро

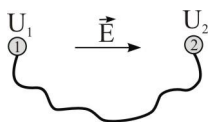


Рис. 18.1

Вольта (1745–1827) вперше отримав за допомогою винайденої ним електричної батареї стійкий потік електричних зарядів, тобто **постійний електричний струм**. Таким чином, під електричним струмом розуміють **направлений (впорядкований) рух електричних зарядів**.

Електричний струм можна отримати, якщо дві точки електричного поля (або два провідники), між якими існує різниця потенціалів, з'єднати провідником (рис. 18.1, нехай $U_1 > U_2$), то вільні заряди провідника під дією електричних сил почнуть направлений рух. Додатні заряди будуть рухатися в напрямку силових ліній поля, від'ємні навпаки. Цей рух призведе до вирівнювання потенціалів в точках 1 і 2, і рух зарядів припиниться. Очевидно, що для здійснення тривалого руху зарядів (електричного струму), необхідно підтримувати різницю потенціалів. Пристрій, який створює і підтримує різницю потенціалів, називається **джерелом електричного струму**.

Струм, під дією прикладеної різниці потенціалів, виникає в будь-якому середовищі, де є вільні носії електричного заряду (як додатні так і від'ємні).

Зовнішніми проявами електричного струму можуть бути: нагрівання провідника, по якому тече струм; свічення газу, в якому створений струм; силова взаємодія двох провідників зі струмами або провідника зі струмом і магнітною стрілкою.

Електричний струм характеризується скалярною величиною, яку називають **силою струму**. Сила струму чисельно дорівнює електричному заряду, який проходить через даний поперечний переріз провідника за одиницю часу

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}, \quad (18.1)$$

де ΔQ – кількість заряду, який протікає через поперечний переріз провідника за час Δt . Якщо сила струму не міняється з часом, то такий струм називають постійним і формулу (18.1) можна замінити формулою скінченних величин:

$$I = \frac{Q}{t}. \quad (18.2)$$

У випадку, коли сила струму не є сталою в часі, то користуються миттєвим значенням сили струму

$$I = \frac{dQ}{dt}, \quad (18.3)$$

(тут $dt \rightarrow 0$). Однак, в цьому розділі ми будемо говорити тільки про постійний струм.

Сила електричного струму в SI вимірюється в кулонах на секунду (Кл/с). Ця одиниця носить назву ампер (A) на честь французького фізика А. Ампера (1775 – 1836):

$$1 A = 1 \frac{Кл}{с}.$$

Приклад 18.1. По провіднику тече струм силою $I = 1,00 A$. Скільки електронів проходить через поперечний переріз провідника щосекунди?

Розв'язок. Згідно (18.2), повний заряд, що проходить по провіднику за $1 c$, дорівнює

$$Q = It = (1,00 Кл/с)(1 c) = 1,00 Кл.$$

Оскільки заряд електрона дорівнює $Q_e = 1,6 \cdot 10^{-19} Кл$, то кількість електронів, які проходять через поперечний переріз провідника, дорівнюватиме

$$n = \frac{Q}{Q_e} = \frac{1,00 Кл}{1,6 \cdot 10^{-19} Кл} = 6,25 \cdot 10^{18} \text{ електронів.}$$

Приклад 18.2. Акумулятор заряджають струмом $I = 6,5 A$ на протязі $t = 5,0 год$. Якого заряду нададуть акумулятору?

Розв'язок: Згідно (18.2)

$$Q = It = (6,5 Кл/с)(5 \cdot 60 \cdot 60 c) = 1,17 \cdot 10^5 Кл.$$

Узагальнюючи вище сказане, очевидно, що поява і існування електричного струму може бути лише за таких умов: 1) наявність в даному середовищі вільних електричних зарядів. У випадку металевих провідників – це електрони, в напівпровідниках – електрони і “дірки”, в електролітах – позитивні і негативні іони, в газах – переважно позитивні іони і електрони; 2) наявність на кінцях провідника різниці потенціалів і можливості її підтримувати. Для цієї мети служить спеціальний пристрій – **джерело струму**, яке під'єднують до кінців провідника. Отже, для утворення неперервного електричного струму по-

трібно створити електричне коло. Найпростіше електричне коло наведене на рис. 18.2, яке складається із джерела струму, до якого приєднані кінці провідника. При розімкненому зовнішньому колі на негативному полюсі джерела струму буде надлишок електронів, на позитивному – їх не вистачатиме. При замиканні кола електрони від негативного полюса по провіднику переходять на позитивний полюс джерела і в колі з'являється електричний струм. Однак, за напрямок струму вибрано не напрям руху електронів, а напрям, в якому рухались би позитивні заряди (рис. 18.2). В рідинах і газах здатні переміщатися як від'єм-

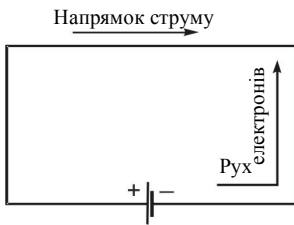


Рис. 18.2

ні, так і додатні заряди (іони).

§ 18.2. Закон Ома. Електричний опір



Ом Георг Симон (1787 – 1854) – німецький фізик. Народився в Ерлангені. Закінчив Ерлангенський університет.

Основні наукові дослідження відносяться до електрики. Ом ввів поняття електричного опору, експериментально встановив в 1826 р. основний закон електричного кола (закон Ома) і теоретично обґрунтував його. Роботи присвячені також акустиці, оптиці, кристалооптиці. Іменем Ома названа одиниця електричного опору.

Г.С. Ом експериментально довів, що сила електричного струму в металевому провіднику прямо пропорційна різниці потенціалів на його кінцях:

$$I \sim U, \quad (18.4)$$

де $U = U_2 - U_1$ – різниця потенціалів, яку часто, як ми вже відмічали, називають просто напругою. Це твердження називають **законом Ома**. Однак сила струму залежить не тільки від напруги, але і від опору, який провідник чинить електронам. Досвід свідчить, що чим більший опір провідника, тим менша сила струму при даній напрузі. Експериментально встановлено, що сила струму обернено пропорційна опору провідника. З врахуванням цього можна записати, що

$$I = \frac{U}{R}, \quad (18.5)$$

де R – електричний опір ділянки кола, U – напруга (різниця потенціалів) на цій ділянці, I – сила струму в колі. Вираз (18.5) часто записують у вигляді

$$U = IR \quad (18.6)$$

і називають його **законом Ома**. Цей закон справедливий лише по відношенню до металевих провідників. Стосовно напівпровідників, електронних ламп, транзисторів тощо він незастосовний і тому не відноситься до фундаментальних законів природи.

Із (18.6) маємо, що

$$R = \frac{U}{I} = \text{const.} \quad (18.7)$$

Співвідношення (18.7) строго виконується лише для металевих провідників, і за даних зовнішніх умов опір провідника від різниці потенціалів не залежить.

Опір вимірюється в **омах** (Ом); відповідно (18.7) $1 \text{ Ом} = 1 \text{ В} / \text{А}$. Якщо напруга 1 В, яка прикладена до провідника, викликає в ньому струм 1 А, то в такому випадку говорять, що провідник володіє опором 1 Ом.

Опір провідника залежить від матеріалу, його геометричних розмірів, зовнішніх умов (особливо температури). Експериментально встановлено, що опір металевого провідника прямо пропорційний його довжині l і обернено пропорційний площі його поперечного перерізу S :

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (18.8)$$

де ρ – коефіцієнт пропорційності, який носить назву **питомого опору** і характеризує ма-

теріал, із якого виготовлений провідник.

Питомий опір a , значить, і опір провідників залежить від чистоти речовини, термічної обробки, температури тощо. Опір біологічних тканин неоднозначно залежить від різних факторів. Так, наприклад, він дуже чутливий до дії електричного струму (нерви, м'язи). Опір шкіри залежить від віку, товщини, пітливості та інших чинників.

В таблиці 18.1 наведені значення питомого опору для різних матеріалів при температурі 20 °С, а в таблиці 18.2 значення питомого опору різних тканин і рідин людського організму.

Величина, обернена опору, називається **провідністю**:

$$G = \frac{1}{R}. \quad (18.9)$$

Одиниця **провідності** – сіменс (См); згідно(18.9) 1 См = 1 Ом⁻¹.

Величина, обернена питомому опору, називається **питомою провідністю**:

Таблиця 18.1		Таблиця 18.2	
Речовина	Питомий опір, <i>Ом · м</i>	Речовина	Питомий опір, <i>Ом · м</i>
Провідники		Спинномозкова рідина	0,55
Срібло	$1,59 \cdot 10^{-8}$	Кров	1,66
Мідь	$1,68 \cdot 10^{-8}$	М'язи	2
Алюміній	$2,65 \cdot 10^{-8}$	Мозкова і нервова тканини	14,3
Залізо	$9,71 \cdot 10^{-8}$	Тканина жирова	33,3
Ртуть	$98 \cdot 10^{-8}$	Суша шкіра	10^5
Ніхром (сплав Ni, Fe, Cr)	$100 \cdot 10^{-8}$	Кістка без надкісниць	10^7
Напівпровідники			
Вуглець (графіт)	$(3 - 60) \cdot 10^{-5}$		
Германій	$(1 - 500) \cdot 10^{-3}$		
Кремній	0,1 – 60		
Діелектрики			
Скло	$10^9 - 10^{12}$		
Гума тверда	$10^{13} - 10^{15}$		

$$\sigma = \frac{1}{\rho}. \quad (18.10)$$

Питома провідність, згідно (18.10), вимірюється в одиницях $(\text{Ом} \cdot \text{м})^{-1}$ або в См/м.

Питомий опір (а значить і опір) речовини залежить від температури. Для металевих провідників у вузьких інтервалах зміни температури

питомий опір (а значить і опір) збільшується практично лінійно з температурою:

$$\rho_T = \rho_0(1 + \alpha \cdot \Delta T), \quad R_T = R_0(1 + \alpha \cdot \Delta T), \quad (18.11)$$

де ρ_T і R_T – відповідно питомий опір і опір при температурі T , ρ_0 і R_0 – питомий опір і опір провідника при температурі T_0 відповідно, $\Delta T = T - T_0$ – різниця температур, α – температурний коефіцієнт опору, який визначається відношенням відносної зміни питомого опору (або опору) до зміни температури:

$$\alpha = \frac{\Delta \rho}{\rho \cdot \Delta T} = \frac{\Delta R}{R \cdot \Delta T}.$$

Було знайдено, що в деяких металах та металевих сплавах при температурах близьких до абсолютного нуля опір стрибком зменшується до нуля. Стан провідників, коли їхній опір дорівнює нулю ($R = 0$), називають **надпровідністю**. Спостерігався електричний струм в надпровідному кільці, який практично не зменшувався у відсутності напруги впродовж декількох років.



Камерлінг-Оннес Гейке (1853 – 1926) – нідерландський фізик. Народився в Гранінгені. Закінчив Гранінгенський університет.

Наукові роботи відносяться до фізики низьких температур і надпровідності. Перший отримав температури, близькі до абсолютного нуля. В 1908 р. вперше отримав рідкий гелій. Дослідив властивості багатьох речовин при наднизьких температурах. Відкрив явище надпровідності (1911 р.). За отримання рідкого гелію і дослідження речовин при низьких температурах удостоєний Нобелівської премії (1913 р.)

Явище надпровідності було відкрито в 1911 р. Г. Камерлінг-Оннесом (Нідерланди) і теоретично пояснено в 1957 р. Дж. Бардінім, Л. Н. Купером і Дж. Р. Шриффером (США).*

Експериментально встановлено, що кожен із провідників (із чистої речовини) переходять у надпровідний стан при певній температурі, яку називають **критичною температурою T_K** .

Провідники в надпровідному стані називають **надпровідниками**. Критичні температури у всіх чистих надпровідників (хімічних елементів) дуже низькі (табл. 18.3).

Таблиця 18.3

Елемент	Al	Cd	Ga	In	La-β	Pb	Nb	Ta	Tc	U-α	Mo	Ir
T_K, K	1,19	0,56	1,09	3,41	5,95	7,19	9,22	4,46	8,2	0,6	0,95	0,14

Сьогодні відомо більше 500 надпровідних речовин і сплавів. При дуже низьких температурах ($T_K < 0,6 K$) надпровідність виявлено і у напівпровідникових сполук. Зауважимо, що більшість металів і металевих сплавів мають критичну температуру $< 23 K$. В 1975 р. розпочато інтенсивне дослідження оксидних сполук, в яких до 1988 р. критична температура була підвищена до 125 K. Сьогодні знайдено оксидні сполуки, у яких критична температура сягає кімнатної.

Передбачається використовувати надпровідники у великих електромагітах при створенні обмоток для великих генераторів і електродвигунів, що дозволить використовувати дуже великі струми. Розробляються надпровідні лінії електропередач, в яких енергетичні втрати будуть зведені до мінімуму. У зв'язку з цим електростанції можна буде будувати поблизу джерел палива, а не поблизу споживачів електроенергії, що знизить витрати на перевезку палива.

*За теоретичне пояснення явища надпровідності Дж. Бардіну, Л.Н. Куперу і Р. Шрифферу в 1972 р. була присуджена Нобелівська премія.

Приклад 18.3. Птаха сидить на дроті лінії електропередачі, по якій тече струм силою $I = 1800 \text{ А}$. Опір дроту складає $R = 2,0 \cdot 10^{-5} \text{ Ом}$ на погонний метр, а лапи птаха відстоять одна від одної на відстані $l = 2,5 \text{ см}$. Під якою напругою знаходиться птаха?

Розв'язок. Згідно (18.6)

$$U = IR_l,$$

де R_l – опір дроту, що припадає на довжину $l = 2,5 \text{ см}$. Він дорівнює

$$R_l = Rl = (2,0 \cdot 10^{-5} \text{ Ом/м})(2,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}) = 5,0 \cdot 10^{-7} \text{ Ом}.$$

Тоді

$$U = IR_l = (1800 \text{ А})(5 \cdot 10^{-7} \text{ Ом}) = 9,0 \cdot 10^{-4} \text{ В}.$$

Приклад 18.4. Чому дорівнює провідність (в сіменсах) людського тіла, якщо при напрузі $U = 12,0 \text{ В}$ через нього протікає струм силою $I = 800 \text{ мА}$?

Розв'язок. Згідно з визначенням (18.9)

$$G = \frac{1}{R}.$$

Опір R визначимо із (18.7)

$$R = \frac{U}{I}.$$

Тоді

$$G = \frac{I}{U} = \frac{0,8 \text{ А}}{12,0 \text{ В}} = 6,7 \cdot 10^{-2} \text{ Ом}^{-1} = 6,7 \cdot 10^{-2} \text{ См}.$$

Приклад 18.5. Якого діаметра d повинен бути мідний дріт довжиною $l = 20 \text{ м}$, щоб його опір не перевищував $R = 0,10 \text{ Ом}$?

Розв'язок. Від діаметра дроту залежить його поперечний переріз S :

$$S = \frac{\pi d^2}{4}. \quad (1)$$

З другого боку поперечний переріз дроту виразимо із формули (18.8):

$$S = \rho \frac{l}{R}. \quad (2)$$

Прирівнявши праві частини формул (1) і (2), отримаємо:

$$d = 2\sqrt{\frac{\rho l}{\pi R}} = 2\sqrt{\frac{(1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м})(20 \text{ м})}{3,14(0,10 \text{ Ом})}} = 2,1 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

§ 18.3. Густина електричного струму

Електричний струм (як і нерухомі заряди) може бути розподілений по поверхні нерівномірно. Тому для цієї характеристики струму вводиться поняття вектора **густини струму** \vec{j} , який чисельно дорівнює силі струму, що припадає на одиницю площі поперечного перерізу в даній точці простору. Тобто

$$j = \frac{dI}{dS}, \quad (18.12)$$

або у векторній формі

$$\vec{j} = \frac{dI}{dS} \vec{r}, \quad (18.13)$$

де \vec{r} – одиничний вектор.

Якщо густина струму j в провіднику з поперечним перерізом S постійна по його перерізу, то

$$j = \frac{I}{S}, \quad (18.14)$$

або

$$I = jS. \quad (18.15)$$

Якщо ж густина струму змінюється по перерізу, то

$$I = \int j dS, \quad (18.16)$$

де dS – елемент площі поперечного перерізу.

Вектор \vec{j} направлений в бік руху додатних зарядів. В металевому провіднику рухомі носії заряду – це від’ємно заряджені електрони, рухаються в напрямку, протилежному \vec{j} (рис. 18.3).

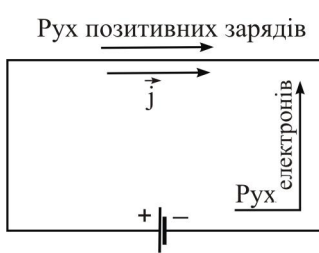


Рис. 18.3

Силу струму в провіднику можна виразити через **середню швидкість дрейфу електронів**. На електрон в провіднику діє сила $\vec{F} = e\vec{E}$. Проте електрони рухаються **без прискорення**, оскільки ця сила зрівноважується «гальмівною» силою, яка виникає внаслідок взаємодії електронів з атомами провідника. Швидкість руху носіїв заряду, в даному випадку електронів, яка встановлюється в провіднику, називають **середньою швидкістю дрейфу носіїв заряду** v_d . Нехай за час t електрони проходять вздовж провідника відстань $l = v_d t$ і нехай в одиниці об’єму є n електронів провідності. Кількість електронів, що пройдуть через поперечний переріз S провідника за час t буде nSl . Тоді заряд, який пройде через цей переріз, дорівнює

$$Q = -enSl = -enSv_d t,$$

де e – заряд електрона. Значить, сила струму дорівнює

$$I = \frac{Q}{t} = -nev_d S, \quad (18.17)$$

а густина струму

$$j = \frac{I}{S} = -nev_d, \quad (18.18)$$

або у векторній формі

$$\vec{j} = -ne\vec{v}_d. \quad (18.19)$$

Тут знак “–” означає, що напрямок струму протилежний напрямку швидкості \vec{v}_d .

Якщо в провіднику є заряджені частинки обох знаків із зарядом $\pm e$, з концентрацією їх відповідно n_+ і n_- і дрейфовими швидкостями \vec{v}_{d+} і \vec{v}_{d-} то повний заряд, який пройде через поперечний переріз S за час t , буде дорівнювати

$$Q = e_+ n_+ v_{d+} S t + e_- n_- v_{d-} S t. \quad (18.20)$$

Сила струму і його густина виражаться так:

$$I = e_+ n_+ v_{d+} S + e_- n_- v_{d-} S = I_+ + I_- \quad (18.21)$$

$$\vec{j} = e_+ n_+ \vec{v}_{d+} + e_- n_- \vec{v}_{d-} \quad (18.22)$$

де I_+ і I_- – сили струмів, що створюються відповідно зарядами різних знаків.

Закон Ома (18.6) можна записати через мікроскопічні характеристики, виразивши опір R через провідність $1/\rho$ (18.8):

$$R = \rho \frac{l}{S},$$

силу струму I через його густину j (18.15):

$$I = jS,$$

а напругу U через напруженість електричного поля E (17.24):

$$U = El.$$

В формулі (17.26) величину d замінено на l . Тоді, замість $U = IR$, отримаємо

$$El = (jS)(\rho \frac{l}{S}) = j\rho l,$$

або

$$j = \frac{1}{\rho} E = \sigma E, \quad (18.23)$$

або у векторній формі

$$\vec{j} = \frac{1}{\rho} \vec{E} = \sigma \vec{E}, \quad (18.24)$$

де $\sigma = 1/\rho$ – питома провідність. Таким чином, **густина струму \vec{j} пропорційна напруженості електричного поля \vec{E} всередині провідника**. Формулу (18.24) називають **законом Ома в диференціальній формі**.

Прирівнявши праві частини формул (18.18) і (18.23), отримаємо дрейфову швидкість носіїв заряду

$$v_d = \frac{\sigma E}{ne} = \frac{\sigma U}{nel}. \quad (18.25)$$

Приклад 18.6. По мідному провіднику діаметром $d = 3,20$ мм тече струм силою $I = 5,00$ А. Визначити: а) густину струму в провіднику; б) швидкість дрейфу вільних електронів; в) середньоквадратичну швидкість електронів в припущенні, що вони ведуть себе подібно до частинок ідеального газу при температурі $t = 20$ °С. Вважати, що на кожний атом міді припадає один вільний електрон (інші всі зв'язані в атомах).

Розв'язок. а) Згідно (18.14) густина струму дорівнює

$$j = \frac{I}{S} = \frac{4I}{\pi d^2} = \frac{4(5,0\text{ А})}{3,14(3,2 \cdot 10^{-3} \text{ м})^2} = 6,22 \cdot 10^5 \frac{\text{А}}{\text{м}^2},$$

де $S = \pi d^2 / 4$ – площа поперечного перерізу провідника.

б) Швидкість дрейфу вільних електронів виразимо із формули (18.18):

$$v_d = \frac{j}{ne},$$

де n – кількість вільних електронів в одиниці об'єму, e – заряд електрона.

Оскільки на кожний атом міді припадає один вільний електрон, то число вільних електронів в одиниці об'єму дорівнює числу атомів міді. Атомна маса міді $A = 63,5$ а. о. м., а, значить, один моль Cu дорівнює $\nu = 63,5$ г, який містить $N = 6,02 \cdot 10^{23}$ (число Авогадро) вільних електронів. Тоді число вільних електронів в одиниці об'єму дорівнює

$$n = \frac{N\rho}{\nu} = \frac{(6,02 \cdot 10^{23})(8,89 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3)}{63,5 \cdot 10^{-3} \text{ кг}} = 8,43 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}.$$

Тут $\rho = 8,89 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ – густина міді. Тоді

$$v_d = \frac{j}{ne} = \frac{6,22 \cdot 10^5 \text{ А/м}^2}{(8,43 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3})(1,6 \cdot 10^{-19} \text{ А} \cdot \text{с})} = 4,61 \cdot 10^{-5} \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

в) Розглядаючи вільні електрони як ідеальний газ (достатньо грубе наближення), $\langle v^2 \rangle$ знайдемо за формулою (11.4)

$$\langle v^2 \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3(1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К})(293 \text{ К})}{9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}}} = 1,15 \cdot 10^5 \frac{\text{м}}{\text{с}},$$

де $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$ – стала Больцмана, $T = (273 + 20) \text{ К} = 293 \text{ К}$, $m = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ – маса електрона.

Таким чином, дрейфова швидкість набагато менша від середньоквадратичної швидкості теплового руху електронів (в 10^9 раз).

Приклад 18.7. По алюмінієвому провіднику діаметром $d = 0,40$ мм тече слабкий струм силою $I = 3,0$ мА. Знайти густину струму в провіднику та напруженість електричного поля всередині провідника.

Розв'язок. а) Як і в попередній задачі

$$j = \frac{I}{S} = \frac{4I}{\pi d^2} = \frac{4(3,0 \cdot 10^{-6} \text{ А})}{3,14(0,40 \cdot 10^{-3} \text{ м})^2} = 9,55 \cdot 10^{-3} \frac{\text{А}}{\text{м}^2}.$$

б) Напруженість електричного поля всередині провідника виразимо із формули (18.23)

$$E = \rho j,$$

де ρ – питомий опір провідника. Тоді

$$E = (2,65 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м})(9,55 \cdot 10^{-3} \text{ А/м}^2) = 2,53 \cdot 10^{-10} \text{ В/м}.$$

Значення ρ взято з таблиці 18.1.

§ 18.4. Джерела струму. Електрорушійна сила

Для отримання короткочасного електричного струму в провіднику досить з'єднати його з двома зарядженими тілами, які мають різні потенціали. Однак, як тільки потенціали цих тіл стануть однаковими, струм в провіднику зникне. Щоб цього не відбулося і рух носіїв струму продовжувався достатньо довго, необхідно на кінцях провідника, тобто на тілах, до яких під'єднаний провідник, підтримувати сталу різницю потенціалів. Для цієї мети служать спеціальні пристрої, які називаються **джерелами струму** або **джерелами електричної енергії**.

Принцип дії цих пристроїв полягає в тому, що в них за рахунок енергії не електрич-

ного походження (механічної – в електрогенераторах, енергії хімічних реакцій – в гальванічних елементах і акумуляторах, світлової – в сонячних батареях) відбувається розділення додатних і від’ємних зарядів і переміщення їх до відповідних полюсів джерела. Як наслідок між полюсами джерела струму створюється електричне поле з певною різницею потенціалів. Таким чином, в результаті розділення всередині джерела додатних і від’ємних зарядів, за рахунок так званих сторонніх сил, накопичується потенціальна енергія, яка згодом витрачається на виконання роботи по переміщенню носіїв заряду по всьому колу. **Величина, яка вимірюється роботою джерела струму при переміщенні одиничного додатного заряду замкнутим колом, називається електрорушійною силою джерела (ЕРС):**

$$\mathcal{E} = \frac{A}{Q}. \quad (18.26)$$

В СІ електрорушійна сила вимірюється у вольтах ($1 \text{ Дж} / \text{Кл} = 1 \text{ В}$).

Таким чином, тривалий струм може проходити в замкнутому колі тільки при наявності в ній ЕРС. Якщо коло розімкнути, то розділення зарядів під дією сторонніх сил буде відбуватися доти, поки створене електричне поле не зрівноважить дію сторонніх сил. Різниця потенціалів досягне максимально можливого значення. При цьому різниця потенціалів U на полюсах розімкнутого джерела дорівнює його ЕРС ($U = \mathcal{E}$). Однак, якщо після того, як різниця потенціалів (ЕРС) досягла номінального значення замкнути коло, то можна побачити, що напруга на клеммах, наприклад акумулятора, падає. Це означає, що, забираючи струм від акумулятора, хімічні реакції не встигають поповнювати заряд на його електродах з такою швидкістю, щоб підтримувати номінальну ЕРС. Заряди переміщуються в електроліті від одного електрода до другого, і вони на своєму шляху зустрічають опір, а це означає, що джерело само по собі володіє деяким опором, який називають **внутрішнім опором** і позначають його як правило через r . Цей опір властивий самому джерелу і присутній в ньому.

§ 18.5. Закон Ома для повного кола

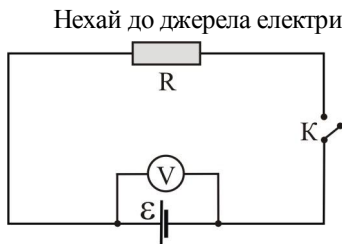


Рис. 18.4

Нехай до джерела електричної енергії з електрорушійною силою \mathcal{E} приєднано зовнішнє коло, а вольтметр під’єднаний до полюсів джерела (рис. 18.4). Якщо ключ K розімкнений, то по колу струм не тече і напруга, яку показує вольтметр, дорівнює ЕРС ($U = \mathcal{E}$). Якщо коло замкнути, то по ньому потече струм I , напруга на полюсах джерела стане меншою за ЕРС ($U < \mathcal{E}$). Різниця між \mathcal{E} і U – це напруга, необхідна для переносу заряду через елемент (джерело) і подолання внутрішнього опору. Значить

$$\mathcal{E} - U = Ir, \quad (18.27)$$

де I – сила струму. Але згідно з (18.5) $U = IR$, де R – опір зовнішнього кола. Тоді

$$\mathcal{E} - IR = Ir,$$

звідки

$$\mathcal{E} = IR + Ir, \quad (18.28)$$

або

$$\boxed{I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}}. \quad (18.28, a)$$

Останнє співвідношення називають **законом Ома для повного кола**: сила струму в електричному колі з одним джерелом ЕРС прямо пропорційна електрорушійній силі і обернено пропорційна сумі зовнішнього і внутрішнього опорів. Якщо внутрішній опір джерела дорівнює нулю ($r = 0$), то $\mathcal{E} = U$, тобто вся енергія використовується у зовнішньому колі. Таким чином, наявність найменшого можливого внутрішнього опору джерела є перевагою. Наприклад, дуже малим внутрішнім опором володіють свинцево-кислотні акумулятори. Насамкінець, зауважимо, що закон, відкритий Омом (формула (18.5)) для металевих провідників, називається **законом Ома для ділянки кола без ЕРС**: сила струму на ділянці кола без ЕРС прямо пропорційна напрузі на кінцях цієї ділянки і обернено пропорційна її опору ($I = U / R$).

Приклад 18.8. Батарея з $\mathcal{E} = 6 \text{ В}$ і внутрішнім опором $r = 0,50 \text{ Ом}$ під'єднана до кола із загальним опором $R = 11,6 \text{ Ом}$. Визначити напругу на клеммах батареї.

Розв'язок. Напругу на клеммах батареї виразимо із (18.27):

$$U = \mathcal{E} - I r,$$

де $I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$ – сила струму, що тече в колі. Тоді

$$U = \mathcal{E} - \frac{\mathcal{E} r}{R + r} = \mathcal{E} \left(1 - \frac{r}{R + r}\right) = (6 \text{ В}) \left(1 - \frac{0,50 \text{ Ом}}{11,6 \text{ Ом} + 0,50 \text{ Ом}}\right) = 5,75 \text{ В}.$$

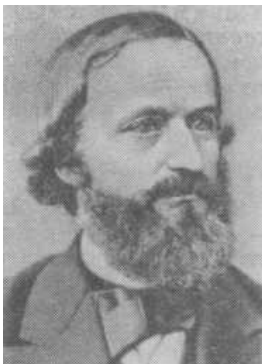
Приклад 18.9. Який внутрішній опір r 12-ти вольтового автомобільного акумулятора, якщо напруга на його клеммах падає до $U = 7,8 \text{ В}$ при включенні стартера, який споживає струм $I = 70 \text{ А}$?

Розв'язок. Внутрішній опір акумулятора виразимо із (18.27):

$$r = \frac{\mathcal{E} - U}{I} = \frac{12 \text{ В} - 7,8 \text{ В}}{70 \text{ А}} = 0,06 \text{ Ом}.$$

§ 18.6. Правила Кірхгофа

Закон Ома для повного кола (18.28, а) дозволяє достатньо успішно розраховувати електричні кола в багатьох випадках. Однак зустрічаються кола, які виявляються надто складними для такого випадку. Для аналізу складних кіл користуються правилами Кірхгофа. В основі правил Кірхгофа (а їх є два) лежать **закони збереження заряду і енергії**.



Кірхгоф Густав Роберт (1824 – 1887) – німецький фізик. Народився в Кенігсберзі (сьогодні Калінінград, Росія). Закінчив Кенігсберзький університет.

Наукові роботи присвячені електриці, механіці і оптиці. В 1847 р. відкрив закономірності в протіканні електричного струму в розгалужених колах (правила Кірхгофа). Ввів поняття електричного потенціалу. Разом з Р. Бунзеном в 1859 р. розробив метод спектрального аналізу і відкрив нові хімічні елементи цезій і рубій. В 1859 р. відкрив основний закон теплового випромінювання (закон Кірхгофа). Розробив теорію дифракції світла.

Перше правило Кірхгофа (правило вузлів) виражає закон збереження заряду. Воно стверджує, що **алгебраїчна сума струмів, що сходяться у вузлі кола, дорівнює нулю**. Аналітично це записується так:

$$I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_n = 0 \quad \text{або} \quad \sum_{i=1}^n I_i = 0, \quad (18.29)$$

де n – число струмів, які сходяться в даному вузлі. Наприклад, для випадку, зображеного на рис. 18.5, перше правило Кірхгофа набуде вигляду:

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0 \quad \text{або} \quad I_1 = I_2 + I_3.$$

Сума струмів $I_2 + I_3$, що витікають із вузла A , дорівнює струмові I_1 , що втікає у вузол A .

Правило вузлів Кірхгофа, як відмічалось вище, ґрунтується на законі збереження електричного заряду. **Увесь заряд, що входить у вузол, повинен виходити з нього: заряди не виникають і не зникають** (рис. 18.5).

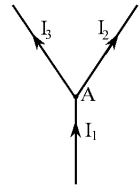


Рис. 18.5

Друге правило Кірхгофа (правило контурів) виражає закон збереження енергії. Воно стверджує, що **алгебраїчна сума спадів напруг у замкнутому контурі дорівнює алгебраїчній сумі ЕРС, які діють в даному контурі**. Тобто

$$I_1 R_1 + I_2 R_2 + I_3 R_3 + \dots + I_i R_i = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3 + \dots \mathcal{E}_i$$

або

$$\sum_{i=1}^n I_i R_i = \sum_{i=1}^n \mathcal{E}_i, \quad (18.30)$$

де n – число ділянок у замкнутому контурі. В якості прикладу розглянемо довільний замкнутий контур ABCA (рис. 18.6), який складається із неоднорідних ділянок АВ, ВС і СА.

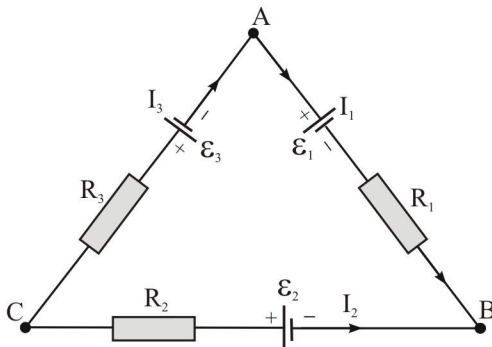


Рис. 18.6

Виберемо обхід контуру в напрямку за годинниковою стрілкою. Будемо вважати додатними ті струми, які співпадають з напрямком обходу контуру, і від'ємними – ті, напрямки яких протилежні до обходу контуру; ЕРС вважатимемо додатними, якщо у вибраному напрямку обходу спочатку проходимо від'ємний полюс, а потім додатний, і від'ємними – при зворотному проходженні полюсів. Тоді, згідно визначення маємо:

$$I_1 R_1 - I_2 R_2 + I_3 R_3 = -\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_3.$$

Таким чином, рівняння Кірхгофа (18.29) і (18.30), складені для вузлів і контурів, дозволяють розраховувати струми в складних розгалужених колах. Для цього необхідно: 1) вибрати і вказати на схемі напрямки струмів на всіх ділянках кола; 2) обрати напрямки обходу контура; 3) записати рівняння першого правила Кірхгофа для всіх вузлів і рівняння другого правила для виділених контурів. Кількість рівнянь має дорівнювати кількості шуканих величин.

Приклад 18.10. Знайти сили струмів I_1 і I_2 , які проходять по опорах $R_1 = 5 \text{ Ом}$ і

$R_2 = 3 \text{ Ом}$, якщо загальна сила струму $I = 5 \text{ А}$ (рис. 18.7).

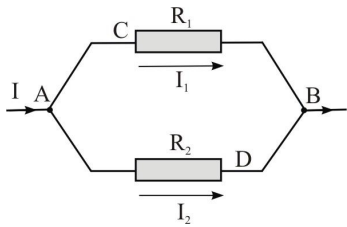


Рис. 18.7

Розв'язок. Невідомі дві величини – це сили струмів I_1 і I_2 . Значить, потрібно скласти два рівняння.

Перше рівняння запишемо для вузла А (перше правило Кірхгофа):

$$I - I_1 - I_2 = 0. \quad (1)$$

Друге правило Кірхгофа запишемо для контура ACBDA. Обхід контура виберемо за годинниковою стрілкою. Тоді струм I_1 буде додатний, а струм I_2 – від'ємний. Оскільки в контурі EPC відсутня, то друге рівняння Кірхгофа запишеться так:

$$I_1 R_1 - I_2 R_2 = 0. \quad (2)$$

Розв'язуючи рівняння (1) і (2) відносно I_1 і I_2 , знаходимо:

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I = \frac{3 \text{ Ом}}{5 \text{ Ом} + 3 \text{ Ом}} 5 \text{ А} = 1,875 \text{ А},$$

$$I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I = \frac{5 \text{ Ом}}{5 \text{ Ом} + 3 \text{ Ом}} 5 \text{ А} = 3,125 \text{ А}.$$

§ 18.7. З'єднання провідників

Часто виникає необхідність складання електричних кіл різного ступеня складності, зокрема, необхідність використання різних типів з'єднань провідників (електроплитки, лампи, резистори, обмотки електродвигунів тощо) між собою. Найпоширенішим на практиці є **послідовне** (рис. 18.8) і **паралельне** (рис. 18.9) з'єднання провідників. При послі-

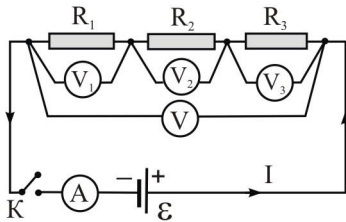


Рис. 18.8

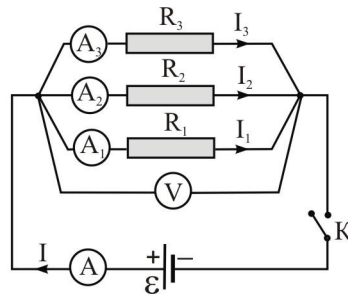


Рис. 18.9

довному з'єднанні провідників сила струму у всіх трьох провідниках однакова ($I_1 = I_2 = I_3 = I$), а напруга на кінцях розглядуваної ділянки провідників дорівнює сумі напруг на кожному із них: $U = U_1 + U_2 + U_3$. Застосовуючи закон Ома, отримаємо:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{U_1 + U_2 + U_3}{I} = \frac{IR_1 + IR_2 + IR_3}{I},$$

звідки

$$\boxed{R = R_1 + R_2 + R_3.} \quad (18.31)$$

Таким чином, **при послідовному з'єднанні провідників їхні опори додаються**. Цей висновок справедливий і для довільної кількості послідовно з'єднаних провідників.

При паралельному з'єднанні напруга U на провідниках однакова, а повний струм до-

рівнює сумі струмів I_1 , I_2 , I_3 :

$$I = I_1 + I_2 + I_3.$$

Тому, застосовуючи закон Ома, отримаємо:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_3},$$

звідки

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}. \quad (18.32)$$

Таким чином, **величина, обернена до загального опору паралельного з'єднання провідників, дорівнює сумі величин, обернених до опорів окремих провідників.** Цей висновок справедливий до довільної кількості паралельно з'єднаних провідників. Загальний опір паралельно з'єднаних провідників завжди менший за найменший опір провідників з'єднання.

Приклад 18.11. Знайти силу струму, що створюється в колі, зображеного на рис. 18.10.

Розв'язок. Спочатку знайдемо еквівалентний опір $R_{\text{пар}}$ з'єднаних паралельно опорів R_2 і R_3 :

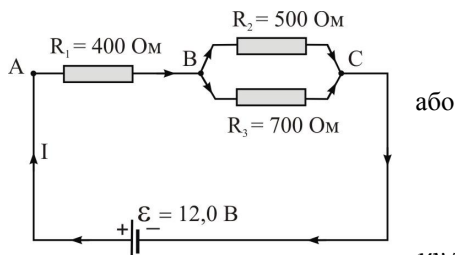


Рис. 18.10

$$\frac{1}{R_{\text{пар}}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3},$$

$$R_{\text{пар}} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{(500 \text{ Ом}) (700 \text{ Ом})}{500 \text{ Ом} + 700 \text{ Ом}} = 292 \text{ Ом}.$$

Опір $R_{\text{пар}}$ включений послідовно з опором R_1 , тому загальний опір буде дорівнювати

$$R_{\text{заг}} = R_1 + R_{\text{пар}} = 400 \text{ Ом} + 292 \text{ Ом} = 692 \text{ Ом}.$$

Повну силу струму, що тече по колу, знайдемо за законом Ома:

$$I = \frac{U}{R_{\text{заг}}} = \frac{12,0 \text{ В}}{692 \text{ Ом}} = 17 \text{ мА}.$$

Приклад 18.12. Знайти силу струму I_2 , що тече через опір R_2 , в схемі на рис. 18.10.

Розв'язок. Для розв'язку задачі необхідно знайти напругу U_{BC} між точками BC, тобто на опорі R_2 . Однак ми спочатку знайдемо напругу U_{AB} між точками AB. Вона дорівнює

$$U_{AB} = IR_1 = (0,017 \text{ А}) (400 \text{ Ом}) = 6,8 \text{ В}.$$

Оскільки між точками AC напруга $U_{AC} = 12,0 \text{ В}$, то матимемо:

$$U_{BC} = U_{AC} - U_{AB} = 12,0 \text{ В} - 6,8 \text{ В} = 5,2 \text{ В}.$$

Далі, за законом Ома маємо:

$$I_2 = \frac{U_{BC}}{R_2} = \frac{5,2 \text{ В}}{500 \text{ Ом}} = 10 \text{ мА}.$$

Аналогічно можна розрахувати і силу струму I_3 , що тече через опір R_3 :

$$I_3 = \frac{U_{BC}}{R_3} = \frac{5,2 \text{ В}}{700 \text{ Ом}} = 7 \text{ мА}.$$

Виходячи із отриманих результатів, видно, що сили струмів I_2 і I_3 додаються, створюючи повну силу струму $I = 10 \text{ мА} + 7 \text{ мА} = 17 \text{ мА}$, що відповідає повній силі струму розрахованої в прикладі 18.11.

§ 18.8. З'єднання джерел ЕРС

На практиці джерела ЕРС (гальванічні елементи і акумулятори) приходиться з'єднувати в батареї. З'єднують елементи послідовно, паралельно і змішано.

При послідовному з'єднанні двох або декількох елементів в батарею додатний полюс першого елемента з'єднують з від'ємним полюсом другого і т. д. (рис. 18.11). Загальна напруга і загальна ЕРС такої батареї відповідно дорівнюють сумі напруг і сумі ЕРС всіх елементів:

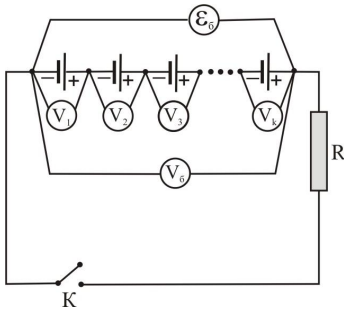


Рис. 18.11

$$U_0 = \sum_{i=1}^k U_i \quad \text{і} \quad \mathcal{E}_0 = \sum_{i=1}^k \mathcal{E}_i. \quad (18.33)$$

У випадку, коли в батарею з'єднані однакові елементи ($\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 = \dots = \mathcal{E}_k$), то

$$U_0 = kU \quad \text{і} \quad \mathcal{E}_0 = k\mathcal{E}, \quad (18.34)$$

де U – напруга на клеммах одного елемента, \mathcal{E} – ЕРС одного елемента, k – кількість елементів. Якщо внутрішній опір одного елемента r , то внутрішній опір всієї батареї дорівнює kr . Тоді закон Ома для всього кола при послідовному з'єднанні елементів запишеться так:

$$I_{\text{посл}} = \frac{k\mathcal{E}}{R + kr}, \quad (18.35)$$

або

$$I_{\text{посл}} = \frac{\sum_{i=1}^k \mathcal{E}_i}{R + \sum_{i=1}^k r_i}. \quad (18.36)$$

Із (18.35) і (18.36) видно, що послідовне з'єднання елементів дає значне збільшення струму, якщо сумарний внутрішній опір батареї набагато менший опору зовнішнього кола R ($kr \ll R$).

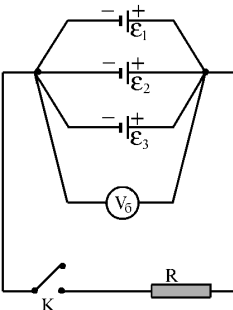


Рис. 18.12

Джерела ЕРС можна з'єднати і **паралельно**. В цьому випадку всі їх додатні полюси приєднуються до однієї клемми, а від'ємні – до іншої (рис. 18.12). Це робиться не для підвищення напруги (напруга на клеммах батареї дорівнює напрузі на клеммах одного елемента), а для забезпечення більшої сили струму за рахунок зменшення внутрішнього опору батареї. Якщо в батарею з'єднано k однакових елементів, то внутрішній опір батареї буде дорівнювати

$$r_0 = \frac{r}{k}, \quad (18.37)$$

де r – внутрішній опір одного елемента. Тому закон Ома для всього кола при паралельному з'єднанні джерел ЕРС має вигляд:

$$I_{\text{нар}} = \frac{\mathcal{E}}{R + r/k}. \quad (18.38)$$

Якщо джерела неоднакові ($\mathcal{E}_1 \neq \mathcal{E}_2 \neq \mathcal{E}_3 \neq \dots$), то їх паралельне з'єднання не вигідне, оскільки одне джерело може споживати енергію іншого.

Порівнюючи формули (18.35) і (18.38), можна дати відповідь на питання, яке включення джерел (послідовне чи паралельне) дає струм більшої сили? Для цього розглянемо два крайні випадки:

а) Нехай зовнішній опір кола набагато більший внутрішнього ($R \gg r_i$). Тоді, нехтуючи малим внутрішнім опором батареї, отримуємо:

$$\left. \begin{aligned} I_{\text{посл}} &= \frac{k\mathcal{E}}{R} = kI_1, \\ I_{\text{нар}} &= \frac{\mathcal{E}}{R} = I_1, \end{aligned} \right\} \quad (18.39)$$

де I_1 – сила струму від одного елемента.

В даному випадку сила струму в k раз більша при послідовному з'єднанні джерел.

б) Нехай зовнішній опір набагато менший внутрішнього ($R \ll r_i$). Нехтуючи малим зовнішнім опором, отримуємо:

$$\left. \begin{aligned} I_{\text{посл}} &= \frac{k\mathcal{E}}{kr} = I_1, \\ I_{\text{нар}} &= \frac{\mathcal{E}}{r/k} = kI_1. \end{aligned} \right\} \quad (18.40)$$

В даному випадку сила струму в k разів більша при паралельному з'єднанні джерел.

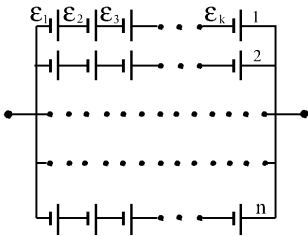


Рис. 18.13

Змішане з'єднання однакових джерел з ЕРС \mathcal{E} і внутрішнім опором r показано на рис. 18.13. Тут з'єднано паралельно n – груп елементів, в кожній із яких з'єднано послідовно по k – елементів. ЕРС такої батареї $\mathcal{E}_\delta = k\mathcal{E}$. Внутрішній опір $r_\delta = kr/n$. Сила струму $I_{\text{зм}}$ через навантаження R буде:

$$I_{\text{зм}} = \frac{k\mathcal{E}}{R + \frac{kr}{n}}. \quad (18.41)$$

Приклад 18.13. Чотири елементи з ЕРС по $\mathcal{E} = 1,5$ В під'єднані послідовно до пристрою з опором $R = 9,2$ Ом. (рис. 18.11). Внутрішній опір кожного елемента $r = 0,30$ Ом. Якої сили струм споживає пристрій?

Розв'язок. Згідно (18.35)

$$I = \frac{k\mathcal{E}}{R + kr} = \frac{4(1,5 \text{ В})}{9,2 \text{ Ом} + 4(0,30 \text{ Ом})} = 0,58 \text{ А}.$$

Тут k – кількість елементів.

Приклад 18.14. Якої сили струм буде споживати пристрій (див. приклад 18.13), якщо елементи під'єднати до нього паралельно (рис. 18.12)?

Розв'язок. Згідно (18.38)

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + \frac{r}{k}} = \frac{1,5 \text{ В}}{9,2 \text{ Ом} + \frac{0,30 \text{ Ом}}{4}} = 0,16 \text{ А.}$$

§ 18.9. Робота і потужність постійного струму

Електрична енергія може легко перетворюватись в інші види енергії: механічну, теплову, світлову тощо. У всіх випадках, коли енергія з одного виду перетворюється в інший, виконується робота. В електричному колі мірою перетворення енергії електричного поля в інші види енергії є робота електричного струму. Із попереднього розділу відомо, що робота переміщення заряду в електричному полі $A = QU$, де U – напруга між кінцями провідника. Оскільки $Q = It$, то

$$A = IUt. \quad (18.42)$$

Отже, **робота струму на ділянці кола дорівнює добутку сили струму на напругу і на час, протягом якого виконувалась робота.**

Використовуючи закон Ома для ділянки кола (18.5), отримаємо два вирази для роботи:

$$A = I^2 R t, \quad (18.43)$$

і

$$A = \frac{U^2}{R} t. \quad (18.44)$$

Формулою (18.43) зручно користуватися для випадку послідовного з'єднання споживачів, оскільки сила струму в них однакова. При паралельному з'єднанні споживачів напруга на всіх них однакова, тому в цьому випадку зручніше користуватися формулою (18.44).

Якщо струм виразити в амперах, напругу – у вольтах, час – в секундах, а опір – в омах, то робота струму буде виражена в джоулях ($1 \text{ Дж} = 1 \text{ А} \cdot \text{В} \cdot \text{с}$).

Потужність електричного струму є робота, яка виконується за одиницю часу. Тому

$$P = \frac{A}{t} = IU = I^2 R = \frac{U^2}{R}. \quad (18.45)$$

В СІ потужність вимірюється у ватах ($1 \text{ Вт} = 1 \text{ Дж/с} = 1 \text{ А} \cdot \text{В}$). Ват є малою величиною. Більшими одиницями є: 1 кіловат (кВт) = 1000 Вт = 10^3 Вт; 1 мегават (МВт) = 1000000 Вт = 10^6 Вт. На практиці енергію вимірюють в кіловат - годинах (кВт · год): $1 \text{ кВт} \cdot \text{год} = (1000 \text{ Вт})(3600 \text{ с}) = 3,6 \cdot 10^6 \text{ Дж}$.

Потужність звичайних електричних пристроїв, як правило, визначається у ватах, і кіловатах. Одночасно повинна вказуватись напруга, оскільки безглуздо вказувати потужність у ватах, не вказуючи напруги. Наприклад, електролампа маркується: 100 Вт; 220 В.

Приклад 18.15. Розрахувати опір 12-ти вольтової автомобільної лампочки потужністю $P = 40 \text{ Вт}$.

Розв'язок. Опір виразимо із (18.45):

$$R = \frac{U^2}{P} = \frac{(12 \text{ В})^2}{40 \text{ Вт}} = 3,6 \text{ Ом.}$$

§ 18.10. Теплова дія електричного струму

При проходженні електричного струму по провіднику частина його енергії перетворюється в тепло. Кількість теплоти, що виділяється при цьому, дорівнює роботі поля по подоланню опору провідника:

$$Q = A = I^2 R t. \quad (18.46)$$

Формула (18.46) є математичним виразом **закону Джоуля-Ленца**: **кількість теплоти, виділеної струмом в провіднику, прямо пропорційна опору провідника, квадрату сили струму і часу його проходження**. Формулою (18.46) зручно користуватися при послідовному з'єднанні провідників (рис. 18.14, а). У випадку паралельного з'єднання провідників (рис. 18.14, б) зручно користуватися формулою:

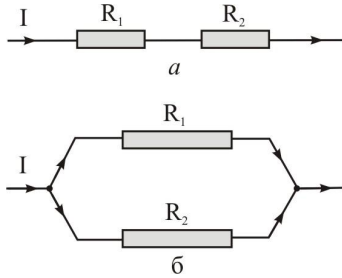


Рис. 18.14

$$Q = \frac{U^2 t}{R}. \quad (18.47)$$

Із (18.46) і (18.47) видно, що при послідовному з'єднанні, більша кількість теплоти виділяється в провіднику з більшим опором, а при паралельному – з меншим опором.

Приклад 18.16. Два електронагрівники з опорами $R_1 = 25 \text{ Ом}$ і $R_2 = 20 \text{ Ом}$ перебувають під напругою $U = 100 \text{ В}$. Яка кількість теплоти виділиться нагрівниками протягом $t = 3 \text{ хв}$ при їх послідовному і паралельному з'єднанні?

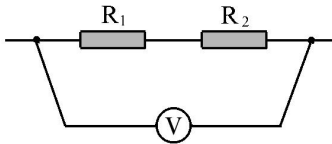


Рис. 18.15

Розв'язок. а) При послідовному з'єднанні нагрівників (рис. 18.15) кількість теплоти, що виділяється на них, дорівнює:

$$Q = Q_1 + Q_2,$$

де, згідно (18.46) $Q_1 = I^2 R_1 t$, $Q_2 = I^2 R_2 t$.

Застосовуючи закон Ома $I = U / R$, отримаємо:

$$Q = \frac{U^2 t}{(R_1 + R_2)^2} (R_1 + R_2) = \frac{U^2 t}{R_1 + R_2} = \frac{(100 \text{ В})^2 (180 \text{ с})}{25 \text{ Ом} + 20 \text{ Ом}} = 40 \text{ кВт}.$$

б) У випадку паралельного з'єднання (рис. 18.16) згідно (18.47)

$$Q = \frac{U^2 t}{R},$$

де $R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ – еквівалентний опір опорів паралельно з'єднаних нагрівників (ф-ла (18.32)). Тоді

$$Q = \frac{U^2 t}{R_1 R_2} (R_1 + R_2) = \frac{(100 \text{ В})^2 (180 \text{ с})}{(25 \text{ Ом})(20 \text{ Ом})} (25 \text{ Ом} + 20 \text{ Ом}) = 162 \text{ кВт}.$$

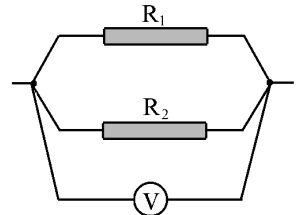


Рис. 18.16

Порівнюючи отримані результати, бачимо, що при паралельному з'єднанні провідників виділяється в чотири рази більше теплоти, ніж при послідовному з'єднанні.

19 ЕЛЕМЕНТИ ЗОННОЇ ТЕОРІЇ ПРОВІДНОСТІ ТВЕРДИХ ТІЛ

§ 19.1. Елементи зонної теорії твердих тіл

Відомо, що тверді тіла за характером провідності поділяються на провідники, напівпровідники і діелектрики (ізолятори). Добрими провідниками є більшість металів. Для металів характерним є наявність в них так званих **вільних електронів**, які і є носіями струму. В діелектриках вільних електронів немає і вони електричного струму не проводять. Напівпровідники займають проміжне місце між провідниками і діелектриками. В напівпровідниках число вільних електронів значно менше числа атомів в кристалічній ґратці. Підвищення температури напівпровідника викликає різке збільшення числа вільних електронів і разом з тим збільшення електропровідності. В металах навпаки – з підвищенням температури їх електропровідність зменшується.

Класична електронна теорія провідності не дає повної картини механізму електропровідності твердих тіл. Справжній механізм електропровідності розкриває зонна теорія провідності, яка є одним із розділів квантової механіки. Однак, перш ніж розглянути елементи зонної теорії ми пригадаємо окремі положення будови атома.

Згідно сучасним уявленням атом складається з позитивно зарядженого ядра, навколо якого обертаються негативно заряджені електрони. Причому електрон може знаходитися не на будь-якому енергетичному рівні, а тільки на певних (дозволених) рівнях, які називаються **стаціонарними**. При переході електрона з одного енергетичного рівня на інший його енергія змінюється дискретно (перервно). На рис. 19.1 показано енергетичні рівні

(горизонтальні прямі) вільного атома натрію (Na). Точки на горизонтальних прямих вказують на наявність на даному рівні електронів, а стрілки – напрямки спін^{*}.

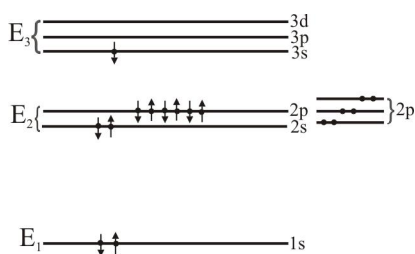


Рис. 19.1

інші електрони вимушені селитися на наступні, вищі за енергією рівні. Таким чином, у нейтральному атомі натрію кожний із 11 електронів займає свій енергетичний рівень, як це показано на рис. 19.1.

* Спін – власний механічний момент електрона.

Далі припустимо, що N атомів натрію зближуються до відстаней, на яких проявляються міжатомні сили зв'язку, характерні для твердого тіла.

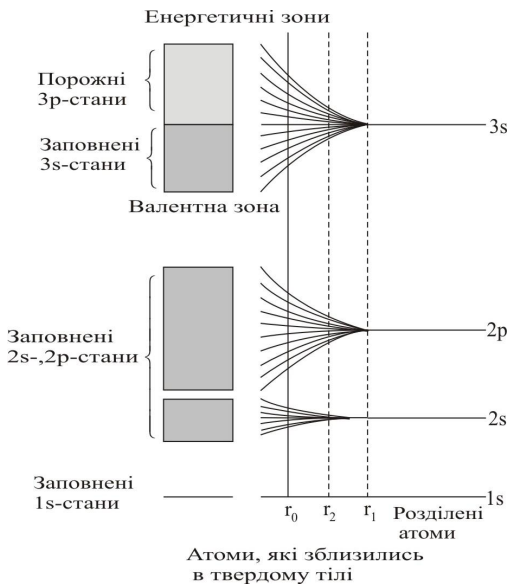


Рис. 19.2

яються міжатомні сили зв'язку, характерні для твердого тіла. Внаслідок такої взаємодії кожний рівень енергії атома натрію (незалежно від того зайнятий він електроном чи ні) розщепиться на велике число підрівнів (станів) (рис. 19.2), які разом утворюють майже неперервну зону (або зони) дозволених енергетичних рівнів.

Кожна дозволена зона складається із близько розміщених дискретних рівнів (станів), число яких дорівнює кількості атомів в зразку кристала. Ширина таких зон визначається положенням відповідного рівня енергії електронної оболонки атома. Рівні енергії, які розміщені в безпосередній близькості до ядра, майже не розщеплюються в процесі утворення кристала. Найбільш сильному впливу підвладні рівні, на яких знаходяться валентні електрони, оскільки саме вони приймають участь у взаємодіях між атомами. Стани електронів в кристалі відрізняються уже не тим, якому атому належить електрон, а



Рис. 19.3

рівнем енергії, на якому він знаходиться в зоні. Зовнішні електрони повністю втрачають зв'язок з якимось певним атомом і можуть рухатися крізь кристал як вільні*.

Електрони в атомах мають декілька дозволених рівнів, а тому в кристалі утворюються декілька дозволених зон, які розділені одна від одної проміжками, які називаються **забороненими енергетичними зонами**. На рис. 19.3 зображено схему дозволених і заборонених зон. В заборонених зонах електрон знаходиться не може. Такому ж розщепленню піддаються і більш високі рівні, які не зайняті електронами в основному стані атома.

§ 19.2. Розподіл електронів по енергетичних рівнях

Розподіл електронів по енергетичних рівнях в кристалі описується так званою функцією Фермі-Дірака (яку ще називають також функцією розподілу Фермі):

*Існує взагалі то відмінність між "вільними" електронами в кристалі і справді вільними електронами, на які не діють ніякі сили. Теорія показує, що ця відмінність зводиться до того, що електрон в кристалі володіє ніби іншою масою, відмінною від маси дійсно вільного електрона. Вона називається "ефективною" масою.

$$f(E) = \frac{1}{e^{\frac{(E-E_F)}{kT}} + 1}. \quad (19.1)$$

Ця функція визначає імовірність знаходження електрона на рівні з енергією E при температурі T . В формулі (19.1) E_F – це рівень Фермі або енергія Фермі, яка визначає межу між заповненими і незаповненими рівнями: при абсолютному нулі ($T = 0\text{ K}$) всі рівні нижче рівня Фермі заповнені електронами, а всі рівні, які розміщені вище нього, вільні.

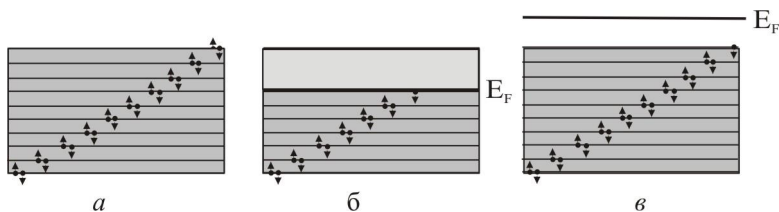


Рис. 19.4

Згідно так званого принципу Паулі на кожному рівні може знаходитися не більше двох електронів з протилежною орієнтацією спінів (рис. 19.4, а). Рівень Фермі E_F може лежати або в одній із дозволених зон (в металах або сильно легованих напівпровідниках (рис. 19.4, б), або в одній із заборонених зон (в чистих напівпровідниках і діелектриках (рис. 19.4, в), розділяючи валентну зону і зону провідності. В залежності від цього властивості кристалу будуть різні.

Щоб в твердому тілі виник електричний струм, необхідно прикласти до нього електричне поле, яке прискорить електрони. Але прискорення електрона проявляється як зміна його енергії, що означає перехід електрона на інший енергетичний рівень. Це можливо, якщо рівень Фермі E_F розміщений в дозволений зоні, оскільки в енергетичному спектрі такого кристалу вільні рівні безпосередньо примикають до заповнених. При накладанні поля відбувається перерозподіл електронів по рівнях і виникає впорядкований рух електронів – електричний струм, тобто такі кристали є металами. Якщо ж рівень Фермі (E_F) в кристалі знаходиться в забороненій зоні (рис. 19.4, в), то заповнені і вільні рівні розділені забороненою зоною, де електронів бути не може. Тому слабе електричне поле не може перевести електрони на вільні рівні, а значить струм не виникне і такі кристали є неметалами.

Таким чином, належність кристала до металів чи неметалів визначається характером заповнення зон. Якщо при $T = 0\text{ K}$ в енергетичному спектрі кристала є частково заповнена зона (рис. 19.4, б) – це метал; якщо ж енергетичний спектр складається із повністю заповнених, або повністю вакантних зон (рис. 19.4, в) – це не метал.

§ 19.3. Класифікація твердих тіл за їх електропровідністю на основі зонних уявлень

Дозволену зону, яка виникла із рівня, на якому знаходились валентні електрони в основному стані, як правило, називають **валентною зоною**. При абсолютному нулі валентні електрони заповнюють попарно нижні валентної зони (§ 19.2, рис. 19.4, б). Більш високі дозволених зони від електронів вільні. В залежності від ступеня заповнення валентної зони і ширини забороненої зони можливі три випадки, зображені на рис. 19.5. У випадку а електрони заповнюють валентну зону не повністю. Тому достатньо надати електронам, які знаходяться на верхніх рівнях, зовсім невеликої енергії ($10^{-23} - 10^{-22}\text{ eV}$) і вони перейдуть на більш високі рівні. Енергія теплового руху ($E = kT$) складає при температурі 1 K величину порядку 10^{-4} eV . Значить, при температурах, відмінних від абсо-

лютного нуля, частина електронів переводяться на більш високі рівні. Додаткова енергія, викликана дією на електрон електричного поля, також виявляється достатньою для переводу електрона на більш високі рівні. Тому електрони можуть прискорюватися електричним полем і набувати додаткової швидкості в напрямку, протилежному напрямку

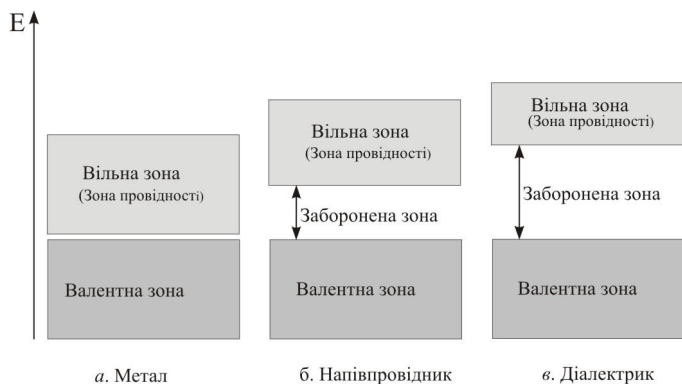


Рис. 19.5

поля. Їх дрейфова швидкість дуже мала. Таким чином, кристал з подібною схемою енергетичних рівнів є **металом (провідником)**.

Часткове заповнення валентної зони (у випадку металів цю зону ще називають **зоною провідності**) спостерігається в тих випадках, коли на останньому зайнятому рівні в атомі знаходиться тільки один електрон, або коли має місце перекривання зон (див. рис. 19.2, відстань r_2). В першому випадку N електронів заповнюють попарно тільки половину рівнів валентної зони. В другому випадку число рівнів в зоні провідності буде більше N , тому навіть, якщо кількість електронів провідності дорівнює $2N$, вони не зможуть зайняти всі рівні. На рис. 19.6 схематично показана зонна модель кристалу літію ($Z = 3$), яка яскраво ілюструє перший випадок. Другий випадок ілюструється рис. 19.7 і 19.8, де наведено зонні структури кристалів натрію ($Z = 11$) (рис. 19.7) і міді ($Z = 29$) (рис. 19.8).

У атома натрію $2p$ рівень заповнений електронами повністю, а рівень $3s$ заповнений тільки наполовину (рис. 19.1). Тому в кристалі натрію зона $2p$ заповнена повністю, а в зоні $3s$ половина енергетичних рівнів залишаються вільними і вони залишаються доступними для заповнення. Крім того достатньо широка наполовину заповнена зона $3s$ перекривається з вільною зоною, що утворилась з $3p$ атомних рівнів (рис. 19.7).

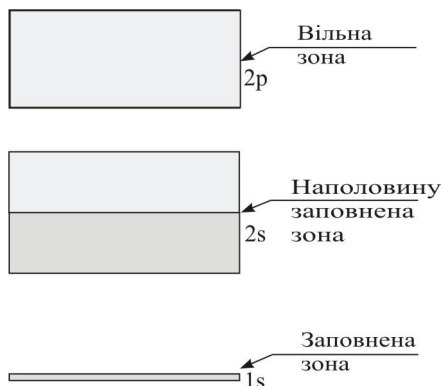


Рис. 19.6

В атома міді повністю заповнений $3d$ рівень, а $4s$ рівень тільки наполовину*. Рівень $4s$, при утворенні кристала міді, розщеплюється настільки широко, що наполовину заповнена зона $4s$ не тільки накладається на повністю заповнену зону $3d$, але і на повністю вільну зону $4p$ (рис. 19.8). Внаслідок такого перекриття зон електрони, і в першому і в другому випадках, здатні рухатися в просторі, незайнятому електронами.

*Електронна будова атома міді ($_{29}\text{Cu}$): $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^1$.

Таким чином, користуючись зонною структурою кристалів, наведених на рис. 19.6 – 19.8, легко можна зрозуміти механізм провідності металів.

Якщо рівні валентної зони заповнені електронами повністю (рис. 19.5 випадки б і в),



Рис. 19.7



Рис. 19.8

то для того, щоб перевести електрон в зону провідності, йому необхідно надати енергію, яка рівна ширині забороненої зони ΔE . Таким чином, електричні властивості подібних кристалів визначаються шириною забороненої зони ΔE . Якщо ширина забороненої зони невелика (порядку кількох десятків електрон-вольт), енергії теплового руху достатньо для того, щоб перевести частину електронів у верхню вільну зону. Ці електрони будуть знаходитися в умовах, аналогічних тим, в яких знаходяться валентні електрони в металі. Вільна зона виявиться для них зоною провідності. Одночасно стане можливим перехід електронів валентної зони на місця, які звільнилися на верхніх рівнях. Таку речовину називають **електронним напівпровідником**.

Якщо ширина забороненої зони ΔE велика (порядку кількох електрон-вольт), тепловий рух не в змозі перекинути у вільну зону помітне число електронів. В цьому випадку кристал є **діелектриком**.

§ 19.4. Напівпровідники

Напівпровідники – це кристалічні речовини з вузькою забороненою зоною ($\Delta E \approx 1 \text{ eV}$), розміщеною між повністю заповненою електронами валентною зоною і повністю вільною від електронів зоною провідності. Для напівпровідників характерним є те, що електропровідність їх росте з підвищенням температури (нагадаємо, що у металів з підвищенням температури електропровідність зменшується).

Розрізняють **власні** і **домішкові** напівпровідники. До числа власних відносяться хімічно чисті напівпровідники (вуглець, германій, кремній). Електричні властивості домішкових напівпровідників визначаються домішками, які штучно вводяться до їх складу.

При розгляді електричних властивостей напівпровідників велику роль відіграє поняття “**дірки**”. З’ясуємо фізичний зміст цього поняття.

У власному напівпровіднику при температурі $T = 0 \text{ K}$ всі рівні валентної зони повністю заповнені електронами, а зона провідності повністю вільна (рис. 19.9, а). Електричне поле не в змозі перекинути електрони із валентної зони в зону провідності. Тому власні напівпровідники ведуть себе при абсолютному нулі як діелектрики. Однак, при температурах, відмінних від 0 K , частина електронів внаслідок теплового руху (при кімнатній температурі середня кінетична енергія електронів дорівнює $\Delta E = kT \approx 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ eV}$) може “перескочити” з верхніх рівнів валентної зони на нижні рівні зони провідності (рис. 19.9, б). Зауважимо, що число електронів з енергією, достатньою для подолання забороненої зони, з підвищенням температури зростає. Якщо до напівпровідника за цих умов

прикласти зовнішнє електричне поле, то воно буде здатне змінювати стан електронів, які

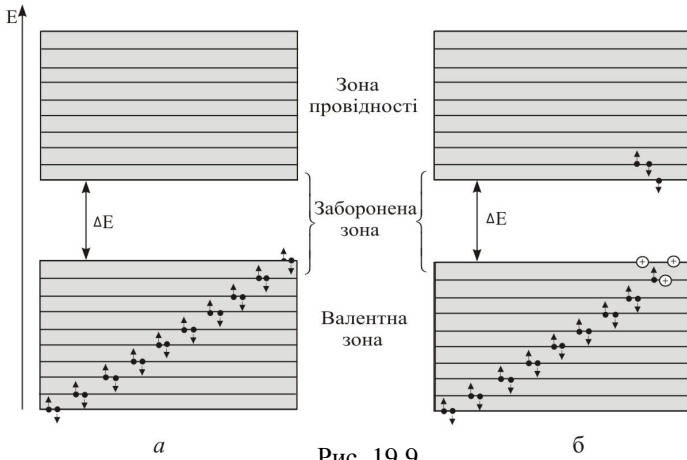


Рис. 19.9

знаходяться в зоні провідності. Крім того, внаслідок утворення вакантних місць на верхніх рівнях валентної зони її електрони також можуть змінювати свою швидкість під дією зовнішнього поля. В результаті електропровідність напівпровідника стає відмінною від нуля.

“Вільні” (вакантні) місця з відсутніми електронами на рівнях валентної зони отримали назву “дірок” (рис. 19.9, б).

Нестача в даному місці частинки з від’ємним зарядом – e еквівалентна наявності такої частинки з додатним зарядом $+e$, тобто дірки. Дірка, яка появилася у валентній зоні кристала під дією зовнішнього поля, також починає рухатися, як і електрон, але в протилежному напрямку – за полем. Кількість електронів, які перейшли в зону провідності, дорівнює кількості дірок, що утворилися у валентній зоні. Ці електрони і дірки є носіями струму.

При зустрічі вільного електрона з діркою вони **рекомбінують** (з’єднуються). Це означає, що електрон нейтралізує надлишковий додатний заряд в колі дірки і втрачає свободу руху до тих пір, поки знову не отримає від кристалічної ґратки енергію, достатню для свого вивільнення. Рекомбінація призводить до остаточного зникнення і дірки і вільного електрона. На схемі рівнів (рис. 19.9, б) процесу рекомбінації відповідає перехід електрона із зони провідності на один із вільних рівнів валентної зони. В рівновазі число електронів, які переходять із валентної зони в зону провідності, повинно дорівнювати числу рекомбінацій, при яких електрони переходять із зони провідності у валентну зону.

Таким чином, у власному напівпровіднику одночасно проходять два процеси: народження попарно вільних електронів і дірок та рекомбінація, яка призводить до попарного зникнення електронів і дірок. Імовірність народження вільних електронів швидко росте з температурою, а імовірність рекомбінації пропорційна як числу вільних електронів, так і числу дірок. Значить, кожній температурі відповідає певна рівноважна концентрація електронів і дірок.

Якщо зовнішнє електричне поле відсутнє, електрони і дірки рухаються хаотично. При накладанні поля електрони і дірки рухаються впорядковано: електрони рухаються проти поля, а дірки – за полем. Обидва рухи – і електронів, і дірок – призводять до переносу заряду вздовж кристала.

Таким чином, у власному (чистому) напівпровіднику співіснують два типи провідності – **електронна** і **діркова**, причому і електрони і дірки вносять в електропровідність

однакові вклади.

Насамкінець зауважимо, що при достатньо високій температурі власна провідність спостерігається у всіх без виключення напівпровідників.

Домішкова провідність виникає за умови, якщо деякі атоми даного напівпровідника замінити у вузлах кристалічної ґратки атомами, валентність яких відрізняється на одиницю від валентності основних атомів. Напівпровідник, із впровадженими в його кристалічну структуру малих вказаних домішок, володіє підвищеною електропровідністю. Тут можуть бути два випадки.

Розглянемо випадок, коли домішкою є атоми, валентність яких на одиницю більша валентності основних атомів. Це означає, що атом домішки має один “зайвий” валентний електрон, рівні енергій якого близькі до дна зони провідності. В результаті, поблизу дна зони провідності в забороненій зоні кристала появляються енергетичні рівні (рис. 19.10, а), з

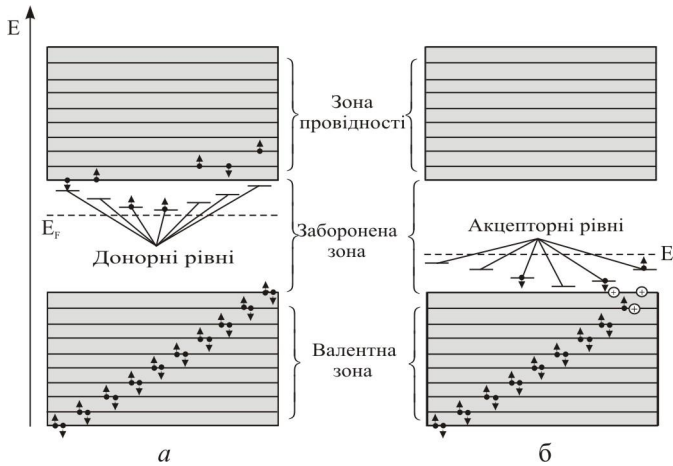


Рис. 19.10

яких уже навіть при кімнатній температурі значна частина валентних електронів домішки переходить в зону провідності кристала. При включенні зовнішнього поля в такому напівпровіднику виникне електричний струм, носіями якого є тільки **електрони**. В цьому випадку говорять, що такий напівпровідник володіє електронною провідністю або є напівпровідником **n-типу** (від слова negative – від’ємний). Атоми домішки, які постачають електрони в зону провідності, називають **донорами**. Розміщення домішкових рівнів в цьому випадку показано на рис. 19.10, а. Рівень Фермі в напівпровідниках n-типу розміщується у верхній половині забороненої зони.

Прикладом напівпровідника n-типу є кристали германію з домішками миш’яку. Атоми германію мають чотири зовнішні (валентні) електрони і утворюють при кристалізації алмазоподібні кристали, в яких кожний атом зв’язаний з чотирма іншими атомами ковалентними зв’язками. Миш’як – це елемент з п’ятьма валентними електронами. Якщо атом миш’яку заміщає атом германія в кристалі, то чотири його валентні електрони забезпечують зв’язки з атомами германія, а один електрон виявиться ніби зайвим і легко відділяється від атома миш’яку за рахунок теплової енергії, перетворюючись у “вільний” електрон, а атом миш’яку перетворюється в іон As⁺ (рис. 19.11, б). Цей “вільний” електрон знаходиться поблизу іона As⁺ і в якійсь мірі зв’язаний з ним. Енергія зв’язку електрона з іоном дуже мала – приблизно 0,01 еВ. Тому достатня зовсім невелика енергія, щоб перекинути цей електрон в зону провідності. При кімнатній температурі майже всі зайві електрони із домішкових атомів миш’яку виявляються в зоні провідності в той час, як тільки окремі електрони із атомів германія можуть здійснити подібний перехід. Тому

домішкові атоми миш'яку навіть у випадку, коли їх концентрація складає 1 атом на 10^6

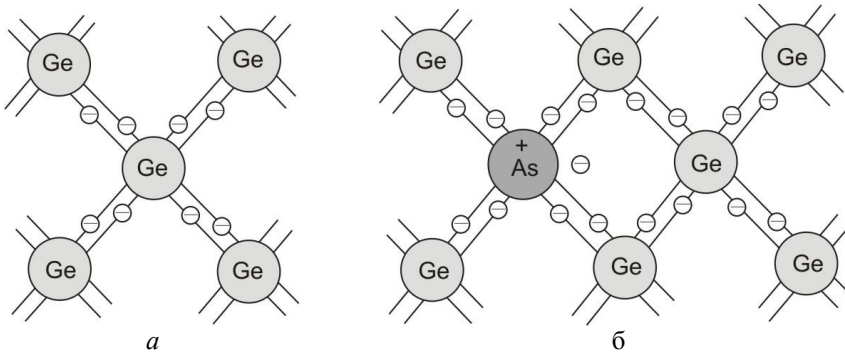


Рис. 19.11

або 10^7 атомів германія, виявляють визначальний вплив на електропровідність кристала.

Далі розглянемо випадок, коли валентність атома домішки на одиницю менша валентності основних атомів. В цьому випадку рівні енергії валентних електронів атома домішки знаходяться поблизу верхнього рівня валентної зони. На ці рівні (їх часто називають **акцепторними рівнями**) легко можуть переходити електрони із валентної зони кристала, внаслідок чого на верхніх рівнях валентної зони появляється дірки. Поблизу атома домішки появляється надлишковий від'ємний заряд, але він буде зв'язаний з даним атомом і не може бути носієм струму. Тому носіями струму в цьому випадку є дірки і таку провідність називають **дірковою**. Про такий напівпровідник говорять, що він належить до **p-типу** (від слова positive – додатний). Домішки, які викликають виникнення дірок, називають **акцепторами**. Розміщення домішкових рівнів в даному випадку показано на рис. 19.10, б. Рівень Фермі в напівпровідниках p-типу розміщується в нижній половині забороненої зони. Зауважимо, що при підвищенні температури, рівень Фермі в напівпровідниках обидвох типів зміщується до середини забороненої зони.

Прикладом напівпровідника p-типу є кристали кремнію з домішкою 3-валентних атомів бору. Трьох валентних електронів атома бору недостатньо для утворення зв'язків з усіма чотирма сусідами. Тому для забезпечення чотирьох подвійних зв'язків з чотирма сусідніми

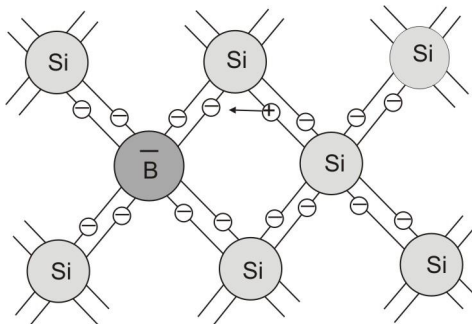


Рис. 19.12

атомами кремнію йому не вистачає одного електрона. Щоб скомпенсувати цей дефіцит, атом бору переймає один електрон від сусідніх пар, де в результаті виникне дірка, яка буде кочувати по кристалу (рис. 19.12).

При підвищенні температури концентрація домішкових носіїв струму швидко досягає насичення. Це означає, що практично звільняються від електронів всі донорні, або заповнюються електронами всі акцепторні рівні. Разом з тим з ростом температури все більше починає проявлятися власна провідність, яка зумовлена безпосереднім перекиданням електронів із валентної зони в

зону провідності. Таким чином, при високих температурах провідність напівпровідника буде складатися із домішкової і власної провідностей. При низьких температурах переважає домішкова, а при високих – власна провідність.

§ 19.5. Напівпровідникові пристрої

Широкі можливості використання напівпровідникових речовин пов'язані з цікавими ефектами, що виникають при контакті напівпровідників n - і p -типів та напівпровідників з металами. Ці явища ще іноді називають **контактними явищами**.

Розглянемо коротко фізичні процеси, які відбуваються в цих контактах. Припустимо, що ми маємо два кристали германію або кремнію, виготовлені так, що один з них є напівпровідником n -типу, а другий – напівпровідником p -типу. Такі кристали і носії заряду в них показані на рис. 19.13, *а*, коли вони розділені. Зауважимо, що кожний кристал є електронейтральний.

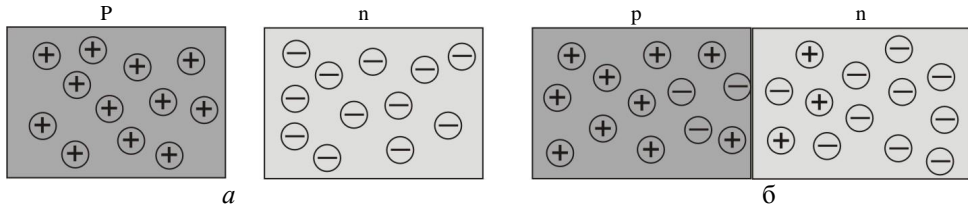


Рис. 19.13

Уявимо собі далі, що ці два кристали тільки що приведені в контакт (хоча в дійсності це дві частини одного кристала) (рис. 19.13, *б*). Тоді відразу електрони з n -області почнуть дифундувати в p -область, а дірки з p -області в n -область. Величина заряду, який утворюється в кожній із цих областей, обмежена тим, що вільні електрони прагнуть заповнити дірки, що в результаті призводить до зникнення обидвох носіїв заряду. Однак, процес рекомбінації носіїв зарядів різних знаків фактично не зменшує кількості електронів і дірок, оскільки термічне збудження в кристалі безперервно породжує нові електрони і дірки. Між двома просторовими зарядами p - і n -областей виникає електричне поле, направлене від n - до p -області. Чим більше носіїв заряду дифундувало в обидві сторони від контакту, тим сильніше поле, під дією якого дальша дифузія в кінцевому рахунку припиняється. На межі p – n -переходу встановлюється стала різниця потенціалів, яку часто називають **контактною різницею потенціалів**. Контактна різниця потенціалів між напівпровідниками з різним механізмом провідності становить кілька десятих вольт. Електрони і дірки можуть подолати цю різницю потенціалів лише, якщо вони володіють енергією теплового руху, що відповідає температурам порядку кількох тисяч градусів. Тому на межі між напівпровідниками з різним механізмом провідності виникає шар збіднений на рухливі носії струму. Цей шар називається **електронно-дірковим** або **p – n -переходом**.

Збіднений рухомими носіями заряду перехідний шар, товщина якого складає ~ 1 мкм (10^{-6} м), володіє дуже великим опором в порівнянні з іншими частинами кристалу, тому, коли кристал з p – n -переходом вмикають в коло, практично вся підведена до кристалу напруга зосереджується на p – n -переході.

Далі з'ясуємо, як буде проходити струм через кристал з p – n -переходом. При відсутності зовнішньої напруги всі потоки рухомих носіїв через перехід зрівноважені і струм дорівнює нулю.

Ввімкнемо кристал в коло так, щоб додатний полюс джерела був з'єднаний з p -стороною кристалу, а від'ємний – з n -стороною (рис. 19.14, *а*). Поле, створюване джерелом напруги, в цьому випадку направлене назустріч полю самого p – n -переходу і практично повністю компенсує його. Тоді тимчасово призупинена дифузія носіїв заряду знову вступає в силу і продовжується безперешкодно; електрони і дірки масово спрямовуються в обидві сторони від граничного шару. При цьому через перехід проходить струм, обмеже-

ний лише опором матеріалу зразка. В подібному випадку говорять, що електричне поле прикладене в **прямому напрямку** або в **напрямку пропускання**.

Далі прикладемо до кристала напругу **зворотної полярності** (рис.19.14, б). В цьому випадку напрямок зовнішнього електричного поля співпадає з напрямком поля самого p –

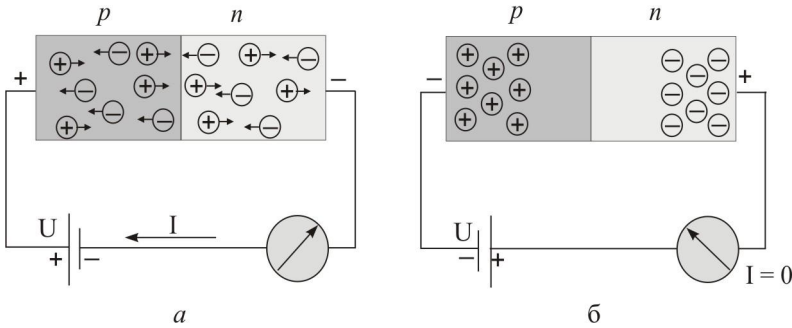


Рис. 19.14

n -переходу і тим самим підсилить його, і дифузія носіїв заряду ще більше обмежується. При цьому сам перехідний шар розширюється і створює дуже великий електричний опір. Якщо не приймати до уваги вкрай слабкий струм, створюваний не основними носіями заряду, то в цьому випадку через p – n -перехід струм практично не проходить. В цьому випадку говорять, що електричне поле прикладене в **напрямку запирання**.

Таким чином, p – n -перехід діє як клапан, який пропускає струм тільки в одному напрямку. Відношення струмів в прямому і зворотному напрямках складає $10^6 : 1$. Тому кристал з p – n -переходом є прекрасним напівпровідниковим **випрямлячем** для змінних струмів або **напівпровідниковим діодом**.

Напівпровідникові діоди мають ряд переваг в порівнянні з вакуумними діодами: в них відсутній підігрівний катод, розміри їх значно менші, вони мають більшу механічну міцність, великий строк служби і високий ККД (до 98 %). До недоліків напівпровідникових діодів відносять погіршення їх роботи при підвищенні температури.

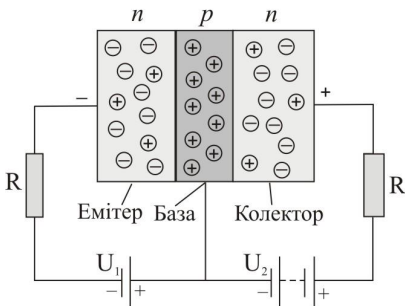


Рис. 19.15

Розглянуті вище властивості p – n -переходу використовуються в напівпровідниковому пристрої, який називається **транзистором**. Транзистор використовується в електричних колах для підсилення і контролю електричних сигналів. Він складається із трьох різних напівпровідникових областей: напівпровідника n -типу, який називається **емітером**, слабого напівпровідника p -типу (товщиною $\approx 500 \text{ \AA}$), який називають **базою**, і напівпровідника n -типу, який називається **колектором** (рис. 19.15). На рисунку видно, що в транзисторі є два p – n -переходи.

Подамо на правий перехід (колектор – база) велику зворотну напругу (десятки вольт). Оскільки перехід закритий, через нього буде протікати дуже малий зворотний струм, який не може створити помітного падіння напруги на опорі R . Далі подамо на лівий перехід (емітер – база) невелику пряму напругу. Через нього потече прямий струм, який складається із одних електронів, які дифундують із n -області в p -область. Оскільки p -область дуже вузька ($\approx 500 \text{ \AA}$), то більшість електронів, не встигнувши рекомбінувати, досягають правого переходу, і, попадаючи в правий перехід, вони скидаються полем бази в праву n -область і створюють в колі колектора додатковий струм. Таким чином, всяка змінна сила струму в колі емітера викликає значно бі-

льші зміни сили струму в колі колектора. Зміна сил струмів у колах зв'язана зі змінами напруги законом Ома, тому можна сказати, що змінюючи напругу в колі емітера, можна дістати значно більші зміни напруги в колі колектора, тобто дістати підсилення напруги.

Принцип роботи транзистора типу $p - n - p$, зображеного на рис. 19.16, нічим не від-

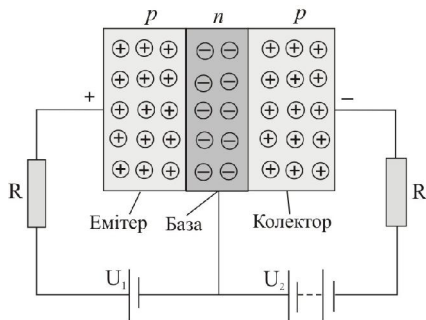


Рис. 19.16

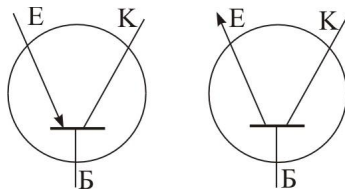


Рис. 19.17

різняється від принципу роботи описаного вище транзистора $n - p - n$, тільки напруга на переходах має іншу полярність і носіями струму в транзисторі в основному є дірки.

Схематичне зображення транзисторів показано на рис. 19.17: а) $p - n - p$; б) $n - p - n$.

§ 19.6. Контактна різниця потенціалів

У 1797 р. А. Вольта відкрив, що при стиканні двох різних металів між ними виникає різниця потенціалів. Причому, якщо декілька різних металів А, В, С, D (рис.19.18) з'єднати один з одним послідовно, то на кінцях провідників цього ряду виникне різниця

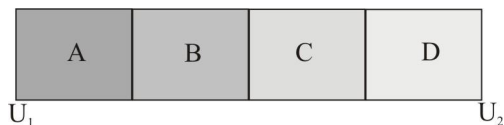


Рис. 19.18

потенціалів, яка залежить від природи крайніх провідників А і D і не залежить від того, якими є провідники В і С, що знаходяться між ними. Різниця потенціалів, яка виникає між з'єднаними різнорідними металами називається **контактною різницею потенці-**

алів. Контактна різниця потенціалів коливається для різних пар металів від декількох десятих вольтів до кількох вольтів.

Контактна різниця потенціалів обумовлена тим, що при стиканні металів частина електронів із одного металу переходить в інший. У верхній частині рис. 19.19 зображені два метали зліва до їх стику, справа – після. В нижній частині рисунка дано графіки потенціальної енергії електрона в незаповненій валентній зоні кристала. За припущенням рівень Фермі в металі А лежить вище, ніж в металі В.

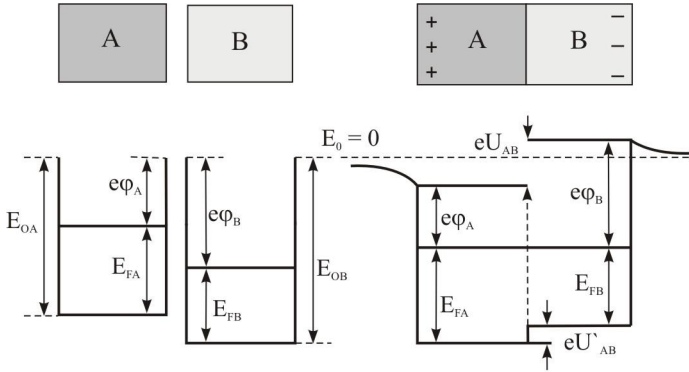
Природно, що при виникненні стику між металами, електрони із найвищих рівнів металу А стануть переходити на більш низькі рівні металу В. В результаті потенціал металу А зросте, а металу В зменшиться. Процес переходу електронів між металами припиниться, коли наступить рівновага, умовою якої є рівність повних енергій, що відповідають рівням Фермі. За цієї умови рівні Фермі обидвох металів розміщуються на схемі на однаковій висоті. Із рис. 19.19 видно, що

$$U_{AB} = \frac{e\varphi_B - e\varphi_A}{e} = \varphi_B - \varphi_A. \quad (19.2)$$

Величина U_{AB} є не що інше, як контактна різниця потенціалів між металами А і В.

Згідно формули (19.2) контактна різниця потенціалів між металами А і В дорівнює

різниці робіт виходу ($\Delta A = A_B - A_A = e\phi_B - e\phi_A$) металів В і А, поділеної на елементарний заряд, або просто різниці потенціалів виходу металів В і А.



$e\phi_A$ і $e\phi_B$ – відповідно робота виходу електрона із металів А і В, ϕ_1 і ϕ_2 – потенціали виходу відповідно, E_{OA} і E_{OB} – відповідно глибина валентної зони кристалів металів А і В, E_{FA} і E_{FB} – енергія рівня Фермі.

Рис. 19.19

Різниця потенціалів, яка визначається формулою (19.2), встановлюється між точками, які лежать безпосередньо біля поверхонь металів, тому її називають **зовнішньою контактною різницею потенціалів**.

Між внутрішніми точками металів також існує контактна різниця потенціалів, яка називається **внутрішньою**. Внутрішня різниця потенціалів обумовлюється різною кількістю електронів в одиниці об'єму, яка визначає різницю енергії рівнів Фермі. Тому

$$U'_{AB} = \frac{E_{FA} - E_{FB}}{e}. \quad (19.3)$$

Величина U'_{AB} і є внутрішня контактна різниця потенціалів (потенціал всередині першого металу вищий, ніж всередині другого).

Нами розглянуто виникнення контактної різниці потенціалів при з'єднанні двох ме-

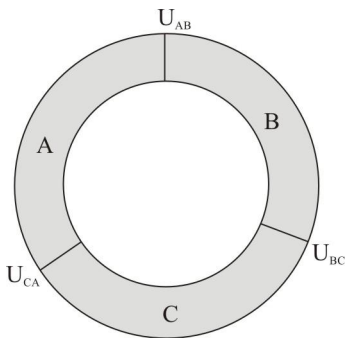


Рис. 19.20

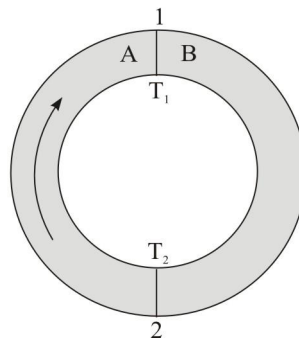


Рис. 19.21

талів. Однак контактна різниця потенціалів виникає і на межі між металом і напівпровідником, а також на межі двох напівпровідників.

Насамкінець, зауважимо, що якщо всі спаї замкнутого кола із послідовно з'єднаних

різних металів (рис. 19.20) підтримувати при одній і тій же температурі, сума стрибків контактної різниці потенціалів цих металів дорівнює нулю. Тому ЕРС в колі виникнути не може. Виникнення струму в такому колі суперечило б другому началу термодинаміки.

§ 19.7. Термоелектричні явища

Якщо спаї 1 і 2 двох різних металів, які утворюють замкнуте коло (рис. 19.21), мають різну температуру, то в колі виникне ЕРС, і в ньому потече електричний струм. Це явище було відкрито в 1821 р. німецьким фізиком Т. І. Зеебеком (1770 – 1831) на парі металів “мідь – вісмут” і отримало назву **термоелектричного явища (явище Зеебека)**.

Термоелектрорушійна сила (термо-ЕРС) обумовлена **залежністю рівня Фермі від температури та дифузією електронів (або дірок)**.

Оскільки рівень Фермі залежить від температури, то скачок потенціалу при переході із одного металу в інший (тобто внутрішня контактна різниця потенціалів, див. формулу (19.3)) для спаїв, які знаходяться при різних температурах, різний, а, значить, і сума стрибків потенціалу буде відмінною від нуля. Тоді

$$\mathcal{E}_{\text{конт}} = U'_{AB}(T_1) + U'_{BA}(T_2) \quad (19.4)$$

(див. рис. 19.21). Якщо скористатися формулою (19.3), то отримаємо:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{\text{конт}} &= \frac{1}{e} \{ [E_{FA}(T_1) - E_{FB}(T_1)] + [(E_{FB}(T_2) - E_{FA}(T_2))] \} = \\ &= \frac{1}{e} \{ [E_{FB}(T_2) - E_{FB}(T_1)] - [(E_{FA}(T_2) - E_{FA}(T_1))] \}, \end{aligned} \quad (19.5)$$

або

$$\mathcal{E}_{\text{конт}} = \int_{T_1}^{T_2} \left(\frac{1}{e} \frac{dE_{FB}}{dT} \right) dT - \int_{T_1}^{T_2} \left(\frac{1}{e} \frac{dE_{FA}}{dT} \right) dT. \quad (19.6)$$

Другу причину виникнення термо-ЕРС можна зрозуміти, якщо припустити, що вздовж однорідного металічного провідника існує градієнт температури (рис. 19.22). В цьому випадку концентрація електронів з $E > E_F$ в нагрітому кінці буде більша, ніж у холодному,

($T_1 < T_2$) а концентрація електронів з енергією $E < E_F$ буде більша в холодному кінці. Тому вздовж провідника виникне градієнт концентрацій “холодних” (повільних) і “гарячих” (швидких) електронів. В результаті виникають два дифузійні потоки електронів – вздовж і проти градієнта температури. Оскільки швидкості дифузії і концентрації “гарячих” і “холодних” електронів різні, то на одному кінці провідника створюється надлишковий додатний заряд, а на другому – від’ємний. Поле цих зарядів призводить до встановлення стаціонарного стану: число носіїв заряду, що проходить через поперечний переріз зразка в обох напрямках, однакове. Термо-ЕРС визначається температурною залежністю концентрації носіїв заряду і їх рухливості: в металах термо-ЕРС визначається тільки відмінністю рухливостей “гарячих” і “холодних” електронів; в напівпровідниках термо-ЕРС обумовлена залежністю від T як рухливості, так і концентрації електронів і дірок. В напівпровідниках термо-ЕРС значно вища, ніж в металах.

В 1834 р. французький фізик Ж. Пельтьє (1785 – 1845) спостерігав обернене явище до розглянутого вище: якщо через замкнуте коло, складене із різних металів або напівпровід-

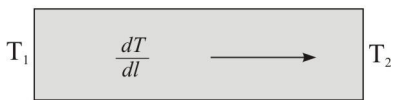


Рис. 19.22

ників, пропускати електричний струм, то в одних спаях спостерігатиметься виділення теплоти, а в інших – поглинання теплоти. Це явище було названо **явищем Пельтьє**.

Дослідним шляхом встановлено, що кількість теплоти, яка виділяється або поглинається в спай, пропорційне величині заряду q , що проходить через спай:

$$Q_{AB} = P_{AB}q = P_{AB}It. \quad (19.7)$$

Тут індекси вказують, що струм тече від металу А до металу В (рис. 19.21). Коефіцієнт пропорційності P_{AB} називається **коефіцієнтом Пельтьє**.

При зміні напрямку струму величина Q змінює знак, тобто замість виділення (поглинання) теплоти спостерігається поглинання (виділення) такої ж кількості теплоти (при тому ж q). Значить,

$$P_{AB} = -P_{BA}.$$

У випадку контакту двох речовин з однаковим типом носіїв струму (метал-метал, метал-напівпровідник n -типу, два напівпровідники p -типу) явище Пельтьє пояснюється наступним чином. Як було з'ясовано вище, носії струму (електрони і дірки) по різні сторони від спаю мають різну середню енергію. Тому, якщо електрони або дірки, пройшовши через спай, попадають в область з меншою енергією, то вони віддають надлишок своєї енергії кристалічній ґратці, в результаті спай нагрівається. На іншому спай носії переходять в область з більшою енергією і тому вони частину енергії переймають у кристалічної ґратки, що призводить до охолодження спаю.

Коли контактують два напівпровідники з різним типом провідності, механізм явища Пельтьє інший. На одному із спаїв електрони і дірки рухаються назустріч одні одним і зустрівшись рекомбінують: електрон, який знаходився в зоні провідності n -напівпровідника, попавши в p -напівпровідник, займає у валентній зоні місце дірки. При цьому вивільниться енергія, яка необхідна для утворення вільного електрона в n -напівпровіднику і дірки в p -напівпровіднику. Ця енергія передається кристалічній ґратці і йде на нагрівання спаю. На іншому спай струм, що протікає через спай, відсмоктує електрони і дірки від межі між напівпровідниками. Але зменшення носіїв струму на межі напівпровідників поповнюється за рахунок попарного народження електронів і дірок. На утворення пари електрон-дірка витрачається енергія, яка переймається у кристалічної ґратки – спай охолджується.

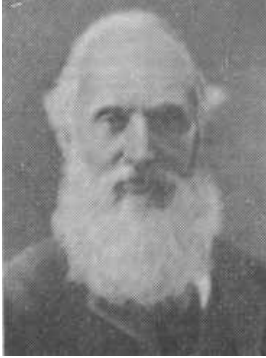
У 1856 р. У. Томсон (Кельвін) передбачив на основі термодинамічних міркувань, що теплота, аналогічна теплоті Пельтьє, повинна виділятися, якщо вздовж однорідного провідника, по якому тече електричний струм, існує перепад (градієнт) температур, то, окрім лентц-джоулевої теплоти, в об'ємі провідника, в залежності від напрямку струму, буде виділятися (або поглинатися) ще якась кількість теплоти. Це явище опісля отримало назву **явища Томсона**.

Кількість теплоти, що виділяється внаслідок **явища Томсона** за одиницю часу в елементі провідника довжиною dl дорівнює

$$dQ = \tau I \frac{dT}{dl} dl, \quad (19.8)$$

де I – сила струму, dT/dl – градієнт температури, τ – коефіцієнт Томсона.

Явище Томсона пояснюється по аналогії з явищем Пельтьє. Якщо струм в однорідному провіднику тече в напрямку зростання температури (див. рис. 19.22), то носії струму – електрони будуть переходити із областей з більш високою енергією в області з більш низькою енергією і надлишок своєї енергії вони віддаватимуть кристалічній ґратці, що призведе до виділення теплоти. Якщо носіями струму є дірки, ефект матиме обернений знак.



Томсон (Кельвін) Уїльям (1824 – 1907) англійський фізик. Народився в Белфасті. Закінчив Кембріджський університет. У 1892 р. отримав титул Лорда Кельвіна.

Наукові роботи відносяться до термодинаміки, гідродинаміки, електромагнетизму тощо. У 1891 р. сформулював (незалежно від Клаузіуса) перше начало термодинаміки. У 1848 р. ввів поняття абсолютної температури і абсолютну шкалу температур. Висунув гіпотезу про природу атомів, здійснив розрахунки розмірів молекул. Сконструював ряд високочутливих фізичних приладів.

Термоелектрика знаходить три основні застосування:

1. Для створення генераторів струму з прямим перетворенням молекулярно-теплової енергії в електричну. Сучасні напівпровідникові термогенератори мають ККД порядку 10 %.
2. Для визначення температур. Знаючи залежність $\mathcal{E}_T = f(\Delta T)$ за виміряним \mathcal{E}_T можна знайти ΔT , а значить і T . Для цієї мети служать термопари.
3. Для вимірювання потужності інфрачервоного, видимого і ультрафіолетового випромінювань.

§ 19.8. Термопара

Типова термопара складається із двох металічних дротів з різних металів, поміщених в захисну ізоляційну оболонку; з одного кінця (цей кінець називається **гарячим**, або **робочим спаям**) дроти зварюються між собою, а іншим кінцем (який називається **холодним спаям**) під'єднуються до мідних дротів. На рис. 19.23 показано термопару, виготовлену із заліза і константану (57 % Cu + 43 % Ni). Спай залізо-константан (точка А) поміщають в середови-

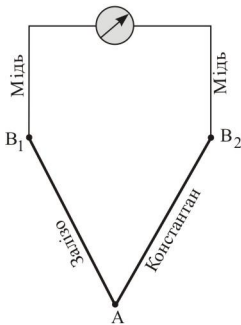


Рис. 19.23

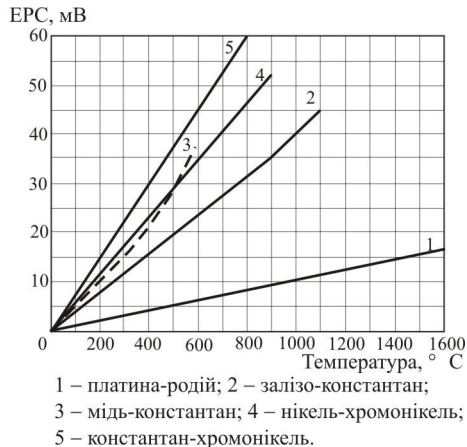


Рис. 19.24

ще, температуру якого потрібно виміряти. Спаї термопара-мідь (точки В₁ і В₂) поміщають в термостат з льодом при температурі $t_0 = 0^\circ\text{C}$, а інші кінці мідних дротів під'єднують до приладу для вимірювання напруги. Сила термоструму вимірюється в залежності від температури $t - t_0$ і, таким чином, визначення $t - t_0$ можна звести до вимірювання сили струму. На рис. 19.24

показано залежність термо-ЕРС від різниці температур ($t_0 = 0^\circ\text{C}$) для термоелементів, які найчастіше використовуються на практиці.

Термоелектричні термометри (так іноді називають термопари) можна застосовувати у великому інтервалі температур: від найнижчих до найвищих температур. Термопари зручні для реєстрації швидких змін температур. Місця спаїв, які мають маленький об'єм, зручні для вимірювання температури тіла невеликих живих істот або порожнин їх тіла. Виготовлені відповідним чином термоелементи вимірюють різниці температур різних частин поверхні і їх зміну.

При послідовному з'єднанні декількох термопар їх термо-ЕРС додаються, що підвищує точність вимірювання температури. Такий набір термопар називають **термостовпчиком** (рис. 19.25). Місця спаїв $A - D$ поміщаються в місце вимірювання температури, а місця спаїв $A' - E'$ тримають при сталій температурі. В деяких випадках (наприклад, при вимірюванні світлової енергії) за допомогою термостовпчика можна вимірювати різниці температур менше $1/10000^\circ\text{C}$.

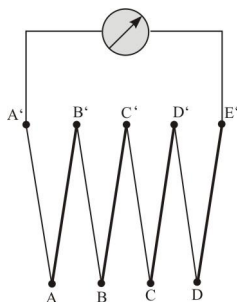


Рис. 19.25